Sergio NOBRE, Fábio BERTATO, Luis SARAIVA
(Eds.)

Anais/Actas
do 6º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática

SOCIEDADE BRASILEIRA
DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Sergio NOBRE, Fábio BERTATO, Luis SARAIVA
(Eds.)

Anais/Actas do 6º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática

SBHMat
Natal, 2014

Ficha Catalográfica elaborada pela Biblioteca do CLE

Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática (6. : 2011 : São João del Rei, MG)

Anais do 6º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática = Actas do 6º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática [recurso eletrônico] / Sergio Nobre, Fábio Bertato, Luis Saraiva (Eds.). – Natal, RN : Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), 2014.

v.: digital.

eISBN 978-85-89097-67-3 (on line)

1. Matemática - História. 2. Matemática – Congressos. I. Nobre, Sergio. II. Bertato, Fábio Maia. III. Saraiva, Luis Manuel Ribeiro. IV. Título. V. Título: Actas do 6º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática.

CDD 19. 510.9
510.6

Índice para catálogo sistemático

Matemática - História	510.9
Matemática – Congressos	510.6

6º ENCONTRO LUSO-BRASILEIRO DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

LOCAL: SÃO JOÃO DEL REI – 28 A 31 DE AGOSTO DE 2011

APRESENTAÇÃO

No ano de 1993, na cidade de Coimbra, foi inaugurada a série de Encontros Luso-Brasileiros de História da Matemática. De lá para cá, os Encontros passaram a ser realizados alternativamente no Brasil e em Portugal. O 2º Luso-Brasileiro foi no ano de 1997, na cidade de Águas de São Pedro, depois, sucessivamente, tivemos no ano 2000 o 3º Encontro na cidade de Coimbra, em 2004 o 4º Encontro na cidade de Natal, em 2007 o 5º Encontro na cidade de Castelo Branco e, finalmente o 6º Encontro Luso-Brasileiro foi realizado na cidade de São João del Rei, estado de Minas Gerais, Brasil.

Este 6º Encontro, realizado nas dependências da Universidade Federal de São João del Rei, contou com a participação de 175 pesquisadores brasileiros e 13 pesquisadores portugueses. Foram proferidas 51 conferências plenárias, além de 66 apresentações em pôster, totalizando 118 trabalhos apresentados. Para a confecção deste livro que ora se apresenta, foi solicitado a todos que apresentaram conferências plenárias que enviassem o texto completo de suas apresentações e estes passaram por um corpo de pareceristas para obter a aprovação para a publicação. Dos textos encaminhados, 45 receberam parecer favorável e constam neste livro.

Em termos de agradecimentos, se fomos listar a todos aqueles que se empenharam para a realização do 6º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, ficaríamos aqui com uma enorme lista de nomes e, para não nos esquecermos de ninguém, optamos por agradecer a duas pessoas que, certamente, representam a todos os envolvidos no evento: Um agradecimento especial à Profa. Dra.

Romélia Mara Alves Souto, coordenadora do 6º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, e nossa homenagem póstuma ao amigo Edilson Roberto Pacheco, falecido no dia 25 de Janeiro de 2013. Professor e grande companheiro nas jornadas em História da Matemática no Brasil, Edilson foi o criador do cartaz do evento, cartaz este que virou a capa deste livro.

Os Editores

6º ENCONTRO LUSO-BRASILEIRO DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

LOCAL: SÃO JOÃO DEL REI – 28 A 31 DE AGOSTO DE 2011

Trabalhos Apresentados

Conferência de Abertura:
Bicentenário de Évariste Galois: lições sobre historiografia – Ubiratan D'Ambrosio (UNICAMP/UNIBAN)

Conferências Plenárias:

1. *O problema da definição de Probabilidade Contínua e o conceito Ponto Imagem de Pacheco d'Amorim* – Rui Filipe Vargas de Sousa Santos (Instituto Politécnico de Leiria & Universidade de Lisboa)
2. *Sobre Anéis e Ideais* - João Cláudio Brandemberg (UFPA)
3. *A correspondência de Karl Weierstrass – resultados de pesquisa* - Gert Schubring (UFRJ)
4. *As críticas de George Berkeley aos Fundamentos do Cálculo Diferencial e Integral* - Itala M. L. D'Ottaviano & Fábio M. Bertato (UNICAMP)
5. *Logaritmos em Portugal (sécs. XVII e XVIII)* - João Caramalho Domingues (Univ. do Minho) & Carlos Correia de Sá (Univ. do Porto)
6. *A "Mémoire sur les méthodes générales d'integrátion" de Joaquim Gomes de Souza (1829-1864)* - Marcos Vieira Teixeira (UNESP)
7. *A História da Matemática na Aprendizagem Matemática: Uma Análise das Experiências Publicadas em Periódicos Nacionais e Internacionais* - José Lamartine da Costa Barbosa (UEP)
8. *"Pentagonos, y otras figuras de muchos lados" no Libro de Algebra de Pedro Nunes* – Carlos Sá & M. Céu Silva (Universidade do Porto)
9. *A Sociedade Paranaense de Matemática sob um olhar da Educação Matemática* - Alexandra de Oliveira Abdala Cousin (UEM)
10. *Quanto é 1/0? Algumas concepções históricas de autores de livros didáticos brasileiros sobre a questão* - Tercio Girelli Kill (UFES)
11. *O ensino primário de matemática na província do Espírito Santo* - Eduardo Vianna Gaudio (UFES)

Apresentações em Pôster

EM BRANCO

SUMÁRIO

EM BRANCO

BICENTENÁRIO DE ÉVARISTE GALOIS: LIÇÕES SOBRE HISTORIOGRAFIA*

UBIRATAN D'AMBROSIO

ubi@usp.br

Resumo: Évariste Galois (1811-1832) morreu com vinte anos, vítima de um duelo controvertido. Deixou um importante e fundamental legado matemático, escrito em cerca de 60 páginas e um exemplo do idealismo político da época. Estudar Galois é um desafio historiográfico da maior importância. A análise de sua vida e obra nos leva a indagar sobre as consequências, na política e na matemática, das três grandes revoluções na transição do século XVIII para o século XIX: a Revolução Industrial, a Revolução Americana e a Revolução Francesa. Em matemática, a grande inovação foi a emergência do pensamento algébrico abstrato.

Palavras chave: Évariste Galois; Século XIX na Europa; Álgebra; Teoria dos Grupos.

BICENTENNIAL OF ÉVARISTE GALOIS: LESSONS ON HISTORIOGRAPHY

Abstract: Évariste Galois (1811-1832) died when he was twenty years old, victimized in a controversial duel. He left an important and fundamental mathematical legacy written in about 60 pages and an example of the political idealism in that period. To study Galois is an historiographical challenge of major importance. The analysis of his life and works leads to questions about the consequences, both in politics and in mathematics, of the three great revolutions in the transition of the 18th to the 19th century: the Industrial Revolution, the American Revolution and the French Revolution. In Mathematics, the great innovation was the emergence of the abstract algebraic thinking.

Keywords: Évariste Galois; European 19th century; Algebra; Group Theory.

INTRODUÇÃO

O que Galois nos ensinou? Inconformismo com o *status quo* da matemática, pois revolucionou introduzindo um conceito novo, que é o de grupo, no estudo de um problema velho, que é a resolução de

* 6º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, Universidade Federal de São João del Rei, 28 a 31 de agosto de 2011.

equações. E inconformismo com o *status quo* da sociedade, tendo radicalizado seu comportamento para forçar a mudança de uma ordem social discricionária.

Seu pensar e seu agir foram coerentes com seu inconformismo. Assim vejo a lição deixada por Évariste Galois.

Évariste Galois nasceu no dia 25 de outubro de 1811, em uma família de classe média, na cidade de *Bourg-la-Reine*, na periferia de Paris, e morreu em Paris no dia 31 de maio de 1832, em consequência de um duelo mal explicado. Foi sepultado em vala comum que, até hoje, não foi identificada.

Sua vida curta e tão intensa, sua morte não bem explicada e a importância de sua contribuição à matemática, com um tratamento muito inovador de um tema central da época, que é a resolução de equações algébricas por radicais, deram origem a um verdadeiro mito. Inclusive obras de ficção.

John Sommerfield (1908-1991) é um importante escritor inglês, reconhecido por ter feito um importante relato da Guerra Civil Espanhola, da qual ele participou como voluntário no Exército Republicano. De orientação marxista, Sommerfield celebrizou-se pela novela *May Day* de 1936, em que relata atribulações de trabalhadores convocados a uma greve pelo sindicato. Em 1952, John Sommerfield publicou a novela *The Adversaries*. O próprio Sommerfield esclarece sua postura historiográfica revelada na novela:

> Esta não é uma história inteiramente inventada. Seu herói foi uma pessoa real, e traços de sua vida e trabalho sobrevivem até nossos dias e, sem notarmos, são parte da maneira como pensamos e agimos. ... Têm havido guerras e revoluções, outras estão fermentando para o futuro. Novas descobertas, que mudarão a face de todo o mundo, estão sendo feitas. Vagarosamente, com sofrimento e confusão, o poder está começando a passar das mãos de uma classe para as de outra. Há eventos que formam o clima mental de um tempo; e embora as descobertas, as teorias políticas, os sistemas econômicos, as moralidades conflitantes e as crenças e ideias que moveram homens de então eram concernentes aos

> problemas que parecem tão diferentes dos de hoje, mas a agitação é semelhante.[1]

A novela é instigante, politicamente complexa, sobre a vida curta de um jovem cientista, Roger Constant. No Epílogo do livro, Sommerfield esclarece que o seu personagem principal, Roger Constant, retrata Évariste Galois e a novela fantasia sobre sua vida. Sua fonte foi a biografia que E.T. Bell publicou sobre Galois.

Essa biografia, bem como outras, são discutíveis. As mais conhecidas são as de E.T. Bell, Freeman Dyson e Fred Hoyla.[2]

Em 1982, Tony Rothman publicou um artigo que foi premiado com o prestigioso *Ford Writing Award* da *Mathematical Association of America,* no qual ele crítica, de forma contundente, as biografias de Galois. Rothman diz:

> A historia da vida de Galois dada aqui não está totalmente concluída. Existem mais documentos, cartas e eventos. Sem dúvida eu serei, em breve, criticado por haver apresentado evidências [por mim] selecionadas. O objectivo do presente trabalho não foi ser completo, nem ser uma biografia. Não, o objetivo foi mostrar que algo está errado. Dois físicos altamente respeitados e um matemático igualmente bem reconhecido inventaram história. O relato de Bell, de longe o mais famoso, é também o mais fictício. É um mito desprovido das complicações de um protagonista que é faltoso e igualmente bem dotado. É um mito baseado no estereótipo do gênio incompreendido que a hierarquia conservadora deseja conquistar. Como se a hierarquia confusa fosse geralmente suficientemente organizada para perseguição. É um mito baseado na incompreensão do método pelo qual um cientista funciona: como se uma grande teoria pudesse ser escrita coerentemente em uma única noite. Não está claro até que ponto pode-se perdoar Bell. Certamente todos seus erros não são o resultado de um conhecimento reduzido de francês. Não,

---

[1] John Sommerfield: *The Adversaries*, London: William Heinemann Ktd, 1952; p.0.

[2] E.T. Bell, *Men of Mathematics,* New York: Simon and Schuster, 1937; Freeman Dyson, *Disturbing the Universe*, New York: Harper and Row, 1979; Fred Hoyle, *Ten Faces of the Universe,* San Francisco: W.H. Freeman, 1977.

> eu acredito que, conscientemente ou inconscientemente, Bell viu sua oportunidade para criar uma lenda.[3]

O trabalho de Rothman é um interessante exemplo de historiografia. A busca de fontes, abrangendo vários setores da sociedade, é exemplar.

O CENÁRIO POLÍTICO DA ÉPOCA DE GALOIS

A transição do século XVIII para o século XIX provocou mudanças profundas nas instituições sociais, políticas, econômicas, culturais e morais de todo o mundo.

Um novo pensar científico e filosófico é sintetizado na obra maior de Isaac Newton (1642-1726), os *Principia Mathematica Philosophiae Naturalis* (1687).

Das grandes mudanças, destaco:

- a REVOLUÇÃO INDUSTRIAL [marcada pela invenção da máquina a vapor e consequências na indústria e na agricultura], em 1775.
- a REVOLUÇÃO AMERICANA [a rejeição do absolutismo monárquico e um retorno ao ideal republicano], em 1776.
- a REVOLUÇÃO FRANCESA [reconhecimento de direitos humanos sintetizados em liberdade, igualdade e fraternidade], em 1789.

Os ideais da revolução americana atingiram a Europa e as colônias de Portugal e da Espanha nas Américas. Na verdade, eram ideais antimonárquicos. Segundo o historiador Herbert Aptheker, "A revolução americana foi uma revolução inglesa lutada além-mar".[4]

---

[3] Tony Rothman: Genius and Biographers: The Fictionalization of Evariste Galois, *The American Mathematical Monthly*, Vol. 89, nº 2 (Feb., 1982), p.103.

[4] Anotação de uma conferência de Aptheker que assisti. Não possuo detalhes.

A influência na França foi enorme. E também a <u>influência no Brasil</u>, inclusive com promessa, pelos Estados Unidos, de apoio militar numa eventual guerra do Brasil contra Portugal.

O movimento para a independência do Brasil, conhecido como a Inconfidência Mineira, foi importantíssimo. Foi um movimento das classes mais abastadas de Minas Gerais (proprietários rurais, intelectuais, clérigos, militares) que, descontentes com a proibição de atividades fabris e artesanais na colônia e com a alta taxação de produtos importados, conspiraram para se tornarem independentes de Portugal. O movimento teve muita inspiração do Iluminismo e foi influenciado pela independência norte-americana e pela ajuda prometido por eles no caso de uma guerra Brasil-Portugal.

Em junho de 1789, pouco antes da queda da Bastilha em Paris , o governador de Minas Gerais, Luís António Furtado de Castro do Rio de Mendonça e Faro (1754-1830), o Visconde de Barbacena, declarou a Devassa, que era um regime de exceção, suspendendo todas as garantias constitucionais, e desmantelou o movimento.

Vários inconfidentes foram presos e muitos condenados à morte. O único a ser executado, em 21 de abril de 1792, foi o Alferes Joaquim José da Silva Xavier (1746-1792), o Tiradentes. Tiradentes assumiu a responsabilidade e os demais, reconhecidos intelectuais, tiveram a pena comutada.

Dentre os que tiveram a pena comutada, está o poeta Inácio José de Alvarenga Peixoto (1744-1793), graduado com louvor pela Universidade de Coimbra, senador por São João del Rei. Alvarenga Peixoto foi degredado em Angola e morreu em 1793. Era casado com a também poeta Bárbara Heliodora Guilhermina da Silveira (1758-1819), nascida em São João del Rei.

O CENÁRIO POLÍTICO EUROPEU NA TRANSIÇÃO DO SÉCULO XVIII PARA O SÉCULO XIX

A ciência do século XVIII foi marcada pela chamada revolução científica, principalmente pela publicação do *Principia Mathematica Philosophiae Naturalis* (1687), por Isaac Newton (1642-1726), que culminou um novo pensar científico, passando por Galileo Galilei (1564-1642), Johannes Kepler (1571-1630), René Descartes (1596-1650), Pierre de Fermat (1601-1665) e muitos outros. Surge uma nova matemática de suporte, o Cálculo Diferencial e Integral, inventado por Newton e, simultânea e independentemente, por Gottfried Wilhem Leibniz (1646-1716).

Uma importante consequência foi a revolução industrial [marcada pela invenção da máquina a vapor, em 1775, por James Watt (1736-1819)], que juntamente com a invenção da agricultura e com a ocupação territorial urbanizada, caracterizaram a civilização atual. Igualmente importante foi a influência social da obra de Newton, o chamado Iluminismo. Uma ideia implícita nesse novo pensar é a rejeição do absolutismo monárquico e um retorno ao ideal republicano. Isso foi realizado pela Revolução Americana, em 1776, e pela Revolução Francesa, em 1789. Na verdade, por todos os países que se tornaram independentes nas colônias americanas, com a exceção do Brasil, rejeitaram a monarquia.

No caso da França, a transição para República foi marcada por inúmeros percalços. A Revolução Francesa em 1789 resultou na proclamação da Primeira República, em 1792. Em 1793, o Rei Luis XVI, da dinastia Bourbon, e sua esposa Maria Antonieta, foram guilhotinados em praça pública. Em meio a grandes disputas políticas por várias facções revolucionárias, outras monarquias europeias entraram em guerra contra a nova França, cujo ideal republicano representava uma ameaça à estabilidade das monarquias. O General Napoleão Bonaparte resistiu aos ataques e recompôs a estabilidade política. Em 1799 assume o poder. De índole absolutista, fez-se coroar Imperador da França em 1804, sob o título de Napoleão I. Notemos que em 1808 se dá o translado da Família Real de Portugal, da dinastia Bragança, incluindo Carlota Joaquina, da dinastia Bourbon, para o Rio de Janeiro, escapando assim da ameaça de Napoleão de invadir Portugal e destronar a Rainha Dona Maria.

A derrota contra a Rússia, em 1812, inicia o declínio de Napoleão. Em 1815 foi derrotado pelos ingleses na batalha de Waterloo, Bélgica. Foi deposto e a dinastia Bourbon é restaurada, assumindo o poder o Rei Luis XVIII, que reinou até sua morte, em 1824. Foi sucedido por seu filho, Rei Carlos X. Em 1830, uma revolta popular, liderada pela burguesia e por republicanos, resultou na deposição de Carlos X. Essa revolta, que durou três dias (27-28-29 de julho), chamados de "três dias gloriosos", teve como característica as barricadas e batalhas de rua e foi retratada na novela *Os Miseráveis,* de Victor Hugo. A revolta resultou na deposição de Carlos X e no fim da dinastia Bourbon. Após destronar os Bourbons, a alta burguesia financeira manipulou o poder pós-revolucionário e levou ao poder o Rei Luís Felipe, da dinastia Orléans, chamado o "Rei Burguês".

Nesse ambiente político nasceu e viveu Évariste Galois. Nasceu no dia 25 de outubro de 1811, na cidade de Bourg-la-Reine, nas proximidades de Paris. Seu pai, Nicolas-Gabriel Galois era um homem culto, que havia aderido à Revolução de 1789 e era bonapartista. Era diretor de uma escola da família e quando Luis XVIII restaurou a monarquia, em 1815, foi convidado a permanecer no posto. Sua mãe, Adelaide-Marie, era possuidora de grande erudição, especialista em letras clássicas.

O ativismo político de Galois se dá a partir de 1830 e culminou com a sua morte em 1832.

É importante notar que com um discurso liberal, o Rei Luis Felipe pretendeu o apoio da classe média, mas rapidamente foi aumentando os privilégios das grandes corporações financeiras e reprimindo a oposição. O descontentamento culminou com sua deposição em 1848, e houve mais uma tentativa de tornar a França uma República. O resultado foi a proclamação da Segunda República Francesa, que teve duração efêmera (1848-1852), quando o então Presidente, Charles Louis Napoléon Bonaparte (1808-1873), foi proclamado, novamente com apoio da alta burguesia financeira, Imperador Napoleão III. Permaneceu no poder até 1870, quando foi deposto e foi então proclamada a Terceira República Francesa, que permaneceu até 1940, quando a Alemanha Nazista invadiu a França, na Segunda Guerra Mundial.

A VIDA ESCOLAR E POLÍTICA DE ÉVARISTE GALOIS

Évariste foi educado por sua mãe até seus 12 anos, quando foi matriculado no prestigioso *Lycée Louis-le-Grand*, fundado em 1563. Ali seus estudos foram conturbados. Seu aproveitamento era irregular. Seus estudos de matemática eram indisciplinados, mas iam muito além das aulas, pois lia intensamente e com facilidade renomados autores, como Legendre, Lagrange, Cauchy, Gauss, Abel. Sua ambição era entrar na *École Polytechnique*, a mais prestigiosa e cobiçada instituição de ensino superior. Fez uma tentativa de admissão, sem sucesso. Há controvérsias sobre esse exame, apontando para injustiça dos examinadores, mas também para a rebeldia e irreverência do jovem Galois.

A morte de Nicolas-Gabriel Galois, seu pai, em 1829, abalou o jovem Évariste. Uma intriga que atentava contra a honra de Nicolas-Gabriel foi forjada, o que o levou suicídio. Évariste ficou profundamente chocado com a morte do pai. Aumentou ainda sua depressão o fato de, poucos dias depois, receber a notícia que não havia passado na sua segunda tentativa de entrar na *École polytechnique.* Mais uma vez, há controvérsias sobre sua reprovação. Como não era possível fazer mais que duas tentativas para entrar na *École polytechnique*, Galois decidiu tentar uma instituição menos prestigiosa, que era a *École préparatoire*, criada em 1826. Essa escola, controlada por religiosos, substituiu a *École normale*, fundada em 1795. A *École normale* era destinada à formação de professores para a escola secundária e havia sido extinta em 1822 por ser excessivamente liberal, e foi substituda pela *École préparatoire*, conservadora, mas que viria a ser restaurada, em 1830, novamente com o nome original de *École normale*. Com alguma dificuldade, Galois entrou na *École préparatoire*, que exigia dos alunos um compromisso de lecionar nas escolas públicas por dez anos. Ele assinou o compromisso. Na *École préparatoire*, ele conheceu o colega Auguste Chevalier, que se tornaria seu melhor amigo. O irmão de Auguste, Michel Chevalier (1806-1879), formou-se na *École Polytechnique* e foi um destacado político.[5] Auguste e Michel eram seguidores das idéias socialistas do Conde de Saint-Simon e tiveram grande influência nas ideias políticas de Galois.

Na *École préparatoire*, Galois assistiu, de seu quarto, os movimentos de rua dos "três dias gloriosos" de julho de 1830. Querendo participar do movimento, tentou sair de seu quarto, onde estava recluso pelo diretor da escola, pulando os altos muros, mas não teve sucesso. Terminada a revolta voltou à sua casa para visitar a família e para surpresa deles, revelou seu radicalismo político, dizendo que o povo havia sido traído e que ele estava disposto a lutar. Disse ainda que se fosse suficiente um corpo para incitar o povo à revolta, ele ofereceria o seu. A partir de então, a política torna-se essencial na sua vida.

Republicano ardente, Galois sempre foi um aluno rebelde. Após a revolta de julho de 1830 afiliou-se a um grupo republicano radical, a *Société des Amis du Peuple*. Destacou-se como membro do grupo. Em janeiro de 1831 foi expulso da *École préparatoire* sob o argumento de ter enviado a um jornal dos estudantes, a *Gazette des écoles*, uma carta ofensiva contra o diretor da escola. Embora negando a autoria, a expulsão foi mantida. Curiosamente, uma carta, também forjada, havia levado seu pai, Nicholas-Gabriel, ao suicídio. Fora da escola, Galois alistou-se na *Gard nationale*, uma espécie de milícia popular, formada quase exclusivamente de republicanos. No dia 09 de maio de 1831, a *Société des Amis du Peuple* organizou um banquete em apoio à Guarda Nacional, que havia sido

---

[5] Enviado ao México e aos Estados Unidos, é atribuída a ele a denominação América Latina para distinguir os Estados Unidos dos demais países do Novo Mundo.

submetida a uma reorganização. Nesse banquete, Galois ergue um brinde a Luis Felipe, segurando a taça de vinho em uma das mãos e um punhal na outra. Houve pânico entre os presentes, como relata Alexandre Dumas, que estava no banquete. De fato, no dia seguinte Galois foi preso, sob a acusação de incitar o assassinato do rei. Foi enviado à prisão de Sainte-Pélagie, de onde escreveu ao seu amigo Chevalier comentando sobre o evento e dizendo que "as brumas de álcool tinham me removido a razão." Seu advogado consegue libertá-lo.

Logo em seguida, nas comemorações de 14 de julho, Galois liderou um grupo de manifestantes e estava, simbolicamente, armado. Foi novamente preso e enviado para Sainte-Pélagie. Sua sentença era prisão até abril de 1832. Em 16 de março de 1832, devido a uma epidemia de cólera, Galois foi transferido para uma clínica. Lá conheceu Stéphanie, filha de seu médico, e apaixonou-se por ela. Houve reciprocidade? Nenhuma evidência. Há alguns indicadores da recusa de Stephanie. Seu desapontamento com essa recusa aliou-se ao desapontamento com a rejeição de seus trabalhos matemáticos.

Foi libertado da prisão no dia 29 de abril de 1832. Voltou às suas atividades políticas em uma reunião, no dia 07 de maio, organizada pela *Société des Amis du Peuple*. Ali foi feita uma proposta para deflagrar uma revolta para impedir a volta dos Bourbon, que estava sendo articulada. É irrelevante, mas curiosa, a mera suposição que Augustin-Louis Cauchy (1789-1857), que estava no exílio e era um importante bourbonista, estivesse envolvido nessa articulação. A proposta decidida nessa reunião foi que a revolta seria deflagrada a partir da morte de um republicano conhecido, capaz de inflamar o povo, e que essa morte seria atribuída aos apoiadores de Luis Felipe. Galois voluntariou-se para essa missão de sacrificar-se pela causa. Iria enfrentar um amigo em um duelo, no qual apenas o revólver do seu opositor estaria carregado. O plano era Galois escrever, na noite anterior ao duelo, duas cartas, como de fato escreveu, mostrando o duelo como sendo real, mas em uma linguagem confusa, sugerindo uma trama. De acordo com o planejado, os membros da *Société* espalhariam que o duelo foi, na verdade, uma armação para matá-lo. Isso deflagraria a revolta popular.

Esta versão, que li no excelente livro de Laura Toti-Rigatelli[6], pareceu-me muito plausível. De fato, em uma das folhas manuscritas deixadas para Chevalier, entre muitas fórmulas e rabiscos, a frase "liberté, égalité, fraternité ou la mort" está clara.[7]

O duelo de fato ocorreu, conforme o que teria sido planejado, no dia 30 de maio de 1832, perto da lagoa Glacière, no bairro de Gentilly. Quem foi seu adversário? Quem era o parceiro desse plano? Um tal de L.D.? Isso leva a muitas suposições. O que aconteceu após o duelo? Todos se foram, inclusive seus padrinhos, e ele ficou ferido, até ser encontrado por um transeunte e levado, gravemente ferido, ao hospital Cochin, onde morreu no dia seguinte. Seu irmão foi imediatamente para lá, e Evariste apenas teria dito ao irmão "Não chore. Eu preciso muita coragem para morrer com vinte anos." Muito curioso que segundo a lei que regia os duelos, prática legal na França da época, os padrinhos deveriam reportar sobre o resultado do duelo.

No dia do enterro, a multidão começou a se aglomerar. Mas ao mesmo tempo foi espalhada a notícia do falecimento de Jean Maximilian Lamarque, um conhecido bonapartista, herói das guerras napoleônicas e membro do Parlamento. As demonstrações populares por motivo dessa morte ofuscaram e esvaziaram as demonstrações pela morte de Galois. As demonstrações em torno do sepultamento de Lamarque resultaram em uma grande revolta popular, que nada tinha a ver com o enterro de Galois.

Nessa versão, historicamente defensável, a morte de Galois tem todas as características de um suicídio, mas sua morte foi em vão.

Na revolta popular, originada pela morte de Lamarque, repetiu-se a estratégia das barricadas nas ruas, focalizada na novela *Os Miseráveis*, de

---

[6] Laura Toti Rigatelli. *Évariste Galois 1811-1832*. Bikhäuser Verlag, Basel, Vita Mathematica vol. 11, 1996.

[7] http://www.galois-group.net/Russian_index.php.

Victor Hugo. Mas a revolta foi rapidamente sufocada e Luis Felipe continuou no poder, governou tranquilamente e seu reinado é considerado o período áureo das grandes fortunas francesas. Banqueiros e industriais consolidavam seu poder, mas a crescente dureza na repressão ao descontentamento da classe média levou à revolução de 1848.

Em outras versões sobre a morte de Évariste Galois, o duelo teria sido devido a uma rivalidade amorosa envolvendo Stéphanie. Um rival amoroso, parte do mesmo círculo de amizades, teria duelado com Galois. Ou, em uma outra versão, Stephanie teria sido uma agente do governo, articuladora da trama para assassiná-lo, por razões políticas ou amorosas. Assim o mito em torno de Galois floresceu. Surgiu, inclusive, uma versão que o duelo teria sido por ciúmes acadêmicos.

Sua primeira biografia foi publicada, no mesmo ano de sua morte, por seu amigo Auguste Chevalier, na forma de uma *Necrologie*. É pouco divulgada, embora retrate muito bem a personalidade atormentada de Galois. Ele havia escrito, no dia 25 de maio, cinco dias antes de sua morte, uma carta a seu amigo, na qual dizia:

> Meu bom amigo, há prazer em ser triste só para ser consolado; pode-se ser verdadeiramente feliz de sofrer quando se tem amigos.

Após muitas reflexões de natureza filosófica, termina a carta evidentemente dissimulando seu plano:

> Eu vou te ver no 1º de junho. Eu espero que possamos nos ver com frequência durante a 1º quinzena de junho. Eu partirei cerca de 15 de junho para Dauphiné.
>
> Tudo para ti (*Tout à toi*), E. Galois.

No necrológio, Chevalier diz que no fim de junho, a mãe de Galois entregou-lhe tudo que Galois havia deixado como escritos, inclusive uma carta com instruções para ser enviada para a *Revue encyclopédique* e vários manuscritos, todos misturados, rabiscados.

Chevalier encaminhou a carta com o resumo das memórias, que Liouville chamou *"sorte de testament scientifique"*, e que foi publicada, na seção *Sciences*, com um interessante e elogioso prefácio escrito pelos redatores da revista[8]. No mesmo número, na seção *Necrologie,* August Chevalier publicou uma biografia de Galois, com muitos comentários sobre as angústias de Galois e seus esforços para dissimular o plano de seu sacrifício pela causa.[9]

Evidenciando as angústias de Galois, Chevalier cita uma frase dita ou escrita por ele em alguma ocasião:

> A criança do pobre, martirizada por seu gênio, o coração comprimido, os braços atados, a cabeça em fogo, avança na vida, de queda em queda, ou melhor de suplício em suplício, em direção ao necrotério ou ao cadafalso.

Dentre os manuscritos que recebeu da mãe de Galois, encontrou um papel solto, com uns versos que mais parecem inscrições para uma lápide:

> O eterno cipreste te cerca;
> Mais pálido que o pálido outono,
> Tu te inclinas para a tumba.

Chevalier conseguiu organizar, razoavelmente "decifrados", os manuscritos dados para ele e em 1843, entregou-os a Joseph Liouville, que os publicou em 1846.

A primeira biografia de Galois que se tornou conhecida foi escrita por Paul Dupuy, *La Vie d'Evariste Galois*, e publicada nos *Annales de l'Ecole Normale*, vol.13, pp.197-266 (1896). Curiosamente, essa biografia só foi

---

[8] Travaux mathématiques d'Évariste Galois, *Revue Encyclopédique,* tome 55, septembre 1832, pp.566-576.

[9] Evariste Galois, Necrologie. *Revue Encyclopédique,* tome 55, septembre 1832, pp.744-754.

publicada após a comemoração do centenário da escola, quando Galois foi homenageado por Sophus Lie.

Há poucas e vagas referências a Galois nas memórias dos contemporâneos, inclusive Alexandre Dumas e François-Vincent Raspail, e em alguns noticiários de jornais. Todas muito contraditórias e deixando margem para muitas interpretações.

A OBRA MATEMÁTICA DE GALOIS

Não me compete falar sobre a obra matemática de Galois. Ela foi apresentada por ele num total de cerca de 60 páginas, publicadas como cinco pequenos trabalhos e mais uma memória, um pouco mais longa, que só foi publicada postumamente, 14 anos após sua morte.

Em uma carta ao seu amigo Auguste Chevalier, escrita na noite precedendo sua morte, Galois sintetizou todas as suas idéias, inclusive algumas sobre as quais não chegou a elaborar.

Seus trabalhos são de difícil compreensão e tiveram trajetória conturbada. Um deles deveria ter sido relatado por Cauchy na sessão de 18 de janeiro de 1830, na *Académie des Sciences de Paris*, mas ele não pode comparecer à sessão e disse que relataria essa memória na próxima sessão. Mas na sessão seguinte, Cauchy simplesmente silenciou sobre o assunto. Daí, segundo Rothman[10], criou-se o mito que Cauchy esqueceu ou perdeu ou mesmo intencionalmente destruiu o trabalho. Há, porém, indicadores da possibilidade de o próprio Cauchy ter aconselhado Galois a retirar essa memória e reencaminha-la visando um importante prêmio da própria *Academie des sciences*. Apesar de grandes nomes estarem concorrendo, Galois foi encorajado a enviar o trabalho. Com o objetivo de relatar o trabalho, o matemático Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768-1830) levou-o para casa. Pouco depois, no dia 16 de maio, faleceu. O trabalho foi perdido e não se falou mais nele. Galois atribuiu a perda a razões políticas.

[10] Tony Rothman, *op.cit.*

Sobre os trabalhos que foram publicados, a opinião de Poisson e de outros é que eles eram incompreensíveis. É interessante fazer uma comparação dos percalços, muito semelhantes, que teve Joaquim Gomes de Souza ao submeter seus trabalhos à *Academie des sciences*.

A história de Galois está ligada à história de publicações científicas na França, pois seus trabalhos foram publicados em revistas que têm, em si, uma história característica da emergência das publicações científicas especializadas. As duas revistas em que suas cinco notas científicas, totalizando 18 páginas, foram publicadas são os periódicos conhecidos como *Annales de Gergonne* e *Bulletin de Férussac.*

Galois teve dois trabalhos publicados nos *Annales de Gergonne*, o nome pelo qual ficou conhecida a revista *Annales de mathématiques pures et appliquées*, fundada em 1810 pelo matemático Joseph Diaz Gergonne (1771-1859), com o principal objetivo de publicar seus próprios trabalhos. Seu último número foi em 1832. Nesta revista foram publicados artigos de matemáticos importantes, principalmente os trabalhos de Jacques Charles François Sturm (1803-1855). Era prática de Gergonne fazer preceder o título do artigo com a área da matemática onde ele se insere. O primeiro trabalho publicado por Galois foi

> Analyse algébrique. Démonstration d'un théorème sur les fractions continues périodiques, *Annales de mathématiques pures et appliquées*, Avril 1829, vol. XIX, pp. 294-301.

Galois publicou ainda, na mesma revista, o trabalho

> Analyse transcendante. Notes sur quelques points d’analyse, *Annales de mathématiques pures et appliquées* , Decembre 1830, vol. XXI, pp.182-184.

Por um erro do próprio Gergonne, o autor deste trabalho aparece como “M. Galais, élève à l’École Normale”. Curiosamente, nesse mesmo número da revista foi publicado o longo artigo “Par M.J. Liouville, élève ingénieur des ponts et chaussées” intitulado “Analyse Appliquée.

Mémoire sur la théorie analytique de la chaleur", pp.133-181. Este é o trabalho que imediatamente precede o de "Galais".

Publicou ainda três notas, que o próprio Galois considerou muito importantes, no *Bulletin de Férussac*. Esta revista tem uma história interessante. O Baron André Étienne Justin Pascal Joseph François d'Audebert de Férussac (1786–1836), era um naturalista de destaque e, politicamente, muito ativo. Tornou-se parlamentar e, em 1823, fundou uma revista, tipo enciclopédia em permanente atualização, incluindo notícia sobre outras publicações. Dá uma visão panorâmica sobre o que estava acontecendo nas ciências em toda Europa. Dá a impressão de ser um "diário oficial" sobre os avanços da ciência e da indústria, o que era de interesse nacional. A revista era intitulada *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques "sous la Direction de M. Le B*[on] *de Férussac"*. Os cientistas mais importantes da época publicaram na revista, que passou a ser conhecida simplesmente como *Bulletin de Férussac*. Alguns tomos foram reimpressos e a história dessa publicação é um tema de muito interesse. Ali Galois publicou três trabalhos:

> Analyse d'un Mémoire sur la résolution algébrique des équations. Avril 1830, tome 13, pp.271-272;
>
> Note sur la résolution des équations numériques. Juin 1830, tome 13, pp.413-414;
>
> Sur la théorie des nombres. Juin 1830, tome 13, pp.428-435.

Na noite precedendo sua morte, 29 de maio de 1832, Galois escreveu três cartas. Uma era pessoal, nada falava sobre política e era endereçada a seu grande amigo Auguste Chevalier. Ficou entre os vários papéis que sua mãe depois entregou a Chevalier. Duas outras eram de teor político, estrategicamente deixadas para serem distribuídas logo após o duelo, uma endereçada a "todos os republicanos" e outra para N.L. e V.D. Não se sabe quem são N.L. e V.D. Há uma possibilidade que sejam Napoléon Lébon e Vincent Duchâtelet ou Vincent Delaunay. Os três eram ativistas políticos. As cartas, escritas com muita habilidade, dissimulam seu plano de, voluntariamente, ter se sacrificado pela causa política. Galois fala em uma armação, articulada por uma *coquette*, para que ele fosse agredido na sua honra e não restasse outra alternativa que o duelo. Usa frases que insinuam que havia um plano para assassiná-lo. Mas não deixa claro qual o plano. Essa pode ser a causa das inúmeras versões para sua morte.

A outra carta, mais longa, é dirigida pessoalmente a Auguste Chevalier e trata somente de matemática. Galois fala sobre três memórias que ele havia escrito e faz um resumo das mesmas. As memórias a que ele se refere, focalizando a teoria das equações e as funções integrais, parecem ter sido escritas em 1831, parte delas possivelmente enquanto ele se encontrava na prisão. Esta carta não faz qualquer menção à sua morte, programada para o dia seguinte, nem faz qualquer comentário político. Ele pede para Chevalier fazer publicar a carta na *Revue encyclopédique*, que era o nome simplificado da *Revue encyclopédique ou analyse raisonnée des productions les plus remarquables dans la littérature, les sciences et les arts*, uma publicação liberal, com tendência política, fundada pelo político Marie-Antoine Jullien. A revista era publicada mensalmente, e teve duração curta, de 1819 a 1835. Ela incluía vários artigos sobre a vida intelectual em todo o mundo e era um tipo de noticiário científico. A carta foi publicada no número de setembro de 1832, p.568.

A carta começa como *"Mon cher ami"*. Cerca de sete páginas são técnicas, onde ele resume suas memórias. Na conclusão, diz:

> Você sabe, meu querido Auguste, que esses assuntos não são os únicos que eu tenho explorado. Minhas meditações principais, já há algum tempo, estavam dirigidas a aplicações da teoria da ambiguidade à análise transcendente. Trata-se de ver, a priori, em uma relação entre quantidades ou funções transcendentes, quais trocas se poderia fazer, quais quantidades se poderia substituir às quantidades dadas, sem que a relação possa deixar de ter lugar. Feito isso, reconhecer em seguida a impossibilidade de muitas expressões que se poderia procurar. Mas eu não tenho tempo, e minhas ideias ainda não são bem desenvolvidas sobre esse terreno, que é imenso.
>
> Você fará esta carta ser impressa na *Revue encyclopédique*.

> Eu tenho muitas vezes na minha vida me arriscado a propor resultados sobre os quais eu não estava seguro; mas tudo que eu escrevi há pouco já estava na minha cabeça há um ano, e é do meu maior interesse de não mais me enganar para que ninguém mais pense que eu tenho anunciado teoremas dos quais eu não tenho uma demonstração completa.
>
> Você pedirá publicamente a Jacobi e a Gauss para dar suas opiniões não sobre a verdade, mas sim sobre a importância dos teoremas.
>
> Depois disso haverá, eu espero, certas pessoas que acharão proveitoso decifrar toda essa bagunça (*gâchis*).
>
> Eu te abraço com efusão.
>
> E.GALOIS
> 29 de maio de 1832

A romantização da morte de Galois diz que as memórias foram escritas na véspera de sua morte. Não é verdade. Elas já estavam escritas. Auguste Chevallier vasculhou, depois da morte de Galois, os papéis deixados por ele, principalmente procurando as três memórias a que ele se refere na carta. A primeira, *MÉMOIRE. Sur les conditions de résolubilité des équations par radicaux* é precedida por um Prefácio, escrito em 16 de janeiro de 1831. Parece que Galois tentou excluir esse prefácio, pois ele foi encontrado, por Chevalier, no meio de vários papéis que, parece, Galois queria eliminar, pois aparece todo riscado, como quem se arrependeu de tê-lo escrito. Mas Chevallier decidiu anexá-lo. A segunda memória aparece como *Fragment d'un seconde mémoire. Des équations primitives qui sont solubles par radicaux*. No texto há referência a um trabalho que Chevalier não encontrou. E o último parágrafo das notas diz:

> Nós sabemos que, em geral, entre as substituições de nosso grupo reduzido, não se achará substituições de ordem p. Poderá havê-las de ordem p-1? Isto é o que eu vou pesquisar.

E Chevalier acrescenta uma nota:

> Eu procurei inutilmente nos papéis de Galois a continuação do que acabamos de ler.

A *Revue encyclopédique* pretendia publicar os papéis organizados por Chevalier, mas isso não aconteceu.

Alguns anos depois, atendendo ao pedido de amigos de Galois, Liouville decidiu publicar os trabalhos recolhidos por Chevalier na revista que ele havia fundado em 1836 e que dirigia. Joseph Liouville (1809-1882), quase da mesma idade de Galois, foi aluno da *École polytechnique*. Doutorou-se em 1836 e nesse mesmo ano fundou o *Journal de mathématiques pures et appliquées*, que passou a ser conhecido como *Journal de Liouville,* e se tornou um dos mais importantes periódicos de pesquisa matemática.

Publicou os manuscritos entregues a ele por Auguste Chevalier e decidiu ainda incluir as cinco memórias que haviam sido publicadas no *Annales de Gergonne* e no *Bulletin de Férussac*. Esse trabalho tornou-se, portanto, as obras matemáticas completas de Galois. O trabalho foi intitulado *Oeuvres mathématiques d'Évariste Galois*, *Journal de mathématiques pures et appliquées*, tome 11, 1846, pp.381-444.

Liouville escreveu uma pequena introdução, na qual fala dos percalços de Galois perante seus professores e examinadores e das críticas feitas por eles, que considerou pertinentes, particularmente quando dizem que suas memórias ininteligíveis. Liouville escreve:

> Mas agora tudo mudou. Galois não existe mais! Vamos evitar continuar fazendo críticas inúteis, deixemos para lá os defeitos, vejamos as qualidades.

Informa que a carta deixada para Auguste Chevalier, que havia sido publicada na *Revue encyclopédique*, será publicada na íntegra. De fato, esta carta sintetiza todos seus resultados e aponta para outros. Menciona que, no mesmo número da *Revue encyclopédique,* havia sido publicada uma Notícia, na forma de *Necrologie*, por Auguste Chevalier. Mas justifica sua decisão de não incluir a necrologia, dizendo:

> Nós não acreditamos ser apropriado fazer entrar [esse Necrológio] na nossa coletânea. Ele tem detalhes interessantes, mas, na sua maioria,

> estranhos à ciência. E algumas afirmações, certos julgamentos absolutos sobre as pessoas e as coisas, talvez atraíssem muitos contraditores. É verdade que aos olhos daqueles que se afastassem muito de suas opiniões, o autor desse Necrológio teria encontrado suas desculpas na amizade que o unia a Galois.

Assim, Liouville evita entrar nas discussões sobre as causas e as circunstâncias da morte de Galois. E logo em seguida diz:

> Quanto a nós, que não conhecemos, nem mesmo jamais vimos esse jovem homem tão infeliz, nos fecharemos em nosso papel de geômetra, e as observações que poderemos nos permitir, publicando sua obra sob a inspiração da sua família, mas somente falarão de matemática.

Assim, são publicadas as obras completas de Galois. A repercussão foi relativamente lenta, embora a idéia de grupos fosse ganhando espaço, independentemente, por outros matemáticos.

O reconhecimento da importância dos resultados de Galois foi do próprio Liouville, quando considera, na introdução à primeira memória, o principal resultado de Galois, o *beau théorème*:

> Para que uma equação irredutível de grau primo seja solúvel por radicais, é necessário e suficiente que todas as raízes sejam funções racionais de duas quaisquer dentre elas.

e complementa dizendo que:

> Este método, verdadeiramente digno da atenção dos geômetras, será suficiente para assegurar a nosso compatriota um lugar no pequeno número de sábios que têm merecido o título de inventores.[11]

A genialidade de Galois foi uma verdadeira revolução conceitual. Para estudar uma equação, criou uma classe de objetos matemáticos de natureza completamente diferentes associados a essa equação, e obter

---

[11] *Oeuvres mathématiques d'Évariste Galois*, *Journal de mathématiques pures et appliquées*, tome 11, 1846, pp.381-444, p.383.

dessa classe informações qualitativas, tais como solvabilidade e solvabilidade por radicais, sobre a equação.

Chamou grupo a essa classe. Repito sua definição:

> quando quisermos agrupar as substituições, nós fazemos com que todas venham de uma mesma permutação... devemos ter as mesmas substituições, qualquer que seja a permutação da qual partimos... Portanto, se num grupo assim tivermos as substituições S e T, estamos seguros de ter a substituição ST.[12]

A maneira de realizar essa grande mudança conceitual foi associar um grupo de transformações às n raízes de uma equação de grau n. Tal grupo é construído a partir dessas raízes e a análise das propriedades desse grupo, que é hoje chamado, em honra a ele, o grupo de Galois da equação, dá informações sobre a equação. O grupo de Galois consiste de um subconjunto das permutações das soluções, no qual é definida uma lei de composição de permutações.

Resumindo, os manuscritos deixados para Chevalier foram:

- *MÉMOIRE. Sur les conditions de résolubilité des équations par radicaux* é precedida por um Prefácio, escrito em 16 de janeiro de 1831.
- *Fragment d'un seconde mémoire . Des équations primitives qui sont solubles par radicaux.*
- Referência a um trabalho que Chevalier não encontrou.

No último parágrafo das notas, Galois diz:

> Nós sabemos que, em geral, entre as substituições de nosso grupo reduzido, não se achará substituições de ordem p. Poderá havê-las de ordem p-1? Isto é o que eu vou pesquisar.

[12] *Journal de mathématiques pures et appliquées (Journal de Liouville)*, Tome XI, année 1846, p.419.

As memórias que já haviam sido publicadas são:

- Analyse algébrique. Démonstration d'un théorème sur les fractions continues périodiques, *Annales de Gergonne*, Avril 1829, vol. XIX, pp. 294-301.
- Analyse transcendante. Notes sur quelques points d'analyse, *Annales de Gergonne* , Decembre 1830, vol. XXI, pp.182-184.
- Analyse d'un Mémoire sur la résolution algébrique des équations. *Bulletin de Férussac* Avril 1830, tome 13, pp.271-272;
- Note sur la résolution des équations numériques. *Bulletin de Férussac* Juin 1830, tome 13, pp.413-414;
- Sur la théorie des nombres. *Bulletin de Férussac* Juin 1830, tome 13, pp.428-435.

A história de Galois está ligada à história de publicações científicas na França, pois seus trabalhos foram publicados em revistas que têm, em si, uma história característica da emergência das publicações científicas especializadas. As duas revistas em que suas cinco notas científicas, totalizando 18 páginas, foram publicadas são os periódicos conhecidos como *Annales de Gergonne* e *Bulletin de Férussac.*

A publicação Oeuvres mathématiques d'Évariste Galois, *Journal de mathématiques pures et appliquées*, tome 11, 1846, pp.381-444 (há uma edição em *fac-simile* de 1989) tomou o caráter de obras completas.

Como foi dito acima, dois anos depois dessa publicação, uma nova revolução assolou a França e houve uma mudança no cenário político. Galois, o jovem idealista político e brilhante matemático, é totalmente ignorado na história política da França.

Uma observação interessante é que a viagem de Joaquim Gomes de Souza, o "Souzinha", à França, patrocinada pelo Imperador Dom Pedro II, de Orléans e Bragança, envolve interessantes reflexões de natureza política, inclusive nas suas relações com Cauchy e com Liouville.[13]

A IMPORTÂNCIA DA OBRA MATEMÁTICA DE GALOIS

A obra matemática de Évariste Galois consta de apenas cerca de 60 páginas e introduz um novo enfoque sobre a resolução de equações. Galois provocou uma verdadeira revolução conceitual, que deu origem à emergência de uma nova Álgebra.

Para estudar uma equação, ele criou uma classe de objetos matemáticos de natureza completamente diferentes associados a essa equação, que são as permutações de suas raízes, a qual chamou de GRUPO, e conseguiu obter informações qualitativas sobre a equação, tais como o caráter das raízes e a solvabilidade por radicais.

A ideia de grupo é um bom exemplo de *ésprit du temps*. Na primeira metade do século XIX, começam a ser focalizadas, de maneiras distintas, em várias áreas da matemática, a ideia de leis de composição. O germe dessa ideia já se nota na teoria de vetores, conhecida na mecânica como composição de forças. Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) usa, nos seus estudos sobre resolução de equações de grau superior, uma técinca que ele chama cálculo de combinações ou substituições. A idéia é usada por Paolo Ruffini (1765-1822), por Cauchy e por Niels Henrik Abel (1802-1829). Também a representação geométrica dos números complexos, de Carl Friedrich Gauss (1777-1855) se desdobra na teoria dos quaterniões de William Rowan Hamilton (1805-1865) e é levada a um importante nível de abstração por Arthur Cayley (1821-1895). Atribui-se a este a primeira definição abstrata de grupo finito, a partir de um conjunto de símbolos e uma lei de composição entre eles, satisfazendo certas propriedades. Todas essas ideias têm motivações diferentes e são, de certa forma, independentes. Uma teoria geral de grupos, contemplando

[13] Ver detalhes em Ubiratan D'Ambrosio: *Uma História Concisa da Matemática no Brasil*, Petrópolis: Editora Vozes, 2009.

finitos e infinitos e incorporando, como exemplos, as diversas formulações anteriores começa a ganhar corpo no final do século XIX, dando origem a uma das teorias centrais da matemática e de suas aplicações a diversas ciências.

Como diz Bourbaki, o próprio conceito de Álgebra foi sendo modificado.

> Após 1850, se os tratados de Álgebra ainda reconhecem por muito tempo a preeminência da teoria das equações, novas pesquisas não são mais dominadas pela preocupação de aplicações imediatas à resolução de equações numéricas, e se orientam mais e mais em direção ao que hoje consideramos o problema essencial da Álgebra, que é o estudo das estruturas algébricas por elas mesmas [como um objetivo em si].[14]

A originalidade de Galois foi fazer uma abstração pura. Considera um conjunto de objetos, não faz referência à natureza dos mesmos, e define uma lei de composição. Como dito acima, a ideia foi retomada por Cayley em 1854, e ele faz menção ao trabalho de Galois.

No que se refere à resolução de equações, o trabalho de Galois foi pouco acessível. A dificuldade de sua leitura desencorajava. O primeiro grande reconhecimento foi de Enrico Betti (1823-1892), que em 1851 publicou o primeiro de uma série de três artigos.

A dificuldade dos seus argumentos colocaram seus trabalhos numa forma de "ostracismo" e outras teorizações e aplicações sobre grupos foram ganhando espaço.

Não obstante, na *Note historique* do livro sobre *Structures Algébriques,* Bourbaki afirma claramente que é "Évariste Galois que deve ser considerado o verdadeiro iniciador da teoria [dos grupos]."[15]

---

[14] N. Bourbaki: *Éléments de Mathématque, Lês Structures Fondamentales de l'Analyse, Livre II, Algégre, chapitre I, Structures Algébriques*, Paris: Hermann & Cie, éditeurs, 1951; p.155.

[15] N. Bourbaki: *op. cit.* p.154.

Essa citação de Bourbaki nos leva a uma reflexão sobre historiografia e sobre a dificuldade da afirmação de prioridade de uma ideia. No mesmo tom de Bourbaki, embora sem o mesmo reconhecimento acadêmico, a historiadora Josephine E. Burns diz:

> Devido aos importantes teoremas provados por Cauchy, devido à separação que ele fez da teoria das substituições e da teoria das equações, e devido à importância que ele deu à própria teoria, ele merece o crédito de ser o fundador da teoria dos grupos.[16]

CONCLUSÃO

Ser fundador ou não da teoria dos grupos é menos importante que a postura integral de Évariste Galois, que nos deixou importantes lições sobre:

- <u>criatividade</u> em matemática, introduzindo conceitos novos no estudo de problemas velhos;
- <u>coragem</u>, ao denunciar uma <u>educação inidônea</u>;
- inconformismo com o *status quo* da sociedade, radicalizando seu comportamento para forçar a mudança de uma ordem social discricionária.

Seu pensar e seu agir, tanto em matemática quanto na sua percepção de responsabilidade cidadã, foram coerentes com seu inconformismo.

Assim vejo as lições deixadas por Évariste Galois.

[16] Josephine E. Burns: The Foundation Period in the History of Group Theory, *American Mathematical Monthly*, vol.20, 1913, pp.141-148; p.148.

OS ELEMENTOS DE EUCLIDES EM PORTUGUÊS, COM E SEM A INTERVENÇÃO DE THEON DE ALEXANDRIA

IRINEU BICUDO

Instituto de Geociências e Ciências Exatas
UNESP
Rio Claro, SP

ibicudo@rc.unesp.br

Comecemos com as *dramatis personae* desta nossa conversa informal:

EUCLIDES DE ALEXANDRIA

THEON DE ALEXANDRIA

FEDERICO COMMANDINO

ROBERT SIMSON

GIOVANNI ANGELO BRUNELLI

FRANCOIS PEYRARD

JOHAN LUDVIG HEIBERG

EUCLIDES, a nossa personagem principal, dispensa maiores comentários.

THEON DE ALEXANDRIA, um erudito do final do século IV A.D., pai de HIPATIA, a primeira mulher a tirar da alma os bocados precisos- nem mais nem menos- para com eles juntar os cubos ajustados que lhe compuseram a gravura certa na História da Matemática, e editor dos *Elementos*. Sucede que THEON tinha a sua veleidade didática, não se limitando, por esse motivo, ao texto conciso da obra de Euclides.

Modificou-lhe, por vezes, o modo de expressão, juntou-lhe explicações, alterou-lhe, quando julgou apropriado, demonstrações, acrescentando novos casos e corrigiu-lhe supostos erros. Em sumo, fez dos *Elementos* um trabalho tanto de EUCLIDES quanto seu. Eis o julgamento que os séculos lhe reservaram pela pena do notável helenista THOMAS L. HEATH:

> ...enquanto somente fazia adições sem importância ao conteúdo dos *Elementos,* procurou remover dificuldades que pudessem ser sentidas pelos aprendizes ao estudarem o livro, como um editor moderno deva fazer na edição de um manual clássico para uso nas escolas; e, não há dúvida de que a sua edição foi aprovada pelos seus alunos em Alexandria, para quem foi escrita, bem como por gregos posteriores que a usaram quase que exclusivamente...

FEDERICO COMMANDINO, nasceu em Urbino, Itália, em 1506, e morreu nessa mesma cidade, em 5 de setembro de 1575. Estudou latim e grego em Fano, sob a orientação do humanista G. TORELLI. A família ORSINI, uma das mais importantes de Roma, em virtude da situação política então reinante, abandonou aquela cidade, buscando segurança em Urbino. Ali, COMMANDINO serviu de tutor em matemática para um dos seus filhos. Devido a influencia do seu empregador, foi designado, em junho de 1534, secretário particular do PAPA CLEMENTE VII. Com a morte deste, em 25 de setembro de 1534, COMMANDINO retomou os seus estudos, primeiro em Pádua, depois em Ferrara, de cuja Universidade recebeu o seu grau em medicina. No entanto, ser um conselheiro médico nunca o seduziu, dado o seu grande amor pela matemática. Possuidor de um grande cabedal linguístico e de um bom conhecimento matemático, foi um dos responsáveis pelo ressurgimento da geometria, em parte graças às suas traduções dos grandes matemáticos gregos para o latim. A sua tradução, com comentários dos *Elementos* reinou absoluta até o século XIX.

ROBERT SIMSON, nasceu em West Kilbride, Escócia, e faleceu em outubro de 1768. Foi educado na Universidade de Glasgow e graduou-se M.A. Prosseguiu os seus estudos em Londres, por um ano, e, regressando a Escócia, foi apontado professor de matemática da Universidade de Glasgow. Em 1756 apareceu, tanto em latim como em inglês, a primeira edição dos seus *Elementos* de Euclides, contendo os seis primeiros livros, o décimo primeiro e o décimo segundo. Na segunda edição dessa obra, datada de 1762, anexou-se uma tradução dos *Data* de Euclides. Esse trabalho, com as suas Notas, também permaneceu, por longo tempo, o texto padrão em inglês.

GIOVANNI ANGELO BRUNELLI, havia, entre os livros matemáticos da monarquia, os *Elementos de Geometria Plana e Solida segundo a ordem de Euclides* do PADRE MANUEL DE CAMPOS, impresso em 1735 na Oficina Rita Cassiana, Lisboa, (o cônego da Inconfidência Mineira, LUIS VIEIRA DA SILVA possuía um exemplar dessa obra), o *Compêndio dos Elementos de Matemática necessários para estudo das ciências naturais e belas letras* do PADRE INÁCIO MONTEIRO, Real Colégio das Artes, Coimbra, 1754-1756. Quando o CONDE LIPPE foi feito, pelo MARQUÊS DE POMBAL, chefe supremo do exército português, criou aulas nos regimes militares, e um alvará de julho de 1763 dava por certo quais livros deveriam ser utilizados, incorrendo em pena de expulsão todo aquele que fizesse uso de outros compêndios. A bibliografia era essencialmente francesa, o que conduziu a um período de tradução de tais manuais. Mas, em 1768, na oficina de Miguel Manescal da Costa, Lisboa, o italiano GIOVANNI ANGELO BRUNELLI, lente de Aritmética e Geometria da Academia Real da Marinha tem publicada a sua tradução dos *Elementos* de Euclides, feita a partir da versão latina de COMMANDINO, que traz o seguinte título:

EUCLIDES
Elementos de Geometria

Dos seis primeiros livros do undécimo e do duodécimo da versão latina de

FREDERICO COMMANDINO

Adicionados e Ilustrados por
ROBERTO SIMSON
Professor de Matemática na Academia de Glasgow.

Essa é uma das duas únicas traduções portuguesas a que se refere o titulo desta palestra.

O padre FRANCOIS PEYRARD (1760-1822), por ocasião do que culminou com a sua edição trilíngue dos *Elementos*, descobriu, em 1808, um manuscrito da obra do Alexandrino, pertencente à biblioteca do Vaticano, não proveniente da recensão de THEON. Esse manuscrito, conhecido como P, em sua homenagem, serviu como base da edição crítica moderna dos *Elementos*.

JOHAN LUDVIG HEIBERG (27 de novembro de 1854-4 de janeiro de 1928) foi um filólogo e historiador dinamarquês, descobridor do trabalho conhecido como o *Método de Arquimedes*, que estivera, até então, perdido, e editor para a famosa coleção *Biblioteca Scriptorum Graecorum et Romanorum Teubneriana* das edições críticas dos matemáticos gregos da época áurea, em particular de toda a obra subsistente de Euclides.

Estando, assim introduzidas as nossas *personae*, prossigamos.

Editar um texto antigo supõe encontrar-lhe os manuscritos conservados, recensear-lhe as variantes, estabelecer-lhe uma genealogia para detectar-lhe as filiações entre as cópias, tratando de aproximar-se, tanto quanto possível, do autógrafo original. Afora os manuscritos que trazem uma versão do texto que se quer editar, ou uma parte dele, e mesmo papiros antigos, quando existam – esse conjunto é chamado a *tradição direta*, o filólogo recorre a outros textos: as citações por outros autores, os comentários antigos, em existindo, as traduções antigas, tudo o que gira em torno do texto, sem ser o próprio, e que é habitualmente denominado a *tradição indireta*.

Às vezes, esta última permite obter informações relativas a um período mais antigo do que o contemplado pela tradição direta, inteiramente determinada por uma reedição da Antiguidade Tardia. Mas o que se deve pensar, quando as traduções sugerem um estado do texto sensivelmente diferente daquele que a tradição direta dos manuscritos nos dá a conhecer, além disso, submetida às eventualidades da transmissão por cópias sucessivas?

Os *Elementos* de Euclides são, incontestavelmente, o texto matemático grego antigo que tem a mais rica tradição indireta, com a qual está fortemente relacionado o seu bom sucesso por um período bem longo, que vai da Antiguidade Tardia ao final do século XVI A.D., e que se mostra nas diferentes línguas das culturas antigas e medievais: grego, latim, árabe, siríaco, persa, armênio, hebreu,... .

Assim, os *Elementos* fazem parte dos primeiros textos matemáticos traduzidos ao árabe, no começo do século IX; depois, a partir da metade do século XII, do árabe ao latim, e, no século XVI, diretamente do grego ao latim.

Então, quando Heiberg empreende, no final dos anos 1880, a sua edição critica do texto grego que, ainda hoje é a oficial, impunha-se a questão de delimitar precisamente a extensão da tradição indireta a ser levada em conta.

Do exposto, podemos distinguir na transmissão dos *Elementos,* na Idade Média e no Renascimento, duas vertentes: a árabe-latina e a greco-latina.

A TRANSMISSÃO ÁRABE-LATINA

(A) AL-HAJJA, ISHAQ, THABIT

No seu *Muqaddimah* (*Introdução à História*), o político, jurista, historiador e erudito Ibn Khaldun (1332-1406) relata que o conhecimento dos gregos chamou a atenção dos árabes quando estes tomaram a Síria do Império Romano do Oriente. Por isso, as primeiras cópias do texto grego dos *Elementos,* supõem-se, tenham chegado ao mundo islâmico durante o século VIII, quando o califa al-Mansur (754-775 A.D.) obteve um exemplar, como resultado de uma missão à corte bizantina, e uma segunda cópia, proveniente de uma nova missão diplomática a Bizâncio, no califado de al-Ma'mum (813-833 A.D.).

Al-Hajjaj Bin Yusuf bin Matar, como exposto por Ibn al-Nadim n seu Fihrist, traduziu os *Elementos* para o árabe de uma fonte pré-teonina (talvez do manuscrito obtido por al-Mansur), sob os auspicio do califa Harun al-Rashid (786-809 A.D.). Desse primeiro Euclides, nenhuma cópia sobreviveu.

Al-Hajjaj traduziu o texto de novo, durante o califado de al-Ma'mum, uma condensação da primeira tradução. Até bem recentemente, cria-se que tal versão compacta fosse a edição de Euclides incorporada por al-Nayrizi ao seu comentário à obra do alexandrino. Essa opinião, no entanto, não encontra mais adeptos.

Um fragmento do Livro II, dessa segunda versão, sobrevive no manuscrito B.N. Persa 169, em paris.

Na verdade, e' uma questão ainda não resolvida se al-hajjaj traduziu diretamente do grego ou de uma versão siríaca intermediária.

Como essa tradução era livre, destinada principalmente a ser um manual escolar, uma outra tradução mais literal foi feita por Ishaq Bin Husain (?-910 A.D.), de uma fonte theonina. Desse trabalho não há manuscrito sobrevivente.

Ainda durante a vida de Ishaq, e com a sua cooperação, foi feita, pelo matemático Thabit ibn Qurrah (836-901 A.D.), uma revisão daquela tradução. Dessa edição Ishaq-Thabit sobrevivem dezenove manuscritos, o mais antigo dos quais data de 954 A.D.

(B) AL-NAYRIZI

Durante o reinado do califa al-Mutadid (892-902 A.D.), o geômetra e astrônomo persa Abu'l Abbas al-Fadl ibn hatin al-Nayrizi escreveu um Comentário ao texto de Euclides, como traduzido por al-Hajjaj, que, à maneira do oriente, significa copiar Euclides, com adições editoriais, sempre combinando, com seu, o Comentário de Simplício, com porções do de Herão.

O Comentário de al-Nayrizi é o trabalho em que se pensou, por muito tempo, estar preservada, ainda que em forma editada, uma grande parte da versão de al-Hajjaj. Somente dois manuscritos do Comentário sobreviveram: o Codex Leidensis 399.1 e o MS. Qom 6526, recentemente descoberto (anunciado por Sonja Brentjes em 1992).

O Codex Leidensis foi editado, até o final do Livro IV, pelos dinamarqueses Rasmus Olsen Besthorn e Johan Ludvig Heiberg em frações, publicadas respectivamente nos anos 1893, 1897, 1900, 1905 e 1910. Esse Codex contém até o começo do Livro VII. Na nota introdutória à porção aparecida em 1897, Besthorn acusa a dificuldade de conseguir imprimir o árabe pela demora da publicação. Ficou ao seu cargo a revisão do texto arábico, anotado com grande quantidade de notas de rodapé. A tradução latina que o acompanha é de autoria de ambos os editores, mas o conjunto de notas adicionado a ela é da pena de heiberg. As notas de Besthorn serviam aos arabistas, enquanto as de Heiberg lidavam com a tradição grega.

A edição do manuscrito foi completada em 1932 por Tomson (os Livros V, VI e o começo do VII, em que o manuscrito termina), que produziu ainda uma tradução inglesa desses livros, a partir da qual Raeder compôs uma tradução latina e Junge reviu o texto visando à sua correção matemática.

(C) ADELARDO DE BATH

Poucos fenômenos moldaram a cultura de Europa Ocidental tão significantemente quanto a redescoberta dos estudos antigos durante o Renascimento. Como aponta Jacob Burckhart no seu belíssimo livro *A Civilização do Renascimento Italiano* (Editorial Presença, Lisboa, 1983), "embora a essência dos fenômenos [aspectos culturais do Renascimento] pudesse ter sido a mesma sem o reflorescimento clássico, foi somente com e através desse reflorescimento que se tornaram manifestos para nós." Como o treinamento ideal para o cidadão ideal da nova era, o sistema de educação humanística substituiu o currículo medieval que equipara os indivíduos com habilidades complexas, apropriadas a tarefas especializadas, mas que era baseado na mensagem autoritária de uns poucos textos selecionados.

No entanto, a cultura da antiguidade não morrera na Europa durante a idade Média. O reflorescimento da antiguidade clássica, promovido por Carlos Magno no século IX, era já uma forma de Renascimento. Apesar da difusão crescente das línguas vernáculas, o latim manteve o seu papel de língua da igreja, da lei, dos negócios internacionais, da ciência e do conhecimento por toda a idade Média.

Assim, a questão da tradução latina dos *Elementos* de Euclides naquela época pode ser decomposta em duas sub-questões:

i) Inquire-se o quanto restou de qualquer tradução do grego até o século XII inclusive;

ii) Procura-se achar o número e a completude das traduções feitas a partir do árabe.

A primeira foi tratada com relativo BM sucesso por Friedlein, Heiberg, Bubnov, Tannery e outros, embora tivessem sido incapazes de mostrar que uma tradução completa tenha sido feita, diretamente do grego, por Boécio ou algum outro estudioso. Há evidência de fragmentos de, pelo menos, QUATRO traduções antigas ou do inicio da idade Média nessa tradição greco-latina.

1) Um fragmento de Censorinus, presumivelmente do século III A.D., contendo definições, postulados e axiomas do Livro I. Começa com "Nota est cuius pars nulla est..." (Convém lembrarmos que *nota, notae* é derivada do verbo nosco, - ere, novi, notum, significa "marca, sinal" – nota alias significat signum – e traduz perfeitamente o termo grego σημει ον.
2) Um palimpsesto de Verona contendo fragmentos de uma outra tradução do grego, do século IV, com partes dos Livros XII e XIII.
3) Boécio (470?-524) fez algum tipo de tradução de que, aparentemente, só subsistem excertos dos cinco primeiros livros. Várias partes desses excertos foram preservadas por Cassiodorus, pelos *gramatici veteres*, e por editores anônimos das versões de cinco livros e de dois livros da Geometria Pseudo-Boeciana. Somente três demonstrações (das Proposições 1-3 do Livro I) sobreviveram.

Em 1970, Menso Folkerts (Boethius' Goemetrie II: Ein mathematisches Lehrbuch des Mittelalters) conseguiu reconstruir o que sobrou da tradução de Boécio. E Folkerts concluiu que:

(i) Boécio, de fato, traduziu os *Elementos*;
(ii) Não há como determinar a completude da sua tradução;
(iii) A tradução contém, pelo menos, definições, postulados e axiomas dos cinco primeiros livros, boa parte dos enunciados dos livros I-IV;
(iv) As demonstrações das Proposições I. 1-3.

4) Finalmente, um fragmento de uma tradução inteiramente diferente, contida no MS 20752, do século X, da Biblioteca da universidade de Munique.

Como consequência daquele reflorescimento da antiguidade clássica iniciado por Carlos Magno, o acesso à obra da sabedoria grega chegou à Europa Ocidental por intermédio das suas traduções árabes, que passaram a ser vertidas ao latim já em princípios do século XII.

Os mais antigos tradutores e editores de Euclides nessa tradição árabe-latina, a saber, Adelardo de Bath, Hermann de Carinthia, Robert de Chester e Gerardo de Cremona aprenderam árabe na Síria ou na Espanha.

Entre os principais tradutores e filósofos naturais ingleses, Adelardo de Bath (fl.1116-1142) foi o que fez a primeira conversão completa dos *Elementos* do árabe ao latim. Do pouco que é conhecido da sua vida, sobressai que viajou muito: à França, tendo estudado em Tour, Salerno, Sicília, Séria e possivelmente Jerusalém. É também provável que tenha passado algum tempo na Espanha.

Marshall Claget pesquisou uma lista impressiva de manuscritos adelardianos e mostrou que, entre os manuscritos euclidianos atribuídos a Adelardo ou, com alguma probabilidade, escritos por ele, existem três versões, que denominou, respectivamente, Adelardo I, Adelardo II e Adelardo III. Edições críticas das duas primeiras foram publicadas por H.L.L. Busard, em 1983, e por ele e Menso Folkerts, em 1992, uma e a outra. Busard é, certamente, a maior figura na elaboração das edições críticas das principais versões de Euclides nessa vertente árabe-latina.

O próprio Adelardo, em uma obra sobre o astrolábio, declara ter traduzido os *Elementos* do árabe para o latim ("Et omnium quidem supradictorum simpliciter expositorum si quis rationem postulaverit, intelligat eam apud Euclidem a quindecim libris artis geometricae quos ex arabico in latinum convertimus sermonem esse conniciendam". "e, certamente, das coisas todas apresentadas pra e simplesmente acima, se alguém postule/peça a razão, conheça-a em Euclides nos quinze livros de geometria que vertemos do árabe na língua latina (para serem discutidos)").

A Versão I feita por Adelardo é, de fato, uma tradição bem próxima do texto árabe, incluindo ainda os livros não euclidianos XIV e XV. É a primeira tradução completa dos *Elementos* em latim.

As Versões II e III são, respectivamente, uma condensação ou uma compilação e uma paráfrase. Na preparação da tradução da Versão I, Adelardo usou, possivelmente, alguma forma do chamado texto árabe de al-Hajjaj. Não se pode datar essa tradução com segurança.

A Versão II é quase completamente diferente da I, que foi feita por Adelardo, segundo a opinião de Claget, vem do fato de que a maioria dos muitos manuscritos dela atribui-la a ele. Essa era a mais popular das três versões, o que se vê pelo considerável número dos seus manuscritos sobreviventes (cinquenta e nove) e também pelo uso amplo feito por estudiosos dos séculos XIII e XIV, inclusive por Campanus, dos seus enunciados, ao comentarem o trabalho de Euclides e ao reelaborarem as demonstrações com os seus próprios estilo e linguagem. Busard e Folkerts, que editaram tal Versão atribuem-na, no entanto, não a Adelardo, mas a Robert de Chester.

A terceira Versão atribuída a Adelardo constitui uma paráfrase ou uma edição em que os enunciados das proposições foram tomados de empréstimo à Versão II, mas em que as demonstrações são dadas de um modo completo, específico e formal, não diferente da Versão I. Entretanto, as letras específicas usadas nas demonstrações, de uma e da outra, são diferentes, e cada parte da demonstração é rotulada com o seu próprio nome: dipositio, probatio, ... Além disso, a Versão III contém uma Introdução, em parte derivada de fonte árabe, em parte, de fontes latinas.

Da sua análise dessa Versão III, Claget afirma ser "bem evidente que as definições de Proclus acompanhavam os textos árabes de Euclides".

OUTRAS TRADUÇÕES DOS *ELEMENTOS* A PARTIR DO ÁRABE

I – A TRADUÇÃO DE HERMANN DE CARINTHIA

Além da tradução exata dos *Elementos* feita por Adelardo de Bath, conforme a Versão I, há, pelo menos, duas outras e talvez mais feitas do árabe.

A primeira delas é a que está no manuscrito de Paris, BN Latim 16646, legado em 1271 a Sorbonne por Gerard d'Abbeville, arcebispo da igreja em Amiens. A. Birkenmajer sugeriu, em 1922, que esse manuscrito seria idêntico ao item 37 da Biblionomia composta, por volta de 1246, por Richard de Fournival em Amien, um catálogo de títulos básicos de gramática, filosofia, literatura e ciências em geral, servindo como inventário de uma biblioteca semi-pública para a educação da juventude de Amiens. Esse item tem por título: "37. Euclidis geometria, arismetrica et stereometria ex commentario Hermanni secundi, in uno volumine cuius signum est littera D".

"Hermannus secundus" era o famosa tradutor Hermann de Carinthia. A tradução de Hermann parece ter sido feita do mesmo texto básico que serviu à Versão I, possivelmente aquele de al-Hajjaj. Dessa tradução restam somente doze livros (Livros I-XII).

II – A TRADUÇÃO DE GERARDO DE CREMONA

É sabido, há algum tempo, que Gerardo de Cremona fizera uma tradução dos *Elementos* de Euclides, pois somos assim informados pela sua *Vita*. Mas foi somente quando Björnbo descobriu, em 1901, um manuscrito – Vaticano (Reg. Lat. 1268), contendo os Livros X-XV, em uma tradução diferindo de qualquer uma das versões conhecidas por ele, que o primeiro vestígio sobrevivente da tradução de Gerardo seria encontrado. A.A. Björnbo descreveu a sua descoberta de tal MS. no Abhandungen zur Gesch. Der math. Wissenschaften, 14 (1902), pp.138-142. Posteriormente, em 1904, encontrou outras cópias completas da tradução em MSS, em paris, Boulouge e Bruges, e alguns fragmentos em Oxford.

Embora nenhum dos manuscritos leve o nome de Gerardo, Björnbo demonstra, com base no vocabulário característico da tradução, como exibido em outras traduções de Gerardo, que essa versão dos *Elementos* lhe deva ser atribuída. É de supor-se que Gerardo tenha feito a sua versão do texto chamado de Ishak ibn Hunain-Thabit ibn Qurra, em vez da de al-Hajjaj. Que o texto de Gerardo e' muito mais próximo da melhor tradição grega do que os de Adelardo e de Hermann é bem evidente. No Livro I, o de Gerardo contém 48 proposições e não apenas 47. Em proposições específicas, como II-14, substituiu uma tradição assaz melhor do que o texto usado por Adelardo. Além disso, o seu texto contém a introdução de Hypsikles ao Livro XIV, mas fica claro do texto que somente os Livros I-XIII são de Euclides.

A TRANSMISSÃO GRECO-ROMANA

A partir de 1533, começam as edições do texto grego propriamente. A primeira, dessa data, feita por Simon Grynaeus, sênior, menciona explicitamente, no título, "εφκ τω ν̄ Θεϖωνο∀ σινουσιω ν̄" (das preleções de Theon).

Outras edições, contendo o todo ou partes da obra, apareceram em 1536, 1545, 1549, 1550, 1557, 1564, 1620, 1703. A essas todas excede, sendo, até então, a mais importante, a de 1814-1818, publicada em Paris, em três volumes, pelo padre Peyrard, contendo o texto grego e traduções latina e francesa. O padre Peyrard foi o descobridor do MS-Vaticano Gr. 190, também conhecido por P em sua homenagem, e que serviu de manuscrito de comparação para a edição crítica hoje dominante, levada a cabo por Johan Ludvig Heiberg, a partir de 1888.

Outras edições vieram à luz em 1824-1825, 1825 e 1826-1829.

Tais edições e o ideal renascentista de acesso ao conhecimento da antiguidade clássica têm como consequência as traduções e os comentários latinos da obra de Euclides, a partir do texto grego diretamente. Dessas traduções, destaca-se, sobretudo a de Federico Commandino, de 1572, tendo-se constituído o fundamento da maior parte das traduções que lhe foram posteriores, até época de Peyrard, incluindo a de Simson e, portanto, daquelas edições numerosas na Inglaterra que davam Euclides "principalmente segundo o texto de Simson". A primeira edição (latina) de Simson, de 1756, tem na página de título "ex versione Latina Federici Commandini".

Commandino não apenas seguiu o original grego mais de perto do que os seus predecessores, mas adicionou à sua tradução scholia antigos e as suas próprias notas.

Como mencionado, em 1756, surge a primeira tradução de Simson, em latim e em inglês dos seis primeiros Livros, do undécimo e do duodécimo dos *Elementos.*

Eis um extrato do Prefácio da edição de Simson:

> As opiniões dos modernos concernentes ao autor dos *Elementos de Geometria,* que leva o nome de Euclides, são mito diferentes, e contrárias entre si. Petrus Ramus atribui as proposições, bem como as demonstrações, a Theon; outros pensam serem as Proposições de Euclides, mas que as Demonstrações são de Theon; e outros mantêm que todas as Proposições e as suas Demonstrações são do próprio Euclides. John Buteo e Sir Henry Savile são os autores de maior importância a afirmarem essa última, e a maior parte dos geômetras tem sido dessa opinião, pois acham-na a mais provável. Sir Henry Savile, depois de vários argumentos em prova dela, tira esta conclusão (Página 13, Praelect.): "Que, exceto umas poucas interpolações, explicações e adições, Theon nada alterou em Euclides". Mas, considerando frequentemente e comparando as Definições e Demonstrações como estão nas edições gregas que agora temos, achei que Theon, ou quem quer que fosse o editor do presente texto grego, pela adição de algumas coisas, pela supressão de outras, e pela mistura das suas próprias Demonstrações com as de Euclides, mudaram mais coisas para pior do que é comumente suposto, e essas não de pouca importância, especialmente no quinto e no décimo primeiro Livros dos *Elementos*, que aquele editor viciou grandemente.

A respeito de tais considerações de Simson, Heath comenta: "É bem conhecido que o título da edição de Euclides feita por Simson (primeiro em latim e em inglês em 1756) afirma que nela "os erros, pelos quais Theon, ou outros, têm, por longo tempo, viciados esses livros, são corrigidos, e algumas das demonstrações de Euclides, restauradas"; e os leitores das notas de Simson estão familiarizados com as frases usadas, onde alguma coisa no texto não lhe pareça satisfatória, porque a demonstração foi estragada, ou coisas foram interpoladas ou omitidas por Theon, "ou algum outro editor incapaz". Ora, a maioria dos manuscritos do texto grego prova, pelos seus títulos, proceder da edição dos *Elementos* feita por Theon; pretendem ser ou "da edição de Theon (εφκ τη ∀ Θεϖωνο∀ εφκδοϖσεω∀)ou "das preleções de Theon" (αφπο; συνουσιω ν του Θεϖωνο∀)."

Ambas as edições latina e inglesa, respectivamente a de Commandino e a de Simson, servem de base para a tradução portuguesa, preparada em 1768 por G.A. Brunelli, ao passo que a edição crítica do texto grego de Heiberg-Stamatis foi a usada para a tradução publicada pela Editora da UNESP. Já reside ai, a primeira diferença.

AS TRADUÇÕES PORTUGUESAS DOS *ELEMENTOS*

Como já dito, a tradução de 1768 traz, na página do título o seguinte: EUCLIDES / *Elementos de Geometria* / dos seis primeiros livros do undécimo e duodécimo da versão latina de FREDERICO COMMANDINO / Adicionados e Ilustrados por ROBERTO SIMSON /Professor de matemática na Academia de Glasgow.

Como ao término do texto há algumas notas retiradas da obra de Simson, pode-se ficar com a impressão de que a tradução tenha sido feito diretamente do latim e de a menção a Simson dizer respeito somente às notas, o que não é verdade. A tradução teve como fonte o texto inglês de Simpson. Por exemplo, a Definição 9 do Livro I:

> ο{ταν δε; αιϑ περιεϖχουσαι τη; ν γωνιϖαν γραμμαι; ευφθει αι ω∴σιν, ευφθυϖγραμμο∀ καλει ται ηϑ γωνιϖα.

<u>2009</u>: "E quando as linhas que contêm o ângulo sejam retas, o ângulo é chamado retilíneo".

<u>Commandino</u>: "Quando autem quae angulum continent rectae liniae fuerint, rectilineus angulus appellatur."

<u>Simson</u>: "A plane rectilineal angle is the inclination of two straight lines to one another, which meet together, but are not in the same straight line".

A essa definição segue um N.B. "When several angles are...; as the angle at E".

<u>1768</u>: "Ângulo plano retilíneo é a inclinação recíproca de duas linhas retas, que se encontram e não estão em direitura uma com a outra".

Prossegue traduzindo o N.B.

O desvio de "1768" em relação a Simson dá-se apenas no conjunto das notas suplementares, assim:

<u>Livro I</u>: Simson junta uma nota bem longa sobre as definições de ponto, linha e superfície; pequenas notas às definições VII, VIII, XVII, XXXIII; e notas que dizem respeito às proposições VII, XX-XXII, XXIV, XXIX, XXXV e XLV.

Disso tudo, "1768" contempla apenas as referentes às Proposições XXII e XXIX, com um fato curioso. A Proposição XXIX é a primeira em cuja demonstração o Postulado das Paralelas é usado. A nota de Simson a essa proposição diz: "A proposição que é usualmente chamada o quinto postulado, ou o axioma 11, para alguns o 12, de que esta 29 depende, tem dado muito a fazer, quer para geômetras antigos quer para os modernos; não parece ser apropriadamente colocada entre os axiomas, pois, de fato, não é auto-evidente; mas pode ser demonstrada assim...” e seguem, nessa tentativa, duas novas definições, um axioma, quatro proposições auxiliares e, como uma quinta proposição, o postulado. A edição portuguesa, depois de “visto não ser uma verdade por si evidente”, deixa de lado a tradução da Nota, prosseguindo com “por outra parte, não admite uma demonstração rigorosa. Necessita, porém, de alguma explicação para que fique mais inteligível e isto faremos nós com a maior clareza e facilidade que nos for possível. (...)”

<u>Livro II</u>: Duas Notas de Simson (Proposições XIII-XIV), nenhuma em “1768”.

<u>Livro III:</u> Onze de Simson, uma de “1768”.

<u>Livro IV:</u> Quatro contra nenhuma.

<u>Livro V</u>: (que Simson acusa de ter sido mito viciado por Theon ou outros) 20 contra nenhuma.

<u>Livro VI</u>: 17, algumas muito extensas, contra três.

<u>Livro XI</u>: 30 contra duas.

<u>Livro XII</u>: 10 contra uma.

APROPRIAÇÃO DE PEDRO NUNES POR JOÃO BAPTISTA LAVANHA

ANTÓNIO JOSÉ DUARTE COSTA CANAS

Museu de Marinha
Centro de Investigação Naval — Escola Naval
Centro Interuniversitário de História das Ciências e da Tecnologia

costacanas@gmail.com

Resumo: Pedro Nunes foi o primeiro sábio português a analisar matematicamente os problemas da náutica. Esta sua postura valeu-lhe inúmeras críticas dos homens do mar, mas também de outros letrados. No entanto, as suas propostas foram reproduzidas nos textos de diversos cosmógrafos. Lavanha foi um deles. Redigiu textos com conteúdos essencialmente práticos, destinados aos pilotos. Mas também ensinou, nas aulas da Academia das Matemáticas em Madrid, muitos assuntos que Nunes desenvolveu.

Palavras chave: Pedro Nunes; João Baptista Lavanha; Livros de náutica.

APPROPRIATION OF PEDRO NUNES IDEAS BY JOÃO BAPTISTA LAVANHA

Abstract: Pedro Nunes was the first Portuguese scholar to analyze mathematically the problems of nautical science. This attitude cost him several criticisms of seamen, but also from other scholars. However its proposals were reproduced in the texts of several cosmographers. Lavanha was one of those. He wrote texts with practical subjects, intended for the pilots. But he also taught, in classes at the *Academia das Matemáticas* from Madrid, many issues that were developed by Nunes.

Keywords: Pedro Nunes; João Baptista Lavanha; Nautical books

1. INTRODUÇÃO

A questão é conhecida: **Nunes**, um dos maiores matemáticos do seu tempo, cuja obra suscitou a maior admiração entre os seus pares, **deu um importante contributo para a teoria da arte de navegar**. Mas as suas soluções surgiam aos olhos dos pilotos como processos demasiadamente complicados a quem procurava soluções expeditas para resolver problemas concretos no alto mar; nasceu daí um contencioso que deixou marcas nos escritos da época, com críticas de parte a parte. **Teixeira da Mota terá até chegado à conclusão de que a intervenção do cosmógrafo-mor foi prejudicial para o desenvolvimento da náutica, quer dizer, da náutica prática, a dos pilotos**; e Luís de Albuquerque, não querendo subscrever opinião tão radical, afirmou todavia que Nunes não contribuiu positivamente para essa mesma prática[1].

A transcrição anterior suscitou-nos sempre diversas interrogações. Em primeiro lugar, de que modo a obra de Nunes teve influência directa no modo como eram conduzidos os navios nos séculos xvi e xvii? E no caso de essa influência ser reduzida, porque motivo tal acontecia? Será que estamos na presença de dois campos distintos do saber?

As questões anteriores levaram-nos a tentar entender quais os assuntos que Pedro Nunes abordava nas suas obras e se realmente ele teria contribuído pouco para o desenvolvimento da náutica. Assim, num primeiro momento estabelecemos uma divisão entre dois conceitos: "Ciência Náutica" e "Arte de Navegar", procurando caracterizar cada um deles. Além disso, no sentido de perceber se a obra de Nunes teve realmente influência ou não, apresentaremos diversas críticas que os seus textos sofreram, vindas de vários quadrantes; assim como as influências dos seus estudos em outros autores contemporâneos.

Por outro lado, no âmbito da nossa dissertação de doutoramento, estudámos aquilo que João Baptista Lavanha escreveu e ensinou, em termos de náutica. Na obra deste cosmógrafo encontramos várias situações em que se nota a influência do seu antecessor. No entanto, nota-se também uma diferença na postura entre ambos no que diz respeito ao relacionamento com os homens do mar. Na segunda parte deste estudo procuraremos, por um lado, esclarecer essas diferenças de

---

[1] DOMINGUES, Francisco Contente, *Os navios do mar oceano. Teoria e empíria na arquitectura naval dos séculos XVI e XVII*. Lisboa: Centro de História da Universidade de Lisboa, 2004, p. 83.

atitude entre ambos os cosmógrafos, para em seguida analisarmos as ideias de Nunes que foram aproveitadas por Lavanha.

2. CIÊNCIA NÁUTICA OU ARTE DE NAVEGAR?

Conforme afirmámos na Introdução, começaremos por caracterizar dois conceitos: "Ciência Náutica" e "Arte de Navegar". Normalmente são considerados equivalentes e usados indistintamente para classificar o modo como eram conduzidos os navios. No entanto, existem dois tipos de abordagens distintas aos problemas que se colocam na condução dos navios: por um lado, uma abordagem mais empírica, que é aquela que classificamos como "Arte de Navegar" e por outro, uma abordagem mais científica, ou racional, a "Ciência Náutica".

Tanto quanto se sabe, foi o próprio Pedro Nunes a chamar a atenção para estes dois modos de analisar os problemas náuticos. Logo no seu primeiro texto impresso, de 1537, alerta para essa divisão:

> Satisfiz eu a estas duuidas per palaura ho milhor q pude: e todauia determiney descreuer ho q nisso me pareceo: porq se não perdesse meu trabalho: em cousa que segũdo eu estimo: he a principal parte pera quem deseja saber **como se ha de nauegar per arte e per rezão**[2].

Esta posição de Nunes está bem patente naquela que é a sua obra principal sobre navegação, ou seja, no texto que deu à estampa em 1566. O próprio título: *De arte atque ratione nauigandi*, ou seja "Sobre a arte e a ciência de navegar", reflecte essa dualidade de abordagens.

Com base nesta atitude de Nunes, Henrique Leitão definiu o conceito de "programa noniano":

---

[2] NUNES, Pedro, "Tratado que ho doutor Pedro nunez Cosmographo del Rey nosso senhor fez em defensam da carta de marear", *Obras Tratado da Sphera. Astronomici Introdvctorii de Spaera Epitome*, vol I. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2002, p. 105.

> O "**programa noniano**" de fundamentação do estudo da natureza nas ciências matemáticas, embora apresentado sobretudo na forma de uma **dicotomia Ars/Ratio no estudo da navegação**, consiste efectivamente num alargamento do campo de utilização da matemática, isto é, no estabelecimento *more geometrarum* de disciplinas que até então ainda não haviam subido a esse nível. **Em nenhum momento é esta intenção mais patente do que nas suas investigações acerca da navegação teórica e na sua constante insistência em que há um modo de navegar "per arte", mas também um outro, matemático e mais certo, que é de "navegar per razão"**[3].

A parte final da transcrição anterior aponta já para uma situação de "conflito". Nunes reconhece a existência das duas abordagens diferentes mas toma partido por uma delas: a racional. Não admira, assim, que esta postura tenha sido objecto de crítica, especialmente por parte daqueles que defendiam uma abordagem mais prática da navegação.

2.1. CRÍTICAS A PEDRO NUNES

Defendendo o cosmógrafo-mor uma abordagem racional dos problemas náuticos, não é de admirar que os pilotos se encontrassem entre aqueles que criticavam esta postura, uma vez que a navegação na época era uma tarefa essencialmente empírica. Quem nos dá conta dessa divergência de opiniões é o próprio Nunes:

> **Bem sey quam mal sofrem os pilotos que fale na India quem nunca foy nella: e pratique no mar quem nelle nam entrou**: mas justificam se mal: poys lhes nos sofremos a elles: que cõ sua maa lingoagem e tam barbaros nomes: **falem no Sol / e na Lũa / nas Estrelas / nos seus circulos / mouimentos / e declinações**: como nacem / e como se poem: e a que parte do orizonte estam enclinados: nas alturas e longuras dos lugares do orbe: nos astrolabios: quadrantes: balhestilhas e Relogios: em annos comũs e bisextos: equinocios e solsticios: **nam sabendo nada nisso**: e posto que elles nos digam que ho

---

[3] LEITÃO, Henrique, "Ars e Ratio: A náutica e a constituição da ciência moderna", *La ciencia y el mar: Actas da XII Reunião Internacional de História da Náutica*. Valladolid: [s.n.], 2006, pp. 183-207. A transcrição encontra-se na p. 203.

> nauegar he outra cousa per si: sabemos certo que se aproueitam muito disto: e que se algum delles vem a ter presunçam de saber na esphera: quer logo triunfar dos outros que a nam sabem[4].

Outro grupo de profissionais no qual encontramos críticas às ideias do cosmógrafo-mor é o dos cartógrafos. Embora se trate de homens que por regra não navegavam, produziam uma das ferramentas fundamentais para os navegantes: a carta de navegar. Obviamente que as cartas apenas seriam úteis caso estivessem perfeitamente adaptadas às regras práticas seguidas pelos pilotos. O aparecimento de propostas, mais científicas, de produção de cartas náuticas seria certamente fonte de desagrado por parte dos cartógrafos. É esse o sentido das palavras de Lopo Homem, que seguidamente transcrevemos:

> **O doctor Pero Nũnez mandou fazer um padrão de navegar** sobre y por rezão de effecto e aparencias dos **euclipses do sol e da lua** y se o ofereceo de mostrar al dicho rei de Portugal [D. João iii], por el que do meridiano de Lisboa á India e ao meridiano de Maluco era menos distancia e longitud de graos equinociaes do que se mostrava nas cartas de navegar antigas por onde primeiro soiam de navegar, pelo qual padrão se fazem cartas que em o Almazem do dito Senhor se hão mister para as suas armadas e navegações da India, **que ha cosa mui prejuyzal aos contractos de Maluco, y mays pera favor do direito de Castela**[5].

Mas não eram apenas os práticos que criticavam as ideias de Nunes. Também encontramos reacções da parte de letrados. De um destes nem sequer sabemos o nome. Sabe-se, contudo, que Nunes redigiu um texto, de que se conhece cópia manuscrita, destinado apenas a rebater as opiniões desse bacharel:

> **Ly o tratado que hum Bacharel compos sobre o aRumar do globo a fim segundo por elle vejo de reprehender o que sobriso escreui** na

---

[4] NUNES, Pedro, "Tratado que ho doutor Pedro nunez Cosmographo del Rey nosso senhor fez em defensam da carta de marear", p. 120.

[5] *Apud* CARVALHO, Joaquim de, *Pedro Nunes. Defensão do tratado da rumação do globo para a arte de navegar*. Coimbra: [s.n.], 1952, p. xxv.

> obra que deregi A.V.A.[…] E por que se alarga muito nestes meus emganos, **dizendo que naõ emtendo a carta**, & outras cousas como estas me pareçeo que deuia Responder breuemente defendendo o que escreui…[6]

Outros homens com formação criticaram Pedro Nunes. Entre estes podemos apontar, por exemplo, os cosmógrafos Diogo de Sá ou Manuel Lindo. Outra personagem que o criticou, de uma forma bastante contundente foi Fernão de Oliveira. Trata-se de um indivíduo com uma carreira bastante interessante. Tendo recebido formação religiosa, acabou por escrever sobre assuntos bem variados. Assim, foi autor de um tratado de estratégia, de um tratado de construção naval, é-lhe atribuída a primeira gramática portuguesa, sendo ainda autor de uma História de Portugal. Como se isso não bastasse exerceu ainda funções de piloto. Será provavelmente graças a esta última actividade que vai formar a sua opinião sobre a inadequação das propostas de Pedro Nunes para a prática dos homens do mar. E vai expressar as suas ideias de um modo bastante mordaz:

> Desde o início nos propusemos, com efeito, **a confiar na experiência**, tanto mais que até os maiores filósofos nela se fundamentam, não apenas em assuntos naturais mas sobretudo nos da arte. **A náutica é uma arte, e baseia-se principalmente na experiência, banindo e repudiando, muitas vezes e com razão, fantasias abstractas** (…) Mas os matemáticos pretendem arrogar-se o conhecimento da ciência náutica, que é exercida principalmente na matéria. **E homens que nem sequer podem aguentar os mais leves solavancos do mar, prometem explicá-la**. São realmente temerários, porque desconhecendo a realidade, de modo algum poderão interpretá-la[7].

As suas palavras assumem contornos que hoje poderíamos classificar de ofensivos:

---

[6] *Apud* idem, *ibidem*, p. 1.

[7] *Apud* DOMINGUES, Francisco Contente, *Os navios do mar oceano. Teoria e empíria na arquitectura naval dos séculos XVI e XVII*, p. 83.

> Os matemáticos, por conseguinte, que não viram o mar, **não andaram embarcados nem praticaram a arte de navegação**, terão mau conhecimento dos temas náuticos e podem sustentar pior interpretação deles (…) Não metam foice em seara alheia homens que, encerrados em seus gabinetes **como tartarugas entorpecidas, desconhecem por completo navegações e viagens**[8].

2.2. INFLUÊNCIA DA OBRA DE PEDRO NUNES

Se nos parágrafos anteriores mostrámos várias opiniões críticas em relação ao que Nunes propôs, vamos, em seguida, apresentar casos em que as suas ideias foram "copiadas". Como veremos mais adiante, o próprio Lavanha usou bastante as ideias de Nunes. Mas não foi apenas ele. Por exemplo, o espanhol Garcia de Cespedes aproveita muitas das ideias do cosmógrafo português, e menciona esse facto nos seus textos:

> CAP. XX. **En que se examina lo que dize Pedro Nuñez en su libro de nauegacion, en el cap. 2**.
>
> Prueva Pedro Nuñez, en el cap. 2. del lib. de nauegaciõ, que si huuiere dos pueblos que difieren en latitud, y en diferentes Meridianos, y huuiere otros dos pueblos mas apartados de la Equinocial, que difieran en la misma latitud, que el camino que ay entre los dos pueblos mas apartados de la Equinocial, es mayor que el que ay entre los pueblos mas llegados a la Equinocial[9].

A sua influência nos textos de outros autores também se nota, de um modo bastante significativo em termos gráficos. Seguidamente apresentamos alguns exemplos de imagens de vários autores que copiaram ou adaptaram ideias de Nunes.

---

[8] *Apud* idem, *ibidem*, p. 84.

[9] GARCIA DE CESPEDES, Andres, *Regimiento de navegacion…* Madrid: en casa de Juan de la Cuesta, 1606, fl. 54vs.

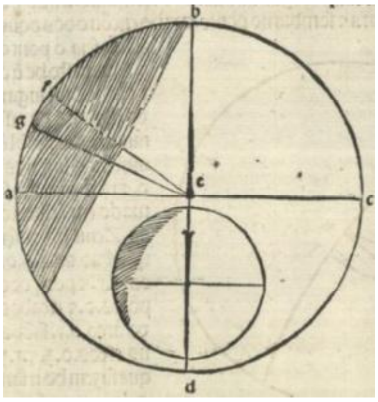


Figura 1: Instrumento de sombras de Pedro Nunes

Figura 2: O mesmo instrumento por Simão de Oliveira, com referência à origem em Nunes

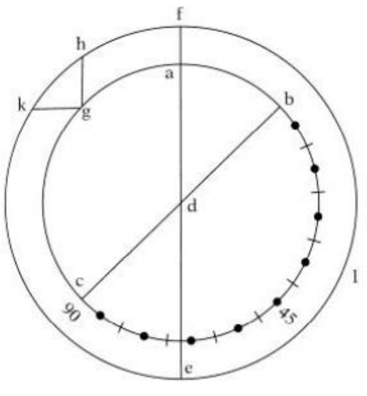


Figura 3: Esquema do anel náutico de Pedro Nunes

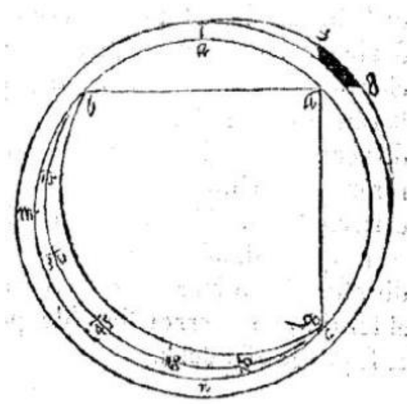


Figura 4: O anel náutico em Garcia de Cespedes

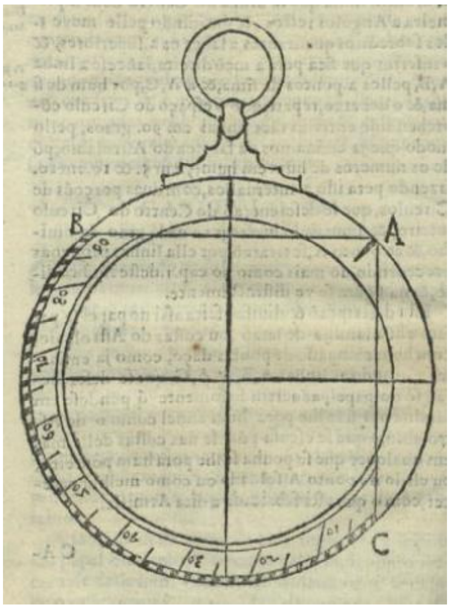


Figura 5: O anel náutico em Simão de Oliveira

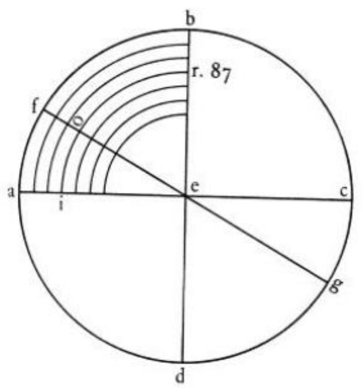


Figura 6: Esquema do nónio, segundo Nunes

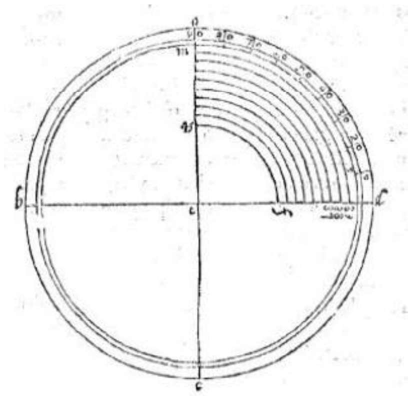


Figura 7: Nónio na obra de Garcia de Cespedes

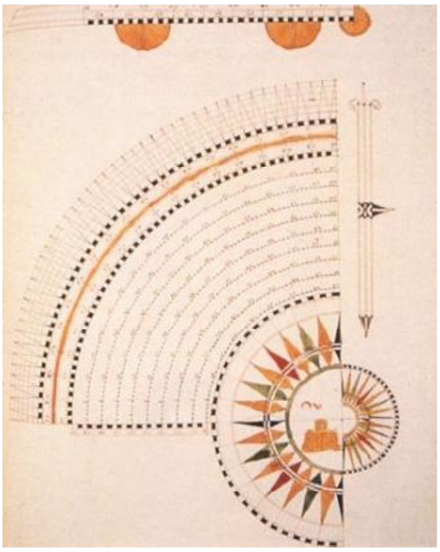


Figura 8: Nónio num instrumento para obter azimutes

Figura 9: Réplica de instrumento com o nónio de Nunes

3 JOÃO BAPTISTA LAVANHA

Quem foi João Baptista Lavanha? Apresentamos aqui uma biografia muito breve. Nascido por volta de 1550, veio a falecer em 1624. Durante a sua vida serviu cinco monarcas portugueses: D. Sebastião, Cardeal D. Henrique, D. Filipe ii, D. Filipe iii e D. Filipe iv[10]. Alguns indícios apontam para o facto de ter sido professor de matemática de D. Sebastião, no entanto, a sua carreira floresceu significativamente durante os reinados dos Filipes.

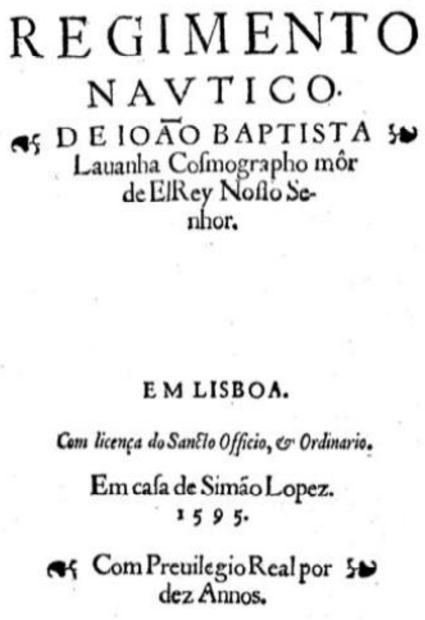
De Lavanha pode-se dizer que se tratava de uma personagem multifacetada. Afirmámos acima que deve ter sido professor de matemática de D. Sebastião. E como professor de matemática notabilizou-se em Madrid. Foi o primeiro professor desta disciplina na Academia de Matemáticas, fundada por iniciativa de Filipe ii por iniciativa do famoso arquitecto Herrera. Deu também aulas particulares da mesma disciplina aos jovens príncipes e outros elementos da corte de Madrid.

Após uma primeira estadia em Madrid, que coincidiu *grosso modo* com a década de oitenta do século xvi voltou a Lisboa. Aqui permaneceu durante cerca de uma década, assumindo o cargo de cosmógrafo-mor. Embora o cargo estivesse ocupado pelo respectivo titular, Tomás da Orta, Lavanha começou logo a desempenhar a função de um modo interino, pois Orta era já bastante idoso. Ainda como interino Lavanha vai assumir um papel bastante activo nessa função. Assim, em 1592 saiu um novo *Regimento do Cosmógrafo-mor*, cuja redacção contou certamente com a influência de Lavanha[11]. E em 1595 publicou o *Regimento Náutico* contendo as matérias essenciais para a condução dos navios no mar.

[10] Para os monarcas portugueses do período da União Ibérica usaremos o respectivo título espanhol, uma vez que é por esse que são mais conhecidos.

[11] Este regimento foi já objecto de estudo por Avelino Teixeira da Mota em "Os Regimentos do cosmógrafo-mor de 1559 e 1592 e as origens do ensino náutico em Portugal". Em: *Memórias da Academia das Ciências de Lisboa*

Regressado a Espanha no final do século, por lá passou o resto da sua vida, mantendo-se sempre mais ou menos próximo da coroa. Tanto quanto se sabe, regressou apenas uma vez a Portugal, acompanhando o monarca, numa visita que este fez ao reino. Apesar disso, manteve sempre a titularidade do cargo de cosmógrafo-mor, existindo um substituto que o representava em Lisboa. Outro dos cargos que exerceu a partir de Espanha foi o de engenheiro-mor do reino de Portugal.


REGIMENTO
NAVTICO.
DE IOÃO BAPTISTA
Lauanha Cosmographo môr
de ElRey Nosso Senhor.

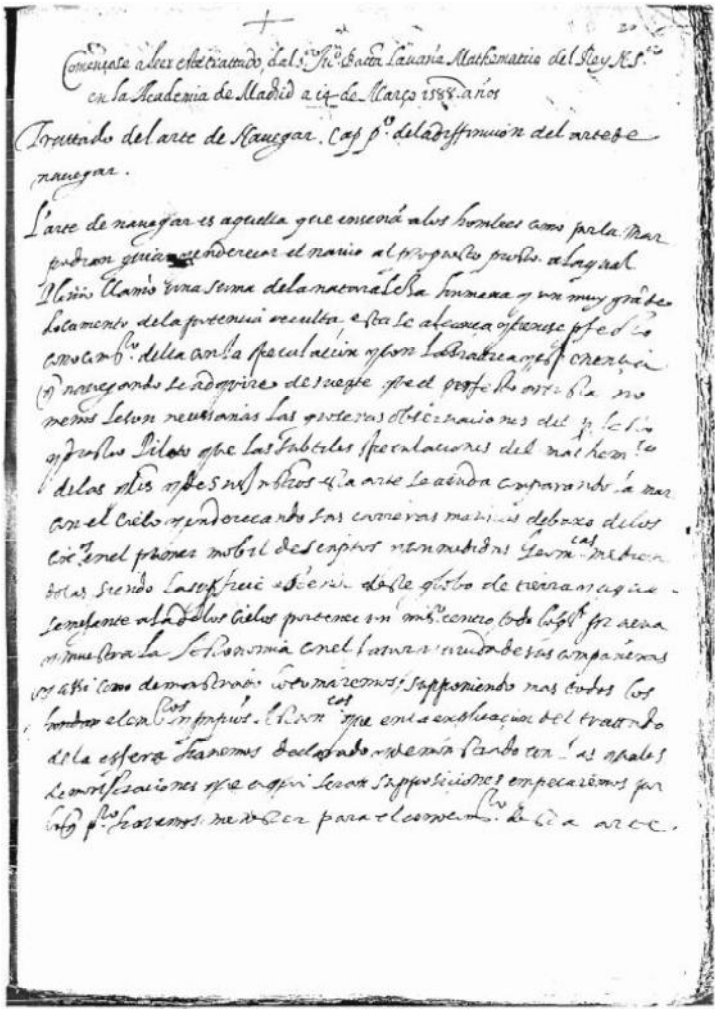
EM LISBOA.
Com licença do Sancto Officio, & Ordinario.
Em casa de Simão Lopez.
1595.
Com Preuilegio Real por
dez Annos.

Figura 10: Capa do *Regimento Náutico*

Observando a obra que redigiu, podemos identificar outras facetas da sua personalidade. Assim, é autor do *Livro Primeiro de Arquitectura Naval*, obra do âmbito da arquitectura naval. Foi cartógrafo, tendo elaborado um *Mapa de Aragão*, que foi durante largas dezenas de anos a referência para outras cartas que se publicaram sobre aquele reino. Mais para o final da sua vida dedicou-se a obras de cariz histórico e genealógico assim como à redacção de crónicas.

(Classe Ciências). 13. Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa, 1969, pp. 227–291.

Pouco se sabe sobre a sua formação. Fontoura da Costa admite que possa ter sido aluno de Pedro Nunes, o que é muito pouco provável. Sabe-se que terá estudado em Roma, mas não se conhecem detalhes relativos a essa formação. No entanto, da análise da sua obra, depreende-se que era uma pessoa com uma cultura científica acima da média, conhecendo bastante bem as obras dos mais importantes matemáticos e astrónomos do seu tempo.


Comiençase a leer el Tratado del S.or Ju.o Bapta Lavaña Mathematico del Rey N.S.or en la Academia de Madrid a 14 de Março 1588 años

Tratado del arte de Navegar. Cap. 1.o de la diffinicion del arte de navegar.

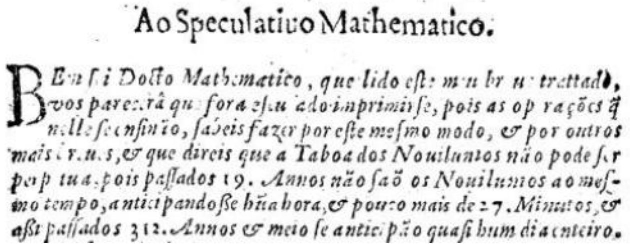
Figura 11: Primeira folha do *Tratado del Arte de Navegar*

3.1 LAVANHA E O "PROJECTO NONIANO"

Apresentámos acima o "projecto noniano". De acordo com Henrique Leitão, criador deste conceito, a partir de Pedro Nunes muitos textos de náutica vão seguir a divisão que aquele sugerira, de duas abordagens distintas à forma como se conduziam navios no mar. Lavanha não é excepção. Em vários textos seus realça que a navegação se divide em duas componentes: uma mais especulativa e outra prática.

Existe, contudo, uma diferença significativa entre Lavanha e Nunes, sobre este assunto. Enquanto este último defende a supremacia da abordagem matemática, facto que lhe valeu tantas críticas, como vimos; Lavanha reconhece que existe um "enorme fosso" entre ambas as abordagens, considerando, portanto que é muito complicado fazer com que os pilotos, do seu tempo, consigam conduzir os navios de acordo com as novas regras matemáticas.

Esta postura de Lavanha é bastante realçada no seu *Regimento Náutico*. Trata-se de um texto para pilotos, seguindo o esquema normal dos *Livros de Marinharia*. Os procedimentos são expostos em regras simples e o seu conteúdo incorpora os regimentos normais usados no quotidiano dos navegantes: (do Norte, das Léguas, do Sol…). Tanto quanto conseguimos apurar, trata-se do primeiro texto do género impresso em Portugal.


Ao Speculatiuo Mathematico.

Bem sei Docto Mathematico, que lido este meu breue trattado, vos parecerá que fora escusado imprimirse, pois as operações q̃ nelle se ensinão, sabeis fazer por este mesmo modo, & por outros mais certos, & que direis que a Taboa dos Nouilunios não pode ser perpetua, pois passados 19. Annos não são os Nouilunios ao mesmo tempo, anticipandosse hũa hora, & pouco mais de 27. Minutos, & assi passados 312. Annos & meio se anticipão quasi hum dia inteiro.

Figura 12: Início do prefácio ao Especulativo Matemático

No entanto, o aspecto mais interessante, que confirma a tese que vimos defendendo, é a existência de dois prefácios no início da publicação. Nesses textos introdutórios Lavanha passa mensagens aos diferentes destinatários: os "práticos navegantes" e os "especulativos matemáticos". O que é dirigido aos matemáticos é francamente elucidativo da postura do cosmógrafo:

> **Bem sei Docto Mathematico, que lido este meu breue trattado, vos parecerâ que fora escusado imprimirse, pois as operações q nelle se ensinão, sabeis fazer por este mesmo modo**, & por outros mais breues, & que direis que a Taboa dos Novilunios não pode ser perpetua, pois passados 19. Annos não saõ os Novilunios ao mesmo tempo, anticipandose hũa ora & pouco mais de 27. Minutos, & assi passados 312. Annos & meio se anticipão quasi hum dia enteiro[12].

Tem o cuidado de alertar para o facto de escrever que este regimento não se destina aos matemáticos e que o texto contém matérias adaptadas à prática dos pilotos, pois caso a abordagem fosse teórica seria de pouca utilidade:

> **Em tudo tiuereis muita razão se este Regimento fora para vosso vso. Mas como seja sô para a dos Nauegantes** (como o diz o seu titolo) ha vos de parecer, que eu a tenho, nesta disposição, & orde q sigo. Porque entendei, que como **os Mareantes estejão costumados ao seu modo de obseruar, & obrar, se delle me apartara, & reduzira isto aos uossos termos precisos, & speculatiuos, fora este meu trabalho desaproueitado**, & não se conseguira o que se pretende[13].
>
> **Pello que experto Mathematico, sabei q de industria guardei este Methodo, que neste Regimento uedes, não me apartando dos termos Nauticos**, nem desuinadome do caminho que elles atê agora seguirão, porque querendo os leuar pello atalho, pode ser que rodeassem[14].

---

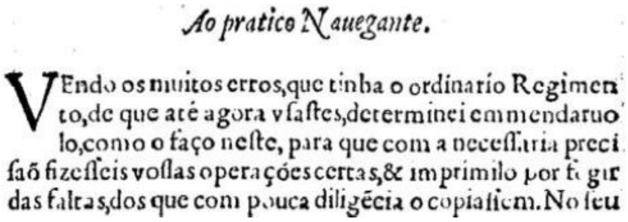
[12] LAVANHA, João Baptista, *Regimento Náutico.* Lisboa: Em casa de Simão Lopes, 1595, fl. AIIIvs.

[13] Idem, *ibidem*, fl. AIIIvs.

[14] Idem, *ibidem*, fl. AIIII.

Tem ainda o cuidado de explicar aos matemáticos que a sua opção não aconteceu por ignorância. Para eles também pode escrever com a linguagem que eles usam, mas isso será noutro local:

> E em quanto elles vsão desta minha pequena obra, que pella necessidade, que della tem foi a primeira a estamparse, **eu procurarei apresentaruos outras speculatiuas**, as quaes serão sô uossas, como esta, com vossa boa licença he sô dos Nauegantes[15].


Ao pratico Nauegante.

VEndo os muitos erros,que tinha o ordinario Regimen
to,de que atè agora vſaſtes,determinei emmendaruo
lo,como o faço neſte, para que com a neceſſaria preci
ſaõ fizeſſeis voſſas operaçóes certas,& imprimilo por fugir
das faltas,dos que com pouca diligẽcia o copiaſſem. No ſeu

Figura 13: Início do prefácio ao Prático Navegante

Até aqui falámos daquilo que Lavanha escreveu no prefácio dirigido aos matemáticos. Naquele que dedica aos navegantes chama essencialmente a atenção para os erros que corrigiu nos regimentos anteriores (certamente aqueles que circulariam manuscritos):

> **Vendo os muitos erros que tinha o ordinario Regimento**, de que até agora vsastes, determinei em mendaruolo, como o faço neste, **para que com a necessaria precisão fizesseis vossas operações certas, & imprimilo por fugir das faltas**, dos que com pouca diligencia o copiassem[16].

4 APROPRIAÇÃO DE NUNES POR LAVANHA

Nos parágrafos anteriores notámos que Lavanha defendia que para os homens do mar se deveria usar a linguagem assim como as práticas a que os mesmos estavam habituados. Vimos também que ele afirma que também conhece a linguagem dos matemáticos. Neste

[15] Idem, *ibidem*, fl. AIIII.
[16] Idem, *ibidem*, fl. AIIIIvs.

capítulo vamos mostrar diversos exemplos dessa faceta de Lavanha. Vamos essencialmente apresentar ideias de Nunes que Lavanha ensinou na Academia das Matemáticas em Madrid.

Antes de mostrarmos essas ideias, convém explicar alguns pontos preliminares. Em primeiro lugar, de realçar que Henrique Leitão já ter chamara a atenção para o facto de as ideias de Nunes terem tido grande difusão nas aulas de Lavanha:

> Para além dos nomes individuais, as ideias e **as obras de Nunes tiveram ainda um canal privilegiado de divulgação através das aulas na famosa Academia de Matemática de Madrid**, de que são testemunho as lições aí dadas em 1588 por João Baptista Lavanha[17].

Importa também esclarecer que tipo de instituição era a Academia de Matemática de Madrid. Fundada em 1582 por Juan de Herrera, era particularmente destinada à formação de gente da corte, ou seja, não tinha por objectivo principal formar homens do mar. A formação ministrada era de cariz essencialmente teórico, procurando-se que fossem difundidas as novidades técnicas e científicas.

Lavanha foi o primeiro professor de matemática da Academia. O texto que aqui vamos analisar resulta dessas aulas. Intitulado *Tratado del Arte de Navegar*, consiste nos apontamentos das aulas, escritos por um aluno italiano, Camillo Madea.

Lavanha copia as figuras de Pedro Nunes.

---

[17] NUNES, Pedro, "Anotações gerais", por Henrique Leitão, *Obras. De arte atque ratione nauigandi.* Vol. IV. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2008, p. 561.

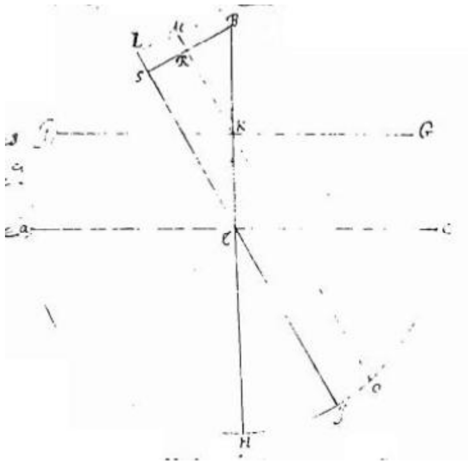


Figura 14: Esquema de Lavanha para cálculo da declinação

Apesar da reduzida qualidade de algumas imagens do manuscrito das aulas de Lavanha, percebe-se bem que a imagem anterior se inspirou na de Pedro Nunes, que reproduzimos em seguida.

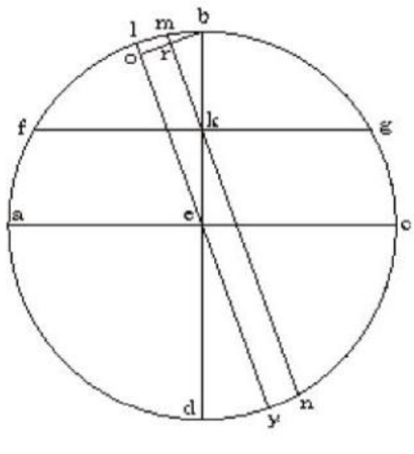


Figura 15: Esquema de Nunes para cálculo da declinação

As reproduções multiplicam-se, na representação do nónio ou do anel náutico, por exemplo. Pensamos ser redundante estar aqui a apresentar todas essas situações.

Mas não é apenas ao nível das imagens que os textos de ambos os cosmógrafos são semelhantes. Ao longo dos apontamentos das aulas encontramos sistematicamente excertos que foram inspirados nas obras de Nunes. Lavanha copia, por exemplo, as descrições do seu antecessor:

> …**se descrivã 44 quadrantes de circulo unos dentro de otros** en algun intervallo distantes y el exterior de tudo como es ab, **se deuida en partes 90 iguales** y luego el otro el mas propinguo en 89 partes y luego el seguinte en 88 y el otro en 87 y assi sucessiuamente[…][18]

> …dentro desta circunferência, descrevam-se com quaisquer intervalos (não importa se iguais ou desiguais) **44 quadrantes de círculos uns dentro dos outros. Divida-se em 90 partes** iguais o quadrante exterior **ab**, e o interior que se lhe segue em 89 partes, também iguais; o imediato a este em 88, o que se lhe sucede em 87, e assim sucessivamente[19].

A transcrição anterior, de Nunes, consta da sua obra *De Crepusculis*. Seguidamente mostraremos exemplos do *De arte atque ratione nauigandi*. Lavanha segue, em diversas ocasiões, os processos de cálculo de Nunes:

> **O diâmetro ac é a intersecção do plano da equinocial com o plano da eclíptica**, e o diâmetro bd é a intersecção do plano do coluro dos solstícios com o da eclíptica. A recta fg é a intersecção do plano da eclíptica com o plano do círculo paralelo à equinocial que passa por f. **Isto decorre da 16ª proposição do livro undécimo de Euclides**[20].

> La demonstracion de la qual operacion es que **el diametro ac es la comũ section del plano de la equinocial y del plano de la eccliptica** el diametro bh, es la comũ section del plano de los coluros de los solsticios y de la eccliptica la recta linea fg es la comũ section del plano de la eccliptica y de un plano de un circolo equidistante a la equnocial el qual passa por el supuesto punto f y portanto es paralelo à ac, **16 del Xi**.

Lavanha utiliza inúmeras vezes as mesmas explicações que o seu antecessor usou:

> Del qual jnstrumento y del modo de su fabrica **parece que uso Ptolomeo** pues que allo ser la declinacion maxime del sol de 23 grados

---

[18] LAVANHA, João Baptista, *Tratado del Arte de Navegar.* Códice 1910 da Biblioteca do Palácio Nacional de Madrid, fls. 26-26vs.

[19] NUNES, Pedro, *Obras*, vol. II, p. 183

[20] NUNES, Pedro, *Obras*, vol. IV, p. 352.

> 51 minutos y 20 segundos porque era la proporcion de todo el circulo al arco incluido entre los 2 tropicos, como de 88 a 11…[21].
>
> Julgo também que **foi assim que Cláudio Ptolemeu procedeu**. Com efeito, diz que, se encontrou a declinação máxima do Sol de 23º51'20", foi porque descobriu que a proporção do círculo inteiro para o arco entre os trópicos era de 83 para 11[22].

Mas nalguns casos, Lavanha também complementa a informação que retira de Nunes. Por exemplo, quando fala do uso do quadrante, Nunes escreve:

> **O instrumento usual chamado quadrante de que se servem os mareantes é muito adequado para tomar as alturas** do Sol e dos outros astros, **mas deve pôr-se, em vez do fio de prumo, uma régua** com um peso fixo na outra extremidade, de tal maneira que a aresta da régua apontada para o centro do instrumento se mantenha sempre perpendicular ao plano horizontal. De facto, quando o observador roda o quadrante o fio dá pequenos saltos e detém-se de quando em quando no mesmo lugar. E por este motivo são incertas as alturas que se tomam com os quadrantes[23].

Se observarmos o excerto de Lavanha sobre o mesmo assunto, constatamos que existem vários elementos em comum:

> **el quadrante ordinario de que usan los navegantes es muy bueno para tomar el altura** del y de las estrellas, porque endemas que se hase la observacion con el teniendose con entrambas manos y assi estando mas firme, es capaz de mayores grados que el Astrolabio, y es de advertir que difere este quadrante Nautico del que se usa en tierra, porque las Pinulas se ponen en el lado del quadrante en que marcan los numeros de los grados, como en el lado ab, empeçandose los grados del punto c asta b. **y en lugar del perpendiculo que se suele poner en el centro sará mejor poner una regla**, ag, en cuya estremitad g. se ponga una pesilla la qual en el dito centro se mueva facilmente y de manera que la linea fiducia, ag. represente el perpendiculo que se suele poner, y assi este

[21] LAVANHA, João Baptista, *Tratado del Arte de Navegar*, fl. 27.
[22] NUNES, Pedro, *Obras*, vol. IV, p. 360.
[23] NUNES, Pedro, *Obras*, vol. IV, p. 360.

> siempre à angulos rectos al horizonte. La qual hase mejor observacion, porque el hilo apegase al jnstrumento y detenese en el, lo que no puede hacer la regla[24].

Onde está então a inovação de Lavanha? Tanto quanto conseguimos apurar, Nunes nunca publicou nenhuma imagem representando o tipo de quadrante que ele sugeria. Ora Lavanha vai apresentar essa imagem, que aparece reproduzida nos apontamentos das suas aulas, e que mostramos seguidamente:

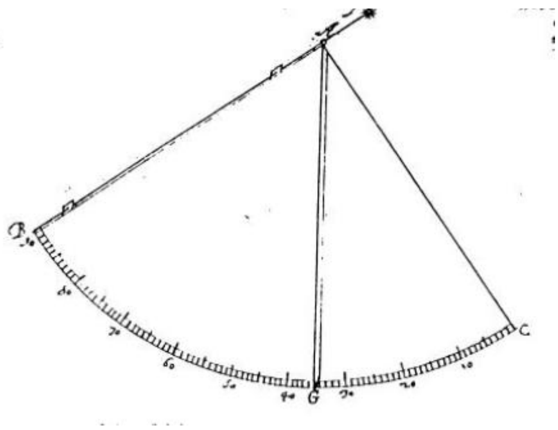


Figura 16: Quadrante com haste rígida, no manuscrito das aulas de Lavanha

Finalmente, importa destacar um caso em que Lavanha «adapta» as ideias de Pedro Nunes. Para melhor entendermos esta questão, importa explicar, com algum detalhe, aquilo que está em causa. Pedro Nunes concebeu um instrumento que servia para medir alturas de astros, pela projecção de uma sombra sobre um plano. Tendo em conta a forma como o mesmo era usado ficou conhecido como "instrumento jacente no plano". No texto latino do *De arte atque ratione nauigandi* ele explica como se deve usar o instrumento:

> A demonstração é a seguinte: **imagine-se que a superfície do círculo abcd**, que está paralela ao horizonte, é prolongada para o lado em que as sombras se projectam, e seja o triângulo **ake** a sombra do triângulo **afe**,

[24] LAVANHA, João Baptista, *Tratado del Arte de Navegar*, fl. 25vs.

> perpendicular a esse plano e projectada no mesmo plano; que a recta **af** projecte a sombra **ak**, e seja **ek** a sombra da recta **ef**, cortando em **l** o quadrante **ab**. Visto que os raios solares à superfície da Terra são tidos como paralelos, a linha recta **ak e a sombra do estilete projectada na recta eb** serão paralelas[25].

Note-se que Nunes fala na necessidade de o instrumento ter forma circular e que deveria dispor de um estilete, que servia para o orientar. Lavanha vai "copiar" a mesma ideia:

> [...] el qual es que en una superficie plana se **descriua un circulo abcj** en cuya circonfrencia con dos diametros este diuidida en el centro e en el qual se corten ad angulos rectos en 4 quadrantes y cada uno destos quadrantes en 90 grados como se usa y agase mas un triangulo rectangulo fgh y jsoseles de alguma materia solida cuyos 2 lados iguales fg. gh que cõtienen el angulo recto sean yguales al semidiametro ea el qual triangulo se ponga recto sobre el plano del circulo abci y de maneira que el punto g caya sobre el punto a, y el punto h sobre el centro e, **leuantese mas en qualquer punto del diametro IB un estilo ad angulos rectos como es mi** con lo qual estara fabricado nuestro jnstrumento[26].

Mais adiante, na descrição do instrumento diz que se o mesmo tiver uma forma quadrada e se traçar uma recta tangente ao círculo, deixa de ser necessário o estilete. A orientação do instrumento passa a ser garantida pela projecção do cateto vertical do triângulo sobre a dita tangente. Para entendermos melhor o esquema do instrumento, apresentamos na figura 17 a representação do mesmo, de acordo com a reconstituição feita por Luís de Albuquerque. O mesmo está correctamente orientado uma vez que a sombra do lado SG está projectada no segmento de recta GS1.

---

[25] NUNES, Pedro, *Obras*, vol. IV, p. 359.

[26] LAVANHA, João Baptista, *Tratado del Arte de Navegar*, fl. 27vs.

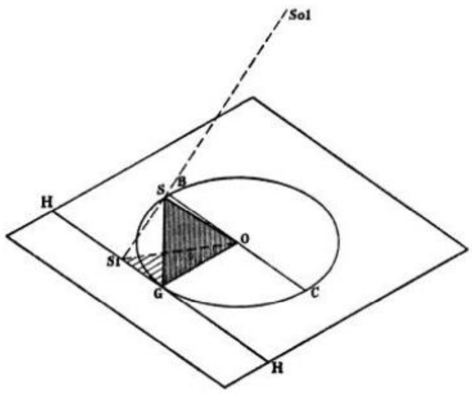


Figura 17: Representação por Luís de Albuquerque do instrumento jacente

> A partir desta demonstração pode ver-se que, se este tipo de **instrumento tiver forma quadrada**, de modo a que nele se possa traçar **a recta ak tangente ao círculo** no ponto **a**, **não será necessário um estilete ou uma haste cuja sombra se projecte na recta bd**. Basta rodar o instrumento até que a sombra **af** se projecte sobre a recta **ak**, pois assim a sombra da recta **ef** indicará o arco da altura do Sol acima do horizonte[27].

A transcrição acima apresenta a forma como Nunes explica esta "segunda versão" do instrumento, que não precisava de estilete. Lavanha vai também transcrever as mesmas ideias:

> de aqui consta que **si en este jnstrumento se hachara la recta ak tangente al circolo** en el punto a, **no sará menester estilo porque que corta la sombra del lado af del triangulo** se hará la misma operacion volviendo el jnstrumento asta que caya su sombra encima dela raya ak que ni mas ni menos la sombra de la recta ef sinalara la altura del sol nel quadrante[28].

Pedro Nunes sugere ainda uma outra versão, na qual os catetos do triângulo teriam o dobro do comprimento. Para este estudo ela tem pouca importância. Curiosamente apenas nos fornece a representação esquemática da segunda versão do instrumento, isto é, aquele que tem

[27] NUNES, Pedro, *Obras*, vol IV, p. 359.
[28] LAVANHA, João Baptista, *Tratado del Arte de Navegar*, fl. 28.

forma quadrada e que dispensa o estilete. Na figura 18 temos a representação desse esquema.

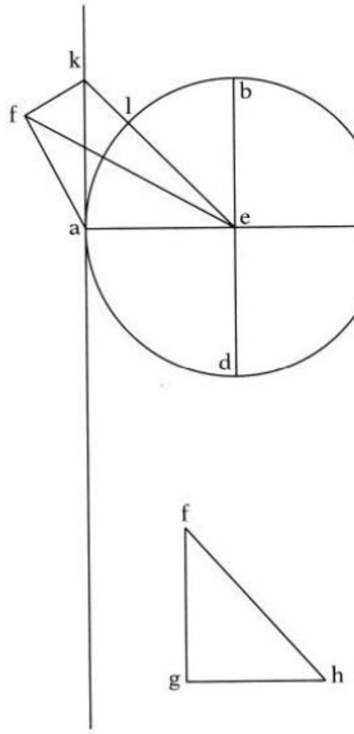


Figura 18: Esquema do instrumento, por Pedro Nunes

E o que faz Lavanha? Já vimos que ele descreve as duas primeiras versões do instrumento, com e sem estilete. Quando o representa fornece uma figura "mista", tendo representada a recta tangente, que apenas se usa na segunda versão, mas tendo também o estilete, que serve apenas para a primeira. Na figura 19 representamos a imagem sugerida por Lavanha. De realçar o facto de a imagem apresentar uma pequena «gralha». Lavanha usa uma mesma letra para designar dois pontos distintos da figura. Quando escreve: "…**leuantese mas en qualquer punto del diametro IB un estilo ad angulos rectos como es mi**…" está a usar a letra "i" para designar a extremidade do estilo e um dos extremos do segmento de recta traçado na base. Pela figura percebemos que a letra está na vizinhança de ambos os pontos, embora na realidade cada um deva ser identificado por uma letra distinta.

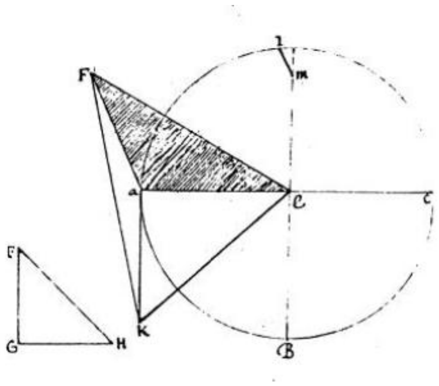


Figura 19: Esquema de Lavanha para instrumento jacente

5 CONCLUSÃO

Chegados ao final, importa destacar os aspectos mais relevantes do presente estudo. Comecemos por Pedro Nunes. Afirmámos que ele é o estudioso que pela primeira vez distingue claramente Ciência Náutica de Arte de Navegar. Considera que uma hipótese de abordagem, para a navegação é numa perspectiva empírica e prática, como até então se tinha feito. Mas defende que a abordagem mais correcta, e que deve ser seguida, é a teórica, fundamentada matematicamente.

Pedro Nunes vai assim assumir uma atitude científica na abordagem da náutica. Os seus textos são de cariz essencialmente teórico. Muitas das suas propostas não são adaptadas logo pelos navegantes. Os procedimentos que sugere serão muito criticados. As críticas vêm de homens práticos, do mar, mas também de alguns letrados.

Apesar de todas as críticas, esta postura de Nunes teve continuidade. A partir dele, a maioria dos teorizadores da náutica passam a dividir o tema em duas componentes: uma prática e uma especulativa. Podemos afirmar que Nunes foi o iniciador de um processo, lento, que veio a conduzir a uma abordagem científica da náutica, por parte dos homens do mar.

Lavanha é um desses teorizadores que distingue perfeitamente as duas possibilidades de abordagem. Para ele cada uma dessas hipóteses de abordagem deverá ser dirigida a um determinado grupo de destinatários. Esta sua postura reflecte-se de uma forma bastante interessante nos prefácios do seu *Regimento Náutico*. Mas também podemos encontrá-la nos conteúdos das suas duas principais obras sobre náutica: o referido *Regimento Náutico* e o *Tratado del Arte de Navegar*.

Comecemos pelo *Regimento Náutico*, apesar de ser o segundo em termos cronológicos. Como ficou claro da análise dos seus prefácios, trata-se de um texto destinado exclusivamente aos homens do mar. Por esse motivo, o seu conteúdo aproxima-se bastante dos manuscritos que circulavam entre os pilotos. Trata-se de uma obra publicada no âmbito das suas funções de cosmógrafo-mor. A sua estadia em Lisboa, no desempenho desse cargo, coincide mais ou menos com a década de noventa do século xvi.

Quanto ao *Tratado del Arte de Navegar* consiste num manuscrito com os apontamentos de um seu aluno da Academia das Matemáticas de Madrid. A sua permanência nesta cidade, como professor da academia, decorreu na década anterior. As suas aulas não eram destinadas a homens do mar, mas sim a homens que frequentavam a corte e que possuiriam uma formação académica acima de média. Para este género de audiência Lavanha vai apresentar as matérias mais recentes em termos de ciência náutica. Ora, Pedro Nunes era no contexto português o autor que mais tinha inovado neste campo, nos anos imediatamente anteriores a Lavanha. Este, ao apropriar-se das ideias de Nunes e ao ensiná-las em Madrid deu um contributo bastante importante para a sua difusão na Península Ibérica.

UMA DESCRIÇÃO PRELIMINAR DOS LIVROS UTILIZADOS PELA COMISSÃO DEMARCADORA DE LIMITES TERRITORIAIS NA AMAZÔNIA NA ERA POMBALINA

IRAN ABREU MENDES

Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN
Natal, RN

iamendes1@gmail.com

Resumo: Este artigo caracteriza as fontes bibliográficas utilizadas pela comissão demarcadora de limites da região Amazônica na segunda metade do século XVIII e destaca as obras matemáticas trazidas para a região naquele período (c. 1750-1800). Para obter, organizar e caracterizar tais fontes foram consultados alguns estudos históricos sobre esse tema bem como uma pesquisa em bibliotecas digitais relacionadas ao assunto. Concluímos que o referido conjunto de livros científicos foi importante para as atividades realizadas pela comissão demarcadora, pois se tratava do que se tinha de mais atualizado na época no que se refere ao trabalho e que seria a base de orientação dos técnicos.

Palavras chave: Era pombalina; Astronomia amazônica; Matemática e cartografia.

A PRELIMINARY DESCRIPTION OF THE BOOKS USED BY THE DEMARCATING COMISSION OF TERRITORIAL LIMITS IN AMAZON DURING THE POMBAL ERA

Abstract: This article characterizes the bibliographical sources used by the demarcating commission of limits in the Amazon in the second half of the 18th century and highlights the mathematical works brought to the region during that time (circa 1750-1800). To obtain, organize and characterize such sources some historical studies on this subject have been consulted as well as a research in digital libraries related to it has been made. We conclude that the mentioned set of scientific books was of importance to the activities performed by the demarcating commission, because it was the most updated material at that time, as far as the work is concerned, and which would be the orientation basis for the technicians.

Keywords: Pombal Era; Amazonian Astronomy; Mathematics and Cartography.

CONTEXTUALIZAÇÃO DO ESTUDO

Desde 2007 investigo as atividades referentes à participação de engenheiros, astrônomos e cartógrafos na comissão demarcadora de limites da região Amazônica na segunda metade do século XVIII, com vistas a identificar as práticas matemáticas utilizadas na demarcação das fronteiras e nas construções arquitetônicas erguidas na região naquele período (c. 1750-1800). Exemplos dessas práticas referem-se às observações astronômicas e às elaborações cartográficas realizadas pelos estudiosos estrangeiros que estiveram naquela região no referido período. A esse respeito considerei importante verificar qual a produção gerada na área de astronomia e cartografia, visando responder quais as contribuições dessas atividades intelectuais e profissionais para traçarmos um panorama da arte, ciência e matemática praticada pelos estrangeiros naquela região, na segunda metade do século XVIII.

Para obter, organizar e interpretar o material histórico até descrevê-lo na forma do presente artigo, tomei pressupostos da pesquisa histórica que propõem a reconstrução histórica e interpretativa como fonte de produção de conhecimento histórico. Tal reconstrução histórica apoiou-se numa arqueologia de ideias e fatos, direcionada por uma reorganização e análise de documentos originais (fonte primária) e de diversas informações escritas acerca da presença das comissões demarcadoras de limites territoriais na Amazônia (fonte secundária). O trabalho publicado por Moura (2008) teve extrema importância na organização do presente artigo, uma vez que o autor trata exclusivamente dos instrumentos astronômicos e dos livros científicos levados para a Amazônia pela comissão que atuou na região durante a segunda metade do século XVIII.

Para a realização deste estudo preliminar, adotei como foco mais descritivo do que analítico, pois minha busca ocorreu muito mais no sentido de identificar quem foram os estudiosos envolvidos direta e indiretamente nos estudos realizados na região e os livros utilizados por eles, considerando que só *a posteriori* seria possível aprofundar minha análise acerca dessas contribuições e das relações com os livros utilizados por eles. Assim, identifiquei as obras matemáticas que apoiaram as atividades da referida comissão demarcadora na região Amazônica, consultando alguns documentos originais existentes e catalogados, bem como publicações referentes à história da Era pombalina na região amazônica, o trabalho de Moura (2008) sobre o tema e alguns arquivos digitalizados disponíveis em bibliotecas virtuais, referentes ao assunto.

O CONTEXTO HISTÓRICO E O OBJETO EXPLORADO HISTORICAMENTE

O contexto social, político e econômico do Reino de Portugal e da parte Norte da colônia portuguesa na época (Século XVIII), estavam bastante influenciados pelo impacto da assinatura do tratado de Madri (1750), visto que surgiam novos limites entre as possessões portuguesas e espanholas na América, favorecendo as pretensões de Portugal, uma vez que reconheciam seu domínio sobre a extensão territorial da Amazônia, das regiões Centro-Oeste e Sul, conquistadas pelos colonizadores. A Espanha, por sua vez, tinha interesse em obter todo o território da Colônia do Sacramento. O novo acordo consagrava o princípio de *uti possidetis,* que significa o direito de propriedade e instituía a adoção dos acidentes naturais conhecidos (rios, montanhas...) como balizas entre os domínios das duas nações ibéricas. Eliminava-se, assim, o Tratado de Tordesilhas. (Cf. CORTESÃO, 1950; 1965).

Verificou-se, entretanto, a existência de erros na determinação da longitude na representação cartográfica das fronteiras, favorecendo aos interesses de Portugal. A região do "Alto Paraguai havia desviado para o leste entre quatro e sete graus, a extensão do Rio Amazonas-Solimões reduzida em três graus e os afluentes do mesmo rio, notadamente o Madeira e seu formador o Guaporé, e o Tocantins chegaram a ter desvios de nove graus". Em consequência deste tratado, foram organizadas duas comissões mistas (portuguesa e espanhola), uma para operar na região setentrional e, outra, no Sul, cada uma subdividida em três partidas, responsáveis pela demarcação dos limites em trechos bem definidos.

Uma comissão mista, a ser enviada para o Norte do Brasil, foi organizada e subdividida em três partidas, tendo como chefes: Francisco Xavier de Mendonça Furtado, irmão do Marquês de Pombal, do lado português e D. José Iturriaga, do lado espanhol. Mais tarde Mendonça Furtado foi substituído por D. Antônio Rolim de Moura, Conde de Azambuja, Governador de Mato Grosso e posteriormente vice-rei do Brasil. A primeira partida objetivava fazer o levantamento do trecho entre a confluência dos rios Jauru e Paraguai e o curso médio do Madeira; a segunda, o traçado da linha paralela Madeira-Javari, e a terceira, Solimões abaixo e Japurá acima, estabeleceria os limites pelas cordilheiras setentrionais até a foz do Oiapoque no Atlântico.

Participaram desta comissão, Antônio José Landi, João André Schwebel, Gaspar João Geraldo Gronsfeld, Adão Leopoldo Breunig, Henrique Antonio Galluzzi, Sebastião José da Silva, Felipe Sturm e os padres astrônomos Giovanni Ângelo Brunelli e Ignácio Szentmártonyi. As duas comissões iriam se encontrar na aldeia de Mariuá, atual cidade de Barcelos, no Estado do Amazonas. Entretanto, o encontro não ocorreu e os trabalhos não foram realizados em conjunto. A comissão portuguesa ficou desempenhando o trabalho de reconhecimento geográfico nas margens do rio Negro, deixando uma produção cartográfica bastante apreciável e Landi traçou planos de alguns edifícios civis e religiosos em Belém, que hoje pertencem à Divisão de Iconografia da Biblioteca Nacional.

A aplicação do Tratado de Madrid devia ser supervisionada do lado português por Sebastião José de Carvalho e Melo (o Marquês de Pombal), o que tornar-se-ia posteriormente o ministro dos Negócios estrangeiros de Portugal em 1750 sob o reinado de D. José I. Aproveitou-se da referida promoção para nomear o seu irmão Francisco Xavier de Mendonça Furtado ao posto de governador da província do Grão Pará e Maranhão, na época, um único estado situado na região

Amazônica. Em 30 de Abril de 1753, o tribunal de Portugal confiou a aplicação concreta da demarcação à Furtado confiando-lhe uma equipe de engenheiros, de matemáticos e de astrônomos que deviam constituir a parte especializada da expedição.

Dentre os instrumentos e materiais de apoio para o desenvolvimento do trabalho de demarcação das fronteiras da região Amazônica, neste artigo focarei minhas descrições sobre os livros de apoiaram os estudos dos profissionais cientistas e engenheiros atuantes na comissão e por considerar que essas obras foram extremamente decisivas nas atividades de pesquisa e de construção realizadas na região, uma vez que o conjunto das obras que na época chegaram à região na bagagem dos profissionais tratavam de assuntos relacionados diretamente à matemática, à astronomia e à cartografia, tópicos bastante importantes para apoiar os estudos sobre os fenômenos naturais ocorridos na região e na demarcação dos limites territoriais entre Portugal e Espanha na América do Sul do século XVIII.

SOBRE AS FONTES BIBLIOGRÁFICAS UTILIZADAS PELA COMISSÃO DE MARCADORA

De acordo com Moura (2008), Os livros que constam na relação da expedição demarcadora de limites territoriais da Amazônia na segunda metade do século XVIII (1753) foram escolhidos sob a coordenação de Alexandre de Gusmão. Foram enviadas com a expedição, várias caixas com vários livros de matemática e de astronomia física, astronomia, cartografia, bem como variados instrumentos de observação astronômica e construção cartográfica como relógios de pêndulos, barômetros, termômetros, quadrantes, teodolitos, níveis, barras magnéticas e um setor de 10 pés de raio.

Dentre as fontes bibliográficas se encontravam 14 livros em francês, 6 em latim, 3 em espanhol e um bilíngue (português/espanhol: o tratado de Madri). Desses livros destacam-se principalmente: *La figure de la terre* (Maupertius, 1737), *Degre du Meridien* (Maupertius, 1740), *Theorie de* *la figure de la terre*, (Alexis Claude Clairaut, 1743), *Table des Logaritmes* (W. Gardiner, 1742), *Taboas astronomicas* (Edmund Halley, 1718), *Physices elementa Mathematica* (Gravesande, 1721), *cursus mathematicus* (Dechales, 1690), *La figure de la terre* (Bouguer, 1749), *curso matemático* (Wolfio, 1747), *Ephemerides* (Zanotti, 1750), *Elements de Mathématiques* (Deidier, 1745), *Oeuvres* (Mariotte, 1740), *Traité dês fluxions e exposition dês découvertes philosophiques de Newton* (Maclaurin, 1749), *Astronomie Nautique* (Maupertuis, 1751), *Traité de trigonometrie – table de sinus, tangentes & secantes* (Ozanam, 1720), *Viagem – observações* (La Condamine, 1745; 1751), *Traité de la construction dês instrumens de mathématique* (Bion, 1752), *Observaciones astronómicas y physicas hechas por orden de su magestad en los reynos del Perú de las cuales se deduce la figura y magnitud de la tierra y se aplica a la navegación* (Juan de Zuñiga, 1748); *Specula Parthenopae* (Gian-Priamo, 1748), *Grammaire geographique* (Pat. Gordon, 1748); *Philosophiae naturalis principia mathematica* (Newton, 1726), *Essai de physique* (Musschenbroek, 1751), *Elemens d'Astronomia* (Cassini, 1740).

Neste artigo, os livros foram listados e descritos de forma aleatória, independente de pertencerem a área da matemática ou não. Minha intenção foi descrever o que foi possível até o momento, pois a pesquisa ainda está em andamento. Além disso, o nesta fase do estudo é necessário compreender um pouco mais sobre as temáticas dos livros que faziam parte do acervo da comissão, tal como sugere Moura (2008) em sua descrição sobre o assunto. Um aspecto importante a esclarecer é que procurei algumas informações que considerei importantes para esclarecer sobre cada um dos autores dos livros descritos neste artigo. Assim suponho que os leitores possam compreender o contexto acadêmico em que cada um desses autores estava situado na época da em que elaboraram esses livros, bem como a importância desas obras paa o trabalho a ser realizado na região.

Desse modo apresento a seguir alguns dos livros mencinados nos documentos históricos[1].

1. O TRATADO DE MADRI

O Tratado de Madrid foi firmado na capital espanhola entre D. João V de Portugal e D. Fernando VI de Espanha, a 13 de Janeiro de 1750, para definir os limites entre as respectivas colônias sul-americanas, pondo fim assim às disputas. O objetivo do tratado era substituir o de Tordesilhas, o qual já não era mais respeitado na prática. As negociações basearam-se no chamado Mapa das Cortes, privilegiando a utilização de rios e montanhas para demarcação dos limites. O diploma consagrou o princípio do direito privado romano do uti possidetis, ita possideatis (quem possui de fato, deve possuir de direito), delineando os contornos aproximados do Brasil de hoje.

O Tratado de Madrid foi a primeira tentativa de pôr fim ao litígio entre Portugal e Espanha a respeito dos limites de suas colônias na América do Sul. A figura 1, a seguir destaca algumas informações sobre o contexto em que o referido tratado foi assinado.


TRATADO
DE LIMITES DAS CONQUISTAS
ENTRE
Os muito Altos, e Poderosos Senhores
D. JOAÕ V. REY DE PORTUGAL,
E
D. FERNANDO VI. REY DE ESPANHA,
PELO QUAL
A DE PORTUGAL
A DE ESPANHA
Com os Plenos-poderes, e Ratificaçoẽs dos dous Monarchas.
Impresso em Lisboa. Anno de M. DCC. L.

Figura 1: Folha de rosto de uma das edições do tratado de Madri de 1750.

[1] Para maiores detalhes ver Arquivo Histórico Ultramarino. Brasil, Pará, Caixa 14A.

2. ULLOA, ANTONIO DE (1716-1795) E JUAN E SANTACILLA (1712-1773). R*ELATO HISTÓRICO DA VIAGEM À AMÉRICA DO SUL COLOCOU ORDEM S. MAG [ELLAN]*. MADRID: ANTONIO MARIN, 1748.

O livro trata das observações realizadas durante as viagens de exploração científica realizada na América do Sul no inicio do século XVIII. O relato baseia-se nas informações obtidas durante dez viagens realizadas pela América do Sul, a partir de observações feitas por alguns cientistas europeus nas regiões situadas próximo a Amazônia peruana, tendo como finalidade a obtenção de informações para comprovação de algumas das teorias científicas enunciadas acerca da cartografia e astronomia da parte setentrional da América do Sul. Esta obra foi publicada por Juan de Zuñiga em 1748. Outra edição foi publicada em Madri em 1773, edição esta corrigida (ver figuras 2).

Em 1734 dois marinheiros espanhóis, Antonio de Ulloa (Sevilha, 1716 - Cádiz, 1795) e Jorge Juan y Santacilia (Alicante, 1713 - Madrid, 1773) foram convidados para chefiar a comissão da participação espanhola na expedição geodésico-astronômica de *La Condamine* à Quito (Peru), partindo do Vice Reinado do Peru, na época sob o domínio espanhol. A expedição foi organizada pela Academia de Ciências de Paris com a finalidade de determinar a exata medida e forma do planeta. Um ano antes da expedição Jorge Juan e Ulloa receberam uma preparação teórica e prática sobre investigação astronômica e física e sobre história natural que contribuísse para o registro de toda a memória da expedição. Os dados de suas observações astronômicas e físicas feitas na região do Peru foram fundamentais para se tentar deduzir a exata forma e medida da terra, a partir da matemática produzida por Newton sobre o cálculo diferencial e integral.

Figura 2: Imagens das capas d 1ª e 2ª edições do livro.

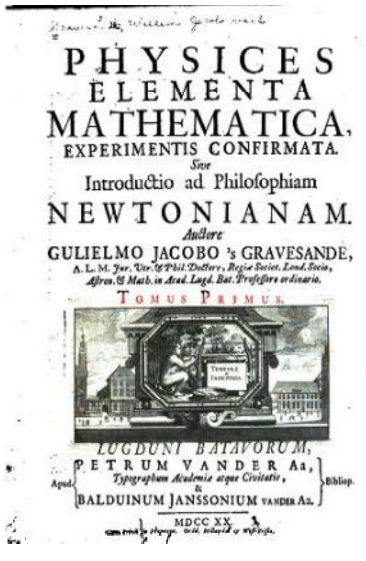
O livro traz os relatos detalhados da expedição e as discussões realizadas sobre o assunto, principalmente no que se refere às informações sobre os fenômenos naturais que ocorriam na região, bem como acerca das relações entre os graus de latitude e longitude da região. O objetivo da viagem foi obter dados de observações e experimentais *in loco* que pudessem compor com as in formações advindas dos estudos em outras regiões do planeta que contribuiriam para comprovar a teoria de que a Terra era achatada nos pólos. Tais informações presentes neste livro foram de suma importância para os estudos posteriores realizados na região Amazônica na segunda metade do século XVIIII.

3. PHYSICES ELEMENTA MATHEMATICA (GRAVESANDE, 1720)

Willem Storm van Jacob's Gravesande (1688-1742) foi considerado o primeiro expoente influente da filosofia newtoniana na Europa continental. Sua reputação científica está consagrada neste livro, que foi teve sua edição constantemente corrigida e ampliada em edições posteriores.

O livro *Physices Elementa Mathematica* é considerado o mais influente deste assunto até a primeira metade do século XVIII por ser o que mais e melhor defendia a visão filosófica sobre os conceitos newtonianos (as regras de raciocínio, a teoria da atração gravitacional e suas aplicações em mecânica celeste, a teoria da matéria, a teoria da luz, e assim por diante). Além disso, se mostrava como um expoente de uma metodologia empirista, pois sua exposição enfatizava um método para justificar as verdades científicas, quer por auto-evidência ou por um apelo à verificação experimental da maneira já iniciada pela Keill e Desaguliers.

O título completo do trabalho publicado é *Physices elementa mathematica, experimentis confirmata, sive ad introductio philosophiam Newtonianam* (Elementos Matemáticos da Filosofia Natural, confirmado pelos Experimentos), livro este publicado em Leiden, em 1720, considerado como o lançamento das bases para o ensino de física. (Figura 3).



PHYSICES
ELEMENTA
MATHEMATICA,
EXPERIMENTIS CONFIRMATA.
Sive
Introductio ad Philosophiam
NEWTONIANAM.
Auctore
GULIELMO JACOBO 's GRAVESANDE,
A. L. M. Jur. Utr. & Phil. Doctore, Regiæ Societ. Lond. Socio,
Astron. & Math. in Acad. Lugd. Bat. Professore ordinario.
TOMUS PRIMUS.

LUGDUNI BATAVORUM,
Apud PETRUM VANDER AA, Typographum Academiæ atque Civitatis, & BALDUINUM JANSSONIUM VANDER AA, Bibliop.
MDCC XX.

Figura 3: Imagem da capa do livro de Gravesande, de 1720.

4. LA FIGURE DE LA TERRE (PIERRE BOUGUER, 1749)

Pierre Bouguer aprendeu matemática e hidrografia como seu pai Jean Bouguer, um Professor de Hidrografia e Matemática na França. Como consequência Pierre Bouger acabou por ser tornar um excelente aluno que tinha uma profunda compreensão da matemática e da ciência com apenas 15 anos. Em virtude da morte de seu pai, a cátedra de hidrografia ficou vaga e devido ele ser tão notável foi nomeado para o cargo de professor. Suas realizações brilhantes o levaram a ganhar, em 1727, o Grand Prix da *Académie Royale des Sciences* por sua apresentação de estudos sobre mastros de navios. Dois anos depois ele voltou a ganhar o mesmo prêmio, com um ensaio sobre a observação das altitudes das estrelas no mar. Em 1731 venceu seu terceiro Gran Prix da *Académie* por seu trabalho sobre a observação da declinação magnética no mar.

Na *Académie Royale des Sciences* ele obteve mais uma honra ao ser aceito para a seção de matemática em 1731 e, em 1735 foi eleito para a adesão plena. No mesmo ano Bouguer partiu em uma expedição, organizada pela *Académie Royale des Sciences*, ao Peru para medir o comprimento de um grau do meridiano no equador. *La Condamine* era o chefe da expedição e seu terceiro membro foi o cientista Louis Godin. Os três terminaram a viagem até ao destino por caminhos diferentes reunindo-se em Quito.

O trabalho realizado pelos três (Bouguer, Gondin e La Condaminei) ocorreu na tentativa de medir a densidade da Terra usando a deflexão de um fio de prumo, devido à atração de uma montanha. Em 1741 Bouguer descobriu um pequeno erro nas medidas conjuntamente com *La Condamine* para determinar o comprimento de um grau de meridiano. Como os três cientistas tinham feito medições independentes, o trabalho foi concluído somente em 1743. Os resultados de seu trabalho foram publicados no livro *La Figure de la terre*, em 1749 (Figura 4).


LA FIGURE
DE LA
TERRE,
Déterminée par les Obſervations de Meſſieurs BOUGUER, & DE LA CONDAMINE, de l'Académie Royale des Sçiences, envoyés par ordre du Roy au Pérou, pour obſerver aux environs de l'Equateur.
Avec une Relation abregée de ce Voyage, qui contient la deſcription du Pays dans lequel les Opérations ont été faites.
PAR M. BOUGUER.
A PARIS, QUAY DES AUGUSTINS,
Chez CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Libraire du Roy pour l'Artillerie & le Génie, au coin de la rue Gît-le-Cœur, à l'Image Notre-Dame.
M. DCC. XLIX.

Figura 4: Folha de rosto do livro La Figure da La Terre, de Pierre Bouger, de 1749.

5. CURSUS MATHEMATICUS MUNDUS (CLAUDE DECHALES, 1690)

Claude François Milliet Dechales foi um religiosos francês (1621-1678) educado no seio da Ordem dos Jesuítas e que tornou-se um jesuíta aos 15 anos. A Ordem dos Jesuítas havia sido criada cerca de oitenta anos antes. A principal tarefa dos Jesuítas era a educação, mas a próxima tarefa mais importante era o trabalho missionário em toda a Europa, Ásia e África. Dechales participou destas duas funções principais dos Jesuítas e, principalmente dedicado à educação, o que desenvolveu durante muito tempo, como missionário Jesuíta na Turquia.

Dechales lecionou em colégios jesuítas, primeiro em Paris, onde durante quatro anos foi professor no Collège de Clermont. Em seguida lecionou nas Faculdades de Lyon e Chambéry. De Chambéry foi para Marselha, onde o Rei Louis XIV o nomeou Professor Real de Hidrografia. Em Marselha ensinou navegação, engenharia militar e outras aplicações da matemática. De Marselha mudou-se para Turim, onde foi nomeado professor de matemática.

Publicou um livro de matemática amplamente utilizado na época e por isso ficou mais lembrado por esse livro intitulado ***Cursus Seu Mathematicus mundus***, publicado em Lyon, no ano de 1674. A obra foi considerada um curso completo de matemática. Os tópicos abordados no referido trabalho tem uma abordagem ampla sobre geometria prática baseada em Os Elementos de Euclides, obra esta estudada e traduzida por Dechales. Outro assunto abordado no livro é sobre mecânica, estática, magnetismo e óptica, bem como tópicos outros temas habituais da matemática aplicada a temas como geografia, arquitetura, astronomia, filosofia natural e música.

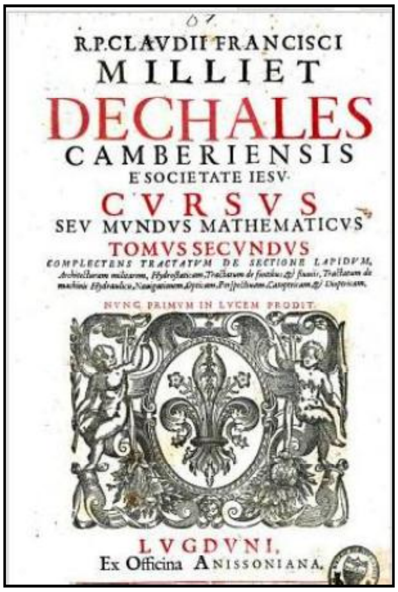
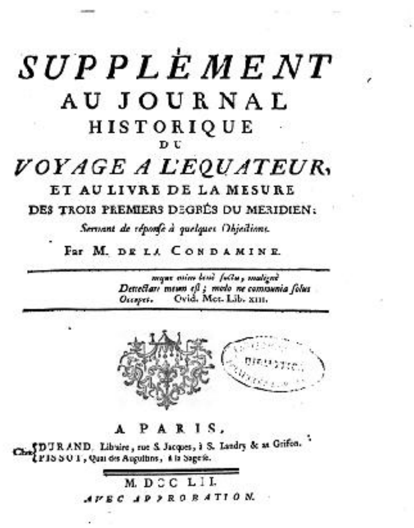


Figura 5: Capa do livro *Cursus Seu Mathematicus Mundus*, de Claude François Milliet Dechales, de 1690.

O livro foi amplamente utilizado devido apresentar um amplo potencial didático para ensinar ser muito maior que sua capacidade para a investigação e por não utilizar os avanços matemáticos da época. Para alguns estudiosos o livro era antiquado em sua cobertura, pois em álgebra, por exemplo, ele apoiava-se muito mais nas ideias de Diofanto do que nos resultados apresentados pelos algebristas daquele período. Mesmo com algumas dessas ressalvas, o livro foi muito utilizado para ensinar as matemáticas aplicadas às artes da navegação e da engenharia militar.

6. VOYAGE A L'EQUATEUR (LA CONDAMINE, 1745)

Charles-Marie de La Condamine nasceu em Paris em 27 de Janeiro de 1701 e faleceu na mesma cidade em 4 de Fevereiro de 1774. Foi um cientista e explorador francês que realizou diversas viagens de exploração no planeta e foi considerado o primeiro a descer o curso do rio Amazonas, publicando na Europa um conjunto de descrições da geografia, fauna e flora da bacia Amazônica, que em muito contribuíram para despertar o interesse da comunidade científica pelo seu estudo. Também deve-se a ele a primeira comunicação científica sobre a interligação entre os rios Orinoco e Amazonas através do canal do Cassiquiare. Poliglota fluente em várias línguas europeias, dedicou-se também à matemática, à astronomia, à geodesia e à física.


SUPPLÉMENT
AU JOURNAL
HISTORIQUE
DU
VOYAGE A L'EQUATEUR,
ET AU LIVRE DE LA MESURE
DES TROIS PREMIERS DEGRÉS DU MERIDIEN:
Servant de réponse à quelques Objections.
Par M. DE LA CONDAMINE.

Detectari meum est ; modo ne communia solus Occupet. Ovid. Met. Lib. XIII.

A PARIS,
Chez { DURAND, Libraire, rue S. Jacques, à S. Landry & au Griffon.
PISSOT, Quai des Augustins, à la Sagesse.
M. DCC LII.
AVEC APPROBATION.

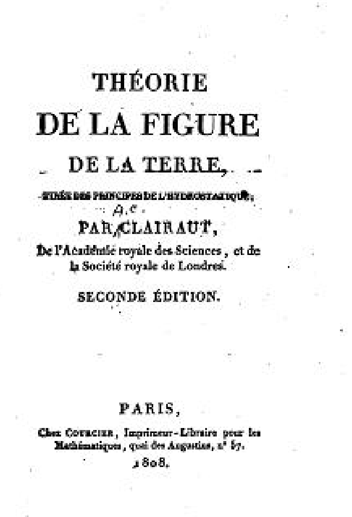
Figura 6: Página de rosto do livro de La Condamine em uma das suas edições antigas.

O livro é um relatório da expedição ao Peru, chefiada por La Condamine, por solicitação da Academia de Ciências da França e apoiada pelo filósofo Voltaire, com o objetivo principal de determinar com exatidão o grau do arco de meridiano nas proximidades da linha do equador e também realizar diversos estudos sobre história natural. A expedição pretendia verificar a hipótese de Newton sobre o achatamento da Terra nas zonas polares, assunto que dividia a comunidade científica europeia da época. Das informações do relatório constatamos que a expedição fazia parte de um grupo de expedições à diversas partes do planeta que iriam observar, medir e obter informações que pudessem subsidiar as análises acerca do assunto. Outros importantes nomes que se envolveram nas outras expedições foram: Perre Louis Maupertius Alexis Claude Clairaut e Pierre Charles Monnier, Louis Gondin, Pierre Bouger, RGE Juan, Antonio de Ulloa, o botânico Joseph Jussieu, dentre outros.

As informações presentes no livro foram de extrema importância para que a comissão demarcadora de limites da região Amazônica pudesse se orientar no cumprimento de suas atividades, conforme planejamento e orientação da coordenação da parte portuguesa do Tratado de Madri.

7. TEORIE DE LA FIGURE DE LA TERRE (ALEXIS CLAUDE DE CLAIRAUT, 1743)

Alexis Claude de Clairaut nasceu em Paris em 13 de maio de 1713 e faleceu na mesma cidade em 17 de maio de 1765. Foi considerado a matemático precursor da geometria diferencial pelos estudos fundamentais realizados sobre as curvas no espaço desde o início de sua juventude. Seu pai Jean-Baptiste Clairaut era professor de matemática e o iniciou nos estudos da área, apresentando-lhe *Os Elementos de Euclides* e posteriormente lhe encaminhando para realizar estudos com Johann Bernoulli.



THÉORIE
DE LA FIGURE
DE LA TERRE,
[illegible]
PAR CLAIRAUT,
De l'Académie royale des Sciences, et de
la Société royale de Londres.
SECONDE ÉDITION.

PARIS,
Chez Courcier, Imprimeur-Libraire pour les
Mathématiques, quai des Augustins, [illegible]
1808.

Figura 7: Folha de rosto da segunda edição do livro Teorie de la Figure de la Terre de Alexis Clairaut, em uma edição publicada em 1808.

O trabalho de Clairaut foi fundamental para que a geometria analítica espacial tomasse forma. Aos treze anos apresentou sua obra *Quatre problèmes sur de nouvelles curbes* (Quatro problemas sobre novas curvas), um tratado analítico sobre curvas não-planas no espaço, na Academia de Ciências de paris. Outra obra denominada *Recherches sur les courbes à double courbure* (pesquisas sobre as curvas de dupla curvatura), garantiu sua entrada aos dezesseis anos na Academia de Ciências.

Em 1736 viajou para a Lapônia com Pierre Louis Bouger e Anders Celsius, participando de uma das equipes que realizaram medições de arcos meridianos em duas diferentes latitudes do globo, para resolver a controvérsia entre cartesianos e os newtonianos com relação à lei da atração universal, introduzida por Newton em 1666. Ao retornar, em 1743, publicou Théorie de la figure de la terre (figura 7).

O livro *Théorie de la figura de la Terre* confirmava a teoria de Newton e Huygens segundo a qual a Terra era achatada nos pólos. Trata-se de um estudo teórico que fundamentava os dados experimentais sobre a forma da Terra, obtidos pela expedição que foi para a Lapônia. O livro foi um passo importante na definição das bases para o estudo da hidrostática. Seus fundamentos baseavam-se nas proposições teóricas de Newton e

Huygens que propugnavam uma teoria de que a Terra era um esferóide oblato, assegurada também pelos estudos de Maclaurin sobre as marés, que contribuíram a partir de suas discussões sobre o tema.

8. ELEMENS D'ASTRONOMIA (JACQUES CASSINI, 1740)

Jacques Cassini naceu em París, em 8 de fevereiro de 1677 e faleceu em Thury-sous-Clermont, em 18 de abril de 1756. Foi um astrônomo francês, filho do astrônomo Giovanni Domenico Cassini. Jacques Cassini. Estudou no Colégio Mazarin de Paris e terminou seus estudos numa idade entre catorze e quinze anos com uma pesquisa sobre ótica. Aos 17 anos foi admitido na Academia de Ciências, em 1696. Em 1698 fez uma viagem à Inglaterra, quando foi membro eleito da Royal Society of London.

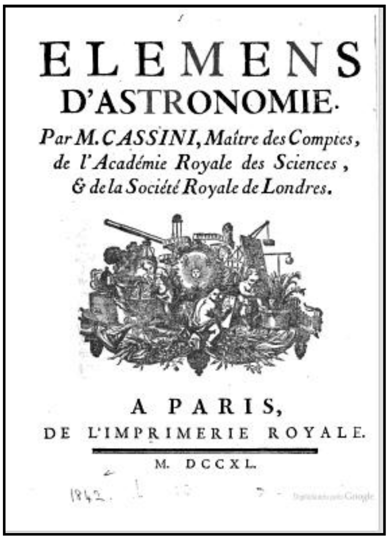


Figura 8: Capa do livro Elemens D'Astronomie, de 1740.

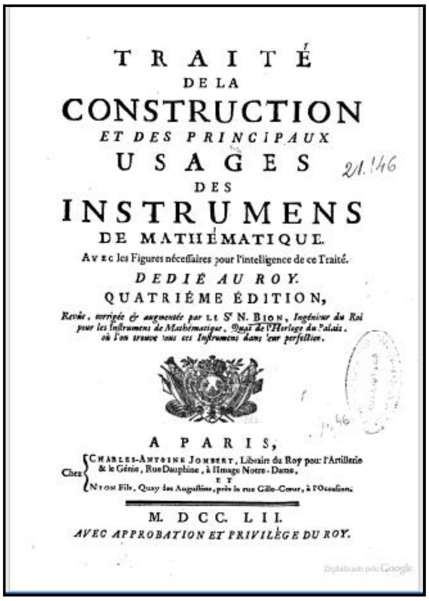
Em 1700 Cassini, junto com seu pai, organizou medições de arcos meridianos na França. Baseado na análise destas medições chegou-se à conclusão que o raio polar deveria ser maior do que o raio equatorial - que a Terra seria achatada no equador tendo assim uma forma de ovo. Contrariava, assim uma teoria dos astrônomos ingleses segundo a qual a

Terra seria achatada nos pólos. Estudiosos asseguram os erros das medições, causados pela imperfeição dos instrumentos da época, eram muito grandes e assim ainda era impossível comprovar por medição qual das duas teorias seria a correta.

Após suceder seu pai no observatório, em 1712, mediu em 1713 o meridiano 2° leste entre Dunkerque e Perpinhan publicando os resultados em um livro titulado *Tratado sobre la grandeza y la geografía de la tierra* (1720). Também escreveu em 1740 o livro *Elemens D'Astronomie* (Elementos de Astronomia, figura 8). Seus resultados provocaram críticas dos cientistas da época, pois medições mais novas, feitas para a definição do metro por Pierre Bouguer e Charles Marie de La Condamine em 1735 no Peru e de Pierre Louis Maupertuis, em 1736, na Lapônia confirmaram a tese de Newton e Huygens sobre o achatamento da Terra nos pólos.

9. TRAITÉ DE LA CONSTRUCTION DÊS INSTRUMENS DE MATHÉMATIQUE (NICHOLAS BION, 1752)

Nicholas Bion (1652-1733) foi um engenheiro de instrumentos matemáticos para o rei da França. Pouco se sabe sobre sua vida, além do fato de que suas oficinas foram instaladas em Paris e que ficou famoso pela qualidade dos seus instrumentos e porque ele escreveu dois livros respeitados por todos: *L'Usage des globos celestes Terrestres et, esferas et des, suivant les differents Systèmes du monde* (O uso de globos celestes e terrestres, e esferas ao longo dos vários sistemas do mundo) e o Traité de la construction dês instrumens de mathématique (Tratado de construção e os principais usos de instrumentos matemáticos, figura 9). Ambas as obras foram-se revelando altamente populares e traduzidas em uma série de outras línguas europeias.



TRAITÉ
DE LA
CONSTRUCTION
ET DES PRINCIPAUX
USAGES
DES
INSTRUMENS
DE MATHÉMATIQUE.
AVEC les Figures nécessaires pour l'intelligence de ce Traité.
DEDIÉ AU ROY.
QUATRIÉME ÉDITION,
Revûe, corrigée & augmentée par LE S[r] N. BION, Ingénieur du Roi pour les Instrumens de Mathématique, Quai de l'Horloge du Palais, où l'on trouve tous ces Instrumens dans leur perfection.

A PARIS,
Chez CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Libraire du Roy pour l'Artillerie & le Génie, Rue Dauphine, à l'Image Notre-Dame,
ET
NYON Fils, Quay des Augustins, près la rue Gilles-Cœur, à l'Occasion.

M. DCC. LII.
AVEC APPROBATION ET PRIVILÈGE DU ROY.

Figura 9: Capa do Tratado de Bion, 1752.

Seu tratado de construção e os principais usos de instrumentos matemáticos é com siderado um trabalho enciclopédico e que descreve os instrumentos matemáticos comumente disponíveis no início do século XVIII. Contém um prefácio com definições de termos matemáticos, seguido por oito livros (capítulos) separados: réguas e transferidores; o setor contendo uma linha de partes iguais, a linha de aviões, linha de polígonos, linha de cordas, linha de sólidos, e linha de metais, a bússola (incluindo o compasso proporcional e bússola), dispositivos de levantamento (quadrantes, cordas, correntes e dispositivos de observação); níveis de água e instrumentos de artilheiro (bússola artilheiro e quadrante), instrumentos astronômicos (quadrantes grandes e micrômetros para medir); instrumentos de navegação, incluindo, por exemplo, báculo de Jacó, e quadrante do marinheiro, relógios de sol de todas as formas de todas as orientações, o noturno, e um relógio de água.

Há, ainda, uma pequena seção sobre o uso do setor na observação de eclipses solares em que ele detalha o caminho, em toda a Europa, da sombra da Lua para o eclipse de 11 de maio de 1724. No apêndice que descreve e ilustra telescópio refletor de Isaac Newton como melhorou em Hadley, e imprime própria descrição do telescópio de Newton. Inclui também os capítulos adicionais sobre fortificação, bem como o relógio de pêndulo a partir dessa edição.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta investigação preliminar sobre as fontes bibliográficas presentes no acervo da comissão demarcadora de limites da Amazônia, no século XVIII, percebemos claramente o quanto atualizada a equipe estava com relação ao que vinha sendo produzido pelos cientistas da Europa no século XVII e XVIII.

Em nossa leitura e reflexão sobre o assunto percebemos que os autores e os temas abordados nos livros estão todos conectados e que as informações presentes nos livros estavam diretamente relacionadas com as pesquisas experimentais necessárias para o desenvolvimento da ciência e da tecnologia necessárias à sociedade do século XVIII. Além disso, a seleção dos livros que comporiam o acervo da comissão parece ter sido realizada em função da importância que os mesmos tinham para se fazer um estudo na região Amazônica e assim amplair a comprovação já estabelecida com base nas informações obtidas em outras partes do planeta e ainda reconfirmar o que a equipe de La Condamine havia concluído em suas viagens ao Peru.

Mesmo que neste artigo não tenha sido possível descrever e comentar todas as informações sobre os livros do acervo da comissão, é importante mencionar que os trabalhos de Maupertius foram considerados de grande importância tal como o de Clairaut para retomar as discussões sobre as informações referentes a astronomia na região, uma vez que esses dois cientistas estiveram na América do Sul entre no período de 1736-1737 em uma segunda comissão de exploração do Norte com a finalidade de rever o trabalho realizado pela equipe de La Condamine acerca do formato da terra.

Talvez os livros desses autores tenham sido trazidos em virtude da descrição que eles fizeram da região, mencionando no referido livro, a conclusão, na época, sobre o formato não eclíptico da terra e sim achatado nos pólos.

Com relação ao conjunto das fontes bibliográficas que apoiaram os trabalhos da comissão demarcadora, o atual estágio do nosso estudo já aponta a importância do referido conjunto de livros científicos para o sucesso das atividades a serem feitas na região. Percebe-se, ainda, que se tratava do que se tinha de mais atualizado na época no que se refere ao trabalho e que seria a base de orientação dos técnicos. Além disso, é possível apontar que os participantes da comissão estavam bem atualizados com relação ao que havia de mais novo circulando nos meios acadêmicos da época.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CARVALHO, Rómulo de. *A Astronomia em Portugal no Século XVIII*. Lisboa: ICLP, 1985.

CORTESÃO, Jaime. *História do Brasil nos velhos mapas*. Rio de Janeiro: Ministério das Relações Exteriores, Instituto Rio Branco, 1965.

CORTESÃO, Jaime. *Alexandre de Gusmão e o Tratado de Madri*. Lisboa: cadernos Seara Nova, 1950.

MENDONÇA, Isabel Mayer Godinho. *António José Landi (1713-1791)*. Um artista entre dois continentes. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2003. (Série Textos Universitários de Ciências Sociais e Humanas).

MENDONÇA, Marcos Carneiro de. *A Amazônia na Era Pombalina*. 2. ed. Tomo 1. Brasília: Edições do Senado, 2005. v. 49 A.

MENDONÇA, Marcos Carneiro de. *A Amazônia na Era Pombalina*. 2. ed. Tomo 2. Brasília: Edições do Senado, 2005. v. 49 B.

MENDONÇA, Marcos Carneiro de. *A Amazônia na Era Pombalina*. 2. ed. Tomo 3. Brasília: Edições do Senado, 2005. v. 49 C.

MOURA, Carlos Francisco. *Astronomia na Amazônia no século XVIII* (Tratado de Madri): os astrônomos Szentmártonyi e Brunelli – Instrumentos astronômicos e livros científicos. Rio de Janeiro: Real Gabinete Português de Leitura, 2008.

O'CONNOR J.J.; ROBERTSON, E.F. **Claude François Milliet Dechales.** In: http://www.gap-system.org/~history/Biographies/Dechales.html. acesso em 01/07/2011.

O'CONNOR J.J.; ROBERTSON, E.F. **Pierre Bouger (1698-1758)**. In: http://www.gap-system.org/~history/Biographies/Bouguer.html. acesso em 01/07/2011.

O'CONNOR J.J.; ROBERTSON, E.F. **Alexis Claude Clairaut.** In: http://www.gap-system.org/~history/Biographies/Dechales.html. acesso em 01/07/2011.

PINSKY, Carla Bassanezi (Org.). *Fontes históricas*. São Paulo: Contexto, 2005.

A TRADUÇÃO DE MANUAIS DE MATEMÁTICA NOS INÍCIOS DA ACADEMIA REAL MILITAR DO RIO DE JANEIRO

LUÍS MANUEL RIBEIRO SARAIVA

Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais – CMAF
Universidade de Lisboa
Av. Prof. Gama Pinto, 2
1649-003 – Lisboa - Portugal

mmff5@ptmat.fc.ul.pt

Resumo: A chegada da Corte Portuguesa ao Brasil em 1808 implicou modificações estruturais importantes na então colônia portuguesa. Uma delas foi a criação da Academia Real Militar do Rio de Janeiro, com um Curso Matemático de quatro anos. Num curto espaço de tempo (1809-1815) assistiu-se à publicação de uma vaga de traduções de livros de Matemática pelos docentes da Academia que não tem igual na história da Matemática portuguesa. Neste artigo incidiremos sobre estas traduções e seus autores, dando alguns elementos biográficos sobre eles, e em particular analisaremos o que o mais teórico deles, Manoel Ferreira Araújo Guimarães, escreveu numa das introduções sobre a prática da tradução. Comentaremos também o conteúdo das introduções escritas nessas traduções.

Palavras chave: Era pombalina; Astronomia amazônica; Matemática e cartografia.

THE TRANSLATION OF MATHEMATICS TEXTBOOKS IN THE BEGINNINGS OF THE ROYAL MILITARY ACADEMY OF RIO DE JANEIRO

Abstract: The arrival of the Portuguese Court at Brazil in 1808 implied important structural changes for the then Portuguese colony. One of them was the founding of the Royal Military Academy of Rio de Janeiro, which had a four-year mathematics course. In a short period (1809-1815) many translations of mathematics books by the teaching staff of the Academy were published, in what still remains a unique deed in the history of Portuguese mathematics. This paper will focus on the translations and their translators, and some biographical data will be given. I will analyze the only theoretical comment on the practice of translation written in one of the introductions by one the translators, Manoel Ferreira Araújo Guimarães. I will also comment on some of the introductions written for those translations.

Keywords: Portuguese Mathematics, XIXth Century, Translation of textbooks, Colonial Brazil.

1. INTRODUÇÃO

O Brasil era a colônia que a Coroa Portuguesa mais receio tinha de perder, pelo que, enquanto pôde, manteve-a privada dos meios que poderiam contribuir quer para uma divulgação de conhecimentos não controlada pelo poder central quer para a formação de uma intelectualidade independente da metrópole. Por isso antes da ida de D. João VI para o Rio de Janeiro, não havia nem imprensa nem ensino superior no Brasil[1]. Com a chegada e instalação da Corte no Rio de Janeiro no começo de 1808 a situação mudou qualitativamente, pois era necessário ter no Brasil todas as instituições associadas à nova comjectura política, a Coroa teria de criar na América estruturas de apoio correspondentes às que tivera na Europa, tanto mais que o Brasil foi declarado passar a ser o centro do Império Português (28 de Janeiro de 1808).

Foi assim que em poucos meses, e sucessivamente, foram criadas a *Escola de Cirurgia* no Hospital Real da Bahia (18/02/1808), a *Escola de Anatomia e Cirurgia* do Hospital do Rio de Janeiro (07/03/1808), é declarado o livre estabelecimento de fábricas no Brasil (01/04/1808), é fundado o *Real Arquivo Militar* (07/04/1808) para preservar e reunir todas as plantas e mapas, copiá-los para delimitações de fronteiras, planear fortificações e novas vias de comunicação. É igualmente fundada a *Fábrica da Pólvora* (13/05/1808), e no mesmo dia é criada a *Imprensa Régia*, que vai imprimir os primeiros manuais de estudos superiores, entre os quais manuais de Matemática, Física e Química. Em Maio começam as aulas da *Academia Real dos Guardas Marinhas*, que tinha acompanhado a Corte na sua travessia atlântica. A 13 de Junho sai o Decreto para a posse das terras da lagoa de Rodrigo Freitas: é o começo do *Jardim Botânico*. Das instituições criadas nesta sequência há ainda a realçar a fundação do *Colégio das Fábricas* a 23 de Março de 1809, a primeira instituição criada para a formação técnica para emigrantes vindos da Europa, e a fundação

[1] Sobre o Brasil antes de 1808, ver [De Oliveira, 2005].

a 04/12/1810 da *Academia Real Militar do Rio de Janeiro*. O curso dado nesta última tinha a duração de sete anos, sendo os quatro primeiros anos designados por Curso Matemático, e os últimos três por Curso Militar.

A reforma pombalina dos estudos superiores, realizada em 1772, que em particular tinha criado a primeira Faculdade de Matemática em Portugal, continuava em vigor[2]. O curso tinha quatro anos, utilizando-se como matriz os livros de Etiènne Bézout para a Marinha e para o Exército, [Bézout, 1764-1769] e [Bézout, 1770-1772]. As obras de Bézout foram seccionadas em partes autónomas com títulos próprios e traduzidas para português, a maior parte das quais por José Monteiro da Rocha (1734-1819), e utilizadas nos dois primeiros anos do curso, conjuntamente com a tradução para português da versão de Commandino dos *Elementos* de Euclides, livros I a VI, XI e XII, feita por João Ângelo Brunelli (? – 1791). No Terceiro Ano ensinava-se a chamada *Foronomia* (Ciências Físico-Matemáticas), utilizando como manuais o *Tratado de Hidrodinâmica* de C. Bossut e o *Tratado de Dinâmica* do Abbé Marie (ambos traduzidos por Monteiro da Rocha), e no último ano eram dados elementos de *Astronomia*, em que o manual seguido era de N. Lacaille, *Leçons Elementaires d'Astronomie*, não havendo indicação deste livro ter sido traduzido em português.

Na reforma de 1772 estava estipulado que os lentes deviam escrever os seus manuais. Isto, contudo não foi seguido, o único lente que apresentou um texto para manual foi José Anastácio da Cunha (1744-1787) para a cadeira do 1º Ano (Geometria), mas a Congregação da Matemática nunca chegou a pronunciar-se sobre o texto, pelo que só surgiu depois da morte de Anastácio, integrado nos seus *Principios Mathematicos* (1790).

Quando surge a necessidade de criar o ensino superior de Matemática no Rio de Janeiro, abre-se um campo de possibilidade muito

[2] Sobre a Matemática na Reforma de Pombal, ver [Albuquerque, 1978].

grande, pois sendo uma escola militar não poderia a Universidade de Coimbra (que tinha a exclusividade do ensino superior em Portugal) obstar ao programa que fosse decidido adoptar. Por isso houve uma remodelação total: substituiu-se o curso de Bézout, vigente em Coimbra desde a reforma de 1772, isto é, leccionado em Coimbra havia mais de 30 anos, por obras de Lacroix e Legendre, que representavam um modo moderno de ver e ensinar a Matemática. A estas obras juntaram-se outras, a maioria das quais também não utilizadas em Coimbra, de Francoeur, Lacaille, Laplace, Lalande e Euler, entre outros[3]. Deste modo o que havia de moderno no ensino da Matemática foi trazido para o Portugal Brasileiro. Em Coimbra continuou-se a ensinar segundo o curso de Bézout até à década de 30, altura em que foi substituído pelo curso de Francoeur, autor este ensinado no Rio de Janeiro desde os começos da Academia.

2. OS TRADUTORES

2.1. Introdução

Havia a necessidade de se traduzir os novos compêndios para os alunos. Tiraram-se conclusões sobre o fracasso que tinha sido a recomendação em Coimbra para os professores escreverem os seus manuais. Tendo em conta de que se tratava de uma instituição militar, foi determinado que só teria promoção quem escrevesse o compêndio das suas aulas e o visse aprovado pela Junta Militar que presidia à Academia. O Decreto de 4 de Dezembro de 1810, que estabeleceu a Academia Real Militar, afirma:

> Os Lentes que forem nomeados, não poderão ser adiantados em Postos, nem obter recompensas, e Graças, sem que cadas hum delles tenha

[3] Sobre a Academia Real Militar nos seus começos, em particular a estrutura dos seus cursos, os livros de texto utilizados, os regulamentos no que diz respeito a professores e alunos, e os resultados académicos nos seus primeiros dez anos de funcionamento, ver [Saraiva, 2007].

> organizado e feito o seu Compendio pelo methodo determinado nos Estatutos, e sem que o seu trabalho seja approvado pela Junta Militar (Collecção, 1826; pp. 940/941).

Há uma actividade de tradução única na história da Matemática Poruguesa, em que 17 referências bibliográficas relativas a Matematica (incluindo Física e Óptica[4]) e mencionadas no Decreto de 4 de Dezembro de 1810 foram traduzidas para o português no período 1809-1815, mais dois manuais compilando informações de outras obras indicadas naquele Decreto. Destas obras, três foram impressas em 1809, sugerindo que o projecto poderia ter começado a ser realizado mais cedo, em 1808, ou até antes. Das restantes, onze foram impressas entre 1812 e 1814. No fim de 1815 estavam traduzidas para português todas as obras mencionadas no Decreto de 4 de Dezembro para os dois primeiros anos, e todas as restantes referências maiores ou estavam já traduzidas ou os professores da Academia tinham escrito manuais que preenchiam os temas referidos. De 1815 até à independência do Brasil não se efectuam mais traduções de livros de texto no que diz respeito ao chamado Curso Matemático[5].

---

[4] Considerámos os vários volumes da mesma obra como sendo entidades autónomas.

[5] Não referimos neste artigo as traduções de livros do Curso Militar, como por exemplo, o*Tratado Elementar da Arte Militar e da Fortificação*,Tomo I, de Guy de Vernon, traduzido por João de Souza Pacheco Leitão (1770-1855), o primeiro professor do quinto ano da Academia Real Militar, na altura Sargento-Mor do *Real Corpo de Engenheiros*. No ano seguinte Leitão continuou como professor da mesma cadeira e temos a informação em 11 de Abril de 1812 de que Leitão se encontrava a escrever um compêndio das suas aulas [Pondé, 1972; p. 42]. Tendo em conta que as aulas do quinto ano tinham como um dos livros da bibliografia o acima mencionado de Guy de Vernon, é muito provável que fosse este o compêndio referido. A tradução do livro sai em 1813, e é noticiada pela *Gazeta do Rio de Janeiro*, a 11/08/1813, p. 4, observando ter "algumas alterações e notas críticas". Na mesma notícia se diz que o segundo tomo está no prelo. Mas posteriormente não saiu qualquer indicação

Os autores dos dois manuais e dessas 17 traduções foram José Saturnino da Costa Pereira (1773-1852), Francisco Cordeiro da Silva Torres e Alvim (1775-1856), José Victorino dos Santos Souza (? – 1852), Manoel Ferreira de Araújo Guimarães (1777-1838) e André Pinto Duarte (? -?), este último professor da 2° cadeira, sobre o qual muito pouco se sabe. Em relação aos três primeiros, vamos seguidamente referir em mais algum detalhe a vida e obra de cada um, colocando a tónica no seu trabalho de tradução. Araújo Guimarães foi aquele que, certamente devido à sua formação, mais teorizou e argumentou detalhadamente sobre a prática da tradução. A sua análise da prática da tradução será referida em 2.6. Não analisaremos aqui a vida e obra deste militar antes da independência, uma vez que já escrevemos sobre este tema noutro artigo[6], apenas nos limitaremos a um breve resumo do seu percurso até 1822, que completaremos com elementos da sua vida e obra posteriores a esta data, e daremos uma listagem das suas traduções. Quando mencionarmos os livros traduzidos, as datas entre parêntesis são as da publicação da tradução portuguesa. Sempre que possível, para os que se relacionam com a Matemática, indicaremos os números da *Gazeta do Rio*

---

da sua publicação. A mesma obra é noticiada pelo *Patriota*, 2ª subscrição, número 2, Agosto de 1813, pp. 69-70. Neste sai uma notícia extensa, em que é elogiado o modo como o livro é traduzido e completado, tendo sido "necessário acrescentar muitos conhecimentos elementares, assim no corpo da Obra, como em algumas notas", observando-se ainda que o autor teve em conta a especificidade e diferença da formação dos alunos da *Academia Real Militar* em relação ao público a que originalmente se destinava a obra de Vernon. Por isso, conclui, "os Appendices, como as Notas, já correctivas, já ampliativas; humas vezes de erudição militar; outras accommodadas á differença de escola e ordenança, farão muito recomendavel esta Traducção". Trata-se de uma preocupação recorrente nas traduções dos livros para esta Academia, como veremos noutros casos. Leitão aparece ainda referenciado como membro do *Real Corpo de Engenheiros* do Rio de Janeiro em 1820, com o posto de Tenente Coronel. (in *Almanach para o Anno de MDCCCXX*, Lisboa, Officina de J. F. M. Campos, pp. 689-695)

[6] Sobre Araújo Guimarães, ver [Saraiva, 2011].

de Janeiro (GRJ) e de *O Patriota* (OP) onde essa publicação foi noticiada. De notar que *O Patriota* apenas foi publicado em 1813 e 1814, pelo que só seria de esperar recensões a livros surgidos entre o fim de 1812 e o fim de 1814. De facto apenas dois livros (um em dois tomos) tiveram recensão no Patriota: o tomo IV do *Tratado Elementar de Mecanica* de Francoeur, e o *Tratado Elementar de Physica* de R. J. Haüy.

Como observação final, estas notas sobre os tradutores da *Academia Real Militar* representam um primeiro levantamento relativo às suas vidas e obras, são necessariamente parcelares e fragmentárias, e, numa segunda etapa, terão de ser completadas a partir de trabalho de pesquisa de arquivo e com investigação sobre uma maior abrangência de fontes primárias.

2.2. André Pinto Duarte (? -?)

2.2.1. Vida e obra

Temos muito pouca informação sobre este militar. Natural de S. Salvador-Goitacases, entrou para o curso de Matemática da *Universidade de Coimbra* a 14/10/1799, concluindo a sua formatura de Matemática a 7/7/1804 [Morais, 1949; p. 373]. Vem igualmente referenciado em [Morais, 1942; p. 208], mas aí só vem a indicação do começo do curso, não a sua conclusão.

Não se encontra na lista dos docentes nomeados como lentes e substitutos da *Academia Real Militar* em 11 de Marco de 1811 pelo Conde de Linhares, mas o seu nome ja figura como lente do segundo ano em documento de 28 de Marco de 1812. [Pondé, 1972; pp. 43, 53 e 54].No número 4 da 1° subscrição, do *Patriota* (1813), pp. 89-91, refere-se o início do ano lectivo na *Academia Real Militar*, e dá-se a indicação dos professores de cada ano e o número de alunos. Assim dos 57 alunos dos cinco anos em funcionamento (os quatro do Curso Matemático e o primeiro do Curso Militar), 15 são do segundo ano, em que o professor continua a ser André Pinto Duarte, Capitão do *Real Corpo de Engenheiros*.

Contudo diz-se ainda que, "por impedimento, rege actualmente a Cadeira o Lente Substituto Fr. Pedro de Santa Mariana"[7].

2.2.2.Traduções de André Pinto Duarte até 1822

N. Lacaille - *Tratado de Óptica* (1813), 240 páginas. Atribui-se a André Pinto Duarte esta tradução[8], se bem que o livro não mencione o tradutor e a recensão publicada na *Gazeta do Rio de Janeiro* de 18/05/1814, p. 4, seja igualmente omissa neste assunto[9]. Contudo parece inequívoca ser sua a tradução, pois ela é explicitamente mencionada em carta de Araújo Guimarães a D. João de Almeida de Melo e Castro, Conde das Galveias[10].

2.3. José Saturnino da Costa Pereira (1773-1852)

2.3.1 Vida e obra

Não há muita documentação biográfica sobre este militar. José Saturnino da Costa Pereira nasceu na colónia do Sacramento, hoje parte

---

[7] *O Patriota* passa a bimensal em 1814, e isso certamente foi factor para a diminuição do número de notícias da actualidade nele inseridas. Assim em 1814 não há notícia sobre a abertura das aulas na Academia, nem a correspondente enumeração dos professores.

[8] Por exemplo, em [Telles, 1994; p. 98].

[9] De notar que o livro tem a indicação de ter sido publicado em 1813. Se efectivamente o foi, há pelo menos quase seis meses de intervalo entre a saída do livro e a sua indicação na *Gazeta do Rio de Janeiro*. Observemos que a *Gazeta* usa sempre a mesma formulação para a informação sobre os livros: "Sahiu (ou sahirao) á luz". Esta notícia, por exemplo, dá conjuntamente a informação que os *Elementos de Astronomia* de Araújo Guimarães foram igualmente publicados. Este livro, ao contrário do anterior, tem 1814 inscrito na sua capa.

[10] Carta transcrita como Apêndice em [Saraiva, 2011; pp. 110-113]. Por outro lado no próprio título do livro se diz que o Tratado tem "as correcções e addicções dos discipulos da Escola Polytechnica", o que poderá supôr ter havido colaboradores de Pinto Duarte, eventualmente alunos do quarto ano, na altura leccionado por Araújo Guimarães.

integrante do Uruguai, a 22 de Novembro de 1773[11]. Entrou para o curso de Matemática da *Universidade de Coimbra* como aluno ordinário a 15/10/1802, sendo-lhe atribuído o grau de bacharel a 4/6/1806 [Morais, 1942; p. 215], [Morais, 1949; p. 386]. Foi professor da *Academia Real Militar* do Rio de Janeiro desde a sua criação, tendo sido encarregado da docência da 3ª cadeira, sendo na altura 1º Tenente do *Real Corpo de Engenheiros*.

Escreveu vários compêndios, o mais importante dos quais foi uma tradução do *Tratado Elementar de Mecanica* de Francoeur, mas com aumentos seus tirados das obras de, entre outros, Prony, Bossu e Marie, e publicado pela *Imprensa Régia* no Rio de Janeiro em 1812. A obra saiu em quatro partes, respectivamente Estática, Dinâmica, Hidrostática e Hidrodinâmica, num total superior a 700 páginas, com estampas.

O único artigo de Matemática publicado no *Patriota* é da sua autoria: *Indagação do sólido de máximo volume entre todos os de igual superfície*, que surgiu no segundo número da primeira série, pp. 3-7, Fevereiro de 1813[12]. Demonstrou igualmente uma preocupação pedagógica quanto a formação da juventude, nao esquecendo o ensino da ciência, com a publicação em 1818, no Rio de Janeiro, de *Leitura para os meninos, contendo uma collecção de historias moraes relativas aos defeitos ordinarios ás idades tenras e um dialogo sobre geografia, chronologia, historia de Portugal e historia natural*. Este livro

[11] As informações biográficas sobre Costa Pereira são elaboradas principalmente a partir de [Blake, 1883-1902; vol. 5, pp. 185-187] e [Da Silva, 1858-1870; vol. V, pp. 120-121; vol. XIII, p. 379]. Noto que será necessário certificar a data e o local de nascimento de Costa Pereira. No jornal *Agora* de 19 de Agosto de 2012, vem indicado que Costa Pereira nasceu no Rio Grande em 1780, o que lhe daria a idade de 21 anos quando entrou na Universidade de Coimbra e não 29, o que parece mais plausível, e dá-se a informação que o historiador Carlos G. Rheingantz localizou o seu registo de batizado no livro 5, folhas 32, em 29 de Novembro de 1780, na matriz de S. Pedro, tendo o nascimento ocorrido a 22 de Novembro (site consultado a 20 de Setembro de 2012: www.jornalagora.com.br/site/content/noticias/print.php?id=7178)

[12] Sobre o tema deste seu artigo, ver [Magalhães, 2006].

teve mais três edições (1821, 1822 e 1824). Esta preocupação manteve-se ao longo da sua vida. Já depois da independência publicou no Rio de Janeiro *Recreação moral e scientifica ou bibliotheca da juventude*, sete volumes que sairam entre 1834 e 1839, onde, nos seis primeiros, se explicam os principios gerais das ciências, enquanto que o sétimo é constituído por três contos. No mesmo sentido publica no Rio de Janeiro em 1834 *Elementos de logica, escriptos em vulgar, apropriado às escolas brasileiras*, e dois anos mais tarde, *Compendio de Geographia Elementar para uso das escolas brasileiras*. Em 1834 sai no Rio de Janeiro, na Tipografia e Livraria de R. Ogier & C., o *Diccionario Topographico do Imperio do Brasil*, e que, tal como vem indicado no subtítulo da obra, contém a descrição de "todas as Provincias em geral, e particularmente de cada huma das suas Cidades, Villas, Freguesias, Arraiaes e Aldeas; bem como a dos Rios, Serras, Lagos, Portos, Bahias, Enseadas, &c.; com muitas demarcações de Latitudes e Longitudes dos lugares, tiradas das mais accreditadas observações; e finalmente a Noticia das Nacoes Indigenas [...]" Esta sua preocupação com a topografia do Brasil expressa-se ainda através de outras obras: é-lhe atribuído um mapa do Rio Grande do Sul, um desenho seu de 1841; e publica no Rio de Janeiro em 1848 *Apontamentos para a formação de um roteiro das costas do Brasil com algumas reflexões sobre o interior das províncias do Brasil e suas producções*. Quer Blake quer Inocêncio Francisco da Silva atribuiem-lhe um conjunto de livros para uso da Escola Militar publicados entre 1840 e 1845 sobre geodesia, óptica, álgebra, cálculo diferencial, mecânica e astronomia, que será necessário verificar se são da sua autoria ou se trata apenas de reedições mais ou menos adaptadas das traduções para a *Academia Real Militar* realizadas nos seus inícios pelos seus lentes, incluindo por Costa Pereira.

Foi Presidente da Província de Mato Grosso de 1825 a 1828, e senador em oito mandatos consecutivos, de 1828 a 1852 Era irmão de Hipólito José da Costa Pereira (1774-1823), editor em Londres do que é considerado o primeiro jornal brasileiro, o *Correio Braziliense ou Armazém Literário*, publicado entre 1808 e 1823.

2.3.2. Traduções de Costa Pereira até 1822

L. B. Francoeur – *Tratado Elementar de Mechanica* (1812), Parte 1, *Estática*, 224 páginas, Parte II, *Dinâmica*, 214 páginas, ambos referenciados em GRJ, 14/11/1812, p. 4; Parte III, *Hidrostática*, 102 páginas (GRJ, 21/12/1812, p. 4) e Parte IV, *Hidrodinâmica*, 174 páginas, (GRJ, 13/1/1813, p. 4; OP, 1° subscrição, número 1, pp. 61-62. Na recensão do *Patriota* refere-se que a obra aborda mais matérias do que menciona no título, em particular a Mecânica Celeste de Laplace).

2.4. Francisco Cordeiro da Silva Torres e Alvim (1775-1856)

2.4.1. Vida e obra

Francisco Cordeiro da Silva Torres e Alvim nasceu a 24 de Fevereiro de 1775[13] na Vila de Oureos, Portugal. Entrou na *Academia Real dos Guardas Marinhas* a 18 de Março de 1797, sendo promovido primeiro a guarda marinha a 29 de Julho de 1797, e depois a chefe de brigada a 31 de Julho de 1798, completando os seus estudos. Passou a segundo tenente a 6 de Julho de 1799. Em Março de 1800 embarcou na fragata *Amazonas*, prestando serviço durante dois anos em águas americanas, regressando a Lisboa em Maio de 1802, a bordo da nau *Maria I*. Requereu a frequência da *Academia Real de Fortificação, Artilharia e Desenho*, o que lhe foi concedido em Setembro desse ano. Durante o curso que ai realizou foi sempre um estudante distinto, premiado em todos os anos lectivos. Em 1804, por pedido da congregação dos lentes, concedeu-lhe o

---

[13] As informações biográficas de Torres e Alvim são compiladas de [Blake, 1883-1902; vol. V5, pp. 428-430], [Da Silva, 1858-1870; vol. II, p. 367; e vol. IX, pp. 281-282], e [Porto Alegre, 1856; pp. 126-136]. A informação das datas das promoções está no Livro Mestre 377, Fol. 255, do Arquivo Central da Marinha, e no seu processo no Arquivo do Gabinete de Estudos Arqueológicos de Engenharia Militar da Direcção de Infraestruturas do Exército, cota PT-GEAEM-PI1335-3-4-96. Devo esta última fonte ao senhor Tenente-Coronel José Paulo Berger.

governo a passagem ao *Real Corpo de Engenheiros*, sendo nomeado primeiro tenente a 6 de Julho de 1804. Em 1806 foi-lhe dada a direcção da obra de encanamento do Tejo, que tinha destruído os diques das suas margens entre Santarém e Valada. Ainda essa obra não estava terminada, quando em Novembro de 1807 se deu a primeira invasão francesa e a ida da família real para o Brasil. Torres e Alvim regressou a Lisboa para avisar o administrador das obras que as ia abandonar e ia partir para o Brasil, para se juntar aos que acompanharam a Corte. Foi então que se casou com Sophia Albertina Queen e, no dia seguinte, os dois conseguiram passar o bloqueio francês e embarcar na fragata inglesa *Nympha*, tendo seguido para Portsmouth. No começo de 1809, na dupla função de oficial da marinha e de engenheiro, saiu de Inglaterra como segundo comandante da galera *Alegria*, em direcção ao Rio de Janeiro. A nau fez escala na ilha de Santiago, onde Torres e Alvim superintendeu a construção de um forte, armado com as peças de artilharia da nau *Urania*, que aí naufragara. Chegou ao Rio a 12 de Maio de 1809. Foi nesse ano promovido a capitão (24 de Junho) e ficou empregado no serviço da casa real. Passou a Sargento Mor do *Real Corpo de Engenheiros* a 24 de Junho de 1810. Foi então nomeado para dirigir varios trabalhos de Engenharia, como o cais da Praça do Comercio. Entrou para lente da *Academia Real Militar do Rio de Janeiro* em 1811, onde leccionou mais de 25 anos. Foi professor da 2ª cadeira, aparentemente só no seu primeiro ano de funcionamento, e também da 6ª (Fortificação) não no primeiro ano, em que o lente era Salvador Jozé Maciel, Capitão do *Real Corpo de Engenheiros* [Pondé, 1972; pp. 43 e 53]. Em 1811 foi promovido a major. A sua esposa faleceu em 1812. Em 1813 foi enviado para a fazenda real de Santa Cruz, onde dirigiu a restauração e aperfeiçoamento de trabalhos hidráulicos deixados pelos Jesuítas. Igualmente supervisionou o encanamento das águas do rio Maracanã e a construção do chafariz do campo de Santana (hoje conhecido por Praça da República) no Rio de Janeiro. Voltou a casar em 1816 com Maria Cândida Barreto. Foi promovido primeiro a tenente-coronel em 1818 (6 de Fevereiro), depois a coronel em 1823 (12 de Outubro), e a brigadeiro em 1826 (por coincidencia, tambem a 12 de Outubro). Aderiu à causa do Brasil e foi encarregado das fortificações e defesa da costa, desde a barra de Guaratiba até à Gávia. Em Dezembro de 1827 foi nomeado inspector geral da *Caixa de Amortização*[14], da qual foi um dos fundadores. A 15 de Junho de 1828 é nomeado Ministro da Guerra. Mas não se deu bem no lugar (ele próprio disse que *um cordeiro não serve para a guerra*) e pediu a exoneração a 24 desse mês, regressando para a *Caixa de Amortização*. Em 1830 dirigiu as obras do canal de Pavuna e do rio Guandú, algumas das obras que supervisionou. Em 1833, a seu pedido, foi reformado no posto de marechal de campo. Foi um dos 27 fundadores, a 21 de Outubro de 1838, do *Instituto Historico e Geografico Brasileiro*. Em 1846 aposentou-se da *Caixa de Amortização*. Foi agraciado com o título de Visconde de Jerumerim em 1854. Faleceu a 8 de Maio de 1856, no Rio de Janeiro.

2.4.2. Traduções de Torres e Alvim até 1822

S. F. Lacroix- *Tratado Elementar d'Arithmetica* (1810), 156 páginas, GRJ, 05/09/1810, p.8. Nesta obra Torres e Alvim adicionou tabelas de conversão para transformar unidades de medidas francesas, novas e antigas, nas portuguesas, e vice-versa.

R. J. Haüy – *Tratado Elementar de Physica* (1810), dois volumes, 416 + 402 páginas. No livro não vem mencionado o tradutor, mas Torres e

[14] Criada pela Lei Imperial de 15 de Novembro de 1827 para gerir a dívida pública, foi regulamentada pelo Decreto de 8 de Outubro de 1828. Era administrada por uma junta presidida pelo Ministro da Fazenda. Inicialmente a sua direcção executiva era da responsabilidade de um inspector geral. Tinha como atribuições todas as operações relativas às apólices da dívida pública e ao pagamento dos seus juros: pt.wikipedia.org/wiki/Caixa_de_Amortiza%C3%A7%C3%A3o, consultado a 21/08/12).

Alvim vem indicado por alguns autores[15] como tendo feito a tradução. Nas recensões publicadas na *Gazeta do Rio de Janeiro* também é omisso o tradutor (respectivamente na GRJ de 21/11/1812, p. 4, e na GRJ de 13/01/1813, p. 4, referindo-se em ambos os volumes que se trata da segunda edição, revista e consideravelmente aumentada[16]. Quanto à recensão do *Patriota*, ela é feita na 1° subscrição (1813), número 1, p. 62, mas não são individualizados os dois volumes da obra, antes se fala dela de forma demasiado geral, nem se referindo os seus conteúdos).

S. F. Lacroix – *Elementos d' Algebra* (1811), 345 páginas, GRJ de 29/02/1812, p. 4.

S. F. Lacroix – *Tratado Elementar de Calculo Differencial e de Calculo Integral*, Parte I, (1812), 220 páginas, GRJ de 14/11/1812, p. 4; Parte II (1814), 360 páginas, GRJ de 03/09/1814, p. 4.

2.5. José Victorino dos Santos e Souza (? – 1852)

2.5.1. Vida e obra

Muito pouco se sabe sobre este militar[17]. No que foi possível investigar não havia indicação nem do local nem da data do seu nascimento. Era elemento do *Real Corpo de Engenheiros* no Rio de Janeiro, lente da *Academia Real Militar* desde o seu início, como professor de Geometria Descritiva, ensinada no segundo ano, e lente substituto das

---

[15] Ver [Teles, 1994; p. 98].

[16] Notemos a diferença temporal entre a data indicada no *Tratado* como sendo a da edição dos dois volumes desta obra e a publicação da sua notícia, quase dois anos. Quer na *Gazeta* de 21 de Novembro de 1812, p. 4, quer na de 13 de Janeiro de 1813, p. 4 dá-se conta dos livros anunciados, onde se inclui esta obra de Haüy, exactamente da mesma maneira: "Sahirao á luz".

[17] As informações biográficas de Santos e Souza são compiladas de [Blake, 1883-1902; vol. 5, pp. 227-228], [Da Silva, 1858-1870; vol. V, p. 156; e vol. XIII, p. 240].

cadeiras de Matemática. Em 1811 é Segundo Tenente, conforme está no documento que nomeia os primeiros professores da *Academia Real Militar* [Pondé, 1972; p. 43]. Já na listagem de 1820 dos elementos do *Real Corpo de Engenheiros* está indicado como Major Graduado[18]. Funda os *Annaes Fluminenses de Sciencias, Artes e Litteratura*[19] em 1822, dos quais só sai um número com 118 páginas e mais 16 desdobráveis. De notar que foram impressos na Typographia de Santos e Souza, portanto muito possivelmente propriedade ou do próprio José Victorino ou de alguém da sua família. Escreve ainda nesse ano uma *Memoria sobre a defeza militar da capital do Brazil e dos pontos que seria bom fortificar*. Após a tentativa falhada dos *Annaes* para implementar uma revista científica no Brasil, Santos e Souza volta em 1826 com uma nova revista: *o Jornal Scientifico, Economico e Literario,* que no seu título explicita o seu conteúdo: *ou Collecção de Peças, Memorias, Relaçoens, Viagens, Poesia e Anecdotas*; *Mixto de Instrucção e Recreio Acommodado a todo o genero de Leitores*. São dois os autores desta revista: além de Santos e Souza, há igualmente Felisberto Ignácio Januário

---

[18] Almanach para o Anno de MDCCCXX, Lisboa, Officina de J. F. M. Campos, pp. 689-695. Nessa lista vêm referenciados muitos dos professores e dirigentes da Academia Real Militar: Tenente General Graduado e Inspector João Manoel da Silva; Brigadeiro Graduado Manoel Jacintho Nogueira da Gama;Tenentes Coroneis Francisco Cordeiro da Silva Torres [e Alvim], João de Sousa Pacheco Leitão e Manoel Ferreira de Araujo Guimarães; Major Effectivo José Saturnino da Costa Pereira; e Major Graduado Roberto Ferreira da Silva. Este último tinha sido nomeado, aquando da fundação da Academia, lente substituto de Desenho e Gravura. Na altura era Segundo Tenente. Publicou em 1817 "Elementos de Desenho e Pintura e regras gerais de perspectiva, dedicados ao senhor El Rei d. João VI". Vem nota da sua publicação na GRJ em 22/03/1817, mas sem mencionar o nome do autor. O livro é considerado mau por um avaliador não nomeado citado por [Da Silva, 1858-1870; vol. VII, p. 164]. [Blake, 1893-1902; vol. 7, p. 140] tambem refere esta crítica: diz que só conhece a 2ª edição, publicada em 1841, e que esta não corresponde de modo algum ao que aquele avaliador considerou.

[19] Sobre os *Annaes Fluminenses* ver [Freitas, 2006], principalmente pp. 60-62.

Cordeiro[20] (1774-1855). Desta revista sairam três números, entre Maio e Julho de 1826. A revista não continuou por dificuldades económicas[21]. Em 1827 vê publicada no Rio de Janeiro a *Nova Theoria do Universo Fundada nas Diferenças das Densidades, Gravidades Especificas, e Naturezas Constituintes dos Corpos Celestes*[22], que vai ter uma segunda edição ("melhorada, corrigida e augmentada") em 1840[23], uma obra de 24 páginas impressa na typographia de I. F. Rorres[24], no Rio de Janeiro. Aqui é mencionado como lente jubilado da *Imperial Academia Militar*[25]. Esta obra merece um estudo separado. O autor no prefácio menciona que a doutrina que expõe não é nem newtoniana nem cartesiana, e afirma que é mais conforme "á simplicidade das leis da Natureza, e ás novas descobertas, sobre a natureza da luz, da propagação do calórico, e da dilatabilidade dos gazes, e fluidos elasticos". Com relação com o tema deste texto é publicada em 1847 na revista *Sciencia* uma sua *Memoria sobre as causas physicas dos movimentos de rotação da terra e dos planetas.*

Santos e Souza desenvolveu também actividades eminentemente práticas e utilitárias, como se pode constatar numa carta imperial de 25 de

---

[20] Sobre Januário Cordeiro ver [Da Silva, 1858-1870; vol. II, pp. 258-259].

[21] Sobre esta revista ver [Freitas, 2006; pp. 62-64]. Ver igualmente [Da Silva, 2012; pp. 7-8 e 12-13].

[22] Não nos foi possível consultar esta edição.

[23] O autor no prefácio refere que a segunda edição ocorre quinze anos após a primeira, o que faria com que a segunda se tivesse verificado em 1842 e não 1840, como está na capa do opúsculo. Santos e Souza publicou igualmente uma *Theoria do Universo*, um livro de 80 páginas, com o subtítulo *E propriedades novamente descobertas sobre a gravitação dos Sattelites, e do Sol, interpretadas como Lei Universal.* Não nos parece ser este a primeira edição, apesar do autor no texto repetidamente se referir a esta teoria como a *nova Theoria do Universo*, pois se trata de uma obra de consideravelmente maior envergadura do que a que vemos como segunda edição. Temos ainda muito pouca informação sobre esta obra, inclusivamente não temos o ano da sua publicação, que cremos ter acontecido.A ela teremos de voltar na nossa investigação.

[24] Possivelmente um erro tipográfico, poderá ser I. F. Torres.

[25] Nome que tomou a *Academia Real Militar* após a independência.

Janeiro de 1833[26], em que se lhe concede a propriedade e o uso exclusivo por oito anos de uma máquina por si inventada para exterminar formigas e esgotar pântanos.

Faleceu no Rio de Janeiro a 6 de Janeiro de 1852.

2.5.2. A *Introdução* ao Tratado Elementar de Aplicação da Algebra á Geometria de Lacroix

Este livro começa com duas citações, uma de Gregory, do *Treatise of Mechanics, Theoretical, Practical and Descriptive*, e outra de Laplace, das *Séances des écoles normales*, Tom. IV. A primeira salienta que a abstração sem correspondente prático, ou a experiência sem teorização não poderão produzir nada que seja essencialmente positivo. A segunda, em complemento e desenvolvimento da primeira, refere que a aproximação entre a Álgebra e a Geometria trará algo de muito produtivo, uma vez que as operações intelectuais da análise (algébrica) se tornarão sensíveis com as imagens da Geometria, estabelecendo assim uma ligação funcional entre teoria e prática. Ou seja, estas citações destinam-se a motivar o leitor, chamando a atenção para o potencial da interação entre estas duas áreas da Matemática. Lembremos que esta Academia colocava como um dos seus objectivos principais dar uma formação teórica matemática abrangente aos seus alunos para estes a poderem aplicar na sua prática militar.

Segue-se uma dedicatória ao Conde das Galveias, que tinha acabado de suceder no cargo a Rodrigo de Sousa Coutinho, então recentemente falecido, e onde o autor refere a possibilidade que os Estatutos da Academia dão aos seus docentes "para adicionarem os methodos e novas descobertas, que se possão fazer nas sciencias", e por isso indica que aumentou significantemente o Apêndice que se segue ao

[26] Consultada em http://www6.senado.gov.br/legislacao/ListaTexto Integral.action?id=67615 a 20 de Agosto de 2012.

Compêndio propriamente dito, referindo explicitamente que o que adiciona se destina a tornar a compreensão do texto mais fácil.

Na *Introdução* que se segue explicita a dificuldade do texto: os alunos da Academia poderão não conhecer os *Elementos de Geometria Descriptiva* ou o *Complemento dos Elementos de Geometria* do autor, aos quais este se refere constantemente no Apêndice. Segue-se uma extensa citação do Prefácio de Lacroix à terceira edição do seu livro, que é a edição utilizada por Santos e Souza, onde se dá uma perspectiva histórica sobre a geometria analítica e se definem os conteúdos do livro.

Santos e Souza comenta que o livro tem outra qualidade: não dá os detalhes todos do que trata, deixando aos alunos um espaço que ele acha essencial para reflexão e trabalho. Afirma Santos e Souza: "este Tratado pois, offerece hum dos melhores modelos para se obter o desejado fim." (Introducção, p. XII). E refere bibliografia para quem quiser ir mais além: "quem quiser ver numerosas applicações da analyze a tres dimensões [...] pode consultar a Mechanica celeste de Laplace, a Mechanica analytica de Lagrange, o primeiro Tom. de Mineralogia de Hauy, e outras obras muito recentes, aonde se não pode dar um passo sem esta instrucção" (Introducção, p. XIII). De notar, por ser comum a outros professores da Academia, o conhecimento para além das matérias da cadeira, e acentue-se a significante referência a "obras muito recentes"[27], característica de todo o ensino na Academia nesta fase inicial.

Este texto termina com uma referência à correcção das gralhas tipográficas, e revela aí que o texto desta tradução já tinha sido utilizado nas aulas e nelas se tinham descoberto alguns erros.

[27] Ver, por exemplo [Saraiva, 2011; pp. 100-101], sobre os conhecimentos de Araújo Guimarães. Não esqueçamos que na *Academia Real Militar* se ensinava o que era realmente moderno no ensino superior da Europa de então, ao contrário do que se passava na Universidade de Coimbra na mesma época.

2.5.3. O *Prefacio* dos Elementos de Geometria Descriptiva com Applicações Ás Artes, extrahidos das Obras de Monge

Neste texto, Santos e Souza inspira-se directamente da introdução de Gaspar Monge na sua *Géométrie Descriptive*. Com efeito Monge antecede esta obra de um *Programme* de quatro páginas [Monge, 1799; pp. 1-4], onde expõe ideias gerais sobre a Geometria, a sua importância e o seu ensino, que vão ser retomadas por Santos e Souza. Significativamente, o lente da *Academia Real Militar* não inicia o seu texto pelo mesmo assunto de Monge: enquanto este começa por referir a necessidade de acabar com a dependência da França da indústria estrangeira e a total negligência até então dos poderes instituídos sobre a questões fulcrais da educação nacional (relembremos que o texto de Monge é de 1795, poucos anos em plena expansão da Revolução Francesa), Santos e Souza, prudentemente, inclui partes relativas aos mesmos temas no interior do texto, como que dissimuladamente, pois não só de modo algum quereria desagradar ao poder real, mas, não o esqueçamos, na altura em que a tradução é publicada no Rio de Janeiro, se está em guerra com a França, e Portugal segue uma política em que é essencial manter um equilíbrio com outras nações, e em primeiro lugar com a Inglaterra. Deste modo seria impensável começar o seu *Prefacio* do mesmo modo que Monge começa o seu *Programme* (transcrevemos na íntegra a primeira frase, pois tem outros temas importantes que Santos e Souza retoma no seu texto):

> Pour tirer la nation française de la dépendance où elle a été jusqu'a présent de l'industrie étrangère, il faut, premièrement, diriger l'éducation nationale vers la connoissance des objets qui exigent de l'exactitude, ce qui a été totalement négligé jusqu'à ce jour, et accoutumer les mains de nos artistes au maniement des instruments de tous les genres, qui servent à porter la précision dans les travaux et à mesurer ses différens degrés :alors les consommateurs, devenus sensibles à l'exactitude, pourront l'exiger dans les divers ouvrages, y mettre le prix nécessaire; et nos artistes, familiarisés avec elle dès l'âge le plus tendre, seront en état de l'atteindre [Monge, 1799, p. 1].

Independentemente da clara influência das palavras de Monge, este *Prefacio* é um texto muito interessante onde Santos e Souza expõe as suas ideias sobre a Geometria e a importância da sua aprendizagem, e onde, ao contrário da *Introdução* comentada em 2.5.2., quase não há citações, mas antes predomina um extenso texto seu de 19 páginas que nos permite compreender a sua visão global sobre estes temas[28]. Nele se vê que Santos e Souza, concordando com a perspectiva de Gaspard Monge, tem uma ideia clara do que para si deve ser o Ensino, simultaneamente ao serviço do indivíduo e da Nação, sendo considerado extremamente importante o estudo da Geometria Descritiva. Pelo que escreve e pela forma como o faz intui-se o empenhamento do autor na missão de educar e a sua convicção na utilidade efectiva e essencial daquilo que ensina. Percebe-se nestas linhas a coerência da sua acção ao longo do tempo em prol da educação científica, de que são marcos a fundação dos *Annaes Fluminenses de Sciencias, Artes e Litteratura* mais tarde em 1822, e do *Jornal Scientifico, Economico e Literario* em 1826.

O *Prefacio* é antecedido de uma citação dos *Elémens de Géométrie Descriptive* de Lacroix, onde se acentua a importância da Geometria na prática do quotidiano:

> Il est très utile dans les arts l'habitude de considérations de la Géométrie de l'espace.

---

[28] Talvez se compreenda as poucas citações de Monge, e a utilização das ideias que desenvolve no seu *Programme* sem o citar se tivermos em conta que o matemático francês era o professor da École Normale mais envolvido na Revolução Francesa, com importantes cargos dirigentes, e esta era uma revolução a que a Monarquia Portuguesa se opunha frontalmente e com a qual estava em situação de guerra. Seria de facto muito problemático para o tradutor e para a própria *Academia Real Militar* uma aprovação explícita de um programa de acção de um dos principais protagonistas científicos da Revolução Francesa. Sobre Monge e as suas aulas na École Normale, ver [Dhombres, 1992; pp. 269-459].

O *Prefácio* de Santos e Souza pretende dar uma ideia do conteúdo do livro e da vastidão e importância das aplicações da Geometria, mas sempre tendo em conta uma componente social e cívica. Enfatiza a necessidade de interacção entre teoria e prática para se obterem bons resultados para a sociedade e para o indivíduo.

O desenvolvimento das Ciências e das Artes[29] é considerado não só aquilo que mais contribui para a prosperidade e a riqueza de uma Nação, mas também para a felicidade e riqueza de cada indivíduo que compõe essa Nação. Neste sentido afirma que será de todo aconselhável que todos devam cooperar para o desenvolvimento dos vários sectores das Ciências e das Artes.

O autor tem a perfeita consciência que o exercício continuado de uma prática pode modificar os parâmetros de avaliação dos indivíduos. Consequentemente trata-se de um factor importante para uma mudança qualitativa do proceder de uma população, e com essa mudança poderá haver importantes e benéficas alterações em nível da própria Nação.

Por isso conclui que, se se aumentar o número dos que utilizam as ciências e as artes, com a sua prática aumentará também concomitantemente a *sensibilidade à exactidão*, e crescerão os seus padrões de exigência. Afirma Santos e Souza: aumentando o número de pessoas que trabalham nas Ciências e nas Artes manufactureiras, reunir-se-ão as condições para Portugal se tornar independente da produção estrangeira.

Neste contexto aponta a Geometria como a ciência que mais contribui para desenvolver o intelecto e conhecer o Mundo. Destaca nela dois aspectos que se lhe afiguram essenciais: <u>o método da Geometria</u>, que permite colocar ao alcance mesmo do menos capaz as mais complexas e importantes verdades; e as suas <u>utilíssimas aplicações</u>.

---

[29] Uma arte é um conjunto de processos utilizados para a realização de um projecto. Monge define Geometria Descritiva como uma arte metódica comum ao homem de génio que concebe (o engenheiro) e ao artista que executa.

Para ele, as condições para o progresso da indústria ficarão criadas se se utilizar a geometria para popularizar o conhecimento de um conjunto de fenómenos naturais dos quais depende esse progresso. Com esse conhecimento será possível nas máquinas utilizar menos esforço manual, e obter trabalhos com *maior uniformidade* e *precisão*. Com este acréscimo de cultura matemática todos ganharão: quer os ricos, que poderão investir os seus capitais de forma útil para si e para a Nação, quer aqueles que não têm outra coisa senão a sua educação, visto que o valor do seu trabalho será reconhecido, e poderão ter uma subsistência estável.

Tendo feito esta introdução geral, debruça-se seguidamente especificamente sobre a Geometria Descritiva em si. Considera que a Geometria Descritiva tem dois objectivos: o primeiro é <u>representar com exactidão</u>, a duas dimensões, os objectos que têm três. No segundo já intervém uma componente temporal: a <u>partir da descrição exacta dos corpos, prever o que se segue nos momentos seguintes</u>, quer em relação ao objecto em si (se as suas partes mantém ou não o seu esquema descritivo inicial) quer em relação às suas posições relativas. No sentido em que intervém a componente temporal, é um meio de "indagar a verdade" [Monge, 1812; p. IV]. Afirma Santos e Souza: "por não se terem até agora espalhado os methodos da Geometria Descriptiva [...] os progressos da nossa indústria tem sido tão lentos" [Monge, 1812; pp. IV-V].

Por isso defende que a Geometria Descritiva deve ser incluída no plano de uma educação nacional. Para ele:

> ella não sómente he propria e exercitar as faculdades intellectuaes de hum grande povo, e por isso contribuio á perfeição da espécie humana; mas he ainda indispensável a todos os artistas [...] [Monge, 1812; p. IV].

Em particular defende a existência nos cursos da *Academia* de uma cadeira de Geometria Descritiva, em que se façam as suas aplicações às Artes e a outros ramos do conhecimento, esperando que estas aplicações façam os leitores querer pesquisar por si, e os possam levar a teorias mais complexas e profundas. Ou seja: é essencial numa cadeira destas que a prática acompanhe sempre a teoria.

Refere depois alguns dos temas do livro: o método das projecções, utilizado para o estudo de superfícies curvas e linhas de curvatura, o que tem aplicação em várias artes, entre as quais a arquitectura; várias aplicações da Geometria Descritiva: à Stereotomia ou "corte das pedras, e das madeiras", [Monge, 1812; p. VII], à perspectiva e determinação de sombras nos desenhos; à descrição das peças das máquinas.

Reconhece, contudo que há limitações impostas à obra, inerentes aos estudantes a que se destina, pois o compêndio é utilizado por alunos iniciados em Geometria, e portanto não se pôde utilizar extensivamente os cálculos Diferencial e Integral, optando-se antes pelo método sintético dos antigos geómetras gregos.

Para marcar a importância da obra traduzida, cita a incontornável *Histoire des Mathématiques*, de J. E. Montucla, Tomo III, p. 15, onde se refere que a moderna Geometria Descritiva se deve essencialmente a Monge. A obra traduzida por Santos e Souza deriva essencialmente do *Tomo I* da obra em 13 volumes *"Séances des écoles normales, recueillis par des sténographes*", que inclui as aulas dadas por Monge na *Ecole Normale* em 1795. Para de algum modo justificar o modo como o livro traduzido está escrito (é, lembremo-lo, resultado da transcrição das lições de Monge), e para igualmente marcar a diferença necessária existente entre, por um lado, ciências e artes, e, por outro, o ensino dessas ciências e artes, cita Monge, da obra traduzida:

> Nenhuma Sciencia, nenhuma Arte pode ser improvisada, porém a palavra para dar conta dellas pode-o ser [Monge, 1812; p. XIII].

Um curso é um conjunto de conversações, há repetições, reformulações, existe uma diferença clara quanto a estilo entre o curso e um livro. O que é necessário manter intacto é o conteúdo matemático, a forma como ele é transmitido será opcional, dependerá da formação e conhecimento do público a que se destina. Isto é claramente explicitado no texto em francês transcrito no fim desta citação:

> Il sera moins question de mots que de choses, moins de verbiage academique que de philosophie exacte, de demonstrations, de vérités [Monge, 1812; p. XIV].

Mas independentemente do estilo, há limites que os autores não devem ultrapassar: a concisão tem de ser controlada. Como diz Santos e Souza "he necessario expô-las [as ideias novas] differentemente aos differentes sujeitos com quem se fala; por isso a concisão e o laconismo são relativos. [Monge, 1812; p. XV]

Santos e Souza diz que quer ajudar a que as pessoas se ocupem de objectos que têm uma utilidade real na ordem social, e que utilizará a censura que for feita ao livro para melhorar o que for aí criticado. E diz um pouco quais as suas contribuições originais: juntou notas para definir termos que lhe pareceram insuficientemente explicados para alunos portugueses. No seu essencial este Prefácio termina com uma citação do Discurso preliminar do livro de Lacroix *Tratado Elementar do Cálculo Diferencial e do Cálculo Integral*, chamando a atenção para a especificidade do ensino preparatório, sempre salientando a importância de autonomisar os alunos, de os levar a saberem pesquisar por si:

> Que o verdadeiro fim de ensino preparatorio que recebem os Alumnos dos differentes serviços publicos antes de passar ás escolas de applicação onde senão devem occupar senão das partes essenciaes destes serviços, he de os iniciar em os diversos ramos das Mathematicas, da Chymica, e da Physica, de lhes fazer conhecer a lingua destas sciencias; de lhes indicar os métodos geraes, e em fim de os pôr em estado de achar por si mesmos, ou ao menos de saberem procurar nas fontes, ou origens, os resultados do calculo, ou da experiência de que elles poderão ter necessidade. [Monge, 1812; p. XVIII].

2.5.4. Traduções de Santos e Souza até 1822

S. F. Lacroix – *Tratado Elementar de Applicação de Algebra á Geometria* (1812), 308 páginas, GRJ de 28/11/1812, p. 4.

G. Monge – *Elementos de Geometria Descriptiva com Applicações ás Artes* (1812), 263 páginas, GRJ de 14/11/1812, p. 4.

2.6. Manoel Ferreira Araújo Guimarães (1777-1838)

2.6.1. Vida e obra

Analisámos noutro artigo[30] a vida e a obra deste militar até 1821, ano em que se reformou da *Academia Real Militar*. Faremos aqui uma síntese breve do que ali escrevemos, e acrescentaremos de seguida alguns elementos mais respeitantes à sua vida e obra após 1821.

Nasceu na Bahia a 5 de Março de 1777, e estudou na escola do Padre José Lopes, dita ser a melhor da Bahia. Aprendeu latim com o Padre André Netto Cavalcanti, e veio para Lisboa em 1791. Aí teve aulas de latim, grego, francês, inglês e italiano, bem como de retórica e filosofia. Entrou para a *Academia Real de Marinha* em 1798. É nomeado aspirante piloto em 22 de Março de 1800. Termina o seu curso em 1801, e menos de um mês após ter concluído o curso é nomeado lente substituto da *Academia Real dos Guardas Marinhas*, e é no documento que apoiou a sua candidatura, da autoria de Manoel Jacinto Nogueira da Gama (1765-1847), que vem indicado que Guimarães traduziu os *Elementos de Algebra* de Euler. Nesta Academia ensinou o segundo ano matemático. Em 1805 obteve uma autorização para se afastar da Academia, e segue com o Conde da Ponte para a Bahia, onde chegam a 13 de Dezembro. Cerca de dois anos e meio depois vai para o Rio de Janeiro, em Agosto de 1808, sendo nomeado Capitão do *Real Corpo de Engenheiros*. Regressa então à *Academia Real dos Guardas Marinhas*,

[30] [Saraiva, 2011].

ensinando os alunos do primeiro ano, preferindo aí explicar as demonstrações geométricas utilizando o livro de Legendre em vez do de Bézout, ao contrário do que era usual. Em 1810 leccionou a aula de Navegação. Foi um dos professores iniciais da *Academia Real Militar*, onde ensinou Astronomia até à sua reforma em 1821. Foi o fundador do jornal *O Patriota*, o primeiro jornal no Brasil a ter um lugar para a disseminação da cultura científica, mas que apenas durou dois anos, de Janeiro de 1813 até Dezembro de 1814, com uma periodicidade mensal em 1813, passando a sair de dois em dois meses em 1814. Foi igualmente editor da *Gazeta do Rio de Janeiro* de 1813 a 1821, sucedendo a Frei Tibúrcio José da Rocha[31] (1776-1840), que tinha sido editor desde o primeiro número, saído a 10 de Setembro de 1808, e que fora demitido em 1812 por divergências com o Conde das Galdeias, o então novo ministro da Secretaria dos Negócios Estrangeiros e Guerra, sucessor do falecido Rodrigo de Sousa Coutinho[32]. Foi ainda o fundador do jornal *O Espelho*[33], inicialmente com o objectivo de aumentar a resistência ao domínio português, e que se publicou de 1 de Outubro de 1821 a 27 de Junho de 1823. Tendo começado como jornal semanal, passou a bi-semanal a partir de Janeiro de 1822.

Após a independência[34] foi nomeado a 5 de Maio de 1823 deputado da Junta de Direcção da *Academia Militar*. Em Junho de 1823 foi eleito deputado à *Assembleia Constituinte* pela Bahia. A 12 de Outubro obteve a efectividade do posto de Coronel. A 18 de Agosto de 1824 foi nomeado deputado da *Junta de Inspecção da Typographia Nacional*. Foi

[31] Sobre Frei Tibúrcio ver [Larangeira, 2011].

[32] Este jornal encurtou o seu nome para *A Gazeta do Rio* a partir de Janeiro de 1822.

[33]Sobre este jornal ver [Sodré, 1996; p. 67].

[34] Compilamos aquí informação de [Blake, 1893-1902; vol. 6, pp. 71-75] e [Damásio, 1844].

redator da *Gazeta* de 1826 até Abril de 1830[35]. Por decreto de 2 de Dezembro de 1828 foi promovido a Brigadeiro Graduado do *Imperial Corpo de Engenheiros*. Por Decreto de 24 de Dezembro de 1830 e Despacho de 7 de Janeiro de 1831 obteve a reforma no posto de Brigadeiro Efectivo, com autorização para residir na terra natal e escusa dos cargos de deputado das juntas da *Academia Militar* e da *Typographia Nacional*, voltando com a família para a Bahia em 29 de Janeiro de 1834, tendo aí chegado em 21 de Fevereiro. Sua esposa já havia falecido em 1832 (14 de Março). A 4 de Março de 1834 foi nomeado pelo governo da província lente da cadeira de Geometria e Mechanica Applicada ás Artes anexa ao *Arsenal da Marinha*, tendo começado as aulas em Agosto desse ano. Foi publicada na Bahia em 1835 uma tradução sua da obra de Charles Dupin (1784-1873) *Geometria e mecanica dos officios e das bellas-artes*[36], especificando-se no título a quem se destinava esta obra: *curso normal para uso dos artistas e obreiros, dos contra-mestres e mestres de officinas e fabricas*.

O seu filho Innocencio Eustaquio Ferreira de Araújo esteve envolvido na rebelião fracassada de 7 de Novembro de 1837. Guimarães defendeu-o perante o Conselho de Guerra que o julgou, mas a sua defesa (23 de Julho de 1838), invocando a folha de serviços do filho, foi insuficiente para evitar a condenação à morte. Guimarães não sobreviveu muito tempo ao filho, falecendo a 24 de Outubro de 1838.

2.6.2. A prática da tradução em Araújo Guimarães, 1809-1822

"Os Elementos de Geometria" de A. M. Legendre é o primeiro livro de Matemática impresso no Brasil, na *Imprensa Régia*. É também a primeira tradução de Araújo Guimarães no Brasil, se bem que não a sua primeira tradução de livros de Matemática[37] [Saraiva, 2011; pp. 93/94].

---

[35] Mencionado em [Da Silva, 1858-1870; vol. V, p. 425], em [Damásio, 1844; p. 375] e em [Rizzini, 1988; p. 337].

[36] Tradução de *Géométrie et mécanique des arts et métiers et des beaux arts* (1825).

[37] Nisto ele difere de todos os restantes tradutores da *Academia Real Militar*.

Contudo é a primeira onde ele faz considerações teóricas sobre a prática da tradução, incluídas no seu *Prologo do Traductor*, um texto de seis páginas. O texto está muito bem elaborado, denotando a formação que teve, com estudos de Latim, Retórica, Filosofia, Francês, Inglês e Italiano.

Guimarães define logo à partida qual o seu objectivo nesta introdução, aliás já anunciada no próprio título: falar sobre como entende dever ser a prática da tradução.

E começa por referir o que considera ser uma ideia errada da actividade do tradutor, notando o desprezo em que ela é tida por aqueles que nunca a fizeram e portanto desconhecem a sua complexidade. Estes pensam que o trabalho do tradutor é apenas *de transcrever* [traduzir] *as palavras do Author*. Outros ainda, diz, argumentam que *não se devem transcrever* [traduzir] *as expressões do Author*, e utilizam citações de Horácio (*nec verbum verbo*) e de Cícero (*non ut interpers* [sic]) como certificação do que dizem. Guimarães afirma que estas citações não foram compreendidas pelos opositores das *traduções fieis* e que elas precisamente os contrariam. Sobre as citações nada mais diz, mas podemos pelo seu contexto intuir o raciocínio de Guimarães.

Quanto a Horácio, a citação é tirada de *De arte poetica liber*, *w. 133-134,* e de forma mais completa é: *Nec verbo verbum curabis reddere fidus interpres*, ou seja, *tão pouco procurarás, como servil intérprete, traduzir palavra por palavra*[38].

No que diz respeito a Cícero, é da obra *De optimo genere oratorum,* (5.14), e de forma mais completa é *non ut interpres sed ud orator*, ou seja, *não como o que interpreta* [isto é, traduz]*, mas como o que fala*. Isto é, as duas citações indicam que para se respeitar o sentido do que se traduz é desaconselhável a tradução literal, no segundo caso apontando explicitamente para a manutenção do sentido da fala. Cícero no passo referido desenvolve este pensamento:

---

[38] Tradução portuguesa de R.M. Rosado Fernandes, Horácio. *Arte Poética*, Lisboa, Inquérito, 1984, p.77. Devo esta referência a Bernardo Mota.

> *não traduzi como um intérprete* [isto é, um tradutor] *mas como um orador, mantendo as mesmas ideias e formas, ou como se pode dizer, as figuras do pensamento,numa linguagem conforme aos nossos usos. Ao fazê-lo não me pareceu necessário traduzir palavra a palavra, mas sim manter o estilo e a força da linguagem*[39] (CÍCERO, De optimo genere oratorum, (5.14)).

Guimarães afirma praticar a *tradução livre*, e afirma que a leitura da definição de *tradução* por Nicolas Beauzée na *Enciclopédia* de D'Alembert e de Diderot dá a exacta medida daquilo que pensa sobre esta matéria. É fácil ver que esta definição aponta exactamente no mesmo sentido das citações anteriores (os sublinhados estão na citação):

> *Il me semble que la* ***version*** *est plus littérale, plus attachée aux procédés propres de la langue originale, & plus asservie dans ses moyens aux vûes de la construction analytique ;* & *la* ***traduction*** *est plus occupée du fond des pensées, plus attentive à les présenter sous la forme qui peut leur convenir dans la langue nouvelle, & plus assujettie dans ses expressions aux tours et idiotismes de cette langue. […] La* ***traduction*** *ajoûte aux découvertes de la* ***version*** *littérale le tour propre du génie de la langue dans laquelle elle prétend s'expliquer […] mais elle doit la rendre cette pensée, comme on la rendroit dans le second idiome, si on l'avoit conçue, sans la puiser dans une langue étrangère. Il ne faut rien retrancher, il n'y faut rien ajoûter, il n'y faut rien changer; ce ne seroit plus ni* ***version****, ni* ***traduction****; ce seroit un* ***commentaire****. […] Le* ***traducteur*** *n'est maître de rien ; il est oblide suivre par-tout son auteur, & de se plier à toutes ses variations avec une souplesse infinie. […] Rien de plus difficile en effet, & rien de plus rare qu'une excellente* ***traduction****, parce que rien n'est ni plus difficile ni plus rare, que de garder un juste milieu entre la licence du commentaire & la servitude de la lettre. Un attachement trop scrupuleux à la lettre, détruit l'esprit[…] trop de liberté détruit les traits caractéristiques de l'original, on en fait une copie infidele* (Encyclopédie, 1751-1772; T. XVI, pp. 510/511).

Tal como para as citações de Horácio e de Cícero, Guimarães não dá mais indicações, mas a definição de Beauzée é suficientemente longa e

---

[39] *nec converti ut interpres, sed ut orator, sententiis isdem et earum formis tamquam figuris, verbis ad nostram consuetudinem aptis. In quibus non verbum pro verbo necesse habui reddere, sed genus omne verborum vimque servavi.* Ver M. Tullius Cicero. *M.Tulli Ciceronis Rhetorica*, Tomus II. A. S. Wilkins. Oxonii. e Typographeo Clarendoniano. 1911. Scriptorum Classicorum Bibliotheca Oxoniensis. Agradeço esta referência a Bernardo Mota.

explícita para podermos claramente ver qual a sua posição. Trata-se de um processo complexo, em que se procura na estrutura de uma língua o equivalente a um discurso formulado noutra língua. A tradução procura encontrar uma equivalência tendo em conta a especificidade (a estrutura) das duas línguas em questão. Ou seja, está completamente posta de parte uma tradução literal, palavra a palavra. Beauzée distingue entre <u>tradução</u> e <u>versão</u>: esta última é mais literal, está mais ligada aos mecanismos específicos da língua original, enquanto que a tradução procura que a expressão encontrada seja não só o que se afirma na língua original, mas também que respeite a especificidade própria da língua nova. Como Beauzée afirma, a tradução deve ser tal que o texto da tradução poderia ter sido originariamente concebido assim na língua de chegada. Contudo, salienta, <u>não sendo literal, tem de ser exacta</u>: se não o for, omitindo ou acrescentando dados não existentes no original deixa de ser versão ou tradução, para passar a ser um comentário. Isto não dá liberdade ao tradutor: ele tem de ter em conta a especificidade da escrita do autor que traduz e tem de ter a capacidade suficiente para simultaneamente não fazer uma tradução literal (pois assim não teria em conta as características da língua onde o texto está a ser traduzido) e não se dar as liberdades do comentário, pois deixaria de respeitar a integridade do texto original, ou seja, conseguir o difícil que é o equilíbrio instável entre o literal e o comentário, como vem na definição de Beauzée, alcançar o justo lugar intermédio entre a liberdade do comentário e a submissão ao literal, pois tanto uma reverência excessiva pela palavra destrói o espírito do que se traduz, como um abuso da liberdade destrói os traços característicos do original.

Em comentário à citação dada, e querendo salientar a importância de uma tradução bem feita, Guimarães refere que o leitor terá toda a vantagem em ver o que os Eulers e os Newtons escreveram, seria empobrecedor apenas lerem um texto seu sobre o que aqueles matemáticos escreveram.

Nas últimas quatro páginas do *Prologo do Traductor*, Guimarães descreve o livro que traduz. Começa por referir que começou a sua tradução utilizando a 3ª edição francesa da obra (de 1800) mas que depois passou a utilizar a 5ª (de 1804), cedida por um oficial qiue não nomeia, mas que diz ser "muito estudioso e muito erudito". Esta edição omite o *Prólogo* existente em edições anteriores, e por isso Guimarães resolve dar aqui um resumo do seu conteúdo. Consiste na apresentação sumária dos conteúdos dos seus oito livros, e na explicação dos vários tipos de notas incluídas nesta obra. O autor divide-as em três classes: a primeira consiste em precisões sobre o texto; a segunda (a mais importante para Guimarães) inclui demonstrações rigorosas que, em segunda leitura, devem substituir outras, menos completas e rigorosas, que se colocaram no texto com a finalidade de não o tornarem demasiado difícil numa primeira leitura; e finalmente a terceira tem soluções analíticas de diversos problemas de Geometria. Ainda refere que no texto há partes que se podem omitir numa primeira leitura, e que estão devidamente assinaladas entre dois símbolos ",,"[40].

Conclui este *Prologo* afirmando estar orgulhoso por ter sido o primeiro as fazer publicar no Brasil um livro de Matemática (é o primeiro publicado pela Imprensa Régia). Termina o texto como o começou, com uma referência aos seus adversários:

> *O Leitor intelligente, attendendo ás minhas pequenas forças, agradecerá com tudo os meus desejos* (LEGENDRE, 1809a, p.vi).

Reforça isto com uma citação de *Epistulae ex Ponto* (III, 4, 79) de Ovídio:

> *Apesar da força faltar, a vontade deve ser louvada*[41] (Idem).

---

[40] Aqui segue uma tradição que certamente conhecia com os livros franceses de Bézout, em que as matérias mais avançadas e dispensáveis numa primeira leitura estavam devidamente assinaladas.

[41] O texto citado é o original em latim: Ut desint vires, tamen laudanda voluntas.

E conclui:

Para os outros he escusada qualquer desculpa (Idem).

Concluindo, este *Prologo* expõe os princípios em que se baseia a sua prática de tradução, prática essa que rejeita a tradução literal enquanto processo simplista e inexacto, que não tem em conta a complexidade funcional das línguas. Este texto é marca inequívoca da reflexão teórica que lhe suscitou a prática da tradução. Guimarães refere a fonte teórica que tem como referência principal quanto à tradução mas não explicita em detalhe os seus princípios. Simultaneamente o texto denota a preocupação pedagógica do tradutor, na sua explicitação dos diferentes graus de conhecimento contidos no livro traduzido, bem como na consideração dos diferentes tipos de leitores da obra.

Também em 1809 sai no Rio de Janeiro, publicado pela Imprensa Régia, o *Tratado de Trigonometria* de A. M. Legendre. Não vem a indicação do tradutor, mas é inequívoco que se trata de Araújo Guimarães. Não só no *Prologo do Traductor* da obra de Geometria Guimarães afirmava que na Introdução ao tratado de Trigonometria falaria dos acréscimos que teve de fazer à obra em função das diferentes unidades de ângulo [LEGENDRE, 1809a; p. v], como na *Introducção do Traductor* do Tratado de Trigonometria refere logo na primeira frase o que tinha escrito no *Prologo* do Tratado de Geometria [LEGENDRE, 1809b; p. ii].

Na *Introdução* ao livro de Trigonometria, e ao contrário do *Prologo* que escreveu no livro de Geometria, Guimarães está apenas interessado em esclarecer qual a sua função e quais os acréscimos que adicionou à obra. Legendre utiliza a nova divisão do quadrante aprovada em França, um sistema decimal que mantém a nomenclatura de *graus*, *minutos* e *segundos*, sendo o *grau* a centésima parte do ângulo recto, o *minuto* a centésima parte do *grau* e o *segundo* a centésima parte do *minuto*. Guimarães tem receio que este novo sistema vá confundir os leitores portugueses, e deste modo, para além de uma tradução rigorosa, colocou a seguir a cada medida no sistema decimal, entre parêntesis, o valor correspondente no sistema sexagesimal. Discute ainda as vantagens e desvantagens de cada um dos sistemas, mostrando com exemplos concretos como converter uma medida calculada num sistema na correspondente medida no outro. Pensa ainda num artifício para tornar o texto mais simples, não tendo dois sistemas de unidades: designa por *q* o ângulo recto e portanto qualquer fracção de q poderá ser convertido pelo leitor em valores dos dois sistemas. Assim colocar-se-á $\frac{1}{2}q$ em vez de *50º (45º), 0,1q* em vez de *10º (9º)*, etc. O próprio tradutor vai acrescentar mais exemplos aos dados por Legendre, utilizando também unidades utilizadas em Portugal, como é o caso da *braça*. Estes seus exemplos, bem como algumas notas do tradutor, estão bem individualizados no texto, para não se confundirem com o que figura no texto original de Legendre, marcados com o símbolo *.

Ou seja, Guimarães vê como sua missão não só fazer uma tradução correcta (no sentido referido de Beauzée), mas igualmente completar essa tradução tendo em consideração o público a que se destina, fazendo acréscimos que vão no sentido de clarificar o texto, adicionando exemplos seus, utilizando unidades de medição conhecidas e utilizadas pelos potenciais leitores, introduzindo notas suas, tudo isto mantendo uma distinção clara entre o que é o texto original e o que está adicionado por si.

Ecoando ainda a defesa feita da sua prática da tradução no *Prologo* do livro de Geometria, Guimarães conclui a sua introdução afirmando: "Quanto á traducção e edição fala por mim Horácio"[42]:

> Ou, por julgar que todos em meus erros vão atentar, devo, por cautela, manter-me atrás da esperança de uma segura aprovação? Evitei, finalmente, possível erro, mas louvores não mereci[43].

---

[42] *An omneis / visuros peccata putem mea, tutus & intra / Spem veniae cautus? Vitavi denique culpam, / Non laudem merui*, Arte Poética, 265-268.

[43] Tradução de R. M. Rosado Fernandes, Horácio. Arte Poética, Lisboa, Editorial Inquérito, 1984, pp. 93-95. Agradeço a Bernardo Mota a indicação desta tradução.

Deste modo mostra por um lado estar consciente da dificuldade do trabalho do tradutor, mas por outro afirma-se convicto da qualidade da sua tradução.

2.6.3. Traduções de Araujo Guimarães até 1822

i) Enquanto aluno da Academia Real de Marinha em Lisboa:

N. L. Lacaille – *Curso Completo e Elementar de Mathematicas Puras, ordenado por Lacaille, augmentado por Marie e illustrado por Theveneau* (1800). Não hà recensão publicada na *Gazeta.*

A. Marie – *Explicação da formação e uso das taboas logaritmicas e trigonometricas* (1800). Não hà recensão publicada na *Gazeta*.

ii) Enquanto Professor da Academia Real dos Guardas-Marinhas em Lisboa:

J. A. Cousin – *Tratado Elementar de Analyse Mathematica* (1802), GRJ de 17/01/1810,

iii) Enquanto Professor da Academia Real dos Guardas-Marinhas no Rio de Janeiro:

L. Euler – *Elementos de Algebra*, Tomo I (1809[44]), possivelmente traduzido em Lisboa entre 1800 e 1801. GRJ de 24/04/1811, p. 4. Nem no livro nem na recensão vem qualquer menção ao tradutor. Contudo não só tem-lhe sido atribuído essa obra, como, por exemplo, em [Blake,

[44] Apesar da data de 1809 estar explícita do livro, se tivermos em conta a data da sua recensão na *Gazeta do Rio de Janeiro* (24 de Março de 1811) é possível que esta tradução só tenha ficado disponível para o público em 1811. Por outro lado 1811 é o ano em que começam as aulas na Academia Real Militar e é portanto nesta altura que o livro ganha a sua importância extra, justificando-se a recensão publicada, antes do início das aulas.

1893-1902; vol. 6, p. 72], mas, tal como atrás se mencionou, existe documento que prova que ele escreveu uma tradução do livro de Euler [Saraiva, 2011; p. 92]. O volume que consultámos, na Biblioteca da UFRJ, estava incompleto e apenas tinha 207 páginas. Em [Camargo, 1993, p. 75] refere-se um exemplar, igualmente incompleto, com 368 páginas, a que faltavam ainda mais algumas páginas do texto principal, além do índice e de algumas folhas preliminares.

A.M. Legendre - *Elementos de Geometria* (1809), 365 páginas, GRJ de 18/10/1809, p. 4.

A.M. Legendre – *Tratado de Trigonometria* (1809), 120 páginas, GRJ de 18/10/1809, p. 4.

iv) <u>Enquanto Professor da Academia Real Militar do Rio de Janeiro</u>:

S. F. Lacroix – *Complementos dos Elementos de Algebra* (1813), 378 páginas. Não encontrámos qualquer recensão desta obra quer na *Gazeta do Rio de Janeiro* quer em *O Patriota*. No livro não vem indicado qual o seu tradutor. De novo vários autores atribuiem esta tradução a Guimarães, entre os quais [Blake, 1893-1902; p. 73]. Na *Prefação do Editor* indica-se que esta tradução se destina a substituir o segundo volume dos *Elementos de Álgebra* de Euler, que não foi traduzido.

v) <u>Obras próprias:</u>

Elementos de Astronomia (1814), 284 páginas, GRJ de 18/05/1814, p. 4 Não tem uma introdução, mas apenas uma pequena *Advertência*, que contudo nos permite captar o conhecimento abrangente de Araújo Guimarães, pois os seus *Elementos* não se limitam a compilar os autores e livros indicados nos Estatutos da *Academia*. Conforme ele mesmo diz, utilizou ainda a "Astronomia Physica de *Biot*, as Obras de *Vince*, de

Mackay e de outros Astrónomos Inglezes". Por outro lado é notório que o que escreve tem em conta destinar-se ao ensino de militares, e portanto se limitar ao que é necessário à prática militar, possivelmente o Compêndio seria outro, mais desenvolvido e mais profundo, se o público alvo fosse igualmente outro: "[…] este Compendio […] me parece conter daquella Sciencia os conhecimentos necessarios a hum Militar. Por tanto he desse ponto de vista que deve pezar-se o seu merecimento" (sublinhado nosso).

Elementos de Geodesia (1815), GRJ de 31/05/1815, p. 4. Não tem qualquer texto introdutório.

3. NOTAS FINAIS

Em relação à prática da tradução podemos dizer que os docentes da Academia que fizeram traduções tiveram sempre em atenção o grau de conhecimento dos seus alunos e, sempre que o acharam necessário, acrescentaram notas ou apêndices com os complementos que acharam suficientes para os livros de texto poderem ser compreendidos. Isso parece ser claro dos poucos prefácios que aparecem nas obras traduzidas. Apenas um dos docentes, Araújo Guimarães, certamente devido à formação excepcional que teve nos seus anos de juventude, faz alguma teorização da actividade de tradutor, os restantes centram os seus textos sobre os aspectos práticos relacionados com as matérias ensinadas e a sua compreensibilidade para os seus alunos, por vezes dentro do contexto geral da educação dentro da Nação brasileira. De notar ainda que os Prefácios mais interessantes e de algum modo mais pessoais são devidos a Araújo Guimarães e a Santos e Souza, os dois lentes da *Academia* que fundaram e animaram periódicos de cultura científica.

Numa apreciação global, podemos ver que, apesar da dificuldade de escolha de lentes para preencher os quadros da *Academia Real Militar* aquando da sua fundação, os lentes que aqui analisamos, todos eles membros do *Real Corpo de Engenheiros*, apresentam uma actividade que transcende em muito quer a sua profissão técnico-militar, quer a mera docência, pois se envolveram com a vida activa do Brasil antes e depois da independência: criaram ou colaboraram activamente com jornais brasileiros, alguns deles com cariz científico, como a *Gazeta do Rio de Janeiro*, *O Patriota*, *O Espelho*, os *Annaes Fluminenses de Sciencias, Artes e Litteratura,* e o *Jornal Scientifico, Economico e Literario*, tendo um deles sido um dos fundadores do *Instituto Histórico e Geográfico Brasileiro*. Participaram na formação científica dos estudos elementares escrevendo livros para o ensino, e tiveram actividade política, sendo elementos de diversas Assembleias. Um deles, Torres e Alvim, foi ministro, embora por pouco tempo, outro, Costa Pereira, foi presidente da província de Mato Grosso por três anos e senador por 24 anos, e ainda outro, Araújo Guimarães, foi deputado da *Junta da Direcção da Academia Militar* e deputado à *Assembleia Constituinte* da Bahia.

Diversificaram os seus interesses científicos e escreveram sobre eles. Assim, Costa Pereira, que tinha sido lente do terceiro ano (Mecânica, Hidrodinâmica e Balística), tem publicações sobre Topografia e Geografia; Santos e Souza, tendo sido lente de Geometria Descritiva e lente substituto das cadeiras de Matemática, escreve sobre Astronomia, Torres e Alvim, tendo sido inicialmente lente da 2ª cadeira (Cálculo Diferencial e Integral, Geometria Analítica) é um dos fundadores da *Caixa de Amortização* e um dos seus inspectores gerais, Guimarães desdobra-se em toda uma série de actividades editorais e jornalísticas, tendo pertencido à Junta de Inspecção da *Typographia Nacional*. Mesmo depois de obter a sua reforma em Brigadeiro Efectivo, na sua terra natal aos 57 anos, ao retomar a docência traduziu um livro para ser utilizado nas suas aulas.

Também podemos dizer que a maioria teve uma actividade prática significativa, fosse por dar a conhecer a estrutura topográfica e geográfica do Brasil, como Costa Pereira, ou por obras de engenharia, como Torres e Alvim, como o encanamento das águas do Maracanã ou a inspecção das fortificações e defesa da costa brasileira, ou ainda Santos e Souza, que escreveu sobre a defesa militar do Rio de Janeiro, e construiu uma máquina para "exterminar formigas e esgotar pântanos".

Temos igualmente que observar que todos aqueles sobre os quais temos elementos após a independência do Brasil, quer tivessem nascido no Brasil ou no Portugal europeu, ficaram no Brasil o resto da sua vida, parece claro que para eles o seu país era aquele onde viviam e tinham um passado, e tendo a maioria vivido no Brasil pelo menos desde 1810, não seria pelo facto de este deixar de ser Portugal que alterariam a sua vida e a sua actividade.

Considerando todos estes dados, acho que, sem qualquer exagero, e independentemente do êxito muito relativo que teve a *Academia Real Militar* nestes primeiros anos de vida, podemos dizer que entre os seus docentes houve um conjunto muito forte de personalidades que, num contexto problemático, não só deixaram uma obra marcante no que diz respeito a traduções de livros sobre as ciências matemáticas e suas aplicações, mas igualmente muito se esforçaram para o desenvolvimento do Brasil, nos planos educacional, científico, social e político.

APÊNDICE

Pela sua importância e influência na escrita de José Victorino dos Santos e Souza, transcrevemos seguidamente o texto do *Programme* escrito por Gaspard Monge em **Géométrie Descriptive, Leçons données aux Écoles normales, l'an 3 de la République.**

Pour tirer la nation française de la dépendance où elle a été jusqu'a présent de l'industrie étrangère, il faut, premièrement, diriger l'éducation nationale vers la connoissance des objets qui exigent de l'exactitude, ce qui a été totalement négligé jusqu'à ce jour, et accoutumer les mains de nos artistes au maniement des instruments de tous les genres, qui servent à porter la précision dans les travaux et à mesurer ses différens degrés :alors les consommateurs, devenus sensibles à l'exactitude, pourront l'exiger dans les divers ouvrages, y mettre le prix nécessaire; et nos artistes, familiarisés avec elle dès l'âge le plus tendre, seront en état de l'atteindre.

Il faut, en second lieu, rendre populaire la connoissance d'un grand nombre de phénomènes naturels, indispensable aux progrès de l'industrie, et profiter, pour l'avancement de l'instruction générale de la nation, de cette circonstance heureuse dans laquelle elle se trouve, d'avoir à sa disposition les principales ressources qui lui sont nécessaires.

Il faut enfin répandre parmis nos artistes la connoissance des procédés des arts, et celle des machines qui ont pour objet, ou de diminuer la main-d'œuvre, ou de donner aux résultats des travaux plus d'uniformité et plus de précision ; et à cet égard, il faut l'avouer, nous avons beaucoup à puiser chez les nations étrangères.

On ne peut remplir toutes ses vues qu'en donnant à l'éducation nationale une direction nouvelle.

C'est, d'abord, en familiarisant avec l'usage de la géométrie descriptive tous les jeunes gens qui ont de l'intelligence, tant ceux qui ont une fortune acquise, afin qu'un jour ils soient en état de faire de leurs capitaux un emploi plus utile et pour eux et pour la nation, que ceux même qui n'ont d'autre fortune que leur éducation, afin qu'ils puissent un jour donner un plus grand prix à leur travail.

Cet art a deux objets principaux.

Le premier est de représenter avec exactitude, sur des dessins qui n'ont que deux dimensions, les obnjets qui en ont trois, et qui sont susceptibles de définition rigoureuse.

Sous ce point de vue, c'est une langue nécessaire à l'homme de génie qui conçoit un projet, à ceux qui doivent en diriger l'exécution, et enfin aux artistes qui doivent eux-mêmes en exécuter les différentes parties.

Le second objet de la géométrie descriptive est de déduire de la description exacte des corps tout ce qui suit nécessairement de leurs formes et de leurs positions respectives. Dans ce sens, c'est un moyen de rechercher la vérité; elle offre des exemples perpétuels du passage du connu à l'inconnu; et parce que elle est toujours appliquée à des objets susceptibles de la plus grande évidence, il est nécessaire de la faire entrer dans le plan d'une éducation nationale. Elle est non-seulement propre à exercer les facultées intellectuelles d'un grand peuple, et à contribuer par-là au perfectionnement de l'espèce humaine, mais encore elle est indispensable à tous les ouvriers dont le but est de donner aux corps certaines formes déterminées; et c'est principalement parce que les méthodes de cet art ont été jusqu'ici trop peu répandues, ou même presque entièrement négligées, que les progrès de notre industrie ont été si lents.

On contribuera donc a donner à l'éducation nationale une direction avantageuse, en familiarisant nos jeunes artistes avec l'application de la géométrie descriptive aux constructions graphiques qui sont nécessaires au plus grand nombre des arts, et en faisant usage de cette géométrie pour la représentation et détermination des élémens des machines, au moyen desquelles l'homme, mettant à contribution les forces de la nature, ne se réserve, pour ainsi dire, dans ses opérations, d'autre travail que celui de son intélligence.

Il n'est pas moins avantageux de répandre la connoissance des phénomènes de la nature, qu'on peut tourner au profit des arts.

Le charme qui les accompagne pourra vaicre la répugnance que les hommes ont en général pour la contention d'esprit, et leur faire trouver du plaisir dand l'exercice de leur intelligence, que presque tous regardent comme pénible et fastidieux.

Ainsi il doit y avoir à l'école normale un cours de géométrie descriptive.

Mais comme nous n'avons sur cet art aucun ouvrage élémentaire bien fait, soit parce que jusqu'ici les savants y ont mis trop peu d'intérêt, soit parce qu'il n'a été pratiqué que d'une manière obscure par les citoyens dont l'éducation n'avoit pas été soignée , et qui ne savoient pas communiquer les résultats de leurs méditations, un cours simplement oral seroit absolument sans effet.

Il est donc nécessaire pour le cours de géométrie descriptive, que la pratique et l'exécution soient jointes à l'audition des méthodes.

Ainsi ceux des citoyens dont les études antérieures auroient été dirigées vers la géométrie, ou les autres sciences exactes, seront exercés dans les salles particulières aux constructions graphiques de la géométrie descriptive.

Les deux parties de cet art ont des méthodes générales, avec lesquelles les citoyens se familiariseront par l'usage de la règle et du compas, et sans lesquelles il seroit difficile qu'ils se missent en état de l'enseigner eux-mêmes.

Parmis les différentes applications que l'on peut faire de la méthode des projections, il y en a deux qui sont remarquables, et par leur généralité, et par ce qu'elles ont d'ingénieux: ce sont les constructions de la perspective, et la détermination rigoureuse des ombres dans les dessins. Ces deux parties peuvent être considérées comme le complément de l'art de décrire les objets. On y exercera ces citoyens, parce qu'étant destinés à enseigner un jour les procédés de la géométrie descriptive, il est nécessaire qu'ils en connoissent toutes les ressources.

Ensuite on appliquera la méthode des projections aux constructions graphiques, nécessaires au plus grand nombre des arts, tels que les traits de la coupe des pierres, ceux de la charpenterie, etc.

Enfin le reste de la durée du cours sera employé, d'abord à la description des élémens des machines, afin d'en étudier les formes et les effets, et ensuite à celle des machines dont il est le plus important de répandre la connoissance, soit que les machines aient pour objet de donner au travail plus de précision et plus d'uniformité, soit qu'elles aient pour but d'employer à la production d'un certain travail les forces de la nature, et par lá d'augmenter la puissance nationale.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Patrice Bret, que me sugeriu este tema para uma conferência em Paris, e que deste modo me levou a desenvolver esta investigação. Estou grato igualmente a Bernardo Mota, que verificou a correcção das traduções das citações do latim e me indicou fontes para os textos clássicos, a José Carlos Oliveira, pelo estímulo que os seus livros trazem aos estudiosos destes temas, e pela sua grande generosidade em partilhar sempre a informação de que dispõe, e ao Tenente-Coronel José Paulo Berger, que me disponibilizou fontes de informação relevantes para a minha pesquisa.

Este trabalho foi concluído em Brighton, Inglaterra. Agradeço a David Edmunds, Susanna Lobb e Timothy Strauss as óptimas condições de trabalho aí proporcionadas.

A investigação para este artigo foi apoiada pela Fundação para a Ciência e Tecnologia, PEst-OE/MAT/UI0209/2011.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE, L. O Ensino da Matemática na Reforma Pombalina, *Estudos de História*, volume VI, pp. 1-13, Acta Universitatis Conimbrigensis, 1978.

BLAKE, A. S. *Diccionario Bibliographico Brazileiro*, vol. 1, Rio de Janeiro: Typographia Nacional, vols. 2-7, Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1893-1902.

CAMARGO, A. M. A., e MORAES, R. B. *Bibliografia da Impressão Régia do Rio de Janeiro (1808-1822),* Volume 1, S. Paulo: EDUSP/Livraria Kosmos Editora, 1993.

COLLECÇÃO DA LEGISLAÇÃO PORTUGUESA (1802 a 1810). Lisboa: Typographia Maigrense, 1826.

DAMÁSIO, A. J. Biographia dos brasileiros distinctos por armas, lettras, virtudes, etc, *Jornal do Instituto Histórico e Geographico Brasileiro*, Tomo VI, pp. 370-377, 1844.

DA SILVA; I. F. Diccionario Bibliographico Portuguez, vol. I-XIX; continuado por ARANHA, BRITO, Vol. XX-XXII (1882-1883). Lisboa: Imprensa Nacional, 1858-1870.

DA SILVA, C. A. F. Homens de Letras, Imprensa, Ciência e a Civilização no Brasil. Literatura, Economia Política e Ciência no Periodismo Fluminense oitocentista, *Anais do XXI Encontro Estadual de História* – ANPUH-SP, Campinas, 2012, in www.encontro2012.sp.anpuh.org/.../1340986909, consultado a 10 de Fevereiro de 2013.

DE OLIVEIRA, J. C. *D. João VI Adorador do Deus das Ciências? A constituição da cultura científica no Brasil (1808-1821),* Rio de Janeiro: e-papers, 2005.

DE OLIVEIRA, J. C., *D. João VI e a Cultura Científica*, Rio de Janeiro: EMC Edições, 2008.

DHOMBRES, J. *L'École Normale de l'an III. Leçons de mathématiques*. Paris : Dunod, 1992.

ENCYCLOPÉDIE OU DICCIONNAIRE RAISONNÉ DES SCIENCES, DES ARTS, ET DES MÉTIERS, Paris: Briasson, David, Le Breton, Durand, 1751-1772.

EULER, L. *Elementos de Algebra, Tomo Primeiro - Da Analyse Determinada*, Rio de Janeiro: Impressão Regia, 1809.

FREITAS, M. H., Considerações acerca dos primeiros periódicos científicos brasileiros, *Ci. Inf., Brazília*, v. 35, n. 3, pp. 54-66, 2006.

GUIMARÃES, M. F. A.. *Elementos de Astronomia*, Rio de Janeiro: Impressão Regia, 1814.

KURY, L. (Editor) *Iluminismo e Império no Brasil- O Patriota (1813-1814),* Rio de Janeiro: Editora Fiocruz, 2007.

LACROIX, S. F. *Tratado Elementar de Applicação de Algebra á Geometria*, Rio de Janeiro: Impressão Regia, 1812.

LACROIX, S. F., *Complemento dos Elementos de Algebra*, Rio de Janeiro: Impressão Regia, 1813.

LARANGEIRA, A. N. Arqueologia do pioneiro da imprensa no Brasil: nas pegadas de Frei Tiburcio, *FAMECOS*: *mídia, cultura e tecnologia*, Vol. 18, Nº 3, pp. 765-781, 2011. Igualmente disponível em 9º Encontro Nacional de Pesquisadores em Jornalismo, Rio de Janeiro, ECO-UFRJ, 2011, consultado a 12/02/2013 in http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/revistafamecos/article/view/10381.

LEGENDRE, A. M. *Elementos de Geometria*, Rio de Janeiro: Impressão Regia, 1809a.

LEGENDRE, A. M. *Tratado de Trigonometria*, Rio de Janeiro: Impressão Regia, 1809b.

MAGALHÃES, C. M. R. *A contribuição de José Saturnino da Costa Pereira para o Cálculo das Variações*, Tese de Mestrado em História da Ciência, PUC-SP, São Paulo, 2006.

MONGE, G. *Géométrie Descriptive. Leçons données aux Écoles normales, l'an 3 de la République*, Paris: Baudouin, 1799 (An VII).

MONGE, G. *Elementos de Geometria Descriptiva com Applicações ás Artes*, Rio de Janeiro: Impressão Regia, 1812.

MONTUCLA; J.E. *Histoire des Mathématiques*, Volumes I e II. Paris: C. A: Jombert. 1758. Segunda edição, Paris: Henri Agasse. Volumes I e II, 1799. Volumes III e IV, 1802. Reprint, Paris: Albert Blanchard, Volumes I, II, III e IV, 1968.

MORAIS, F. de. *Estudantes da Universidade de Coimbra nascidos no Brasil*, Faculdade de Letras da Universidade de Coimbra, Instituto de Estudos Brasileiros, Coimbra, 1949.

PONDÉ, F. P. A. A Academia Real Militar: sua instalação e o ensino militar, *Revista do Instituto de Geografia e Historia Militar do Brasil*, vol. LII, pp. 29-63, 1972.

PORTO-ALEGRE, M. A. Discurso do Orador, *Revista do Instituto Historico e Geographico do Brazil*, Tomo XIX, Suplemento, pp. 123-152, 1856.

RIZZINI, C. *O Livro, o Jornal e a Tipografia no Brasil 1500-1822*, Imprensa Oficial do Estado S.A. Imesp, São Paulo, 1988.

SARAIVA, L. M. R. The beginnings of the Royal Military Academy of Rio de Janeiro, *Revista Brasileira de História da Matemática*, vol. 7, 13, pp. 19-41, 2007.

SARAIVA, L. M. R. Manoel Ferreira de Araújo Guimarães (1777-1838): From the Navy Royal Academy to the Royal Military Academy of Rio de Janeiro, *Revista Brasileira de História da Matemática*, pp. 85-114, 2011.

SODRÉ, N. W. *A história da Imprensa no Brasil*, Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1996.

TELLES, P. C. S. *História da Engenharia no Brasil - Século XVI a XIX* – 2ª ed., Rio de Janeiro: Editado pelo Clube de Engenharia, 1994.

EM BRANCO

HANS WUSSING E SUA CONTRIBUIÇÃO PARA A HISTORIOGRAFIA CONTEMPORÂNEA DA MATEMÁTICA

SERGIO ROBERTO NOBRE

Departamento de Matemática - IGCE
Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - UNESP
Rio Claro, SP

sernobre@rc.unesp.br

Resumo: Este texto é decorrente da homenagem prestada ao Professor Hans Wussing, no 6º Seminário Luso-Brasileiro de História da Matemática, que foi realizado na cidade de São João del Rei, em agosto de 2011. Wussing, que foi meu orientador de doutorado, havia falecido alguns meses antes. O objetivo do texto é mostrar um pouco de sua produção bibliográfica em pról da História da Matemática.

Palavras-chave: Hans Wussing, historiografia da Matemática.

Abstract: This text is due to the homage rendered to Hans Wussing, in the 6th Luso-Brazilian Seminar of History of the Mathematics, in the city of São João del Rei, in August of 2011. Wussing, that was my doctorate advisor, had died some months before. The objective of the text is to show a little of his bibliographical production for the History of the Mathematics

Keywords: Hans Wussing, historiography of mathematics.

Hans Wussing (1927 - 2011)

INTRODUÇÃO

Hans Wussing foi um dos principais ícones internacionais no processo de institucionalização da História da Matemática que se iniciou na primeira metade do século XX e se fortaleceu no decorrer da segunda metade deste século. Nascido em 15 de Outubro de 1927, na pequena cidade de Waldheim (atualmente cerca de 8 mil habitantes), situada entre as cidades de Leipzig e Dresden, onde completou os estudos pré-universitários no ano de 1947. De 1947 a 1952 Hans Wussing estudou Matemática e Física na Universidade de Leipzig, onde, em 1956 obteve o título de Doutor em Matemática, sendo que havia iniciado a trabalhar como professor nesta universidade em 1955. Em 1966 ele concluiu a *Habilitation* (Livre-Docência) defendendo um trabalho sobre a História do Conceito de Grupos - *Die Genesis des abstrakten Gruppenbegriffes* (A gênese do conceito abstrato de Grupo). A partir de 1957 Hans Wussing foi membro do Instituto Karl-Sudhoff para a História da Ciência e da Medicina, da Universidade de Leipzig. Neste Instituto, Wussing inicialmente trabalhou como assistente e em 1968 assumiu a cadeira de 'Professor' de História da Ciência, onde permaneceu até 1992, quando se aposentou. Wussing foi Diretor do Karl-Sudhoff-Institut por vários anos.

Como catedrático na área de História da Ciência, Wussing esteve envolvido com o movimento institucional desta área, seja na antiga República Democrática da Alemanha (RDA), a Alemanha Oriental, e também em níveis internacionais. De 1967 a 1987 ele foi o Presidente do Comitê Nacional para a História da Ciência da RDA, de 1967 a 1998 foi o editor do periódico NTM - Zeitschrift für Geschichte der Wissenschaften, Technik und Medizin. Em 1971 Wussing assumiu como Membro Correspondente da Academia Internacional de História da Ciência, tendo chegado ao posto de Membro Permanente em 1981. Em 1984 tornou-se membro da Academia de Ciências da Saxônia. Ainda no âmbito da institucionalização internacional da História da Ciência, Hans Wussing teve atuação de destaque na Divisão de História da Ciência e Tecnologia da União Internacional de História e Filosofia da Ciência, tendo assumido o posto de Secretário-Geral entre 1981 e 1989 e Segundo Vice-Presidente entre 1989 e 1993. Seu trabalho em prol da comunidade científica de historiadores da matemática e o impacto acadêmico causado por suas idéias, que foram publicadas nos mais importantes periódicos científicos internacionais e apresentadas nos principais eventos dá área no mundo, proporcionou-lhe a indicação para receber o principal prêmio conferido a um historiador da matemática do mundo. Em 1993, Hans Wussing foi agraciado com a *Medalha Kenneth O. May* o maior prêmio dado a um investigador da área científica em História da Matemática. Esse prêmio de honra acadêmica, instituído a partir do Congresso Internacional de História da Ciência realizado em 1989, possui até o momento oito personalidades do mundo científico da História da Matemática foram agraciadas. Os ganhadores são: 1989 - Dirk Struik (Holanda/USA) e A. Pavlovich Youshkevich (União Soviética); 1993 - Hans Wussing (Alemanha) e Christoph Scriba (Alemanha); 1997 - René Taton (França); 2001 - Ubiratan D'Ambrosio (Brasil) e Lam Lay Yong (Singapura); 2005 - Henk Bos (Holanda); 2009 - Ivor Grattan-Guinness (Inglaterra) e Rhada Charan Gupta (India); 2013 - Menso Folkerts (Alemanha) and Jens Høyrup (Dinamarca)

Christoph Scriba – Joseph Dauben – Hans Wussing
Entrega da Medalha Kenneth O. May 1993 – Zaragoza - Espanha

Professor Wussing foi casado com a professora de Matemática Gerlinde Wussing e tiveram uma filha, Petra. Gerlinde esteve sempre presente nas atividades de seu esposo, tendo participado de diferentes eventos ligados à História da Matemática, inclusive no Brasil, quando ambos participaram do III Seminário Nacional de História da Matemática, realizado em 1999 na cidade de Vitória - ES, ocasião quando foi fundada a Sociedade Brasileira de História da Matemática. Hans Wussing faleceu no dia 26 de Abril de 2011, com 83 anos de idade, na cidade de Leipzig.

BIBLIOGRAFIA DE HANS WUßING:

A obra literária produzida por Hans Wussing possui a característica de ter sido feita por aqlguém que adentra o conhecimento da História da Ciência, especificamente da História da Matemática, por completo. Ele mesmo, no prefácio de um de seus livros, subdivide a investigação científica em História da Matemática nos seguintes itens:

a) história de problemas e de conceitos;

b) as interligações entre Matemática, Ciências Naturais e Técnica;

c) biografias;

d) organizações institucionais;

e) a Matemática como parte da cultura humana;

f) influências sociais ao desenvolvimento da Matemática;

g) a Matemática como parte da formação geral do indivíduo;

h) análise histórica e crítica de fontes literárias[1]

Em sua obra, basicamente todos os itens acima são identificados:

[1] Estes itens são abordados no capítulo *Fragen an die Geschichte der Mathematik* do livro Vom Zählstein zum Computer, p. 5.

História de problemas e de conceitos:

Über Einbettungen endlicher Gruppen. Gesamttitel: Sächsische Akademie der Wissenschaften. Berichte über die Verhandlungen der Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse; Bd. 103, H. 3. Berlin: Akademie-Verlag 1958 (Dissertation, Leipzig 4. März 1957).

Die Genesis des abstrakten Gruppenbegriffes. Ein Beitrag zur Entstehungsgeschichte der abstrakten Gruppentheorie. Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften 1969 (Habilitationsschrift, Leipzig 6. April 1966).

David Hilbert, Die Hilbertschen Probleme. Vortrag "Mathematische Probleme" von David Hilbert auf dem 2. Internationalen Mathematikerkongreß Paris 1900. Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig 1971-1983. Reimpressão por H. Deutsch Thun/Frankfurt am Main 1998, 2002, 2007.

Felix Klein, Das Erlanger Programm. Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen. (Editor da Série). Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig 1974. Reedição por H. Deutsch Thun/Frankfurt am Main 1995.

The Genesis of the Abstract Group Concept. A Contribution to the History of the Origin of Abstract Group Theory. Translated by Abe Shenitzer with the editorial assistance of Hardy Grant. Cambridge, Mass./London: The MIT Press 1984. Nachdruck Mineola, N. Y.: Dover 2007.

As interligações entre Matemática, Ciências Naturais e Técnica

Geschichte der Naturwissenschaften. (Editor, com contribuições de Sonja Brentjes/Harald Brost/Martin Franke/ Hans-Joachim Ilgauds/Wolfgang Schreier/Irene Strube/Hans Wußing/Gottfried Zirnstein). Leipzig: Edition Leipzig 1983. 2., durchgesehene Aufl. Köln: Aulis-Verlag Deubner 1987.

Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften, Technik und Medizin. Hrsg. zum 60. Geburtstag von Gerhard Harig. (Editor com Irene Strube). Beiheft zur Schriftenreihe für Geschichte der Naturwissenschaften, Technik und Medizin (NTM). Leipzig: Teubner-Verlag 1964.

Biografias

Adam Ries. 3., bearbeitete und erweiterte Aufl. Mit einem aktuellen Anhang (Leipzig 2009) mit Beiträgen von Menso Folkerts/Rainer Gebhardt/Alfred Meixner/Friedrich Naumann /Manfred Weidauer/Hans Wußing. Mit einem Geleitwort von Rainer Gebhardt. Buchreihe: EAGLE-EINBLICKE. Leipzig: Edition am Gutenbergplatz Leipzig 2009. (EAGLE 033)

Adam Ries. Biographien hervorragender Naturwissenschaftler, Techniker und Mediziner, Bd. 95. Leipzig: Teubner-Verlag 1989 (1a Ed). Einblicke in die Wissenschaft/Wissenschaftsgeschichte. Stuttgart/ Leipzig und Zürich: Teubner-Verlag und vdf/Verlag der Fachvereine an den schweizerischen Hochschulen und Techniken 1992 (2a Ed.)

Fachlexikon abc Forscher und Erfinder. (Editor com Hans Dietrich/Walter Purkert/Dietrich Tutzke). Thun/Frankfurt am Main: H. Deutsch 1992. Nachdruck Hamburg: Nikol 2005.

Isaac Newton. Biographien hervorragender Naturwissenschaftler, Techniker und Mediziner, Vol. 27. Leipzig: Teubner-Verlag 1977-1990 (4 edições).

Carl Friedrich Gauß, Mathematisches Tagebuch 1796-1814. (Editor da Série). 3 edições. Buchreihe: Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Bd. 256. Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig 1976-1981. Reedição H. Deutsch Thun/Frankfurt am Main 2005.

Biographien bedeutender Mathematiker. Eine Sammlung von Biographien. (Editor com Wolfgang Arnold). Colaboração de Wolfgang Arnold/Hannelore Bernhardt/Kurt-Reinhard Biermann/ Hans-Joachim Ilgauds/Gerhard Kasdorf/Maximilian Miller/Lubos Novy/Walter Purkert/Hans Reichardt/Kurt Richter/Gerhard Schulz/ Otto Stamfort/Hans Wußing. 1a a 4a edições: Berlin: Volk und Wissen 1975-1989. Köln: Aulis-Verlag Deubner 1978-1989 (3 edições). Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft 1985. (Tradução em espanhol, 1989 - Espanha)

Carl Friedrich Gauß. Série: Biographien hervorragender Naturwissenschaftler, Techniker und Mediziner, Bd. 15. Leipzig: Teubner-Verlag 1974-1989. (6., retrabalhada publicada em EAGLE-EINBLICKE/Edition am Gutenbergplatz Leipzig/ EAGLE 034)

Nicolaus Copernicus. Leipzig/Jena/Berlin: Urania-Verlag 1973.

Organizações institucionais

Zur Geschichte der Polytechnischen Gesellschaft zu Leipzig (1825-1844). Eine Bürgerinitiative zu Beginn der Industrialisierung Sachsens. Sitzungsberichte der Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse; Bd. 127, H. 3. Stuttgart/Leipzig: Hirzel 1999.

A Matemática como parte da cultura humana

History of Mathematics. States of the Art. (Editor com Joseph W. Dauben / Eberhard Knobloch) San Diego: Academic Press 1996.

Von Descartes bis Euler. Mathematik und Wissenschaftliche Revolution. Buchreihe: EAGLE-GUIDE 064/Mathematik im Studium. Reihenherausgeber: Bernd Luderer. Leipzig: Edition am Gutenbergplatz Leipzig 2013.

Von Leonardo da Vinci bis Galileo Galilei. Mathematik und Renaissance. Buchreihe: EAGLE-GUIDE 041/Mathematik im Studium. Reihenherausgeber: Bernd Luderer. Leipzig: Edition am Gutenbergplatz Leipzig 2010.

Von Gauß bis Poincaré. Mathematik und Industrielle Revolution. (Em comemoração aos 600 anos de fundação da Universidade de Leipzig, 2. Dezember 2009.) Buchreihe: EAGLE-GUIDE 037/Mathematik im Studium. Reihenherausgeber: Bernd Luderer. Leipzig: Edition am Gutenbergplatz Leipzig 2009.

6000 Jahre Mathematik. Eine kulturgeschichtliche Zeitreise. 2. Von Euler bis zur Gegenwart. Colaboração de Heinz-Wilhelm Alten e Heiko Wesemüller-Kock. Buchreihe: Vom Zählstein zum Computer. Berlin/Heidelberg: Springer 2009.

6000 Jahre Mathematik. Eine kulturgeschichtliche Zeitreise. 1. Von den Anfängen bis Leibniz und Newton. Colaboração de Heinz-Wilhelm Alten e Heiko Wesemüller-Kock. Buchreihe: Vom Zählstein zum Computer. Berlin/Heidelberg: Springer 2008.

4000 Jahre Algebra. Geschichte Kulturen Menschen (Autoria conjunta com Heinz-Wilhelm Alten/Alireza Djafari Naini/ Menso Folkerts/Hartmut Schlosser/Karl-Heinz Schlote). Buchreihe: Vom Zählstein zum Computer. Berlin/Heidelberg: Springer 2003. Nachdruck Berlin/Heidelberg: Springer 2005.

Vom Zählstein zum Computer: Mathematik in der Geschichte. 1. Überblick und Biographien. Buchreihe: Vom Zählstein zum Computer. Hildesheim: diVerlag Franzbecker 1997.

Produktivkräfte in Deutschland 1800 bis 1870. (Editor, entre outros). Berlin: Akademie-Verlag 1990.

Wissenschaftsgeschichte en miniature. (Editor com Horst Remane). Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften 1989.

Produktivkräfte in Deutschland 1917/18 a 1945. (Editor, entre outros). Berlin: Akademie-Verlag 1987.

Produktivkräfte in Deutschland 1870 bis 1917/18. (Editor, entre outros). Berlin: Akademie-Verlag 1985.

Vorlesungen zur Geschichte der Mathematik. Com colaboração de Sonja Brentjes/Hans-Joachim Ilgauds/Karl-Heinz Schlote/Peter Schreiber/Reinhard Siegmund-Schultze/J. Wilke. 1a e 2a Edição: Studienbücherei/Mathematik für Lehrer, Bd. 13. Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften 1979-1989. Köln: Aulis-Verlag Deubner 1983-1987 (1.-2. Aufl./Lizenz von Edition Leipzig). Reedições: Frankfurt am Main: H. Deutsch 2008. (Tradução para o espanhol: 1989/Cuba; 1998/Espanha)

Mathematik in der Antike. Mathematik in der Periode der Sklavenhaltergesellschaft. 1a e 2a edições. Leipzig: Teubner-Verlag 1962-1965. Leipzig: Edition Leipzig 1962. Aachen: J. A. Mayer 1962.

Influências sociais ao desenvolvimento da Matemática

Die große Erneuerung. Zur Geschichte der Wissenschaftlichen Revolution. Basel/Boston/Berlin: Birkhäuser 2002.

Análise histórica e crítica de fontes literárias

Die Coß von Abraham Ries. Buchreihe: Algorismus, Studien zur Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften, Heft 30. Editor da Série: Menso Folkerts. München: Institut für Geschichte der Naturwissenschaften 1999.

Adam Ries, Coß. (Editor com Wolfgang Kaunzner). Edição Facsimile comemorativa aos 500 anos do nascimento de Adam Ries, Maio de 1992. Buchreihe: TEUBNER-ARCHIV zur Mathematik, Supplement 3. Stuttgart/Leipzig: Teubner-Verlag 1992.

Hans Wussing também foi editor das seguintes coleções

Biographisch-literarisches Handwörterbuch der exakten Naturwissenschaften/Johann Christian Poggendorff. Im Auftrag der Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig. Leipzig und Weinheim: Sächsische Akademie der Wissenschaften zu Leipzig und Wiley-VCH 1997-2005.

Science Networks. Historical Studies. Foundet by Erwin Hiebert/Hans Wußing. Series Editors: Eberhard Knobloch/ Helge Kragh/Erhard Scholz. Basel/Boston/Berlin: Birkhäuser (1989-1998).

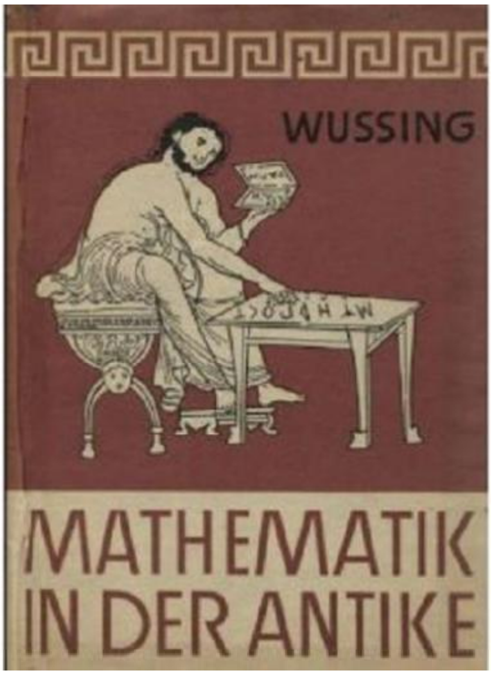
Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften. Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig 1974-1991. Danach H. Deutsch Thun/Frankfurt am Main.

Biographien hervorragender Naturwissenschaftler, Techniker und Mediziner. Leipzig: Teubner-Verlag 1974-1991.

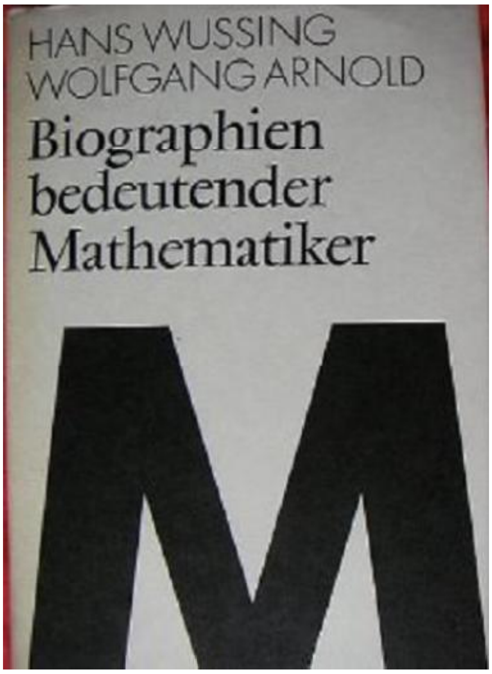
Schriftenreihe für Geschichte der Naturwissenschaften, Technik und Medizin (NTM). Begründet von Gerhard Harig und Alexander Mette 1960. Hefte 5 bis 12. Hrsg.: Alexander Mette und Hans Wußing. Teubner-Verlag 1965-1968. Depois Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig Leipzig, depois Birkhäuser Basel/Boston/Berlin. (1965-1998)

Alguns destaques na bibliografia de Hans Wussing

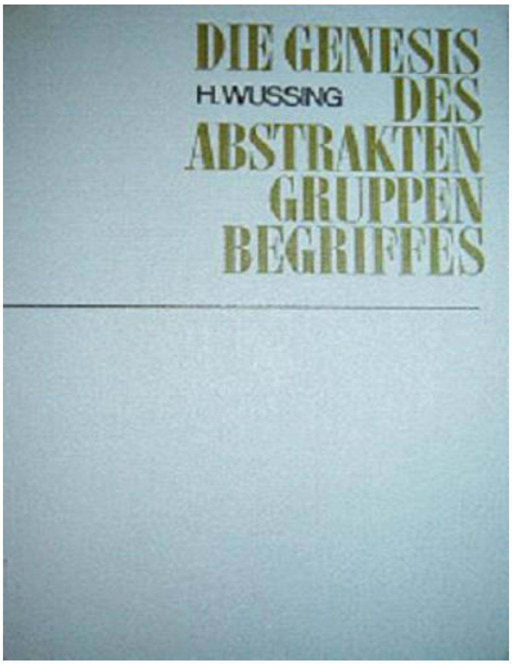
Dentre a enorme produção literária do Professor Hans Wussing, apresentamos as capas de alguns:



Mathematik in der Antike
Teubner-Verlag 1962-1965

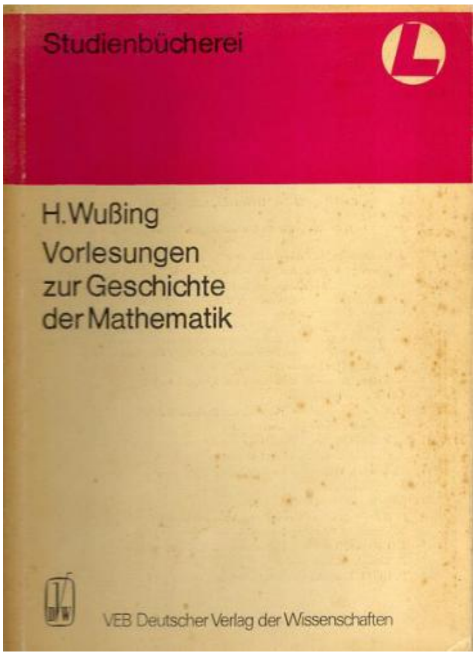


Biographien bedeutender Mathematiker
Berlin: Volk und Wissen 1975-1989

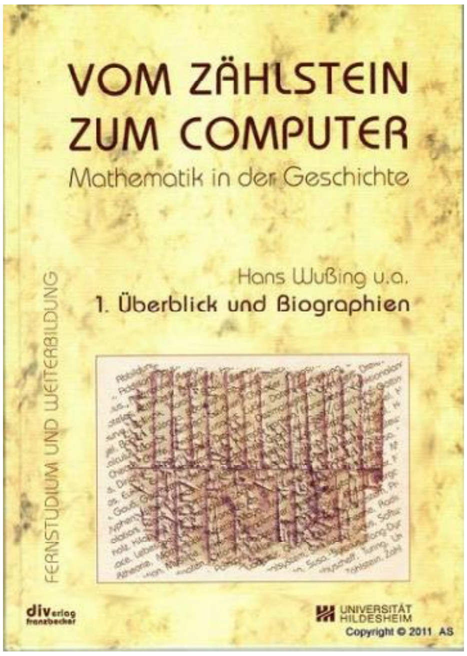


Die Genesis des abstrakten Gruppenbegriffes
Deutscher Verlag der Wissenschaften 1969

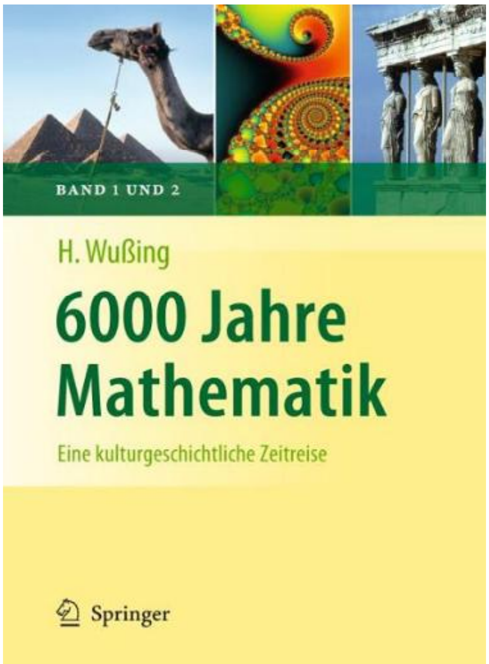
Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften.
Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig-Verlag Harri Deutsche 1974-1991



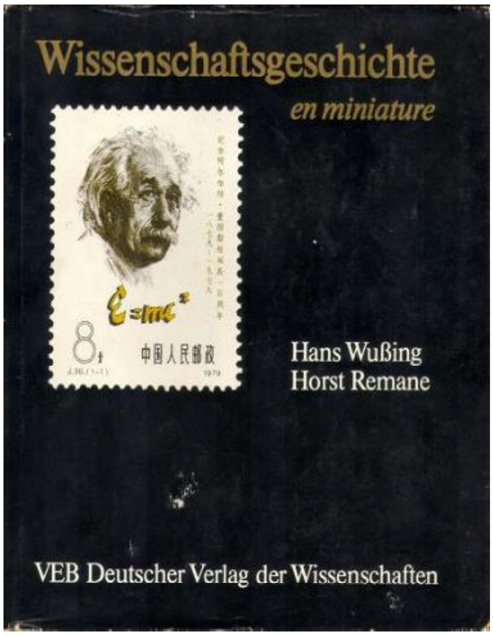
Vorlesungen zur Geschichte der Mathematik Deutscher Verlag der Wissenschaften 1979-1989



Vom Zählstein zum Computer: Mathematik in der Geschichte diVerlag Franzbecker 1997



6000 Jahre Mathematik.
Eine kulturgeschichtliche Zeitreise
Springer 2008-2009



Wissenschaftsgeschichte en miniature
Deutscher Verlag der Wissenschaften 1989

CONCLUSÃO

Wer im Gedächtnis seiner Lieben lebt, ist nicht tot. Er ist nur fern. Tot ist nur, wer vergessen wird. (Quem vive na lembrança de seus entes queridos, não está morto. Está apenas distante. Morto está aquele que é esquecido)

Immanuel Kant

A HISTÓRIA DAS MATEMÁTICAS NA ANTIGUIDADE POR FERNANDO DE ALMEIDA E VASCONCELLOS

EDILSON ROBERTO PACHECO†

Departamento de Matemática
Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO
Guarapuava, PR

Resumo: Algumas fontes são caracterizadas como referência sobre história da matemática e, por essa natureza, se fazem figurar às demais acessíveis. Outras, entretanto, apesar de serem menos conhecidas não são menos relevantes. A obra aqui exemplificada e visitada, se afigura com esse traço e, por ser considerada uma fonte de consulta sobre a matemática de povos antigos, foi foco de algumas observações, as quais se encontram delineadas no presente texto.

Palavras chave: História, Matemática, Antiguidade.

THE HISTORY OF MATHEMATICS IN ANTIQUITY BY FERNANDO DE ALMEIDA E VASCONCELLOS

Abstract: Some sources are considered to be as a reference in the history of mathematics, and thus, are among the accessible ones. Others, however, despite being less known are no less relevant. The book exemplified and analyzed here seems to have this feature, and because it was considered to be a source of information on the mathematics of ancient people, it was the focus of some observations, which are outlined in this text.

Keywords: History, Mathematics, Antiquity.

APRESENTAÇÃO 1

Atualmente, várias são as fontes de consulta que se caracterizam como referências para pesquisa e estudo em história da matemática, sendo que, muitas das quais, ainda não se encontram disponíveis em língua portuguesa. Há, entretanto, algumas obras que podem ser identificadas como textos que tratam especificamente de história da matemática, mesmo não estando entre as mais conhecidas e acessíveis em língua portuguesa, no Brasil.

A obra *História das Matemáticas na Antiguidade,* de Fernando de Almeida Loureiro e Vasconcellos (1874-1944), é tomada aqui como um desses exemplos. Coronel de Engenharia e professor de Cálculo Diferencial e Integral e de Probabilidade do Instituto Superior de Agronomia e da Seção de Matemática na Universidade de Lisboa, Vasconcellos escreveu esse livro específico sobre a história da matemática na Antiguidade, que foi publicado em 1925.

Figura 1: Capa da edição de 1925

Além dessa obra, outras podem ser encontradas relacionadas ao nome desse autor, em assuntos diversos, dentre os quais, como ponto que aqui se toma em foco, a matemática entre os povos antigos. Em *História Concisa das Matemáticas*, Struik (1997) sugere uma bibliografia sobre história da matemática, na qual se encontra essa obra de Vasconcellos.

APRESENTAÇÃO 2

Adentrando-se na obra, logo no início em nota apresentante precedendo o prefácio, o autor menciona o intento da elaboração dessa produção e alude ao fato de não ser necessário um conhecimento de temas matemáticos com maior profundidade para compreensão do conteúdo abrangido.

> *Assim o compreenderão, decerto, quantos lerem êste livro, que, no meu pensamento, se dirige ao grande público e aspira a ser compreendido por todos, mesmo por aqueles que tenham das matemáticas os conhecimentos mais elementares.*
>
> F. de V.

Estruturada sobre períodos cobrindo os principais fatos históricos da matemática na Antiguidade, essa obra possibilita considerá-la como uma fonte que se junta a outras mais, tanto para interessados em pesquisa em história da matemática quanto para sua utlização no âmbito do ensino, como intentou o autor.

> *Êste trabalho – reconstrução do passado – foi feito como qualquer outro ramo de história, utilizando as fontes de informação hoje existentes, tendo havido o cuidado de citar as autoridades a que recorremos para expor cada assunto em questão. E foi composto, tendo presente que a palavra elegância vem frequentemente aos lábios dos matemáticos, devendo os trabalhos desta ordem, para serem acessíveis ao grande público, reunir, ao mesmo tempo, o valor scientífico e o valor artístico.*
>
> *Eis o que procurei fazer, julgando ter produzido, por esta forma, obra útil sob o ponto de vista pedagógico.*
>
> 22 de Janeiro de 1919.
> (VASCONCELLOS, 1925, p. 44)

A publicação desse livro foi destacada, provavelmente por ter sido, à época, considerado um marco na literatura histórica da matemática, em língua portuguesa. Em *História das Matemáticas em Portugal*, ao discorrer, em Lições Proferidas em 1932, o tópico "As Matemáticas na Antigüidade e na Idade-Média, Francisco Gomes Teixeira[1] cita que:

---

[1] Francisco Gomes Teixeira (1851-1933), matemático português. Segundo Reis (2003), Gomes Teixeira dedicou-se primeiramente à Análise e depois à Geometria e, em seus últimos anos, seus estudos direcionaram-se à História da Matemática em Portugal, resultando na obra *História das Matemáticas em Portugal*, considerada referência sobre as ciências naquele país.

> *Para o estudo desenvolvido da história das Matemáticas entre os Gregos, Índios e Árabes, não é felizmente necessário em Portugal recorrer-se a livros estrangeiros, porque temos para isso em língua portuguesa um Manual excelente, intitulado: História das Matemáticas na Antiguidade, de que é autor o sr. Fernando de Vasconcelos, professor no Instituto Superior de Agronomia.* (TEIXEIRA, 1934)

No texto contido na obra, denominado *Carta ao Autor*, Marinha de Campos, auto-identificado como amigo e admirador do autor, inicia envaidecendo-se de ter sido o primeiro a ler antes da obra ser submetida à impressão:

> *Meu velho e querido amigo:*
> *Creio que posso gloriar-me de ter sido o primeiro leitor da tua História das Matemáticas na Antiguidade, pois que a li antes de impressa. (...) Arrojo-me, assim, a confiar-te a satisfação íntima que senti (...) o prazer indizível que gozei (...) o orgulho de que me enchi.* (p.642-653)

Ainda, destaca e enaltece a Matemática, justificando primeiramente que (...) *A Matemática tem encontrado os seus historiadores entre os scientistas de mais enciclopédica cultura e mais acessíveis às emoções estéticas.* Quanto ao teor da obra, afirma que é *(...) uma obra que se lê, primeiro, com curiosidade e, depois, com prazer, com emoção, com entusiasmo.* Seguindo por enaltecimentos à Matemática e à obra em questão, finaliza citando: *Assim, esta minha carta, ao autor é-o também, aos leitores.* Conclui conceituando a obra na metáfora de "um monumento".

DA ESTRUTURA

O Sumário é estrurado iniciando-se com o Prefácio, no qual o autor o finaliza com a justificativa de que a obra visa ser proveitosa em termos pedagógicos. Segue-se a Introdução, apresentada sob um esquema generalizado, em três sucintos tópicos intitulados:

I - As matemáticas, como base dos conhecimentos positivos para a inteligência humana;

II - Períodos na história das matemáticas;

III - O ciclo das matemáticas na antiguidade.

No primeiro deles, entre concisas abordagens envolvendo eminentes nomes da história da matemática, é assim justificada a relevância do estudo das "matemáticas": (...) "a base dos conhecimentos positivos para a inteligência humana"; (...) "acima de todos os conhecimentos humanos". Ainda, (...) "A clareza, a nitidez e a precisão são as únicas qualidades que conveem no estudo das matemáticas; e, por isso, os espíritos acostumados a cultuivar esta sciência da perfeição, adquirem naturalmente uma justeza particular e uma aptidão especial" (...) "o grande prazer intelectual de que gozam os espíritos equilibrados e justos no estudo das matemáticas".

Uma periodização é adotada para marcar "os progressos das sciências matemáticas", compreendida assim: Antiguidade oriental, Os Gregos, Os Árabes e os Índios, A arte de Alkarismi ou o Algoritmo, Os algebristas italianos – Vieta; e um detalhamento maior em As matemáticas em Portugal nos séculos XV e XVI (A junta dos matemáticos. – Pedro Nunes; Os contemporâneos e discípulos de Pedro Nunes); As matemáticas modernas; A geometria analítica. – O cálculo infinitesimal e As matemáticas em Portugal nos séculos XIX e XX. Finalizando a Introdução, o último tópico, o III, intitulado "O ciclo das matemáticas na antiguidade", é tecido em apenas duas páginas citando-se Os Chineses; Os Índios.

Após a Introdução, em quatro "Partes" são tratados temas, distribuídos em treze "Capítulos" nessas Partes que abarcam mais de 570 páginas, os quais versam sobre a matemática desde as civilizações primitivas até o ensino nas universidades medievais.

De uma forma sintética, essa estruturação é assim apresentada:

PARTE I - *As matemáticas sob a influência das antigas civilizações orientais*

CAPÍTULO I - Das civilizações primitivas

CAPÍTULO II - Os Egípcios (8º milênio a 1500 a.J.C.)

CAPÍTULO III - A Babilónia (5º milênio a 1500 a.J.C.)

CAPÍTULO IV - Fenícios, Hebreus, Persas e Gregos (De 1500 ao séc. VI a.J.C.)

PARTE II - *As matemáticas sob a influência da civilização grega*

CAPÍTULO V - As matemáticas pré-euclidianas (600-300 a.J.C.)

CAPÍTULO VI - Estudo dos progressos realizados pelas matemáticas no período pré-euclidiano

CAPÍTULO VII - A primeira Escola de Alexandria (cerca de 300 a 30 a.J.C.)

CAPÍTULO VIII - Os progressos das matemáticas no período greco-alexandrino

CAPÍTULO IX - A Segunda Escola de Alexandria (de 30 a. J.c. a 641 da e.v.)

CAPÍTULO X - Os progressos das matemáticas na Segunda Escola de Alexandria

PARTE III - *Os conhecimentos matemáticos provenientes de origens indianas*

CAPÍTULO XI - A Escola Ariana de matemáticas na Índia (desde o século IV até ao fim da Escola de Alexandria)

PARTE IV - *A transmissão das matemáticas gregas e indianas*

CAPÍTULO XII - Os árabes e os Moiros

CAPÍTULO XIII - O Ocidente latino

DO TÍTULO

Faz-se pertinente tecer algumas considerações em relação ao título da obra, em específico à primeira fração - *História das Matemáticas* - a qual sugere levar em conta a existência de uma pluralidade de matemáticas, expressadas historicamente em diferentes formas. Num esquadrinhamento ao texto, no entanto, não se encontra nota justificativa dessa denominação, porém, como uma espécie de permissão interpretativa aqui empreendida, sob aportes da etnomatemática é possível considerar a plausibilidade dessa escolha.

A outra fração que compõe o título – sob a designação *Antiguidade* – relaciona-se ao período estabelecido pelo autor para compreender a matemática desde as civilizações primitivas até o ensino nas universidades medievais. Segundo Silva & Silva (2010), Antiguidade, como conceito histórico, é um período da História do Ocidente bem delimitado, que se inicia com o aparecimento da escrita e a constituição das primeiras civilizações e termina com a queda do Império Romano, dando início à Idade Média. Embora não haja, na periodização habitual da história ocidental, um consenso entre historiadores, sobre as datas precisas em que o fim do Império Romano e o início da Idade Média tenham ocorrido, esses episódios são os assinaladores desse período. Já, por Antiguidade Clássica designa-se o período da História da Europa que abrange aproximadamente do século VIII AEC, com o aprecimento da poesia de Homero, à queda do Império Romano do Ocidente, no século V, período em que os fatores culturais das civilizações Grécia e Roma antigas são mais sobressalentes. Diante disso, é possível admitir que Vasconcellos adota uma interpretação própria desse conceito na denominação de sua estruturação histórica da matemática.

Compreendidos no período denominado Antiguidade, povos antigos como os chineses e os indianos são frequentemente e destacadamente mencionados, em conhecidas fontes sobre a história da matemática nesse período. Curioso, entretanto, observar que na obra aqui focada, é ausente um tratamento em específico sobre a matemática relacionada a esses povos, comparativamente a outros mencionados com detalhamento. Além disso, a justificativa do autor, da ausência desse tratamento, é por nulidade da influência desses povos no desenvolvimento da matemática, como se atesta:

> *No estudo das matemáticas sob a influência das antigas civilizações orientais, não nos ocuparemos dos Chineses, nem dos Índios, apesar de terem tido um e outro povo, respectivamente, a pretensão de deverem ser considerados como os mais antigos da terra, e de neles ter origem toda a sciência.* (p. 52)
>
> *(...) os Chineses, não obstante possuírem nos tempos antigos certos conhecimentos, superiores aos de muitos dos seus contemporâneos, não fizeram nenhuma tentativa séria, quer para classificar ou desenvolver as poucas regras de aritmética e de geometria que possuíam, quer para explicar as causas dos fenómenos que tinham observado. Assim, é nula, pode-se dizer, a sua influência na história dos progressos da matemática.* (p. 53)
>
> *Enquanto aos Índios, conclue-se de varios manuscritos e de outros documentos, que a sua sciência era, nos antigos tempos, muito rudimentar, começando a ter algum valor, já quando os Gregos a tinham levado a alto grau de perfeição. (...) progressos só se realizaram depois do IV ou V séculos da nossa era, terminando com Bhaskara (séc. XII), a partir do qual a matemática índia não conta mais na História das sciências.* (p. 53-54)

Intitulado *As obras matemáticas dos antigos Egípcios,* o tópico que trata desse assunto menciona, já no início, o importante documento do período antigo da matemática entre os Egípcios, no subtítulo - *O Papiro de Ahmés*. Trata do conteúdo do *Manual de Ahmés*, ilustrando a tábua de decomposição das frações unitárias, a solução de alguns problemas pelo método da falsa posição e outros exemplos similares. No histórico sobre esse documento e em toda descrição, a denominação mais adotada pelo autor relaciona-se a Ahmés. Informa também que esse papiro é parte da coleção Rhind, no Museu Britânico de Londres. No "índice alfabético de nomes", esse documento somente é localizado por meio da referência a Ahmés. Não se encontra menção a outro papiro importante na história da matemática entre os egípcios, nesse período - o papiro de Moscou. O *Papiro de Akhmin* é, no entanto, destacado pela justificativa do autor: "*Representa a sciência egípcia duma época muito anterior, se encontram cincoenta problemas com as respectivas soluções, sem que se indique, como sucede também no livro de Ahmés, quais os processos para as obter.*" Na sequência do texto, o autor exemplifica um problema desse documento e comentários sobre a resolução.

Já, no tópico *As matemáticas sob a influência da civilização grega,* há uma vasteza de informações sobre a matemática entre os antigos gregos, volume esse destacado pelo autor em dezenas de páginas dedicadas a alguns nomes, em específico. Exemplos disso são as três dezenas de páginas sobre os pitagóricos, três dezenas de páginas sobre Euclides, duas dezenas sobre Apolonio e mais de duas dezenas sobre Diofante; outros tantos nomes de gregos citados como importantes para a história da matemática, totalizando aproximadamente quatrocentas páginas exclusivamente referentes à matemática entre os gregos, enquanto em menos de 20 páginas é mencionada a matemática na Índia, e sem citação quanto aos Chineses.

Nesse contexto, incomum entre outras fontes comuns de história da matemática é o que o autor desta obra evidenciou sobre um pitagórico - Timáridas de Paros: (...) *o alto conceito em que era tido o nosso matemático entre os antigos Pitagóricos e que é um exemplo do lendário espírito de confraternização existente entre os membros da comunidade.* (...) *um estudo devéras interessante* (...) *sôbre o tempo em que floresceu o célebre autor do epantema, cuja importância no desenvolvimento da Álgebra grega, é, sem contestação, muito de apreciar.* Em seguida, é exemplificado o problema que se resolve pelo *epantema* - um "*método muito interessante para a história da Álgebra*". (p.185-186).

Este exemplo pode ser ajuntado a outros que, em conjunto, ilustram a forma peculiar de estilo na escolha do tratamento de alguns fatos aludidos, como é o caso da informação quando se refere ao ensino de matemática em universidades, no período da Idade Média, em que destaque é dado ao nome de Aben-Deuth (João de Luna, Hispalensis), rabino de Sevilha, tradutor de obras árabes, que escreveu "*um tratado com os mais antigos exemplos de extracção de raízes quadradas de números escritos com a notação decimal, e um capítulo* (...) *em que se acham resolvidos os três casos da equação do 2º grau pelo método de Alkarismi.*" (p. 625)

COMO CONCLUSÃO

Cabe notar que as considerações aqui estabelecidas não têm a pretensão de se configurarem como uma resenha, em sua essência, e sim apenas esboçar alguns traços decorrentes de uma aproximação ao texto, a qual objetivou comentar, de uma forma sintética, a estruturação e o tratamento de alguns temas, adotados pelo autor.

Para o interessado na Matemática referente à época dos antigos gregos, essa obra de Vasconcellos torna-se relevante dada a extensão de temas abordados, a profundidade de alguns deles, e os nomes que são evidenciados dessa relação. É preciso, contudo, ressaltar a parcimônia no tratamento de questões acerca de alguns outros povos antigos, como já mencionado.

A peculiaridade no tratamento dos temas, mesmo na escolha do período, revela o empreendimento vultoso que o autor realizou. Possivelmente, se não somente se tratasse de história da matemática em um determinado período, ter-se-ia mais do que essas centenas de páginas e com um detalhamento de informações, conjecturalmente preciosas.

É uma obra que está disponível para o deleite de quem se dispor em apreender informações, estabelecer relações, fazer comparações, buscar complementaridades, enfim, para os mais variados propósitos, além dos quais intentou o autor.

Uma vez considerado o olhar do leitor, outras leituras poderão suscitar outros olhares, distintos do que foi empreendido e descrito aqui.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

REIS, F. Ciência em Portugal: Personagens e episódios. 2003. Disponível em: http://cvc.instituto-camoes.pt/ciencia/p27.html. Acesso: 28 de outubro de 2011.

SILVA, K. V., SILVA, M. H. Dicionário de conceitos históricos. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2010.

STRUIK, D. *História Concisa das Matemáticas*. Trad. João Cosme S. Guerreiro. Lisboa: Gradiva, 1997. (Ciência Aberta)

TEIXEIRA, F. G. História das Matemáticas em Portugal. Disponível em: http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/livrogt/livrogt.html. Acesso: 29 de maio de 2011.

VASCONCELLOS, F. A. *História das Matemáticas na Antiguidade*. Lisboa: Aillaud e Bertrand, 1925.

EM BRANCO

VESTÍGIOS DO ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NA ESCOLA POLITÉCNICA DO RIO DE JANEIRO (1874-1885)

LÍGIA ARANTES SAD
CIRCE MARY SILVA DA SILVA

Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE – CE
Universidade Federal do Espírito Santo – UFES
Vitória, ES

sadli@terra.com.br; circemary@gmail.com

Resumo: Esta investigação sobre a história da educação matemática no Brasil oitocentista baseia-se especialmente na análise de documentos de fonte primária. Reunimos notas manuscritas de aulas, programas de ensino, livros didáticos de matemática, entre outros documentos relativos ao ensino de cálculo – na Escola Politécnica do Rio de Janeiro (1874-1885). A demarcação do período de investigação justifica-se pela instituição da Escola Politécnica num contexto de efervescência política, ampla difusão do positivismo na educação e o advento da república. Particularmente, interessa-nos, a partir dos vestígios encontrados nos documentos, analisar o ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Em concordância com o historiador Carlo Ginzburg, na oportunidade que a documentação nos ofereceu, pudemos incluir personagens na história narrada. Como as influências do positivismo na sociedade brasileira haviam atingido também o ensino nesta instituição, quais os indícios das ideias de Comte que podem ser notados, especificamente, quanto a esta disciplina? Os programas de ensino revelam o currículo prescrito, mas qual era o currículo praticado – visível em documentos como os apontamentos dos alunos? Há concordância entre eles? O percurso metodológico seguido teve a análise documental como foco principal. Para um olhar mais analítico sobre o manuscrito – o caderno de aula –, utilizamos a análise de discurso segundo as categorias: linguagem utilizada, simbolismo, concepção de matemática, conceitos do cálculo, exercícios e ilustrações. Com o exame do programa oficial de cálculo diferencial e integral (1882) e a análise dos apontamentos feitos pelo aluno da Escola Politécnica – Theophilo Rodrigues da Cunha, 1884 (caderno manuscrito), observamos que o currículo prescrito era semelhante ao currículo praticado. Notamos também que nestes apontamentos, o discurso matemático privilegia a linguagem natural em vez da simbólica. O texto discursivo do caderno está de acordo com o programa (1882). Transparece visivelmente, nos apontamentos deste aluno, as ideias de Auguste Comte, tal como ele define a matemática e a subdivide em duas partes distintas: concreta e abstrata. Ademais, o trabalho realizado serviu para mostrar que não podemos abarcar a totalidade e completude de um passado, mas apenas nos aproximarmos, com a exposição de "uma verdade obtida", sempre incompleta, em cuja análise lançamos outros matizes.

Palavras chave: História da educação matemática, Cálculo Diferencial e Integral, Escola Politécnica do Rio de Janeiro.

Abstract: This research on the history of mathematics education in nineteenth-century Brazil is based in particular on the analysis of primary source documents. We collect handwritten notes of lessons, curricula, textbooks of mathematics, among other documents relating to the teaching of calculus – at the Escola Politécnica do Rio de Janeiro (1874-1885). The demarcation of the research period is justified by the institution of the Escola Politécnica in a context of political unrest, widespread of the positivism in the education and the advent of the republic. Particularly interested in, from the remains found in the documents, analyze the teaching of Differential and Integral Calculus. In accordance with the historian Carlo Ginzburg, the opportunity offered in the documentation, we could include personalities in the story. As the influence of positivism in Brazilian society had also reached the teaching in this institution, which is evidence that the ideas of Comte may be noted specifically on this subject? The curricular programs reveal the prescript curriculum, but what the curriculum was done – visible in documents such as the notes of the students? There is agreement among them? The route followed was a methodological document analysis as the main focus. For a more analytical about the manuscript – the notebook class - use discourse analysis by categories: language used, symbolism, conception of mathematics, concepts of calculus, exercises and illustrations. With the examination of the official program of differential and integral calculus (1882) and analysis of notes made by the student of the Escola Politécnica - Theophilo Rodrigues da Cunha – 1884 (book manuscript), we observed that the prescript curriculum was similar to the curriculum practiced. We also note that at this point, the mathematical discourse focuses on natural language rather than symbolic. The text of the notebook complies with the program (1882). Emerges clearly in this student's notes, the ideas of Auguste Comte, as he defines mathematics and divided into two distinct parts: concrete and abstract. Moreover, the work served to show that we can not embrace the totality and completeness of a past, but only in approach, with the exhibition of "indeed obtained an" always incomplete, whose analysis launched in other hues.

Keywords: History of mathematics education, Differential and Integral Calculus, Escola Politécnica do Rio de Janeiro.

INTRODUÇÃO

A partir dos vestígios encontrados em documentos relativos ao ensino de cálculo na Escola Politécnica realizamos uma análise comparativa englobando programa de ensino (1882), caderno de aula de cálculo (1884) e livros didáticos (1864-1870), a fim de verificar as convergências ou divergências entre eles, bem como verificar as influências positivistas no ensino de cálculo na Escola Politécnica. Em concordância com Ginzburg (2007, p. 14), quando diz que "o verdadeiro é um ponto de chegada, não um ponto de partida", o nosso ponto de partida não é o mais relevante, mas sim aquela verdade parcialmente obtida, em termos dos relacionamentos que alcançamos com essa investigação, ao inserir elementos de novas fontes documentais na costura da continuidade do trabalho em história.

A investigação realizada, pertinente a história da educação matemática no Brasil, no período entre 1874 a 1885, baseia-se especialmente na análise de documentos, a maioria de fonte primária, que encontramos em arquivos[1] e bibliotecas[2] de obras raras do Rio de Janeiro. Documentos que não se constituem num contínuo harmonioso, mas que foram agrupados por similaridade temporal e aproximação com a problemática de pesquisa, na intenção de preencher lacunas e diminuir as incertezas sobre a esfera educacional da época em questão. Assim, reunindo um acervo de fragmentos: notas manuscritas de aulas, programas de ensino, relatórios de diretores, livros didáticos de matemática, entre outros, conseguimos um pouco mais de inteligibilidade sobre a educação matemática – especialmente do ensino de cálculo – no Rio de Janeiro oitocentista. O trabalho desenvolvido serviu também para mostrar que não podemos abarcar a totalidade e completude de um passado, mas apenas nos aproximarmos dele, como nos ensinou Ginzburg (2007, p. 265), com a exposição de "uma verdade obtida", sempre incompleta, em cuja análise lançamos outros fios e matizes.

Ao procurarmos livros didáticos do século XIX, especialmente aqueles utilizados para o ensino na Academia Militar e posteriormente Escola Politécnica, eis que como um presente, caiu em nossas mãos[3] um exemplar de notas de aula de um aluno da Escola Politécnica, de 1885, que passou a ser para nós um personagem importante na investigação. Em folhas já amareladas e reveladoras de um passado longínquo,

---

[1] Arquivo Nacional, Sessão de Manuscritos da Biblioteca Nacional.

[2] Sessão de Obras Raras da Biblioteca Nacional, Biblioteca de Obras Raras da Universidade Federal do Rio de Janeiro – BOR/UFRJ.

[3] Tivemos auxílio dos bibliotecários da BOR/UFRJ, que orientaram e facilitaram nosso trabalho.

descobrimos tratar-se de um documento manuscrito do aluno – *Theophilo Rodrigues da Cunha* – até então anônimo para nós, revelando o ensino recebido e registrado num caderno, intitulado simplesmente *Caderno II*.

Nossos olhares curiosos ficaram cada vez mais atentos por constatarmos que eram registros do ensino de geometria analítica e cálculo diferencial e integral, disciplinas básicas para a formação de engenheiros e ainda em um período interessante da história da educação matemática no Brasil, em que a Escola Politécnica estava sobre a influência do positivismo de Comte.

A Escola Central, herança da Academia Real Militar, criada por decreto em dezembro de 1810 por D. João VI, transformou-se em Escola Politécnica em 1874. A Escola Central estivera vinculada ao Ministério da Guerra e posteriormente ao Ministério do Exército, mas a nova instituição politécnica passara a estar subordinada ao Ministério do Império e atendia apenas a alunos civis. Particularmente, interessa-nos, a partir dos vestígios encontrados nesses documentos, analisar como acontecia o ensino de Cálculo Diferencial e Integral, naquele período. As influências do positivismo na sociedade brasileira haviam atingido também o ensino nesta instituição (SILVA, 1999). Quais os indícios das ideias de Comte que podem ser notados, especificamente, quanto a esta disciplina? Os programas de ensino revelam o currículo prescrito, mas qual era o currículo real – aquele ensinado em sala de aula e visível em documentos como os apontamentos dos alunos? Há concordância entre eles?

A trajetória da pesquisa passou pelas fases de identificação dos objetos e da sua relevância, a elaboração das categorias de análise, os critérios de evidência e o modo escolhido para a narração dos resultados. O percurso metodológico seguido teve a análise documental como foco principal. Especificamente, para um olhar mais analítico sobre o manuscrito – o caderno de aula – realizamos a análise de discurso segundo as categorias: linguagem utilizada, simbolismo, concepção de matemática, conceitos do cálculo, exercícios e ilustrações.

CONTEXTO EDUCACIONAL DA ESCOLA POLITÉCNICA 1874-1885

Com a transformação da Escola Central em Escola Politécnica, pelo decreto 5.600 de 25 de abril de 1874[4], foi criado um curso geral de 2 anos seguido de cursos especiais: a) curso de ciências físicas e matemáticas, b) curso de ciências físicas e naturais, c) curso de engenheiros geógrafos, d) curso de engenheiros civis, e) curso de minas, f) curso de artes e manufaturas. Interessou-nos, particularmente, examinar o curso geral que servia de base para todos os demais. O curso geral estava assim estruturado:

	1ª Cadeira	**2ª cadeira**	**3ª cadeira**
1º ano	Álgebra compreendendo a teoria geral das equações e a teoria e uso de logaritmos; geometria no espaço; trigonometria retilínea; geometria analítica	Física experimental e meteorologia. Aula de desenho geométrico e topográfico	
2º ano	Cálculo diferencial e integral; mecânica racional e aplicação às máquinas elementares	Geometria descritiva (1ª parte), trabalhos gráficos a respeito da solução dos principais problemas da geometria descritiva	Química inorgânica, noções gerais de mineralogia; botânica e zoologia

Diferente da Academia Militar e suas sucessoras Escola Militar e Escola Central, que estavam sob o gerenciamento do Ministro da Guerra, a Escola Politécnica estava subordinada ao Ministério do Império, e passou a ser um estabelecimento de ensino exclusivamente civil (TELLES, 1994). A direção desta instituição era nomeada pelo governo, não havendo liberdade de escolha ou de indicação por parte da comunidade acadêmica; e o ensino tinha como função a formação tanto de engenheiros quanto de bacharéis e doutores em ciências. O seu regulamento, dispostos em 15 capítulos, semelhante aos Estatutos da

[4] Este documento faz parte do acervo do Museu da Escola Politécnica do Rio de Janeiro – UFRJ.

Academia Militar (1810), continha detalhadamente indicações da organização e gerenciamento escolar, incluindo as matérias dos respectivos cursos, normas discentes e docentes, regime de aulas, exames (admissão e avaliação), frequência, obtenção dos graus e titulação[5], ordem disciplinar e prêmios.

A idade mínima para ingressar como aluno era de 15 anos e sujeito a exames. Estes poderiam ser feitos de três modos: por meio dos Exames Preparatórios – certificados pela Inspetoria Geral da Instrução Primária e Secundária do Município da Corte –, em outra instituição superior ou ainda na própria instituição.

Entre os primeiros diretores da Politécnica estão: Visconde de Rio Branco (1875-1879); Conselheiro Francisco Antonio Raposo (1879); e Conselheiro Ignácio da Silva Galvão (1880-1889), que também foi um dos primeiros docentes[6], encarregado da disciplina do primeiro ano do curso geral. Segundo Pardal (1984, p. 190), em 1877, Luis Carlos Barbosa de Oliveira ingressou como lente substituto das seguintes cadeiras: Cálculo e Mecânica racional, Geometria Descritiva, Álgebra e Geometria no Espaço, Trigonometria retilínea e Geometria

[5] Conforme o capítulo VIII/Art. 67, o *grau de bacharel* era concedido aos que fossem aprovados em todas as matérias do curso de ciências físicas e matemática, bem como do curso de ciências físicas e naturais; já o *grau de doutor* era para os bacharéis que, além da aprovação em todas as matérias de seus cursos, também defendessem uma tese segundo as formalidades estabelecidas pela Congregação. Aos que fossem aprovados nas matérias dos outros quatro cursos recebiam o diploma de *engenheiro* civil, geógrafo, de minas ou artes e manufatura, respectivamente as especialidade. Aos aprovados nas matérias do curso geral também havia um título de *habilitação*.

[6] Os docentes subdividiam-se em lentes: catedráticos (nomeados pelo governo); substitutos (concursados, com título de doutor ou eventualmente nomeados); e professores de trabalhos gráficos (Capítulo IV/Art. 16, do Decreto 5.600, 1874).

Analítica. Dois anos depois, defende tese sobre Geometria, tornando-se catedrático da cadeira de Geometria Analítica[7].

A Escola Politécnica herdou de sua antecessora, a Escola Central, todos os laboratórios bem como a biblioteca, com um acervo de cerca de 7000 livros. Para o corpo docente foram contratados professores franceses como Ernest Guignet (Física e Química) e Clément Joubert (Biologia), além de nomeados os seguintes catedráticos brasileiros: José Saldanha da Gama (Botânica); Joaquim Duarte Murtinho (Química Analítica); Américo Monteiro de Barros (Séries, Funções Elípticas, Cálculo Diferencial e Integral); Domingos de Araújo e Silva (Geometria Descritiva), Antonio de Paula Freitas (Estradas, Pontes e Viadutos); Francisco Joaquim Bethencourt da Silva (Desenho); e João Maximiliano Malta (Desenho). (TELLES, 1994).

O PROGRAMA DE CÁLCULO EM 1881/1882

Os programas de ensino da Escola Politécnica eram publicados pela Tipografia Nacional, como pequenos opúsculos ou folhetos, independentes. Em geral, não continham autoria, mas no programa da primeira cadeira do curso de ciências físicas e matemática encontramos referências bibliográficas[8]. O programa do curso geral, para os dois

---

[7] Em 1904, é citado como lente catedrático de Cálculo (MILLER, 2003, p. 369).

[8] Segundo o capítulo II/Art. 10º, dos Estatutos de fundação da Politécnica, contidos no Decreto 5.600 de 1874, competia à Congregação de lentes desta instituição, entre outras coisas, organizar os *programas* de cada uma das cadeiras da Escola, bem como as *tabelas de pontos* para os exames, concursos de lentes e defesas de teses dos bacharéis que queriam obter o grau de doutor. No *programa* de 1880, da primeira cadeira do primeiro ano do curso de ciências físicas e matemáticas (depois do curso básico), encontramos, após a listagem de conteúdos programáticos, o título "obras a consultar", que incluíam os seguintes autores e obras: Cauchy – Cours de analyse (séries); Bertrand – Calcul Differentiel; Catalan – Traité des series de Laurent (theorie des series), e Calcul des probabilités; Timmerman – Calcul (funções Elípticas); Lacroix –

primeiros anos, incluía álgebra superior, geometria analítica e cálculo diferencial e integral. Este último, dividido em duas partes: a primeira referente ao Cálculo Diferencial e a segunda ao Cálculo Integral. O Cálculo Diferencial começava com as noções preliminares: funções, objeto da análise, diferença entre análise direta e indireta, concepção de Leibniz ou método infinitesimal, concepção de Newton ou método dos limites, concepção de Lagrange ou método das derivadas. Segue-se a diferenciação das funções explícitas de uma só variável (funções simples, funções compostas, diferenciações sucessivas e propriedades das derivadas); diferenciação das funções explicitas de duas ou mais variáveis; diferenciação das funções implícitas de uma ou mais variáveis. Com o título "Aplicações analíticas do cálculo diferencial" enquadram-se o desenvolvimento das funções em séries, especialmente fórmulas de Taylor e Mac-Laurin; teoria geral dos máximos e mínimos; avaliação dos símbolos indeterminados. Já o Cálculo Integral compreende: objeto do cálculo integral; integrais imediatas das funções simples; integrais definidas e indefinidas; processos de integração: por substituição, por partes, por decomposição, por séries; aplicações dos processos; divisões e subdivisões principais do cálculo integral; integração das funções algébricas racionais e irracionais; integração das funções diferenciais transcendentes; e teoria elementar das integrais (tratando das integrais definidas). Após o estudo da diferenciação e integração, seguem-se as aplicações geométricas do cálculo diferencial (tangentes, normal, concavidade, convexidade, áreas, curvas osculatrizes, evolutas e devolutas de curvas, etc) e aplicações geométricas do cálculo integral (retificação de curvas, quadratura de curvas planas, cubatura dos sólidos).

Notamos nesse programa um detalhamento grande, evidenciando cada tópico que deveria ser abordado. Todavia, assim como no ensino de

---

Calculo, Calcul Differentiel et integral tomo 2 (Note par Hermite) e Calcul des probabilités; Souchon – Calculo Differencial e Integral, calculo das variações, calculo das diferencas; Gilbert – Analyse infinitesimal; Pinault – Calculo das probabilidades; Sonnet – Dictionaire des mathematiques appliqués.

cálculo na Academia Militar, estão ausentes: conceitos e definições de limite e continuidade, o teorema fundamental do cálculo e integrais impróprias. Enquanto que, em outras instituições de ensino superior, como na Escola Politécnica de Paris, esses importantes conceitos já vinham sendo trabalhados com as "novas implementações de Cauchy e Weierstrass nas conceituações de convergência, continuidade uniforme, e completude, entre outras; intensificando o rigor analítico." (SAD, 2011, p. 95).

O relatório do diretor da Escola Politécnica – Ignácio da Cunha Galvão – em 1884 traz algumas luzes sobre a vida acadêmica, incluindo dados sobre professores, disciplinas, alunos e ensino. Afirma que fez muitas simplificações nos programas de ensino para retirar os excessos de teoria e facilitar a execução didática. Estabelece como princípio que:

> Nos programas das lições de cada ciência se devem compreender unicamente as teorias que ou são indispensáveis para a boa inteligência da própria ciência, ou são reclamadas como preparo para o estudo de outras ciências dos anos subsequentes ou tem aplicações práticas diretas. (Arquivo Nacional, códice IE[3] – 86).

Detalha-se em justificativas de suas ideias, mas não deixa de comentar, que nem todos os docentes da instituição concordaram com as "mutilações" que realizou nos programas das disciplinas por ele ministradas. Uma das argumentações contra a proposta do diretor, segundo seu relato era: "Dizem uns que todo o estudo especulativo, qualquer que ele seja é sempre profícuo porque, quando outro resultado útil não ofereça, serve de exercício ginástico para a inteligência" (códice IE[3] – 86). Em resposta a isso, contra-argumenta que outras disciplinas como o latim poderiam servir para o mesmo propósito ou mesmo atividades como decifração de enigmas e logogrifos que também aguçam a inteligência. Apresenta, como bom método didático, o embasamento em teorias essenciais por meio de exemplos e exercícios, a fim de habilitar o aluno a fazer uso deles nas aplicações que surgirem. Curiosamente, confessa que, ao concluir a disciplina de Cálculo era incapaz de integrar uma expressão diferencial simples e, só alcançou êxito, quando estudou Mecânica e pode aplicar tal conhecimento.

No programa de 1882 para a primeira cadeira do segundo ano do curso geral não constam informações sobre a bibliografia adotada na época, nem indicações de autores que poderiam ter sido consultados para elaboração do mesmo. Entre as indicações de referências a livros didáticos, citadas em alguns dos programas[9], por exemplo, o de 1880, observamos a possibilidade de terem sido consultadas obras de Lacroix, que são apresentadas com títulos resumidos e sem datas como: "Calculo"; "Calcul differentiel et integral tomo 2"; e "Calcul des probabilités". A primeira, pode referir-se a edições como o *Tratado Elementar de Calculo Differencial e Integral* – que foi traduzida por Torres (1812) e anteriormente utilizada na Academia Militar[10], ou mesmo edições posteriores do *Traité du Calcul Différentiel et du calcul Integral*, (1819 ou 1861). A segunda, prece ser a sétima edição, de 1867, sob o mesmo titulo, mas revista e comentada por Hermite e Serret. Todavia, notamos que, o programa referente ao cálculo de 1882, por exemplo, contém menos semelhança com a obra de Lacroix e mais com os tópicos da citada obra de J. Bertrand (1864, 1870) – *Traité de calcul différentiel et de calcul integral* [11]. Em relação a abordagem infinitesimal de Leibniz, o autor considera as ordens superiores dos acréscimos infinitesimais nos procedimentos de obtenção da diferencial e derivada de funções; bem

---

[9] Ver nota 8, neste texto.

[10] Esta utilização foi analisada e apresentada por ocasião do IX Seminário Nacional de História da Matemática, Aracajú - 17 de abril de 2011, como parte da conferência de Ligia Arantes Sad, intitulada *A formação matemática e as contribuições das anotações de estudantes na Academia Militar (1810-1823).*

[11] O autor dessa volumosa obra de cálculo diferencial e integral era professor da Escola Imperial Politécnica de Paris, sendo a impressão feita por esta instituição. Ela foi composta em dois extensos volumes, sendo o primeiro referente à parte de cálculo diferencial (com 26 capítulos, em 780 páginas mais um prefácio de 44 páginas e os índices) e o segundo do cálculo integral (com 27 capítulos, em 710 páginas, mais prefácio de 2 páginas e os índices).

como, aborda a variação das aplicações geométricas do cálculo diferencial e da integral com pouquíssimas ilustrações. Porém, o citado programa é muito condensado em seus tópicos, com menor detalhamento que os dos capítulos da obra de Bertrand, ou seja, menos inclusão de diferentes conceitos, resultados e métodos. Por exemplo, o volume II, que trata do cálculo integral, contém tópicos que não aparecem no programa de 1882, como: sobre a impossibilidade de certas integrações (teorema de Abel), integrais elípticas, emprego de séries no cálculo das integrais definidas e teoria das integrais eulerianas.

O CADERNO DE THEOPHILO RODRIGUES DA CUNHA

O caderno manuscrito, pertencente ao acervo da BOR/UFRJ, constitui-se num importante documento original para a pesquisa, uma vez que nele encontramos os vestígios do que era ensinado nas disciplinas de Geometria Analítica e Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica, no Brasil dos anos oitocentos. Seu autor foi Theophilo Rodrigues da Cunha, na época aluno da Escola Politécnica. Até o momento, as informações sobre a vida deste personagem são escassas. O único documento até a presente data que tivemos acesso foi o seu dossiê[12], referente a época em que frequentou a referida instituição. Nasceu em São Mateus (ES) em 1866. Filho de fazendeiros abastados da região, conseguiu acesso a educação que provavelmente seus pais não alcançaram. O pai Antonio Rodrigues da Cunha[13] (1834-1893) e mãe Theodosia Vieira de Souza[14] garantiram sua subsistência e estudos. Cresceu num rico casarão e com a proteção do pai, que se destacou na produção agrícola, sendo pioneiro na produção de cana-de-

[12] Armário 3, Maço 2, ordem 59.

[13] Existem homônimos em Minas Gerais, já que essa família foi muito numerosa tanto em Minas Gerais como Espírito Santo.

[14] Na certidão de batismo consta esse nome, mas em outras fontes (internet) encontramos o nome Teodósia Vieira Machado, prima do Barão de Rio das Flores em Castelo (ES).

açúcar na região ao implantar um sistema de moagem hidráulica, revolucionária na época. Investiu na produção de farinha de mandioca, café e foi um dos maiores proprietários de escravos de São Mateus. Em 1889 recebeu de Pedro II o título de Barão dos Aimorés. A família Rodrigues da Cunha era a principal representante da oligarquia agrícola de São Mateus, de base nitidamente escravocrata (Russo, 2007). Durante os anos 1879 a 1883, Theophilo Rodrigues da Cunha prestou exames preparatórios nas seguintes disciplinas: Português, Francês, Inglês, Geografia, História e Aritmética, tendo recebido os certificados de aprovação pela Inspetoria Geral da Instrução Primária e Secundária do Município da Corte. Esses exames preparatórios eram realizados pela Inspetoria Geral, criada em 1854 por Luiz Pedreira de Couto Ferraz, ministro do império (Decreto 1.331). Entre as funções da inspetoria estava a realização dos exames preparatórios. Cabia a essa inspetoria ditar todas as normas para a realização dos exames, assim como a sua efetivação. A aprovação nos exames dispensava os alunos de provas de ingresso nas escolas superiores (Art. 112 do Decreto 1.331). No mesmo período submeteu-se aos exames preparatórios na Escola Politécnica nas seguintes disciplinas: Álgebra, Geometria, Trigonometria Retilínea e, Desenho Geométrico e Elementar. Com 18 anos de idade ingressou no curso geral o qual concluiu em 1887. O curso de engenharia civil foi concluído em 1889. Em 1884 ele cursou a disciplina de cálculo diferencial e integral, cuja análise se apresentará a seguir.

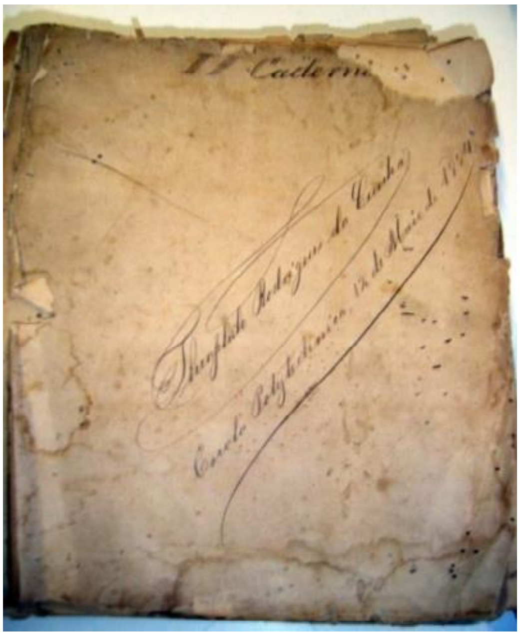


Figura 1: Capa do caderno.
Fonte: Biblioteca de Obras Raras – BOR/UFRJ.

Figura 2: Pontos escritos de exame.
Fonte: Biblioteca de Obras Raras – BOR/UFRJ.

Embora o manuscrito esteja em situação precária de manuseio, foi possível sua leitura. Nele, lê-se na primeira página o título do caderno, nome do aluno e ano – *II Caderno*, *Theophilo Rodrigues da Cunha, 12 de maio de 1884* (figura 1). As folhas do caderno estão numeradas de 1 a 464. Todavia há pequenos lapsos na numeração delas. Reenumerando encontramos mais de 500 páginas manuscritas englobando a Geometria Analítica (286 páginas) e o Cálculo Diferencial e Integral (218 páginas).

Na segunda página, não numerada, estão os “pontos escritos”. Provavelmente, tratam-se de pontos para avaliação nos exames[15] (figura 2):

1º ponto escrito: Indagação das raízes iguais – Teoria dos centros – Diferenciais sucessivas das funções explícitas de 2 ou mais variáveis independentes – Integração das funções algébricas racionais e de forma fracionária.

2º ponto escrito: Indagação das raízes inteiras e fracionarias – Tangentes e Problemas – Teoria dos Máximos e mínimos – Integração por partes.

3º ponto escrito: Transformações das equações – Teoria dos diâmetros – Série de Taylor e de Mac-Laurin – Integração por substituição.

[15] Ver nota 8, neste texto.

ANÁLISE DO CADERNO

A parte referente ao cálculo diferencial começa na página 287 e compreende 11 lições:

Lição	Tópicos de cálculo diferencial
1ª	Concepções da análise transcendente; concepção de Leibniz (método dos infinitamente pequenos); concepção de Newton (método dos limites); concepção de Lagrange (método das derivadas).
2ª	Diferenciação das funções simples.
3ª	Diferenciações das funções compostas de uma só variável (contêm item sobre aplicações, exemplos e 10 exercícios)
4ª	Diferenciação das funções explícitas a 2 ou mais variáveis independentes
5ª	Diferenciações das diversas ordens das funções simples (contendo variados exemplos).
(...)	(...)
10ª	Máximo e mínimo de uma só variável independente (contendo variados exemplos).
11ª	Avaliação dos símbolos indeterminados.

Observamos que no manuscrito faltam páginas e tópicos, que talvez tenham sido perdidos. O cálculo integral começa na página 387 e compreende, também, 11 lições:

Lição	Tópicos de cálculo integral
1ª	Introdução
2ª	Processos de Integração
3ª	Integração das frações algébricas racionais
4ª	Integração das funções irracionais
5ª	Integração das diferenciais binômias
6ª	Integração das funções transcendentes
7ª	Integração por séries
8ª	Integrais definidas
9ª	Aplicação geométrica do cálculo diferencial a curvas planas (tangente, normal)
10ª	Quadratura das curvas
11ª	Teoria dos contatos [osculatrizes, comprimento de arco, cubatura dos sólidos, volumes determinados por superfícies quaisquer, áreas das superfícies, curvatura de uma curva]

Na análise de conteúdo destas lições usamos as seguintes categorias: a) concepção de matemática; b) linguagem; c) conceitos e definições do cálculo; d) simbolismo; e) ilustrações; f) exemplos e exercícios.

a) <u>Quanto à concepção de matemática</u>:

Na primeira lição, que trata sobre as concepções da análise transcendente, já transparece visivelmente as idéias de Auguste Comte: "A ciência matemática divide-se em duas partes distintas – concreta e abstrata" (p. 288). As classificações, muito apreciadas por Comte, estão também presentes nestas notas de aula. Para Comte todo o problema matemático tinha dois lados: um abstrato e outro concreto. "A parte abstrata é aquela que é unicamente instrumental, não é nada além de uma extensão admirável da lógica natural sujeita a uma certa ordem de deduções" (SILVA, 1999, p. 100). Enquanto que o caráter filosófico da matemática concreta é principalmente experimental, físico e fenomenal. Theophilo escreve similarmente: "Só a observação e experiência é que nos pode fornecer as equações dos fenômenos" (p. 290).

Semelhante a Filosofia Positiva de Comte, em que o autor apresenta três concepções do cálculo, segundo Leibniz, Newton e Lagrange, comparando-as e mostrando as vantagens e desvantagens de cada uma delas, o mesmo pode ser visto no programa oficial da Escola Politécnica 1882 (figura 3) e também nas páginas do caderno de Theophilo.

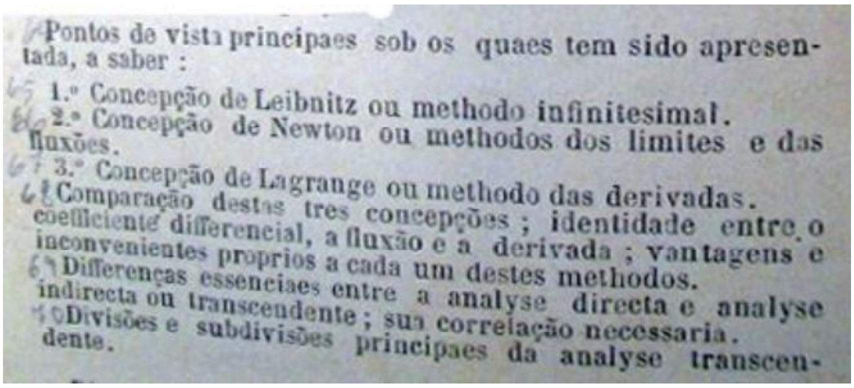
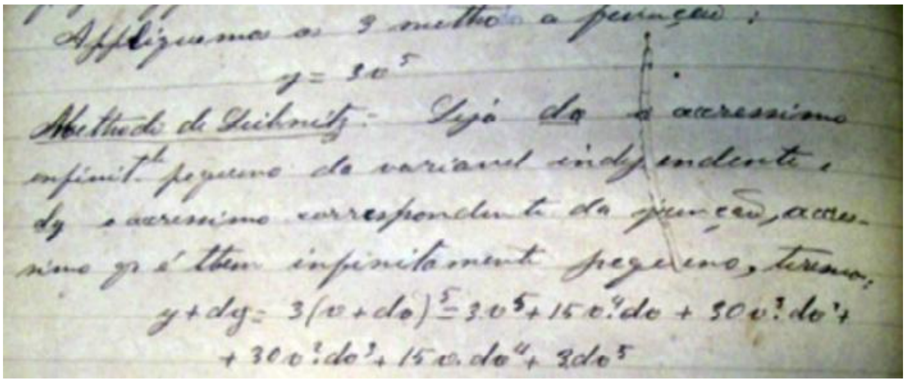

Pontos de vista principaes sob os quaes tem sido apresentada, a saber:
1.º Concepção de Leibnitz ou methodo infinitesimal.
2.º Concepção de Newton ou methodos dos limites e das fluxões.
3.º Concepção de Lagrange ou methodo das derivadas.
Comparação destas tres concepções; identidade entre o coefficiente differencial, a fluxão e a derivada; vantagens e inconvenientes proprios a cada um destes methodos.
Differenças essenciaes entre a analyse directa e analyse indirecta ou transcendente; sua correlação necessaria.
Divisões e subdivisões principaes da analyse transcendente.

Figura 3: Fragmento do programa de Cálculo Diferencial e Integral (1882).
Fonte: Biblioteca de Obras Raras – UFRJ.

Na mesma ordem proposta por Comte e com argumentos similares, a primeira lição do caderno de Theophilo começa apresentando a concepção de Leibniz (figura 4), ou método dos infinitamente pequenos, seguindo-se a concepção de Newton com o cálculo de limites e de Lagrange com a concepção de derivada. Comte acentuava, como indispensável para conhecer a análise infinitesimal, não apenas suficiente o conhecimento das três concepções básicas, mas acostumar-se a seguir os três métodos quase que independentemente um do outro (SILVA, 1999, p. 92), assim, é exemplar nesta primeira lição a apresentação do cálculo de derivada de uma função segundo os três métodos:



"Apliquemos os 3 métodos a função $y = 3x^5$

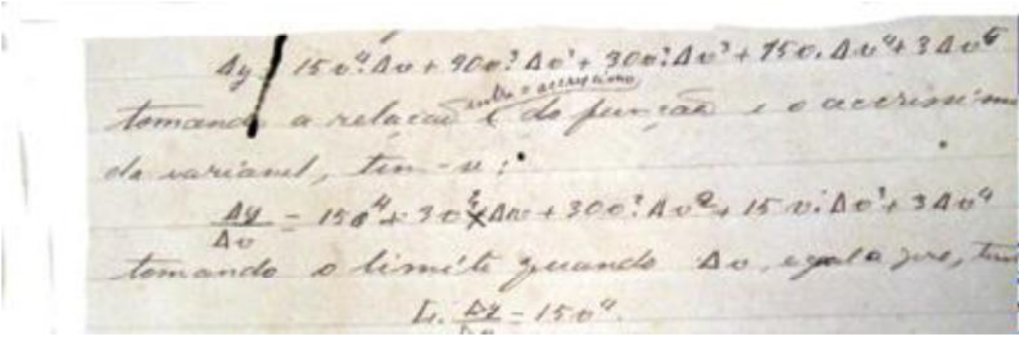
<u>Método de Leibniz</u>: Seja *dx* o acréscimo infinitamente pequeno da variável independente e *dy* o acréscimo correspondente da função, acréscimo que é também infinitamente pequeno, teremos:

$y + dy = 3\,(x+dx)^5 = 3x^5 + 15x^4\,dx + 30x^3dx^2 + 30x^2dx^3 + 15xdx^4 + 3dx^5$"

Figura 4: (p. 298).

Prosseguindo com os cálculos e desprezando os termos que contém *dy*, ele chega ao coeficiente diferencial $\frac{dy}{dx} = 15x^4$ (p. 298).

O método de Newton, para a mesma função é introduzido, tomando um acréscimo qualquer Δx da variável x e um correspondente Δx da função, ele chega a expressão do desenvolvimento de Δy e após tomar a relação entre os dois, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, ele passa ao limite quando Δx é igual a zero. Curiosamente, na passagem ao limite admite que Δx é igual a zero e, não, que tende a zero (figura 5).



"(...) tomando o limite quando Δx é igual a zero, temos: $L \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = 15\,x^4$"

Figura 5: (p. 299).

A apresentação do método de Lagrange é a mais "aligeirada" de todas (p. 299), figura 6. Nela traz a notação do acréscimo h para a variável x, e de k para a função $f(x)$, escreve que $y + k = 3\,(x+h)^5 = 3x^5 + 15x^4h + 30x^3k^2 + 30x^2h^3 + 15xh^4 + h^5$ e afirma que "em virtude da definição de derivada: $f'(x) = 15x^4$."

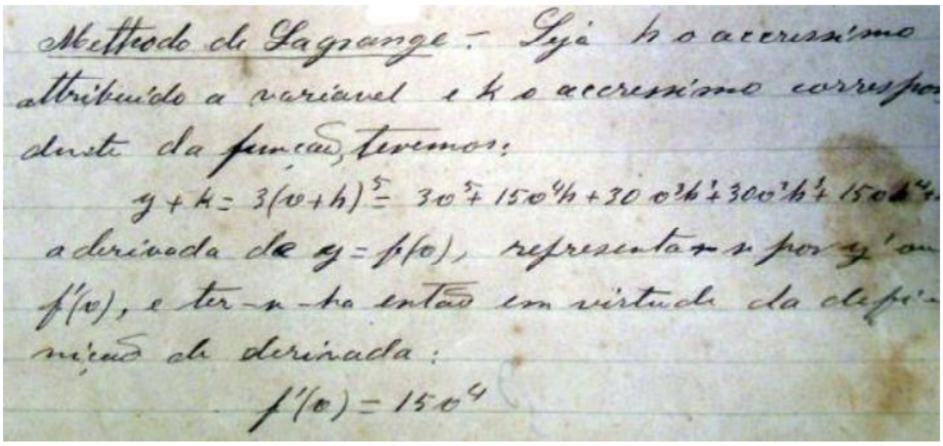


Figura 6: (p. 299).

Nas páginas do caderno não encontramos nenhuma menção explícita ao nome Auguste Comte. Mas, o uso indistinto das expressões coeficiente diferencial e derivada aparece em todo o texto, conforme sugerido pelo filósofo francês.

b) <u>Quanto à linguagem</u>:

Embora se trate de um discurso específico de matemática, há ênfase na linguagem natural retórica, entremeada à linguagem simbólica matemática. O texto, na primeira lição sobre o Cálculo Diferencial e Integral, começa com explicações sobre o objeto da matemática, divisões da matemática e objeto do cálculo diferencial, como se estivesse dando continuidade a um outro discurso já efetuado. A linguagem bem articulada e sequencial, com frases redigidas sempre na terceira pessoa do plural, parece ter sido ditada pelo lente, copiada do quadro ou de algum livro.

> Tínhamos definido a ciência matemática como aquela que tem por fim conhecer as relações que ligam as diversas grandezas de um fenômeno qualquer, determinar os valores de uma ou algumas destas grandezas, quando os valores das outras são numericamente dados. Desta definição tínhamos concluído que a ciência matemática dividia-se naturalmente em duas partes (p. 288).

Em todo o texto as expressões "cálculo diferencial e integral" e "cálculo infinitesimal" são utilizadas indistintamente, sem qualquer informação que as diferencie.

Na segunda lição, com um texto bastante discursivo, Theophilo explica em detalhes o que será estudado, passo a passo. Como em um receituário indica regras a serem seguidas; por exemplo, para as derivadas. "Regra: Daí se vê que o coeficiente diferencial ou a derivada de uma função, que é a soma de uma constante com uma variável, é igual a unidade, e que a diferencial da função é igual a diferencial da variável" (p. 301).

c) <u>Quanto aos conceitos e definições do cálculo</u>:

Embora considerasse três métodos para calcular a diferencial de uma função (figuras 4, 5 e 6) ou equação (fórmula de um fenômeno), em qualquer deles sempre o foco central estava nos dois lados da equação algébrica manipulada e, não, no limite da razão de modo uno – como uma função, ainda que usasse a notação *f'(x)* – ou sequer como um número em correspondência. Nestes termos, aceitava-se o limite como um processo sempre capaz de encontrar a diferencial por "desprezo" de quantidades infinitamente pequenas em relação a outras, por sua ordem de grandeza ser ainda menor. Ou, ainda, no método de Newton, tendo por suporte estipulações geométricas, tomar a razão $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ entre o acréscimo da variável (Δx) e o acréscimo da função (Δy) para, em seguida, igualar Δx a zero e obter o coeficiente da tangente como limite da secante.[16] Assim como nas obras de Lacroix (1812, 1861 e 1867) e de Bertrand (1864), não encontramos uma definição conceitual de limite, que é somente citado como uma complementaridade a outras definições conceituais, como a de derivada.

Nos métodos de cálculo de área (quadratura) e de volume (cubatura) os significados realçados são também de natureza infinitesimal e geométrica, ao repartir superfícies e volumes em 'elementos infinitamente pequenos' ou 'fatias de espessuras infinitamente pequenas'.

A integral é apresentada como uma operação inversa da diferenciação:

> Supomos *f(x)dx* uma função diferencial e representemos por *F(x)* a função que diferenciada reproduza a proposta, esta função *F(x)* se chama a integral de *f(x)dx* e a operação de integração se designa por $\int$; poderemos escrever $\int f(x)\,dx = F(x)$. Como 2 funções que diferem de uma constante tem a mesma diferencial, segue-se que dada a função diferencial e obtida a integral se juntarmos a esta última uma constante a função diferencial será a mesma. Portanto se *F(x)* é a função que diferenciada reproduz *f(x)dx*, seque-se que *C+F(x)* (*C* sendo uma constante), representará todas as funções que diferenciadas reproduzam *f(x)dx*. A integral *C+F(x)* é o que se chama a integral geral de *f(x)dx*. (p. 388 - 389)

[16] Ideia que, segundo Boyer (1959, p. 249), D'Alambert afirmava como: "a secante torna-se a tangente quando os dois pontos são um, e ela é, portanto, o limite da secante". Esta mesma ideia geométrica é utilizada por Bertrand (1864), que trata a derivada como coeficiente angular da tangente à curva (representada pela expressão da função), em sua posição limite ao passar de corda, entre dois pontos que se aproximam, para tangente em um único ponto.

Constatamos que Bertrand (1864, p.1), de maneira similar, define o cálculo integral como o inverso do diferencial e a meta é “[...] determinar uma função segundo uma relação conhecida onde figura suas diferenciais”. Logo a seguir introduz também a constante C, generalizando o resultado. Mas, nas anotações de Theophilo bem como em Bertrand, não há nomeação de ‘integral indefinida’, embora haja de ‘integral definida’. Aquilo que, atualmente denomina-se de integral indefinida, aparece em Theophilo como “integral geral” (p. 391).

O principal objetivo da primeira lição sobre o cálculo integral, no caderno, parece ser de apresentar as regras de integração imediata. Enuncia como teorema inicial desta parte: “A integral de uma soma é igual a soma das integrais de todas as parcelas” (p. 391).

d) <u>Quanto à simbologia</u>:

No caderno a simbologia para a noção de limite varia em representações, algumas vezes está representada pela letra maiúscula L, em outras usa o “lim”, contudo não há indicação da variável envolvida e nem a tendência desta variável, apenas indicando uma operação. Exemplo: À página 302 (figura 7) no cálculo da derivada de *y* = *ax*.

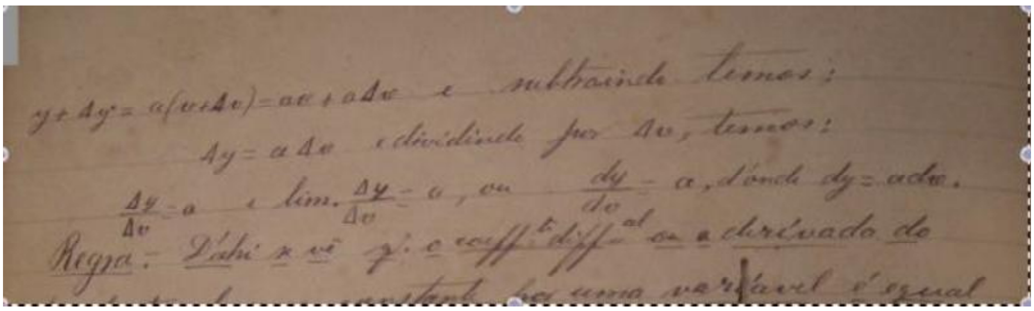

$y+\Delta y = a(x+\Delta x) = ax + a\Delta x$ e subtraindo temos:
$\Delta y = a\Delta x$ e dividindo por Δx, temos:
$\frac{\Delta y}{\Delta x} = a$ e lim. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = a$, ou $\frac{dy}{dx} = a$, donde $dy = adx$.
Regra: Dahi se vê q. o coeff.te diff.al ou a derivada de

Figura 7: (p. 302).

Onde, após tomar os acréscimos das variáveis, escreve: $y+\Delta y = a(x+\Delta x) = ax + a\Delta x$, donde: $\Delta y = a\Delta x$. Dividindo por Δx, $\frac{\Delta y}{\Delta x} = a$ e lim $\frac{\Delta y}{\Delta x} = a$, ou seja, $\frac{dy}{dx} = a$. Como se o fato de escrever o símbolo “lim” já implicasse automaticamente na resposta do quociente diferencial, sem representar a variável envolvida e nem explicitar o que ocorreu na passagem ao limite.

Na lição 3, da parte do cálculo integral, utiliza para os números imaginários o símbolo $\sqrt{-1}$ e, não, “i”, que já havia sido introduzido por Euler desde o século anterior.

Ao abordar a integral indefinida (“integral entre os limites”) escreve a função do integrando com o mesmo símbolo que a função obtida pela integração, como pode ser visto na figura 8.

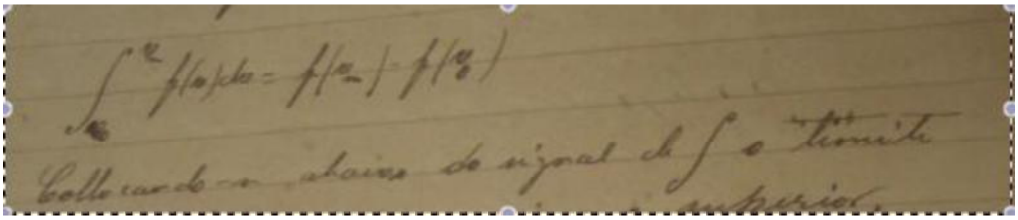


Figura 8: (p. 452).

e) <u>Quanto às ilustrações</u>:

Não constam figuras ou ilustrações na parte referente ao cálculo diferencial. Todavia no cálculo integral constam cerca de 20 ilustrações. Em alguns casos elas tornam-se essenciais para a compreensão dos conceitos envolvidos na escrita, uma vez que o texto é elaborado com base na ilustração (figura 9).

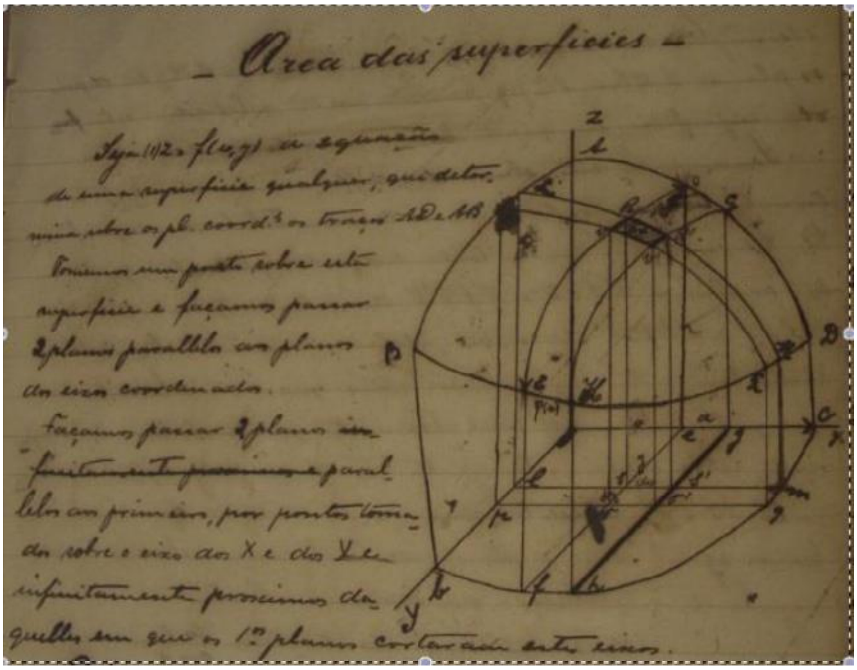


Figura 9: Fragmento da página 497.

Em outros casos, a ilustração serve apenas como apoio para a compreensão do que está representado no texto. Na figura 10, por exemplo, embora ela represente uma elipse, o problema diz respeito ao cálculo de volume de um sólido de revolução obtido ao girar apenas um arco (no primeiro quadrante) desta elipse.

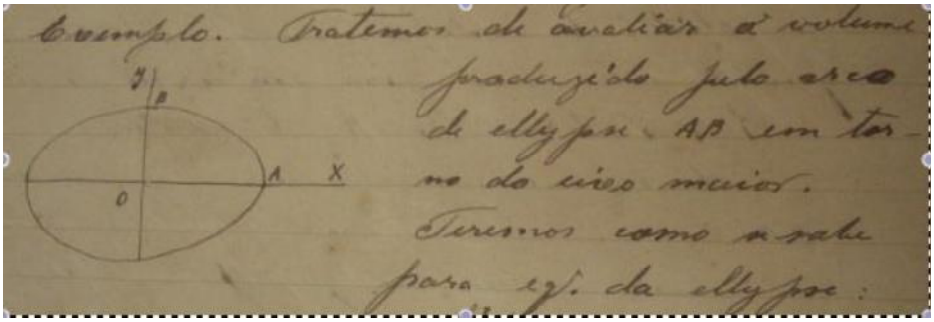


Figura 10: Fragmento da página 484.

f) <u>Quanto aos exemplos, exercícios e aplicações</u>:

A tradicional ordem de apresentar a teoria seguida de exemplos também pode ser observada nesse documento. Raros são os exercícios, que em nada diferem dos exemplos. Isto pode ser observado na apresentação das regras de derivação das funções simples, como no exemplo 19 (figura 11). Bem como na parte de integração (figura 12).

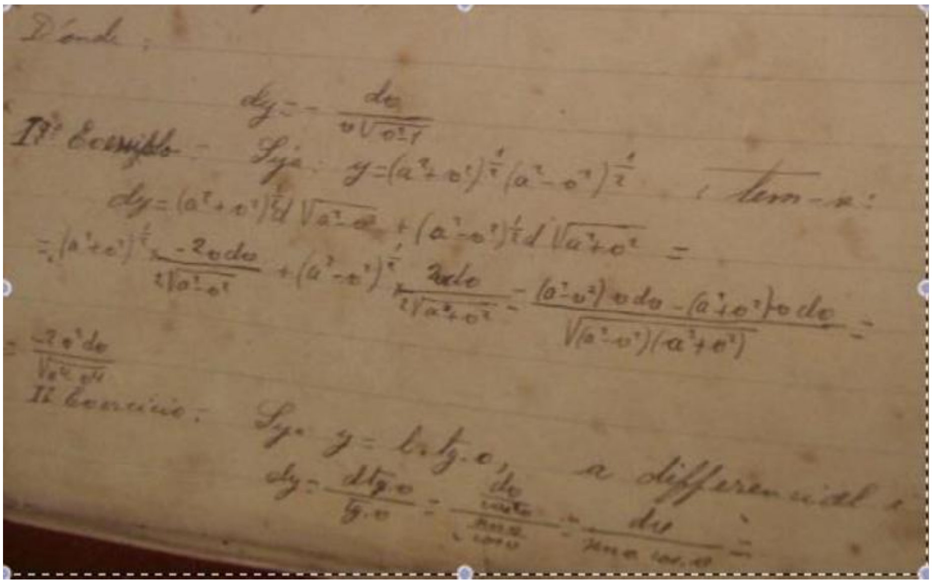


Figura 11: Fragmento da página 322.

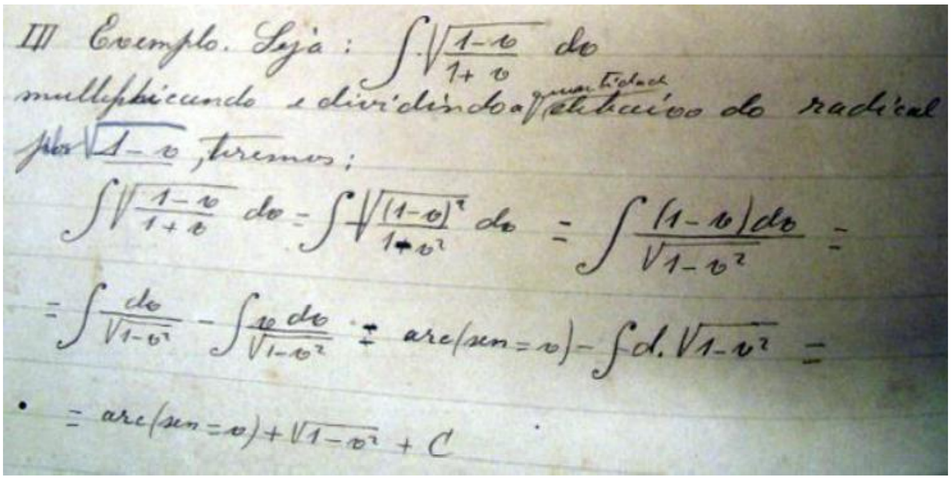


Figura 12: Fragmento da página 402.

Contudo, mesmo dentro dessa estrutura, o desenvolvimento de alguns dos exemplos são tratados, por vezes, de modo mais detalhado, como nas aplicações da derivada ao cálculo de máximos e mínimos (p. 375-376):

Seja $x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 12$
Tomando-se a derivada e igualando a zero, temos: $4x^3 - 24x^2 + 44x - 24 = 0$
ou $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$
resolvendo-se a equação acha-se, $x = 1$; dividindo-se por $x - 1$, acha-se para quociente: $x^2 - 5x + 6$
igualando a zero e resolvendo, temos para raízes da equação: 1, 2 e 3
E para $y'' = 12x^2 - 48x + 44$
Substituindo nesta derivada segunda as raízes da derivada primeira, quando se igualou a zero, acha-se substituindo x por 1: $y'' = 12 - 48 + 44 = 8$.
Portanto a função tem um valor mínimo para $x = 1$; para $x = 2$, tem-se $y'' = 48 - 96 + 44 = -4$, portanto a função tem um valor máximo para $x=2$; para $x=3$, tem-se: $y'' = 103 - 144 + 44 = 8$, portanto para $x = 3$ a função tem um valor mínimo.

CONCLUSÕES

Os vestígios encontrados nos documentos contribuíram para que tivéssemos uma noção histórica sobre o ensino de Cálculo ministrado na Escola Politécnica. Dois importantes documentos foram analisados, o programa da disciplina (1881/1882) e o caderno de Theophilo Rodrigues da Cunha, e eles indicam que o currículo prescrito e o real eram convergentes. Os tópicos do programa e as lições do caderno eram iguais e seguiam a mesma ordenação. O programa se resumia em uma listagem de tópicos (conteúdos), sem referência bibliográfica ou qualquer indicação metodológica. O caderno apresenta uma boa redação e explicações por vezes até bem retóricas, mas também sem indicações bibliográficas, comentários sobre o professor ou métodos didáticos.

Embora o nome de Theophilo Rodrigues da Cunha seja praticamente desconhecido na historia de personalidades brasileiras destacadas, ele tornou-se importante por seus registros preservados, que nos permitiu discernir vestígios e conhecer outros fios do ensino de cálculo desta instituição, na qual foi aluno, no final do século XIX.

A abordagem matemática no caderno de Theophilo, além de retórica, continha raras definições e demonstrações de teoremas, apoiava-se em regras, enunciados procedimentais e exemplos de natureza algébrica. Não apresentava problemas aplicados à outras áreas do conhecimento ou a contextos práticos. Os exercícios tinham características semelhantes aos exemplos. Constatamos que essa era também uma característica dos livros didáticos analisados. Quanto à natureza epistemológica dos principais conceitos e definições do cálculo diferencial e integral, pode-se observar uma evidência da transição entre as argumentações por "desprezo" de quantidades infinitamente pequenas e a aceitação do limite como um processo que traz resultados, embora ainda sem qualquer sistematização algébrica, permanecendo muitas representações explicativas e, as poucas ilustrativas, marcadas pela intuição geométrica infinitesimal.

Como há pouca informação sobre o processo de avaliação dos alunos, os pontos que foram escritos na segunda página do caderno parecem indicar o que os exames exigiam, ou seja, questões dissertativas sobre os conteúdos ali listados.

Há indícios de influência das ideias positivistas de Comte na concepção de matemática e a respeito dos métodos de diferenciação, embora não haja citação de seu nome. Essa influência comtiana não causa estranheza uma vez que professores positivistas como Licínio Athanasio Cardoso e Francisco Ferreira Braga, de orientação positivista, foram professores na Escola Politécnica do Rio de Janeiro nesse final de século (SILVA, 1999).

Apesar da dificuldade em identificar os livros didáticos que eram recomendados e utilizados para a disciplina de Cálculo Diferencial no período analisado, encontramos vestígios de relacionamento às seguintes obras: *Tratado elementar de cálculo diferencial e integral* de Sylvestre Lacroix e *Traité de calcul différentiel et de calcul integral* de Joseph Bertrand. Tanto o programa de 1882 quanto o caderno de Theophilo se aproximam mais da abordagem de Bertrand do que de Lacroix, embora nos dois primeiros a quantidade de tópicos apresentados seja bem menor, o que dificultou uma comparação nas categorizações da análise.

As pistas encontradas e as análises realizadas permitiram tecer mais fios na história do ensino do cálculo diferencial e integral em uma instituição, modelar na época, e abrir espaço para novas investigações sobre essa temática.

REFERÊNCIAS

BERTRAND, J. *Traité de calcul différentiel et de calcul integral.* v. 1. Paris: Gauthier-Villars, 1864.

———. *Traité de calcul différentiel et de calcul integral.* v. II. Paris: Gauthier-Villars, 1870.

BOYER, C. B. *The history of the Calculus and its conceptual development.* New York: Dover, 1959.

Decreto 1331 A, 17 de fevereiro de 1854. *Coleção das leis do Império do Brasil*, 1854. Tomo 17, Parte 2ª., Sessão 2ª.

Ginzburg, C. *O fio e os rastros*. São Paulo: Companhia das Letras, 2007.

———. *O queijo e os vermes*. São Paulo: Companhia das Letras, 2006.

LACROIX, S. *Tratado elementar de cálculo diferencial e integral*. Tradução de Francisco C. S. A. Torres. Rio de Janeiro: Tipografia Nacional, 1812.

———. *Traité Élémentaire de caçul différentiel et de calcul integral*. Revisto e comentado por M. M. Hermite et J. A. Serret. v. 1. Paris: Mallet-Bachelier, 1861.

———. *Traité Élémentaire de caçul différentiel et de calcul integral*. Revisto e comentado por M. M. Hermite et J. A. Serret. v. 2. Paris: Mallet-Bachelier, 1867.

MILLER, C. P. *O doutorado em matemática no Brasil*: um estudo histórico documentado (1842 a 1937). 2003. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Campus de Rio Claro - SP, 2003.

PARDAL, P. *Memórias da Escola Politécnica*. Rio de Janeiro: Xerox do Brasil, 1984.

Programa de ensino, 1880/Escola Politécnica. Rio de Janeiro: Typografia Nacional, 1880.

Programa de ensino referente aos anos de 1881 e 1882/Escola Politécnica. Rio de Janeiro: Typografia Nacional, 1882.

RUSSO, M. C. O. *Cultura política e relações de poder na região de São Mateus*: o papel da câmara municipal (1848-1889). Dissertação de Mestrado em História Social das Relações Políticas/UFES, 2007.

SAD, L. Rastros do ensino de Cálculo Diferencial e Integral nas décadas iniciais da Academia Militar do Rio de Janeiro. *Revista Brasileira de História da Matemática*. v. 11, n. 21. Rio Claro: SBHMat, 2011, p. 85-96.

SILVA, C. M. S. *A matemática positivista e sua difusão no Brasil*. Vitória: EDUFES, 1999.

———. Politécnicos ou matemáticos? *História, Ciências, Saúde – Manguinhos*. Rio de Janeiro, v. 13, n. 4, p. 891-908, out-dez 2006.

TELLES, P. C. S. *História da Engenharia no Brasil*. 2v. Rio de Janeiro: Clavero, 1994.

INTERCÂMBIOS CIENTÍFICOS ENTRE EUA E BRASIL NA MATEMÁTICA: BOLSISTAS DA COMISSÃO FULBRIGHT

LUCIELI M. TRIVIZOLI

Departamento de Matemática
Universidade Estadual de Maringá – UEM
Maringá, PR

lmtrivizoli@uem.br

Resumo: Os intercâmbios – sejam culturais, sociais, políticos – foram constantes em toda a história do Brasil e tiveram características e funções diferentes em diversas épocas. Do mesmo modo, os intercâmbios estiveram presentes no processo da implantação da atividade científica. Ao estudar a história da constituição do campo de pesquisa em matemática no Brasil, podemos associar o início do intercâmbio científico com o exterior com a vinda de professores estrangeiros para a Universidade de São Paulo (USP), em meados das décadas de 1930 e 1940. Mais tarde, a partir do final da década de 1940 e de 1950, o intercâmbio acadêmico se dá de outra maneira, com o envio de bolsistas brasileiros para o exterior financiado por programas de fundações como a Rockefeller, Guggenheim e a Comissão Fulbright. A expansão de políticas em diversas dimensões (política, econômica, cultural e científica) dos Estados Unidos da América (EUA) e, ainda, a presença no Brasil das três instituições estadunidenses de apoio à ciência citadas anteriormente são temas abordados no trabalho de doutorado desenvolvido no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PGEM) da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP, campus de Rio Claro, na linha de pesquisa em História da Matemática no Brasil. Tal pesquisa buscou identificar parte dos intercâmbios científicos na matemática brasileira, focalizando a participação da comunidade estadunidense nesse processo, procurando por instituições estadunidenses que contribuíram para o desenvolvimento da matemática e para a formação de pesquisadores matemáticos do Brasil. No presente trabalho, focalizando a área de matemática, vamos abordar uma dessas fundações: a Comissão Fulbright, apresentando uma listagem de nomes dos matemáticos brasileiros que obtiveram bolsas para estudos nos EUA entre 1955 e 1980. Tal listagem foi obtida a partir de levantamento bibliográfico, da relação oferecida pelo Escritório da Comissão Fulbright no Brasil e da listagem fornecida pela Associação de ex-bolsistas Fulbright, encontrada na página oficial da Comissão Fulbright.

Palavras chave: Matemática, História, História da Matemática no Brasil, Intercâmbios Acadêmicos.

SCIENTIFIC EXCHANGES BETWEEN USA AND BRAZIL IN MATHEMATICS: COLLEGER FULBRIGHT COMMISSION

Abstract: Exchanges - cultural, social and political - were constant throughout the history of Brazil and they had different characteristics and functions at different times. Similarly, exchanges were in the process of implementation of scientific activity. By studying the history of the establishment of the area of mathematical research in Brazil, we can associate the beginning of the scientific exchange with the coming of foreign teachers to the University of São Paulo (USP) between 1930s and 1940s. Later, from the end of the 1940s and 1950s, academic exchange takes place in another way, by sending Brazilian scholars abroad programs funded by foundations like the Rockefeller, Guggenheim and Fulbright Commission. The expansion policy in several dimensions (political, economic, cultural and scientific) of the United States of America (USA), and also the presence in Brazil by three U.S. institutions to support science subjects mentioned above were discussedon PhD research developed in the Graduate Program in Mathematics Education (PGEM), at Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho - UNESP, Rio Claro, on the line of research in the history of mathematics in Brazil. That study aimed to identify part of Brazilian scientific exchanges in mathematics, focusing on community participation in this American process, looking for American institutions that contributed to the development of mathematics and the training of Brazilian mathematical researchers. In this study, focusing on the area of mathematics, we will focus attention on one of these foundations: the Fulbright Commission, presenting a list of names of Brazilian mathematicians who had gotten scholarships to study in the U.S. between 1955 and 1980. This list was obtained from literature consulted, by the list offered by the Office of the Fulbright Commission in Brazil and the list provided by the Association of Fulbright Alumni and by official site of Fulbright Commission.

Keywords: Mathematics, History, History of Mathematics in Brazil, Academic Exchanges.

INTRODUÇÃO

No livro de Graham Burnett (2007), intitulado Trying Leviathan, há uma importante discussão que contribui para a História da Ciência. O livro traz um momento histórico dos Estados Unidos da América que pode ser entendido como parte de esforços para a construção e consolidação de uma nação. Trata-se de um processo de ação judicial iniciado em outubro de 1818, no qual se discute a certificação e o pagamento de taxas do óleo de peixes. Samuel Judd, proprietário de uma fábrica de óleo e velas, foi encontrado com três barris de óleo de baleia, e não tinha o certificado que legalizava o uso de tal óleo. E assim, durante o processo, a natureza das baleias foi o ponto central em muitas das argumentações. Burnett (2007) trata de temas como a presença da Ciência no cenário intelectual que estava em desenvolvimento nos Estados Unidos naquela época, da história política e econômica e da prórpia história da Ciência, focalizando a história da classificação zoológica no final do século XVIII e começo do século XIX. O responsável por trazer as novas ideias científicas sobre taxonomia que foram criadas na Europa foi Samuel Latham Mitchill, convidado pelo advogado de Samuel Judd a ser testemunha no caso.

A atitude assumida ao estudar esse tema está baseada no entendimento da perspectiva metodológica de história social da Ciência, inserida em um complexo contexto social, cultural, econômico e ambiental. O tema tratado no livro de Burnett (2007) pode ser entendido como um exemplo da dinâmica de encontros culturais (D'AMBROSIO, 2008a) e da aproximação entre Ciência e Sociedade, como uma importante contribuição para o desenvolvimento de uma identidade científica nacional. Assim, a discussão referente à história das relações científicas entre os países se torna de primordial importância ao estudar o processo de implantação da atividade científica em Matemática no Brasil.

O campo científico matemático no Brasil passou por um período natural de formação e existem diversos exemplos de que ele se desenvolveu a partir de influências de pessoas e de instituições estrangeiras. Ao longo da história do Brasil pode-se observar que o país não foi colonizado apenas territorialmente. Também contou com influência de outras nações no âmbito social, religioso, cultural e científico e a constituição da matemática acadêmica no Brasil também sofreu a interferência intelectual de outros países. D'Ambrosio (2006), afirma que a partir de 1492 é visto um processo de globalização até então sem precedentes, o qual alcançou uma dimensão planetária devido a um novo tipo de conquista que vinha seguida da colonização. Entendemos este momento como sendo o começo da era da globalização. Assim, entendemos que o processo de globalização não é um fenômeno do presente. Concordamos com Morin (2001, p.39), que "o que chamamos de globalização hoje em dia é o resultado, no momento atual, de um processo que se iniciou com a conquista das Américas e a expansão dominadora do ocidente europeu sobre o planeta". Podem-se identificar diversas dimensões no processo de globalização (de conhecimentos, produtos, técnicas, tecnologia, oral, símbolos etc). O estudo dessas dimensões de globalização e o seu processo histórico ajuda a entender a relação que existe entre elas, identificando suas influências e implicações.

Uma dessas dimensões se refere à atividade científica. Muitas vezes, no Brasil e em outros países, foram adotados modelos e tradições científicas externos como uma intenção de prospecção, já que eram esses modelos vindos dos grandes centros vistos como padrões almejados. Falando mais especificamente, entende-se que a constituição da Matemática acadêmica no Brasil também contou com a influência intelectual de outros países, se fazendo necessário o estudo de seu desenvolvimento.

Para estudar a história da matemática nos países periféricos é preciso adotar uma periodização diferente da usual. Por isso, para a História da Matemática no Brasil, baseada na proposta de D'Ambrosio (2008b, p. 19), aceitamos a seguinte periodização: 1) Pré-conquista; 2) Conquista e Colônia; 3) Império; 4) Primeira República e o início da Modernidade; 5) Tempos Modernos; e 6) Desenvolvimentos Contemporâneos.

No Brasil, podemos associar o início do intercâmbio acadêmico com o exterior com a vinda de professores estrangeiros para a Universidade do Estado de São Paulo (USP), em meados da década de 1930. Considerando a USP como um local de alavancagem para o processo de institucionalização da Matemática profissionalizada e recebedora de matemáticos estrangeiros, o estudo partiu de dados referentes, à região do estado de São Paulo. Para a matemática, em particular, na USP vigoraram os modelos italiano, francês e estadunidense. Para os dois primeiros modelos existem pesquisas que tratam de suas identificações[1], assim, este trabalho dá atenção a alguns aspectos do terceiro momento e focalizando a atuação da Comissão Fulbright, com o objetivo de compreender as articulações entre a comunidade matemática local e os matemáticos estadunidenses, e de identificar os principais atores na difusão do conhecimento matemático.

OUTRO TÍTULO NUMERADO OU NÃO

O século XIX é considerado o século em que a matemática intensifica sua internacionalização[2], associada aos fatos de que os deslocamentos de pessoas entre os países foram facilitados e surgiram inúmeras sociedades e revistas especializadas em Matemática na Europa, entre outros. É a partir desse momento que a comunidade matemática estadunidense trabalhou na transformação de uma comunidade matemática nacional para uma participação ativa da internacionalização matemática, com políticas e instituições de apoio e incentivo à Ciência, em especial à matemática, dos EUA aos outros países e o Brasil começou a tomar parte nesse cenário.

Essa participação dos EUA no desenvolvimento da ciência internacional se inicia com o governo de Roosevelt, no qual foi desenvolvida uma política da boa vizinhança. Ao ser eleito presidente dos EUA, em 1932, Franklin D. Roosevelt se comprometeu a ter uma política externa do bom vizinho, já que o país se encontrava numa depressão econômica e explicitou em um de seus discursos que bons vizinhos seriam os países da America Latina. Essa política se daria por meio do comércio, da política de intervenção em assuntos políticos na América Latina e pela defesa em comum contra as ameaças estrangeiras

---

[1] Para mais informações, conferir os trabalhos de Táboas (2005) e Pires (2006).

[2] O termo "Internacionalização" se refere ao processo que uma comunidade de matemáticos globalizada desenvolve e partilha de um conjunto de valores ou objetivos.

aos interesses das Américas do Norte, Central e do Sul. Neste período, alguns cientistas abraçaram a visão de Roosevelt sobre a participação e cooperação intelectual interamericana, já que a ciência era vista como componente essencial para os interesses dos EUA nos países da América. Entre os primeiros a se envolver com os "bons vizinhos" estavam o astrônomo Harlow Shapley, o fisiologista experimental Walter Cannon, e o matemático George D. Birkhoff, todos da Universidade de Harvard (PARSHALL, 2009; ORTIZ, 2003a).

Ao viajar, em 1942, para vários países da América Latina, Birkhoff pôde ter uma visão geral da Matemática estudada e da formação dos matemáticos e ainda estabelecer relações com os matemáticos desses países[3]. Ao retornar para os EUA, Birkhoff abraçou a causa pela Matemática na América Latina, proferindo conferências sobre o assunto nas principais instituições que agregavam os matemáticos estadunidenses: a *American Mathematical Society* e a *Mathematical Association of America*. Orientou sobre a necessidade de visitar e estreitar os laços com os matemáticos na América do Sul, assim como enriquecer as bibliotecas matemáticas nesses países, por meio de doações institucionais e ainda propiciando a abertura das revistas matemáticas estadunidenses para artigos de autores latino-americanos (ORTIZ, 2003b), além de oferecer bolsas de estudos para latino-americanos por meio de fundações estadunidenses.

Birkhoff, assim como outros cientistas estadunidenses, teve sua viagem financiada por instituições privadas de apoio ao desenvolvimento da Ciência. Birkhoff estimulou visitas subsequentes de outros matemáticos estadunidenses para países latino-americanos, como por exemplo, seu antigo aluno, e então colega em Harvard, Marshall H. Stone

---

[3] Conferir Ortiz (2003a) para mais detalhes sobre a viagem, a visita de Birkhoff e suas observações acerca da situação do desenvolvimento matemático nesses países.

(1903-1989)[4]. Stone se destacou nesse período com grandes realizações para a efetiva participação da comunidade matemática estadunidense no cenário internacional.

Assim, as relações científicas nas Américas foram promovidas no final da década de 1930 e na década 1940 por meio do estímulo de fundações privadas. A atuação de instituições como essas é considerada decisiva na implantação e institucionalização de algumas áreas, já que são apontadas como as principais fontes de recurso financiadoras do deslocamento do centro de produção científica da Europa para os EUA, e ainda as principais fontes de financiamento de estudos de cientistas latino-americanos em universidades estadunidenses, por meio de programas de bolsas. A presença estadunidense no Brasil também se deu por meio de parcerias com fundações privadas, que mantiveram um programa de bolsas para jovens intelectuais latino-americanos em universidades estadunidenses. Uma delas, a Comissão Fulbright.

PROGRAMA DE BOLSAS DA COMISSÃO FULBRIGHT

A Comissão Fulbright foi fundada, em 1946, pelo senador James William Fulbright, depois da Segunda Guerra Mundial, com o objetivo de promover a paz e o conhecimento por meio do intercâmbio educacional, este era o pensamento de seu fundador. De acordo com Johnson (2000, p.15):

> *Sua experiência pessoal, sem dúvida, desempenhou um papel na concepção do programa, que foi combinada com sua aversão aos horrores da Segunda Guerra Mundial e sua forte convicção de que a educação internacional era um meio de tornar o*

---

[4] Marshall Harvey Stone (1903-1989) aos 16 anos ingressou em Harvard e se graduou *summa cum laude e*m 1922. Foi professor em Columbia (1925-1927), em Harvard (1929-1931), Yale (1931-1933) e Stanford no verão de 1933 e voltou a ser professor em Harvard, entre 1933 e 1946. (Cf.: INTER-AMERICAN COMITEE OF MATHEMATICS EDUCATION, 2008)

> *mundo um lugar mais razoável, sensato, seguro e pacífico.* (JOHNSON, 2000, p.15)[5]

O Programa mantém comissões em mais de 155 países, atendendo a estudantes, professores, pesquisadores de diversas áreas do conhecimento, sendo patrocinado pelo Departamento de Estado dos EUA. Segundo o *site* oficial da Comissão, até hoje, mais de 3.000 brasileiros puderam estudar nos Estados Unidos e 2.700 estadunidenses vieram para o Brasil. No Brasil, a atuação vem desde 1957, quando a Comissão Executiva da Fulbright Brasil foi instituída por meio de acordos diplomáticos. Atualmente, a Comissão Fulbright do Brasil é dirigida por um conselho diretor constituído por seis brasileiros e por seis estadunidenses residentes no Brasil (FULBRIGHT COMISSÃO PARA O INTERCÂMBIO EDUCACIONAL ENTRE OS ESTADOS UNIDOS E O BRASIL, 2010).

O acesso à documentação da Comissão Fulbright se deu pelo contato com a equipe[6] do escritório da Comissão no Brasil, com uma relação enviada por eles, que abrange o período de 1957 a 1990, constituída de quase 1150 nomes de bolsistas. A relação foi analisada e foram selecionados os profissionais ligados à área Matemática.

Há também uma associação que congrega bolsistas e ex-bolsistas do programa Fulbright – os chamados Fulbrighters – criada em 1997 com a finalidade de apoiar as atividades da Comissão e ampliar os contatos entre as instituições e profissionais no Brasil e nos Estados Unidos. A Associação dos Bolsistas e Ex-Bolsistas disponibiliza uma relação dos ex-

---

[5] Tradução de "His personal experience undoubtedly played a role in his conception of the program, which was combined with his aversion for the horrors of World War II and his firm belief that international education was one means of making the world a more reasonable, sane, safe, and peaceful place" (JOHNSON, 2000, p.15).

[6] Luiz Valcov Loureiro – Diretor Executivo da Comissão Fulbright no Brasil.

bolsistas que permite a consulta pelo *site* da instituição, pela qual se obteve mais informações para confirmar e comparar com as já recebidas.

Dessas relações, destacamos os bolsistas brasileiros que receberam bolsa até o ano de 1980 e que eram da área da Matemática[7]: Alexandre Augusto Martins Rodrigues, Almir Paz de Lima, Elon Lages Lima, Jacob Palis Jr., Jacob Zimbarg Sobrinho, Paulo Ribenboim e Rafael José Iorio Jr.

A seguir, apresentamos informações sobre os intercâmbios realizados nas instituições estadunidenses de cada um dos matemáticos da listagem oficiais da Comissão Fulbright associadas com informações adicionais de suas biografias e currículos acadêmicos.

Alexandre Augusto Martins Rodrigues recebeu auxílio da Comissão Fulbright em 1960 para cobrir as passagens da viagem para os EUA e, com bolsa da Fundação Guggenheim, realizou estudos sobre Grupos de Lie Infinitos, no Institute for Advanced Study, em Princeton. Ele já tinha sido o primeiro brasileiro a se doutorar em Matemática no exterior com bolsa CNPq, em 1953.

Almir Paz de Lima foi para a Universidade de Illinois no ano de 1969 para trabalhar com Matemática Aplicada, com bolsa para as passagens, concedida pela Comissão Fulbright.

Elon Lages Lima. Os registros da Fulbrigth informam que recebeu fomento para a viagem aos EUA no ano de 1962. Mas ele já havia sido contemplado com bolsas de outras fundações, como por exemplo, em 1954, como bolsista da Fundação Rockefeller e em 1961, recebeu fomento da Fundação Guggenheim também por dois anos, frequentando o Institute for Advanced Study, em Princeton, e depois a Universidade de Columbia, em New York, dedicando-se à Topologia Diferencial.

Jacob Palis Jr. recebeu fomento da Comissão Fulbright em 1964, e no período de 1965 a 1967 pelo CNPq, obtendo seu mestrado em 1966

---

[7] Raimundo Hélio Leite e Sergio Granville receberam bolsas no ano de 1983, fora do período que a presente pesquisa focaliza. Esther Holzmann não é destacada neste trabalho por ser da área de Psicologia, e ter realizado seus estudos na área de Didática da Matemática.

na Universidade da Califórnia, em Berkeley, e o doutorado com o título "On Morse-Smale Dynamical Systems" pela mesma instituição, em 1967, sob a orientação de Steve Smale.

Jacob Zimbarg Sobrinho permaneceu nos EUA de 1963 a 1968, na Universidade da Califórnia, em Berkeley, realizando seus estudos para o doutorado, que não foi concluído lá. Obteve bolsa para pagamento de suas passagens pela Comissão Fulbright.

Paulo Ribenboim foi aos EUA para desenvolver estudos e pesquisas em Geometria Algébrica na Universidade de Illinois. A relação obtida pela Comissão Fulbright indica que sua bolsa foi concedida nos anos de 1961 e 1962, apesar de sua biografia indicar que a concessão dessa bolsa tenha sido em 1959 (O'CONNOR; ROBERTSON, 2010).

Rafael José Iorio Jr. recebeu financiamento de suas passagens para sua ida, em 1972, aos EUA para a realização de seu doutorado na Universidade da Califórnia, em Berkeley. Seus estudos focalizaram a área de Matemática Aplicada e sua tese, defendida em 1977 sob a orientação de Tosio Kato, foi intitulada "On the Discrete Spectrum of the Three Body Quantum Mechanical Hamiltonian".

O quadro a seguir dá uma visão mais ampla sobre os intercâmbios dos citados matemáticos com bolsas concedidas pela Comissão Fulbright, fornecendo o ano em que o auxílio foi concedido, a instituição acadêmica à qual se dirigiram e a área Matemática em que realizaram seus estudos.

NOME	ANO	INSTITUIÇÃO	TEMA DE ESTUDO
Alexandre Augusto Martins Rodrigues	1960	Institute for Advanced Study, Princeton	Grupos de Lie Infinitos
Paulo Ribenboim	1961	University of Illinois	Geometria Algébrica
Elon Lages Lima	1962	Institute for Advanced Study, Princeton	Topologia
Jacob Z. Sobrinho	1963	University of California, Berkeley	Lógica
Jacob Palis Jr	1964	University of California, Berkeley	Sistemas Dinâmicos
Almir Paz de Lima	1969	University of Illinois	Matemática Aplicada
Rafael José Iorio Jr.	1972	University of California, Berkeley	Matemática Aplicada

Quadro 1: Matemáticos brasileiros bolsistas da Comissão Fulbright

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Para finalizar este trabalho, podemos apontar alguns traços que se referem à importância de instituições como a Comissão Fulbright na promoção das atividades científicas matemáticas no Brasil, por meio do financiamento dos estudantes-bolsistas para seus estudos em universidades nos EUA.

As universidades às quais os brasileiros se dirigiam estavam entre os grandes centros de pesquisa em Matemática Nesses centros de pesquisa os brasileiros tinham a oportunidade de ter contato com grandes matemáticos, estadunidenses ou não, fundamentais para o desenvolvimento de seus estudos. Esses intercâmbios contribuíram também para a criação do modelo de trabalho organizado nas instituições que estavam se fortalecendo no Brasil, como o IMPA e a criação de sua pós-graduação, que segundo entrevista de Elon Lages Lima:

> *Baseada no modelo americano. [...] Fui o responsável pela organização dos primeiros regulamentos da pós-graduação no IMPA e me baseei no modelo americano, bem mais aberto e variado. Segui o modelo de Chicago, inclusive com exames no final do mestrado em lugar da dissertação; exames de qualificação para doutorado; programa de estudos elaborado pelo próprio aluno e submetido à aprovação dos professores. Ainda hoje é assim.* (ENTREVISTA Elon Lages Lima. INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA, 2003, p.105)

Ele ainda destaca a importância de alguns desses pesquisadores a serem os principais precursores de algumas áreas matemáticas que vieram a se tornar reconhecidas no Brasil, como, por exemplo, a área de Sistemas Dinâmicos:

> *Maurício Peixoto foi o homem que plantou essa semente, mas quem fez a árvore frutificar foi Jacob Palis. Aluno do Mauricio desde a Escola de Engenharia, foi para os Estados Unidos, estudou com o eminente matemático Steve Smale, amigo nosso, que já esteve aqui no IMPA várias vezes. Eu o conheci quando era aluno em Chicago e ele um jovem instrutor; apresentei-o ao Maurício Peixoto, e daí resultou sua vinda ao Brasil. Smale passou uma temporada no IMPA, no início dos anos 60. Quando quis estudar nos Estados Unidos, Jacob Palis – ele é bem mais jovem que eu – conversou comigo, e eu sugeri que ele fosse estudar com Steve Smale; ele aceitou a sugestão e*

> *realmente fez uma tese brilhante, desenvolvendo a partir daí uma carreira científica de primeira linha. Jacob teve uma quantidade enorme de alunos, não só brasileiros como latino-americanos e até mesmo europeus, que contribuíram bastante para consolidar o IMPA como um dos líderes mundiais na área de Sistemas Dinâmicos.* (ENTREVISTA Elon Lages Lima. INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA, 2003, p.117)

Jacob Palis relata que a volta de diversos matemáticos brasileiros de seus estudos feitos nos EUA permitiu a criação de um ambiente voltado à atividade científica em Matemática no IMPA, na década de 1970:

> *Ainda nos Estados Unidos, eu conversava bastante com o Manfredo, também com o Elon, que estiveram por lá, sobre minha volta. Nunca tive dúvida de que queria retornar ao Brasil e nem dei atenção às várias ofertas de instituições americanas. Nas conversas com Manfredo, uma idéia constante era solidificar a pesquisa matemática no Brasil como uma atividade regular, assim como a formação de novos pesquisadores. Isso não era uma crítica ao passado; reconhecíamos o papel pioneiro dos matemáticos brasileiros já mencionados e de Lélio Gama. A matemática brasileira, em um sentido mais global e duradouro, começou com eles. Mas creio que a década de 70 marcou o início da produção científica local em bases regulares e bem mais amplas, como também o da formação regular de novos pesquisadores.* (ENTREVISTA Jacob Palis. INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA, 2003, p.125)

Dessa forma, a possibilidade de intercâmbio foi vista como proveitosa para a formação dos matemáticos brasileiros, já que permitiu um diálogo produtivo entre trabalhos, enfoques, opções teóricas etc. E ainda, a reflexão histórica que se produz a partir daí nos dá elementos para entender até que ponto se pode falar no lugar marginal ocupado pela comunidade matemática brasileira no panorama geral da Matemática, buscando identificar matemáticos brasileiros tiveram seu reconhecimento intelectual pela comunidade internacional.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BURNETT, D. G.*Trying Leviathan: The Nineteenth-Century New York Court Case That Put the Whale on Trial and Challenged the Order of Nature*. Princeton University Press, 2007.

D'AMBROSIO, U. Globalização, Educação Multicultural e o Programa Etnomatemática. In: PALHARES, P. (coord.): *Etnomatemática: um olhar sobre a diversidade cultural e a aprendizagem matemática*. Ed. Humus, Ribeirão, Portugal, 2008a, pp. 23-46.

D'AMBROSIO, U. The Program Ethnomathematics and the challenges of globalization. In:.*Circumscribere. International Journal for the History of Science, v.* 1, p. 74-82, 2006.

D'AMBROSIO, U. *Uma História Concisa da Matemática no Brasil.* Petrópolis: Vozes, 2008b.

FULBRIGHT COMISSÃO PARA O INTERCÂMBIO EDUCACIONAL ENTRE OS ESTADOS UNIDOS E O BRASIL. R*elação de ex-bolsistas*. 2010. Disponível em: http://www.fulbright.org.br/2010/component/option,com_fulbrighters/Itemid,26/. Acesso em: 31 ago. 2010.

INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA *IMPA – 50 anos.* Rio de Janeiro, 2003. 322 p. Disponível em: http://webold.impa.br/Publicacoes/50anos.pdf. Acesso em: 7 jan. 2011.

INTER-AMERICAN COMMITTEE OF MATHEMATICS EDUCATION. *Past President: Marshall Stone*. Santiago de Chile, 2008. Disponível em: http://enlaces.usach.cl/ciaem/?q=marshallstone. Acesso em: 31 ago. 2010.

JOHNSON, L. R. *Fulbright at Fifty: Austrian-American Educational Exchange, 1950-2000*. Viena: Fulbright Comission, 2000. Disponível em http://www.fulbright.at/dokumente/festschrift.pdf. Acesso em 31 ago. 2010.

MORIN, E. *As duas globalizações: complexidade e comunicação, uma pedagogia do presente*. SILVA, Juremir Machado e CLOTEL, Joaquim (Orgs). Porto Alegre: EDIPUCRS/Edutora Sulina, 2001.

O'CONNOR, J. J.; ROBERTSON, E. F. *Paulo Ribenboim*. Disponível em: www.history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Ribenboim.html. Acesso em: 10 maio 2010.

ORTIZ, E. L. La política interamericana de Roosevelt: George D. Birkhoff y la inclusión de América Latina en las redes matemáticas internacionales (Primera Parte). *Saber y Tiempo*: Revista de Historia de la Ciencia, Buenos Aires, v. 4, n. 15, p.53-111, 2003a.

ORTIZ, E. L. La política interamericana de Roosevelt: George D. Birkhoff y la inclusión de América Latina en las redes matemáticas internacionales (Segunda Parte). *Saber y Tiempo*: Revista de Historia de la Ciencia, Buenos Aires, v. 4, n. 16, p.21-70, 2003b.

PARSHALL, K. H. Marshall Stone and the Internationalization of the American Mathematical Research Community. In: *Bulletin (New Series) of the American Mathematical Society*. Volume 46, Number 3, July 2009, Pages 459-482. Article electronically published on March 19, 2009. Acessado em 25 de agosto de 2009.

PIRES, R. C. *A Presença de Nicolas Bourbaki na Universidade de São Paulo*. 2006. Tese (Doutorado em História da Ciência) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2006.

TÁBOAS, P. Z. *Luigi Fantappiè*: Influências na Matemática Brasileira. Um estudo de História como contribuição para a Educação Matemática. 2005, 207 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 2005.

SOBRE UM ORIGINAL DE VICENTE GONÇALVES RELATIVO À ESCOLARIDADE DE FRANCISCO DE MELO[1]

CECÍLIA COSTA

Center for Research and Development in Mathematics and Applications – CIDMA
Universidade de Aveiro
Portugal

mcosta@utad.pt

Resumo: Neste artigo, damos a conhecer o documento original de J. Vicente Gonçalves sobre a escolaridade de D. Francisco de Melo, bem como um pouco da história destes matemáticos. Contextualizamos esse original relativamente ao conhecimento, sobre este matemático do início do século XVI, existente à data e hoje em dia. Defendemos que se trata de um escrito que traz novos dados à história da matemática em Portugal.

Palavras chave: Matemática, História, Vicente Gonçalves, Francisco de Mello.

ON AN UNPUBLISHED WORK BY VICENTE GONÇALVES ABOUT FRANCISCO DE MELO'S INSTRUCTION

Abstract: In this paper we present an original work done by J. Vicente Gonçalves about the instruction of D. Francisco de Melo. We also let know some of the history of these mathematicians. We contextualize this document on D. Francisco de Melo – a mathematician of the XVI century – in relation to existing knowledge on the subject when it was written and today. We argue that this is a writing that brings new data to the history of mathematics in Portugal.

Keywords: Mathematics, History, Vicente Gonçalves, Francisco de Mello.

---

[1] This work was supported by *FEDER* funds through *COMPETE*– Operational Programme Factors of Competitiveness ("Programa Operacional Factores de Competitividade") and by Portuguese founds through the *Center for Research and Development in Mathematics and Applications* (University of Aveiro) and the Portuguese Foundation for Science and Technology ("FCT - Fundação para a Ciência e a Tecnologia"), within project PEst-C/MAT/UI4106/2011 with COMPETE number FCOMP-01-0124-FEDER-022690.

INTRODUÇÃO

Na última década, em Portugal, os estudos no âmbito da história da matemática aumentaram e têm contribuído, entre outros aspetos relevantes, para trazer à luz matemáticos de várias épocas, esquecidos porque ainda não estudados, bem como a sua obra. No nosso caso, os estudos que temos desenvolvido sobre Vicente Gonçalves – matemático da primeira metade do século XX – e, em particular, um seu original que aqui damos a conhecer, levaram-nos a descobrir um pouco mais sobre um outro matemático português, desta feita do século XVI – D. Francisco de Melo.

José Vicente Martins Gonçalves nasceu no Funchal em 1896 e faleceu em Lisboa em 1985. Foi Professor na Universidade de Coimbra de 1917 a 1942, na Universidade de Lisboa de 1942 a 1967 e no Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras (Lisboa) de 1947 a 1960. Jubila-se em Janeiro de 1967. Durante a sua vida dedica-se, sobretudo, a três áreas da Matemática: Análise, Álgebra e História.

Deixou uma vasta e diversificada obra escrita: manuais para o ensino liceal e o ensino superior (onde não faltam notas históricas); cerca de uma centena de artigos; 26 pequenos artigos designados por Notas de *Historiæ ac Pedagogiæ de Minutiis*; vários discursos, notas prefaciais e outros textos.

Vicente Gonçalves publicou 17 artigos de índole histórica. O último artigo publicado foi "*Passos de Pedro Nunes ao Serviço do Rei*", em 1985 (COSTA, 2001, pp. 196-197). Investigadores portugueses em História da Matemática (SILVA, 1997) e (OLIVEIRA, 1986) presumiam a existência de outros estudos históricos, do mesmo autor, por publicar. Na análise do espólio de Vicente Gonçalves encontrámos um manuscrito de sua autoria intitulado "*Escolaridade de Francisco de Melo*", que entendemos ser a versão original (eventualmente, inacabada) de mais um estudo de índole histórica.

O manuscrito é constituído por 37 páginas. No cabeçalho da primeira página, aparece *"Escolaridade de D. Francisco de Melo"*. Esta versão está pouco rasurada. A razão mais evidente para a considerarmos inacabada é o facto de na última página estar colado um pequeno rectângulo de papel onde Vicente Gonçalves anotou: "*Falta aqui uma palavra sobre seus estudos teológicos: 7 anos*" (Figura 1). Há, no entanto, outras que referiremos adiante.

Consideramos que, com este estudo, Vicente Gonçalves pretende aprofundar o conhecimento existente até à data sobre D. Francisco de Melo (1490-1536). Gomes Teixeira dedica um parágrafo a este matemático do primeiro quartel do século XVI, mencionando que:

> *Outro escritor dos mesmos tempos que se ocupou de assuntos matemáticos estranhos à náutica foi D. Francisco de Melo, Bispo de Goa. Estudou em França onde foi discípulo de Brissot, e, depois de voltar a Portugal, compôs comentários em latim às doutrinas de Óptica atribuídas a Euclides e ao tratado* <u>De incidentibus in humidis</u> [2] *de Arquimedes, que ficaram inéditos.* (TEIXEIRA, 1934, p. 100)

Também Pedro José da Cunha (1931) e Luís de Albuquerque (1965) referem-se a este matemático, focando os mesmos aspetos e, igualmente, de forma sumária.

Tal como nos outros artigos na área da História da Matemática, constata-se que Vicente Gonçalves tem uma forma muito própria de escrever e relatar os acontecimentos. Um aspeto a destacar nos seus escritos é a preocupação em que fosse reconhecido e divulgado o valor de matemáticos portugueses. Como nos disse A. Hespanha, sobrinho de Vicente Gonçalves, este *"fazia História como quem faz Matemática"*, nós concordamos e acrescentamos com rigor, seriedade e isenção (COSTA, 2001, p. 205).

OS ESTUDOS DE ÍNDOLE HISTÓRICA DE J. VICENTE GONÇALVES

Sobre História da Matemática J. Vicente Gonçalves foi publicando, pontualmente, artigos ao longo da sua carreira profissional. O primeiro

---

[2] O sublinhado é nosso e serve para indicar que está em itálico no original.

data de 1940, intensificando-se essa publicação na fase final da carreira profissional e após a jubilação. Nesta fase publica 9 artigos, sendo 7 de História da Matemática. Para darmos uma ideia do volume do trabalho realizado e dos assuntos abordados por este Matemático, listamos (de forma sucinta) em seguida os artigos por nós considerados no âmbito da História da Matemática (COSTA, 2001, p. 196):

- Análise do livro VIIII dos Princípios Mathematicos de José Anastácio da Cunha, de 1940, *Congresso do Mundo Português;*
- Henri Lebesgue, *Gazeta de Matemática*, 1942;
- Espírito utilitário, *Ciência* (Rev. da A.E.F.C.L.), 1948;
- Sobre Mira Fernandes, 1954, 1958, 1959, 1971;
- Modernas investigações sobre Limites dos Módulos das Raízes, *XXIII Congresso Luso-Espanhol para o Progresso das Ciências*, 1956;
- Elogio a Rey Pastor aquando do seu falecimento, 1962, *Boletim da Academia das Ciências de Lisboa (Classe de Ciências);*
- Cumprimentos a Ramos e Costa aquando da sua jubilação, 1963, *Boletim da Academia das Ciências de Lisboa (Classe de Ciências);*
- Discurso de recepção do Académico de Número Manuel dos Reis, 1964, *Memórias da Academia das Ciências de Lisboa (Classe de Ciências);*
- Elogio histórico de Pedro José da Cunha, 1964, *Memórias da Academia das Ciências de Lisboa (Classe de Ciências);*
- Prof. Dr. José Sebastião e Silva, 1972 (co-autor), *Revista Mat. Hisp. Amer.;*
- O Professor António Almeida e Costa, 1974, *Memórias da Academia das Ciências de Lisboa (Classe de Ciências);*

- Relações entre José Anastácio da Cunha e Monteiro da Rocha, 1976, *Memórias da Academia das Ciências de Lisboa (Classe de Ciências);*
- Escolaridade de André de Resende, 1983, *Memórias da Academia das Ciências de Lisboa (Classe de Ciências);*
- Passos de Pedro Nunes ao Serviço do Rei, 1985, *Memórias da Academia das Ciências de Lisboa (Classe de Ciências).*

Relativamente aos assuntos abordados podemos considerar dois grupos: os que são relativos a pessoas contemporâneas ou não do autor e os que focam temas matemáticos.

No primeiro grupo, o autor relata os aspetos cruciais da vida de cada matemático, destacando o que entende de maior relevância em cada um e aproveita para tecer comentários históricos que de algum modo se ligam a esse matemático.

Do outro grupo, faz parte "Análise do livro VIIII dos Princípios Mathematicos de José Anastácio da Cunha" e "Modernas investigações sobre Limites dos Módulos das Raízes". Ambos considerados de importância, o primeiro por ter contribuído para atribuir a Anastácio da Cunha a primazia na definição de convergência de uma série e o segundo por fazer uma síntese do que se sabia sobre o tema à data.

O ORIGINAL DE J. VICENTE GONÇALVES SOBRE D. FRANCISCO DE MELO

Como referimos, para além destes artigos, investigadores portugueses em História da Matemática supunham a existência de outros estudos do mesmo autor sobre Matemáticos portugueses. Nomeadamente, Tiago de Oliveira, em 1986, afirma que:

> *Vicente Gonçalves deixou trabalhos inéditos, entre os quais textos sobre Pedro Nunes e D. Francisco de Melo (matemático dos inícios dos anos quinhentos) que a Academia vai publicar.* (OLIVEIRA, 1986).

Cerca de uma década depois, em 1997, Jaime Carvalho e Silva relembra e reforça esta afirmação, fazendo votos que esses trabalhos sejam, efetivamente, publicados.

A exploração e análise do espólio de Vicente Gonçalves[3] que temos vindo a desenvolver permitiu encontrar, entre outros documentos, os dois manuscritos de Vicente Gonçalves a que aludia Tiago de Oliveira, em versões “quase finais”.

Considerando que estes foram os últimos estudos efetuados por Vicente Gonçalves, falecido em Agosto de 1985, que destes dois manuscritos o menos completo/concluído é o relativo a D. Francisco de Melo e que em 14 de Junho de 1984 o texto da última publicação deste matemático foi lido na sessão da Academia das Ciências (COSTA, 2001, p. 329), apontamos 1984/85 como data aproximada deste original.

Figura 1: Aspeto de parte do manuscrito de Vicente Gonçalves sobre D. Francisco de Melo

[3] Em 2005, a Família de Vicente Gonçalves, doou parte do seu espólio ao Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

O manuscrito encontrava-se dentro de um envelope usado onde por fora foi escrito pelo punho de Vicente Gonçalves "Melo Rever S. D."[4] (Figura 2).

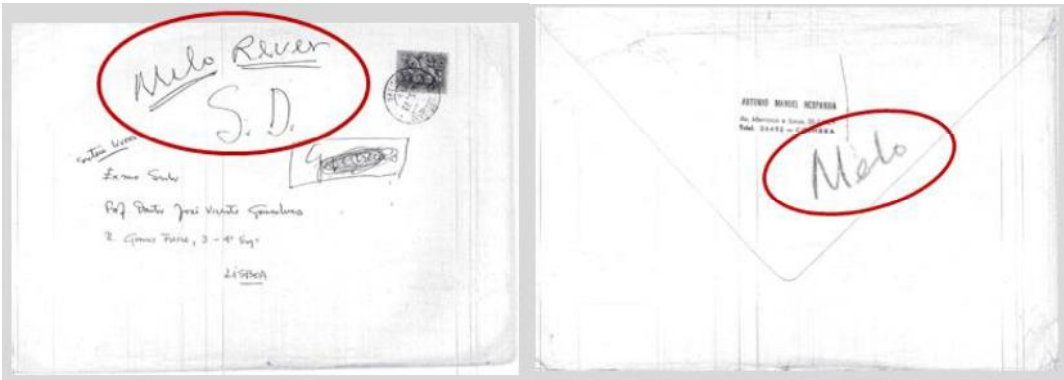


Figura 2: Aspeto do envelope[5] (à esquerda, frente e à direita, verso) onde estava guardado o manuscrito de Vicente Gonçalves sobre D. Francisco de Melo

DESCRIÇÃO DO TEXTO "ESCOLARIDADE DE D. FRANCISCO DE MELO"

O texto de Vicente Gonçalves aqui em análise, como o título indica, faz o relato da escolaridade de D. Francisco de Melo em Lisboa e em Paris.

Está estruturado em (pelo menos) quatro secções, numeradas, mas não intituladas pelo autor. Dado o seu conteúdo poderiam intitular-se:

1. Estudos em Lisboa
2. Estudos em Paris
3. O problema da renovação da bolsa
4. O célebre problema da coroa de Arquimedes.

Um aspeto relevante a analisar são as fontes utilizadas por Vicente Gonçalves para levar a cabo este estudo. O autor refere: (i) Memória da

---

[4] A imagem de Vicente Gonçalves que fomos contruindo fruto do estudo que lhe temos dedicado, leva-nos a supor que S.D. poderá significar *sine die*.

[5] A linha curva fechada é nossa e serve para focar no que respeita a Melo.

Vida, e Escritos de D. Francisco de Mello, in *Memórias de Litteratura Portugueza*, tomo VII, pp. 237-238 de A. Ribeiro dos Santos; (ii) *Auctarium Chartularii Universitatis Portugalensis*, 1973 e 1975, documentos coligidos e publicados por Artur Moreira de Sá; (iii) *Estudos sobre a Cultura Portuguesa no século XVI*, vol. I de Joaquim de Carvalho; (iv) *De Natura Simia*, vol. II, 1618 de Roberts Fludd; (v) *Rara Arithmetica* de David E. Smith; (vi) *Les portugais à l'Université de Paris,* 1950 de Luís de Matos; (vii) *Amato Lusitano,* 1907 de Maximiano Lemos; (viii) *Ensaio histórico* ("com toda a reserva"[6]) de Garção Stockler; (ix) *Curso de Álgebra Superior,* 3.ª edição de Vicente Gonçalves; (x) *Memórias* de Francisco de Mello; (xi) *Obras*, vol. I de Cardeal Saraiva; (xii) *História Serafica,* vol. II de Manuel da Esperança; (xiii) *Archimedis de incidentibus in humidis cum Francisci de Mello commentarijs* de Francisco de Melo; (xiv) *Histoire de la Physique,* 1883 de J. Poggendorff; (xv) *Geschichte der Mathematik*[7] de M. Cantor.

Na exposição que se segue utilizaremos os itens (i) a (xv) para nos referirmos às respetivas obras.

ESTUDOS EM LISBOA

Nesta secção, Vicente Gonçalves começa por se referir aos dados biográficos de D. Francisco de Melo. A fonte em que se baseia é a inscrição tumular na capela do Santíssimo na igreja do convento dos Lóios em Évora, onde Melo se encontra sepultado. Os dados conhecidos são a data e a idade do falecimento, em Évora, 27 de Abril de 1536 (com 46 anos). Com base nestes dados, conclui que o ano de nascimento foi 1490[8]. Gonçalves refere ainda a filiação nobre de D. Francisco de Melo, filho de Manuel de Melo (falecido em 1493) e de D. Brites da Silva

---

[6] Observação de Vicente Gonçalves.

[7] Referência: Moritz Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*. Volume 1 (1880) - *From the earliest times until 1200*.

[8] Facto que não é corroborado por Santos (2007) que defende que com esta fonte pode afirmar-se que Francisco de Melo nasceu em 1489 ou 1490, (dependendo do mês em que nasceu).

(falecida em 1543) pertencente à alta nobreza, o que explica a proximidade de seu filho com a Corte portuguesa. Este aspeto, à data do estudo de Vicente Gonçalves, seria original embora, na atualidade não traga novidade ao que já é conhecido.

Em contrapartida, a segunda parte desta secção, dedicada aos estudos em Lisboa, é (ainda hoje) original na argumentação de que D. Francisco de *"(…) Melo levou de Lisboa o grau de mestre em artes.*" (GONÇALVES, 1984/85). Corroboramos a afirmação de Santos ao afirmar:

> *Que saibamos, não há conhecimento de nenhum documento que comprove a frequência e a aprovação de D. Francisco de Melo no curso de Artes da Universidade olisiponense. Contudo, a maneira como ele se distinguiu nos seus estudos de Artes, na Faculdade parisiense, obriga-nos a não descartar a hipótese de ele ter cursado Artes em Lisboa.* (2007, p. 15)

A argumentação de Vicente Gonçalves baseia-se no cruzamento de informações obtidas a partir de duas fontes: (i) e (ii) atrás referidas e do conhecimento sobre a licenciatura em Artes no Estudo de Lisboa. De acordo com (i), em julho de 1514, Melo antepõe o grau de mestre em Artes ao assinar o recibo do subsídio. A licenciatura em Artes consistia em dois anos e meio de lições ouvidas, três anos e meio de lições lidas, mais dois ou três meses para provas. Com base nestes dados e supondo que Melo concluiu a licenciatura em finais de 1513, Gonçalves admite que aquele iniciou o curso em Outubro de 1507, com 17 anos de idade, feitos antes de 27 de Abril.

Identificado o período em que Francisco de Melo deve ter frequentado o Estudo de Lisboa, Vicente Gonçalves recorre a (ii) para no índice analítico encontrar vestígios da passagem de um "Francisco" com escolaridade entre 1507-1513 e cujas habilitações não transcendam as da Faculdade de Artes. O quadro seguinte sintetiza as seis ocorrências em atas consideradas por Gonçalves de relevância e às quais se refere do seguinte modo:

Aí estão pois cinco vestígios documentais da passagem de Melo pelo Estudo de Lisboa. (GONÇALVES, 1984/85)

Quadro 1

Data	Página	Assunto
09/03/1510	122	Vota na eleição do lente de lógica
23/04/1512	203-204	Prova seus cursos para bacharel
03/05/1512	203-204	Toma o respetivo grau
13/07/1512	211	Declina a sua qualidade de estudante de filosofia
01/12/1512	242	Subscreve como testemunha a prova de outro
19/11/1513	293	Vota na eleição do lente de prima de medicina

É através das deduções que acabámos de referir que Vicente Gonçalves conclui que D. Francisco de Melo efetuou e concluiu o curso de artes em Lisboa, antes de seguir para Paris.

ESTUDOS EM PARIS

Nesta secção, Vicente Gonçalves relata a passagem de D. Francisco de Melo por Paris, no Colégio Montaigu, onde esteve cerca de sete anos. Teve o apoio de três bolsas de estudo mercê do Rei D. Manuel (1.ª de 1514 a 1516, 2.ª de 1516 a 1518 e 3.ª de 1518 a 1520). Indica quais foram os seus professores, nomeadamente: o aragonês Gaspar Lax (1487-1560), em Cálculos físicos (no estágio) e o francês Pedro Brissot (1478-1522), em Aritmética e Geometria pura e aplicada. Ambos os professores de Artes em exercício no Colégio Montaigu.

Vicente Gonçalves defende que Melo pouco aprendeu com Lax, com quem fez seis meses de estágio (no ano letivo de 1513-14) e por quem não manifestou admiração.

A relação com Brissot foi diferente. No ano letivo de 1514-15 sob a sua orientação Melo efetuou, nas palavras de Gonçalves, *"investigações* *matemáticas"* e estudou Aritmética, Geometria, Astrologia, Cosmografia, Óptica e Especulária. Sob influência de Brissot, instruiu-se através da melhor literatura matemática da época. Iniciando com os textos de Euclides: Elementos (aritmética e geometria); Óptica (perspectiva); Catóptrica (especulária). Textos publicados em Veneza entre 1500 e 1505, com comentários de Teón e tradução de Bartolomeu Zamberti. Segundo Vicente Gonçalves, D. Francisco de Melo fica interessadíssimo nestes dois últimos textos, pretendendo dedicar-se a melhorar as demonstrações neles contidas (que considerou confusas e obscuras).

Em Março de 1515, Brissot conclui o curso de Medicina e abandona o Colégio Montaigu passando a ler na Faculdade. D. Francisco de Melo passa a reger o primeiro curso de filosofia. Falta, pois, tempo para se dedicar aos dois (últimos) livros de Euclides.

O PROBLEMA DA RENOVAÇÃO DA BOLSA

Segundo Gonçalves, só nas férias de 1515, é que Melo se pôde começar a dedicar a este trabalho. O ano letivo seguinte foi dedicado à investigação, reflexão e escrita da Óptica e Catóptrica de Euclides: demonstrações novas, clarificação de aspetos, reformulação pedagógica.

Em Julho de 1516, ainda sem concluir os "restauros", Melo pára com este trabalho ao sentir ameaçada a bolsa real. Assim, no ano letivo de 1516-17, em Paris (contrariando Teixeira (1994, p. 100) que afirma ter sido escrito em Portugal), Francisco de Melo, procurando salvaguardar a renovação da bolsa, prepara um livro para oferecer ao Rei D. Manuel.

Debruça-se sobre o problema da coroa de Arquimedes e escreve a obra, não publicada, *Archimedis de incidentibus in humidis cum Francisci de Mello commentarijs* que ofereceu a D. Manuel. Com isto Melo conseguiu a prorrogação da bolsa por mais dois anos.

Vicente Gonçalves questiona:

> *E de que expressão se revestia a ameaça a tal renovação?*

A partir da dedicatória que Francisco de Melo escreveu no livro oferecido a D. Manuel e que Gonçalves traduziu diretamente do latim, este afirma:

> *Como se vê, Melo acusa implicitamente o rei de haver dado por inteiramente perdidos os subsídios que lhe tem vindo a conceder (…)* (GONÇALVES, 1984/85).

Vicente Gonçalves continua a questionar:

> *Mas por que via teve Melo conhecimento em Paris desta verídica ou fantasiosa disposição real na segunda metade de 1516?*

Neste ponto, a argumentação de Vicente Gonçalves baseia-se no cruzamento de informações obtidas a partir de duas fontes: (vi) e (xi) atrás referidas.

Nesse ano não houve bolseiros novos portugueses em Paris.

A tese de Gonçalves é que o informador de D. Francisco de Melo foi Frei Pedro de Eça.

A sua argumentação é feita em dois passos: 1.º Frei Pedro de Eça veio ao reino em julho de 1516; 2.º D. Francisco de Melo e Frei Pedro de Eça conheciam-se e contactavam em Paris.

Para inferir que Frei Pedro de Eça veio ao reino em Julho de 1516, Vicente Gonçalves recorre a três factos: no início de julho de 1516 Eça levanta a prestação final da bolsa; a 7 de agosto de 1516 D. Manuel assina um alvará a aumentar a bolsa e a dilatá-la para 6 anos; em 1517 Frei Pedro de Eça é chamado ao reino no final do 1.º ano da bolsa. Gonçalves defende que:

> *Tão súbita, rara e espetacular promoção não nos parece aceitável como efeito a distância de singular benevolência real. Vêmo-la antes como fruto imediato de um contacto pessoal (…)* (GONÇALVES, 1984/85).

Para comprovar a afirmação que Melo e Eça se conheciam recorre a dois factos: saíram ambos de Lisboa em finais de 1513 para estudar artes em Paris e *"(…) a curiosa informação de ter dado a Eça mais dois cruzados sobre a moradia de Francisco de Melo"* escrita no recibo de julho de 1516 pelo escrivão Francisco Pessoa.

Este é mais um exemplo da forma matemática de Vicente Gonçalves fazer história da matemática.

O CÉLEBRE PROBLEMA DA COROA DE ARQUIMEDES

O manuscrito[9] de Francisco de Melo oferecido ao Rei D. Manuel, em 1517, intitulado *Archimedis de incidentibus in humidis cum Francisci de Mello commentarijs*, é uma dissertação sobre o problema da coroa que o Rei Híeron II de Siracusa colocou a Arquimedes, questionando se esta teria sido feita com o ouro entregue pelo Rei, ou se seria uma mistura de ouro e prata. Este problema é relatado por exemplo em (VASCONCELLOS, 2009, p. 253) e (KATZ 2010, pp. 138-139).

Nesta secção Vicente Gonçalves afasta-se do texto de Melo e tece comentários seus sobre como surgiu e se resolveu esse problema. Segue a narrativa de Marco Vitrúvio Póllio *"(…) publicada no começo do cap. III do livro IX de sua De Architectura (…)"* (GONÇALVES, 1984/85), onde é relatado o episódio da coroa de Arquimedes, até ao ponto em que Arquimedes verifica que a coroa não é toda de ouro.

Neste ponto Vicente Gonçalves sublinha o facto de nesta narrativa não ser abordada a parte da separação dos simples, como o título anunciava. Lança a hipótese de o manuscrito em que Vitrúvio se baseou não tivesse as páginas finais, mas tivesse sido tomado por este como completo. Apresenta a resolução para efetuar essa separação e defende que tal deve ter sido feito por Arquimedes, ainda que não tenha sido referido por Vitrúvio.

---

[9] Existente na Biblioteca Nacional de Portugal, atualmente na Coleção Manuscritos Reservados com a cota COD 2262, pp. 109-114. Vicente Gonçalves refere a cota F.G., 2266, pp. 101-114.

Refere ainda o texto mais antigo onde se encontra uma técnica para separar o ouro da prata num misto destes metais – um poema de Rhenio Fannio – baseando-se em Philander Castiliónio. Segundo Katz (2010, p. 138), também Thomas Heath (1953, pp. 259-260) se baseia neste poema para sugerir o modo como Arquimedes terá resolvido o problema da coroa.

UMA HIPOTÉTICA QUINTA SECÇÃO DO ORIGINAL DE VICENTE GONÇALVES

Notas soltas manuscritas por Vicente Gonçalves, também existentes no seu espólio, e que tudo indica serem relativas aos seus estudos sobre D. Francisco de Melo, levam-nos a defender que o manuscrito não está concluído.

Há pelo menos duas notas com a indicação "5". Identica à usada para as partes 1 a 4. A leitura e análise dessas notas sugerem que Vicente Gonçalves pretendia dar continuidade à secção 4 com considerações sobre o que Melo sabia sobre o problema da coroa de Arquimedes quando a este se dedicou.

Um outro apontamento de Vicente Gonçalves, que reproduzimos na figura seguinte, e que considerámos o ponto crucial que o autor pretendia atingir, refere que a obra *Archimedis de incidentibus in humidis cum Francisci de Mello commentarijs* se tivesse sido divulgada na época, *"(…) Melo seria ainda hoje honrosamente lembrado (…)"* e conclui numa outra nota solta *"Houve quem posteriormente se aplicasse ao mesmo problema? Por certo, mas passados mais de mil e setecentos anos."*

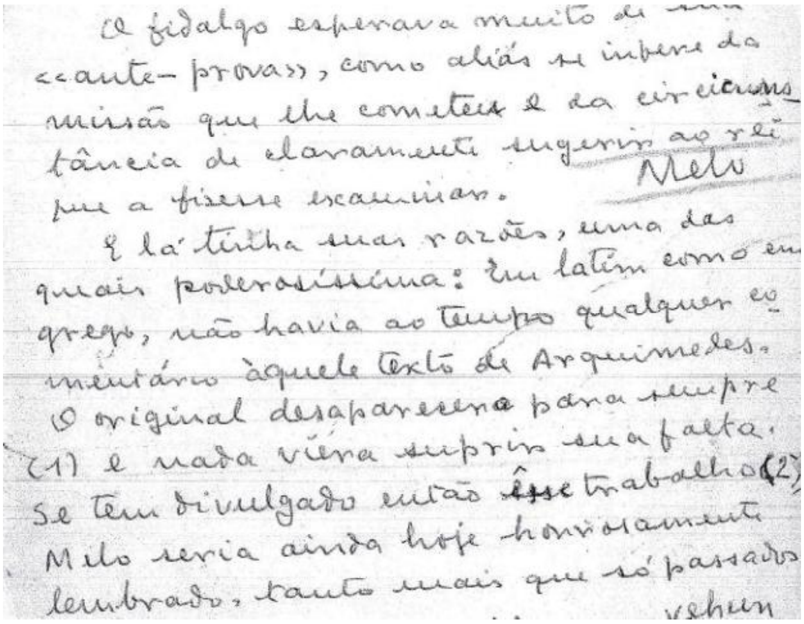

O fidalgo esperava muito de um
«ante-provas», como aliás se infere da
missão que lhe cometeu e da circuns-
tância de claramente sugerir ao rei
Melo
que a fizesse examinar.
E lá tinha suas razões, uma das
quais poderosíssima: em latim como em
grego, não havia ao tempo qualquer co-
mentário àquele texto de Arquimedes.
O original desaparecera para sempre
(1) e nada viera suprir sua falta.
Se tem divulgado então ~~êsse~~ trabalho (2)
Melo seria ainda hoje honrosamente
lembrado, tanto mais que só passados

Figura 3: Nota manuscrita por Vicente Gonçalves sobre D. Francisco de Melo

CONCLUSÕES

O manuscrito "*Escolaridade de Francisco de Melo*" encontrado no espólio de Vicente Gonçalves é, muito provavelmente, a versão inacabada em que este autor trabalhava antes de falecer e que datamos entre 1984/85. Os pontos de 1 a 4 estão completos, as notas encontradas junto do manuscrito sugerem que Vicente Gonçalves pretendia escrever um ponto 5, a respeito do que Melo sabia sobre a narrativa de Vitrúvio e sobre o problema da coroa de Arquimedes.

Consideramos que este original traz factos e interpretações novas ao que se sabe, hoje, sobre a vida e obra de D. Francisco de Melo e, por maioria de razão, na altura em que foi escrito. É o primeiro texto, até agora conhecido, que efetua um estudo histórico mais alargado sobre temas da vida e da obra deste matemático do século XVI. Recentemente, Santos (2007), na sua tese de mestrado, deu um contributo significativo para aprofundar este tema. No entanto, há aspetos que são demonstrados por Vicente Gonçalves no seu original (por exemplo, que Melo frequentou e concluiu os seus estudos em artes em Lisboa) e que em

(Santos, 2007) ainda não estão esclarecidos. O que mostra que este estudo, só agora conhecido, traz contributos novos para este assunto.

Vicente Gonçalves recorreu às fontes mais credíveis existentes na altura. Sublinhe-se o rigor dos seus escritos, por exemplo, ao identificar as fontes que considerava menos credíveis (como é o caso da observação a Garção Stockler atrás referida) e ao recorrer, sempre que possível, às fontes originais. O facto de ser bibliófilo facilitava-lhe o acesso direto a certas fontes relevantes para a sua pesquisa histórica.

A consulta de fontes originais essencial em muitas situações de pesquisa histórica obriga ao domínio de outras línguas. Vicente Gonçalves lia várias línguas, entre outras: francês, alemão, inglês e latim. Sendo assim, tinha acesso direto às fontes, não tendo de recorrer a traduções de outros, evitando deste modo, distorções e interpretações dos originais. No caso em estudo, foi o próprio que fez as traduções do latim (o que se percebe por pequenas frases encontradas nas suas notas manuscritas, por exemplo *"Não tenho interesse em completar a tradução* [da dedicatória ao Rei D. Manuel]").

Tal como nos outros artigos de Vicente Gonçalves no âmbito da História da Matemática, confirma-se que este autor tem uma forma muito particular de escrever e relatar os acontecimentos. As deduções que apresenta e a forma de as expor aproximam-se do modo de escrita dos matemáticos ao enunciarem e demonstrarem teoremas.

A terminar, relembra-se o objetivo subjacente aos estudos de índole histórica de Vicente Gonçalves: contribuir para que fosse reconhecido e divulgado o valor de matemáticos portugueses.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE, L. Matemática e Matemáticos em Portugal, em *Textos sobre Matemática e Matemáticos em Portugal*, Escola de Outono em História da Matemática, Lisboa: Sociedade Portuguesa de Matemática, 1988 (original de 1965), pp. 5-7.

COSTA, C. *José Vicente Gonçalves: Matemático... porque Professor!*, Colecção Memórias n.º 37, Funchal: Centro de Estudos de História do Atlântico e Secretaria Regional do Turismo e Cultura, 2001.

CUNHA, P. J. As matemáticas em Portugal no tempo dos descobrimentos e conquistas, em *Textos sobre Matemática e Matemáticos em Portugal*, Escola de Outono em História da Matemática, Lisboa: Sociedade Portuguesa de Matemática, 1988 (original de 1931), pp. 28-31.

GONÇALVES, J. V. *Escolaridade de Francisco de Melo*, Manuscrito não publicado e outras notas soltas, (1984/85).

KATZ, V. J. *História da Matemática*, Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2010 (original de 1998), pp. 137-139.

OLIVEIRA, J. T. (1986). Vicente Gonçalves um mestre de rigor e de serenidade, *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática*, 9:7-10.

SANTOS, L. *D. Francisco de Melo: biografia e escritos*, Tese de Mestrado, Coimbra: Universidade de Coimbra, 2007.

SILVA, J. C. (1997). Vicente Gonçalves e a História da Matemática em Portugal, *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática*, 37:47-55.

TEIXEIRA, F. G. *História das Matemáticas em Portugal*, Lisboa: Arquimedes Livros (edição facsimilada), 2007 (original de 1934), p. 100.

VASCONCELLOS, F. A. L., *História das Matemáticas na Antiguidade*, Lisboa: Ludus, 2009 (original de 1925), pp. 252-253.

EM BRANCO

A CORRESPONDÊNCIA DE KARL WEIERSTRAß: RESULTADOS DE PESQUISA EM ANDAMENTO

GERT SCHUBRING

Instituto de Matemática
Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ
Rio de Janeiro, RJ

gert.schubring@uni-bielefeld.de

Resumo: Como tradicionalmente tem sido afirmado, foi o próprio Weierstraß quem destruiu as correspondências que ele recebeu. Então acreditou-se que uma fonte de tal importância para a história da matemática teria se perdido para sempre. No entanto, eu consegui detectar uma parte considerável de sua correspondência. A coleção mencionada contém, por um lado, cartas de matemáticos estrangeiros, da Itália e da França, e por outro, cartas de matemáticos alemães importantes, em particular de Kronecker. Preparando desde já para editar e publicar as diversas partes do *Nachlass* encontrado, vou relatar nesta comunicação resultados de minha análise da correspondência de Weierstraß.

Palavras chave: Matemática, História, Karl Weierstraß, análise do seu *Nachlass*.

THE CORRESPONDENCE OF WEIERSTRAß: RESULTS OF ONGOING RESEARCH

Abstract: As it was traditionally assumed, Weierstraß himself had destroyed the correspondence received so that an important source for history of mathematics was believed to be lost. Luckily, however, I was able to trace a considerable part of that correspondence. This collection contains on the one hand, letters by foreign mathematicians, from Italy and France, and, on the other hand, letters by important German mathematicians, in particular by Kronecker. Based on the editing of letters, from various parts of this *Nachlass*, being prepared for publication, I am relating here results of my analysis of Weierstraß's correspondence.

Keywords: Mathematics, History, Karl Weierstraß, analysis of his *Nachlass*.

INTRODUÇÃO

Sempre foi opinio comunis que Karl Weierstraß (1815-1897) destruira as próprias correspondências recebidas e que assim não existe um "Nachlass" seu. Em conseqüência lamentável uma fonte muito reveladora e pertinente para a história da matemática no século XIX teria sido perdida. No entanto, eu me deparei em 1980, em um arquivo da República Democrática Alemã, com uma pista de que poderia existir um *Nachlass* de Weierstraß. De fato, e graças a grande obstinação, consegui enfim em 1997 uma coleção considerável de cartas enviadas a este matemático. Aquele *Nachlass* foi conservado de maneira até escondida porque teria constituido uma parte do *Nachlass* de outra pessoa, de um dirigente do ministério de instrução da Prussia. Revelou-se que foi o próprio Weierstraß quem entregou suas cartas, pouco antes da sua morte, a esta pessoa, fora de sua família e também não pertencente ao grupo de colegas matemáticos; e que assim deixou o fato desconhecido (ver Schubring 1998). Desde já, fico envolvido no projeto de editar e publicar esta coleção. Quase prontas estão as edições de duas sub-coleções: as cartas recebidas de matemáticos italianos e as cartas recebidas de matemáticos franceses.

OS CONTEÚDOS DESTE NACHLASS

A coleção é considerável, no sentido de que contém quase 300 cartas (organizadas em 22 pastas) e, em particular, cartas de matemáticos importantes; mas fica evidente que este *Nachlass* constitui apenas uma seleção e então somente uma pequena parte do que deve ter existido. Não se pode bem perceber quais foram os critérios de Weierstraß para conservar justamente aquelas cartas encontradas; porém pode-se induzir algumas indicações como critérios. Por exemplo, a coleção encontrada contém as cartas de dois dos seus primeiros alunos e amigos por décadas – Leo Koenigsberger (1837-1921) e Ludwig Kiepert (1846-1934). Paul Du Bois-Reymond (1831-1889) não foi um aluno, mas foi um interlocutor preferido por Weierstraß em todas discussões sobre fundamentos da análise, durante décadas. E há cartas de Leopold Kronecker (1823-1891), amigo por décadas, embora ele tenha se tornado mais tarde o opositor obstinado do programa de Weierstraß. Além destas, as cartas dos matemáticos franceses documentam a intensa recepção das obras de Weierstraß na

França e os grandes esforços realizados de publicar traduções e de, assim, disseminar amplamente os novos conceitos de rigor no país, que antes representara o centro dominante da matemática.

Com efeito, Gösta Mittag-Leffler (1846-1927), um amigo e colaborador de Weierstraß que se propôs a constituir um *Nachlass* de Weierstraß solicitando a correspondentes importantes de Weierstraß a doação de cartas recebidas, conseguiu receber em particular as cartas de Koenigsberger e de Du Bois-Reymond, e também de Sofja Kowalewskaja – o que confirma que a escolha de Weierstraß conservou partes chave do seu *Nachlass*. Este achado foi publicado por Mittag-Leffler, em seleções. Deve-se lamentar, porém, que Weierstraß destruiu de fato as cartas de Kowalewskaja. A família de Kronecker aparentemente se recusou a doar as cartas de Weierstraß e como o *Nachlass* de Kronecker foi destruído no final da Segunda Guerra, falta esta parte complementar. E no acervo de Weierstraß faltam por exemplo as próprias cartas de Mittag-Leffler, embora ele tenha sido um dos seus correspondentes assíduos e permanentes.

Entre os demais corespondentes alemães pode-se nomear matemáticos bem conhecidos como: Ferdinand Lindemann, Otto Hoelder, Heinrich Weber, Friedrich Schur, Heinrich Schroeter e L. W. Thomé.

Quanto à distribuição geográfica dos correspondentes, pode-se constatar - além do evidente domínio por alemães – um papel forte de franceses e italianos. Há vários dos países escandinavos e alguns da Russia, Belgica, Holanda – porém nenhum dentre os matemáticos da Grã-Bretanha. Os EUA ficam representados por George Halsted (1853-1922): um dos primeiros norte-americanos que estudou na Alemanha (de fato em Berlim, com Borchardt). A Espanha e o Portugal também não ficam representados.

A distribuição cronológica fica bastante desigual. Em geral, correspondências comecem nos anos 1870, com foco intensificado nos anos 1880. Enquanto as cartas dos franceses se concentram na primeira metade dos anos 1880, as cartas dos italianos datam mais dos anos 1860. Somente as cartas dos amigos Koenigsberger e Kiepert e de Kronecker cobrem todo o período, iniciando-se nos anos 1850 e 1860.

Já as cartas dos italianos, a partir dos anos 1860, confirmam um padrão que foi tão característico dos grandes matemáticos de Berlim: Weierstraß não quis publicar seus desenvolvimentos inovadores da análise e da teoria das funções e, em vez disto, só os expunha oralmente em seus cursos presenciais. Em particular, estrangeiros que desejavam conhecer os novos fundamentos foram então obrigados a chegar até Berlim, a fim de assistir as aulas de Weierstraß. Um exemplo de tal aluno foi o matemático italiano Salvatore Pincherle, que, depois de seu retorno, empreendeu a publicação dos resultados que havia entendido para disseminá-los no próprio país. Um outro tal caso paradigmático foi o francês Jules Molk.

OS CORRESPONDENTES E OS ASSUNTOS DAS CARTAS

Quais são os assuntos das cartas?

Primeiramente, as cartas contêm uma riqueza de informações sobre a vida acadêmica e seus conflitos e disputas. Em particular, assuntos permanentes são vagas de posições de professor de matemática e – nesta época sem concursos – a procura por informações sobre as chances de aprovação de diversos candidatos e, evidentemente, a procura por apoio de Weierstraß para conseguir uma tal posição. Uma vez que mesmo depois da fundação do novo império alemão, em 1871, os estados federais deste império mantiveram a sua autonomia quanto ao sistema do ensino, houve bastante espaço para iniciativas e influências diversississimas. As recomendações de Weierstraß tiveram impacto não somente nos países alemães, mas também fora da Alemanha. Por exemplo, há uma carta do francês Emile Picard, de 1879, agradecendo profundamente a oportunidade de progresso em sua carreira, graças ao parecer de Weierstraß.

As cartas contêm também elementos válidos sobre a biografia do matemático que começou estudar Direito e se voltou para matemática somente mais tarde, sendo introduzido à teoria das funções elípticas pelo professor Gudermann, em Münster. Devido a problemas no exame para habilitar-se como professor de Gymnasium (Schubring 1989), ele acabou obrigado a atuar numa província remota da Prussia, sem recursos culturais e científicos. A questão do "atraso" em tornar-se matemático famoso na universidade foi, por muito tempo, controverso. Quando enfim ele foi, após 13 anos, "descoberto" e convidado a assumir uma posição em Berlim, um antigo colega da época em que estudara em Münster, Hermann Heilermann, contou-lhe que Gudermann havia prognosticado, à turma dele, que Weierstraß se tornaria em poucos anos professor de matemática numa das primeiras universidades alemães:

> unser verehrter Lehrer Gudermann (sagte): 'In Zeit von wenigen Jahren wird der Herr Weierstraß Professor der Mathematik an einer der ersten Universitäten Deutschlands sein'. In Bezug auf die Zeit hat sich freilich Gudermann geirrt.

Mas além da riqueza de informações e dados sobre o contexto, em particular acadêmico, da matemática na Europa, o *Nachlass* constitui uma fonte muito preciosa para a história da análise e as pesquisas sobre os fundamentos da análise.

QUESTÕES DOS FUNDAMENTOS

O conjunto da correspondência entre Weierstraß e Du Bois-Reymond permite um acesso pertinente ao desenvolvimento de tais conceitos. A descoberta que alarmou todo o mundo matemático àquela época foi a apresentação de uma função que é contínua, mas que não têm derivada em nenhum ponto, por Weierstraß em 1872. Caracteristicamente, Weierstraß tornou pública este resultado apenas lendo uma comunicação em uma reunião da classe matemática da

Academia de Berlim, e não se preocupando em publicá-la de maneira impressa. Foi então Du Bois-Reymond que solicitou permissão para publicar este "tesouro", o que Weierstraß concordou; e acabou publicado na revista *Journal für reine und angewandte Mathematik* (a chamada revista de Crelle). Mas antes da publicação que aconteceu somente em 1875, eles se corresponderam intensamente sobre o origem do problema no novo conceito de função nas teorias de series trigonométricas de Fourier, e os desenvolvimentos destas teorias por Dirichlet. Um ponto crucial para se entender bem a importância daquela função concebida por Weierstraß foi se um exemplo de uma função apresentada por Riemann teria prioridade.

De fato, esta discussão evidencia uma certa rivalidade entre a chamada escola de Berlim e a escola de Göttingen, e documenta que houve pouca comunicação entre elas, e que Weierstraß tentou obter mais informações por meio de antigos alunos de Riemann. Weierstraß contou ao Du Bois-Reymond que Riemann teria indicado, já no ano 1861, a alguns dos seus alunos, que uma função semelhante:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n^2 x)}{n^2}$$

não tem uma derivada – porém sem dar uma demonstração e sem ter expresso se esta função tem, em algum ponto, quociente diferencial definido (Mittag-Leffler 1923a, 199) – a qualidade nova do exemplo de Weierstraß. De fato, Dirichlet já havia indicado o famoso exemplo de uma função com valores distintos em pontos racionais e em pontos irracionais.

Depois da publicação, surgiu uma controvérsia com o matemático francês Gaston Darboux, que reinvindicou prioridade na descoberta por ter publicado primeiro um exemplo de uma tal função, em março de 1874. A reivindicação é ainda mais estranha porque, em uma carta de 1872 de Darboux a um colega francês, ele contou ter conhecimento do que Weierstraß havia apresentado oralmente uma comunicação sobre tal conceito um pouco antes, na Academia de Berlim.

Weierstraß não quis entrar em debate com Darboux porque ele já havia sido obrigado reinvindicar, na Academia de Paris, a prioridade para uma descoberta de sua aluna Kowalewskaja em referencia ao mesmo Darboux, e então incitou Du Bois-Reymond a enviar o artigo publicado ao Darboux, com alguns comentários. A resposta de Darboux é reveladora, não somente porque ele ainda defendeu a sua pretendida prioridade, mas também porque ele explicou estar deixando esta área de fundamentos por considerá-la nociva para o papel social da matemática na França contemporânea:

> Vous paraissez attacher une grande importance aux fonctions qui n'ont jamais de dérivée; pour moi qui suis placé dans un milieu où le genre d'études dont nous nous occupons est très contesté et ne peut même que faire du tort à ceux qui s'ont occupent, il me semble que le pas le plus considérable a été fait quand on a trouvé des fonctions continues qui n'ont pas de dérivée pour une infinité de valeurs de la variable indépendante comprises dans tout intervalle. Ce qu'on admettait autrefois est que l'on cherchait à démontrer c'est que toute fonction a une dérivée. Sauf en des points exceptionnels en nombre limité. Cette idée a été renversée par des fonctions telles que celles de M. Schwarz et Hankel. Certainement il est très intéressant de donner des fonctions n'ayant jamais de dérivée, mais l'ancienne notion était démolie par les exemples de Hankel et de Riemann. (apud Schubring 2012, em prelo).

A controvérsia não causou dano nas relações de Weierstraß com os matemáticos franceses. De fato, ele prosseguiu em correspondência construtiva até mesmo com Darboux, havendo, além disto, até uma competição sobre quem poderia traduzir um novo trabalho de Weierstraß.

O trabalho de Du Bois-Reymond, apoiado por Weierstraß, concentrou-se na teoria das séries, em particular as séries de Fourier. Analisando o trabalho de Dirichlet de 1829, provando a convergência das series de Fourier, Du Bois-Reymond tentou aprofundar as condições sob quais funções descontínuas podem ser representadas por uma série convergente e também podem revelar casos de divergência. A teoria de Fourier mostrou-se nestas pesquisas dos anos 1870 como o campo que permitiu o surgimento do novo paradigma de análise rigorosa. Nos anos 1880, estas pesquisas foram estendidas nas investigações sobre o conceito da integral, desta vez partindo também dos trabalhos de Dirichlet, mas visando em particular conseguir mais rigor no conceito da integral de Riemann.

Vale destacar que Du Bois-Reymond foi particularmente entusiasmado pelo conceito do infinitamente pequeno, ao qual ele tentou o dar um sentido. Porém, Weierstraß respondeu a uma das suas reflexões, mais líricas do que matemáticas, com uma conceitualização clara. Du Bois-Reymond, comentando as famosas funções de Weierstraß, refletiu sobre o infinitamente pequeno. Ele exclamou que a função lhe parecia ser uma prova da existência do infinitamente pequeno; sem poder ainda formulá-lo de maneira clara, ele teve a idéia de analogisar o infinitamente pequeno com o infitnitamente grande, que também escapava aos sentidos, mas que ninguem dúvida sobre sua existência:

> Was mich an Ihren Beispielen so ergreift, ist, daß sie mir ein Beweis für <u>die Existenz des Unendlichkleinen</u> zu sein scheinen. Ich kann das noch nicht klar formulieren, aber es schwebt mir in immer schärferen Umrissen vor der Seele. Das Unendlichkleine ist unbegreiflich, aber spricht was gegen seine Existenz? Das Unendlichgroße ist auch nicht faßbar und wer zweifelt an seiner Existenz! (15.12.73).

E Weierstraß o respondeu em 21.12.1873: É necessário distinguir se se parte da conceitualizaçao pela geometria e física ou pela álgebra. O segundo caso, construindo a análise a partir da álgebra, portanto pelo conceito de número e das operações com ele, seria o único que permite fundamentar a análise por meio de rigor científico:

> Inbetreff des Unendlichkleinen will ich nur bemerken, daß sich die Ansichten darüber wesentlich verschieden gestalten, je nachdem man von geometrischen und physikalischen Vorstellungen ausgehend, also

> mit dem Begriff der extensiven Größe, das Gebiet der Analysis betritt oder von der Algebra aus, d.h. dem Zahlbegriff und den mit demselben notwendig gegebenen arithmetischen Grundoperationen. Ich halte den letzteren Weg für den, auf welchem allein sich die Analysis mit wissenschaftlicher Strenge begründen läßt und alle Schwierigkeiten sich beseitigen lassen. Aber freilich ist dies eine Ansicht, die nur dadurch, daß sie konsequent und vollständig in allen Theilen der Analysis durchgeführt würde, zu begründen wäre. (Mittag-Leffler 1923a, 203f.)

Du Bois-Reymond costumava criticar outros matemáticos muito severamente. Uma vez, Weierstraß se viu obrigado a vetar que ele censurasse Fourier descrevendo-o como um iniciante, num artigo submetido ao jornal de Crelle:

> er operiert darauf los in einer Weise, die man heutzutage selbst einem Anfänger nicht zugute halten würde,

como se houvesse perdido o respeito, visto que Fourier havia iniciado todo um momento teórico que teria determinado os próprios trabalhos de Du Bois. (6.6.1875). E Koenigsberger apontou a obsessão do Du Bois-Reymond por problemas exóticos e insolúveis, numa carta de 1869, falando que lecionar o teria obrigado a aprender e deixar ao lado a busca por resolver problemas insolúveis:

> Du-Bois hat sich entschieden zu seinem Vortheile verändert; er ist dadurch, daß er manche Vorlesung gehalten, gezwungen worden, etwas zu lernen und nicht bloß der Lösung seiner unlösbaren Probleme nachzugehen.

Enquanto na correspondência com du Bois-Reymond o foco foi nos fundamentos da análise, na correspondência com Koenigsberger e com Kronecker estão como temas principais: equações differenciais, funções elípticas, funções theta, formas aritmético-algebraicas. A correspondência contém então uma grande riqueza de informações substanciais sobre desenvolvimentos conceituais.

O CONFLITO ENTRE KRONECKER E WEIERSTRAß

No entanto, quero falar aqui do surgimento do conflito entre Kronecker e Weierstraß. É bem conhecido que o conflito emerge com posições diametralmente opostas quanto aos fundamentos da matemática, porque Kronecker tornou-se um dos primeiros propagadores do finitismo na matemática, e em particular na análise. Evidentemente, a epistemologia finitista de Kronecker ficou em conflito fundamental com o programa de funções analíticas de Weierstraß.

As cartas mostram, no entanto, mais uma outra dimensão chave do conflito entre os dois matemáticos: Kronecker tornou-se cada vez mais convencido de que ele era o autor de tudo o que havia de novo na matemática. Assumindo tal postura, ele escreveu ao Weierstraß, embora sendo seu amigo desde décadas, criticando-o por um artigo submetido que não indicava a prioridade de Kronecker quanto a formas bilineares, e referindo-se a uma própria publicação de 1868:

> Jene meine Untersuchungen bildeten für mich den Eingang und die Veranlassung zu meinen Studien über algebraische Formen. Wenn also überhaupt Weierstraß' Name bei dieser Frage nochmals zu erwähnen ist, (ich habe ihn ja deutlich in <u>meiner</u> Mitteilung citiert) so müßte hervorgehoben werden, daß die fundamentale Beziehung zwischen der Thetatransformation und der der bilinearen Formen von <u>mir</u> herrührt. (carta 9.11.1883)

Kronecker exclamou aí mesmo: "da Sie mit dem Wissen von allen diesen Resultaten unter meinen Augen aufgewachsen sind" – chamando Weierstraß então o seu aluno –, e: "Sie unterschätzen die Bedeutung der Grundlagen, auf denen Sie weiterarbeiten" – colocando que Weierstraß somente extendera os fundamentos estabelecidos por ele. Kronecker ousou então impedir a publicaçao de um artigo de Weierstraß, sobre funções elípticas, no jornal de Crelle.

De fato, Weierstraß comentou com Kowalewskaja, que Kronecker aumentava cada vez mais sua vaidade e que ele acreditava na loucura ("Wahn") de que tudo que era bom na matemática derivava diretamente ou indiretamente dele mesmo, e de que qualquer outro era ruim (Biermann 1966, 210f.).

Matemáticos como du Bois Reymond apoiaram Weierstraß nesta disputa sobre os fundamentos e a epistemologia. Du Bois-Reymond até tentou o consolar, falando que de um lado é difícil conseguir argumentar contra uma posição tão hermética como a de Kronecker; mas exprimiu sua convicção de que ele não poderia destruir nada – somente induzia o efeito de que uma língua breve e clara estaria sendo substituída por circumscrições complicadas:

> Aber er kann doch eigentlich auch Nichts zerstören, er kann nur an die Stelle von kurzer und deutlicher Sprache eine weitläuftige Umschreibung setzen. [ ] Was ist aber mit einer solchen complicirten Umschreibung gewonnen? Zeit ist verloren, das ist Alles (carta do 10.6. 1888).

SOFJA KOWALEWSKAJA E WEIERSTRAß

Sofja Kowalewskaja (1850-1891), nascida na Rússia, começou estudar matemática em Heidelberg em 1869, com Koenigsberger. Já na universidade de Heidelberg, no grã-ducado de Baden, levantou-se o problema de admitir estudantes do sexo feminino. Houve a recusa de sua matricula como estudante regular, e ela somente foi admitida por decisão excepcional, apenas nas aulas de matemática. Depois de três semestres em Heidelberg, ela quiz de mudar para Berlin a fim de estudar com Weierstraß. Aí, o Conselho Supremo – *Senat* – já havia recusado o pedido de Weierstraß de admitir a aluna russa sob os mesmos termos como em Heidelberg. Visto a ausência de alunos, devido a guerra alemã-francesa, para o novo semestre, Weierstraß estava preparando uma renovação do pedido para a próxima reunião do *Senat* e pediu então ao Koenigsberger, em uma carta do 25 de outubro 1870, informações para melhor justificar o pedido. Assim, ele pediu a opinião de Koenigsberger sobre a qualificação da aluna para estudos científicos, e em particular para participar em aulas sobre funções hyper-elipticas. Além disto, Weierstraß sinalizou que precisava de uma confirmação sobre a "personalidade" da aluna – o que significava informações sobre suas qualidades morais, porque – como Weierstraß sublinhou com bastante ironia – achava-se demais esquisito na universidade o fato de que uma jovem dama quizesse estudar matemática:

> Um so schwerer trifft es uns, dass der – bis jetzt - unbeugsame Wille des hohen Senats uns nicht einmal den Ersatz gönnen mag, der uns aus den Händen in der Person Ihres bisherigen weiblichen Zuhörers geboten wird, und – mit den richtigen Gewichts-Coefficienten versehen – vielleicht ein recht werthvoller sein möchte. Sie wuerden mich übrigens verpflichten, wenn Sie mir über diese Dame und deren Befähigung zu tiefern mathematischen Studien Ihre Ansicht mittheilen wollten. Diese würde mir um so mehr erwünscht sein, als in der nächsten Senats-Sitzung - heute über 8 Tage – das Gesuch derselben um Zulassung zu den mathematischen Vorlesungen nochmals zur Sprache kommen wird, und ich dieses Gesuch befürworten wuerde, wenn ich, auf Ihr Urtheil mich stützend, meine Überzeugung dahin aussprechen könnte, dass die Dame wirklich wissenschaftlichen Beruf habe. Wie sie mir sagt, hat sie mehrere Semester bei Ihnen Vorlesungen gehört, namentlich auch elliptische Functionen, und möchte ungern weiter gehn. Könnte ich erwarten, daß sie dazu befähigt sei, wäre sie z.B. im Stande, wenn ich ihr Ausarbeitungen über hyperelliptische Functionen gaebe, mit meiner Unterstützung sich darin zurechtzufinden; so würde ich gern bereit sein, ihre Bestrebungen auf alle Weise zu fördern. Sie warden es aber begreiflich finden, daß ich nicht gerne etwas anfangen moechte, was sich vielleicht nicht durchführen läßt.
>
> Daß die Persönlichkeit der Dame die erforderlichen Garantien bietet – ein Punct, auf den es bei der Verhandlung im <u>Senat</u> ebenfalls ankommen wird – darf ich, da sie längere Zeit an Ihrer Universität studirt hat, wohl voraussetzen. Doch würde mir eine ausdrückliche Versicherung hierüber gleichfalls willkommen sein, da man sich hier in eine so ungewöhnliche Erscheinung, daß seine junge Dame <u>Mathematik</u> studiren will und sich nicht scheut, ein Local wie unser Auditorium 17 es ist, zu betreten, gar nicht recht finden kann (Mittag-Leffler 1923b, 230).

De fato, já a terminolgia utilizada – "Dame", então dama, em vez de "Studentin", aluna – sublinha que para ambos o pedido da

Kowalewskaja configurava-se como excepcional demais. A resposta imediata de Koenigsberger, do 28 de outubro, apresenta um documento revelador da cultura da época, tornando explícitas as grandes reservas da comunidade acadêmica quanto ao estudo da matemática por mulheres.

Quanto à questão "moral", Koenigsberger foi capaz afirmar que ela era casada, embora sem filhos, e que o casamento não foi meramente formal, mas real – como as esposas dos seus colegas haviam relevado: "por pesquisas de caracter especificamente feminino". Koenigsberger se manifestou satisfeito por que ela não se comportou de maneira feminista – aparamente um horror para a sociedade ainda dominada por valores masculinos. Ela mesma não havia estabelecido relações com os alunos. Koenigsberger não hesitou em acrescentar a sua opinião, compartilhada com seus colegas, que, em geral, mulheres não deveriam estudar nas universidades:

> Was zuerst die persönlichen Verhältnisse der Frau v. Kowalewska angeht, so ist dieselbe – wenn auch bis jetzt und vielleicht für alle Zukunft ohne Erfolg – seit einigen Jahren verheirathet und zwar mit dem Bruder des bekannten russischen Statsforschers [?] Kowalewski; der Mann war ein halbes Jahr hier, um Botanik zu treiben und hält sich seit fast einem Jahr zu weiteren Studien in München auf. Daß übrigens der Mann nicht nur ein adoptirter ist, wie zuerst von uns allen angenommen worden, ist einerseits durch specifisch weibliche Nachforschungen der Frauen meiner Collegen constatirt worden, andererseits aber auch durch den Onkel der Dame, den russischen geh. Staatsrath Grafen Adelung [...] bestätigt worden. Übrigens besitzt jene Dame nichts von dem, was man sonst von emancipirten Frauen zu finden gewohnt ist und hat bis jetzt erfahrungsmäßig auf die Heidelberger Professoren einen ungleich größeren Eindruck gemacht als auf die Studenten, zu denen sie in keiner Weise in persönliche Beziehungen trat. Ich glaube daher, daß Ihre Universität durchaus keine Gefahr läuft, wenn sie dieser Dame die Erlaubniss ertheilt, mathematische Vorlesungen zu hören, wenn ich auch freilich so wie mehrere andere meiner Collegen der Ansicht bin, daß man im Allgemeinen dem weiblichen Geschlecht die Berechtigung Vorlesungen an der Universitaet zu hören, vorenthalten muss.

Quanto à primeira questão de Weierstraß, Koenigsberger fez um relato completo dos cursos que ela estudou em Heidelberg, mas exprimiu-se de maneira reservada sobre a qualificação, atribuindo-lhe grande diligencia. Porém, quanto aos trabalhos elaborados, ele foi obrigado afirmar que eles foram bons e independentes. Revelador é o relato de que ele a excluiu de uma participação ativa nos seminários: ele achou não conveniente "deixar uma dama fazer demonstrações no quadro".

> Um nun noch einige Worte über die wissenschaftliche Befähigung dieser Dame hinzuzufügen, will ich bemerken, daß sie im Sommersemester 1869 bei mir elliptische Funktionen und Einleitung in die höhere Analysis, im Wintersemester 69/70 Theorie der Linien und Flächen und höhere Algebra, im Sommersemester 1870 Variationsrechnung und synthetische Geometrie gehört hat, daß sie ferner während der drei Semester an den Übungen meines Unter- und Oberseminars Theil genommen und im Oberseminar, worin ich mich der Reihe nach mit der Theorie der hypergeometrischen Reihe, der Transformation der elliptischen Funktionen und der Theorie der $U_n^{(x)}$-Funktion von Hermite beschäftigt habe, auch gute selbständige Arbeiten eingereicht hat, während der Übungen und Vorträge in den Seminarstunden selbst habe ich von ihrer Anwesenheit keine Notiz genommen, da es wohl nicht gut angeht, eine Dame an der Tafel demonstriren zu lassen. Da ich außerdem nicht selten Gelegenheit gehabt, mit ihr über meine Vorlesungen und ihre Seminararbeiten zu sporechen, so glaube ich mich überzeugt halten zu dürfen, daß sie Ihre Vorlesung über elliptische Funktionen recht wohl zu verstehen im Stande ist und bei dem großen Fleiße, der ihr eigen ist, sehr bald befähigt sein wird, auch Ihre Ausarbeitungen über hyperelliptische Funktionen zu verstehen. Da sie jedoch bei mir elliptische Funktionen in ihrem ersten Studiensemester gehört, so wird sie wohl noch Manches an den schwierigeren Theilen der elliptischen Funktionen noch nicht recht in sich aufgenommen haben und es daher jedenfalls gut sein, daß sie erst Ihre Wintervorlesung hört, bevor Sie mit ihr in hyperelliptische Beziehung treten. Frau von Kowalewska hat übrigens auch alle von Kirchhoff und Helmholtz gehaltenen experimentellen und mathematisch-physikalischen Vorlesungen gehört.

Apesar dos esforços de Weierstraß, o Senat/conselho superior da Universidade de Berlim recusou não somente matriculá-la como aluna regular como também não a admitiu como ouvinte nas aulas de matemática. Weierstraß resolveu o problema por um meio extraordinário: ele deu aulas privadas, somente para ela (ver Mittag-Leffler 1923c). Como se sabe, Kowalewskaja foi a primeira mulher a obter uma posição de professor universitário, em Estocolmo.

CONCLUSÃO

Os resultados da análise dão acesso ao novo centro de produção matemática desde a segunda metade do século XIX. Analisando as demais partes deste *Nachlass*, há de aprofundar e estender o entendimento do desenvolvimento desta comunidade matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Fontes

Geheimes Staatsarchiv Preußischer Kulturbesitz

I. HA, Rep. 92 Weierstraß (M):

Publicações

BIERMANN, Kurt-R. "Karl Weierstraß. Ausgewählte Kapitel seienr Biographie", *Journal für reine und angewandte Mathematik*, 1996, *223*: 191-220.

DU BOIS-REYMOND, Paul "Versuch einer Classification der willkürlichen Functionen reeller Argumente nach ihren Aenderungen in den kleinsten Intervallen", *Journal für reine und angewandte Mathematik*, 1875, *79*: 21-37.

MITTAG-LEFFLER, Gösta (éd.), "Weierstrass, K.: Briefe an Paul du Bois-Reymond", *Acta Mathematica*, 1923, tome 29, 199-225. [1923a].

MITTAG-LEFFLER, Gösta (éd.), "Briefe von K. Weierstrass an L. Koenigsberger", *Acta Mathematica*, 1923, tome 29, 226-239. [1923b].

MITTAG-LEFFLER, Gösta, "Weierstrass et Sonya Kowalewsky", *Acta Mathematica*, 1923, tome 29, 133-198. [1923c].

SCHUBRING, Gert. "Warum Karl Weierstraß beinahe in der Lehrerprüfung gescheitert ware", *Der Mathematikunterricht*, 1989, *35: 1*, 13-29.

SCHUBRING, Gert. "An unknown part of Weierstraß's *Nachlaß* ", *Historia Mathematica*, 1998, *25*: 423-430.

SCHUBRING, Gert, "Lettres de mathématiciens français à Weierstraß – documents de sa réception en France". Em volume de homenagem a *x* [persona nao ainda o deve saber; até fevereiro de 2012], org. Pierre Crepel (em prelo).

LOGARITMOS EM PORTUGAL (SÉCS. XVII E XVIII)

JOÃO CARAMALHO DOMINGUES[1]

Centro de Matemática – UMinho - CMAT-UM
Campus de Gualtar – Portugal

jcd@math.uminho.pt

SAMUEL GESSNER[2]

Centro Interuniversitário de História das Ciências e da Tecnologia - CIUHCT
Campus de Lisboa – Portugal

samuel.gessner@gmail.com

CARLOS CORREIA DE SÁ[3]

Departamento de Matemática – FCUP
Centro de Matemática da Universidade do Porto – CMUP – Portugal

csa@fc.up.pt

Resumo: Os logaritmos, inventados em 1614, chegaram relativamente cedo em Portugal: aparecem em dois manuscritos de 1638 associados à Aula da Esfera. Até meados do séc. XVIII são regularmente ensinados em diversas instituições, sempre como instrumentos para facilitar os cálculos trigonométricos. Mais tarde, começam a ser introduzidos no contexto da aritmética, surgindo exemplos de aplicações não trigonométricas. A partir da Reforma Pombalina da Universidade, entram no campo da análise. Com José Anastácio da Cunha há um tratamento analítico inovador a nível europeu.

Palavras chave: Logaritmos, Portugal, século XVII, século XVIII.

---

1 Participação neste trabalho parcialmente financiada por Fundos FEDER através do Programa Operacional Factores de Competitividade – COMPETE e Fundos Nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia no âmbito do projecto PEst-C/MAT/UI0013/2011.

2 Participação neste trabalho financiada por Fundos Nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia no âmbito do projecto FCT/MCTES, SFRH/BPD/35072/2007.

3 Participação neste trabalho financiada por Fundos FEDER através do Programa Operacional Factores de Competitividade – COMPETE e por Fundos Nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia no âmbito do projecto PEst-C/MAT/UI0144/2011.

LOGARITHMS IN PORTUGAL (17TH AND 18TH CENTURIES)

Abstract: Logarithms, invented in 1614, arrived in Portugal relatively early: they appear in two manuscripts dated 1638 related to the "Aula da Esfera" in Lisbon. Until mid-18th century, they are regularly taught at several schools, always as tools for facilitating trigonometrical computations. Later, they are introduced in the context of arithmetic, and examples of non-trigonometrical applications appear. With Pombal's Reform of the University (1770s), logarithms enter the field of analysis. Finally, with José Anastácio da Cunha there is an analytical treatment that is innovative on the European level.

Keywords: Logarithms, Portugal, 17th century, 18th century.

OS LOGARITMOS NA EUROPA

A história dos logaritmos na Europa dos sécs. XVII e XVIII é bem conhecida (NAUX, 1966-1971; BARBIN et al., 2006; JAGGER, 2003). Nesta secção pretendemos apenas recordar as linhas gerais da sua evolução.

A primeira[4] publicação sobre logaritmos deve-se ao escocês John Napier, ou Neper, (1550-1617) e data de 1614, incluindo uma tabela de logaritmos de senos – o objectivo assumido é simplificar cálculos trigonométricos. No entanto, os logaritmos originais de Napier têm algumas características que são rapidamente abandonadas (p. ex.: são decrescentes e o logaritmo de 1 não é 0). Em colaboração com Napier, o inglês Henry Briggs (c.1561-1630) introduz alterações conduzindo aos logaritmos decimais. Briggs define logaritmos como números com diferenças iguais (ou seja, em progressão aritmética) ligados a números proporcionais (em progressão geométrica). Escolhe 0 como logaritmo de 1 e 1 como logaritmo de 10.[5] Publica uma pequena tabela dos logaritmos dos números de 1 a 1000 (para ser usada em conjunto com tabelas

---

4 Não nos ocuparemos do trabalho independente do suíço Joost Bürgi (1552-1632), que só publicou as suas tabelas em 1620.

5 Na realidade, nas tabelas usou 10^{14} como logaritmo de 10 – o que corresponde a considerar 14 casas significativas, mas utilizando apenas números inteiros.

trigonométricas) em 1617 e outra maior em 1624 (logaritmos dos números 1 a 20000 e 90000 a 100000). Em 1628 o holandês Adriaan Vlacq (1600-1667) publica uma versão completada desta tabela, com os logaritmos dos inteiros até 100000 e dos senos, tangentes e secantes dos ângulos de 0º a 90º (minuto a minuto). Nas décadas de 20 e 30, Edmund Gunter (1581-1626), William Oughtred (1574-1660) e outros propõem instrumentos de cálculo baseados nas propriedades logarítmicas.

Os logaritmos têm uma rápida difusão pela Europa. Na Alemanha, Benjamin Ursinus (1587-1633) republica as tabelas de Napier em 1618 (e aumenta-as em 1624); Johannes Kepler (1571-1630) publica uma versão ligeiramente modificada dos logaritmos de Napier nos anos 1620; Georg Ludwig Frobenius (1566-1645) publica logaritmos decimais (tabelas de Briggs) em 1634. Em França, o primeiro tratado de Napier é reeditado em 1619; Denis Henrion (?-c.1632) e o inglês Edmund Wingate (1596–1656) publicam sobre logaritmos (briggsianos) e instrumentos logarítmicos na década de 1620. Nos Países Baixos, como vimos, Vlacq publica tabelas em 1628. Em Itália, Bonaventura Cavalieri (1598-1647) introduz os logaritmos (já os briggsianos) em 1632, num livro sobre cálculos astronómicos. Em Espanha, Luís Carduchi (?-1657) terá feito uma tradução aumentada de um texto francês sobre logaritmos (talvez de Henrion) – tradução hoje perdida, mas que Carduchi menciona em 1637 no prefácio a uma edição dos *Elementos* de Euclides; o escocês Hugh Sempill, ou Hugo Sempilio, (1596-1654) usa logaritmos no seu ensino no Colégio Imperial de Madrid, jesuíta, por volta de 1646-48 (NAVARRO-LOIDI & LLOMBART, 2008, p. 85-86). A partir de meados do séc. XVII os logaritmos originais de Napier parecem esquecidos por toda a Europa; as tabelas, que são publicadas em grande número, baseiam-se sistematicamente nas de Briggs e Vlacq; apenas depois da Revolução Francesa haveria uma tentativa de fazer tabelas verdadeiramente novas, mais exactas e usando o sistema centesimal de medida de ângulos (GRATTAN-GUINNESS, 2003).

Paralelamente a esta vertente utilitária, a partir de meados do século XVII os logaritmos vão ganhando lugar em estudos de geometria e análise. Em 1647 é publicado um livro do jesuíta flamengo Gregório de S. Vicente (1584-1667) onde aparece o resultado de que as áreas entre uma hipérbole e uma sua assíntota determinadas por pontos nesta em progressão geométrica são iguais; em 1649, o seu compatriota e discípulo Alphonse Antonio de Sarasa (1618-1667) torna explícita a ligação aos logaritmos. Em 1668 Nicolaus Mercator, ou Kauffmann, (c. 1620-1687) publica um cálculo dessas áreas, para hipérboles equiláteras, através de uma série e utiliza a expressão "logaritmos naturais" para os logaritmos assim obtidos; em notação moderna, Mercator obtém a expansão:

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$$

No mesmo ano, James Gregory (1638-1675) publica uma série que converge bastante mais rapidamente; em notação moderna:

$$\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = 2\left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \cdots\right)$$

ou

$$\ln(y) = 2\left(\frac{y-1}{y+1} + \frac{1}{3}\left(\frac{y-1}{y+1}\right)^3 + \frac{1}{5}\left(\frac{y-1}{y+1}\right)^5 + \cdots\right)$$

O aparecimento do método das fluxões de Isaac Newton (1643-1727) e do cálculo diferencial e integral de Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) só vem reforçar a importância dos logaritmos naturais; em 1697 Johann Bernoulli (1667-1748) escreve explicitamente $l\,x = \int \frac{dx}{x}$. No curso completo de matemáticas (WOLFF, 1713-1715) do alemão Christian Wolff (1679-1754) pode ver-se um esquema que se tornaria dominante algumas décadas depois: os logaritmos são introduzidos na secção de aritmética, sendo privilegiados os logaritmos decimais; estes são utilizados na secção de trigonometria; na secção de análise infinitesimal são introduzidos e utilizados os logaritmos hiperbólicos.

O culminar da conversão dos logaritmos à análise acontece na *Introductio in Analysin Infinitorum* (1748) de Leonhard Euler (1707-1783), onde a função logaritmo (com uma dada base) é definida como a inversa da função exponencial (com a mesma base).[6]

PRIMEIRAS OCORRÊNCIAS DE LOGARITMOS EM PORTUGAL

Em Portugal, a difusão do conceito dos logaritmos parece ter passado principalmente pelo ensino matemático praticado, com grande continuidade, na chamada "Aula da Esfera", uma cadeira particular, com ensino em vernáculo (e não em latim), incluída no colégio jesuíta de S. Antão em Lisboa.[7] Existem documentos que indicam que os lentes da cadeira, nomeadamente Stafford, Fallon, Rishton, recorreram à noção dos logaritmos durante este período.

O mais antigo documento conhecido que atesta o uso dos logaritmos em Portugal é datado de 1638. Trata-se dum manuscrito que oferece uma exposição sistemática da Trigonometria da autoria de Inácio Stafford (1599-1642) (ou Estaforte), professor na Aula da Esfera entre 1630 e 1636. O mesmo autor descreve também o uso de escalas

6 Por essa altura, Euler está envolvido num debate aceso com Jean le Rond d'Alembert (1717-1783) sobre a questão de os logaritmos dos números negativos serem reais ou imaginários (BRADLEY, 2007); a solução de Euler, publicada em 1751, é exactamente a moderna, onde cada número tem uma infinidade de logaritmos em $\mathbb{C}$.

7 Para uma introdução actualizada sobre o ensino científico na Aula da Esfera veja-se LEITÃO (2007). Grande parte dos documentos associados a essa actividade encontra-se hoje na Biblioteca Nacional de Portugal, em Lisboa, que editou um catálogo sobre este assunto: LEITÃO & MARTINS (2008). Por vezes, a instituição é designada por "Real Academia Mathematica del Collegio de S. Antõ" ou "Real Colégio de S. Antão", o que reflete a sua importância como escola de nobres e quadros técnicos do reino desde fins do século XVI até 1759.

logarítmicas em vários instrumentos na sua "Aritmetica" (1638b), igualmente conservado num único manuscrito. Stafford recebeu a sua formação inicial no colégio inglês de Valladolid, dirigido por jesuítas, antes de chegar a Lisboa em 1624 onde prosseguiu a sua formação em matemática.

O manuscrito *La trigonometria rectilinea y spherica geometrica logarithmica* (STAFFORD 1638a), que tem por objecto principal a resolução de problemas trigonométricos planos e esféricos, oferece no seu princípio uma exposição muita explícita da construção e da utilização das tábuas logarítmicas, indicando definições e uma série de propriedades dos logaritmos apresentados sob a forma de lemas. Aparece aqui a definição de logaritmo por progressões aritmética/geométrica:

> Logaritmos son numeros de la misma progression arithmetica que acompanhan numeros de la misma proporcion geometrica. o. son numeros equedifferentes applicados a otros proporcionales. [...]. (STAFFORD, 1638a, fl. 4rº)

Transcrevendo para uma notação moderna os lemas mais relevantes:

Lema 9: $\log C + \log D = \log CD$

Lema 10: $\log G + \log H + \log I + \log K + \log L = \log GHIKL$

Lema 11: $\log B = A$, implica $\log B^n = nA$

Lema 12: $\log B - \log D = \log B/D$

Lema 13: $\log A - (\log B + \log D + \log F) = \log A/(BDF)$

Lema 14: $(\log N^{fe})/(fe) = \log N$

Todos estes lemas são enunciados retoricamente. Por exemplo, a redacção do Lema 11 é a seguinte:

> A logaritmo de qualquier numero B, multiplicado por el numero o figura denominante, o exponente de qualquier potestad es igual com el logarithmo de la tal potestad del mismo numero B. (STAFFORD, 1638a, fl. 6rº)

Estas propriedades verificam-se no caso dos logaritmos decimais e postulando log 1 = 0, facto que Stafford indica com as seguintes palavras:

> Estos 14 lemmas comprehenden en pocas palabras la quinta essencia logarithmica, y asseguran las operaciones Mathematicas que facilitan. [...] los precedentes lemmas acreditan la especie de logaritmos, en que uno, o mas ceros es el logarithmo de 1; 1, con qualesquier numero de ceros el logarithmo de 10. [...]. (STAFFORD, 1638a, fl. 6vº)

Destas propriedades é feito uso numa segunda obra de Stafford, que sobrevive em manuscrito, e que se refere várias vezes à *Trigonometria* que, portanto deve ter precedido esta: "Arithmetica practica geometrica logarithmica" (1638b, p. 1-277). Apesar de esta obra seguir uma estrutura semelhante à dos tratados de Aritmética tradicionais, Stafford usa também tábuas logarítmicas e instrumentos matemáticos – os principais são "a pantómetra", o "rádio geométrico", e "a gramelogia", que correspondem ao compasso proporcional (*sector*) e à balestilha (*cross-staff*) publicados por Edmund Gunter em 1623 e ao instrumento logarítmico circular (c*ircles of proportion*) inventado por William Oughtred e divulgado em 1632. O rádio geométrico e a gramelogia contêm ambos escalas que se equiparam às tábuas dos logaritmos decimais e dos logaritmos do seno e da tangente. Os trabalhos de Stafford evidenciam que os instrumentos de Gunter e Oughtred circularam em Lisboa poucos anos após a sua publicação, o que pode ter sido facilitado pelo conhecimento da língua inglesa do Padre Stafford.

Figura 1: Gramelogia, segundo a descrição de Oughtred, attribuida ao fabricante Elias Allen (ca.1588 - 1653), Londres, década de 1630, em depósito no Museu Nacional de História Natural e de Ciência da Universidade de Lisboa (MNHNC-UL, No. inv. 00501), Foto A. Cabral.

Do sucessor de Stafford, o jesuíta Simão Fallon (ca. 1604-1642) (ou Falónio), não se conhecem obras dedicadas explicitamente à apresentação do conceito ou do uso dos logaritmos. No entanto, nas suas aulas sobre assuntos astronómicos e astrológicos recorre aos logaritmos para efectuar cálculos sem mais explicações.

Conhece-se também um manuscrito intitulado *Os sinquo liuros do compendio das siensias matematicas* (MELO TORRES, 1641), cujos conteúdos, compilados por Francisco de Melo Torres (futuro marquês de Sande), foram ensinados por Fallon, segundo (MOTA, 2011, p. 300). Este tratado revela-se muito escasso em conteúdo técnico e é dedicado sobre tudo à subdivisão das várias sub-disciplinas matemáticas e ao glossário especializado. É no entanto interessante porque os logaritmos não surgem como parte da trigonometria, mas como parte da aritmética.

Mais tarde, outro professor da Aula da Esfera, João Rishton (ca. 1615-1656) (ou Riston, Rashton, originalmente John Farrington) tratará de logaritmos no âmbito do seu *Curso de Mathematica* (RISHTON, 1652-1654), que se conhece pelas notas de um certo João Sarayua. Neste manuscrito, no seguimento de breves tratados sobre trigonometria plana e esférica, aparece um "Compendio da doutrina dos Logorithmos [sic]", onde se dá a definição por progressões aritmética/geométrica e se aponta a utilização dos logaritmos para efeitos de simplificação dos cálculos.

É interessante notar que Rishton deu um parecer sobre a comparação entre o cálculo pelas tábuas e por instrumentos, preferindo o método numérico:

> Não ha dúvida senão na solução dos triangulos por meio das taboadas dos senos, tangentes e secantes, ou por meio dos logarithmos he mais nobre, e perfeita e exacta que qualquer outro modo machanico [sic], ou geometrico contudo quando os ditos modos requerem as taboadas que não estão sempre a mão poremos outros modos que não dependem dellas. (RISHTON, 1652, [f. 96Vº])

OS LOGARITMOS COMO AUXILIARES DA TRIGONOMETRIA (ATÉ 1754)

Durante todo o séc. XVII e a primeira metade do séc. XVIII, os indícios disponíveis apontam para que os logaritmos continuaram a ser usados sobretudo no contexto da trigonometria (plana ou esférica), na Aula da Esfera, na Aula de Fortificação[8] e nos colégios jesuítas de Évora e de Coimbra[9]. Fora desses contextos, é de salientar uma obra dirigida a marinheiros (PIMENTEL, 1712), onde os logaritmos são usados para facilitar a regra de três na lei dos senos, sem explicação – isto é, pressupondo conhecimento prévio do leitor.

Até 1754 foram impressas cinco obras escritas em língua portuguesa em que são tratados os logaritmos:

---

8 Comprovam-no as obras de Luís Serrão Pimentel (1680) e Manuel de Azevedo Fortes (1728) relacionadas com o ensino de engenharia militar nesta aula.

9 Testemunham algumas "teses" de alunos destes colégios. Estas teses, que são mais propriamente folhetos a anunciar uma futura defesa pública de teses de matemática, foram editadas impressas. Muito poucos exemplares sobrevivem até hoje. Uma colectânea existente na Biblioteca Central da Marinha, Lisboa, *Livro de Mathem.*, cota 4.C.4-32 (fundo antigo) contém teses do colégio de Évora dos anos 1695, 1701, 1703, 1725, 1726, 1727 e 1741, assim como uma do colégio de Coimbra de 1719, em que os logaritmos são mencionados.

- o *Methodo Lusitanico* (1680) de Luís Serrão Pimentel;
- o *Engenheiro Portuguez* (1728) de Manuel de Azevedo Fortes;
- a *Trigonometria Plana, e Esferica* (1737) de Manuel de Campos;
- o *Exame de Bombeiros* (1748) de José Fernandes Pinto Alpoim;
- o *Compendio dos Elementos de Mathematica* (1754) de Inácio Monteiro.

Em todas elas, os logaritmos aparecem nos capítulos respeitantes à Trigonometria, com o intuito de facilitar as regras de três que intervêm na resolução de triângulos. São invariavelmente definidos por meio das progressões aritmética/geométrica. Embora os primeiros exemplos sejam mais gerais, nas aplicações à Trigonometria os números 0 e 1 da primeira progressão correspondem sempre aos números 1 e 10 da segunda, pelo que apenas são tratados os logaritmos decimais.

Luís Serrão Pimentel (1613-1679) foi Engenheiro-Mor e Cosmógrafo-Mor do Reino. No seu tratado de fortificação intitulado *Methodo Lusitanico* (PIMENTEL, 1680), após definir logaritmos por progressões aritmética/geométrica, Pimentel apresenta tabelas com exemplos (PIMENTEL, 1680, p. 566):

G

Numeros proporcionaes.	Log. A	Log. B	Log. C	Log. D
1	1	5	5	35
2	2	6	8	32
4	3	7	11	29
8	4	8	14	26
16	5	9	17	23
32	6	10	20	20
64	7	11	23	17
128	8	12	26	14
256	9	13	29	11

K

Numeros proporcionaes.	Log. F	Log. L	Log. M	Log. N
1	4	3	8	47
3	6	7	14	42
9	8	11	20	37
27	10	15	26	32
81	12	19	32	27
243	14	23	38	22
729	16	27	44	17
2187	18	31	50	12
6561	20	35	56	07

Figura 2: Tabelas do *Methodo Lusitanico* com exemplos de logaritmos.

As progressões aritméticas nas colunas D e N são decrescentes, mas nelas apenas se mostram termos positivos.

Pimentel dá vários exemplos de aplicação de logaritmos à resolução de triângulos[10]. No primeiro, dá dois ângulos (32º 20' e 43º 37') e o lado oposto ao primeiro deles (13528 palmos) e pede o lado oposto ao outro ângulo (PIMENTEL, 1680, p. 568). A questão resolve-se por uma regra de três, em consequência da proporcionalidade afirmada pela lei dos senos. Pimentel começa por uma primeira resolução tradicional, mas de seguida resolve novamente a questão, desta vez usando logaritmos (PIMENTEL, 1680, p. 569):

Mas conforme o modo Logarithmico dos modernos ſe devẽ buſcar nas taboas,& diſpor pella ordem ſeguinte a ſaber.
O Logarithmo de 32.gr.20.min.que he ——— 9,7282271
O Logarithmo de 43.gr.37.min. que he——— 9,8387421
O Logarithmo de 13528.que he ——— 4,1312335
E ſommado o ſegundo num . com o terceiro , & da ſomma ——— 13,9699756
Tirarſe o primeiro numero——— 9,7282271
Para que fique o quarto numero ——— 4,2417485
Logarithmo de 17448 . quaſi, quantidade do lado buſcado A D.

Figura 3: Uso dos logaritmos no Methodo Lusitanico para simplificação de cálculos aritméticos envolvidos na resolução dum triângulo.

É claro que os números a que Pimentel chama "Logarithmo de 32.gr.20.min." e "Logarithmo de 43.gr.37.min." não são log 32º 20' e log 43º 37', mas sim log (sen 32º 20') e log (sen 43º 37'), respectivamente.

Pimentel define também complemento logarítmico, chamando-lhe "complemento aritmético" (1680, p. 569-570).[11]

10 Contudo, Pimental não apresenta as tábuas de logaritmos necessárias para isso – não há tábuas de logaritmos no *Methodo Lusitanico*, que não sejam a da Figura 2. Pimentel pressuporia certamente que os alunos tivessem acesso a tábuas independentes (importadas); ele próprio refere as de Vlacq e Gellibrand.

11 *Complemento logarítmico* é o complemento aritmético, isto é, a diferença, de um logaritmo decimal para o múltiplo de 10 imediatamente superior; é muito fácil de determinar e o seu uso permite utilizar adições em vez de subtracções na simplificação da divisão (e portanto utilizar apenas adições na simplificação da regra de três). Este truque remonta a Gunter, que o sugeriu a Briggs, e em Portugal já tinha sido exposto por Stafford em (1638a).

Manuel de Azevedo Fortes (1660-1749) foi membro da Academia Real de História, Brigadeiro de Infantaria e, tal como Pimentel, Engenheiro-Mor do Reino. Foi autor[12] do *Engenheiro Portuguez* (FORTES, 1728), cujo primeiro volume termina com um "Appendice da Trigonometria rectilinea" (p. 455-537), em que são introduzidos logaritmos. Uma vez mais, a definição é por progressões aritmética/ geométrica e o objectivo é o de tornar mais ligeiros os cômputos envolvidos nas proporcionalidades trigonométricas. As demonstrações consistem na apresentação de exemplos numéricos.

Contrariamente a Pimentel, Fortes considera interessante explicar como se constrói uma tabela de logaritmos de base 10 com uma aproximação tão boa quanto se desejar, apresentando o exemplo da construção de $\log_{10}9$ com sete casas decimais.[13] A ideia é associar médias geométricas a médias aritméticas: dado um par de números numa das progressões e o par correspondente na outra progressão, calculam-se o "meio proporcional aritmético", (isto é, a média aritmética) do par que faz parte da progressão aritmética e o «meio proporcional geométrico» (isto é, a média geométrica) do par que faz parte da progressão geométrica, e fazem-se corresponder um ao outro. Como é óbvio, a

---

12 Na Biblioteca Pública de Évora existe um manuscrito da autoria de Manuel de Azevedo Fortes, datado de 1724, que tem o título «Trigonometria Espherica – Modo de riscar e dar agvadas nas plantas melitares»; é o Códice 258 (Manizola). Na parte dedicada ao estudo dos logaritmos, este manuscrito é claramente a base do texto impresso em 1728, com o qual apresenta semelhanças muito marcadas. As diferenças, raras, não dizem respeito ao conteúdo científico das obras. Fortes esmerou-se mais na redacção do *Engenheiro Portuguez*, completando certas frases da "Trigonometria Espherica", e acrescentando outras, com o intuito óbvio de tornar o texto mais claro e a leitura mais fácil.

13 (Fortes, 1728, p. 492-497). Para obter o valor de $\log_{10}9$ com sete casas decimais, Fortes apresenta 26 pares de médias geométricas e aritméticas. Este exemplo era frequente: aparece em (VLACQ, 1670) e em (WOLFF, 1713-1715).

média aritmética calcula-se de modo expedito, mas o cômputo da média geométrica é em geral muito trabalhoso. Vai-se assim adensando a tabela por meio da construção de novos pares, dum modo que evoca o método das *bissecções sucessivas*. No que aos logaritmos diz respeito, esta exemplificação da construção da tábua é o aspecto mais inovador do *Engenheiro Portuguez* relativamente ao *Methodo Lusitanico*.

Para além duma tábua de logaritmos de linhas trigonométricas, Fortes pressupõe uma outra com os logaritmos dos números naturais até 10000. O cálculo de logaritmos de números maior do que 10000 faz-se por um processo que consiste na divisão por uma potência de base 10 (de modo a obter um número que possa ser lido na tábua), na adição da mantissa adequada e, finalmente, numa interpolação (FORTES 1, 1728, p. 503-506). A questão é exemplificada com o cálculo de log(3567894). Suprimindo os três algarismos da direita, obtém-se 3567, que é inferior a 10000. As tabelas dizem-nos que log(3567) = 3·5523031. Portanto, log(3567000) = log(1000 × 3567) = log(1000) + log (3567) = 3·0000000 + 3·5523031 = 6·5523031. Este número é inferior ao pretendido, por 3567000 também ser inferior a 3567894; o valor que se lhe deve acrescentar calcula-se por interpolação linear (FORTES 1, 1728, p. 505).

Ainda a propósito de números «grandes», um aspecto curioso do *Engenheiro Portuguez* consiste no cálculo de logaritmos de números compostos pela soma dos logaritmos dos factores. O exemplo apresentado é (FORTES 1, 1728, p. 506): log(348874) = log(62×5627) = log(62) + log(5627) = 3.7502769 + 1.7923917 = 5.5426686.

Regressamos à Aula da Esfera do Colégio de Santo Antão com a *Trigonometria Plana, e Esferica com o Canon Trigonometrico Linear, e Logaritmico* (CAMPOS, 1737), do padre jesuíta Manuel de Campos (1681-1758). A obra está dividida em quatro Livros, sendo os logaritmos estudados no Livro II, que tem o título "Da construção do Canon Logarithmico" (p. 22-66). No final do texto, há uma "Synopse dos casos, que commummente ocorrem na Trigonometria Plana, e Esferica" (p. 193-

-212), a que se seguem duas tabelas: o "Canon Trigonométrico Linear, e Logarithmico para todos os Gráos do Quadrante. Calculado com o rayo para as linhas de 100000.00000 partes, e para os logarithmos de 10.0000000000" e a "Taboa Logarithmica dos Numeros Naturaes, desde 1. atè 10.000".

A definição de logaritmo continua a ser por progressões aritmética/geométrica[14]. Tal como fizera Serrão Pimentel, também Manuel de Campos ilustra a definição com algumas tabelas exemplificativas (CAMPOS, 1737, p. 24):

A	B	A	B	A	B	A	B
1	1	3	2	243	0	1	000
2	2	6	5	81	5	10	100
4	3	12	8	27	10	100	200
8	4	24	11	9	15	1.000	300
16	5	48	14	3	20	10.000	400
32	6	96	17	1	25	100.000	500
64	7	192	20	$\frac{1}{3}$	30	1:000.000	600

Figura 4: Tabela da Trigonometria Plana e Esferica com exemplos de logaritmos

Contrariamente ao que acontece nas colunas D e N da tabela dada por Pimentel (Figura 2), nenhuma das quatro progressões aritméticas consideradas nesta primeira tabela é decrescente. Mas Campos aborda esta questão logo de seguida, aproveitando o ensejo para falar de números *"negativos, ou defectivos"* (CAMPOS, 1737, p. 24).

Ainda a propósito da tabela da Figura 4, Campos refere que as correspondências mais vantajosas são do tipo da última, por 1 corresponder a 0 (ou 000) e 10 corresponder a 1 (ou 100 – que não deve ser interpretado como centena, mas sim como unidade representada com duas casas decimais) (CAMPOS, 1737, p. 25).

14 Ao longo da obra, Campos chama frequentemente "numeros naturais" aos termos da progressão geométrica e "numeros artificiaes" aos termos da progressão aritmética, isto é, aos logaritmos dos primeiros.

Desde as primeiras páginas do Livro II, torna-se claro que o nível do tratamento dado aos logaritmos na *Trigonometria Plana e Esferica* é muito superior ao dos dois tratados anteriores. Contrariamente ao *Methodo Lusitanico* e ao *Engenheiro Portuguez*, que são livros eminentemente práticos e onde os logaritmos apenas são mencionados para facilitarem os cálculos, a *Trigonometria Plana e Esferica* do Pe. Manuel de Campos é uma obra com pretensões teóricas. Uma diferença notória relativamente aos seus dois predecessores é que as demonstrações não se resumem a exemplos. A estrutura é completamente dedutiva, fazendo apelo ou a proposições anteriores ou aos *Elementos* de Euclides. Duas originalidades, no contexto português, deste tratado são alguns exemplos de aplicação dos logaritmos ao "anatocismo", isto é, ao cômputo de juros (CAMPOS, 1737, p. 59-64), e a "geração da linha logarithmica" (CAMPOS, 1737, p. 64-66).

Não entraremos em detalhes acerca do *Exame de Bombeiros* (ALPOYM, 1748) de José Fernandes Pinto Alpoim (1700-1765), uma obra que explica o uso das tábuas de logaritmos, sem sequer definir logaritmo.

Seis anos mais tarde foi publicado em Coimbra o primeiro volume do *Compendio dos Elementos de Mathematica* (MONTEYRO, 1754), da autoria do jesuíta Inácio Monteiro (1724-1812), que leccionava matemática no Colégio das Artes de Coimbra. Nesta obra os logaritmos são tratados muito resumidamente. Monteiro define-os por progressões aritmética/geométrica (MONTEYRO 1, 1754, p. 184) e com a motivação usual: facilitar a regra áurea para números muito grandes, que geralmente ocorrem no caso das linhas trigonométricas. As demonstrações resumem-se à apresentação de exemplos numéricos. Mais adiante, Monteiro mostra como utilizar logaritmos para extrair raízes quadradas e cúbicas (MONTEYRO 1, 1754, p. 186) e para achar o quarto proporcional (MONTEYRO 1, 1754, p. 186).

OS LOGARITMOS COMO CONCEITO AUTÓNOMO (A PARTIR DE 1764)

A partir dos anos 60 do séc. XVIII os logaritmos são introduzidos tipicamente na secção de aritmética dos cursos de matemática. Isto representa uma autonomização do conceito de logaritmo – ainda que em muitos casos a sua principal utilidade continue a ser a de facilitadores de cálculos trigonométricos, os logaritmos são introduzidos independentemente da trigonometria e aparecem aplicações a outras áreas (álgebra e cálculo infinitesimal).

O texto que inaugura[15] em Portugal esta autonomização dos logaritmos é o *Novo Curso de Matemática* (BELLIDOR, 1764-1765) de Bernard Forest de Bélidor (1698-1761). Destinado a ser usado nas aulas dos regimentos de artilharia, é uma tradução de (BELIDOR, 1725, 2.ª ed.)[16]. Os logaritmos aparecem no Livro II, que "trata das razões, proporções, e progressões Geometricas, e Arithmeticas: dos logarithmos, e resolução analitica dos problemas do primeiro, e segundo grão", numa secção própria (BELLIDOR, 1764-1765, t. I, p. 260-280). Mantém-se a definição por progressões aritmética/geométrica. A dedução das propriedades dos logaritmos é feita a partir de um "Theorema Fundamental": "os expoentes de uma serie de potencias de qualquer quantidade, que formem uma progressão geometrica, estão em progressão arithmetica" (esta "série" aparece representada por ":: $q^0 : q^1 : q^2 : q^3 : q^4 : q^5 : q^6 : q^7 : q^8 : q^9 : q^{10}$, &c.", o que mostra um simbolismo algébrico mais maduro do que as obras vistas nas secções anteriores). Esta introdução aos logaritmos é essencialmente teórica (incluindo uma ideia da construção das tabelas). No entanto, é suficiente para que as

15 Pelo menos no universo dos livros impressos. Não é de excluir que um dia se encontre um curso manuscrito anterior a (BELLIDOR 1764-1765) onde os logaritmos sejam introduzidos independentemente da trigonometria.

16 Curiosamente, na primeira edição do original francês os logaritmos surgem apenas na secção de trigonometria e sem explicação, como certos números que aparecem nas tabelas (BELIDOR, 1725, p. 227-230).

aplicações óbvias à trigonometria sejam apresentadas rapidamente numa secção do Livro X (trigonometria) intitulada "Uso dos Logarithmos no calculo dos Triangulos" (BELIDOR, 1764-1765, t. III, p. 35-40).

Deve ter sido também nos anos 60 que José Monteiro da Rocha (1734-1819), ex-jesuíta, futuro professor da Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra e futuro sócio da Academia das Ciências de Lisboa, compôs uns *Elementos de Mathematica* que ficaram manuscritos e de que só se conhecem o primeiro e terceiro volumes (MONTEIRO DA ROCHA, s/d-a e s/d-b)[17], mas que, relativamente aos logaritmos, partilham das características gerais desta época enunciadas acima.

A última secção dos *Elementos de Arithmetica* é dedicada à "Theorica, e Practica dos Logarithmos" (MONTEIRO DA ROCHA, s/d-a, fl. 170r-179v). A definição é ainda a mesma. As "demonstrações" são apenas exemplos, mas os logaritmos são tratados com mais detalhe do que tinham sido por Bélidor.

Nos *Elementos de Algebra* aparecem algumas aplicações; por exemplo, o sistema $x^3y^2 = a$, $x^2/y^3 = b$ é resolvido de duas formas, uma delas usando logaritmos para o transformar num sistema linear (MONTEIRO DA ROCHA, s/d-b, fl. 156). Naturalmente, devia ser na trigonometria que os logaritmos teriam mais aplicação; infelizmente, o volume dedicado à geometria e trigonometria está perdido. Também perdido está o quarto volume, que se intitulava *Lições sobre varios pontos*

---

17 Estes volumes manuscritos não têm indicação do autor, mas correspondem exactamente às descrições de Mateus Valente do Couto num relatório (COUTO, 1825), onde aconselha a não publicação de nenhum dos manuscritos que Monteiro da Rocha deixara à Academia das Ciências – no caso dos *Elementos de Mathematica*, essencialmente devido à desactualização do texto. O mesmo Mateus Valente do Couto conjectura que estes *Elementos* datem de antes dos anos 70 do séc. XVIII, devido à referência de Monteiro da Rocha, no prolegómeno, à falta de cultivo da matemática em Portugal: de facto, são com certeza anteriores à Reforma Pombalina da Universidade (e à adopção dos manuais de Bézout).

interessantes da Mathematica, mas que Mateus Valente do Couto identificou como constituindo um volume sobre cálculo diferencial e integral (COUTO, 1825); é natural que neste volume aparecessem, talvez pela primeira vez em Portugal, os logaritmos hiperbólicos, com as óbvias aplicações ao cálculo integral.

Na Faculdade de Matemática, criada na Universidade de Coimbra pela Reforma Pombalina de 1772, o ensino dos logaritmos seguia naturalmente o mesmo paradigma: segundo as detalhadas instruções "Da distribuição das Lições pelos Annos do Curso Mathematico" (UNIVERSIDADE DE COIMBRA, 1772, livro III, p. 169-197), no 1.º ano ensinar-se-ia, sucessivamente, Aritmética, Geometria Elementar e Trigonometria Plana – incluindo na Aritmética os "Numeros artificiaes, e subsidiarios, conhecidos pelo nome de Logarithmos", com as suas aplicações às operações numéricas, e na Trigonometria as tábuas de senos, tangentes e secantes, "tanto naturaes, como artificiaes" – e no 2.º ano Álgebra e Cálculo Diferencial e Integral – incluindo na segunda parte a diferenciação e integração das expressões exponenciais e logarítmicas e o uso dos logaritmos na integração.

Naturalmente, o mesmo se observa nos compêndios adoptados para o ensino na Faculdade de Matemática; os que nos interessam aqui (BEZOUT, 1773, 1774a, 1774b) são traduções de partes do *Cours de Mathématiques* de Étienne Bézout (1730-1783), publicado originalmente entre 1764 e 1769.

Aos logaritmos é dedicada a última secção do compêndio de Aritmética (BEZOUT, 1773, p. 198-224). A explicação é detalhada, aparecendo mesmo uma pequena tábua com os logaritmos de 1 até 200. O tradutor, Monteiro da Rocha, acrescenta um outro tipo de logaritmo para números menores que 1 – com característica negativa mas dízima positiva: para $0 < x < 1$ e $1 < 10^n x < 10$, trata-se de tomar $\log x = -n$

+ log $10^n x$; é fácil ver que isto é equivalente a usar complementos logarítmicos (BEZOUT, 1773, p. 209-211).[18]

Estando os logaritmos explicados na Aritmética, o compêndio de Trigonometria (BEZOUT, 1774a) limita-se a usá-los naturalmente, sem necessidade de mais explicações. No volume dedicado à Álgebra (BEZOUT, 1774b, t. I), tal como acontecia em (MONTEIRO DA ROCHA, s/d-b), aparecem algumas, poucas, aplicações; por exemplo, resolver a equação $u = a\,q^{n-1}$ em n (BEZOUT, 1774b, t. I, p. 259-261).

No volume dedicado ao Cálculo Diferencial e Integral (BEZOUT, 1774b, t. II) surgem novidades[19] de maior monta – os logaritmos entram no campo da análise. Para diferenciar os logaritmos, Bézout (1774b, t. II, p. 23-28) toma as diferenças entre dois termos consecutivos da progressão geométrica e entre os dois termos consecutivos correspondentes da progressão aritmética de um sistema de logaritmos, encontra uma expressão para a razão entre essas duas diferenças e, finalmente, faz essas diferenças infinitamente pequenas, concluindo que, sendo x o logaritmo de y, a relação entre as suas diferenciais é $\frac{ma\,dy}{y} = dx$, onde a é o primeiro termo da progressão geométrica e m é o *módulo* do sistema de logaritmos – isto é, a razão da diferença dos dois primeiros termos da progressão aritmética para a diferença dos dois primeiros termos da progressão geométrica (de notar que este conceito só é introduzido aqui). Escolhendo um sistema em que $a = 1$ e $m = 1$, temos a relação mais simples $\frac{dy}{y} = dx$; é assim no

18 Apesar de se tratar de matéria acrescentada por José Monteiro da Rocha, convém esclarecer, primeiro, que não aparece em (MONTEIRO DA ROCHA, s/d-a) e, segundo, que não há qualquer presunção de originalidade: não só Monteiro da Rocha diz que "Alguns exprimem os Logs. das fracçoens" dessa maneira, como se encontra essa alternativa, por exemplo, em (MARIE, 1768, p. 22-23).

19 "Novidades" no contexto português, claro, e restringindo-nos a textos conhecidos; se o manuscrito de Monteiro da Rocha relativo ao Cálculo Diferencial e Integral mencionado acima vier a aparecer, o panorama deverá mudar.

sistema "de que se usa nos calculos algebricos", diferente do "das taboas".[20]

A curva logarítmica é estudada brevemente (BEZOUT, 1774b, t. II., p.34-35), concluindo-se que tem subtangente constante (modernamente diríamos que esta curva é a exponencial já que, relativamente ao nosso uso, há uma troca de eixos: os logaritmos aparecem nas abcissas).

Os logaritmos são utilizados no cálculo diferencial para diferenciar quantidades exponenciais (BEZOUT, 1774b, t. II., p. 28-29). Mas, naturalmente, a maior parte das suas aplicações surge no cálculo integral. Desde logo, para calcular $\int a\,x^{-1}dx$ e integrais semelhantes (p. 101 e 169-171), calcular áreas hiperbólicas (p. 171-173) e integrar quantidades exponenciais (p. 201-202). Mas também há uma longa passagem (p. 173-180)[21] sobre a aplicação dos logaritmos às cartas reduzidas (isto é, que seguem a projecção de Mercator: a distância de um paralelo ao equador nessas cartas, medida em radianos, é obtida integrando $\frac{dx}{1-xx}$, onde x é o seno da latitude, e vem a ser igual ao logaritmo da cotangente de metade do complemento da latitude)[22].

Para além de aplicações dos logaritmos, surgem também aplicações do cálculo integral *aos* logaritmos. Na secção sobre o "methodo de integrar por aproximaçaõ" (BEZOUT, 1774b, t. II., p. 143-161), que trata na realidade apenas de integração por séries, isto é, expansão em série de potências seguida de integração termo a termo, Bézout calcula $\int \frac{dx}{a+x}$ e $\int \frac{2a\,dx}{aa-xx}$, obtendo as séries de Mercator e Gregory para o logaritmo (o dos "cálculos algébricos"); além disso, a integração de $\frac{dy}{y}=dx$ e de $\frac{mdy}{y}=dx$ mostra que para passar do sistema de

20 Na segunda edição, "correcta e accõmodada para o uso das Escolas de Mathematica da Universidade", mas não na primeira nem no original francês, é usada a expressão "logarithmos hyperbolicos", por oposição aos "tabulares" (BEZOUT, 1794, p. 25).

21 Esta passagem desaparece na 2.ª edição (BEZOUT, 1794).

22 Este resultado, ou algo equivalente, foi descoberto cerca de 1650 por Henry Bond e demonstrado pela primeira vez por Edmond Halley em 1696. Mas o raciocínio apresentado por Bézout está no seguimento de uma demonstração bastante mais simples, publicada por Roger Cotes em 1714 (GOWING, 1995).

logaritmos do cálculo para outro sistema em que 1 seja igualmente o primeiro termo da progressão geométrica basta multiplicar os logaritmos do primeiro sistema pelo módulo do segundo – assim, para calcular os logaritmos das tabelas ordinárias pode-se utilizar a série de Gregory, multiplicando depois os resultados pelo inverso do logaritmo de 10; finalmente, Bézout aplica o "methodo inverso das series" à série de Mercator para obter uma série que, dado um logaritmo, dá o número de que esse é o logaritmo, observando depois que se trata da exponencial e^z.[23]

Se este compêndio de Bézout introduziu os logaritmos na análise (no contexto português), dois textos (1778; 1790) de José Anastácio da Cunha (1744-1787) abordam os logaritmos de um ponto de vista puramente analítico e puramente teórico – os logaritmos são definidos através de uma equação funcional ou como função inversa da exponencial; as aplicações à trigonometria reduzem-se a uma brevíssima referência (quatro linhas) num escólio sobre resolução de triângulos esféricos (CUNHA, 1790, p. 231). Para além disto, estes dois textos tentavam introduzir na teoria das potências e logaritmos um rigor maior do que o que existia então, não só em Portugal como a nível europeu, dando definições que se aplicassem efectivamente a todos os números positivos. São assim, a vários títulos, um caso à parte na literatura portuguesa sobre logaritmos.

"Logarithms & powers" (CUNHA, 1778) é um manuscrito descoberto e publicado recentemente, com a particularidade de ter sido escrito em inglês (caso raríssimo na ciência portuguesa do séc. XVIII).[24] O objecto de ataque são as abordagens pouco rigorosas aos logaritmos e potências – no prólogo Anastácio da Cunha critica a definição habitual de potência como multiplicação repetida, por só se aplicar aos casos de expoentes inteiros positivos e "the two vulgar definitions of

---

23 A notação *e* para o "numero, cujo logarithmo he 1" é introduzida aqui e usada mais tarde. Curiosamente, no cálculo diferencial a letra usada tinha sido *c* (p. 28-29). Na segunda edição a notação foi uniformizada, para *e*.

24 Sobre este texto, v. (DOMINGUES et al., 2006).

logarithms" por excluírem logaritmos irracionais; tendo visto que todos os textos publicados em Portugal até então davam a mesma definição de logaritmo, pode parecer estranho ver uma referência a *duas* definições vulgares; presumivelmente a segunda seria a de Euler (1748): logaritmo como função inversa da exponencial.[25] Outras abordagens, menos habituais, sofriam de outras falhas de rigor.

A definição alternativa de Anastácio da Cunha consiste numa (quase?) equação funcional (faltará talvez precisar que se trata de uma função!):

> Logarithms of numbers are other numbers adapted to the first in such a manner that the sum of any two logarithms is the Logarithm of the product of their numbers. (CUNHA 1778, p. 64-65)

Potência é definida à custa de logaritmo: a base ("basis") é o número cujo logaritmo é 1 e cada número é a potência ("power") da base expressa pelo seu logaritmo. Seguidamente, Anastácio da Cunha prova que, se x é um logaritmo, então o número de que é logaritmo é expresso por uma série da forma:

$$1 + Mx + \frac{MM}{2}xx + \frac{MMM}{2\cdot 3}xxx + \frac{MMMM}{2\cdot 3\cdot 4}xxxx + etc. \qquad (1)$$

(M é um número positivo que é mais tarde referido como "the modulus" – e é de facto o módulo do sistema de logaritmos); a demonstração consiste em constatar que estas séries verificam a

25 É claro que se, na opinião de Anastácio da Cunha, a definição de potência só prevê expoentes inteiros positivos, a definição de logaritmo de Euler não pode contemplar logaritmos irracionais. Quanto à definição por progressões aritmética/geométrica, sendo os logaritmos obtidos como médias aritméticas, nunca poderão ser incomensuráveis com a base do sistema.

equação funcional.[26] A convergência da série é tida por evidente, devido à “lei do denominador” (o que talvez seja uma aplicação do chamado critério de d’Alembert).

Usando as suas definições e a série (1), Anastácio da Cunha deduz (com argumentos resumidíssimos) as propriedades essenciais da aritmética de potências, incluindo a série binomial. Explicitamente sobre logaritmos, aparece a série de Mercator, obtida da série (1) por reversão (“regression”, o que Bézout tinha chamado “methodo inverso das series”). Nos escólios que ocupam a metade final do texto, aparecem rapidamente a série de Gregory e a relação entre as fluxões de um número e do seu logaritmo. Nestes escólios são também referidas as questões polémicas envolvendo logaritmos negativos. Aqui Anastácio da Cunha abre a porta à consideração de potências como multiplicações repetidas (e extracção de raízes), no caso de logaritmos (isto é, expoentes) racionais; então a base pode ser negativa, a menos que o denominador do expoente seja par, caso em que a potência é “[un]imaginable or impossible”; a polémica sobre se a curva logarítmica é simétrica relativamente à sua assíntota é atribuída à falta desta distinção (presumivelmente, a distinção entre estes dois conceitos de logaritmos). No entanto, e embora pense que a sua definição de logaritmo é a mais extensiva que pode ser dada, Anastácio da Cunha não consegue concluir daí a impossibilidade absoluta de logaritmos de números negativos.

Num longo escólio com que termina este texto, “for curiosity's sake”, Anastácio da Cunha apresenta a *análise* pela qual, diz, tinha chegado aos teoremas apresentados (embora, de facto, nenhuma das séries de que dá a análise fosse nova). Esta passagem tem uma secção análoga nos *Principios Mathematicos* (CUNHA, 1790) – a sua única publicação (parcial) em vida. De facto, no livro XXI (o último, e que parece consistir de vários problemas soltos), a secção V é dedicada à

26 Isto é, a série $1+M(x+z)+\frac{MM}{2}(x+z)(x+z)+etc.$ é o produto de $1+Mx+\frac{MM}{2}xx+etc.$ por $1+Mz+\frac{MM}{2}zz+etc.$

"Investigaçaõ de logarithmos e potencias" e mais precisamente à obtenção das suas séries de potências (de Mercator e, a partir desta, de Gregory, no caso dos logaritmos) pelo método dos coeficientes indeterminados. O aspecto mais interessante é a definição de logaritmo que é apresentada para este efeito, e que é (sem reservas) uma definição por equação funcional:

> lx, logarithmo de x, he huma funcção de x, tal, que, pondo quaesquer numeros a, b, e o producto ab em lugar de x, sempre he $la + lb = l(ab)$. (CUNHA, 1790, p. 286)

Embora tenha o cuidado de colocar em dúvida a possibilidade de dar a forma de série de potências ao logaritmo (e à potência – função exponencial), Anastácio da Cunha não mostra aqui preocupação com a convergência das séries resultantes.

Mas, tal como em (CUNHA, 1778), essa análise é um comentário à parte da teoria dos logaritmos. Esta é apresentada no livro VIIII (CUNHA, 1790, p. 106-120), dedicado às séries convergentes, potências e logaritmos, famoso por apresentar uma definição de "serie convergente" equivalente ao que hoje chamamos critério de Cauchy (e utilizá-la em demonstrações) e definir exponencial (ou antes "potencia") através da sua série de potências (ou seja, em termos modernos, como função analítica):

> Representem a e b dois numeros quaesquer, e seja c o numero que faz $1+c+\frac{cc}{2}+\frac{ccc}{2\times 3}+\frac{cccc}{2\times 3\times 4}+etc.=a$: a expressaõ a^b segnificará hum numero $=1+bc+\frac{bbcc}{2}+\frac{bbbccc}{2\times 3}+\frac{bbbbcccc}{2\times 3\times 4}+etc.$; e se chamará o numero a^b potencia de a indicada pelo expoente b (CUNHA, 1790, p. 108-109).

(tendo antes provado a convergência das séries deste tipo); a existência de tal número c, dado a positivo, é verificada a seguir, apresentando uma série para c (a série de Gregory – note-se que c é o logaritmo natural de a). Seguem-se a aritmética das potências e a série binomial.

Este livro VIIII, extremamente conciso mas genial, termina então com apenas duas meias páginas sobre logaritmos: a definição como inversa da exponencial:

> Considerando todos os numeros como potencias de hum mesmo numero, chama-se esse base; e os expoentes chamam-se logarithmos dos numeros a que pertencem" (CUNHA, 1790, p. 119),

a definição dos "logarithmos hyperbolicos", ou "naturaes", (base $1+1+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{2\times 3\times 4}+etc.$) e quatro propriedades: $la^n = nla$, $l1 = 0$, $l(ac) = la + lc$ e $l\frac{a}{c}= la-lc$. No entanto, devemos ter em consideração que vários dos resultados apresentados sobre potências podem ser lidos como resultados sobre logaritmos (incluindo a série de Gregory, já mencionada).

Embora a solução seja diferente, o livro VIIII de (CUNHA, 1790) resolve o mesmo problema que (CUNHA, 1778): como a nova definição de potência admite quaisquer expoentes, o logaritmo pode ser definido como a inversa da exponencial.

CONCLUSÕES

Os logaritmos foram adoptados rapidamente em Portugal, na sua vertente utilitária, de auxílio aos cálculos trigonométricos (logaritmos decimais). Neste aspecto não se notam diferenças relativamente aos outros países europeus. Já a versão analítica dos logaritmos (logaritmos hiperbólicos, indispensáveis no cálculo integral) demorou bastante a aparecer – o que acompanha a demora no aparecimento em Portugal do cálculo diferencial e integral. No entanto, isto não impediu que os logaritmos ficassem ligados à originalidade do trabalho matemático de José Anastácio da Cunha.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

ALPOYM, J. F. P. *Exame de Bombeiros*, Madrid, 1748.

BARBIN, É. et al. *Histoires de Logarithmes*, Paris: Ellipses, 2006.

BELIDOR, B. F. *Nouveau Cours de Mathématique à l'usage de l'Artillerie et du Génie*, Paris: Claude Jombert, 1725; 2.ª ed., Paris: Nyon, 1757.

BELLIDOR, B. F. *Novo Curso de Mathematica para uso dos Officiaes Engenheiros, e Artilheria*, trad. de (BELLIDOR, 1725, 2.ª ed.) por Manoel de Sousa, 4 tomos, Lisboa: Officina de Miguel Manescal da Costa, 1764-1765.

BEZOUT, É. *Elementos de Arithmetica*, trad. do francês, Coimbra: Real Officina da Universidade, 1773.

BEZOUT, É. *Elementos de Trigonometria Plana*, trad. do francês, Coimbra: Real Officina da Universidade, 1774a.

BEZOUT, É. *Elementos de Analisi Mathematica*, trad. do francês, 2 tomos, Coimbra: Real Officina da Universidade, 1774b.

BEZOUT, É. *Elementos de Analyse*, t. II, 2.ª ed. revista de (BEZOUT, 1774b, t. II), Coimbra: Real Officina da Universidade, 1794.

BRADLEY, R. E. "Euler, D'Alembert and the Logarithm Function", em R. E. Bradley & C. Edward Sandifer (eds.), *Leonhard Euler: Life, Work and Legacy*, Elsevier, 2007, p. 255-277.

CAMPOS, Manoel de. *Trigonometria Plana e Esférica com o canon trigonométrico linear e logaritmico*. Lisboa Occidental, 1737.

COUTO, M. V. do. "Relatorio do parecer da Comissaõ nomeada para examinar os manuscriptos do S.ʳ J. Monteiro da Rocha, que constaõ da Relaçaõ appensa", Biblioteca da Academia das Ciências de Lisboa, Processo do académico José Monteiro da Rocha, 1825.

CUNHA, J. A. da. "Logarithms & powers", em Maria Elfrida Ralha, Maria Fernanda Estrada, Maria do Céu Silva & Abel Rodrigues (eds.), *José Anastácio da Cunha. O Tempo, as Ideias, a Obra e... Os*

Inéditos, vol. 2, p. 58-85, Braga: ADB/UM, CMat-UM, CMUP, 2006. Publicação de manuscrito com data de 1778.

CUNHA, J. A. da. *Principios Mathematicos*, Lisboa, 1790.

DOMINGUES, J. C., DUARTE, A. L., RALHA, M. E. & RODRIGUES, J. F. "*Logarithms & Powers*: Um Comentário", em Maria Elfrida Ralha, Maria Fernanda Estrada, Maria do Céu Silva & Abel Rodrigues (eds.), *José Anastácio da Cunha. O Tempo, as Ideias, a Obra e... Os Inéditos*, vol. 1, p. 277-296, Braga: ADB/UM, CMat-UM, CMUP, 2006.

EULER, L. *Introductio in analysin infinitorum*, 2 tomos, Lausana, 1748.

FORTES, M. de A. *O Engenheiro Portuguez: dividido em dous Tratados*. Lisboa Occidental, 1728.

GOWING, R. "Halley, Cotes, and the Nautical Meridian", *Historia Mathematica* 22, p. 19-32, 1995.

GRATTAN-GUINNESS, I. "The computation factory: de Prony's project for making tables in the 1790s", em Martin Campbell-Kelly, Mary Croarken, Raymond Flood, and Eleanor Robson (eds.), *The History of Mathematical Tables – from Sumer to spreadsheets,* p. 105-121, Oxford University Press, 2003.

JAGGER, G. "The making of logarithm tables", em Martin Campbell-Kelly, Mary Croarken, Raymond Flood, and Eleanor Robson (eds.), *The History of Mathematical Tables – from Sumer to spreadsheets,* p. 49-77, Oxford University Press, 2003.

LEITÃO, H. *A Ciência na "Aula da Esfera" do Colégio de Santo Antão, 1590-1759,* Lisboa: Comissariado Geral das Comemorações do V Centenário do Nascimento de S. Francisco Xavier, 2007.

LEITÃO, H. & MARTINS, L. (coords.). *Sphæra Mundi: A Ciência na Aula da Esfera. Manuscritos científicos do Colégio de Santo Antão nas colecções da BNP*, Lisboa: Biblioteca Nacional de Portugal, 2008.

MARIE, A. J. F. "Des logarithmes et de l'usage des tables", em *Tables de Logarithmes*, Paris: Desaint, 1768.

MELO TORRES, F. de. *Os sinquo liuros do compendio das siensias Matematicas. De F*[*rancisco de Mello*] a*o Serenisimo Principe Dom tiadozo N*[*osso*] *S*[*enhor*], Biblioteca Nacional de Portugal, Lisboa, Cod. 2260, entre 1641 e 1653.

MONTEIRO DA ROCHA, J. *Elementos de Mathematica* (*Prolegomenos* e *Elementos de Arithmetica*), Biblioteca da Academia das Ciências de Lisboa, ms. Azul 371, s/d-a.

MONTEIRO DA ROCHA, J. *Elementos de Algebra*, Biblioteca da Academia das Ciências de Lisboa, ms. Azul 397, s/d-b.

MONTEYRO, I. *Compendio dos Elementos de Mathematica*, Lisboa, 1754.

MOTA, B. *O estatuto da matemática em Portugal nos séculos XVI e XVII*, Lisboa: FCG e FCT-MCTES, 2011

NAUX, C. *Histoire des logarithmes de Neper à Euler*, 2 vols., Paris: Blanchard, 1966-1971.

NAVARRO-LOIDI, J. & LLOMBART, J. "The introduction of logarithms into Spain", *Historia Mathematica* 35, p. 83-101, 2008.

PIMENTEL, L. S. *Methodo Lusitanico de desenhar as fortificaçoens das praças regulares & irregulares, fortes de campanha e outras obras [...]*, Lisboa, 1680.

PIMENTEL, M. *Arte de Navegar*, Lisboa, 2.ª ed., 1712.

RISHTON, J. *Curso de Mathematica [...]*, Lisboa, Biblioteca Nacional de Portugal, Lisboa, Cod. PBA 54, entre 1652 e 1654.

STAFFORD, I. *La trigonometria rectilinea y spherica geometrica logarithmica*, Biblioteca da Academia das Ciências de Lisboa, Ms. 392, série vermelha, 1638a.

STAFFORD, I. *Varias obras mathematicas compuestas por el P. Ignacio Stafford, mestre de mathematica en el Colegio de S. Anton de la Compañia de Iesus, y no acavadas por cauza de la muerte del dicho Padre*, Lisboa, Biblioteca Nacional de Portugal, Lisboa, Cod. PBA 240, 1638b.

UNIVERSIDADE DE COIMBRA. *Estatutos da Universidade de Coimbra*, 3 livros, Lisboa: Regia Officina Typografica, 1772.

VLACQ, A. *Tables de Sinus, [...] et de Logarithmes […]*, Lyon, 1670.

WOLFF, C. *Elementa Matheseos Universae*, 2 tomos, Halle, 1713-1715.

EM BRANCO

OS MODELOS DE FORMAÇÃO DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO ENSINO SECUNDÁRIO LICEAL, EM PORTUGAL (1911-1969)

MARIA ALMEIDA

Escola Secundária de Casquilhos – Quinta dos Casquilhos
Portugal

ajs.mcr.almeida@mail.pt

Resumo: A nossa comunicação visa caracterizar os modelos de formação de professores do ensino secundário liceal, nomeadamente no que respeita aos professores do 8º grupo – Matemática, procurando compreender as mudanças ocorridas nos mesmos no período que decorre entre 1911 e 1969, em Portugal. O período escolhido é balizado pelo modelo de formação estabelecido com a criação das Escolas Normais Superiores em 1911 e pela alteração, em 1969, do regime de formação que mudou o papel dos Liceus Normais, instituídos em 1930. Procederemos a uma breve contextualização histórica. Focaremos o modelo de formação de professores do ensino liceal, instituído em 1930. Com o propósito de elucidar sobre este modelo, registamos parte da análise relativa ao *Ensaio crítico* sobre o ensino de um ponto concreto da disciplina do grupo, apresentado por António Augusto Lopes durante sua formação para professor de Matemática do ensino liceal, em 1939. Recorremos a metodologia própria da investigação histórica (Berrio, 1976). As principais fontes do estudo foram diplomas normativos, fontes manuscritas e o testemunho oral de António Lopes.

Palavas-chave: Formação de professores de Matemática, Exame de Estado.

Vários autores (Matos, 2010; Schubring, 2006; Valente, 2008) reforçaram a necessidade de estudos no campo da História do ensino e aprendizagem da Matemática pela sua possibilidade ajudar a nossa compreensão tanto das práticas actuais como das crenças dos professores. Considerando que a investigação em educação matemática nos revelou que a formação de professores é decisiva na apreciação dos processos educativos, começa a ser hoje claro este é um tema que é essencial estudar historicamente. (Matos, 2007). Neste artigo pomos em relevo os modelos de formação de professores vigentes no período 1911-1969.

ASPECTOS DO CENÁRIO POLÍTICO E EDUCATIVO DE PORTUGAL NO PERÍODO

Em Portugal, sucessivas mudanças de regime político marcaram o século XX. Abriu-se o século com o regime monárquico. Em 1910, passa-se para o regime republicano, que vai vigorar até aos nossos dias. Em 1926, o Golpe Militar de 28 de Maio, põe fim ao período designado por Primeira República e iniciou no País uns anos de Ditadura Militar, que se estendem até 1933. Com a Constituição de 1933 é instaurado o regime ditatorial do Estado Novo. Este regime prolongar-se-á por quarenta e oito anos, terminando com o golpe militar de 25 de Abril de 1974 (Rosas, 1994). Durante o período estudado, as diferentes formas de organização política conduzem a mudanças na linha de orientação seguida em matéria educativa. Também o desenvolvimento econômico e social ai exigir alterações educativas que vão ser levadas a cabo de um modo muito gradual desde a segunda metade dos anos 50 (Teodoro, 1999).

António Nóvoa (1992) propõe um faseamento histórico das políticas educativas no período de 1930-1974. A primeira compreendendo o período de 1930 a 1936, caracteriza-se, segundo ele, por "um certo desnorte na acção governativa, que parece pautar-se por um único objectivo – desmantelar as concepções, as representações e as práticas da escola republicana" (p. 287). A seguinte inicia-se em 1936 e finda em 1947, definindo-se pela "tentativa de edificação de escola nacionalista, através de um esforço sistemático de inculcação ideológica e de doutrinação moral" (p. 287). A terceira (1947-1960) corresponde às "reformas do ensino liceal e técnico, que marcaram um início de um processo de acomodação do sistema educativo às realidades sociais e económicas emergentes no pós-guerra" (p. 288). Por último, o intervalo iniciado em 1960 e que vai até ao derrube do Estado Novo (1974) "distingue-se pela inevitabilidade de uma maior abertura do sistema educativo" (p. 288).

O MODELO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES DO ENSINO LICEAL INSTITUÍDO EM 1930

Segundo Pintassilgo, Mogarro e Henriques (2010), durante o período republicano foi atribuída uma grande importância à formação de professores. Em 1911, para formação de professores para o magistério liceal foram criadas *Escolas Normais Superiores*, anexas às Faculdades de Ciências das Universidades de Coimbra e Lisboa. O curso de habilitação ao magistério liceal instituído em 1911 compreendia dois anos. Só podiam matricular-se no curso de habilitação – secção de ciências – indivíduos com o diploma de bacharel obtido nas Faculdades de Ciências. Os candidatos a professor de Matemática deviam possuir o diploma de bacharel em Ciências Matemáticas. Haveria um exame de admissão ao estágio. O primeiro ano era ministrado nas Escolas Normais Superiores e destinava-se à preparação filosófica e pedagógica dos futuros professores. O segundo ano, de iniciação na prática pedagógica, constava de estágio num Liceu sob a orientação de um professor do grupo correspondente (*Diário do Governo* n.º 120, de 24 de Maio de 1911). Para terminar o percurso de formação de professores instituído em 1911, o candidato tinha que se submeter a um Exame de Estado que incluía as seguintes provas: dois argumentos, de meia hora cada, sobre pontos versando matérias de ensino nos liceus, e tirados à sorte no momento do exame; uma lição dada a uma classe ou turma do liceu; apresentação de uma dissertação, impressa ou dactilografada, sobre um ponto de didáctica do ensino secundário. O Exame de Estado então estabelecido, apesar da mudança de regime político, vai permanecer durante muitos anos como o culminar do processo de formação para a docência.

Em 1930, o Governo da Ditadura legislou sobre o modelo de formação de professores, pelo Decreto n.º 18 973 desse ano, foram extintas as Escolas Normais Superiores e criaram-se em sua substituição secções pedagógicas nas duas Faculdades de Letras. Entendendo o legislador que era necessário proporcionar aos futuros professores ambientes de trabalho apropriados, o novo modelo determinava a constituição de Liceus Normais, um em Lisboa e outro em Coimbra, destinados a serem escolas de preparação prática dos professores do ensino liceal (Decreto nº 18973, de 28 de Outubro de 1930).

O novo modelo de formação compreendia duas componentes: a *cultura pedagógica* ministrada nas Faculdades de Letras de Coimbra e Lisboa e a prática *pedagógica* desenvolvida nos Liceus Normais. A *prática pedagógica* era proporcionada pelo trabalho realizado durante um estágio, não remunerado, de dois anos. Nesta experiência profissional, o futuro professor era acompanhado por um professor metodólogo que era responsável pela sua orientação no estágio.

Pelo Decreto n.º 18.973 de 1930, a *cultura pedagógica* era ministrada pela 3ª Secção das Faculdades de Letras designada por Secção de Ciências Pedagógicas, e o seu plano de estudos era composto por cinco cadeiras: Pedagogia e Didáctica; História da Educação; Organização e Administração Escolares; Psicologia Geral; Psicologia Escolar e Medidas Mentais; Higiene Escolar (única disciplina semestral). Tinham acesso à matrícula nas disciplinas indicadas os indivíduos habilitados com o curso complementar de letras ou de ciências dos liceus. Esta componente era geralmente frequentada durante o 1º ano de estágio.

A admissão ao 1.º ano do estágio podia ser requerida apenas pelos que possuíssem a formação científica adequada, que, para os futuros professores de Matemática era a licenciatura na secção de ciências matemáticas das Faculdades de Ciências. O acesso ao 1º ano era feito através de um exame de admissão. Os candidatos tinham ainda de passar por um exame feito por uma junta médica.

No caso dos candidatos a estágio no 8.º grupo de docência do ensino liceal, grupo da Matemática (secção – matemática, ciências físico-químicas, desenho e trabalhos manuais), as provas escritas do exame de admissão constavam de duas exposições: uma, sobre a história da matemática relativa a um ponto do programa e, outra, sobre um ponto de Física ou Química ao nível do curso geral dos liceus. As provas práticas constavam da resolução de dois problemas: um de álgebra e outro de geometria analítica, directamente relacionados com o programa dos liceus. O candidato tinha ainda de prestar três provas orais: uma sobre a matéria do programa do grupo, outra sobre a matéria dos programas liceais do grupo e, outra ainda, sobre Física e Química, ao nível do programa do curso geral dos liceus.

Os exames de admissão ao estágio tinham em vista averiguar da capacidade do candidato de bem usar a língua pátria; da sua cultura geral no âmbito do ensino secundário; dos seus conhecimentos acerca das matérias dos programas liceais das disciplinas da secção a que pertencia o grupo a que concorria – os do curso geral e do curso complementar quanto às disciplinas do grupo, apenas os do curso geral quanto às restantes disciplinas da secção, assim como, dos seus conhecimentos acerca das matérias do ensino superior que tinham aplicação nas disciplinas do grupo. Os conhecimentos das matérias do ensino superior estavam previamente seleccionados e constavam em listas programáticas. O programa para o 8.° grupo pode ser consultado na tabela 1.

Tabela 1: O programa das matérias do ensino superior para os Exames de acesso ao estágio do 8.° grupo

a) História da matemática:
1) História e importância da descoberta da lei da atracção universal.
2) História e importância da invenção dos logarítmos.
3) História e importância da noção de derivada. Newton e Leibniz.
4) História e importância da aplicação da álgebra à geometria. Viète e Descartes.
5) História e importância do problema da resolução algébrica das equações. Evaristo Galois.

6) História e importância dos postulados em geometria. Euclides, Lobatchefsky, Bolyai, Riemann.
7) História e importância dos problemas da trissecção do ângulo, quadratura do círculo e duplicação do cubo.
8) Conhecimento muito geral da vida e obras de Newton, Leibniz, Descartes, D'Alembert, Euler, Laplace, Lagrange, Monge, Gauss, Cauchy, Riemann, Poincaré e Klein.
9) Conhecimento da vida e obras dos principais matemáticos portugueses, especificadamente de Pedro Nunes, Monteiro da Rocha, Anastácio da Cunha, Daniel da Silva e Gomes Teixeira.

Nota: Exigem-se apenas conhecimentos gerais e apreciações de conjunto, sem minúcias, quer técnicas quer históricas.

b) Matemática:

Teoria dos números inteiros, fraccionários, irracioniais e complexos. Elementos da teoria dos conjuntos de números. Generalização das operações a algoritmos infinitos: propriedades elementares das séries numéricas, produtos infinitos e fracções contínuas.

Noção de função, função de uma ou mais variáveis, classificação e propriedades mais gerais. Modos de definição (séries, produtos infinitos, integrais, etc.).

Estudo especial das propriedades dos polinómios inteiros e das funções exponencial, logaritmica, funções circulares directas, inversas e hiperbólicas, tanto no campo real como no complexo.

Resolução numérica das equações algébricas. Resolução e discusssão dos sistemas de equações lineares. Teoria da eliminação. Resolução gráfica de equações e sistemas. Interpolação.

Elementos da teoria dos grupos de substituição.

Derivadas e diferenciais. Teoremas fundamentais e a aplicação à teoria dos máximos e mínimos; indeterminações.

Noção de integral; aplicação ao cálculo de áreas e volumes.

Princípios de geometria descritiva; resolução de problemas métricos.

Estudo, por via sintética ou analítica, das propriedades fundamentais das cónicas e quádricas.
Questões elementares de geometria infinitesimal.
Importância da teoria dos grupos na classificação das geometrias.

Fonte: Decreto n.º 24 676, de 22 de Novembro de 1934.

No exame de admissão haveria candidatos eliminados e admitidos, estes últimos eram graduados pelo júri. Porém, só eram admitidos à matrícula no 1º ano os quatro primeiros de cada grupo ou os primeiros que perfizessem o número máximo de ingressos fixado em cada ano pelo Ministro da Instrução Pública. Havia ainda uma verificação das qualidades morais e cívicas dos candidatos. A Direcção Geral do Ensino Liceal, depois de recebida a relação dos indivíduos que podiam ser sujeitos a exame de admissão, pedia informações sobre os mesmos à Polícia de Vigilância Defesa do Estado. Se o candidato fosse considerado da oposição não lhe era permitido o acesso ao estágio.

Um estagiário, no decorrer do 1.º ano de estágio, devia efectuar um conjunto de tarefas, que compreendia a assistência a lições-modelo dadas pelos professores metodólogos; o ensino em pequenas séries de lições dadas pelo estagiário; a assistência e participação em conferências pedagógicas e a assistência a reuniões do conselho escolar e dos conselhos de classe e a quaisquer outras de carácter pedagógico; a assistência e participação em exames. Todos os estagiários do 1.º ano deviam ainda frequentar um curso de trabalhos manuais para professores.

A matrícula no 2.º ano de estágio dependia da aprovação nas cadeiras de cultura pedagógica e de o estagiário ter obtido uma classificação não inferior a 10 valores no 1.º ano. O 2.º ano de estágio, para além de se manterem as tarefas já praticadas no 1.º ano, incluía o ensino em duas turmas ou em duas disciplinas da mesma turma, pelo menos, e a participação em excursões escolares e outros meios de ensino experimental.

As conferências pedagógicas constituíam uma vertente do estágio. Os estagiários deveriam assistir a todas as conferências pedagógicas, que se subdividiam em reuniões e dissertações (as últimas podiam ser científicas e pedagógicas). As conferências decorriam ao longo do ano lectivo e existia pelo menos uma por grupo de docência. As reuniões eram seguidas de discussão, o que não acontecia com as dissertações. Estas conferências, publicitadas no liceu com a devida antecedência, eram presididas pelo reitor. Para cada uma destas havia um relator cuja exposição era discutida pelos assistentes, cabendo aos metodólogos a escolha dos relatores, de entre os estagiários do 1.º ou do 2.º ano.

A classificação final do estágio era atribuída pelos metodólogos do conselho escolar. No final dos dois anos o estagiário submetia-se ao Exame de Estado, que constava de provas pedagógicas e tinham a finalidade de averiguar dos conhecimentos dos candidatos sobre questões pedagógicas nas suas aplicações à educação e ensino liceais. A aprovação no Exame de Estado conferia ao candidato a capacidade legal para ser nomeado professor do ensino secundário, quer oficial quer particular.

Para 8.º grupo, as provas do Exame de Estado eram as seguintes: a) Prova escrita, dividida em duas partes, uma de didáctica geral e outra de didáctica especial ou administração do ensino secundário; b) Ensaio crítico sobre o ensino de um ponto concreto da disciplina do grupo, que era documentado com os planos de algumas lições. Este trabalho era discutido por um dos vogais. c) Uma lição de cinquenta minutos, dada a uma classe do liceu, sobre a disciplina do grupo. Os assuntos da lição eram, por norma, os que deviam ser leccionados em continuação da aula anterior.

Então, o fecho das Escolas Normais Superiores e a criação dos Liceus Normais trouxe ao professorado dos liceus uma experiência mais prolongada da prática pedagógica na profissionalização. O estágio nos Liceus Normais visava que um indivíduo possuidor de uma vasta cultura geral no âmbito do que se ensinava no Liceu, de uma boa cultura específica, ou seja, na área científica do grupo disciplinar e na secção em que realizava a sua profissionalização adquirisse uma sólida cultura pedagógica. Visava, ainda, dar ao futuro professor um saber fazer profissional baseado na vontade de bem executar, o que aprendeu na escola onde viesse a exercer a profissão (Almeida, 2010). Segundo Nóvoa (1992), no decreto de 1930 procura-se salvaguardar as três dimensões que devem estar presentes na formação de um professor do ensino secundário, a saber, preparação académica, preparação profissional teórica e prática profissional, através da articulação de uma licenciatura de base com a frequência do Curso de Ciências Pedagógicas e o estágio num Liceu Normal. Na aplicação do modelo a formação académica veio todavia a sobrepor-se às outras dimensões, configurando um professor mais apto para a transmissão de conhecimentos do que para a instrução e educação dos alunos liceais.

O regime de habilitação para o magistério secundário instituído pelo Decreto n.º 18 973, de 28 de Outubro de 1930, rectificado em 22 de Novembro, embora sofrendo algumas alterações[1], vigorou até à publicação do Estatuto do Ensino Liceal de 1947[2].

ALGUMAS ALTERAÇÕES EM 1947, 1956, 1957 E 1969

O Estatuto de 1947 confirma o modelo formativo definido na década de 1930, mas reduziu o estágio pedagógico ao Liceu D, João III, em Coimbra. Com a decisão de concentrar os estágios num único liceu

---

[1] As alterações a que foi sujeito encontram-se publicadas nos: Decreto n.º 19 216, de 8 de Janeiro de 1931; Decreto n.º 19 518, de 26 de Março de 1931; Decreto n.º 19 610, de 17 de Abril de 1931 - Regulamento dos liceus normais; Decreto n.º 20 741, de 11 de Janeiro de 1932 - Estatuto do Ensino Secundário; Decreto n.º 24 676, de 22 de Novembro de 1934 - Regulamento dos liceus normais; Decreto n.º 26 044, de 13 de Novembro de 1935 – alterações ao Decreto n.º 24 676, de 22 de Novembro de 1934.

[2] Decreto-Lei n.º 36 508, de 17 de Setembro de 1947.

fica facilitada a uniformização e o controlo da formação dos professores.

No caso dos candidatos a estágio no 8.º grupo, das provas admissão ao primeiro ano de estágio vão passar a constar de duas provas escritas, que consistiam em exposições: uma sobre um assunto de Aritmética ou Álgebra, e outra, sobre um assunto de Geometria ou Trigonometria. As provas práticas constavam da resolução de dois problemas: um problema de Aritmética e outro de Álgebra, e, um problema de Geometria e outro de Trigonometria. O candidato tinha ainda de prestar três provas orais: sobre Aritmética e Álgebra, sobre Geometria e Trigonometria, sobre Física e Química.

No final do segundo ano de estágio, os estagiários com classificação positiva são admitidos ao Exame de Estado. Esse exame é composto pelas seguintes provas: a) prova escrita sobre métodos de ensino de um ponto dado do programa do ensino liceal, b) Interrogatório sobre didáctica geral, c) Interrogatório sobre didáctica especial, d) Lição dada a alunos do liceu.

Em 1956, as educativas determinam a restabelecimento do Liceu Normal Lisboa, o Liceu Pedro Nunes. Os motivos apresentados para justificar a medida adoptada eram, como podemos ler no preâmbulo do diploma: "verifica-se que com um só liceu normal não é possível dotar todos os liceus com pessoal docente, dos dois sexos, de apropriada preparação pedagógica. E essa falta é cada vez mais evidente, por ser cada vez maior a afluência de candidatos à matrícula nos liceus" (Decreto-Lei n.º 40 800, de 15 de Outubro de 1956). Neste normativo há duas preocupações patentes, a primeira com a falta de professores convenientemente preparados que se vinha acentuando de ano para ano e que obrigava ao recrutamento de pessoal docente que não tinha os exigíveis conhecimentos de natureza pedagógica e, por vezes, científicas para a função. A segunda preocupação é a feminização do corpo docente dos liceus, registando-se que "a falta de professores do sexo masculino levou à preponderância de senhoras nos corpos docentes dos liceus de rapazes, o que se considera menos conveniente para a educação destes" (preâmbulo do Decreto-Lei n.º 40 800, de 15 de Outubro de 1956).

O diploma de 1956 prevê que os Exames de Admissão ao estágio sejam feitos sempre com o mesmo júri em cada grupo liceal, mesmo quando sejam realizados em Liceus Normais distintos. No que concerne aos Exames de Estado, o júri era, também, o mesmo para todos os candidatos. Pensamos que esta alteração vem no sentido de uniformizar critérios no acesso ao estágio e o padrão de classificações finais dos estagiários.

No ano lectivo de 1957/58 ocorre a criação do estágio pedagógico para a formação de professores no Liceu D. Manuel II, no Porto. O número de centros de formação para professores do ensino liceal vê-se aumentado, mas isso, não vai favorecer igualmente os dois sexos, pois atrair os homens para o magistério liceal era uma das preocupações centrais das autoridades educativas nesse momento. Com efeito, no preâmbulo do diploma legal que cria o Liceu Normal D Manuel II, observa-se que é "manifesta em todo o Mundo a carência de professores do sexo masculino, principalmente nos ensinos secundários. Verifica-se, de facto, que os jovens diplomados são mais atraídos pela indústria e pelas actividades técnicas do que pelo ensino" e, reconhecendo-se que, "os resultados dos exames de admissão aos dois liceus normais no último ano (31 senhoras e 8 homens admitidos, num total de 180 candidatos) levam à adopção de providências que visam o aumento de professores do sexo masculino", afirma-se "que, para facilitar mais ainda o recrutamento do pessoal docente do sexo masculino, julgou-se chegada a ocasião de encarar outras formas de admissão, dispensando do exame de entrada e até mesmo do 1.º ano de estágio aqueles candidatos que, possuindo a habilitação académica e a cultura pedagógica (…) tenham prestado serviço eventual que se considere equivalente a uma boa prática de ensino" (Decreto-lei n.º 41 273, de 17 de Setembro de 1957).

Assim, os candidatos do sexo masculino tinham como estímulo a dispensa do exame de admissão e da frequência do 1.º ano, sendo admitidos directamente ao 2.º ano do estágio, desde que possuíssem as habilitações académica e pedagógica anteriormente referidas e quatro anos lectivos de funções docentes com boa classificação. No fim do segundo ano, os candidatos admitidos nestas condições prestavam duas provas escritas adicionais de carácter científico – 1) exposição sobre um assunto da Álgebra ou Análise; 2) resolução de um problema de Geometria e outro de Trigonometria – designadas por Exame de Cultura (Decreto-Lei n.º 41 273, de 17 de Setembro de 1957).

A ideia de que se tornava necessária uma renovação no ensino da Matemática, desenvolve-se no período pós-segunda guerra e ao longo da década de 50, particularmente, em diversos países europeus e nos Estados Unidos da América (Guimarães, 2007). Com efeito, durante os anos 50 foram ocorrendo variadas iniciativas que tinham em comum a intenção de modificar o ensino da Matemática. Em 1950, é fundada a Commission Internationale pour l'Étude e l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (CIEAEM). Este movimento internacional conduziu a uma reforma curricular, que ocorre em vários países entre a segunda metade da década de 50 e a primeira metade dos anos 70, do séc. XX, e que recebeu o nome de reforma da Matemática Moderna. Um traço marcante da nova Matemática escolar, era a apresentação da disciplina de modo unificado, recorrendo à linguagem dos conjuntos e privilegiando o papel das estruturas (anel, corpo, entre outras), sentindo-se aqui os trabalhos de unificação do conhecimento matemático desenvolvido pelo grupo Bourbaki (Matos, 2006). Acompanhando o movimento reformador em curso em diversos países da Europa e de fora da Europa, a 'Matemática Moderna' chega a Portugal em meados dos anos sessenta. Em 1963, é criada a 'Comissão de Estudos para a Modernização do Ensino da Matemática' pelo então Ministro da Educação Nacional Galvão Telles que escolhe Sebastião e Silva para presidir a essa comissão e o destaca, com dois outros membros da comissão, Jaime Leote e António Augusto Lopes, para meses depois ir participar numa importante reunião em Atenas sobre *Novos métodos de ensino para a Matemática escolar* promovida pela OCDE (Silva, 1969). Revuz (1968) apresenta como características inerentes à Matemática Moderna: a unidade conferida a uma ciência que se dispersava; o carácter dinâmico, que lhe é dado pelas estruturas; a sua expansão, pela extensão das suas aplicações, bem como, e sobretudo, pela matematização das ciências; a maleabilidade nova e diferente do espírito matemático; e a sua inesgotável fecundidade.

É no contexto do Movimento da Matemática Moderna, das propostas de uma mudança na estrutura e nos assuntos matemáticos do currículo da Matemática escolar da época, que vai ocorrer a reforma do ensino das Faculdades de Ciências. Esta reforma, promulgada em 1964, objectivava "adaptar ao conhecimento actual o ensino das Faculdades de Ciências" (preâmbulo do Decreto n.º 45 840, de 31 de Julho de 1964).

Como sabemos, no modelo de formação de professores vigente competia, no caso da Matemática, às Faculdades de Ciências conferir a formação científica necessária à candidatura ao estágio pedagógico para o ensino da disciplina. Esta particularidade justificava a introdução de um semestre de Química Teórica na licenciatura em Ciências Matemáticas. Com efeito, de acordo com as funções relativas ao professorado do 8.º grupo podia ser atribuído a um licenciado em Matemática o ensino da Físico-Química até ao 5.º ano do liceu.

A licenciatura em Ciências Matemáticas passa a estar dividida em dois grupos. O primeiro grupo designado por Matemática Pura e o segundo por Matemática Aplicada. A estruturação das diversas licenciaturas é composta por uma parte geral, que é relativa aos três primeiro anos, e uma parte complementar, relativa aos dois últimos anos. Os primeiros três anos da Licenciatura de Matemática Pura e da Licenciatura da Matemática Aplicada são iguais, e constando das cadeiras seguintes: 1.º ano – Matemáticas Gerais, Álgebra Linear, Geometria

Descritiva e Elementos de Geometria Projectiva, Elementos de Química-Física, Curso Geral de Desenho; 2.º ano – Álgebra, Análise Infinitesimal, Elementos de Análise Numérica, Física Geral; 3.º ano – Análise Infinitesimal II, Mecânica racional, Astronomia fundamental, Elementos de Probabilidades e Estatística. As disciplinas que pertencem ao 4.º e 5.º anos da Licenciatura de Matemática Pura são: 4.º ano – Álgebra Superior I, Análise Superior I, Geometria Superior, História do Pensamento Matemático; 5.º ano – Álgebra Superior II, Análise Superior II. E, as disciplinas que constam dos seguintes grupos A, B ou C, como opção. Sendo a constituição dos grupos como se segue, Grupo A: Física Matemática; Mecânica Celeste. Grupo B: Teoria das Probabilidades; Estatística Matemática; Grupo C: Análise Numérica e Máquinas Matemáticas; Teoria da Informação; Programação Matemática. Quanto às disciplinas que pertencem ao 4.º e 5.º anos da licenciatura de Matemática Aplicada, estas são: 4.º ano – Análise Numérica e Máquinas Matemáticas, Teoria das Probabilidades, Geodesia I, Geometria Diferencial, História do Pensamento Matemático; 5.º ano – Física Matemática, Mecânica Celeste. Como opção: Seminário e outros trabalhos, Estatística Matemática, Teoria da Informação, Programação Matemática, Cálculo Actuarial.

Sobre a situação profissional do professorado em meados da década de sessenta, Grácio (1968) revela "a condição do professorado tem vindo a deteriorar-se progressivamente em todos os escalões do ensino; a míngua de professores na plenitude de habilitações académicas e pedagógicas, a deserção da carreira, as dificuldades de recrutamento, mesmo para suprir o normal desgaste resultante do envelhecimento dos quadros, são sintomáticas de uma situação de crise" (p. 47).

No sub-sistema liceal, as dificuldades em ter professores profissionalmente habilitados persistem pelo que em 17 de Fevereiro de 1969 é regulado por Decreto um novo regime de formação pedagógica dos professores do ensino liceal, que torna mais amplo o acesso aos estágios. Mantendo-se as habilitações científico-pedagógicas requeridas no anterior modelo, há todavia várias modificações entre o regime de estágio pedagógico instaurado em 1969 e aquele que o precedeu: redução do estágio para um só ano curricular, a remuneração da formação, a leccionação efectiva e a atribuição de turmas próprias ao estagiário, a possibilidade de admissão somente com a habilitação de bacharel, o funcionamento do estágio noutros liceus, para além dos Liceus Normais.

ENSAIO CRÍTICO APRESENTADO PARA EXAME DE ESTADO

António Augusto Lopes (AAL) licenciado em Ciências Matemáticas e Engenharia Geográfica, pela Universidade de Coimbra, candidata-se, em 1939, ao estágio pedagógico para professores do ensino liceal. Terminou o estágio pedagógico em 1941 e propõe-se a Exame de Estado nesse mesmo ano. Encontrámos no Arquivo da Biblioteca da Escola Secundária José Falcão um exemplar do ensaio crítico destinado a Exame de Estado, apresentado por este professor.

Como já referimos, tratando-se de um candidato do 8.º grupo, a legislação determinava que o ensaio incidia sobre o ensino de um conteúdo programático da disciplina de Matemática, devendo incluir planos de algumas lições. O ponto do programa a que ensaio crítico de AAL se reporta inclui *Razões e proporções geométricas; suas propriedades fundamentais. Proporcionalidade directa e inversa; constante de proporcionalidade. Regra de três simples e composta*. É um assunto do programa do 2.º ano, do 1.º ciclo do ensino liceal[3] e está incluído no tema *Aritmética prática.* O ensaio, cujo título é Proporções e aplicações, tem setenta e cinco de páginas, todas com um formato aproximado a A4. O ensaio é composto por quatro partes, a saber: Considerações gerais, I. Uma experiência Pedagógica; II. O ensino das proporções no 2º ano; III. Aplicações das proporções.

[3] O ensino liceal compreendia três ciclos: 1.º ciclo (1.º ano, 2.º ano, 3.º ano), 2.º ciclo (4.º ano, 5.º ano, 6.º ano) e 3.º ciclo (7.º ano). A idade mínima de matrícula no 1.º ciclo era 10 anos.

A análise do ensaio revela que cada uma das suas partes cumpre uma função específica. Com efeito, a parte designada por 'considerações gerais', para além de ser a parte inicial do ensaio, é o lugar onde AAL fundamenta este seu trabalho. A segunda parte – 'uma experiência pedagógica – serve para legitimar as reflexões e afirmações contidas nas 'considerações gerais'. As duas últimas partes – 'ensino das proporções no 2.º ano' e 'aplicações das proporções' – são de exposição de matéria e de crítica pedagógica, cumprindo-lhes mostrar a competência de AAL, na preparação das lições. A estrutura do ensaio é coerente com o que as escolhas expressas na parte inicial.

AAL declara concordar com as linhas gerais a que devia atender o ensino da Aritmética propostas pelos programas do 1.º ciclo, contudo, critica as observações aos mesmos por, em sua opinião, permitirem um abuso do cálculo numérico. Refere ainda que atendendo à idade e o nível mental dos alunos não é praticável dar ao ensino das proporções o relevo que se pretende nas instruções aos programas. No que concerne à utilidade para a vida, AAL considera que esta finalidade das proporções era limitada pelas referidas instruções – restringia-se os problemas de juros. Para AAL, a importância destas reflexões sobre este assunto deriva do facto de nunca mais se tratarem tais problemas em todo o curso do Liceu. Por outro lado, considera que os alunos mostravam dificuldades quando se tratava de aplicar as proporções em assuntos matemáticos e na Física. Ainda nas 'considerações gerais', AAL aponta ao liceu responsabilidades no "já tradicional horror [dos alunos] à Matemática em vistas de, por vezes, no ensino se confundir a arte de calcular com a Matemática". Nesta conjuntura, defende que "não é resolvendo grande número de vezes exercícios do mesmo tipo que se fica a saber resolvê-lo". Porém, ressalva que quando devidamente escolhidos e bem orientados os exercícios numéricos podem ser um bom material para revelar a utilidade da Matemática ao nível do cálculo numérico. Em seguida, pode observar-se um dos exemplos a que recorre para expor o seu ponto de vista:

1º)-No cálculo do valor da expressão

$$X = \sqrt{(500\cos 60)^2 + (500\cos 30)^2}$$

há, visivelmente, duas marchas distintas

$$X = \sqrt{(250\text{x}1)^2 + (250\text{x}\,3)^2} = \sqrt{62500 + 187500} = \sqrt{250000} = 500$$

ou

$$X = \sqrt{500^2(\text{sen}^2 30 + \cos^2 30)} = 500$$

Consideraremos aqui apenas uma parte do ensaio relativa à crítica pedagógica e exposição do segundo capítulo – Proporções. De acordo com o autor do ensaio, o caminho a seguir neste capítulo, podia diferir da mera apresentação das propriedades fundamentais das proporções por simples enumeração e verificação com exercícios numéricos. Sendo possível, dar dessas propriedades pequenas demonstrações, utilizando processos intuitivos e os conhecimentos anteriores, que os alunos possuem de Aritmética. A exposição ocupa, neste capítulo, dezoito páginas. A sua redacção e ordenação, em par com uma linguagem clara, permitem-nos uma fácil leitura do seu conteúdo. Apresentamos agora um seu trcho, para que se possa apreciar o que dizemos no nosso comentário.

6-Propriedade fundamental das proporções

Considere a proporção,

$$\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$$

Reduzindo as fracções ao mesmo denominador fica,

$$\frac{5 \text{ x } 12}{6 \text{ x } 12} = \frac{10 \text{ x } 6}{12 \text{ x } 6}$$

Como as fracções são iguais e têm denominadores iguais será,

$$5 \text{ x } 12 = 10 \text{ x } 6$$

isto é, nesta proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

Acontecerá isto com tôdas as proporções? Para chegar a uma conclusão siga na coluna da direita os mesmos passos.

Considere agora uma proporção qualquer

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

Reduzindo as fracções ao mesmo denominador fica,

$$\frac{a \text{ x } d}{c \text{ x } d} = \frac{b \text{ x } c}{d \text{ x } c}$$

Como as fracções são iguais e têm denominadores iguais será,

$$a \text{ x } d = b \text{ x } c$$

Portanto, em qualquer proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

E' esta a propriedade fundamental das proporções.

Da análise do ensaio crítico de AAL, entende-se melhor em que medida este trabalho averiguava a aptidão do candidato para a docência, uma vez estamos perante uma proposta educativa do candidato para tornar "ensinável" o ponto do programa pelo qual optou. O ensaio crítico possibilitava ao futuro professor um exercício ligado com a realidade pedagógica, ligado com a compreensão 'do que se ensina' e 'porque se ensina'.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES, PARA FINALIZAR

O modelo de formação de professores sofreu alterações durante o período estudado. Em nossa opinião a diferença mais marcante entre o modelo de 1911 e os seguintes foi o aumento do número de anos de prática pedagógica de um para dois. O modelo de 1930 ao colocar a formação pedagógica nas Universidades dá maior prestígio à formação de professores. Desde 1911 até 1957, todos os candidatos a professor liceal tinham que efectuar os Exames de acesso ao estágio e depois do estágio tinham que ser aprovados no Exame de Estado. Em 1957, houve alteração do modelo passando os candidatos masculinos, mediante certas condições, a poder aceder ao estágio sem fazer os exames de entrada e cumprir só um ano de estágio. Em 1969, o estágio passou a poder ser realizado fora dos Liceus Normais. As mudanças na formação de professores de 1957 e 1969, justificam-se pela falta de professores qualificados nos liceus provocada pelo aumento do número de alunos e pela dificuldade sentida em formar professores em número suficiente para atender a essa 'explosão escolar'. Podemos dizer que o modelo formativo definido na década de 1930 foi adaptado às necessidades da década de 1950 e vigorou até 1969.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, M. (2010). A formação de professores de Matemática do ensino liceal, nas décadas de 30 e 40 do século XX: um contributo para o seu estudo. Comunicação apresentada no XXI-SIEM, Aveiro, Portugal.

BERRIO, J. (1976). "El Método Histórico en la Investigación Histórica de la Educación". *Revista Española de Pedagogia*. 134 (10-11), 449-475.

GUIMARÃES, H. (2007). Por uma Matemática nova nas escolas secundárias. Perspectivas e orientações curriculares da Matemática Moderna. In J. M. Matos & W. R. Valente, (Eds.), *A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal*: *primeiros estudos*, 21-45. São Paulo: Da Vinci/Capes-Grices. Zapt Editora.

MATOS, J. (2006). *A penetração da Matemática Moderna em Portugal na revista Labor*. *Union* n.º 5. Março, 91-100.

———. (2010). Elementos sobre o ensino e a aprendizagem da matemática moderna em Portugal no final dos anos 70. Em J. Matos & W. Valente (eds.) *A reforma da matemática moderna em contextos ibero americanos*, 137-174. Caparica: FCT/UNL, UIED. Coleção Educação e Desenvolvimento.

NÓVOA, A. (1992). A 'Educação Nacional'. In J. Serrão & A.H. Oliveira Marques (dir.). *Nova História de Portugal. Portugal e o Estado Novo*. Vol. XII (1930-1936), 455-519. Lisboa: Editora Presença.

PINTASSILGO, J., MOGARRO, M. & HENRIQUES, R. (2010). *A formação de professores em Portugal*. Lisboa: Edições Colibri.

REVUZ, A, (1968). Matemática Moderna, Matemática Viva. Lisboa: Livros Horizonte.

ROSAS, F. (1994). História de Portugal – Vol.7 – *Estado Novo* (1926 – 1974). Lisboa: Circulo de Leitores.

SCHUBRING, G. (2006). Researching into the history of teaching and learning mathematics: the state of the art. *Paedagogica Historica*, 42, 665-677.

SILVA, J. (1969). Projecto de modernização do ensino da Matemática no 3.º ciclo dos liceus portugueses (cópia de documento dactilografado, assinado pelo autor).

TEODORO, A. (1999). *A construção social das políticas educativas. Estado, educação e mudança social no Portugal contemporâneo*. Tese de doutoramento, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologias.

VALENTE, W. (2008). A investigação do passado da educação matemática: memória e história. Em *Actas do XII Simpósio de Investigación em Educación Matemática:* Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Recuperado a 20 de junho de 2011 de: www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/actas/Actas 12SEIEM/Apo19Rodrigues.pdf

UMA HISTÓRIA DAS CURVAS PEDAIS (PODAIRES) PELO APLICATIVO GEOGEBRA

EDUARDO SEBASTIANI FERREIRA

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica – IMECC
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP
Campinas, SP

esebastiani@uol.com.br

Resumo: A definição apareceu numa obra póstuma de Roberval em 1730 para uma curva denominada por ele de limaçon, para um círculo; mais tarde por curva pedal. Essa foi a primeira vez que se escreveu sobre essa curva. Hoje a definição adotada para a curva pedal é a seguinte: (DC) é uma curva plana e O um ponto do plano. Consideramos o pé P da reta ortogonal à tangente em qualquer ponto M dessa curva. A curva pedal de DC é o lugar geométrico quando M descreve a curva dada. Esse artigo trata a curva pedal pelo software GeoGebra. Além disso, estudados suas propriedade e suas inversas, alem disso a classificação dessas curves assim com o desenvolvimento histórico delas.

Palavra Chave: Curva pedal.

Abstract: The definition appeared in Roberval's posthumous work in 1730, the curve denominate by him limaçon for the circus, afterward by pedal curve; it was the first appeared write about this curve. Today the pedal curve has like definition: (DC) is a plane curve and O a point of the plane. We consider the foot P of the orthogonal right line to the tangent from any point M of the curve. So the pedal curve of (DC) is the locus of P when M describes the curve. This paper shows the pedal curve by the software GeoGebra. Besides, we study theirs properties and theirs inverses. We had also studied its classification and the historic development of those curves.

Keyword: Pedal curve.

INTRODUÇÃO

Mesmo tendo feito todo minha pesquisa de pós-gradução em Geometria Diferencial, vim a conhecer a Curva Pedal pelo Professor Olivier Bruneau, da Universidade de Nantes, numa apresentação no 6th European Summer University on the History and Epsistemology in Mathematics Education, realizado em Viena, Áustria 19 a 23 de Julho de 2010.

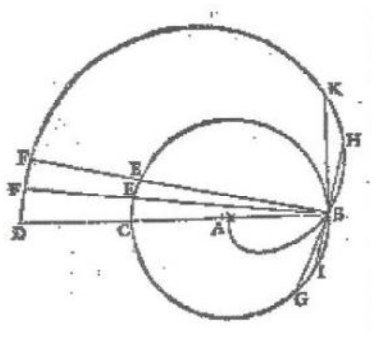
O mini-curso ministrado por Bruneau foi uma abordagem histórica dessa curva e como podemos utilizar o aplicativo Geogebra par melhor visualizá-la.

Esse texto pretende dar um enfoque histórico dessa curva, simultaneamente com o recurso do Geogebra, em cada etapa, para melhor compreende-la, suas propriedades e como foi sendo desenvolvido o seu estudo através do tempo.

1. ROBERVAL, GILLES PERSONNE DE (1602-1675)

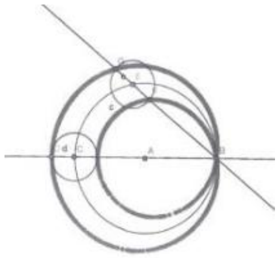
O primeiro matemático a tratar da Curva Pedal, sem usar esse nome, foi Roberval, quando estudava a composição de movimentos e sobre a maneira de achar uma tangente a uma curva. Numa *Mémoire de l'Académie Royle des Sciences de Paris (1730)* é reeditado a obra póstuma de Roberval de 1693, onde aparece em primeiro lugar o traçado de *Limaçon de Pascal*:

> *Seja dado uma circunferência CGBE de centro A, o diâmetro BC prolongado tanto que se queira, como em D, sejam dados B por Polo de nossa Liamçon e CD o intervalo ao qual nos servimos para descrever nossa curva. Seja B tomado uma quantidade da reta BEF, que corta a circunferência em E, e EF em cada uma dessas linhas iguais d CD, e de mesmo lado, a Limaçon passará por todos esses pontos EF.*

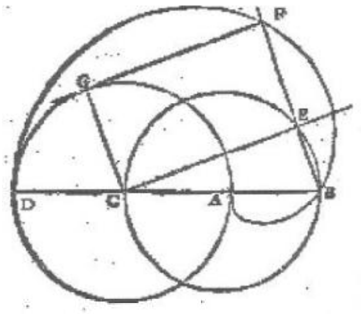


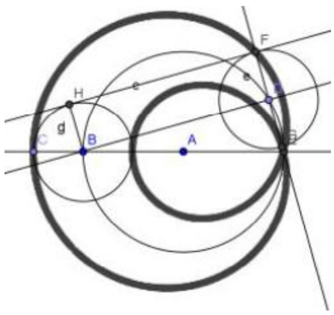
Roberval, p. 88

Usando o Geogebra podemos traçar a Liançon de Pascal facilmente:



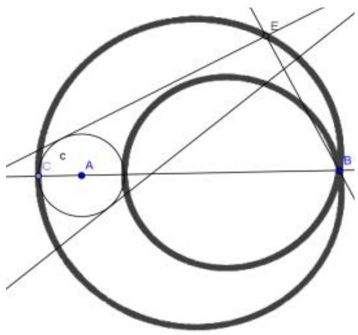
A Limaçon de Pascal foi descoberta por Étienne Pascal (pai de Blaise Pascal), que aparece numa carta enviada a Roberval em 16 de Agosto de 1636. Nos escritos de Roberval tem-se uma maneira geométrica para descrever essa curva: "*Sejam o círculo CEB e o intervalo CD como na figura precedente: do ponto C e do intervalo CD descrevemos o círculo DG*; traçando as tangentes GF à esse círculo e do ponto B o segmento BF perpendicular a essas tangentes, cada um desses pontos F estará em nossa limaçon.*" (tradução minha) (Roberval, p. 90)



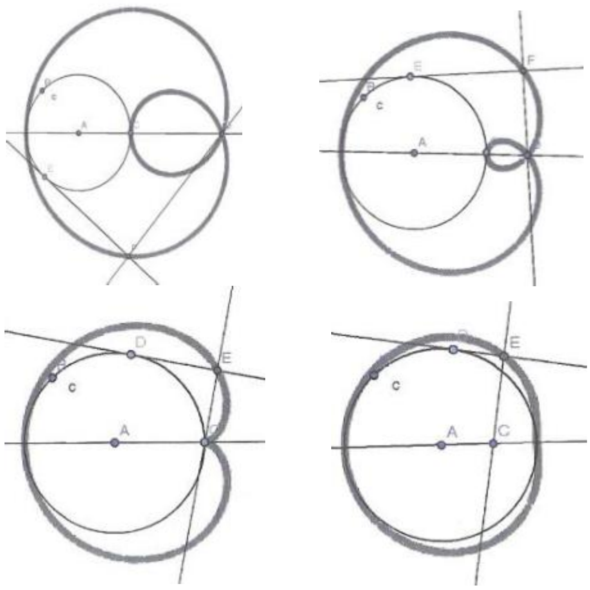


esta propriedade da curva vem, provavelmente, a definição da Curva Pedal:

> *(DC) is a plane curve and O a point of the plane. We consider the foot P of the orthogonal right line to the tangent from any point M of the curve. So the pedal curve of (C) is the locus of P when M describes the curve*. (Bruneau, 1)



Quando o ponto fixado, chamado de pé da curva pedal, se aproxima do círculo, o laço interno vai diminuindo. No caso em que esse ponto pertence à circunferência temos a cardióide; e quando o ponto fixo passa para o interior da circunferência, essa cardióide vai se transformando na circunferência, que ocorre quando o ponto fixo atinge o centro da circunferência.



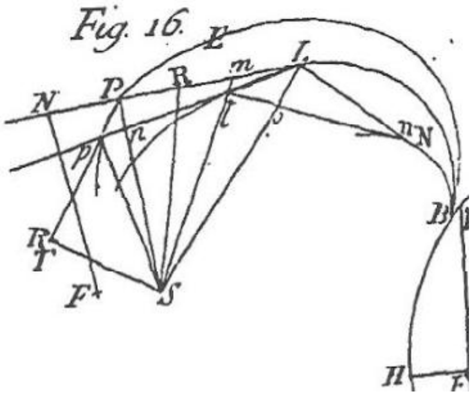
2. MACLAURIN, COLIN (1698 - 1746)

Maclaurin, matemático escocês, fez um trabalho notável em geometria, particularmente estudando as curvas planas mecânicas. Sua publicação mais importante nessa área foi a *Goemtria Organica*, publicada em 1720, quando era professor da Universidade de Aberdeen, Escócia.


Geometria Organica:
SIVE
DESCRIPTIO
LINEARUM CURVARUM
UNIVERSALIS.

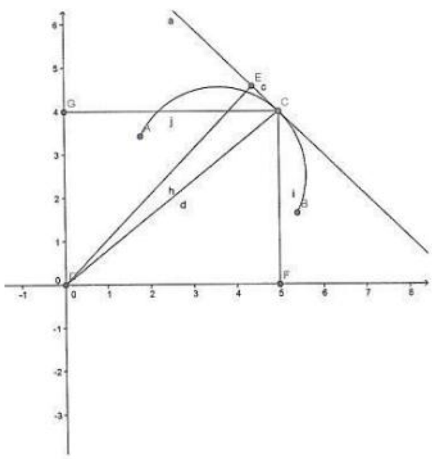
AUCTORE
COLINO MAC LAURIN, Matheseos in Collegio Novo Abredonensi Professore, & Reg. Soc. Soc.

LONDINI:
Impensis GUL. & JOH. INNYS, Regiæ Societatis Typographorum in Areâ Occidentali D. Pauli. MDCCXX.



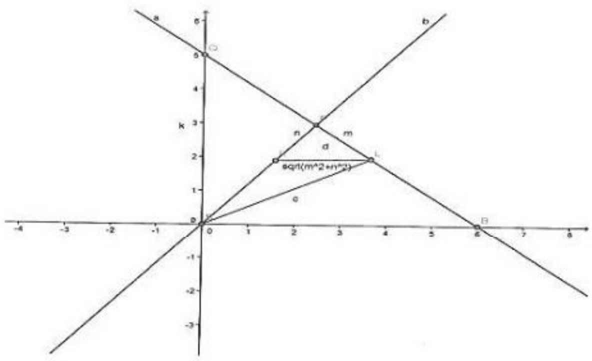
No capítulo sobre Curvas Universais. Descrição Linear, seção III (p. 94), Maclaurin escreveu sobre a curva traçada pelo ponto de interseção da reta tangente a uma curva qualquer, com uma reta perpendicular a essa tangente passando por um ponto fixo S. Ele demonstra que se colocarmos a origem nesse ponto fixo S, usando coordenadas ortogonais x e y, para descrever a curva, e sendo m e n duas quantidades tais que: dx:dy::m:n; a razão SL:SP:: SLx$\sqrt{m^2+n^2}$: my-nx, onde L é o ponto de tangencia na curva e P o ponto de interseção das duas retas ortogonais; vamos obter que SP = $\frac{\mathrm{my-nx}}{\sqrt{m^2+n^2}}$, que vai descrever a curva solicitada.

Uma solução em geometria analítica:



O ponto G da curva com coordenas (x_0, y_0) e o ponto E, que vai descrever a curva desejada com coordenas (X, Y), a reta tangente em G, terá como equação: $y = \frac{n}{m}x + y_0 - \frac{n}{m}x_0$. A reta ortogonal a ela pela origem $y = -\frac{m}{n}x$. Como o ponto E é interseção dessas duas retas E= $(\frac{mny_o - n^2x_o}{m^2+n^2}, -\frac{m}{n}.\frac{mny_o-n^2x_o}{m^2+n^2})$. Calculando o comprimento OE = $\frac{my-nx}{\sqrt{m^2+n^2}}$, isso para qualquer ponto (x, y) da curva dada.

Temos outra solução: $\frac{SL}{SP} = \frac{SL\sqrt{m^2+n^2}}{SP\sqrt{m^2+n^2}}$., Então, calculando geometricamente o valor $SP\sqrt{m^2+n^2}$ e usando a equação da reta tangente $my - nx = mk$, onde k é a ordenada do ponto onde a reta tangente encontra o eixo y, tem-se uma semelhança de triângulos retângulos: SPQ~PRL, ou seja, $\frac{PS}{m} = \frac{k.}{\sqrt{m^2+n^2}}$. Logo $SP\sqrt{m^2+n^2} = mk$. Temos, então, a igualdade dada por Maclaurin, pois como $my - nx = mk = SP\sqrt{m^2+n^2}$ →SP=$\frac{my-nx}{\sqrt{m^2+n^2}}$.

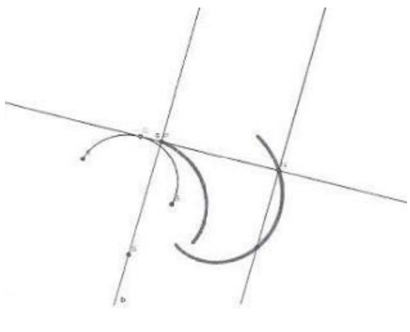


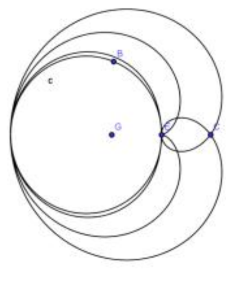
Dada a curva C em coordenadas paramétricas: $(x, y) = (f(t), g(t))$, podemos sempre considerar o pé da sua pedal como a origem. A reta tangente tem inclinação: $\frac{dy}{dx} = \frac{g'(t)}{f'(t)}$, e a equação da reta tangente terá a forma: $y = \frac{g'(t)}{f'(t)}x + k$, para que passe pelo ponto $(f(t), g(t))$, sua equação será: $y = \frac{g'(t)}{f'(t)}x + g(t) - \frac{g'(t)}{f'(t)}f(t)$. Por outro lado, a perpendicular à ela passando pela origem tem como equação: $y = -\frac{f'(t)}{g'(t)}x$. Achando o ponto de intersecção dessas duas retas temos a equação paramétrica da curva pedal: $\begin{cases} x = \frac{f(t)g'^2(t) - g(t)f'(t)g'(t)}{f'^2(t)+g'^2(t)} \\ y = \frac{g(t)f'^2(t) - f(t)f'(t)g(t)}{f'^2(t)+g'^2(t)} \end{cases}$. Por outro lado, se for em relação a um ponto S = (a,b) suas equações paramétricas serão: $\begin{cases} x(t) = \frac{f'^2(t)a + g'^2(t)f(t) + f'(t)g'(t)(b-g(t))}{f'^2(t)+g'^2(t)} \\ y(t) = \frac{g'^2(t)b + f'^2(t)g(t) + f'(t)g'(t)(a-f(t))}{f'^2(t)+g'^2(t)} \end{cases}$.

Uma das propriedades que foi dada por Maclaurin é a seguinte: Dados uma curva C sua curva pedal C', em relação a um ponto S; se quisermos achar a curva pedal de C em relação a um outro ponto F, basta tomar um ponto P qualquer da C', traçarmos o segmento SP e uma reta ortogonal a esse segmento. Em seguida, achamos uma reta perpendicular a esse segmento por F. A interseção dessa perpendicular com o segmento SP determina um ponto N, que gera a curva pedal da C tendo o ponto F como pé. (Maclaurin, corolário VIII, p. 98).

A demonstração dessa propriedade é imediata, pois a reta ortogonal ao segmento SP tem que ser tangente à curva C pela definição de curva pedal, logo o ponto N será um ponto da curva pedal de C de pé F.

No gráfico ao lado temos o traçado da curva pedal á circunferência por três pontos distintos, usando o corolário acima.





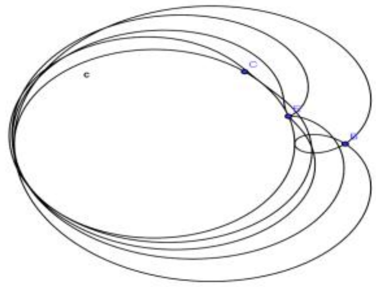
No Nouvelles Annales des Mathématiques, Iª série, tomo 7 (1848) p. 234-239, um aluno do College Militaire de La Fléche, publica uma solução de Terquem (1782-1862) para um problema do exame de admissão à escola, que tratava de achar o lugar geométrico das projeções de um ponto de uma seção cônica sobre todas as suas tangentes. No final da solução ele escreveu:

> *A linha que se obtém projetando um ponto fixo sobre as tangentes a uma cônica, é muito importante na análise e na física, dentro da teoria das ondas. Os alemães designam esse gênero de curva com uma só palavra, que significa curva dos pés das perpendiculares. Não podemos, pelo mesmo uso, empregar a expressão curva pedal (podaire), e superfície pedal (podaire), quando se trata da projeção de um ponto fixo sobre os planos tangentes de uma superfície? Assim diremos que a onda luminosa de Fresnel é a superfície pedal recíproca (em relação a um elipsóide) da superfície pedal do centro desse elipsóide; a pedal do vértice de uma parábola é uma cissoide. A pedal do centro de um hipérbole equilátera é uma cassinoide. A pedal de um foco é um círculo nas cônicas com centro e um retal na parábola, e em geral uma reta ou uma superfície pedal de um ponto qualquer, é uma reta ou uma superfície de quarto grau onde os termos do quarto grau formam um quadrado perfeito.*

3. CURVAS PEDAIS DAS CÔNICAS

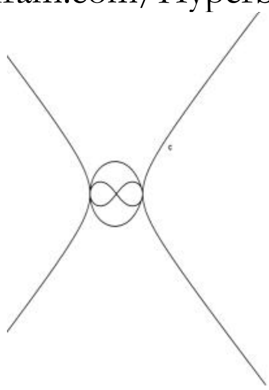
ELÍPSE:

A elipse é uma curva fechada, com centro e que tem como equação cartesiana: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, onde a e b são dois valores distintos. Quando são iguais temos a equação da circunferência. Calcular sua curva pedal em relação a um pé P vai definir curvas distintas, dependendo da posição do pé. Quando o pé é interior à curva, mas não em nenhum dos seus focos temos a curva chamada de bicirvular, quando o pé está em um dos focos temos uma circunferência, se o pé esta fora da elipse tem uma espécie de limaçon e, finalmente, se o pé está sob a curva temos uma espécie de cardióide

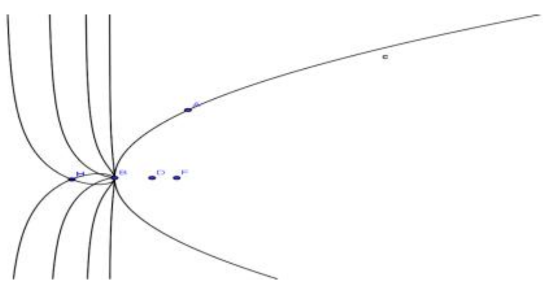


HIPÉBOLE:

Quanto à hipérbole, não é uma curva fechada, mas divide o plano em duas áreas: interior aos ramos e outra exterior. Logo a sua curva pedal vai depender da posição do pé. Quando o pé da curva pedal for à origem, para uma hipérbole retangular, com esse centro, a curva pedal será uma leminiscata (cassinoide). Por outro lado, se o pé estiver nos focos temos uma circunferência.
(http://mathworld.wolfram.com/HyperbolaPedalCurve.html)



PARÁBOLA:

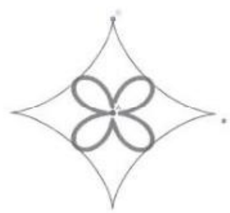


Quando o pé está no foco, sua curva pedal é uma reta passando pelo vértice (vermelha), por outro lado, se o pé está no vértice a pedal é cissóide de Diocles (verde), finalmente, se estiver fora da parábola temos uma curva strofoide (azul).
(http://mathworld.wolfram.com/ParabolaPedalCurve.html)

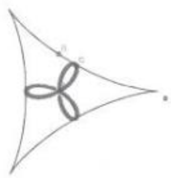
4. CURVAS PEDAIS DE OUTRAS CURVAS

1. Cardioide é a cardióide com laço

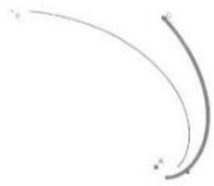
2. Astroide é a quadrifolium.



3. Detoide é o trifolium



4. Espiral logarítmica é também uma espiral logarítmica



5. Reta é o ponto de interseção da perpendicular à reta passando pelo pé da pedal

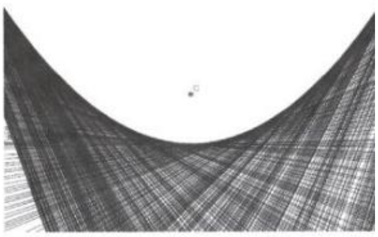
5. PRINCIPAIS CURVAS E SUAS PEDAIS

CURVA	PÉ	PEDAL
Astroide	centro	Quadrifolium
Cardioide	cuspide	Sestica de Cayley
Circunferência	qualquer ponto	Limçon
	na circunferência	Cardiode
Cissoide de Diocle	foco	Cardiode
Deltoide	cuspide	Folium simples
	vértice	Bifolium regular
	centro	Trifolium
	na curva	Bifolium
Elipse	foco	Circunferência
Epicicloide	centro	Roseta
Espiral logarítmica	polo	Espiral logarítmica
Hipérbole retangular	centro	Leminiscata
Roseta	foco	Circunferência
Hipocicloide	centro	
Reta	qualquer ponto	Ponto
Parábola	foco	Reta
	na diretriz	Estrafoide
	centro da diretriz	Estrafoide retp

CURVA	PÉ	PEDAL
	reflexão do foco pela diretriz	Trisectriz de Maclaurin
Espiral senosoidal	polo	Espiral senosoidal
Curva Talbot	centro	Elípse
Cúbida de Tschirnhausen	http://www.2dcurves.com/derived/pedal.html	Parábola

6. ANTIPEDAL DE UMA CURVA

Dada uma curva, achamos a curva que ela é a pedal. O processo é de: dada a curva C, por um ponto P dela, traçamos o segmento que une esse ponto ao pé da pedal e a perpendicular a esse segmento. Essa perpendicular vai ser tangente á curva procurada.



A antipodal de uma reta em relação à um ponto é a parábola que tem esse ponto como foco e a reta como diretriz.

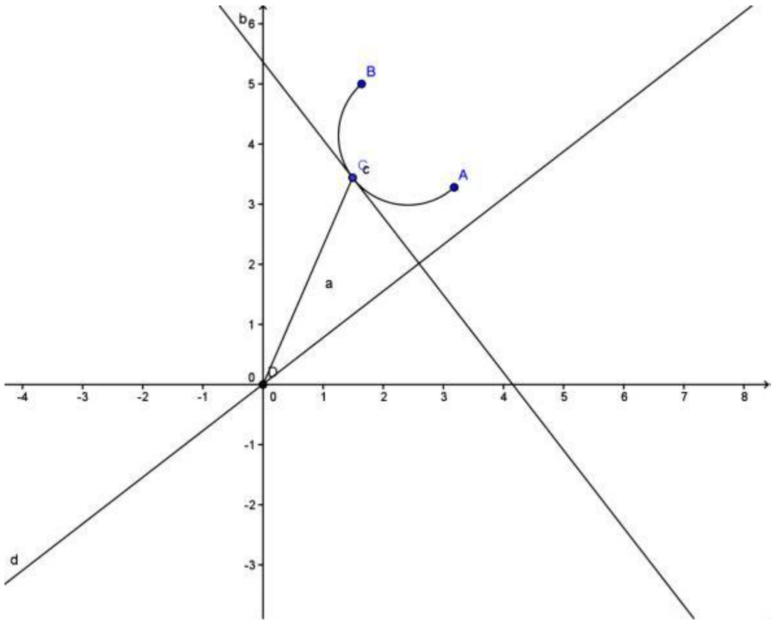
No site www.mathcurve.com/courbes2d/podaire/podaire.shtml encontramos um lista de mais de 40 antipodals e suas respectivas curvas.

EQUAÇÃO POLOR DA CURVA PEDAL

Vamos supor que a curva C tenha coordenas polares: (ρ_0, θ_0) e sua podal C´: (ρ, θ). Sabemos que: $\begin{matrix} x = \frac{xn-ym}{m^2+n^2} n \\ y = \frac{ym-xn}{m^2+n^2} m \end{matrix}$, onde $m = dy\ e\ n = dx$. Por outro lado $x = \rho cos\theta, y = \rho sen\theta$, logo n= $dx = d\rho cos\theta - \rho sen\theta d\theta, m = dy = d\rho sen\theta + \rho cos\theta d\theta$. Por outro lado: $\rho =$

$\sqrt{x^2 + y^2}$, fazendo as substituições encontramos: $\rho = \frac{{\rho_0}^2}{\sqrt{{\rho_0}^2 + {\rho_0'}^2}}$.

Chamando deφ_0 o ângulo que a tangente no ponto L= (ρ_0, θ_0), vamos ter que $\theta = \theta_0 + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}$.



$$tg\varphi_0 = \frac{sen\varphi_0}{cos\varphi_0}$$

Por outro lado $x = \rho_0 cos\theta$ e $y = \rho_0 sen\theta$. Também $\varphi_0 = \phi - \theta$, logo $tg\varphi_0 = tg(\phi - \theta) = \frac{tg\phi - tg\theta}{1 + tg\phi tg\,\theta}$. Como $tg\phi = m = \frac{dy}{dx}$, então $tg\varphi_0 = \frac{\rho_0 d\theta}{d\rho_0}$ (1). Analogamente $tg\lambda = \frac{\rho d(\theta - \theta_0)}{d\rho}$. Chamando $\theta - \theta_0 = \alpha$, temos $\alpha = \phi - \frac{\pi}{2}$.

$tg\lambda = \frac{\rho d\propto}{d\rho} = \rho\frac{d\phi}{d\rho}$, por outro lado, $tg\lambda\frac{d\rho}{ds} = \rho\frac{d\phi}{d\rho}\frac{d\rho}{ds} = \rho\frac{d\phi}{ds}$.

Temos que, como $\varphi_0 = \phi - \theta$, $\frac{d\phi}{ds} = \frac{d\theta}{ds} + \frac{d\varphi_0}{ds}$ (2). Mas $sen\,\varphi_0 = \frac{\rho}{\rho_0}$, e então $\frac{d\rho}{ds} = sen\,\varphi_0\frac{d\rho_0}{ds} + \rho_0 cos\varphi_0\frac{d\varphi_0}{ds}$. Pela figura $\rho_0 cos\varphi_0 = t$.

Podemos escrever a seguinte igualdade: $\frac{d\rho}{ds} = \frac{\rho}{\rho_0}\frac{d\rho_0}{ds} + t\frac{d\varphi_0}{ds}$, ou $\frac{d\varphi_0}{ds} = \frac{1}{t}\frac{d\rho}{ds} - \frac{1}{t}\frac{\rho}{\rho_0}\frac{d\rho_0}{ds}$

Por outro lado $(\frac{ds}{d\rho_0})^2 = 1 + {\rho_0}^2(\frac{d\theta}{d\rho_0})^2$=1+$tg^2\varphi_0 = sec^2\varphi_0$, ou então, $cos\varphi_0 = \frac{d\rho_0}{ds} = \frac{t}{\rho_0}$. Igualdade (3) $\rho_0 d\rho_0 = tds$.Com essa igualdade

$\frac{d\varphi_0}{ds} = \frac{1}{t}\frac{d\rho}{ds} - \frac{1}{t}\frac{\rho}{\rho_0}\frac{d\rho_0}{ds} = \frac{1}{\rho_0}\frac{d\rho}{d\rho_0} - \frac{\rho}{{\rho_0}^2}$ (3).

Temos, também, que $cotg\varphi_0 = \frac{cos\varphi_0}{sen\varphi_0} = \frac{t}{p} = \frac{1}{\rho_0}\frac{1}{\frac{d\theta}{d\rho_0}}$, logo $t = \rho_0\frac{d\rho_0}{ds} = \frac{p}{\rho_0}\frac{d\rho_0}{d\theta}$. Donde concluímos que $\frac{d\theta}{ds} = \frac{\rho}{{\rho_0}^2}$ (5).

Como $\frac{d\phi}{ds} = \frac{d\varphi_0}{ds} + \frac{d\theta}{ds}$ por (2) $\frac{d\phi}{ds} = \frac{1}{\rho_0}\frac{d\rho}{d\rho_0} - \frac{\rho}{{\rho_0}^2} + \frac{\rho}{{\rho_0}^2} = \frac{1}{\rho_0}\frac{d\rho}{d\rho_0}$.

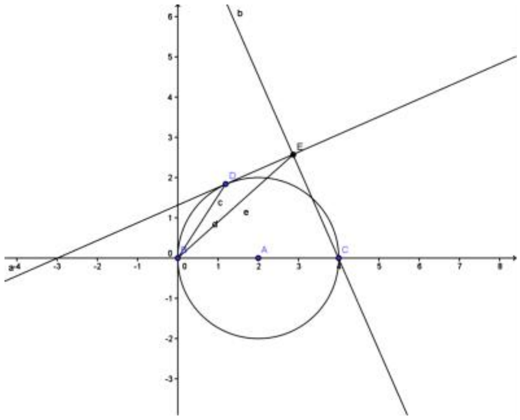
Por outro lado, já vimos que $tg\lambda\frac{d\rho}{ds} = \rho\frac{d\phi}{d\rho}\frac{d\rho}{ds} = \rho\frac{d\phi}{ds} = \rho\frac{1}{\rho_0}\frac{d\rho}{d\rho_0}$, mas $\rho = \rho_0 sen\varphi_0$.

Logo $tg\lambda\frac{d\rho}{ds} = \rho\frac{1}{\rho_0}\frac{d\rho}{d\rho_0} = sen\varphi_0\frac{d\rho}{d\rho_0}$, $tg\lambda = sen\varphi_0\frac{d\rho}{d\rho_0}\frac{ds}{d\rho} = \frac{sen\varphi_0}{\frac{d\rho_0}{ds}} = \frac{sen\varphi_0}{cos\varphi_0} = tg\varphi_0$

Podemos finalmente concluir que $\lambda = \varphi_0$, logo $sen\,\lambda = sen\,\varphi_0$ e $\frac{\rho_1}{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}$. (6)

CURVAS QUE DEPENDEM DE UM ÚNICO PARÂMETRO

Existem curvas que dependem de um único parâmetro, por exemplo: a circunferência $x^2 + y^2 = r^2$depende de seu raio; a parábola $y^2 = 2px$, a hipérbole equilátera $x^2 - y^2 = a^2$etc. Para essas curvas temos a seguinte relação usando coordenas polares: $\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{\rho_0}{a}\right)^n$ para um certo valor de n. Essa equação da curva é denominada de *equação radial da curva* Assim,na circunferência se colocarmos o pé da polar nela, o diâmetro desse ponto até o outro extremos será de $2a$, chamando de a o raio.

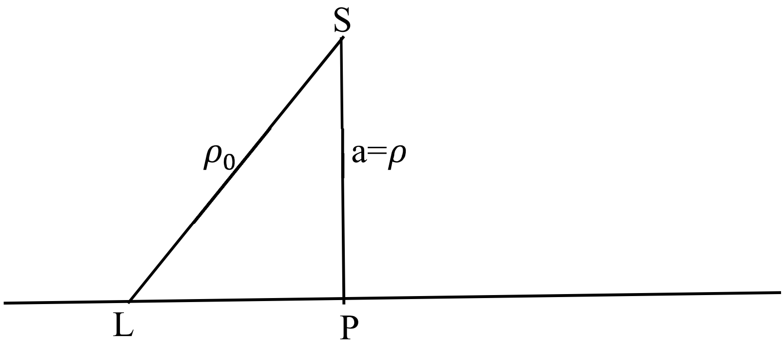


A equação polar da circunferência de raio a e com origem num dos seus pontos é:

$$x = 2a\ cos\theta\ , y = 2a\ sen\ \theta$$

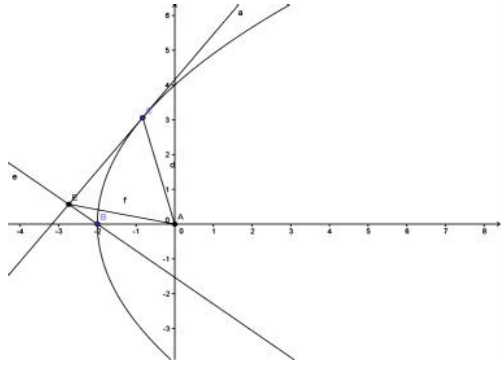
Como $\rho = \frac{{\rho_0}^2}{\sqrt{{\rho_0}^2 + {\rho_0'}^2}} = \frac{{\rho_0}^2}{\sqrt{{\rho_0}^2 + 4a^2 sen^2\theta}}$, por, outro lado, $2a\ cos\theta = \rho_0$. Então, a igualdade anterior fica: $\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\rho_0}{2a}$. Logo o n = 1.

Para a reta



Como a=ρ tem-se que $\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{a}{\rho_0}$, logo n=-1

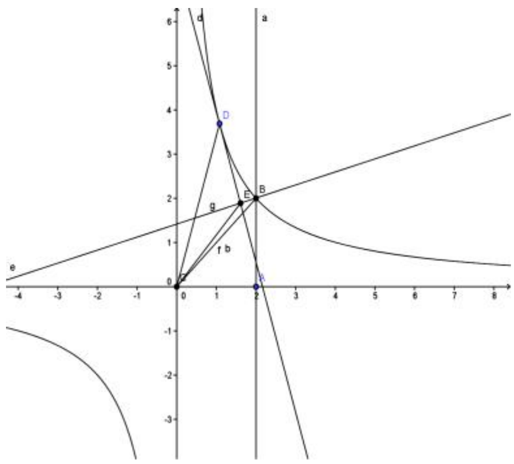
Vamos estudar agora a parábola, colocando o centro das coordenadas no foco e o pé da pedal no vértice:



A equação em coordenas cartesianas dessa parábola será: $y^2 = 4a(x + a)$, e em coordenas polares: ${\rho_0}^2 sen^2\theta = 4a(\rho_0 \cos\theta + a)$. Dessa igualdade podemos escrever:

$\rho_0(1 - cos\theta) = 2a$ e, então, $\frac{d\rho_0}{d\theta} = \frac{\rho_0 sen\theta}{cos\theta - 1}$. Da expressão $\rho = \frac{{\rho_0}^2}{\sqrt{{\rho_0}^2 + {\rho_0'}^2}}$, concluímos que $\frac{\rho}{\rho_0} = \sqrt{\frac{a}{\rho_0}}$, ou seja n = -1/2.

Para a hipérbole eqüilátera $xy = c^2$, onde consideramos o pé da pedal no vértice de um dos ramos, então, $c = \frac{\sqrt{2}}{2}a$. A equação polar será: ${\rho_0}^2 \cos\theta sen\theta = c^2$.



Derivando a equação polar em relação à θ vamos obter: $\frac{d\rho_0}{d\theta} = -\rho_0 \frac{cos2\theta}{sen2\theta}$. Usando a expressão $\rho = \frac{{\rho_0}^2}{\sqrt{{\rho_0}^2 + {\rho_0'}^2}}$, obtemos que $\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{a}{\rho_0}\right)^2$, isto é n=-2.

PROPOSIÇÃO DE MACLAURIN

Para uma curva e sua pedal, que podemos escrever $\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{\rho_0}{a}\right)^n$ (equação radial) para um inteiro n, então sua m-ézima pedal vale a seguinte igualdade: $\frac{\rho_m}{\rho_{m-1}} = \left(\frac{\rho_{m-1}}{a}\right)^{\frac{n}{nm+1}}$ (7). (MacLaurin, prop. XIV p. 106).

Demonstração. É feita por indução. Pela (6) temos que $\frac{\rho_1}{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}$, podendo continuar e escrever: $\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\rho_1}{\rho} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \cdots \frac{\rho_m}{\rho_{m-1}} = \frac{\rho_{m+1}}{\rho_m} \cdots$(8).

Para m=1, como por hipótese $\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{\rho_0}{a}\right)^n$, então $\frac{\rho}{a} = \left(\frac{\rho_0}{a}\right)^{n+1}$ e que $\left(\frac{\rho}{a}\right)^{\frac{1}{n+1}} = \frac{\rho_0}{a}$. Elevando ambos os lados à potência n $\left(\frac{\rho}{a}\right)^{\frac{n}{n+1}} = \left(\frac{\rho_0}{a}\right)^n = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\rho_1}{\rho}$.

Vamos supor válido para m e vamos mostrar para m+1. Então, $\frac{\rho_m}{\rho_{m-1}} = \left(\frac{\rho_{m-1}}{a}\right)^{\frac{n}{nm+1}} = \frac{\rho_{m+1}}{\rho_m}$. Como no caso primeiro, multiplicando os numeradores por ρ_{m-1} e o denominador por a, obtemos $\frac{\rho_m}{a} = \left(\frac{\rho_{m-1}}{a}\right)^{\frac{n(m+1)+1}{nm+1}}$; ou então $\left(\frac{\rho_m}{a}\right)^{\frac{1}{n(m+1)+1}} = \left(\frac{\rho_{m-1}}{a}\right)^{\frac{1}{nm+1}}$. Elevando ambos os membros a n $\left(\frac{\rho_m}{a}\right)^{\frac{n}{n(m+1)+1}} = \left(\frac{\rho_{m-1}}{a}\right)^{\frac{n}{nm+1}}$, pela (7).

$\left(\frac{\rho_m}{a}\right)^{\frac{n}{n(m+1)+1}} = \left(\frac{\rho_{m-1}}{a}\right)^{\frac{n}{nm+1}} = \frac{\rho_m}{\rho_{m-1}}$ e que pela (8) $\frac{\rho_m}{\rho_{m-1}} = \frac{\rho_{m+1}}{\rho_m}$. Logo $\left(\frac{\rho_m}{a}\right)^{\frac{n}{n(m+1)+1}} = \frac{\rho_{m+1}}{\rho_m}$.

Como consequência dessa proposição podemos construir o seguinte quadro das equações radiais de algumas curvas e de suas pedais:

Curva	Equação radial	n da curva	Primeira curva pedal correspondente	Equação radial da pedal	n da pedal
Circunferência de raio a	$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\rho_0}{2a}$	n=1	Cardióide	$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{\rho_0}{2a}\right)^{\frac{1}{2}}$	n=$\frac{1}{2}$
Reta com uma distância a do pé da pedal	$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{a}{\rho_0}$	n=-1	ponto	$\rho = \rho_0$	n=0
Parábola	$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{\rho_0}{a}\right)^{-\frac{1}{2}}$	n=-$\frac{1}{2}$	Reta	$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{a}{\rho_0}$	n=-1
Hipérbole equilátera	$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{a}{\rho_0}\right)^{2}$	n=-2	Leminiscata	$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{\rho_0}{a}\right)^{2}$	n=2

Proposições demonstradas por MacLaurin para esses tipos de curvas, isso é que tem equações radias $\frac{\rho}{\rho_o} = \left(\frac{\rho_0}{a}\right)^n$:

Proposição XV, p. 108 "A retificação de uma curva de B à L e sua correspondente pedal de B à P e N, da antipal é Arc(BP) = (n+1) (Arc(BN) + LN)." (Brunea, p. 16)

A demonstração de MacLaurin é por proporcionalidade e a definição de diferencial de uma curva em um ponto.

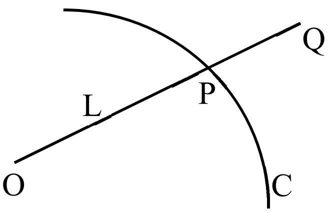
Proposição XXI, p. 119 "O raio de curvatura de uma curva que tenha equação radial é:

$$K = (n+1)\frac{{\rho_0}^{n-1}}{a^n}.$$

Isso se deduz diretamente da fórmula da raio de curvatura em coordenadas polares dada no Lawrence, página 24. ($K = \frac{1}{\rho_0}\frac{d\rho}{d\rho_0}$).

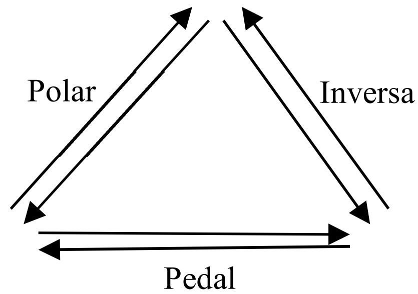
CURVA INVERSA DE UMA CURVA DADA

Seja um ponto O fixado, chamado de centro da inversão. Dado uma curva C, uma reta L, que passa por O, intercepta C em um ponto P, um ponto Q em L vai ser o inverso de P em relação a C, se $\overline{OP}.\overline{OQ} = constante$. Então, se o ponto P percorrer a curva C, o ponto Q vai descrever uma curva C´, que será chamada da inversa de C.



Se a curva C estiver descrita em forma paramétrica (ρ_0, θ_0), sua inversa com a constante sendo 1, será: $(\rho,, \theta_0)$, ond$\rho_0 = \frac{1}{\rho}$e e $\theta_0 = \theta$.

A equação polar de curva pedal de uma curva C tem a seguinte equação, apresentada acima: $\rho = \rho_0 sen\varphi_0$. Temos, também, a igualdade: $\varphi_0 + (\theta_0 - \theta) = \frac{\pi}{2}$. Então $\frac{1}{\rho_0} . \rho = sen\left(\frac{\pi}{2} + \theta - \theta_0\right) = 1$, quando $\theta_0 = \theta$, isto é quanto estamos usando a inversa da curva. Então, concluímos que existe uma ligação entre a pedal e a inversa de um curva, quando forem escrita em forma polar.



(Brunea, p. 17)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALPERIN, R. (2004). *A grand tour of pedals of conics*. Forum Geometricorum, vol. 4, pg, 143-151. Atlanta-Flórida.

BRUNEAU, O. (2010). *ICT and History of Mathematics: the case of the pedal curves between the 17th-century and the 19th-century*. ESU 6 – Viena.

GOMES TEIXEIRA, F. (1971). *Traité des Courbes spéciales remarquables. Planes et Gauches*. Chelsea Pb. Company N.Y.

———. (1886). *Sur le Théorème d´Einstein*. Annales Scitifiques de L'É.N.S. 3ª s. t. 3 p. 389-390.

———. (1913). *Sur les développoïdes de l éllipse*. Novelles Annales de Mathématiques 4ª s. t. 13 p. 111-113.

———. (1906). *Sur une propriété de la strophoïde et sur les cubiques que coïncident avec leurs cissoïdes*. Novelles Annales de Mathématiques 4ª s. t. 6, p. 337-343.

———. (1914). *Sur les courbes isoptiques et les podaires*. Novelles Annales de Mathématiques 4ª s. t. 14, p. 161-166.

———. (1913). *Sur les roulettes circulaires*. Novelles Annales de Mathématiques 4ª s. t. 13, p. 438-441.

GOUPILLIÈRE, H. (1866). *De la curbe que est a elle-meme as propre podaire*. Journal de Mathématiques Pures et Appliquées. 2ª s. t. 11, p. 329-336.

HATON DE LA GOUPILLIÈRE, J. (1866). *De la courbe qui est a elle-même as propre podaire*. Journal de Mathématiques Pures et Appliquées, 2ª s. t. 11 p. 329-336

———. (1876). *Note sur les courbes que represente l'équation* $\rho^n = A \sin n\omega$. Nouvelles Annales de Mathématiques, 2 s. t. 15, p. 97-108.

JEON, K. *What is a pedal curve?* Unviversity of Georgia - http://jwilson.coe.uga.edu/emt669/student.folders/jeon.kyungsoon/document1/Essay1.html.

LAWRENCE, J.D. (1972*). A Catalog of Special Plane Curves*. Dover-NY.

LEGALLAIS, M. (1848). *Question d'examen*. Nouvelles Annales de Mathématiques, 1ª s. t. 7, p. 234-239, Paris. http://gallica.bnf.fr/- .

MACLAURIN. C. (1720). *Geometria Organica sive Descriptio Liearum Curvarum Universalis*. Gul. & Joh. Innys, Regae Societatis Typographorm in Areâ Occidentali D. Pauli.

ROBERVAL, G.P. (1730). *Divers ouvrages de M. de Roberval / [publ. par l'Académie royale des sciences]*. Bibliothèque nationale de France, V-1467.

TODD, P. (2006). Pedal and Skew Pedal Curves of a Parbola. The Journal of Symbolic Geometry V. 1, p. 73-94, USA.

ZWIKKER, C. (1963). *The Advanced Geometry of Plane Curves and Their Applications*. Dover, NY.

http://mathworld.wolfram.com/HyperbolaPedalCurve.html

http://mathworld.wolfram.com/ParabolaPedalCurve.html.

http://www.2dcurves.com/derived/pedal.html

http://www.mathcurve.com/courbes2d/podaire/podaire.shtml

EM BRANCO

SOBRE ANÉIS E IDEAIS

JOÃO CLÁUDIO BRANDEMBERG

Faculdade de Matemática
Universidade Federal do Pará - UFPA
Belém, PA

brand@ufpa.br

Resumo: Uma das características da matemática atual é a sua forte abstração. Uma preocupação do matemático do século XXI e estudar as relações entre entidades abstratas restritas as suas estruturas e propriedades. Uma das estruturas que apresentam essa característica é a estrutura algébrica de Anel. Apesar dos livros textos de Álgebra utilizarem o conjunto dos números inteiros para introduzir o conceito de Anel sua definição abstrata é extremamente atual. Neste trabalho tratamos do desenvolvimento da teoria de Anéis a partir do conjunto dos números inteiros Z, o conjunto dos polinômios em uma variável $R[x]$ e o conjunto das matrizes quadradas de números reais $M_m(R)$. Tratamos dos inteiros algébricos trabalhados por Dedekind em 1871 e os sistemas de números hipercomplexos a partir de 1843, com os Quaternions de Hamilton. Buscamos estabelecer uma "Gênese" da Teoria de Anéis e para isso, em acordo com Kleiner, estabelecemos duas categorias: a Teoria dos Anéis comutativos e a Teoria dos Anéis não comutativos. A teoria dos Anéis comutativos originária da teoria dos números algébricos e a Teoria dos Anéis não comutativos partindo da extensão dos números complexos. Com relação à definição abstrata de um Anel, consideramos os trabalhos (e as definições) de Abraham Fraenkel (1891, 1965) e Emmy Noether (1882, 1935). De fato, em seus artigos *"Ideal Theory in Rings"* (1921) e *"Abstract Study of Ideal Theory in Algebraic Number – and Function – fields"* (1927), Noether fez uma caracterização para um Anel abstrato generalizando o que Richard Dedekind (1831-1916) realizara para o Anel de números algébricos em 1871 e com isso deu um grande impulso para a Teoria Abstrata dos Anéis. A revolucionária idéia de se trabalhar com os Anéis e Ideais abstratamente (considerando sua estrutura), inicialmente, com os trabalhos de Fraenkel e que avançou com os trabalhos de Noether, foram essenciais no desenvolvimento da atual Teoria de Anéis. Embora os trabalhos de Fraenkel não sejam a principal corrente estudada atualmente, sua importância se dá pelo uso inicial em se trabalhar com objetos abstratos (independentes) e não de forma especifica como, por exemplo, o Anel de polinômios, o Anel dos inteiros algébricos, ou os Números hipercomplexos. Sua influencia é tal que, a definição abstrata de um Anel, como vista nos livros atuais de Álgebra, tem todo o estilo das definições introduzidas por Fraenkel.

Palavras chave: Matemática, História, Anéis, Ideais.

ON RINGS AND IDEALS

Abstract: One of the actual mathematics' features is its Strong abstraction. One of the mathematicians' concern in the 21st century is to study the relations between the abstract entities, its structures and properties. One of the structures that present this feature is the algebraic structure of Rings. Although the text books utilize set of integers to introduce the Ring concept, its abstract definition is extremely actual. In this paper, we treat de development of the Ring theory from the set of integers Z, the set of polynomials in one variable *R[x]* and the set of square real matrices $M_m(R)$. We treat the algebraic integers studied by Dedekind in 1871 and the hipercomplex system from 1843, with the quaternions of Hamilton. We aimed to establish one "Genesis" of Rings' Theory and for that, according to Kleiner, we established two categories: the theory of commutative rings and the theory of non – commutative Rings. The commutative rings' theory, original from the algebraic numbers' theory and the non-commutative rings' theory, starting from the extension of complex numbers. With relation to the abstract definition of Ring. We considered the papers (and definitions) of Abraham Fraenkel (1891, 1965) and Emmy Noether (1882, 1935). In fact, in his articles *"Ideal Theory in Rings"* (1921) and *"Abstract Study of Ideal Theory in Algebraic Number – and Function – fields"* (1927), Noether made one characterization for one abstract ring, generalizing what Richard Dedekind (1831, 1916) made for the algebraic numbers' ring in 1871 and with that, gave a great impulse for the abstract rings' theory. The revolutionary idea of working with Rings and Ideals in an abstract manner (considering its structure), initially, with Fraenkel's papers, which advanced with Noether's work, were essentials in the actual Rings' theory development. Although Fraenkel's papers aren't the principal current studied nowadays, its importance is based on its initial in working with abstract objects (independents), not in a specific manner, for example, the polynomial ring, the algebraic integers' ring or the hipercomplex numbers. Its influence is so important that the abstract definition of a ring, as seen in nowadays' algebra text books have all the style of the definitions introduced by Fraenkel.

Keywords: Mathematics, History, Rings, Ideals.

INTRODUÇÃO

De uma forma natural, podemos afirmar que o estudo e o desenvolvimento da Teoria de Anéis e Ideais atual, deriva, em principio, da Teoria dos Números (Inteiros e Racionais) ligados a resolução de equações do tipo $x^n + y^n = z^n$, que conhecemos como equações diofantinas generalizadas e que caracterizam o recém demonstrado "Último Teorema de Fermat" ou mesmo na determinação das soluções inteiras de equações do tipo $x^2 - dy^2 - 1 = 0$, com $d > 1$.

Dois exemplos de Anéis importantes surgem ou são necessários para a resolução destes problemas: primeiro o Anel $Z[\omega_p]$ onde $\omega_p \neq 1$ é raiz da equação $x^p - 1 = 0$ e segundo, o Anel $Z[\sqrt{d}]$ definido como o conjunto de números da forma $a + b\sqrt{d}$ onde a e b são números inteiros.

DA ARITMÉTICA A TEORIA ALGÉBRICA DOS NÚMEROS

A Aritmética inspirada e desenvolvida a partir de Diofanto (250 d. C.) sofre uma mudança significativa em 1801, quando Carl F. Gauss (1777, 1855), a época com 24 anos de idade, publica o seu *Disquisitiones Arithmeticae*, uma obra que se tornou um marco na Teoria dos Números e onde Gauss sintetiza, organiza e completa estudos de seus antecessores, principalmente, os trabalhos de Pierre de Fermat (1601, 1665), Leonhard Euler (1707, 1783) e Joseph Louis Lagrange (1736, 1813).

A partir de uma demonstração das "Leis de reciprocidade quadrática" enunciada por Adrien Legendre (1752, 1833), e que estabelece as seguintes relações para dois primos p e q dados: Existe um inteiro x tal que q divide $p - x^2$ e existe um inteiro x talque p divide $q - x^2$. São buscadas inúmeras generalizações para potências superiores de x. O próprio Gauss ao abordar x^4, percebe a necessidade de uma generalização da Aritmética (neste caso ao conjunto dos Números Complexos). Ele estuda um conjunto particular de números complexos da forma $a + bi$, onde a e b são números inteiros, que conhecemos com a designação de Inteiros de Gauss.

Inspirados por estes estudos, muitos matemáticos se interessaram por estas generalizações aritméticas. Principalmente, os matemáticos da escola germânica.

Ainda, motivado pelas Leis de reciprocidade quadrática, o matemático alemão Ernst Kummer (1810, 1893) vem a definir objetos matemáticos "abstratos" que "garantem" uma decomposição em produtos de fatores primos como propriedade dos seus Números inteiros ciclotômicos. A estes objetos Kummer denomina: Fatores primos ideais.

A partir de uma concepção generalista o também alemão Richard Dedekind (1831, 1916) generaliza os objetos definidos por Kummer, dando-lhes uma apresentação mais "concreta". A estes novos objetos matemáticos, em homenagem a Kummer, Dedekind denomina de Ideais. Os trabalhos desenvolvidos por matemáticos como Gauss, Kummer e Dedekind marcam o nascimento da Teoria Algébrica dos Números e, segundo Kleiner (2007), o inicio do que viria a ser uma Teoria dos Anéis Comutativos.

SISTEMAS DE NÚMEROS HIPERCOMPLEXOS: O CASO DOS QUATERNIONS DE HAMILTON

Por outro lado e ainda, talvez influenciado pelas generalizações geradas pelos trabalhos de Gauss, o matemático irlandes William Rowan Hamilton (1805, 1865), responsável pela fundamentação da representação dos Números Complexos como pares ordenados de números reais, vem a criar, em 1843, os Quaternions.

> *(...) Sua reformulação da Teoria dos números Complexos parte de uma ordenação muito simples; ele nota que a expressão* $a+bi$ *não denota uma soma genuina, do mesmo tipo que 2+3. O uso do sinal + é um acidente histórico e, certamente,* bi *não pode ser adicionado a* a *. Assim, percebe que o número complexo* $a+bi$ *não é mais do que o par ordenado de números reais* (a,b) *. A partir desta observação, Hamilton desenvolve a teoria formalmente, definindo soma e produto da forma que hoje nos é tão familiar.* (POLCINO MILIES, 1990, p. 10)

Posteriormente, ou mesmo consecutivamente, outros nomes como: John Graves (1806, 1870) e os Octonios, Willard Gibbs (1839, 1903) e Oliver Heaviside 91850, 1925) e o Cálculo Vetorial e Arthur Cayley (1821, 1895) e Joseph Sylvester (1814, 1897) e a Teoria das Matrizes, continuaram trabalhando nesta direção. Sendo que em 1853, o próprio Hamilton ao desenvolver uma generalização para os seus quaternions dá origem a Teoria dos Números Hipercomplexos.

> *(...) Um sistema de Números Hipercomplexos é o conjunto de todos os simbolos da forma:* $x_1\varepsilon_1 + x_2\varepsilon_2 + \ldots + x_n\varepsilon_n$ *onde* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ *são números reais –ou, eventualmente complexos e* $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ *são simbolos, chamados de unidades do sistema. Tal como no caso dos Quaternions, a soma de dois elementos desta forma é definida somando coeficientes correspondentes e, assumindo a propriedade distributiva, para definir o produto basta decidir como multiplicar as unidades entre si.* (POLCINO MILIES, 1990, p. 15)

SOBRE OS INTEIROS ALGÉBRICOS

A Álgebra moderna nos traz, em um primeiro contato nos cursos universitários, toda a variedade e riqueza das chamadas Estruturas algébricas. Somos apresentados as estruturas matemáticas de Corpos *(K)*, Domínios de Integridade *(DI)*, Anéis (*R*) e Módulos (*M*), entre outras. Temos que $K \subset DI \subset R \subset M$. Entretanto, o mais fundamental destes sistemas, corresponde ao conjunto dos números inteiros *Z*, definido como $Z = \{\ldots,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,\ldots\}$.

Uma discussão inicial da estrutura de *Z*, suas propriedades operatórias e as relações entre seus elementos deve ser tratada, pois, esta é a estrutura que mais nos remete aos avanços característicos das estruturas mais recentes. Como sabemos o conjunto dos números inteiros *Z* é usualmente apresentado como o primeiro, ou o mais natural, exemplo de um Anel, ou mais especificamente, um Domínio de Integridade.[1] Se considerarmos que com relação a adição *Z* forma um grupo abeliano e as propriedades associativa e distributiva relacionadas à multiplicação, podemos, a partir destas, determinar outras propriedades elementares, porém importantes, como, por exemplo: $0 + a = a$, $1 \cdot a = a$ e $a + b = a + c \Rightarrow b = c$ onde $a,b,c \in Z$ (BIRKHOFF & MACLANE, 1977).

---

[1] *Z* é um Anel comutativo, com identidade 1 e sem divisores de zero. Além disso, seus únicos elementos inversiveis são 1 e -1.

Observamos que estas propriedades iniciais (axiomas) não somente se estendem aos conjuntos que contém *Z*, como os Racionais, os Reais e os Complexos, como também são satisfeitas por outros conjuntos como os polinômios e as funções continuas reais. Assim, o estudo dos números inteiros foi fundamental para o desenvolvimento da moderna Teoria de Anéis.

> *O anel dos inteiros desenpenha um papel único na matemática e devemos conhecer bem suas propriedades e relações fundamentais. Duas das quais são a comutatividade e a lei do cancelamento da multiplicação. Muitas outras propriedades se originam da escrita dos inteiros na ordem usual.* (BIRKHOFF & MACLANE, 1977, p. 9).

Outras propriedades caracteristicas e importantes para o desenvolvimento da Teoria são: $p_1 : a \in Z \wedge a \neq 0 \Rightarrow a^2 > 0$ e $p_2 : a \in Z \Rightarrow |a| = 0 \vee |a| = \pm a$. Assim, os inteiros Z se caracterizam em um Domínio ordenado onde vale o "Principio da Boa Ordenação"[2]. Com isso, podemos mostrar que em Z não existem inteiros entre 0 e 1 e, portanto uma equação do tipo $ax = b$ nem sempre apresenta solução inteira. Quando x é um número inteiro dizemos que a divide b. Um inteiro p é primo se $p \neq 0$ e $p \neq \pm 1$ e p só tem como divisores ± 1 e $\pm p$. Assim, consideramos o Teorema fundamental da Aritmética, que estabelece que qualquer inteiro não nulo $n \neq \pm 1$ pode ser fatorado em um produto de números primos e que esta fatorização é única. O Teorema assim enunciado parece óbvio e, portanto não necessita de uma demonstração. No entanto, esta consideração não é verdadeira. De fato, existem domínios de integridade para os quais o análogo do Teorema Fundamental da Aritmética é falso.

Uma investigação se faz necessária devido ao fato de alguns matemáticos reconhecidos terem sido levados ao erro ao assumirem a validade do Teorema Fundamental da Aritmética em domínios onde ele

---

[2] Um subconjunto *S* de um domínio ordenado é dito bem-ordenadose cada subconjunto *S* de tem um elemento mínimo.

não se afirma. Em uma prova do Teorema de Fermat, apresentada a Dirichlet (1805, 1859) por Kummer em 1843, este afirma que o conjunto dos números (Inteiros Ciclotômicos) da forma $a_0 + a_1\omega_p + a_2\omega_p^2 + \ldots + a_{p-1}\omega_p^{p-1}$, onde $a_i \in Z$ e $\omega_p \neq 1$ é uma raiz da unidade, isto é, $\omega_p^p = 1$, é um Domínio onde a fatorização de seus elementos é única. Dirichlet aponta que Kummer foi negligente com relação à verificação desta suposição. Quatro anos depois, Cauchy nos mostra que em $Z[\omega_{23}]$ a fatorização não é única. Desta Forma $x^p + y^p = z^p$ permanece sem uma demonstração a época.

A meta de Kummer passou a ser a "restauração" da unicidade da fatorização em $Z[\omega_p]$. Ele introduziu de forma pouco clara o conceito de Fator Primo Ideal e o que ele chamou de Números Ideais, e sua teoria se desenvolveu como uma precursora da moderna Teoria de Ideais (KLEINER, 2007) e (BURTON & VAN OSDOL, 1995). Na verdade, estabeleceu as regras que permitem, dado um número ciclotômico, construir uma estensão dos primos que inclue seus fatores primos ideais, para uma fatorização de todos os inteiros ciclotômicos. Assim, Kummer conseguiu provar o ultimo Teorema de Fermat para certos números primos, os quais ele denominou de *Primos regulares*. Seu método para resolução deste problema teve grande influencia no desenvolvimento da álgebra moderna, uma influência que superou em muito os resultados que ele obteve em sua resolução.

Dedekind teve a perspicácia de verificar critérios que poderiam melhor organizar a complexidade do sistema introduzido por Kummer. Uma vez que para Dedekind a construção de Kummer era em alguns momentos demasiado vaga (definição de fator primo ideal) e em outros exageradamente concreta, ao considerar apenas os conjuntos do tipo $Z[\omega_p]$. Para esta organização Dedekind introduz o conceito de Anel. *"um Anel, essencialmente, seria um conjunto qualquer de números fechado com relação à adição e a multiplicação"*. Desta forma, os inteiros ordinários (Z), os inteiros de Euler ($a + b\sqrt{-3}$), os inteiros ciclotômicos de Lamé e/ou de Kummer são exemplos de anéis. Dedekind trabalha com um conjunto numérico mais geral, que engloba estes exemplos, o chamado Anel dos Números Algébricos. Desta forma dizemos que Dedekind fez uma generalização, fantástica, dos trabalhos anteriores. Um passo decisivo e importante no trabalho de Dedekind, foi com relação a fatorização de seus objetos: não números (como Kummer) mais conjuntos "numéricos". A estes fatores Dedekind chamou de *Ideais* (em homenagem a Kummer) (KLEINER, 2007) e (BURTON & VAN OSDOL, 1995).

FATORIZAÇÃO ÚNICA EM DOMÍNIOS

Em termos do teorema fundamental da Aritmética, nem todo Domínio, mesmo alguns obtidos a partir de Z, são conjuntos com fatorização única. Por exemplo, os números de Euler da forma $a+b\sqrt{-3}$, que podemos denotar por $Z[\sqrt{-3}]$ não apresentam fatorização única, uma vez que em $Z[\sqrt{-3}]$ temos a seguinte fatorização $4=2\cdot 2=(1+\sqrt{-3})(1-\sqrt{-3})$ onde os termos (fatores) são irredutíveis e não associados. Assim, o nosso conjunto $Z[\sqrt{-3}]$ é um Domínio de Integridade, como subconjunto dos complexos, que não apresenta fatorização única. Precisamos conhecer um pouco mais os detalhes sobre as condições que permitem ou proporcionam a um Domínio satisfazer um análogo do Teorma Fundamental da Aritmética, isto é ser um Domínio Com Fatorização Única.

Como, neste momento, vamos nos concentrar em Domínios, os quais são uma generalização natural dos inteiros, cabem as seguintes definições: 'Em um Domínio D um elemento não nulo d é dito irredutível se ele não é uma unidade[3] e se $d=ab$ para $a,b\in D$, então ou a ou b são unidades'. 'd é um primo, se quando d divide ab, então d divide a ou d divide b'. Concluímos que em um Domínio D se d é primo, então d é irredutível (BIRKHOFF & MACLANE, 1977).

[3] Em um Domínio de Integridade, um elemento a é dito uma unidade se existe um elemento b no domínio talque $ab=1$.

A recíproca não é verdadeira, mas quando temos a equivalência entre d é irredutível e d é primo, temos a validade de um análogo ao Teorema Fundamental da Aritmética em D.

Se continuarmos com os números de Euler e definirmos uma Norma para um elemento $\alpha \in Z[\sqrt{-3}]$, como o inteiro $N(\alpha) = a^2 + 3b^2$, temos que $2 \cdot 2 = (1+\sqrt{-3})(1-\sqrt{-3})$. Agora, vemos que 2 divide o produto $(1+\sqrt{-3})(1-\sqrt{-3})$, mas não divide cada fator, assim, 2 é irredutivel mais não é primo. O mesmo se pode afirmar de $(1+\sqrt{-3})$ e $(1-\sqrt{-3})$. Temos então que para $\alpha \in Z[\sqrt{-3}]$, se $N(\alpha)$ é um inteiro primo, então α é irredutivel. A reciproca é falsa. Com a consideração de uma norma em $Z[\sqrt{-3}]$ podemos mostrar que os elementos não nulos e que não são unidades, podem ser fatorados, como um produto de irredutíveis, logo o que falha é a unicidade e não a existência da fatorização. Aqui um produto de irredutíveis não significa necessariamente um produto de primos. O complexo $\sqrt{-3}$ é primo em $Z[\sqrt{-3}]$. Com a definição da Norma continua a busca por dominios mais Gerais que Z onde temos uma equivalência entre primos e irredutíveis. Uma relação possivel é a Asociação, isto é, em D dois elementos a e b são associados se existe uma unidade u em D tal que $a = bu$. A Associação é uma relação de equivalência. Com essas considerações podemos aquí, estabelecer as necessidades para termos em D um análogo do Teorema fundamental da Aritmética. Assim, um Domínio de Integridade D é um Domínio com Fatorização Única se cada elemento não nulo e não unitário de D pode ser fatorado como um produto finito de elementos irredutíveis e se existirem duas fatorações do elemento, elas tem o mesmo número de fatores e estes são associados. No caso de Z, temos a é associado com a e com $-a$.

A partir destas considerações somos levados a estabelecer o que nos permite escrever a como um produto de irredutíveis em um Domínio D. Isto é possivel, se considerarmos que no Dominio D todo Ideal é Principal. De fato, isto reduz as equações do tipo $a = a_1b_1 = a_1a_2b_2 = a_1a_2a_3b_3 \ldots$ a uma do tipo $a = a_1b$ onde bD é um

Ideal Principal. Em um domínio a ideais principais, como Z e os polinômios $F[X]$, todo elemento não nulo e não unitário, pode ser escrito como um produto finito de fatores irredutíveis.

Para concluir, temos as seguintes equivalências em um Domínio a Ideais Principais: d é primo se e só se d é irredutível e dD é um Ideal Maximal se e só se dD é um Ideal Primo. Portanto em Domínios a Ideais Principais vale o análogo do Teorema Fundamental da Aritmética (DEDEKIND, 2004).

Como $Z[i]$, os inteiros de Gauss é um Domínio a Ideais Principais podemos determinar um análogo do Teorema fundamental da Aritmética em $Z[i]$ e utilizá-lo para a prova do Teorema de Fermat para a soma de dois quadrados, isto é, um primo positivo impar p é a soma de dois quadrados se e só se, $p \equiv 1 \bmod(4)$.[4]

O TRABALHO DE DEDEKIND

Celébre, a declaração de Fermat contida nas margens do livro Aritmética de diofanto: "é impossivel que um cubo se escreva como soma de outros dois cubos, uma quarta potencia como soma de duas outras. Em geral nenhuma potencia maior que a segunda pode ser escrita como soma de duas potencias semelhantes", foi um estopim na busca de demonstrações desta asserção. Como vimos, o primeiro a se debruçar na busca de uma demonstração efetiva foi Euler. Ao se concentar na demonstração para $x^3 + y^3 = z^3$, Euler introduz o sistema de números da forma $a + b\sqrt{-3}$. Um conjunto que denotamos por $Z[\sqrt{-3}]$, e que, como os inteiros, é fechado para as operações de adição (subtração) e multiplicação. Logo o que ele necessitava para demonstrar o Teorema para $n = 3$ era nada mais que o Teorema Fundamental da Aritmética, o qual estabelece a fatorização única. No caso de $n = 3$ isto é válido. Sorte de Euler! Entretanto, para $n = 6$ ou mesmo para $n = 5$,

[4] Uma prova definitiva deste Teorema foi dada por Euler em 1754.

isto não vale. Mais geralmente, no caso de sistemas do tipo $a+b\sqrt{-n}$ a fatorização única não ocorre.

Posteriormente, Lamé em 1847 e Kummer em 1843 na busca da demonstração geral do Teorema para $n>2$, introduzem os inteiros ciclotômicos $Z[\omega_p]$, um sistema fechado para a adição (subtração) e multiplicação e para o qual não vale a fatorização única. Kummer ao tentar restabelecer a fatorização única para estes sistemas nos mostra a grande dificuldade em se demonstrar o Teorema de Fermat em sua forma geral.

Partindo das dificuldades apresentadas por Kummer em $Z[\omega_p]$ e as impostas pelo fato de alguns sistemas como $Z[\sqrt{-1}]$ apresentarem fatorização única e outros como $Z[\sqrt{-5}]$ não apresentarem, Dedekind buscou estabelecer os critérios de organização destes sistemas. Assim, Dedekind introduziu uma estrutura, mais ampla e flexível, capaz de conter todos os sistemas mais amplos que os inteiros Z. Sistemas estes, obtidos a partir de Z, ou melhor, que continham Z. Com a introdução do conceito de Anel, como um sistema que engloba todos os outros que citamos e, na verdade se presta a uma variedade maior de sistemas, a saber, Dedekind introduz o Anel dos Números Algébricos. Um *número algébrico* é qualquer número obtido como solução de uma equação do tipo $a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0$, onde $a_i \in Z$. Se $a_n = 1$ temos um Inteiro algébrico. Assim, $a+b\sqrt{-n}$ é um número algébrico, pois é a soma de uma raiz da equação $x-a=0$ com as raizes da equação $x^2+nb^2=0$, ou melhor, é uma raiz da equação $x^2-2ax+(a^2+b^2n)=0$.

> *(...) Um número complexo ou real θ é chamado algébrico quando satisfaz uma equação $\theta^n + a_1\theta^{n-1} + a_2\theta^{n-2} + \cdots + a_{n-1}\theta + a_n = 0$ de grau finito e com coeficientes racionais $a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n$. Se os coeficientes desta equação são racionais inteiros, tais que esses números formam a sequencia $0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, então θ é chamado um inteiro algébrico, ou simplesmente um inteiro. (...) os inteiros são fechados para a adição, subtração e multiplicação, ou seja, a soma, a diferença e o produto de dois inteiros α e β também são inteiros.* (DEDEKIND, 2004, p. 103).

ABRAHAM FRAENKEL E A PRIMEIRA DEFINIÇÃO ABSTRATA DE ANEL

Uma forte influência nos trabalhos desenvolvidos por Abraham Fraenkel (1891, 1965) foram os trabalhos de Alfred Lowey (1873, 1935) e de Ernst Steinitz (1871, 1928) e seu contato direto com Kurt Hensel (1861, 1941) e sua teoria dos números p-ádicos. A partir destes Fraenkel pode iniciar os seus trabalhos que deram origem a uma Teoria dos Anéis abstratos.

Fraenkel publicou em 1912 os fundamentos axiomáticos para a Teoria dos Números p-ádicos de Hensel [Axiomatische Begründung von Hensels p-adischen Zahlen] e em 1914 o seu trabalho sobre os divisores de zero e a decomposição de Anéis [Über die Teiler der Null und die Zerlegung Von Ringen] no qual ele introduz uma primeira definição axiomática de Anel e discute as propriedades básicas desta estrutura matemática.

> *A definição de Fraenkel é um pouco mais incômoda e menos geral que a usada atualmente para anéis. As diferenças entre as duas na maioria dos casos se devem às raízes de seu trabalho em números g-ádicos. Fraenkel define Anel como um sistema R onde duas operações são postuladas: Adição e Multiplicação. A primeira ele asume que satisfaz os axiomas de Grupo, e a segunda ele asume como associativa e distributiva com relação a adição. Mais adiante, assume que R contém ao menos uma identidade com relação a segunda operação. Sob estas suposições é possível que R contenha divisores de zero; um elemento que não é divisor de zero é chamado um elemento regular do Anel.* (CORRY, 2000, p.17).

A esta definição, Fraenkel acrescenta dois axiomas que não aparecem na moderna definição usual de Anéis. A saber, "todo elemento regular é inversivel com relação a multiplicação" e "para quaisquer dois elementos a e b do anel existe um elemento regular u no anel talque $ab = uba$ (da mesma forma existe v talque $ab = bav$) (CORRY, 2000)[5]. Vemos então a definição de Anel como uma

[5] Disponível em: www.tau.ac.il/~corry/publications/.../rings.pdf

"ampliação" da definição de Corpo, uma vez que o conjunto de elementos regulares de um Anel forma um Corpo. No entanto definido desta forma, até mesmo o conjunto dos inteiros Z não é um Anel na definição de Fraenkel. O caso aqui não é afirmar que todo elemento regular é inversivel, a qual é uma propriedade típica dos sistemas g-ádicos. Em 1916, reescreve sua definição de Anel em uma nova versão, a qual continua excluindo os inteiros Z. Na definição de Fraenkel, se um anel não apresenta divisores de zero, então ele é um corpo. Assim, todos os resultados válidos para um corpo são válidos para um Anel, exceto os ligados a divisão.

AS CONTRIBUIÇÕES DE EMMY NOETHER PARA O DESENVOLVIMENTO DE UMA TEORIA ABSTRATA

O método axiomático como vimos, retornava, após um longo período de adormecimento (cerca de 2000 anos). Dedekind foi o instrumento capaz de apontar o seu poder matemático e seu valor pedagógico. Assim, ele inspirou (entre outros) Hilbert e Noether. O uso por ele, de formulações da teoria de conjuntos, inclusive o uso do infinito - proibido na ocasião - precedeu em aproximadamente dez anos o trabalho seminal de Georg Cantor (1845, 1918) (KLEINER, 2007).

O caminho para a abstração estava começando, e coube a Emmy Noether (1882, 1935) dar-lhe o traçado magistral que temos hoje. Foi com Noether que se visualizou a força deste novo enfoque que permite tomar como exemplos de Anéis outros objetos matemáticos, como: Matrizes, Polinômios e Permutações entre outros. Desta forma, estabelecer propriedades ou mesmo demonstrar teoremas com relação aos Anéis, como uma estrutura abstrata, foi se consolidando sem a necessidade de se considerar, apenas, os exemplos numéricos.

Noether não trabalhava anéis de polinômios ou ideais de inteiros ciclotômicos e sim uma estrutura mais pura, os seus "*Ideais*". Para Noether qualquer relação matemática só se tornava clara, depois de abstraída. Ela pensava em termos de conceitos e não de fórmulas. Em suas palavras: *"uma relação entre números, funções e operações só se torna clara e aplicável de forma geral, em toda a sua riqueza, se abandona os casos particulares e se estabelece na forma de conceitos válidos universalmente"* (KLEINER, 2007) e (VAN DER WAERDEN, 1985).

Desta forma, Noether foi o matemático que melhor contribuiu para o avanço da Teoria de Anéis. De fato, em seus artigos "Ideal Theory in Rings" (1921) e "Abstract Study of Ideal Theory in Algebraic Number – and Function – fields (1927), Noether fez uma caracterização para um anel abstrato partindo do que Dedekind realizara para o anel de números algébricos em 1871. Especificamente, no artigo de 1921, ela provou que cada ideal em um anel é finitamente gerado se, e só se a condição de inclusão em cadeia ascendente (a.c.c.) é satisfeita.

No artigo de 1927, ela caracterizou os Anéis comutativos nos quais todo ideal é um produto único de ideais primos ("principais"). Atualmente, tais anéis são chamados Domínios de Dedekind. Assim, a década de 1920-1930 foi um período decisivo onde Noether desenvolveu seus estudos sobre as estruturas algébricas de Anel e Ideal (KLEINER, 2007).

ANÉIS COMUTATIVOS E NÃO COMUTATIVOS

Os inteiros Z , os Polinômios em uma variável $R[X]$ ou em duas variáveis (ou mais) $R[x,y,z,\ldots]$ que descrevem curvas no plano (curvas ou planos no espaço ou mesmo os chamados Hiperplanos – Curvas algébricas), as Matrizes reais $M_m(R)$, as $n-$uplas do R^n e suas extensões, que vem a formar os sistemas de números Hipercomplexos, são os exemplos fundamentais (ou iniciais) para uma Teoria dos Anéis.

Os três primeiros caracterizam os chamados *Anéis Comutativos* e os dois últimos vem a caracterizar os chamados *Anéis Não Comutativos*, com destaque para as matrizes e os Quaternions de Hamilton.

Assim, em acordo com Kleiner (2007) estabelecemos duas categorias para a Teoria dos Anéis: Uma Teoria Comutativa e outra Não Comutativa. Os processos de desenvolvimento destas teorias abstratas, mesmo com alguma interseção, ocorrem em direções distintas. Ainda, segundo Kleiner (2007) e Burton & van Osdol (1995) a Teoria dos Anéis Comutativos é originária da Teoria dos Números algébricos, da Álgebra comutativa e da Teoria dos Invariantes. Assim, para o desenvolvimento desta teoria são fundamentais os conceitos relacionados as estruturas, como: os Corpos de Números algébricos e os Corpos de Funções algébricas, além dos Polinômios. A Teoria Não Comutativa é basicamente caracterizada pelas extensões dos Números Complexos aos Sistemas de Números Hipercomplexos.

O pano de fundo que caracteriza esta "Gênese" da Teoria dos Anéis, ao inicio do século XIX, são os trabalhos de Gauss, sobre forte influência dos estudos de Fermat e do principio da Reciprocidade Quadrática.

CONSIDERAÇÕES

A importância da Teoria dos Anéis na Álgebra Moderna vai além de qualquer valoração e só tem aumentado após a publicação dos trabalhos de Noether e dos estudos inspirados por estes. A Teoria de Anéis se tornou o elo de ligação entre diversas teorias abstratas, como: Anéis de grupos, Álgebras de Lie, Álgebra Geométrica e Álgebra Homológica entre outras, proporcionando uma maior integração entre estas teorias. Acreditamos que isto é motivo suficiente para considerarmos, também a sua importância em termos de ensino em cursos de graduação em Matemática, uma vez que o pensamento abstrato permite lidar com questões onde uma abordagem mais "concreta" poderia causar alguma incoerência.

A criação de possibilidades de se reinterpretar e/ou garantir resultados de problemas oriundos das teorias clássicas a partir de uma argumentação abstrata é um dos pontos fortes das possiblidades para o ensino de uma Teoria Abstrata de Anéis. Para isso, conhecer sua história e a história de seu desenvolvimento se tornou fundamental.

As ideias, descobertas e lutas que deram uma nova direção ao estudo da Fatorização Única e outras importantes propriedades algébricas que levaram a construção dos Ideais, com Kummer e Dedekind, representam significativos avanços em Matemática e, certamente, os assuntos tratados a partir da Teoria de Anéis nos mostram parte destes avanços e, portanto este é um conhecimento que pode e deve ser colocado ao alcance de nossos estudantes.

Assim, tentamos descrever os pontos que julgamos fundamentais neste desenvolvimento histórico, principalmente, os trabalhos de Dedekind, Fraenkel e Noether. Com Dedekind temos um processo de generalização dos conceitos trabalhados a partir de ampliações dos inteiros e suas propriedades, com o trabalho de Fraenkel visualisamos o nascimento do conceito abstrato de Anel e com Noether temos o começo de uma Teoria Abstrata.

AGRADECIMENTOS

Aos professores César Polcino Milies – IME/USP e Fernando Q. Gouvêa – COLBY COLLEGE, pelo incentivo e ajuda na obtenção de fontes bibliográficas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIRKHOFF, G.; MACLANE, S. *A Survey of Modern Algebra*. Macmillan, 1977.

BURTON, D.; VAN OSDOL, D. "Toward the Definition of an Abstract Ring". In: SWETZ, Frank. *Learn from The Masters*. Washington: MAA, 1995.

CORRY, L. "The Origins of the Definition of Abstract Rings". SMF – Gazette – 83, Janvier 2000.

DEDEKIND, R. *Theory of Algebraic Integers*. Cambridge Mathematical Library, 2004.

KLEINER, I. *A History of Abstract Algebra*. Boston: Birkhauser, 2007.

POLCINO MILIES, C. "Breve Introdução à História da Teoria de Anéis" In: *Atas da 11ª Escola de Álgebra*. São Paulo, SP: 1990.

VAN DER WAERDEN, B. *A History of Algebra – from Al-Khowarism to Emmy Noether*. Berlin: Springer Verlag, 1985.

PENTAGONOS, Y OTRAS FIGURAS DE MUCHOS LADOS NO *LIBRO DE ALGEBRA* DE PEDRO NUNES

CARLOS CORREIA DE SÁ[1]

Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências
Centro de Matemática – Universidade do Porto – CMUP
Porto, Portugal

csa@fc.up.pt

MARIA CÉU SILVA[1]

Centro de Matemática da Universidade do Porto – CMUP – Porto
Seminari d'Història de la Ciència – Universitat Pompeu Fabra – Barcelona

mcsilva@fc.up.pt

Resumo: O sétimo e último capítulo da «Terceira Parte Principal» do *Libro de Algebra* de Pedro Nunes, intitulado «De la practica de Algebra en los casos o exemplos de Geometria, y primeramente de los quadrados», termina com uma secção dedicada a «Pentagonos, y otras figuras de muchos lados». A partir dos casos tratados por Pedro Nunes, analisaremos o papel que a álgebra é chamada a representar no contexto geométrico do estudo do pentágono, bem como curiosas semelhanças e diferenças que esta última secção do *Libro de Algebra* apresenta com outros tratamentos do mesmo tema em obras renascentistas.

Palavras chave: Matemática, História, Renascimento, Pedro Nunes, Pentágono.

Abstract: The seventh and last chapter of the «Terceira Parte Principal» of Pedro Nunes' *Libro de Algebra*, with thwe title «De la practica de Algebra en los casos o exemplos de Geometria, y primeramente de los quadrados», ends with a section devoted to a «Pentagonos, y otras figuras de muchos lados». Based on the cases dealt with by Pedro Nunes, we shall analyse the role played by algebra in the geometrical context of the study of the pentagon, as well as some curious analogies and differences between this last section of the *Libro de Algebra* and other approaches of the same theme in other Renaissance works.

Keywords: Mathematics, History, Renaissance, Pedro Nunes, Pentagon.

---

[1] Participação neste trabalho financiada por Fundos FEDER através do Programa Operacional Factores de Competitividade – COMPETE e por Fundos Nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia no âmbito do projecto PEst-C/MAT/UI0144/2011.

1. INTRODUÇÃO: A ABORDAGEM AO PENTÁGONO EM TEXTOS ANTERIORES AO *LIBRO DE ALGEBRA*

O estudo de relações envolvendo a área do pentágono regular, o lado, a diagonal (corda pentagónica) e os raios dos círculos inscrito e circunscrito atraiu a atenção de alguns dos principais algebristas do século XVI, como Stifel, Peletier, Tartaglia e Nunes.

A primeira obra impressa em que o assunto é apresentado é a *Summa* de Pacioli[2], mas pelo trabalho de Baldassarre Boncompagni podemos constatar que Leonardo de Pisa já tinha tratado este tema, em 1220, na *Practica Geometriae*[3]. Apesar de ter sido impressa pela primeira vez em 1862[4], a obra geométrica de Leonardo circulou em manuscrito, tendo influenciado as de outros autores[5].

Dos autores que se inspiraram em Leonardo de Pisa, Pacioli tem um lugar de relevo, pela grande divulgação e impacto da sua obra.

---

[2] [PACIOLI, 1494, ff. 25r-v, 57v, 70v].

[3] [BONCOMPAGNI, 1862].

[4] Em "La Practica geometriae di Leonardo Pisano secondo la lezione del Codice Urbinate n.º 292 della Biblioteca Vaticana" [BONCOMPAGNI, 1862]. Em 2008 foi publicada pela Springer, com o título Fibonacci's *De Practica Geometrie* (*Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences*). Edição de Barnabas Hughes.

[5] Foi o que se verificou com o *Codice Ottobiano Latino* 3307 da Biblioteca Apostolica do Vaticano, manuscrito anónimo que data de cerca de 1465, cujo tratado de geometria começa com as seguintes palavras "Inchomincia el tractato di Praticha di geometria sechondo L. P. [Leonardo Pisano] e molty altrj". Arrighi refere que o autor do manuscrito era natural de Florença, foi aluno de Domenico Vaiaio, e trabalhou nos primeiros dois terços do século XV [ARRIGHI, 2004, p. 209]. Ainda de acordo com Arrighi, o códice é constituído por dois tratados: um, de aritmética, intitulado *Libro di praticha d'arismetricha cioè fioretti tracti di più libri facti da Lionardo Pisano* e outro de geometria. No seu artigo, já antes publicado na revista *Physis* (1968), fasc. 1, pp. 70-82, Arrighi dedica atenção particular à parte aritmética. Em 1999 Annalisa Simi debruça-se sobre o conteúdo da parte geométrica, indicando como data de publicação aproximada o ano de 1465 [SIMI, 1999, p. 44].

Pacioli apresenta estudos sobre o pentágono em três momentos da parte geométrica da *Summa*. A primeira vez é na «Distinctio tertia» onde, sob o título «Modus inveniendi aream figurarum multilaterarum», trata da determinação da área de polígonos de mais de quatro lados. Volta ao caso do pentágono no decurso da resolução dum problema plano[6] e, depois, quase no final da obra, no capítulo intitulado «De corporibus regularibus»[7].

Tanto Stifel como Peletier utilizam o pentágono regular para mostrar a aplicação da álgebra à resolução de problemas de geometria[8], sendo os exemplos de Peletier retirados da obra de Stifel[9], como ele próprio refere. Stifel apresenta esse estudo no Livro III da *Arithmetica Integra*, no capítulo intitulado «De exemplis regulae Algebrae pertinentibus ad caput quintum libri huius tertij», e Peletier fá-lo no capítulo 27 do Livro II da *Algebre*, intitulado «Des Examples appartenans aus Nombres Irracionnaus ci deuant trettez».

No *General Trattato*, Tartaglia aborda as relações entre os diversos elementos relacionados com a área do pentágono em dois momentos: na "Quarta Parte", no âmbito da geometria, sob o título "Come si misurano le figure equilatere, & equiangole di piu di quatto lati, over angoli"[10], e na "Sesta Parte", que trata de álgebra, no último capítulo[11]. Neste estudo, Tartaglia faz intervir as primeiras doze proposições do livro XIII dos *Elementos* de Euclides, exemplificando-as com "números e raízes" para tornar o assunto mais acessível ao leitor.

Quando, em 1567, Pedro Nunes publica o *Libro de Algebra* já existe na Europa uma tradição de aplicação da álgebra ao estudo geométrico do pentágono regular.

---

[6] Ver problema 55 em [PACIOLI, 1494, f. 57v].
[7] Ver problema 23 em [PACIOLI, 1494, f. 70v].
[8] [PELETIER, 1554, pp. 217-226].
[9] [STIFEL, 1544, ff. 286v-291v].
[10] [TARTAGLIA, 1560, vol. 4, f. 11v-16r].
[11] [TARTAGLIA, 1560, vol. 6, f. 41r-44v].

2. A ABORDAGEM AO PENTÁGONO NO *LIBRO DE ALGEBRA*

Como se sabe, o *Libro de Algebra* de Pedro Nunes tem três partes principais. A primeira parte principal, com 6 capítulos, trata das equações numa incógnita de grau não superior a dois (*conjugaciones simples* e *conjugaciones compuestas*). A segunda parte principal é ainda dividida em três partes, das quais a primeira trata de expressões com variáveis (*dignidades*) e do cálculo operativo com elas, a segunda trata do cálculo com radicais, e a terceira trata de proporções. Na terceira parte principal Nunes volta a estudar as equações, mas agora com mais generalidade, incluindo também casos de equações fraccionárias, de equações com radicais, e de equações em mais de uma incógnita. Além disso, resolve problemas de aplicação da álgebra à aritmética (110 parágrafos) e à geometria (77 parágrafos)[12].

A partir do §76, Nunes concentra-se no estudo do pentágono regular. Considera as seguintes linhas que lhe estão associadas:

- o lado,
- a diagonal (ou *corda do ângulo pentagónico*),
- o raio do círculo circunscrito,
- o raio do círculo inscrito,

e também uma grandeza de outro tipo:

- a área do pentágono.

O esquema geral da abordagem do pentágono é o de, dado um destes elementos, procurar os restantes. Nunes trata apenas alguns dos vinte problemas a que este esquema dá origem, e nem todos com o mesmo detalhe. Faz essencialmente uso de dois métodos: a *regra de três* e a *álgebra*. O primeiro destes métodos é preponderante, pois o método algébrico é usado apenas numa ocasião. Geralmente, Nunes toma um

---

[12] Os problemas de aplicação à geometria são: sobre quadrados (1-14), sobre quadrângulos e rectângulos não quadrados (15-31), sobre triângulos (32-64), sobre rombos (65-74) e sobre pentágonos e outros polígonos de muitos lados (75-77).

caso (já conhecido) como *modelo* e determina os elementos procurados através duma *regra de três*, isto é, através duma *proporcionalidade*.

No estudo subsequente, apoiar-nos-emos na seguinte figura apresentada por Pedro Nunes.

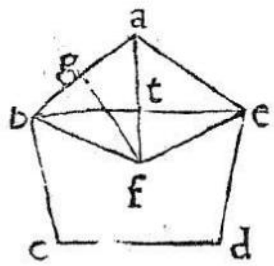


Figura 1: em [Nunes, 1567, f. 319r]

O primeiro problema de que trataremos é o da determinação da diagonal do pentágono regular a partir do lado. Pedro Nunes dá duas resoluções para este problema.

3. DETERMINAÇÃO DA DIAGONAL, CONHECIDO O LADO

Na primeira resolução apresentada para este problema, Pedro Nunes recorre à regra de três e invoca a proposição do Livro XIII dos *Elementos*, segundo a qual, se a diagonal do pentágono regular for dividida na proporção que tem o meio e dois extremos[13], então a parte maior será igual ao lado do pentágono[14].

A divisão da diagonal *be* na proporção que tem o meio e dois extremos faz-se por meio duma proporcionalidade com a divisão análoga duma outra quantidade, sem relação com os dados do problema. A escolha de Nunes recai sobre o número 2. Esta opção não é

[13] Pedro Nunes usa a expressão «partir na proporção que tem o médio e dois extremos», que é a que usam os autores do século XVI Pacioli, Peletier e Tartaglia. Já Leonardo de Pisa diz «dividir a linha em média e extrema razão» (*dividendi lineam media et extrema proportione*) [BONCOMPAGNI, 1862, p. 196].

[14] Trata-se da proposição XIII, 11 em [BUSARD, 2005, vol. 1, p. 472], XIII, 12 em [TARTAGLIA, 1565, f. 283v] e XIII, 8 em [BICUDO, 2009, p. 453].

explicitamente justificada, mas percebe-se por motivos de operacionalidade aritmética: a regra[15] para dividir uma quantidade, *s*, nessa proporção dá a parte maior igual a $\sqrt{s^2+\left(\frac{s}{2}\right)^2}-\frac{s}{2}$ e a parte menor igual a $\frac{3s}{2}-\sqrt{s^2+\left(\frac{s}{2}\right)^2}$, pelo que convém escolher *s* par para evitar denominadores. Obviamente, é impossível evitar os radicais numa ou noutra das parcelas. Portanto, Nunes escolheu o menor número par.

O restante da resolução é uma proporcionalidade, sob a forma de *regra de três*, o que constitui uma oportunidade para aplicar a regra de divisão por um binómio[16]:

---

[15] Sobre a divisão segundo a *proporção que tem o meio e dois extremos*, Pedro Nunes afirma: «(…) y es quando de toda linea para la parte mayor, es tal proporciõ como dessa parte mayor para la menor, y es quando la linea dada se parte en tales dos partes, que el quadrado de la parte mayor es ygual al rectangulo comprehenso por toda la linea y parte menor (f. 111r)». Aplicada ao caso proposto, a regra dada indica como se determina a parte maior, permitindo obter a parte menor pela diferença entre o todo e a parte maior. Pedro Nunes não demonstra esta regra reencaminhando o leitor para os livros II e VI dos *Elementos* de Euclides, embora não precise o número das proposições envolvidas nem a edição do texto que lhe serviu de referência.

[16] Um *binómio* é uma expressão do tipo A+B em que um pelo menos de A e B é uma raiz; A-B ou B-A é o *resíduo* ou *apótema* que lhe corresponde. Nunes usa os termos castelhanos *binomio* e *reciso* [NUNES, 1567, f. 49v]. Quando o denominor duma fracção é irracional (por exemplo, binómio, resíduo ou *raiz universal*, isto é, um radical cujo radicando envolve uma raiz), Nunes transforma a fracção numa equivalente, com denominador racional. No caso dos binómios e resíduos dá a seguinte explicação: «Diremos agora el modo que devemos tener en las particiones en que el partidor fuere raiz ligada o universal. Primeramente procuraremos que el partidor siendo raiz compuesta sea convertido en raiz simple por esta arte. Tomaremos outra raiz cõpuesta delos mismos nombres, solamente variada enel mas, y enel menos, por la qual multiplicaremos el nuestro partidor, y si fuere binómio, necessariamente el partidor resultara simple. Y multiplicaremos tãbien por la misma raiz

> *(…) diremos por Regra de .3. se* $R.5.\tilde{m}.1.$ *vêm de 2. partido na dita proporção, 4. de que quantidade virão? Multiplicaremos 4. por 2. e faremos 8. os quais partiremos por* $R.5.\tilde{m}.1.$ *por este modo, multiplicaremos* $R.5.\tilde{m}.1.$ *que é o partidor por* $R.5.\tilde{p}.1.$ *e faremos 4. e este ficará por partidor. e multiplicaremos também 8. por os quais partiremos por 4 e virá* $R.20.\tilde{p}.2.$ *e tanto será o valor da linha be.* [NUNES, 1567, f. 319r]

Este primeiro método de resolução é absolutamente típico dos procedimentos de Nunes no estudo do pentágono regular. Como veremos mais adiante, corresponde a um preceito que Pacioli apresenta na *Summa*.

Pedro Nunes dá ainda uma segunda resolução deste mesmo problema, desta vez *obrando por algebra*. Esta é a única ocasião em que são usados métodos algébricos no estudo do pentágono.

Na hipótese de o lado do pentágono regular ser 4, também será 4 a parte maior da diagonal *be* dividida segundo a proporção que tem o meio e dois extremos; se a parte menor de *be* for 1.*co*., teremos que toda a diagonal *be* valerá $4.\tilde{p}.1.co.$ A condição da proporção que, como vimos, significa que o produto do todo pela parte menor é igual ao quadrado da parte maior, conduz à equação (*conjugacion*) quadrática

$$4.co.\tilde{p}.1.ce \textit{ que seran yguales a } 16.$$

cuja solução (positiva) é $R.20.\tilde{m}.2.$ Adicionando este valor da parte menor ao valor da parte maior (que é 4), obtemos $R.20.\tilde{p}.2.$ para valor de toda a linha *be*.

> *(…)* $4.co.\tilde{p}.1.ce.$ *que serão iguais a 16. e esta é a primeira conjugação das compostas, cuja obra será esta: (…) e diremos portanto que* $R.20.\tilde{m}.2.$ *é o valor de 1 co. que é a parte menor, a qual juntando com os 4. parte maior, faremos* $R.20.\tilde{p}.2.$ *e tanto será a linha be.* [NUNES, 1567, f. 319v]

---

compuesta la raiz que hade ser partida, y lo que fuere produzido, sera lo que se a de partir por el nuevo partidor simple.» [NUNES, 1567, f. 60v].

A resolução de Pedro Nunes é idêntica à de Luca Pacioli e o mesmo se observa com os termos utilizados para descrevê-la; é isso que mostram os excertos dos dois textos, que apresentamos a seguir.

> *Tu sai che suo lato [do pentágono regular] e .4. e questo e una parte de ditta corda [do ângulo pentagónico] po poni che laltra sai* .1.co. *m[ultipli]ca* .1.co. *via* .4.p̃.1.co. *fa* .4.co.p̃.1.ce. *E m[ultipli]ca .4. in se fa .16. E q[ue]sto eq[ua]le a* .4.co.p̃.1.ce. *p[ar]ti e seg[ui]ta harai che la cosa varra ℞ .20. m̃ .2. E q[eu]sta e la menor parte. giongici .4. che la magior p[ar]te fa .℞ .20. p̃ .2. e tanto sia tutta la ditta corda.* [PACIOLI, 1494, f. 70v]

> *(…) siendo la parte mayor dela linea be .4. pornemos la menor ser 1 co. Y sera luego toda la linea be* .4.p̃.1.co. *Y porque tanto se haze multiplicando be en la parte menor, como la mayor en si misma, multiplicaremos* .4.co.p̃.1.ce. *por 1.co. y haran* .4.co.p̃.1.ce. *que seran yguales a 16. y esta es la primera conjugacion de las cõpuestas, cuya obra sera esta: (…) y diremos por tanto, que* R.20.m̃.2. *es el valor de 1 co. que es la parte menor, la qual juntando con los 4. parte mayor, haremos* R.20.p̃.2. *y tanto sera la linea be.* [NUNES, 1567, f. 319v]

4. DETERMINAÇÃO DO RAIO DO CÍRCULO CIRCUNSCRITO, CONHECIDO O LADO

De seguida, Nunes aborda a questão de, conhecido o lado do pentágono regular, encontrar o raio do círculo circunscrito, e propõe duas resoluções, ambas *não algébricas*. Para tratar o caso geral, apresenta o caso particular de o lado do pentágono valer 4. E para solucionar este último problema, socorre-se novamente dum caso particular, que toma como modelo. A argumentação de Nunes repousa em proposições dos Livros XIII e XIV dos *Elementos* de Euclides.

Comecemos por ver o modo como Nunes constrói esse modelo. Da divisão de qualquer quantidade na proporção que tem o meio e dois extremos, decorre uma outra, na mesma proporção, da quantidade que se obtém da anterior adicionando-lhe a sua parte maior[17]. Portanto, na divisão de $1+\sqrt{5}\left(=2+\left(\sqrt{5}-1\right)\right)$, serão 2 a parte maior e $\sqrt{5}-1$ a parte menor[18]. Logo, pela recíproca da proposição Elementos XIII, 9, as quantidades 2 e $\sqrt{5}-1$ serão lados dum hexágono e dum decágono regulares, respectivamente, ambos inscritos no mesmo círculo. E, pela proposição[19]. Elementos XIII, 10, os lados do decágono, do hexágono e do pentágono regulares inscritos no mesmo círculo são lados dum triângulo rectângulo; portanto, o lado do pentágono regular inscrito nesse mesmo círculo será $\sqrt{2^2+\left(\sqrt{5}-1\right)^2}$, ou seja, $\sqrt{10-\sqrt{20}}$.

A escolha destes valores pode parecer estranha, uma vez que Nunes dispunha já dum terno de números obtidos na primeira divisão. Esta opção justifica-se, como se verá adiante, pela facilidade que traz aos cálculos.

Na primeira resolução, o raio do círculo circunscrito ao pentágono de lado 4, que é também o lado do hexágono regular inscrito no mesmo círculo, obter-se-ia por uma regra de três a partir dos valores considerados:

$$\begin{array}{ccc} \sqrt{10-\sqrt{20}} & \leftrightarrow & 2 \\ 4 & \leftrightarrow & ? \end{array}$$

Contudo, isso conduziria ao valor $\dfrac{8}{\sqrt{10-\sqrt{20}}}$, cujo denominador é uma *raiz universal*. Embora no estudo sobre as operações com os diversos tipos de radicais, que apresentou no *Libro de Algebra*, Nunes tenha mostrado como a questão se pode resolver[20], aqui optou por aplicar a

---

[17] Pela regra *componendo* do Livro V dos *Elementos* de Euclides (definição V, 14 e proposição V, 18), a que Nunes mais adiante se refere como a *conjunta proporcion* [NUNES, 1567, f. 320v].

[18] Recordemos que, dividindo 2 na proporção que tem o meio e dois extremos, a parte maior vale $\sqrt{5}-1$ e a parte menor vale $3-\sqrt{5}$.

[19] [BUSARD, vol. 1, 2005, p. 470].

[20] [NUNES, 1567, ff. 61r-62r].

regra de três aos quadrados dos valores em causa, possivelmente para evitar esses cálculos:

$$\begin{array}{ccc} 10-\sqrt{20} & \leftrightarrow & 4 \\ 16 & \leftrightarrow & ? \end{array}$$

Nas palavras de Nunes:

> *(…) diremos por Regla de .tres: Si siendo el quadrado del lado del pentagono* $10.\tilde{m}.R.20.$ *es el quadrado del lado del exagono 4. quando el mismo quadrado del lado del pentagono fuere 16. quanto sera el quadrado del lado del exagono?* [NUNES, 1567, f 320r]

A resposta à questão colocada por Nunes será $\dfrac{64}{10-\sqrt{20}}$, ou seja, $8+\sqrt{12\frac{4}{5}}$. Para exprimir o lado do hexágono (e, portanto, também o raio do círculo circunscrito) na notação usada por Nunes, torna-se necessária uma *raiz universal*: $R.V.8.\tilde{p}.R.12\frac{4}{5}$.

Pedro Nunes dá uma segunda resolução, de cuja leitura nos fica a impressão que a sua intenção é, sobretudo pedagógica, fazendo o leitor relembrar dois resultados relativos a porporções:

> *(…) e porque sendo três quantidades ordenadas em contínua proporção, tal proporção há da primeira para a terceira, como do quadrado da primeira para o quadrado da segunda, por esta causa tal proporção haverá do quadrado do lado do decágono para o quadrado do lado do hexágono como de* $3.\tilde{m}.R.5.$ *para o número 2. e, pela conjunta proporção, tal proporção haverá do quadrado do lado do decágono com o quadrado do lado do hexágono, ambos juntos, para o quadrado do lado do hexágono como da primeira quantidade e terceira, ambas juntas, que são* $5.\tilde{m}.R.5.$ *para 2. que é a terceira.* [NUNES, 1567, f. 320v]

Em notação simbólica usual, de $\frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ deduz-se $\frac{3-\sqrt{5}}{2}=\frac{\left(3-\sqrt{5}\right)^2}{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}$. Portanto, se chamarmos[21] l_5, l_6 e l_{10}, respectivamente, aos lados do pentágono, do hexágono e do decágono regulares inscritos no mesmo círculo, então $\frac{l_{10}^2}{l_6^2}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$. Donde (*componendo*, ou pela *conjunta proporção*) vem que $\frac{l_{10}^2+l_6^2}{l_6^2}=\frac{5-\sqrt{5}}{2}$, ou seja, que $\frac{l_5^2}{l_6^2}=\frac{5-\sqrt{5}}{2}$. Tendo *p* o valor 4, obtém-se $l_6^2=\frac{32}{5-\sqrt{5}}=8+\sqrt{12\frac{4}{5}}$.

5. DETERMINAÇÃO DO RAIO DO CÍRCULO INSCRITO E DA ÁREA, CONHECIDO O LADO

Uma vez determinado o raio do círculo circunscrito, a determinação do raio do círculo inscrito no pentágono não oferece problemas, bastando utilizar o Teorema de Pitágoras. Para os valores que estão a considerar-se, $ag=2$ e $fa=\sqrt{8+\sqrt{12\frac{4}{5}}}$, vem $fg=\sqrt{4+\sqrt{12\frac{4}{5}}}$.

Pedro Nunes apresenta duas maneiras de calcular a área do pentágono regular, aplicadas ao caso particular de o lado valer 4. Em ambas, a ideia é considerar o pentágono regular como o agregado de cinco triângulos isósceles, todos de vértice no centro do polígono.

Na primeira destas duas maneiras, Nunes considera cada lado do pentágono como base dum dos triângulos. As alturas são todas iguais ao raio do círculo inscrito no pentágono (e, portanto, já conhecidas).

---

[21] Nesta secção são referidos os lados do pentágono, do hexágono e do decágono regulares inscritos no mesmo círculo. Tendo usado l_6 e l_{10} para designar os dois últimos, optámos por indicar o lado do pentágono por l_5. Nos outros casos referiremos o lado do pentágono por *l*.

> *A área do pentágono conheceremos multiplicando a linha fg. por metade da soma dos lados, a qual é 10. Multiplicaremos pois 10. por* $R.V.4.\widetilde{p}.R.12\frac{4}{5}$ *. e farão raiz universal desta soma:* $400.\widetilde{p}.R.12800$ *. e tanta será a área do pentágono equilátero e equiângulo cujo lado é 4.* [Nunes, 1567, f. 321r]

Na segunda maneira, a ideia é considerar o raio do círculo circunscrito como base e a metade da diagonal como altura de cada um dos cinco triângulos elementares. No triângulo *fab*, por exemplo, considera-se a base *fa* e a altura *bt* (Figura 1). O produto de *fa* por *be* (que é o dobro de *bt*) será igual à área de quatro dos cinco triângulos em que se decompõe o pentágono. Portanto, cinco quartas partes do produto de *be* por *af* valem os cinco triângulos, ou seja, valem o pentágono.

Estas duas abordagens já se encontram na *Practica Geometriae* de Fibonacci[22].

Nunes só efectua os cálculos para o primeiro destes dois processos, obtendo o valor $\sqrt{400+\sqrt{128000}}$ para a área do pentágono regular de lado 4.

6. DETERMINAÇÃO DO LADO E DA DIAGONAL, CONHECIDO O RAIO DO CÍRCULO CIRCUNSCRITO

Resolvidos estes problemas, fica-se na posse dos valores de todas as linhas e da área para o caso dum pentágono particular (o de lado 4). Trata-se dum «modelo» que permite encerrar a questão: proposto qualquer outro pentágono, determinado pelo valor dum dos seus elementos, os restantes valores podem ser encontrados através duma mera regra de três. Nunes abre o §77 com uma breve menção a este facto, mas logo de seguida propõe a procura, novamente a partir de proposições dos *Elementos* de Euclides, dos elementos dum pentágono regular inscrito num círculo de raio 4.

[22] [BONCOMPAGNI, 1862, pp. 84-85].

Se *af* (Figura 1), que é igual ao lado do hexágono inscrito, for dividido em média e extrema razão, então a parte maior será igual ao lado do decágono[23]. Aplicando a receita anteriormente vista, virá para lado do decágono inscrito no círculo de raio 4 o valor $\sqrt{20}-2$. Adicionando os quadrados dos lados do hexágono e do decágono, obtém-se o quadrado do lado do pentágono. Portanto, o lado do pentágono valerá $\sqrt{40-\sqrt{320}}$, que é a raiz quadrada dum resíduo.

Nunes prossegue afirmando que:

> (…) *y el binomio deste reciso, o qual é* $40.\tilde{p}.R.320$, *será o quadrado da corda do ângulo pentagónico*. [NUNES, 1567, f. 322r]

para o que regressa à consideração de relações geométricas entre as várias «linhas» do pentágono regular, baseando-se nos *Elementos* de Euclides. Para obter este resultado, Nunes invoca a proposição segundo a qual o quadrado do raio do círculo circunscrito é a quinta parte da soma dos quadrados do lado e da diagonal do pentágono regular[24].

Ora, Nunes considerou o caso particular em que $r=4$. Portanto, $l^2+d^2=5.\left(4^2\right)=80$. Uma vez que $l^2=40-\sqrt{320}$, vem que $d^2=40+\sqrt{320}$.

Pacioli dá a esta questão um tratamento geral, observando que quando o diâmetro do círculo é «ratiocinato» (isto é, *racional*) o lado do pentágono regular nele inscrito e da corda pentagónica são, respectivamente, a raiz quadrada dum «reciso» e do seu «binomio», isto é, são do tipo $\sqrt{a-\sqrt{b}}$ e $\sqrt{a+\sqrt{b}}$:

> *E de notare che sel diametro del cerchio sia ratiocinato alhora il lato del pentagono cadente in quello sia linea minore cioe radicie del quarto reciso. Lo quale reciso e fatto del numero meno la radice. Dequali due nomi el maggiore puo sopra el minore uno numero incomensutabile a quello in longitudine e la corda de langolo pentagonico sia la linea maggiore cioe la radice del quarto binomio che fatto del numero e radice. Del quale el maggiore numero puo piu del minore uno numero*

---

23 Proposição *Elementos* XIV, 3 em [BUSARD, 2005, vol. 1, p. 495].

24 Proposição *Elementos* XIV, 4 de Euclides, segundo Campano [BUSARD, 2005, vol. 1, p. 496] e *Elementos* XIV, 3 em [TARTAGLIA, 1565, p. 296].

> *incomensurabile a quello in longitudine. E sono composti di .2. medesimi nomi la corda de langolo pentagonico e lo lato del pentagono*. [PACIOLI, 1494, f. 25v]

Com efeito, designando por l_5 e l_{10} os lados do pentágono e do decágono regulares inscritos no círculo de raio *r*, e designando por *d* a corda pentagónica, temos que:

$$\frac{r}{l_{10}} = \frac{l_{10}}{r - l_{10}} \Leftrightarrow l_{10}^2 + rl_{10} - r^2 = 0 \Leftrightarrow l_{10} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}r$$

De $l_5^2 = r^2 + l_{10}^2$, vem $l_5^2 = r^2 + \frac{3-\sqrt{5}}{2}r^2 = \frac{5-\sqrt{5}}{2}r^2$.

De $\frac{d}{l_5} = \frac{l_5}{d - l_5}$, vem $d^2 - \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}r^2} - \frac{5-\sqrt{5}}{2}r^2 = 0 \Leftrightarrow d^2 = \frac{5+\sqrt{5}}{2}r^2$.

Logo, $l_5 = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}r$ e $d = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}r$.

Pacioli apresenta como exemplo um círculo de diâmetro 8, cujo pentágono regular inscrito tem lado e diagonal respectivamente $\sqrt{40-\sqrt{320}}$ e $\sqrt{40+\sqrt{320}}$. Como vimos, é exactamente o exemplo que Nunes toma.

Nunes obtém o raio do círculo inscrito no pentágono, aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo rectângulo *afg*,

$$fg = \sqrt{fa^2 - ag^2} = \sqrt{4^2 - \frac{40-\sqrt{320}}{4}} = \sqrt{16 - \left(10 - \sqrt{20}\right)} = \sqrt{6+\sqrt{20}},$$

e a área do pentágono por multiplicação de quatro quintos da linha *af* (raio do círculo circunscrito) pela linha *be* (diagonal),

$$d^2 = \frac{5}{4}.af.be = \frac{5}{4}.4.\sqrt{40+\sqrt{320}} = 5.\sqrt{40+\sqrt{320}} = \sqrt{1000+\sqrt{200000}}\,.$$

7. DETERMINAÇÃO DO LADO, DO RAIO DO CÍRCULO CIRCUNSCRITO E DA ÁREA, CONHECIDA A DIAGONAL

Para encontrar o lado do pentágono regular, dada a diagonal, basta dividir esta últma na proporção que tem o meio e dois extremos; a parte maior será o lado procurado. Nunes exemplifica com o caso particular em que a diagonal vale 8. Dividindo na proporção que tem o meio e dois extremos, obtemos $\sqrt{80}-4$ para valor da parte maior; será, portanto este o valor do lado do pentágono. As relações anteriormente vistas dão imediatamente $r^2 = \frac{l^2+d^2}{5} = 32-\sqrt{204\frac{4}{5}}$, donde $r = \sqrt{32-\sqrt{204\frac{4}{5}}}$, e Área = $\frac{4}{5}d \cdot r = \sqrt{3200-\sqrt{2048000}}$.

8. DETERMINAÇÃO DO LADO, CONHECIDA A ÁREA

Após uma breve digressão sobre a ordem dos factores nas multiplicações, Nunes mostra como determinar os valores das linhas do pentágono, sendo conhecida a área. Aqui, só é usada a regra de três. Exemplificando com o caso particular em que a área do pentágono regular vale 10, Nunes lembra que, em figuras semelhantes, a razão entre áreas é a razão entre os quadrados das linhas correspondentes.

Uma vez que, como se viu, o pentágono regular de lado 4 tem área $\sqrt{400+\sqrt{128000}}$, Nunes considera a seguinte regra de três:

$$\begin{array}{ccc} \sqrt{400+\sqrt{128000}} & \leftrightarrow & 10 \\ 4^2 & \leftrightarrow & ? \end{array}$$

O quociente $\frac{160}{\sqrt{400+\sqrt{128000}}}$ é calculado através do artifício da multiplicação de ambos os membros da fracção por $\sqrt{400-\sqrt{128000}}$;

passando pela impressionante expressão $\frac{\sqrt{10240000-\sqrt{83886080000000}}}{\sqrt{32000}}$, Nunes conclui que, se a área do pentágono regular for 10, então o seu lado será $\sqrt{\sqrt{320+\sqrt{81920}}}$.

9. CONCLUSÃO – A IMPORTÂNCIA DE TER UM BOM MODELO SEMPRE À MÃO…

Nos últimos estudos que faz em que intervém o pentágono, Pacioli resume os conhecimentos relativos ao pentágono que foi introduzindo no decurso do seu trabalho, complementando-o com a indicação dos conceitos teóricos que justificam algumas das regras aplicadas, como, por exemplo, mencionando as proposições dos *Elementos* utilizadas. A importância desta síntese está clara nas suas palavras:

> *(…) ma p[er] men briga habi sempre familiar apresso te un pentagono cõ tutte sue indigentie: cioé cerchio: lato: corda: exagono: decagono: tondo intrinseco ed extrínseco etc. e mediante q[eu]llo porrai retrovare de qualunche altro che te fosse p[ro]puesto, p[e]r via de p[ro]portioni, che semp[re] riescano* [PACIOLI, 1494, f. 70v]

Portanto, Pacioli recomenda ao leitor que tenha sempre perto de si os cálculos realizados num caso particular. Enfatiza mesmo a utilidade dum *modelo* geométrico representando um pentágono e o círculo circunscrito, em que estejam marcados os valores das seguintes linhas: raio dos círculos inscrito e circunscrito, bem como os lados do pentágono, do hexágono e do decágono regulares inscritos no círculo. Este modelo serviria para, por meio de proporcionalidades, determinar os valores das referidas linhas para qualquer pentágono regular proposto. Apesar desta recomendação, Pacioli não a concretiza com nenhuma figura. Quem o faz são Stifel e Peletier.

Na sua *Algebre*, Peletier ataca o problema da determinação do lado e da diagonal do pentágono regular, conhecido o diâmetro do círculo circunscrito, baseando o seu raciocínio numa figura que copia de Stifel[25] (Figura 2). Nela estão representados um círculo e os valores de algumas linhas expressos em simbologia algébrica.

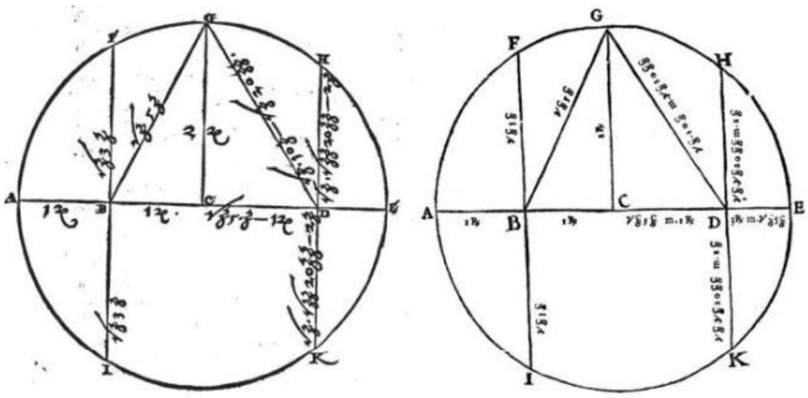


Figura 2: Diagramas de Stifel e de Peletier

É bem visível a construção do pentágono regular[26] que Ptolomeu dá em *Almagesto* I, 10. Stifel e Peletier partem de metade do raio do círculo, que designam pelo símbolo que representa a incógnita, e exprimem as outras linham em função dela. Usando a notação simbólica actual e fazendo $\overline{AB} = \overline{BC} = x$ e, portanto, $\overline{CG} = 2x$, vem:

$$\overline{BG} = \sqrt{5x^2}\,;\ \overline{BF} = \overline{BI} = \sqrt{3x^2}\,;\ \overline{CD} = \sqrt{5x^2} - x\,;\ \overline{DG} = \sqrt{10x^2 - \sqrt{20x^4}}\,;$$

$$\overline{DH} = \overline{DK} = \sqrt{\sqrt{20x^4} - 2x^2}\,;\ \overline{DE} = 3x - \sqrt{5x^2}\,.$$

DG, *CG* e *CD* representam, respectivamente, o lado do pentágono, do hexágono e do decágono regulares inscritos no círculo.

Todos estes valores são produto de *x* (metade do raio do círculo) por uma constante numérica. O modo como estão expressas as relações envolvendo radicais denota a necessidade, na época, de fechar a

[25] [PELETIER, 1554, p. 221]. A figura se encontra-se em [STIFEL, 1544, f. 288v].

[26] [TOOMER, 1998, p. 48].

operação de radiciação[27]; por exemplo, em vez de $\overline{DG}=\sqrt{10x^2-\sqrt{20x^4}}$, escrever-se-ia hoje $\overline{DG}=x\sqrt{10-\sqrt{20}}$.

O diagrama de Stifel e Peletier dá a conhecer as relações entre algumas das linhas em causa; bastará efectuar os cálculos decorrentes da substituição do valor de *x* nas expressões indicadas para obter as medidas desejadas. Por outro lado, sabido o lado do pentágono, por exemplo, poderá obter-se facilmente o diâmetro do círculo pela resolução duma equação. Trata-se, portanto, dum modelo que resolve o problema do pentágono, mas que não coincide com a opção de Pacioli, pelo pendor geométrico e algébrico que lhe está associado.

Nunes recorre também a um modelo, mas fá-lo, tal como Pacioli, enfatizando o aspecto aritmético. Parece que Nunes está mais preocupado em mostrar a sua agilidade no manejo de cálculos com radicais e as potencialidades da regra de três, do que em aplicar a álgebra à resolução de problemas geométricos. Isto não deixa de ser surpreendente numa obra intitulada *Libro de Algebra* e numa secção intitulada *De la practica de Algebra en los casos o exemplos de Geometria*.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARRIGHI, G. “La Matemática a Firenze nel Rinascimento: Il Codice Ottoboniano Latino 3307 Della Biblioteca Apostolica Vaticana”. Em *Gino Arrighi. La Matematica dell’Età di Mezzo. Scritti scelti*. BARBIERI, F., FRANCI, R. e TOTI RIGATELLI, L. (ed.). Edizioni ETS. Pisa, 2004, pp. 209- 222.

[27] Malet e Paradis notam que as operações de adição, subtracção, multiplicação e divisão com números inteiros ou fraccionários conduzem sempre a um resultado expresso em forma numérica, sem deixar qualquer «operação indicada»; ao contrário, no momento de operar com radicais, isso não é possível e, por isso inventou-se um método para, de algum modo, «fechar» a soma e a diferença de raízes [MALET & PARADIS, 1984, p. 146].

BICUDO, I. (ed.) *Os Elementos - Euclides*. São Paulo, 2009.

BONCOMPAGNI, B. *Scritti di Leonardo Pisano Matematico del secolo decimoterzo*. II. *Practica geometriae* et *Opusculi*. Roma, 1862.

BUSARD, H. L. L (ed.) *Campanus of Novara and Euclid's Elements*. 2 vols. 2005.

EUCLIDES. *Campanus of Novara and Euclid's Elements.* CAMPANO (trad.) (Veneza, 1482). BUSARD, H.L.L (ed.). 2 vols. Estugarda, 2005.

EUCLIDES. *Os elementos*. BICUDO, I. (ed.). São Paulo, 2009.

EUCLIDES. *Euclide Megarense philosopho, solo introduttore delle scientie mathematiche*. TARTAGLIA, N. (ed.). Veneza, 1565.

HEATH, T. L. *The thirteen books of Eucli's Elements*. 3 vols. Dover Publications, Inc. Nova York, 1956.

MALET & PARADIS, 1984

PELETIER, J. *L'Algebre de Iaqves Peletier Du Mans, departie an deus Livres.* Lion, 1554.

PELETIER, J. *In Euclidis Elementa Geometrica demonstrationum libri sex.* Lion, 1557.

PACIOLI, L. *Tractatus geometrie. Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita Pars II*. SIMI, A. e PRESAS, A. (ed.), 1494.

STIFEL, M. *Arithmetica integra*. Nuremberga, 1544.

TARTAGLIA, N. *General Trattato de Numeri et Misure, di Nicolo Tartaglia.* 6 vols. Veneza, 1560.

TARTAGLIA, N. (ed.) *Euclide Megarense philosopho, solo introduttore delle scientie mathematiche.* Veneza, 1565.

NUNES, P. *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria.* Antuérpia, 1567.

PTOLOMEU. *Ptolemy's Almagest*. Trad. e notas em TOOMER, G. J. (ed.). Princeton, 1998.

SIMI, A. "Trattato di Geometria Pratica dal Codice L. IV. 18 (sec. XV) della Biblioteca Comunale di Siena". *Quaderni del Centro Studi Della Matematica Medioevale*, collana diretta de L. TOTTI RIGATELLI, L. e R. FRANCI. Università degli Studi di Siena, 1993.

SIMI, A. "La geometria nel Rinascimento: il codice Ottobiano Latino 3307 della Biblioteca Apostolica Vaticana". Em *Contibuti di Filologia dell'Italia Mediana XIII*, 1999, pp. 41-109.

TOOMER, G. T. (ed.) *Ptolemy's Almagest*. Translated and annoted by G. J. Toomer, with a forward by Owen Gingerich. Princeton, 1998.

A SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA SOB UM OLHAR DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ALEXANDRA DE OLIVEIRA ABDALA COUSIN

Departamento de Matemática
Universidade Estadual de Maringá – UEM
Maringá, PR

aoacousin@gmail.com

Resumo: Nesta investigação, busca-se descrever a Sociedade Paranaense de Matemática (SPM) no contexto de sua fundação e institucionalização, um período que corresponde a aproximadamente uma década. Neste sentido, empreende-se um estudo sobre a SPM entre 1953 e meados dos anos 1960, buscando suas contribuições para o desenvolvimento da Matemática no Paraná: a identificação, por meio de análises documentais e entrevistas; as iniciativas propostas pelos fundadores, iniciadores ou idealizadores, e colaboradores da SPM com relação à difusão matemática. Também se pesquisa a influência do pensamento dos idealizadores da SPM na primeira década de sua fundação, nas primeiras gerações de matemáticos paranaenses, objetivando determinar as possíveis contribuições dessa associação para o Ensino de Matemática no Estado do Paraná. Para tanto, realizou-se entrevistas, utilizando a metodologia da História Oral, com alguns professores que fizeram parte da SPM. Disparado pelas informações presentes nos depoimentos buscou-se outras fontes documentais, com o objetivo de ampliar a compreensão acerca dos entornos da Sociedade Paranaense de Matemática, quais sejam, aspectos sobre sua fundação, suas publicações e sua relação com a Educação Matemática. Este trabalho é parte dos estudos de Cousin (2007), orientado por C.R. Vianna (UFPR); e na tentativa de oferecer uma descrição mais profunda e detalhada da Sociedade Paranaense de Matemática, também incorpora elementos que fogem ao período da fundação da SPM.

Palavras chave: Educação Matemática; História da Educação Matemática; História Oral; Matemática no Brasil; História das Instituições; Sociedades Científicas.

Abstract: In this investigation, we look for a description of the Paranaense Mathematical Society (SPM) in the context of its foundation and institutionalization, a period that takes approximately one decade. In this sense, we made a study about the SPM, in the period of 1953 to 1963, looking for its contributions to the development of Mathematics in Paraná: the identification, through documental analysis and interviews, the initiative proposed by its founders or initiators, and collaborators of SPM, with relation to the spread of Mathematics. We also did research on the influence of the thought of the persons that had the idea to found the SPM, in the first decade of its foundation, in the first generations of mathematicians of Paraná; we tried to determine the possible contributions of this society for the Mathematical Teaching in the Paraná State. For that, we made interviews, using the methodology of Oral History, with some professors that were SPM members.

Motivated by the information present in the interviews, we look for other documental sourses, with the goal to amplify the comprehension about the Paranaense Mathematical Society, namely, aspects of this foundation, its publications and its relation with the Mathematical Education. This work, look Cousin (2007), trying to offer a deeper and detailed description of Paranaense Mathematical Society, also incorporates elements that are not about the period of its foundation.

Keywords: Mathematical Teaching; History of Mathematical Education; Oral History; Mathematics in Brazil; History of Institutions; Scientific Societies.

PRIMEIRAS INQUIETAÇÕES

Ao pensar meu envolvimento com a Educação Matemática, posso situar um "começo" quando, no final do ano de 2004, já aluna do programa de Doutorado em Educação na UFPR, conversávamos, durante o Seminário Avançado de Pesquisa, sobre a importante contribuição do livro *Conceitos Fundamentais da Matemática*, do professor português Bento de Jesus Caraça, para o desenvolvimento do Ensino da Matemática em Portugal e, de certa forma, no Brasil. Nessa ocasião, foi lembrado que um outro professor português, João Rémy Teixeira Freire, que havia sido 'discípulo' de Caraça, residiu em Curitiba na década de 1950 e tinha sido um dos idealizadores da Sociedade Paranaense de Matemática (SPM), cuja sede, desde aquela época, já estava situada na Universidade Estadual de Maringá, instituição a qual "atuo" desde 1984, como aluna e posteriormente como docente. Naquele momento fiquei surpresa, e vários questionamentos começaram a me intrigar: 'Por que teria vindo Rémy Freire a Curitiba?'; 'Quem o trouxe?'; 'Qual a influência de Bento de Jesus Caraça sobre Rémy Freire?'; 'O que levou Rémy Freire a propor a criação da SPM?'; 'Será que houve alguma influência da Sociedade Portuguesa de Matemática na criação da SPM?'; 'No que contribuiu a Sociedade Paranaense de Matemática para o desenvolvimento da Matemática no Paraná e no Brasil?'; 'Houve influência da SPM na implantação dos primeiros cursos de Matemática no Paraná?'; 'Como os idealizadores da SPM "pensavam" a Matemática?'; 'Quais eram as preocupações dos fundadores da SPM em relação ao Ensino de Matemática?'; 'Existe algum trabalho que descreve essa Sociedade?'; 'Um trabalho que respondesse algumas dessas inquietações seria relevante para a Educação Matemática no Brasil?'.

Acreditando em uma resposta afirmativa para a última questão, iniciei um trabalho de investigação sobre alguns temas apontados acima. Principiei fazendo algumas leituras preliminares em História, visto que este trabalho, não exclusivamente, tratará de fatos passados, e para isso deveria entender o que significa estudar o passado e o presente em História. As palavras de Carr traduzem, em parte, essa compreensão:

> *O passado é inteligível para nós somente à luz do presente; só podemos compreender completamente o presente à luz do passado. Capacitar o homem a entender a sociedade do presente é a dupla função da história* (CARR, 1982, p. 90).

OBJETIVOS DA INVESTIGAÇÃO

Motivada pelas questões arroladas anteriormente, as quais têm relação direta com minha atuação profissional, passei a realizar leituras em História, buscando adentrar no conhecimento da área, distante da minha formação inicial, nos referenciais bibliográficos pertinentes. Com o tempo, impregnei-me com a leitura de Carr (1982), Thompson (1981), Le Goff (2003), Chartier (2002), Bourdé & Martin (1983), Burke (1991; 2002; 2005), Certeau (2006), Hunt (1992) e outros. Todas essas leituras estamparam-se em trabalhos dirigidos, propostas de artigos e apresentações de Seminários e em Congressos, chegando a constituir parte relevante do material entregue a julgamento em meu exame de qualificação. Entretanto, por sugestão da banca examinadora e concordância nossa, decidimos que esse material não deveria ser incorporado à versão final da tese, cabendo aqui tratar especificamente do nosso objeto de pesquisa. Mas qual é esse objeto? De que trata nossa investigação?

Especifico, na sequência, uma síntese do trabalho que propusemo-nos a realizar.

Esta investigação buscará descrever a Sociedade Paranaense de Matemática (SPM) no contexto de sua fundação e institucionalização, um período que compreende aproximadamente uma década. Para tanto, decidimos estabelecer alguns objetivos preliminares:

- Fazer um estudo sobre a SPM, no período de 1953 a 1963, buscando suas contribuições para o desenvolvimento da Matemática no Paraná;
- Identificar, por meio de análise documental e entrevistas, as iniciativas propostas pelos fundadores, iniciadores ou idealizadores, e colaboradores da SPM com relação à difusão da Matemática;
- Pesquisar a influência do pensamento dos idealizadores da SPM na primeira década de sua fundação, nas primeiras gerações de matemáticos paranaenses;
- Determinar as possíveis contribuições da SPM para o Ensino de Matemática no Estado do Paraná;
- Realizar entrevistas, utilizando a metodologia da História Oral, com alguns professores que fizeram parte da SPM;
- Buscar relações entre os indícios presentes nas informações documentais e naquelas obtidas por meio das entrevistas.

Pelo esboço, por meio do trabalho proposto pretendemos atingir o objetivo geral norteador, qual seja:

Descrever a Sociedade Paranaense de Matemática (SPM) no contexto de sua fundação.

Importante deixarmos claro que esse objetivo não é “estrito”, que este trabalho avançou para além dele, que incorpora elementos que fogem ao período da fundação da SPM na tentativa de oferecer uma descrição mais profunda e detalhada da SPM.

APRESENTANDO A PESQUISA

Passadas cinco décadas da fundação da Sociedade Paranaense de Matemática (SPM), percebe-se que ela se construiu praticamente sem nenhuma penetração no Estado como um todo, e se restringiu basicamente à Universidade Federal do Paraná. O que a história nos mostra é que havia uma vertente matemática na Escola Politécnica da UFPR: matemáticos com origem em cursos de Matemática ou apreciadores oriundos das engenharias que mantinham contatos com matemáticos internacionais. Assim, pelo espírito de alguns líderes da época, acabaram criando a Sociedade Paranaense de Matemática em 1953. [...] Há uma questão que parece natural: por que o Paraná foi um precursor em termos de "Sociedade de Matemática"? E, na seqüência: como essa Sociedade ajudou o desenvolvimento da Matemática no Estado?

Na minha perspectiva, as Ciências Exatas e Tecnológicas, em geral, tiveram grande impulso na década de 1970, com o "projeto de desenvolvimento nacional" dos militares; e tem muita coisa escrita sobre isso. Havia certa percepção sobre o desenvolvimento tecnológico do país em diversas áreas, contemplando - de início - as áreas básicas, como a Matemática e Física; e, obviamente, quando esses programas foram implantados eles se concentraram no Rio de Janeiro e São Paulo. Isso mostra como havia o incentivo para que as pessoas fossem para essas capitais para estudar e acabavam ficando por lá, trabalhando.

No Paraná, grande parte dos professores de matemática das universidades fez pós-graduação em São Paulo ou no Rio de Janeiro. A pós-graduação da Universidade Federal do Paraná levou muito tempo para ser criada. Então, creio que um dos problemas surgidos foi que existia uma efervescência em torno da Matemática, mas não havia vontade política de se consolidar uma Sociedade de Matemática no Paraná, de caráter regional: ou não tinham capacidade, ou não eram incentivados pelos governos. [...]

Há pouco tempo, conversando com um político, lembrávamos que até a década de 70, para ir de Curitiba a Londrina (ou Maringá), era necessário sair do Estado, passar pelo Estado de São Paulo e voltar para o Paraná: não havia estrada ligando essas cidades do interior com a capital. Isso pode explicar as razões para que não houvesse uma expansão da Matemática no Paraná. As razões são muitas e variadas, embora me pareça que a razão mais forte, porque tem papel indutor decisivo, é a questão da política governamental brasileira. Qual seja: o desenvolvimento tecnológico estava mais concentrado no Estado de São Paulo e ali se investiam mais recursos. Aliás, se investe até hoje! Mais de 80% dos financiamentos de pesquisa estão concentrados nos Estados de São Paulo e Rio de Janeiro.

Somente na metade da década de 1980, embora sendo paranaense e professor da UEM, é que tomei conhecimento da existência da SPM. Isso se deu quando as primeiras pessoas de Maringá que se filiaram vieram a publicar um artigo no Boletim da SPM1. Até então, não havia contato, ou seja, é muito recente, menos de 20 anos, a aproximação entre Maringá e a Sociedade Paranaense de Matemática. [...]

Hoje a SPM está sediada no Departamento de Matemática da UEM. Basicamente se restringe à edição do BSPM, por ainda possuir capacidade de buscar algum recurso de fomento. Temos projetos, mas o problema é novamente a falta de recursos humanos. Um projeto nosso é de se criar ou se relançar algumas revistas que a Sociedade já teve. Eu, em particular, até o ano que vem, estou trabalhando na possibilidade de reeditar alguns livros clássicos que a SPM editou. São traduções de alguns livros importantes, que ainda são de interesse nacional, escritos por matemáticos de renome internacional. Pretendo reeditar esses livros, pois a SPM mantém os direitos da edição. O projeto é reeditar esses livros, formando uma seleção de livros clássicos.

[1] Sigla BSPM.

E depois também algumas outras revistas que contemplassem também a área de Educação Matemática.

Recorte do depoimento do Prof. NELSON MARTINS GARCIA, em 20 de outubro de 2005, Maringá, PR.

A SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA

O trabalho de investigação realizado em uma pesquisa não é algo que se possa comparar com uma caminhada em "linha reta". Freqüentemente o percurso se torna acidentado e acontecem "desvios" na nossa trajetória de investigação. De fato, em determinado momento, o trabalho requer escolhas de metodologia para seu prosseguimento, e algumas vezes a própria metodologia acaba por se tornar um foco da investigação. Ou seja: à medida que vamos avançando, lendo textos, envolvendo-nos com os documentos, também vamos modificando nossa visão sobre o objeto de estudo, vamos adequando nossas "ferramentas" e alterando algumas das opções metodológicas.

Ficamos a pensar se é possível prosseguir uma pesquisa ignorando o que estamos procurando. A resposta afirmativa veio de Carr, o qual busca em Kant a resposta a essas reflexões.

> *Enquanto não tivermos reunido durante muito tempo, de forma não sistemática, observações para servir como materiais de construção, seguindo a orientação de uma idéia oculta em nossas mentes, e realmente só depois de termos gasto muito tempo na disposição técnica destes materiais, pela primeira vez nos tornamos capazes de visualizar a idéia de uma forma mais clara, e de esboçá-la arquitetonicamente como um todo* (KANT, *Crítica da razão pura*, p.835- citado por CARR, 2002).

Portanto, para encontrar respostas aos questionamentos já apresentados, ou apresentar uma descrição de determinado objeto, a seleção de materiais, dentre aqueles a serem pesquisados, é uma das primeiras tarefas. Isso também está de acordo com D'Ambrosio quando o mesmo trata da questão da historiografia na Educação Matemática:

> *Uma vez identificados os objetos de estudo, a relação dos fatos, datas e nomes depende de registros, que podem ser de natureza muito diversa: memórias, práticas, monumentos e artefatos, escritos e documentos. Essas são as chamadas fontes históricas.*
>
> *A interpretação das chamadas fontes históricas depende muito de uma ideologia e de uma metodologia de análise das fontes. O conjunto dessas metodologias, não só na análise, mas também na identificação das fontes é o que se chama historiografia* (D'AMBROSIO, 2000).

Assim, inicialmente buscamos observar como está estruturada a SPM atualmente, bem como o que ela tem disponível, em termos de acervo material, e também pesquisamos sobre os indivíduos que fizeram e/ou fazem parte dessa associação.

Coletamos as primeiras informações na página da Sociedade, a qual pode ser visitada pelo sítio www.uem.br. Após essa busca, fizemos um levantamento bibliográfico do acervo disponível atualmente em sua sede e, por fim, contatamos o primeiro Presidente da Sociedade, após mudança de foro, que prontamente colaborou com uma entrevista, a qual, parte dela, foi apresentada no início deste trabalho.

Após a transferência de foro, em 2002, da Universidade Federal do Paraná, em Curitiba, para a Universidade Estadual de Maringá, na cidade de Maringá, a SPM passou por uma série de reformulações, desde a posse de uma nova Diretoria até uma reforma estatutária. Os trâmites desse processo estão disponíveis na Internet. Dessa forma, entendemos que seria desnecessário dispô-los novamente aqui; e uma outra forma de visualizá-los seria mediante entrevistas realizadas com colaboradores que fizeram e/ou fazem parte da Diretoria da SPM, e essa foi nossa opção.

Entretanto, apresentaremos alguns fatos relevantes para entendermos como está estruturada atualmente a SPM, a iniciar pelas duas primeiras Diretorias eleitas após a transferência do foro, as quais foram compostas, pela primeira vez, com sócios de todas as universidades estaduais paranaenses, abrindo, assim, uma oportunidade de expansão para essa entidade em todo o Estado do Paraná.

Especificamente, a segunda Diretoria, preocupada com a manutenção e consolidação da SPM, apresentou uma proposta de trabalho em que estavam listadas as seguintes metas:

1. Realizar buscas de documentos históricos para completar a organização da Secretaria da Entidade;
2. Elaborar projetos para agências de fomento, objetivando a consolidação da 3ª Série do Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática - BSPM;
3. Estruturar os Comitês: Editores Assistentes e Editores do Boletim da Sociedade, visando a dinamizar o Boletim;
4. Definir as linhas editoriais das publicações - Informes e Monografias - para que sejam relançadas;
5. Estudar a possibilidade de lançamento do BSPM na versão eletrônica;
6. Organizar a estrutura e o funcionamento da Entidade, em uma perspectiva institucional, para não sofrer solução de continuidade no futuro, a exemplo do que aconteceu até agora. A Sociedade não pode ficar na dependência apenas de algumas pessoas abnegadas. Ela deve ser de toda a Comunidade Matemática do Estado do Paraná;
7. Incorporar os sócios históricos da Sociedade, buscando intensamente as aproximações, assim como buscar divulgar e filiar novos sócios como forma de fortalecer a SPM;
8. Dar contribuição efetiva na busca de crescimento e consolidação da Cultura Matemática no Estado do Paraná e no Brasil;
9. Viabilizar ampla divulgação do BSPM – Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática – e de todas as publicações da SPM;

10. Promover eventos de natureza científica por meio da SPM;
11. Regularizar as indexações das publicações da SPM;
12. Estudar um plano de publicações ou reedições de livros de grande interesse;
13. Manter os sócios da SPM informados acerca dos acontecimentos científicos sobre a Matemática no Paraná.

O item 1 nos alerta sobre o acervo da SPM, o qual - como constatamos no decorrer desta investigação - sofreu grande perda, desde edições de anuários até obras raras doadas por sócios da entidade.

As propostas referentes aos itens 2 e 12 foram nomeadas como *Projeto Boletim* e *Projeto Livro* e tinham como objetivos específicos, respectivamente:

a) Editar, com a ajuda da Fundação Araucária2, o periódico matemático Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática; e

b) Reeditar, com a ajuda da Fundação Araucária, o livro **Introdução à Teoria das Funções** de *Richard Courant*.

A preocupação com a distribuição dessas edições também estava presente:

> *A distribuição será gratuita às bibliotecas de universidades, programas de pós-graduação em matemática, grupos de iniciação científica e permutas com outras obras. Convém lembrar que a maioria das bibliotecas que recebe o BSPM mantém cooperação de permuta com a Universidade sede da Sociedade Paranaense de Matemática. A UEM dará uma grande contra-partida de forma direta e indireta, hospedando a SPM bem como todo o trabalho de mobilidade, infraestrutura e chancela para o Boletim, por meio de cooperação geral mantido por um convênio.*

[2] Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Paraná.

Sobre o item 7, a Sociedade atualmente possui cinco categorias de sócios, em número ilimitado, a saber: honorários, efetivos, correspondentes, beneméritos e institucionais. Os interessados em filiar-se à SPM devem ser indicados por dois sócios efetivos, conforme consta na ficha de inscrição.

Os outros itens listados traduzem perspectivas a serem implementadas e/ou projetadas para futuras Diretorias, bem como explicitam ações a serem viabilizadas de acordo com vontade políticas institucionais, como são os casos dos itens 8, 10 e 11.

Em seguida, catalogamos e selecionamos os documentos e materiais disponíveis na sede da Sociedade. Os documentos pertinentes aos objetivos desta investigação e parte das análises que fizemos estão retratados nas seções que se seguem.

ORIGENS

Falar sobre a Sociedade Paranaense de Matemática (SPM) para mim é um prazer e ao mesmo tempo é muito, muito difícil... Na simplicidade da Ciência no Paraná nos anos 50 do século passado, essa Sociedade teve um papel enorme, inclusive contribuindo para mudar a própria mentalidade que imperava na cultura matemática e na cultura paranaense em geral.

Naquela época, talvez por influência de Augusto Conte, achava-se que, em Matemática, só se poderiam desenvolver técnicas de ensino e contribuir para o ensino da Matemática, jamais, ou muito dificilmente, no tocante à pesquisa, de modo a criar novas idéias, demonstrar novos teoremas.

Quando o professor Rémy Freire veio para Curitiba, por volta de 1950, a sua vinda injetou sangue novo para a própria Universidade Federal do Paraná e para a cultura paranaense. Ele, criando a Sociedade Paranaense de Matemática (SPM), incentivando o estudo em Matemática, a publicação e a indagação no âmbito matemático, realmente deu um impulso enorme para o desenvolvimento da Ciência no Brasil e, em particular, em Curitiba. Vários jovens participaram da fundação da Sociedade e nos desenvolvimentos posteriores. Eu me lembro de velhos professores, pessoas como, por exemplo, o professor Valdemiro Teixeira de Freitas, Olavo Del Claro, Jose Bittencourt de Paula e outros; e dos jovens que, naquela época, estavam muito interessados em Matemática, em pesquisa na área de Matemática. Lembro-me de Jayme Cardoso, Leo Barsotti e Zélia Milléo Pavão. Eu mesmo fui muito influenciado pelo Rémy Freire, e a Sociedade Paranaense de Matemática trouxe para mim um novo alento. Acho que a minha carreira matemática deve-se em boa parte as minhas atividades durante vários anos junto com Rémy Freire e o grupo da Sociedade Paranaense de Matemática. Uma das coisas mais importantes que a Sociedade Paranaense de Matemática trouxe foi a contribuição para a renovação do ensino da Matemática em Curitiba e de modo geral no Paraná. São numerosos os jovens de várias localidades, a cerca ou afastados de Curitiba, que desenvolveram seus estudos matemáticos e que tiveram sua carreira matemática afetada pelas publicações da Sociedade Paranaense de Matemática.

Por outro lado, e isso é uma coisa importantíssima, por iniciativa de Rémy Freire, que foi a alma, a marca da Sociedade Paranaense de Matemática, vários professores foram convidados para ir ao Paraná e contribuir no desenvolvimento da Matemática. Foram convidados, por exemplo, Maria Laura Mousinho, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Elon Lages Lima, também do Rio, para iniciarem o desenvolvimento da Matemática lá. E muitos professores estrangeiros, especialmente o professor Marcel Guillaume, que no começo dos anos 1960 esteve em Curitiba e que iniciou, com o grupo de Curitiba, um trabalho que durou 40 anos. Até hoje tenho excelente relações com esse professor, com quem sistematicamente me encontrava na França e no Brasil; e ele foi uma das pessoas que mais me influenciou.

Então, a criação da Sociedade Paranaense de Matemática, em particular com relação à pasmaceira e à estagnação da Matemática no

Paraná que havia na época, e da ciência no Paraná, foi uma coisa extraordinária.

Acredito que fazer um estudo sociológico e cultural da situação do Paraná naquela época, no tocante à ciência e à cultura, e o papel extraordinário da Sociedade Paranaense de Matemática, daria uma tese muito interessante, inclusive poderia originar teses em Sociologia e em outras áreas do saber, porque o ambiente curitibano e as reações contra e a favor da Sociedade constituem matéria-prima, inclusive para um sociológico. Então você deveria fazer um estudo detalhado de vários aspectos culturais do Paraná, aspectos que podem ser generalizados para grupos sociais e culturais.

Olhando de modo mais restrito, uma das coisas que me chamou muito a atenção foi a atração que a Sociedade exerceu sobre jovens estudantes daquela época, ou logo depois. Eu era professor do Curso de Matemática da Faculdade de Filosofia Ciências e Letras da Universidade Federal do Paraná e vários estudantes se aproximaram dos nossos seminários, participaram das reuniões, foram influenciados por pessoas, não só do Brasil, que foram convidados, como do exterior, e isso contribuiu, dentro de certos limites, para um pequeno desenvolvimento da Matemática, não só no Paraná, mas no Brasil em geral.

A Sociedade Paranaense de Matemática é algo de grande importância, especialmente por ser uma Sociedade Científica. O nosso país sempre foi meio literário, com uma verve literária muito grande. Gostam-se de escritores, de poetas, de historiadores, digamos, mas Ciências Exatas, especialmente pesquisa em ciências exatas, é uma coisa que afasta, ou que naquela época afastava os brasileiros em geral, e especialmente em Curitiba, onde o atraso era patente.

Então a Sociedade Paranaense de Matemática, como uma sociedade científica, influenciou vários grupos, inclusive grupos de Física, pessoas que posteriormente fundaram Sociedades. E houve também um intercâmbio muito grande entre pessoas que se dedicavam às áreas mais variadas.

Por seu turno, as duas publicações principais da Sociedade Paranaense de Matemática, que eram o Anuário da Sociedade Paranaense de Matemática e o Boletim, tiveram uma influência muito grande no Brasil quase que inteiro. Eu me lembro que uma vez, viajando no Nordeste e no Norte do Brasil, encontrei volumes do Anuário e do Boletim, por exemplo, no Amazonas e no Ceará, e isso me surpreendeu enormemente. Quer dizer, naquela época havia necessidade de um tipo de publicação como o Boletim, porque era principalmente voltado à divulgação da Matemática, no mais alto nível que a gente pudesse. Isso então é um trabalho, uma contribuição sumamente valiosa da Sociedade Paranaense de Matemática (SPM).

Outro aspecto que nós podíamos conversar consiste no seguinte: várias conferências que sistematicamente se assistiam nos cursos de extensão que eram patrocinados pela SPM. Por exemplo, o professor Rémy Freire, nos anos 1950, ministrou um curso de Teoria das Matrizes. Em Curitiba, isso era uma verdadeira novidade naquela época! O professor Elon Lages Lima também ministrou dois cursos, um sobre Espaços Métricos e o outro sobre Espaços Vetoriais. Então, era enorme a quantidade de jovens assistindo esses cursos. Eu me lembro também dos cursos da professora Maria Laura Mousinho, um sobre Teoria dos Grupos e outro sobre Anéis e Corpos, que também atraíram muitíssima gente, inclusive professores do ensino secundário e universitário. Foi um desenvolvimento enorme!

Vários outros professores..., de outras áreas, o professor húngaro John Kudar, que ministrou um curso sobre Mecânica Quântica, o primeiro curso desse assunto ministrado na Universidade Federal do Paraná. Um curso que teve uma assistência assombrosa, cerca de 50 pessoas foram assistir esse curso, ministrado em inglês. Foi o primeiro, ou um dos primeiros cursos ministrados em Curitiba em uma língua estrangeira. Então, foi algo interessantíssimo!

Muitos professores de Física, influenciados pela Sociedade Paranaense de Matemática, contribuíram para o desenvolvimento da

Física. Eu me lembro do professor Hugo Kremer, falecido; já nos anos 1960 ele trouxe para Curitiba uma das grandes físicas francesas, a qual ministrou vários cursos na Universidade Federal do Paraná. E esse intercâmbio fez com que diversos professores curitibanos acabassem obtendo bolsas de estudos para ir à França e continuou trazendo alguns professores franceses para Curitiba. Então essa experiência foi extremamente rica. Quer dizer, a experiência nossa, que era um ambiente completamente isolado e de repente começam a aparecer franceses, húngaros, búlgaros e isso foi uma situação, uma experiência muito gratificante.

Outro aspecto importante do professor Rémy Freire, como eu disse, ele era uma marca da Sociedade na época, foi a insistência dele não só em Matemática Pura, inclusive ele gostava até de Lógica, mas principalmente em Matemática Aplicada. Ele acreditava que não era interessante desenvolver só Matemática Pura e, quando ele deu um curso de Teoria das Matrizes, insistiu extraordinariamente sobre as aplicações. Então, esse foi um outro aspecto muito positivo na atividade dele com o grupo, que nos unia, ter o mesmo nível, considerar do mesmo nível a pesquisa em Matemática Pura com a pesquisa em Matemática Aplicada. Só que evidentemente naquela época a pesquisa era muito pequena, quase não se fazia nada, mas foi o ponto de partida!

A Matemática Pura e a Matemática Aplicada, as aplicações da matemática, estão no mesmo nível, nunca ele distinguiu, por exemplo, que a Matemática Aplicada, a Estatística, digamos, fosse mais importante ou menos importante do que a Matemática Pura. Isso é algo extraordinariamente importante.

Outra coisa, sempre fez parte de sua influência um grupo de oito ou nove pessoas, vários jovens, como os professores Jayme Cardoso, Leo Barsotti e outros com mais idade, que se interessavam por Fundamentos da Matemática, a Axiomatização da Geometria, Lógica Matemática, Teoria dos Números. O que, na época, se fazia no exterior foi trazido para o nosso grupo através de conferências, livros que a Sociedade recebia; e isso é uma coisa importante sobre a qual eu já vou insistir; através de intercâmbio que a SPM tinha com seu Anuário e seu Boletim. Na realidade, houve época em que a gente fazia intercâmbio com mais de cem revistas estrangeiras, inclusive algumas revistas extremamente caras, como a Zentralblat Für Mathematik, uma revista de crítica matemática absolutamente essencial para um grupo que está querendo partir para a pesquisa em Matemática.

Esse é outro aspecto. A pessoa vai dizer: "mas para que publicar a revista de matemática?" Não vamos falar especificamente sobre isso, mas o aspecto prático é o seguinte: um intercâmbio enorme foi efetivado a partir do Boletim e do Anuário da Sociedade Paranaense de Matemática. Além do mais, o *Mathematical Reviews* reviu nossos jornais, nossas revistas, foram dados números para eles e sistematicamente tudo que se publicava no Boletim e no Anuário era revisado no *Mathematical Reviews* e isso começou a nos deixar extremamente contentes porque nós víamos as coisas que o grupo estava fazendo, por menor que fossem, eram recebidas com certo apoio e interesse no exterior. Então a publicação dessas revistas, contrariamente ao que muita gente achava, que era supérflua e desnecessária, foi absolutamente essencial!

E mais do que isso, um professor do Rio de Janeiro, por exemplo, que naquela época era o maior matemático brasileiro, Leopoldo Nachbin, sistematicamente nos enviava, pedia para os seus colegas nos Estados Unidos e de fora, artigos de divulgação que eram por nós traduzidos e publicados no Boletim. Eu me lembro de um artigo, o primeiro sobre Bourbaki, que apareceu no Brasil, foi exatamente a tradução de um artigo desse grupo matemático feita pelo professor Ulisses Carneiro, que dá uma descrição muito bonita da obra bourbaquista. Bourbaki foi conhecido no nosso grupo, no Paraná, e talvez em outros Estados, com exceção de São Paulo e do Rio, através das traduções que fazíamos dos trabalhos de André Weil, de Dieudonné e do próprio Bourbaki. Então eu acho que essa divulgação, especialmente com relação ao Boletim, foi sumamente importante, e como eu disse, mesmo que muita gente de fora achasse que isso não tinha sentido, eu acho que era falta de visão, porque não é possível a pessoa imaginar uma coisa mais fecunda do que o Boletim; pelas conseqüências direta e indireta que exerciam nos contornos.

É claro que também a Sociedade contribuiu enormemente para melhorar a Educação Matemática no Paraná. É óbvio que a publicação foi pequena, a influência foi se fazendo aos poucos, e hoje faz muito tempo, eu não estou mais lembrado, não tenho certeza de como isso continua.

Acho também uma coisa excelente, absolutamente fundamental o que aconteceu com a Sociedade Paranaense de Matemática deixando Curitiba; está tendo seu Boletim e praticamente todas suas atividades desenvolvidas na Universidade Estadual de Maringá. Eu acho que essa foi uma grande vitória, inclusive para mostrar que no Paraná já existem outros centros sensatos além de Curitiba. Talvez até com maior desenvolvimento em Matemática do que acontece em Curitiba.

A Sociedade Paranaense de Matemática também publicou vários livros, as Monografias de Matemática, e todas essas publicações são sensacionais. Publicou, por exemplo, a tradução da Teoria dos Conjuntos do Spanier, que é uma tetéia de livro, uma beleza! A tal ponto de eu ter encontrado gente de norte a sul, leste, oeste do Brasil que estudou a Teoria dos Conjuntos e Espaços Métricos pelo livro do Spanier. Outro livro muito bom, traduzido pelo professor Leo Barsotti, foi o livro do Courant sobre funções analíticas, um excelente livro, um minicurso genial feito por esse grande matemático na época, o Courant. O Livro do Lafon sobre Álgebra Homológica e vários outros livros; e as Monografias de Matemática, as várias monografias interessantíssimas, por exemplo, eu me lembro da monografia do professor Haroldo Costa, meu irmão, sobre os fundamentos da geometria, axiomatização da geometria, e que ele defende que, do ponto de vista didático, a melhor fundamentação que há, que é uma coisa com a qual eu concordo, é a fundamentação *a* Birkhoff, quer dizer, você logo de saída introduz distância, torna ângulo, medida de ângulo, torna tudo muito mais fácil! Axiomáticas como Hilbert e outros tipos de axiomáticas são praticamente impossíveis de serem dadas na escola secundária, especialmente hoje. A única exeqüível é a de Gödel, com alguma modificação, nas suas origens, da axiomática de Hilbert.

Então a influência foi incrível, inclusive, novamente eu insisto, em vários lugares do Brasil. Hoje em dia uma revista como o Boletim, que tenha havido divulgação, que continha crítica de livros, análise de livros publicados no exterior... hoje isto está um pouco em desuso, é quase que desnecessário, tendo em vista a Internet. Hoje qualquer coisa que você queira, praticamente você pode obter via Internet, mas naquela época não havia isso. Então eu acho que aquilo foi um milagre sob certos aspectos, uma das grandes realizações feitas no Brasil e que é pouco conhecida, surpreendentemente pouco conhecida, e é quase um milagre ter o Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática em um país como o nosso! E a cultura científica é meio deixada de lado, e ainda pior, a rivalidade entre vários grupos é incrível, é pior que canibalismo; e esse Boletim continua até hoje! O último volume acaba de ser publicado pela Universidade Estadual de Maringá. Uma coisa que tem mais de 50 anos!

Então é uma história heróica, é como a história dos desbravadores, dos bandeirantes desbravando o Brasil, ou dos americanos desbravando o "faroeste" americano. Então qualquer elogio que se faça à SPM e aos principais propugnadores da Sociedade é pequeno. [...]

Falando um pouco mais sobre a época da origem da SPM, o professor Remy Freire queria fazer em Curitiba, no Brasil, uma espécie de cópia, no bom sentido da palavra, da Sociedade Portuguesa de Matemática, até a sigla "SPM" pode ser lida como Sociedade Portuguesa de Matemática. Ele dava aula de Estatística nas Ciências Sociais. Quando o Remy Freire chegou ao Brasil, ele foi convidado pela USP para lecionar. Não sei quem da USP o convidou. Provavelmente aquele grupo que estava organizando a Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de lá, que aliás era uma beleza! Ele então estava em São Paulo, e o professor José Loureiro Fernandes, que era diretor da Faculdade de Filosofia Ciências e Letras da Universidade Federal do Paraná, o convidou sob condições muito boas. Naquela época o salário era excelente, na década de 1950, muito bom, e convidou – o dando mundos e fundos para ele vir ao Paraná. Quando ele chegou em Curitiba, a universidade era pequena, todo mundo se conhecia; logo, nós, como eu e vários outros, tomamos conhecimento do Remy, da existência dele. Ele era uma pessoa muito sociável, várias vezes o encontrei em festa, eu tenho fotografia, eu minha esposa e ele em um baile. Era uma pessoa muito dada, muito aberta, muito simpática. E aí começamos a conversar, ele conversou com várias pessoas e disse: "Por que nós não fazemos aqui uma Sociedade Paranaense de Matemática, semelhante à Sociedade Portuguesa de Matemática?"... E aí eu passei para ele, para Jayme Cardoso também, vários nomes dos figurões daquela época, dos catedráticos das cadeiras de Matemática, que eram várias na universidade, e eles foram convidados. Falou-se da Sociedade, de fazer uma Sociedade e tudo... É claro que algum desses catedráticos disse: "Ah por que isso?... Para quê?" Mas muitos deles acabaram participando! O Del Claro, o Valdemiro Teixeira de Freitas e outros acabaram participando. Então foi assim que nasceu! Ele veio, apresentou a idéia, e muitos jovens imediatamente, nosso círculo universitário era pequeno, então logo se soube da fala dele, era um sujeito muito dado, polido, muito simpático, e ele atraiu um grupo de cultores. "Então vamos fundar uma Sociedade!" "Vamos fundar uma Sociedade Paranaense de Matemática, com publicação"... ele mesmo disse "Vamos fazer intercâmbio com outras Sociedades.. lá em Portugal a gente permuta com Deus e todo mundo as publicações da Sociedade!"

Ele logo começou a vender volumes lá em Portugal, para a *Portugaliae Mathematica* etc.

Foi assim, ele chegou e eu acho que em cinco ou seis meses depois já estava fundando a Sociedade. Ele foi um verdadeiro pioneiro, no sentido americano do termo, como no "faroeste". Então a atividade dele foi extremamente gratificante e importantíssima. Ele merecia um busto, na minha opinião, na Universidade Federal do Paraná. Pena que a influência dele não foi tão grande como deveria ter sido. Se ele pudesse ter influenciado mais, se a universidade fosse mais receptiva à pessoas, assim, abertas como ele, a Universidade Federal do Paraná teria, logo em seguida, uma outra feição. Por que a universidade sempre foi como a sociedade paranaense em geral, e esse aspecto você pode estudar, a própria análise da história da SPM foi sempre uma sociedade fechada. Ao vir um certo sujeito de fora, para querer mostrar uma coisa que ninguém conhece, há quase um século, não era uma coisa comum. As características da sociedade, talvez naquela época, uma sociedade mais elitista, era absolutamente fechada. Essa é outra coisa que você pode estudar, inclusive os traços da sociedade paranaense, especialmente curitibana, nos livros do professor David Carneiro. É uma característica de todos serem refratários a mudanças. Todo mundo adorava o "status quo". É quase uma Idade Média! É muito difícil de mudar; e, não sei, eu me afastei da Universidade Federal do Paraná, não sei se ele de fato deixou algum laço, não sei... [...]

Recorte do depoimento do Prof. NEWTON CARNEIRO AFFONSO DA COSTA, em 12 de setembro 2006, Florianópolis, SC.

TRAÇOS DA SOCIEDADE CURITIBANA

O estudo da história de uma instituição acadêmica, em nosso caso particular, a Sociedade Paranaense de Matemática (SPM), pode ser fundamentado tanto na História das Instituições quanto na História Cultural, e para esta última os trabalhos de Roger Chartier e Norbert Elias nos nortearão e serão objetos deste parágrafo. Quanto à história das instituições trataremos brevemente na próxima seção.

Assim, as palavras de Carr nos inspiram a pensar que quanto mais culturais se tornarem os estudos históricos, e quanto mais históricos se tornarem os estudos culturais, tanto melhor para ambos.

As explicações do comportamento de uma dada sociedade são formuladas por meio de um método, sustentado pela pesquisa científica, a qual permite que os instrumentos analíticos avancem na direção de um modelo interpretativo. Assim, ao longo deste capítulo procuramos mostrar que as construções culturais são instrumentos da história cultural, e em particular, da história social. Dessa forma, nesta seção esboçaremos um perfil da sociedade paranaense, especificamente da sociedade curitibana, nos finais da década de 1940, privilegiando o percurso das instituições culturais e das atividades cotidianas nos espaços urbanos.

Os estudos de Trindade e Andreazza (2001), também norteados por Chartier, nos orientam no sentido de identificar as práticas culturais exercidas por determinado grupo social, atentando para a maneira com que este se apropria dos bens culturais de certo momento histórico. Segundo as autoras, não é, todavia, somente o nível de instrução da população que denota a existência de uma cultura urbana, mas sim a existência de atividades inerentes ao exercício das sociabilidades.

No caso das Sociedades Científicas, podemos destacar algumas atividades tais como a programação de eventos científicos e/ou culturais, como cursos de extensão, concurso de trabalhos científicos originais, programação de palestras e conferências, feiras de livros, dentre outras.

Roger Chartier (1990), desde os finais dos anos 1980, também questionou a compartimentalização das investigações históricas em estudos sociais, econômicos, políticos e culturais, derivada da noção de que a história está sedimentada em níveis distintos. Para este autor, as experiências culturais e intelectuais de uma sociedade não denotam um nível separado da experiência social, porém são partes integrantes da realidade histórica. O autor propõe uma mudança na abordagem dos estudos históricos: "de uma história social da cultura para uma história cultural da sociedade". Ele apresenta essa fórmula como descrição de certos "deslocamentos" de interesse por parte de historiadores na década de 1980, especialmente o distanciamento com relação à história social no sentido "duro", do estudo de estruturas como as classes sociais. A idéia da "história cultural da sociedade" revela a influência, sobre a Nova História Cultural, do movimento do "construtivismo" na filosofia e em outras disciplinas, da Sociologia à História da Ciência3.

> *Aquilo que os historiadores aceitam como estruturas sociais objetivas devem ser vistas como socialmente construídas, já que a sociedade em si mesma é uma representação coletiva* (TRINDADE E ANDREAZZA, 2001).

Desse ponto de vista, "as relações econômicas e sociais não seriam anteriores às culturais, nem as determinam; elas próprias são campos da prática cultural e produção cultural – o que não pode ser dedutivamente explicado por referência a uma dimensão extracultural da experiência" (HUNT, L., 1992, p.9).

No entanto, observemos que tratamos acima de sociedade, ou grupo social, de maneira muito natural, acreditando que seu significado é inerente a seu uso. E dessa forma a usamos corriqueiramente, todavia, questionamos se realmente entendemos seu significado.

A sociedade, como sabemos, somos todos nós; é uma porção de pessoas juntas. Contudo, reportando-nos a Elias, uma porção de pessoas juntas na Índia e na China formam um tipo de sociedade diferente da encontrada na América ou na Grã-Bretanha, por exemplo.

Segundo Elias (1994), temos uma certa ideia tradicional do que nós mesmos somos como indivíduos, e temos uma certa noção do que queremos dizer quando dizemos "sociedade". Procuramos o bem estar de ambas, ou seja, nosso bem estar enquanto indivíduo e o do grupo no qual estamos inseridos. Entretanto, para este autor, só pode haver uma

---

[3] Peter Burke, em O Que é História Cultural?, p. 99.

vida comunitária mais livre de perturbações e tensões se todos os indivíduos dentro dela gozarem de satisfação suficiente; e só pode haver uma existência individual mais satisfatória se a estrutura social pertinente for mais livre de tensão, perturbação e conflito. Em nosso estudo, os indivíduos que comporão certo grupo social, no caso a SPM, também estão inseridos em uma sociedade, no caso, a população curitibana. Dessa forma, elencar algumas características de ambas se fazem necessárias para interpretarmos ações desses indivíduos ou grupo.

> *Considerados num nível mais profundo, tanto os indivíduos quanto a sociedade conjuntamente formada por eles são igualmente desprovidos de objetivo. Nenhum dos dois existe sem o outro. ... "A sociedade é o objetivo final e o indivíduo é apenas um meio", "o indivíduo é o objetivo final e a união dos indivíduos numa sociedade é apenas um meio para seu bem-estar"- eis os gritos de guerra que os grupos em confronto brandam um ao outro, no contexto de sua situação atual, com as pressões e interesses que lhe são transitórios* (ELIAS, N., 1994, p.18-19).

Buscando encontrar traços para descrever a sociedade curitibana nos finais dos anos 1940 deparamo-nos com movimentos que tiveram suas origens em décadas anteriores e alguns elementos de grande importância nas décadas de 1920 e 1930 e que vieram a consolidar um movimento para a emancipação do Estado do Paraná, conhecido como Paranismo:

> *Conduzido, dentre a intelectualidade paranaense, por um grupo que cultuava e divulgava a história e as tradições da terra, o Paranismo incentivou a construção de uma idéia de identidade regional, impregnada pela crença no progresso e no desenvolvimento social que foram característicos da Primeira República* (TRINDADE, E.M.C., 1997).

O nome do historiador e literato Romário Martins aparece como o grande construtor desse movimento. Dentre seus escritos ressaltamos:

> *Paranista é aquele que em terras do Paraná lavrou um campo, vadeou uma floresta, lançou uma ponte, construiu uma máquina, dirigiu uma fábrica, compôs uma*

> *estrofe, pintou um quadro, esculpiu uma estátua, redigiu uma lei liberal, praticou a bondade, iluminou um cérebro, evitou uma injustiça, educou um sentimento, reformou um perverso, escreveu um livro, plantou uma árvore* (MARTINS, R. Mensagem do Centro Paranista ao Presidente do Estado Dr. Affonso Camargo, 1927).

Esse movimento marcou o Estado nos anos 1920, avançando até 1940 com menos impulso em função do regime autoritário e centralizador de Getúlio Vargas, que não via com bom olhos um movimento regionalista, este, em particular, marcado pela oralidade.

Importante é salientar que esse movimento contribuiu para a formação das sociedades subseqüentes, e dessa forma permite entendermos comportamentos e posições adotados por indivíduos que comporão nosso estudo. E assim inquirimos: "Como é possível que a existência simultânea de muitas pessoas, sua vida em comum, seus atos recíprocos, a totalidade de suas relações mútuas dêem origem a algo que nenhum dos indivíduos, considerado isoladamente, tencionou ou promoveu, algo de que faz parte, querendo ou não, uma estrutura de indivíduos interdependentes, uma sociedade?" (ELIAS, N., 1994, p.19).

Este próprio autor nos afirma que, como no caso da natureza, seria bom se só pudéssemos esclarecer nossos atos, nossas metas e nossas idéias do que deve ser se compreendêssemos melhor o que existe, as leis básicas desse substrato de nossos objetivos, a estrutura das unidades maiores que formamos juntos. Para o autor, só assim estaríamos em condições de fundamentar a terapia dos males de nossa vida em comum em um diagnóstico seguro.

Nos atentemos então à cidade de Curitiba, a qual atraiu, na década de 1930, e nas décadas subseqüentes muitos estudantes, que chegavam de todos os pontos do Estado e do país, congregando-se em torno de sua universidade, e de vários centros artísticos e culturais.

> *Os personagens que desfilam nestas páginas, são os novos moços, que chegam em sua maioria de outros Estados, de São Paulo, Rio Grande do Sul, Santa Catarina, Minas Gerais, bem como Mato Grosso, Paraíba, enfim do Brasil inteiro e alguns procedentes do exterior, isto porque não há vagas nas Universidades mais próximas*

> *e mesmo porque a fama de Curitiba como cidade universitária já alcançou todas as fronteiras do país. (...) Em Curitiba notamos todos os elementos característicos de uma cidade de estudantes. Participam ativamente em todos os setores de sua vida – animam as diversões, o comércio dependem deles em grande parte, as reuniões sociais que eles promovem, enfim, se os estudantes deixassem Curitiba, a cidade perderia seu colorido, sua vivacidade e sua fama de uma das capitais mais cultas do país, ou melhor, de ser a única cidade universitária do Brasil* (Revista Guaira, n.15, Curitiba, Junho de 1950, p.45).

Outro fator marcante na cidade de Curitiba foi a presença da Igreja Católica. Esta se fazia sentir presente na moral conservadora que permeava a sociedade paranaense. Além disso, a Igreja Católica obteve autorização do governo para introduzir nas escolas públicas o ensino religioso facultativo.

Com relação ao Ensino Superior, a presença da Igreja também aparece, por meio dos Irmãos Maristas que atuavam na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras do Paraná, e particularmente nessa instituição foi constituído o primeiro curso, no Paraná, de formação de professores de Matemática.

Essa instituição foi fundada em 26 de fevereiro de 1938, e em sua fase inicial teve um curso anexado, o Instituto de Educação. O curso de Matemática da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras do Paraná, conforme Clóvis Pereira da Silva, recebeu autorização para funcionar em 1940, pelo Decreto n° 6411 de 30/10/1940; entretanto, na Ata da Reunião do Conselho Técnico Administrativo da Instituição de 22/12/1939 encontramos a aprovação da abertura de exame vestibular para o curso de Ciências Matemáticas. Muitos dos primeiros professores que atuaram nesse curso também fizeram parte da fundação da Sociedade Paranaense de Matemática. Por exemplo, o Professor Valdemiro Teixeira de Freitas, primeiro Presidente da SPM, que era da faculdade de Engenharia, foi contratado para reger a cadeira de Estatística Geral e Aplicada. Outros professores que se filiaram a SPM à época de sua criação, como Flávio Suplicy de Lacerda, Algacyr

Munhoz Maeder, José Bittencourt de Paula, também aparecem como docentes do curso de Matemática dessa instituição.

TRANSIÇÃO

[...] Sobre o Brasil, há necessidade de se recuperar e divulgar a História da Matemática, que é recente, porém nós sabemos que as coisas foram sendo construídas a partir do século XIX. Eu já retratei isto em um dos meus livros.

A história iniciou-se em 1808, com a chegada da família real portuguesa aqui. Porém, mais recente, final do século XIX, início do século XX, a meu ver é o que deve ser mais trabalhado. Principalmente a primeira metade do século, que foi uma fase de construção, de preocupação dos homens de ciência da época, para se construir aqui uma base sólida para o desenvolvimento e consolidação da pesquisa matemática no Brasil. [...] Vamos passar para o Paraná especificamente.

No Paraná, a coisa é dramática, porque quando foi criada aqui a primeira universidade, em 1912, os proprietários (era uma instituição particular) não tinham a preocupação e nem conhecimento adequado para se preocuparem com a pesquisa científica. Eles se preocuparam com a criação de cursos que fornecessem apenas o diploma. Eram cursos profissionalizantes, que forneciam o diploma para que o cidadão pudesse trabalhar e exercer aquela profissão. Não havia a preocupação com a pesquisa básica ligada ao ensino. A meu ver, aí está o erro! Jamais pensaram na contratação de bons professores! Jamais se preocuparam na formação de uma boa biblioteca para a instituição! Apenas criaram cursos tipo Engenharia. Hoje, o que nós chamamos de Direito na época recebia outro nome. Não havia ainda o curso de Medicina, que é de uma época posterior. Então eles criaram esses cursos. O curso que tinha um pouco de Matemática elementar era o de Engenharia Civil. Cálculo e Geometria Analítica podemos considerar que eram ainda muito mal planejados. O que eu chamo um Cálculo arcaico, aquelas coisas antigas, usando infinitésimo, etc. Isso foi em 1912, então esse pessoal não tinha conhecimento das orientações. [...]

Na década de 1950, veio para Curitiba, por problemas políticos, o matemático português João Rémy Teixeira Freire. Conversando recentemente com o professor Jayme Machado Cardoso, este me informou que quem o trouxe foi o professor José Loureiro, que era professor da Faculdade de Filosofia Ciências e Letras. Eu não me lembro de qual curso ele era, não sei se de História, Geografia, algum desses cursos. O professor Rémy era conhecido dele, tanto é que o trouxe para cá. O Rémy Teixeira Freire, que já era doutor, trabalhava mais na parte de Estatística; chegou aqui e dinamizou muito o ambiente acadêmico em Curitiba, principalmente na parte de Matemática. Ele veio contratado para dar aula de Estatística no curso de Ciências Sociais, mas no ano seguinte ele foi designado para dar aula de Análise no curso de Matemática. Aí é que ele passou a ter contato com os alunos da Matemática. Em especial, com o Newton Carneiro Affonso da Costa e com o Jayme Machado Cardoso, que eram alunos do curso de Matemática, sendo formados em Engenharia, mas faziam o curso de Matemática.

Assim, o Rémy Freire passou a criar algo novo aqui, que foram os Seminários de Formação, ou seja, escolhiam-se determinados tópicos para que os alunos mais talentosos passassem a estudar com ele. Não havia bolsa, não havia nada! Havia apenas o interesse daqueles melhores alunos. Passou também a fazer algo novo, que foram chamados de Cursos de Extensão, na época, de Cursos de Verão. Nada disso existia aqui. Ele dinamizou o ambiente acadêmico de Curitiba. Isso foi na década de 1950. E também teve a idéia de criar a Sociedade Paranaense de Matemática, mais especificamente em 31 de outubro de 1953. Isso porque o Rémy Freire havia sido um dos fundadores da Sociedade Portuguesa de Matemática. Aqui ele criou a Sociedade e sua diretoria era composta de professores da Universidade do Paraná. O professor Jayme Cardoso foi um dos participantes da primeira diretoria, o Newton Costa, o Kremer, a Zélia, e outros, inclusive o Rémy Freire. E essa Sociedade passou então a atuar também na formação de professores do Ensino Médio, a dar cursos de extensão, cursos de verão. Era novidade tudo isso! Passou a organizar palestras, a se interessar pela formação de uma biblioteca de Matemática que não havia. Foi criado aqui então o Instituto de Matemática, por influência da Sociedade. E nesse Instituto uma das preocupações foi a criação de uma boa biblioteca de Matemática. [...]

Então voltando à SPM, ela dinamizou, de fato, as atividades acadêmicas, em particular a própria grade do Curso de Matemática, isso a partir de 1950.

Ainda na década de 1950, o grande problema foi depois que o Remy Freire foi embora, em 1959. Ele conseguiu uma posição em um órgão da ONU no Chile e se transferiu para lá. Os discípulos dele, o Jayme, o Newton, o Kremer, ficaram aqui dando continuidade, até certo ponto.

O Remy Freire viu que aqui (isso são deduções minhas, o Jayme não disse nada disso) não havia, digamos assim, grande futuro para ele, como estrangeiro. Principalmente na parte de Estatística que ele trabalhava; e esse era um Órgão da Cepal, da ONU lá no Chile, que lidava com parte de estatística e probabilidade; ele viu essa grande oportunidade e foi para lá.

Posteriormente ele voltou para Portugal.

Estando lá, fiz contato com ele. Nos arquivos da SPM deve ter uma carta dele que recebi. Ele dizia estar gostando muito desse contato que eu fiz, e sabendo que aquela iniciativa dele continuava em Curitiba, que eu estava, digamos, tocando aquela iniciativa e até se prontificou, em uma eventual possibilidade poderia vir aqui fazer uma palestra. Mas nunca houve essa possibilidade e infelizmente ele já faleceu, em Portugal.

Então o papel, voltando à SPM, foi importante aqui, principalmente nessa fase, na década de 1950 a 1960. Estranhamente, eu sempre cobrava muito do Jayme (era sempre amigo dele, tinha boa afetividade com ele) o porquê do ambiente matemático não ter florescido como havia se planejado para florescer. Por que o Newton foi para São Paulo, depois o próprio Jayme saiu, foi para São Paulo, esteve na Unicamp, no ITA. Por quê? O que houve? Aí, a conclusão que nós chegamos é a falta de interesse das administrações. Da universidade e, particularmente do Departamento de Matemática, que quando houve a reforma universitária, na década de 1960, início da década de 1970, eu já era Auxiliar de Ensino da Faculdade de Filosofia. Não havia Departamento, era o Curso de Matemática, e fomos transferidos para o Centro Politécnico, e lá foi criado um outro Instituto de Matemática, e nós fomos agregados àquele Instituto. Todos aqueles que davam aula de Matemática, qualquer coisa de Matemática na universidade, em vários cursos, foram reunidos no Instituto de Matemática, no Centro Politécnico. Então em sua maioria eram engenheiros, pessoas que não tinham interesse em estudar Matemática, estudar Análise, Álgebra etc., fazer pesquisa em Matemática. Não havia esse interesse, era só dar aulas, ir embora. Era isso! Foi de fato a falta de interesse das pessoas mais antigas em manter um bom ambiente aqui. [...]

Recorte do depoimento do Prof. CLÓVIS PEREIRA DA SILVA, em 10 de Junho de 2005, Curitiba, PR.

Um pouco de história da Sociedade Paranaense de Matemática

De acordo com Carr (2002), a história é um processo em movimento constante, dentro do qual o historiador se move. O título acima sugere outra perspectiva, visto que "um pouco de história" traz algumas marcas, dentre elas marca da temporalidade restrita. Entretanto, vamos relatar a história da SPM tanto por recortes cronológicos e categorias; quanto por referências documentais, como é o caso da carta, disponível na página da SPM, de autoria do professor Jayme Machado Cardoso, cuja importância faz que adotemos o seu título para essa sessão.

Ao buscarmos trabalhos sobre a História da Matemática no Brasil, percebemos a escassez de estudos dessa natureza. Encontramos contribuições de Clóvis Pereira da Silva (1992, 1999, 2001, 2002), que exercem papel importante para nossa literatura. Destacamos sua tese de doutoramento, publicada (1992) em livro: "A Matemática no Brasil: uma história do seu desenvolvimento". Há, também, trabalhos relevantes que serviram como referência em nossos estudos, dentre os quais Azevedo (2002), Dias (2000, 2002), Hönig e Gomide (1979), Medeiros (1984), Silva da Silva (1999) e Gaertner (2004).

Segundo Dias (2002), a existente historiografia sobre a Matemática no Brasil admite normalmente que a matemática esteve ligada principalmente à Engenharia durante o período da história brasileira, delimitado pela implantação dos primeiros cursos militares e pela fundação das primeiras universidades, isto é, que os matemáticos, os professores de matemática, as pessoas que dominavam um certo tipo de conhecimento matemático escolar, acadêmico ou superior geralmente eram engenheiros militares ou civis que se bacharelavam ou se doutoravam nessa ciência ao mesmo tempo em que se formavam engenheiros, pois as escolas politécnicas e as academias militares, se não foram de fato os únicos, vêm sendo considerados como os principais espaços institucionais nos quais se praticou matemática nesse período.

Algumas das contribuições supracitadas, por estarem relacionadas com a história de instituições acadêmicas, nos indicam alguns estados brasileiros em que a Matemática exerceu papel relevante. Não encontramos registros de trabalhos que enfocam especificamente a história da Matemática no Estado do Paraná. Essa também é uma das razões da escolha de nosso objeto de investigação.

No Estado do Paraná, e no que tange ao foco de nossa investigação, conjeturamos que a criação da Sociedade Paranaense de Matemática, fundada em 31 de outubro de 1953, tenha sido idealizada sob a influência da Sociedade Portuguesa de Matemática por meio de

João Rémy Teixeira Freire, radicado em Curitiba naquela época. Como referência inicial escreve Clóvis Pereira da Silva:

> *O Professor João Rémy iniciou em Curitiba um ambiente de estudos matemáticos sérios, inclusive com a prática de seminários de formação e de cursos de férias. Não se entenda que após a chegada da Dr. J. Rémy, o ambiente matemático em Curitiba tenha alcançado o nível dos ambientes das instituições localizadas no eixo Rio de Janeiro-São Paulo. Este fato jamais acontecera. Porém, é inquestionável que o ambiente matemático em Curitiba fora impulsionado para frente após a chegada daquele matemático português. ... No final da década de 1950 o Dr. João Rémy partira para a cidade de Santiago, Chile, para assumir um cargo em um dos órgãos das Nações Unidas. Lamentavelmente, a formação de um bom ambiente matemático em Curitiba não tivera continuidade. Algo inexplicável acontecera com os responsáveis pela manutenção daquele ambiente* (SILVA, 1992).

Registramos, novamente, que o professor Rémy Freire havia sido assistente do renomado matemático professor Bento de Jesus Caraça na Universidade de Lisboa, sendo também um dos fundadores da Sociedade Portuguesa de Matemática.

Dessa forma, voltemos novamente às seções anteriores deste trabalho e perguntemos: "Como é possível que a existência simultânea de muitas pessoas, sua vida comum, seus atos recíprocos, a totalidade de suas relações mútuas dêem origem a algo que nenhum dos indivíduos, considerado isoladamente, tencionou ou promoveu, algo de que ele faz parte, querendo ou não, uma estrutura de indivíduos interdependentes, uma sociedade?"

Elias (1994) postula que cada pessoa singular está realmente presa; está presa por viver em permanente dependência funcional de outras; ela é um elo nas cadeias que ligam outras pessoas, assim como todas as demais, direta ou indiretamente, são elos nas cadeias que a prendem. Essas cadeias não são visíveis nem tangíveis, como grilhões de ferro. São mais elásticas, mais variáveis, mais mutáveis, porém não menos reais, e decerto não menos fortes. E é a essa rede de funções que as pessoas desempenham umas em relação a outras, a ela e nada mais, o que Elias chama de "sociedade". Para o autor, ela representa um tipo especial de esfera. Suas estruturas são denominadas "estruturas sociais".

Para compreendermos a forma das partes individuais de nossa "sociedade", conforme Elias devemos começar pensando na estrutura do todo. A relação entre os indivíduos e a sociedade é uma coisa singular. E para entendermos, é necessário desistir de pensar em termos de substâncias isoladas únicas e começarmos a pensar em termos de relações e funções. Assim, afirma Elias, o pensamento só fica plenamente instrumentado para compreender nossa experiência social depois de fazermos essa troca.

> *Só se pode chegar a uma compreensão clara da relação entre indivíduo e sociedade quando nela se inclui o perpétuo crescimento dos indivíduos dentro da sociedade, quando se inclui o processo de individualização na teoria da sociedade. A historicidade de cada indivíduo, o fenômeno do crescimento até a idade adulta, é a chave para a compreensão do que é "sociedade"* (ELIAS, 1994, p. 30).

Nesse contexto, a Sociedade Paranaense de Matemática (SPM) pode ser encarada isoladamente, como se fosse um indivíduo no mundo das sociedades em geral; e essa é uma das maneiras possíveis de observá-la para compreendermos seus processos de socialização, enquanto que outra perspectiva seria a de pensá-la como um todo, considerando os indivíduos que a compõem como sendo suas partes.

Para Elias, não é possível tomar indivíduos isolados como ponto de partida para entender a estrutura de seus relacionamentos mútuos, a estrutura da sociedade. Ao contrário, devemos partir da estrutura das relações *entre* os indivíduos para compreender a "psique" da pessoa singular.

Os seres humanos são parte de uma ordem natural e de uma ordem social. As considerações precedentes mostram como é possível, em analogia, observar esse duplo caráter em relação ao nosso objeto de estudo, a SPM.

> *A história é sempre história de uma sociedade, mas, sem a menor dúvida, de uma sociedade de indivíduos* (ELIAS, 1994, p.45).

Na página da SPM, já mencionada anteriormente, é possível encontrar um documento que é um testemunho importante da relação entre um indivíduo e seu grupo. Trata-se de um texto escrito pelo professor Jayme Cardoso, uma das pessoas que talvez mais tivesse a dizer sobre as origens e o processo de fundação da SPM. Entretanto, infelizmente o professor não pôde nos conceder uma entrevista devido a seu estado debilitado de saúde.

UM MATEMÁTICO CATALISADOR

Segundo informações obtidas por meio do professor Clóvis Pereira da Silva, o professor João Rémy Teixeira Freire nasceu em Lisboa, Portugal, em 1919. Graduou-se em Ciências Econômicas e Financeiras pela Universidade de Lisboa, onde também obteve seu Doutorado em Ciências Econômicas. Além disso, era Doutor em Estatística pela Universidade de Paris.

A escassez de documentos com relação a esse professor fez com que nos limitássemos aos depoimentos dos idealizadores dessa Sociedade e a sítios da Internet que contivessem conteúdos relacionados a esse assunto. Digno de destaque é: www.mat.uc.pt/~jaimecs/indexhspm.html.

Antes de estabelecer residência em Curitiba, precisamente em 1952, o professor Rémy Freire atuou como docente em universidades portuguesas, sendo discípulo de Bento de Jesus Caraça, o qual, juntamente com outros matemáticos, como Mira Fernandes, Zaluar Nunes, Antonio Aniceto Monteiro e Pilar Ribeiro idealizaram e fundaram a Sociedade Portuguesa de Matemática.

> *Há 50 anos, precisamente em 12 de Dezembro de 1940, pelas 22 horas, na sala de Cálculo da Faculdade de Ciências de Lisboa, reuniu-se a Assembleia Geral da Sociedade Portuguesa de Matemática, para discussão e aprovação dos Estatutos e eleição dos corpos gerentes...*

> *... assim nasceu oficialmente a Sociedade Portuguesa de Matemática.*
>
> *Nos seus primeiros 50 anos de existência, houve períodos de atividade muito intensa e um longo período houve em que mal se dava conta de que ainda vivia, tão reduzida foi a sua atividade pelos detentores do poder!..* (JOSÉ MORGADO - "Para a História da Sociedade Portuguesa de Matemática").

Entretanto, essa data é tardia quando comparada às das sociedades matemáticas de alguns países europeus, como França, Alemanha, Itália e Inglaterra, por exemplo.

De fato, conforme José Morgado, na *Histoire Générale des Sciences*, dirigida por René Taton, aponta-se como fator decisivo para explicar o "magnífico desenvolvimento dos diferentes ramos das matemáticas no século XIX" o surto rápido das atividades de investigação nos países mais evoluídos, "sob o efeito da democratização crescente do ensino superior e da profissionalização da atividade de matemático". O texto acrescenta:

> *Esta evolução é ela própria comandada por certos fatores políticos, sociais e econômicos. A reforma do ensino superior científico e técnico realizada em França pela Revolução concede, com efeito, às matemáticas um lugar muito mais importante do que o que tinham anteriormente nos programas e confia as principais cadeiras aos sábios mais eminentes, dotando estes de uma importante função social e libertando-os das preocupações materiais mais imediatas. Além disso, pondo o ensino em contato direto com a investigação e abrindo-o a classes mais amplas da Sociedade, favorece-se o aparecimento de um número muito maior de vocações.*

O aumento do número de trabalhos de investigação é facilitado pela criação de um número crescente de revistas especializadas, pelo aparecimento dos primeiros boletins bibliográficos e pela fundação de sociedades matemáticas regionais ou nacionais: Sociedade Matemática de Londres (1865), Sociedade Matemática de França (1872), Sociedade Matemática de Edimburgo (1883), Círculo Matemático de Palermo (1884), Sociedade Matemática Americana (1888), Associação Matemática Alemã (1890) etc.

Todas essas Sociedades fundam as suas próprias revistas especializadas, boletins informativos, promovem reuniões, colóquios e congressos, servem-se dos meios mais variados para promover o convívio entre os matemáticos dos seus próprios países ou regiões e o convívio entre estes e os de outros países ou regiões. Fazem o que lhes é possível para não deixar cair os respectivos membros no isolamento científico.

O nascimento da Sociedade Portuguesa de Matemática só foi possível em 1940. Essa diferença de mais de meio século, em um período de atividade tão intensa, dá-nos uma idéia do que foi o isolamento português, principal causa de seu atraso, conforme conta Antonio Monteiro em www.mat.uc.pt/~jaimecs/indexhspm.html.

A efervescência da atividade matemática, na década de 1940 em Portugal, é reconhecida por muitos testemunhos, mas evidentemente não foi suficiente para vencer o atraso já mencionado.

Além disso, nos anos de 1946 e 1947, de acordo com o mesmo sítio supramencionado, o regime salazarista desencadeou uma ofensiva contra a Universidade Portuguesa.

Por diversos processos, foram afastados do ensino universitário (do Porto, de Lisboa e de Coimbra) ou impedidos de nele entrarem, entre outros: Bento Caraça, Mário de Azevedo Gomes, Ruy Luís Gomes, Pulido Valente, Fernando Fonseca, Ferreira de Macedo, Peres de Carvalho, Dias Amado, Celestino da Costa, Cândido de Oliveira, Adelino da Costa, Cascão de Anciães, Mário Silva, Torre de Assunção, Flávio Resende, Zaluar Nunes, Remy Freire, Crabée Rocha, Manuel Valadares, Armando Gibert, Lopes Raimundo, Laureano Barros, José Morgado, Morbey Rodrigues, Alfredo Pereira Gomes, Augusto Sá da Costa, Virgílio Barroso, Jorge Delgado, Hugo Ribeiro, António Monteiro, Fernando Soares David, Marques da Silva e António Santos Soares.

Em outros graus de ensino, houve também professores que foram afastados e muitos licenciados que foram impedidos de se profissionalizarem como professores.

Segundo CARVALHO (2001), o *Diário de Notícias* de Portugal, em 15 de junho de 1947, inseriu uma nota com extenso título: "O Governo deliberou afastar da atividade do serviço os militares que traíram as suas obrigações para com os poderes públicos e para com os chefes e afastar do exercício de funções públicas os indivíduos que tem salientado pela prática de atos sediciosos". E acrescenta quem são esses últimos, indicando as agitações ocorridas nos meios estudantis.

> *É sabido que houve professores e assistentes que ostensiva ou veladamente animaram a agitação e os agitadores. A esses seriam aplicadas as devidas penas, avisando-se que "O Governo não hesitará em impor a saída do país ou a residência em algumas partes do território nacional aos agitadores reincidentes" [...]. Assim, além dos militares, foram demitidos onze professores catedráticos, dois professores extraordinários, e rescindidos os contratos a oito professores assistentes* (CARVALHO, 2001, p. 783-784).

Os Centros de Matemática foram praticamente extintos. As atividades da Sociedade Portuguesa de Matemática foram proibidas em qualquer dependência do Ministério da chamada Educação Nacional.

> *Quando o matemático espanhol Germán Ancochea esteve em Lisboa, para fazer uma conferência sobre Geometria Algébrica, a única maneira que tivemos de arranjar local para que a conferência pudesse ser feita foi convidarmos o colega espanhol para almoçar no English Bar e, depois do almoço, juntaram-se as mesas e ele fez a conferência no English Bar, visto que não podíamos usar nenhuma dependência do chamado Ministério da Educação* (MORGADO, J., para a "História da Sociedade Portuguesa de Matemática" http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/hspm).

O Seminário de Matemática para matemáticos e físicos, que era realizado no Laboratório de Física da Faculdade de Ciências de Lisboa e dirigido por Hugo Ribeiro, passou a ser feito em uma dependência de sua casa no Murtal, São Pedro do Estoril. A casa de Hugo Ribeiro, no Murtal, foi promovida a Universidade do Murtal!...

No Porto, o Seminário de Matemática foi transferido para a casa de Neves Real, na Rua Almada. A casa de Neves Real passou a ser conhecida como a Universidade da Rua do Almada!...

Não foi possível à Sociedade Portuguesa de Matemática reunir a Assembléia Geral para eleger nova Direção e, da última Direção eleita, apenas o Vice-Presidente pôde conservar o seu lugar de professor.

Não apenas isso, alguns tiveram de sair de Portugal para poderem continuar a trabalhar em Matemática; outros tiveram que passar períodos, mais ou menos longos, nas prisões e ainda outros tiveram de mudar de profissão.

"Mas as revistas foram salvas"! Zaluar Nunes, enquanto viveu, conseguiu que a *Portugaliae Mathematica* fosse publicada. Gaspar Teixeira conseguiu que a Gazeta de Matemática se mantivesse até depois do 25 de Abril4 e, depois do falecimento de Zaluar Nunes conseguiu que a *Portugaliae Mathematica* continuasse a ser publicada após 25 de Abril.

A Sociedade Portuguesa de Matemática, mesmo sendo impedida de realizar as suas reuniões e de eleger nova direção, ainda durante algum tempo, depois de 1947, conseguiu apoiar financeiramente um ou outro número da Gazeta e da *Portugaliae* e fazer-se representar em uma ou outra reunião matemática internacional.

Apesar de tudo, a Resistência Matemática funcionou!

O exposto acima apresenta um panorama do esforço e contribuição de alguns matemáticos portugueses durante a ditadura salazarista, particularmente na década de 1940. E dentre esses indivíduos salientamos o professor João Rémy Teixeira Freire, que expulso de seu país - conforme sítio da Fundação Mario Soares e cópia

---

[4] 25 de Abril de 1974, data da transição democrática portuguesa. Também denominada por Revolução dos Cravos, a revolução de 25 de Abril decretou o fim da ditadura do Estado Novo.

do Diário Oficial Português, veio a oficializar residência em Curitiba por influência do professor José Loureiro Fernandes (segundo fontes orais, neste trabalho, dos depoentes Newton Affonso Carneiro da Costa e Clóvis Pereira da Silva).

Inicia-se aí uma nova fase ao desenvolvimento matemático paranaense.

Como percebemos, as fontes sobre Rémy Freire são esparsas, e resta o desafio de obter mais detalhes e informações acerca da atuação desse matemático antes e depois de sua saída do Brasil.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AZEVEDO, A. C. P. de. ***500 Anos de Matemática no Brasil.*** Revista Uniandrade, vol.03, n.01, p. 05-18, 2002.

BOURDÉ, G. & MARTIN, H. ***As Escolas Históricas***. Publicações Europa – América, 1983.

BURKE, P. ***A Escola dos ANNALES,*** *1929-1989*. Tradução: Nilo Odália. São Paulo: Editora Universidade Estadual Paulista, 1991.

———. ***O que é história cultural?*** Tradução: Sérgio Gomes de Paula. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2005.

———. ***História e teoria social.*** Tradução: Klauss Brandini Gerhardt, Roneide Venâncio Majer. - São Paulo: Editora UNESP, 2002.

CARR, E. H. ***Que é história?*** Conferências George Macaulay Trevelyan proferidas por E. H. Carr na Universidade de Cambridge, jan-mar de 1961; tradução de Lúcia Maurício de Alverga, revisão técnica de Maria Yedda Linhares, Rio de Janeiro, Paz e Terra, 3ª ed.1982.

CARVALHO, R. de. ***História do Ensino em Portugal*** (desde a Fundação da Nacionalidade até o Fim do Regime Salazar-Caetano); 3ª ed., Fundação CALOUSTE GULBENKIAN; Lisboa-Portugal; 2001.

CERTEAU, M. de. ***A escrita da história***; tradução de Maria de Lourdes Menezes; revisão técnica da Arno Vogel. – 2ª ed. – Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2006.

CHARTIER, R. ***Os desafios da escrita;*** tradução de Fulvia M. L. Moertto. – São Paulo: Editora UNESP, 2002.

COUSIN, A. de O. A. **A Sociedade Paranaense de Matemática sob um olhar da educação matemática**. Tese de Doutorado em Educação – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

D'AMBRÓSIO, U. ***A interface entre história e matemática: uma visão histórico-pedagógica***. In: FOSSA, Jhon A. (org.). Facetas do Diamante: ensaios sobre educação matemática e história da matemática. Rio Claro – SP: Editora da SBHMAT, 2000.

———. ***História da Matemática no Brasil – Uma visão panorâmica até 1950.*** Disponível em: http://vello.sites.uol.com.br/historia.htm

DIAS, A. L. M. "***A Revista Brasileira de Mathematica (1929-1939)***". Revista Episteme, Porto Alegre, n.11, p.37-56, jul./dez., 2000.

———. ***Engenheiros, Mulheres, Matemáticos interesses e disputas na profissionalização da matemática na Bahia (1896-1968)***. Tese de Doutorado, USP, São Paulo, 2002.

ELIAS, N. ***A sociedade dos indivíduos***; organizado por Michael Schröter; tradução, Vera Ribeiro; revisão técnica e notas, Renato Janine Ribeiro – Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 1994.

HöNIG, C. S.; GOMIDE, E. F. ***Ciências Matemáticas.*** In: História das Ciências no Brasil. FERRI, Mário Guimarães; MOTOYAMA, Shozo. (org.) v.1, São Paulo: EdUSP,1979, p.35-60.

HUNT, L. ***A Nova História Cultural***. Tradução Jefferson Luiz Camargo. São Paulo: Martins Fontes, 1992.

LE GOFF, J. ***História e memória***; tradução Bernardo Leitão... [et al.]. 5ª ed. – Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2003.

MEDEIROS, L. A. da J. ***Certos aspectos da Matemática no Rio de Janeiro.*** Bol. SBMAC. V. 4, n.3, p. 51-64, 1984.

———. ***O trajeto da Matemática em algumas Instituições do Rio de Janeiro***. Disponível em: www.sbmac.org.br

SILVA, C. P. ***A Matemática no Brasil: uma história do seu desenvolvimento.*** Curitiba: Ed. da UFPR, 1992.

———. ***A Matemática no Brasil: uma história do seu desenvolvimento.*** (Segunda Edição - Revisada e aumentada) São Leopoldo: Ed. UNISINOS, 1999.

———. ***Sociedades e Revistas Científicas Fundadas no Brasil entre 1889 e 1989.*** Revista Uniandrade, vol.02, n.03, p. 01-14, 2001.

———. ***Matemáticos Brasileiros: De 1829 a 1996.*** Revista Uniandrade, vol.03, n.01, p. 19-44, 2002.

SILVA da SILVA, C. M. ***Matemática Positivista e sua Difusão no Brasil***, Editora da Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 1999.

SOCIEDADE PARANAENSE DE MATEMÁTICA. Disponível em: http://www.spm.uem.br

SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA. Disponível em: http://www.uc.pt/~jaimecs/

TRINDADE, E. M. de C.; ANDREAZZA, M. L. ***Cultura e educação no Paraná.*** Curitiba: SEED, 2001. (Coleção história do Paraná; textos introdutórios).

TRINDADE, E. M. C., ***Paranidade ou Paranismo? A construção de uma identidade regional.*** In: Revista da SBPH. N.13. Curitiba, 1997.

PARA PORTUGAL E PARA O BRASIL: O ENSINO DA ARITMÉTICA NO OITOCENTOS NOS LIVROS DE EMILIO ACHILLES MONTEVERDE

ELENICE DE SOUZA LODRON ZUIN

Instituto de Ciências Exatas e Informática – ICEI
Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – PUC-Minas
Belo Horizonte, BH

elenicezuin@gmail.com

Resumo: Emílio Aquiles Monteverde foi um personagem importante do Oitocentos com relevante contribuição para a esfera educacional portuguesa através de obras didáticas, com grande circulação no país, que também foram utilizadas no Brasil. Os conteúdos de Aritmética, em especial o sistema métrico decimal, presente em dois de seus livros destinados aos primeiros anos da escolarização, são temas de interesse para a História da Educação Matemática. Buscando apresentar uma descrição e análise dos conteúdos aritméticos contidos nesses livros, objetivamos verificar qual(is) metodologia(s) está(ão) expressa(s) nos mesmos, quais tópicos foram elencados pelo autor e as modificações ocorridas nas edições analisadas.

Palavras chave: Matemática, História, Aritmética, Sistema Métrico Decimal.

TO PORTUGAL AND TO BRAZIL: THE ARITHMETIC'S TEACHING IN THE 19HT CENTURY IN EMILIO ACHILLES MONTEVERDE'S BOOKS

Abstract: Emílio Aquiles Monteverde was an important intellectual in the 19th century with relevant contribution for the Portuguese education through text books, which had a great circulation inside his country and also in Brazil. The contents of Arithmetic, specially the decimal metric system, which was in two of their books to the first years of the education, are themes of interest to the area of History of Mathematics Education. This paper is an attempt to present a description and analysis of the arithmetic contents contained in those books, with the objective of verifying which methodology is expressed in the books, which topics were chosen and which modifications happened in the analyzed editions.

Keywords: Mathematics, History, Aritmetic, Metric System.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Ler, escrever e contar foram elencados como saberes válidos e legítimos nas escolas mesmo antes do século XIX, porém, muitas crianças recebiam essas primeiras noções no âmbito familiar. Os livros, em geral destinados aos mestres, também eram comprados pelos pais para os auxiliarem no ensino dos filhos. Naturalmente, cartilhas portuguesas tiveram seu lugar em solo brasileiro. Entre os impressos mais utilizados até a década de sessenta do Oitocentos, destacam-se o *Método Castilho*, de Antonio Feliciano de Castilho, e o *Methodo Facillimo para aprender a ler ... e escrever no mais curto espaço de tempo possível* de Emilio Achilles Monteverde. De autoria deste último autor, outro livro com grande circulação em terras lusitanas e brasileiras é o *Manual Encyclopedico para uso das escolas de instrucção primaria*. Nas suas setecentas páginas, este manual já traz no seu título a indicação do seu propósito, com um caráter enciclopédico, estão presentes conteúdos das matérias que eram recomendadas para a instrução primária.

De acordo com nossas pesquisas (Zuin, 2006, 2007), verificamos, através dos relatórios das inspeções às escolas primárias da segunda metade do Oitocentos em Portugal, que diversas escolas públicas e particulares utilizavam os livros de Monteverde. *Methodo Facillimo* e o *Manual Encyclopedico* tem a primeira edição, respectivamente, em 1836 e 1837. O *Manual Encyclopedico* dava continuidade ao *Methodo facillimo*, que era destinado à fase inicial de alfabetização. Ambos os livros foram aprovados pelo *Conselho Superior de Instrucção Pública* em Portugal, tendo várias edições publicadas pela Imprensa Nacional, em Lisboa, e milhares de exemplares vendidos. As edições foram sendo revisadas. Os editores indicavam que o primeiro livro deveria anteceder o segundo, e isto acontece em muitas escolas que adotavam ambos os livros, como pudemos verificar nos relatórios.

Um artigo do Jornal *Conimbricense*, de 22 de março de 1862, tece elogios ao *Manual Encyclopedico* e informa que, da sua 1ª à 6ª edição, foram impressos setenta e quatro mil exemplares no total e, na época, já estava publicada a 7ª edição.[1] Outra notícia é relativa ao *Methodo Facillimo* que, em sete edições, no espaço de vinte e cinco anos, teve 314.340 exemplares impressos! Este compêndio atingiu a sua 11ª edição em 1879, enquanto o *Manual Encyclopedico* alcançou a 13ª edição em 1893, atravessando o século XIX.[2]

A análise de livros escolares fornece elementos para um melhor entendimento de processos presentes, tanto no passado como na atualidade, nas instituições educativas, na constituição das disciplinas e saberes validados e tomados como imprescindíveis pela sociedade. Os impressos pedagógicos sempre tiveram um papel importante no âmbito das instituições educativas por participarem e interferirem na produção da cultura escolar. (CHOPPIN, 2000). Entendemos, como Chartier, que o livro pode ser visto tanto como um "objeto específico, diferente de outros tipos do escrito, como uma obra cujas coerências e completude resultam de uma intenção intelectual ou estética" (2002. p. 110) identificada pelo nome do seu autor (2002, p.22). Chartier contabiliza ainda que o livro, inclusive com destinação escolar, veicula determinadas representações do mundo que o produziu e também da cultura que dele se apropria. Os manuais ditam metodologias e sequências de conteúdos que, muitas vezes, definem os programas, configuram um "currículo" nas escolas além de proporcionar uma vulgarização dos saberes e uma homogeneização em relação aos conteúdos desenvolvidos no âmbito das instituições escolares. Dentro

---

[1] A tiragem do Manual Encyclopedico: 8ª edição, 40 mil; 9ª edição, 42 mil exemplares (ARANHA, Tomo II; Tomo IX).

[2] De acordo com o *Diccionario Bibliographico Português (1859)*, de Innocencio Silva, o *Método Facílimo* teve sua primeira edição em 1836, com reimpressões sucessivas nos anos de 1837, 1841, 1845 e 1851. Estas cinco edições, 134.350 exemplares em conjunto, a 100 réis cada um, e com mais 80.000 exemplares a 6ª edição de 1856. Já o *Manual encyclopedico*, lançado em 1837, foi reimpresso em 1838, 1840, 1843 e 1850, num total de 44 mil exemplares, vendidos a 480 réis cada um. A edição de 1855 teve uma tiragem de 55 mil exemplares.

desse contexto, os impressos escolares se impõem como um dos instrumentos de organização dos sistemas educativos.

Em Portugal, a reforma Costa Cabral, de 28 de setembro de 1844 (Decreto n. 220), objetivava implementar a obrigatoriedade da frequência à escola de instrução primária para a faixa etária de 7 a 15 anos, organizando a instrução primária em dois graus. O Conselho Superior de Instrução incentivava a produção de manuais escolares, que seriam submetidos à aprovação, sendo dada uma bolsa para os autores que apresentassem textos inovadores e ganha força o manual enciclopédico. O regulamento de 20 de dezembro de 1850 instituía que, após os meninos se acharem suficientemente versados na leitura, e escrita, o professor os ensinaria a escrever os algarismos, o artifício da numeração; em seguida, operações fundamentais com números inteiros, frações, regra de três e sua aplicação à regra de juros e companhia. Embora muitas escolas já ensinassem o sistema métrico a partir de 1852, é com a Circular de 11 de agosto de 1858 que se estabelece o ensino do novo sistema no primário.

No Brasil, foi instituído o Decreto 1331, de 17 de fevereiro de 1854, conhecido como Reforma Couto Ferraz, com normas para o ensino primário e secundário na Corte, que tiveram reflexo nas Províncias. O ensino primário, nas escolas públicas, para o 1ºgrau compreenderia a instrução moral e religiosa; a leitura e escrita; noções essenciais de gramática; princípios elementares da aritmética e sistema de pesos e medidas do município. Para o 2º grau, desenvolvimento da aritmética em suas aplicações práticas; leitura explicada dos Evangelhos e notícia da história sagrada; elementos de história e geografia, principalmente a do Brasil; princípios das ciências físicas e da história natural; geometria elementar; agrimensura; desenho linear; noções de música e exercícios de canto; ginástica e um estudo mais desenvolvido do sistema de pesos e medidas não só do município da Corte, como das províncias do Império e das Nações com que o Brasil mantinha relações de cunho comercial. A partir de 1862, por lei, o sistema métrico deveria ser ensinado nas escolas.

O sucesso editorial do *Methodo facillimo* e do *Manual Encyclopedico,* em Portugal e no Brasil, nos fez debruçar sobre os mesmos. Buscamos, neste artigo, apresentar uma descrição e análise sucintas dos conteúdos aritméticos contidos nesses livros, com especial atenção ao sistema métrico decimal. Este novo saber escolar trouxe mudanças substantivas para o ensino da Aritmética, já que, para o seu entendimento, tinha-se como pré-requisito fundamental os números decimais e esses nem sempre integravam os saberes escolares. O sistema métrico se torna oficial em Portugal em 1852 e, no Brasil, dez anos depois, sendo a escola o principal agente para auxiliar na divulgação, aceitação e utilização das novas medidas. Os livros de Monteverde analisados indicam aspectos da cultura escolar em terras portuguesas e brasileiras. Objetivamos verificar qual(is) metodologia(s) está(ão) expressa(s) nesses livros, quais tópicos foram elencados pelo autor e as modificações ocorridas nas edições analisadas. Dentro dessa perspectiva, este estudo se insere na História da Educação Matemática e na História das Disciplinas Escolares, procurando contribuir para dar mais elementos para novas pesquisas, uma vez que a produção ainda é restrita nestas áreas no que diz respeito ao ensino da Aritmética em Portugal e no Brasil no século XIX.

EMILIO AQUILES MONTEVERDE: UM FIDALGO DA CASA REAL

No dia nove de junho de 1803, na cidade de Lisboa, Felizarda Joaquina dos Reis, casada com o italiano Francesco Nicolau Monteverde, dá a luz a Emílio Aquiles Monteverde. O menino cresceu e se tornou um personagem importante no mundo português, integrante da lista dos Fidalgos da Casa Real, exerceu diversos cargos públicos, dentre eles, secretário geral do Ministério dos Negócios Estrangeiros. Pertenceu ao Conselho de D. Maria II, D. Pedro V e D. Luis I; foi Comendador da

Ordem de Cristo e Cavaleiro da Torre e Espada em Portugal e agraciado com diversas ordens estrangeiras. Encontramos a informação de que Monteverde estava ligado à Maçonaria; teve sua iniciação como maçom na Loja 5 de Novembro, na cidade de Lisboa, da *Confederação Maçónica Portuguesa*, recebendo o nome simbólico de "Garibaldi".

Monteverde, que faleceu na sua cidade natal em 7 de janeiro de 1881, deixou um grande legado, colaborou com a educação portuguesa participando ativamente na produção de manuais com destinação escolar. Dentre eles, encontramos: Methodo Facillimo... – para uso das crianças que frequentão as aulas tanto em Portugal com no Brasil; Manual encyclopedico para uso das escolas primárias; Elementos de gramática portuguesa desenvolvidos com a maior clareza possivel para uso das aulas e d'aquelles que desejam fallar e escrever correctamente; Collecção de phrases e dialogos familiares uteis aos portugueses, francezes e inglezes, ou exercicios para a conversação portugueza, franceza e ingleza; Gramática franceza – teorica e pratica ou Methodo inteiramente novo em Portugal para se aprender, com muita brevidade e perfeição, a fallar e escrever o idioma francez por meio do portuguez; Mimo à infancia ou manual de Historia Sagrada – para uso das escolas tanto de Portugal, como do vasto Império do Brasil; Resumo da história de Portugal; Passatempo divertido ou collecção de anecdotas instructivas e engraçadas; Descrição das armas das famílias de Portugal e de sua descendência.

PARA OS ANOS INICIAIS DA ESCOLARIZAÇÃO: O METHODO FACILLIMO

Methodo facillimo para ler e escrever tanto a letra redonda como a manuscripta no mais curto espaço de tempo possível é um título bem longo para um manual que tinha como objetivo ser dirigido àqueles que iniciavam as primeiras letras. Pelo que pudemos constatar em nossos estudos (Zuin, 2007, 2006), ao analisar diversos documentos e os relatórios das inspeções às escolas primárias públicas e particulares, o *Methodo facillimo* pode ser considerado o livro mais utilizado nas instituições escolares portuguesas na segunda metade do Oitocentos. Silva (1859) também indica que, a partir da sua primeira edição em 1836, o manual teve, até 1856, seis edições, ultrapassando duzentos mil exemplares – um número significativo para a época. A sua proposta de iniciar a leitura e a escrita cursiva pode ser considerado como um dos motivos para sua larga adoção nas escolas?

Encontramos a publicação em espanhol desse livro intitulado *Método facilísmo para aprender á leer y escribir á un mismo tiempo: con la mayor brevedad posible*, publicado em 1885 pela Imprensa Nacional de Lisboa, "traducido del portugués de la décima edicion ... aumentado y adaptado á las escuelas de España". Este fato demonstra uma tentativa do autor e/ou dos editores de a cartilha ser utilizada também na Espanha.

Ao que tudo indica, Monteverde, inicialmente, elaborou o livro para as escolas primárias em Portugal, no entanto, com sua adoção nas escolas brasileiras, foram acrescentadas algumas páginas com informações que seriam utilizadas pelos mestres do Império no Brasil. Analisamos a 5ª edição, de 1851, e a 11ª edição, revista e melhorada, publicada em 1874. A primeira não faz qualquer referência ao sistema francês de pesos e medidas, já que o mesmo ainda não era oficial em terras portuguesas.

Embora este seja um livro introdutório para a infância, além da leitura e escrita – seu objetivo principal – inclui breves informações sobre algarismos hindu-arábicos e romanos, tabuada de multiplicação e dinheiro portuguez corrente. Depois da oficialização do novo sistema metrológico no país, agregaram-se "uma noção clara sobre o systema métrico decimal, adoptado para as novas medidas de Portugal" e "dinheiro portuguez legal". O texto é escrito em um formato utilizado por outros autores, se fixando em uma composição sequencial de perguntas e respostas, fornecendo, aos poucos, as informações com uma condução progressiva dos tópicos, de modo a facilitar a sua memorização.

A 11ª edição, em relação ao sistema métrico, se restringe a um texto sucinto no qual o autor não se ocupa em incluir quaisquer exemplos, problemas propostos, tabelas ou ilustrações. Este tópico se encontra após as informações sobre algarismos hindu-arábicos e romanos e tabuadas de multiplicação. Monteverde introduz o assunto da seguinte forma:

P. Que se entende por ***systema metrico****?*
R. Entende-se um systema de *pezos e medidas* que tem por base o **metro**.

P. O que é ***metro****?*
R. A palavra **metro**, derivada do grego METRON, significa medida, e n'esta accepção, entrava já na composição de varias palavras taes como: *Thermómetro*, ou instrumento para medir o grau calorifico livre; *Pyrómetro*, ou instrumento para medir as altas temperaturas, etc. Em relação porém ás novas medidas**,** **metro**, quer dizer a décima millionesima parte do quarto do meridiano terrestre [meridiano de Paris], ou da distancia do Equador ao Polo do Norte, isto é, dividindo-se essa distancia em dez milhões de partes, cada uma dellas se comporá de *um metro*, donde se segue que a circumferencia do globo terrestre consta de quarenta milhões de *metros*.

P. Porque se chama legal o ***systema metrico****?*
R. Porque está determinado por lei, não só para todos os actos públicos, mas também para o ensino das Escolas.

P. Porque se dá o nome de decimal a este novo systema de pezos e medidas?
R. Por isso que as subdivisões e os múltiplos da unidade se calculão na razão decupla, isto é, de dez em dez, para menos ou para mais do que a mesma unidade, do que resulta que as operações sobre estas medidas se fazem tão facil e rapidamente como nos numeros inteiros.

P. Qual foi a primeira nação que estabeleceu este novo systema de pezos e medidas?
R. Foi a nação franceza no anno de 1799.

P. Quando foi decretado em Portugal?
R. Em 13 de dezembro de 1852, e mandado pôr em pratica, por Decreto de 20 de junho de 1859, em Lisboa, desde o 1º de janeiro de 1860, e nas outras povoações e Ilhas desde o 1º de março, mas tão somente pelo que toca á medida linear, devendo porém estar em pleno vigor, em todo o Reino, no anno de 1862.

P. Qual foi o fim que o Governo teve em vista ao adoptar o systema métrico decimal?
R. O de estabelecer a uniformidade de medidas para todo o Reino, visto que as antigas, com quanto tivessem a mesma denominação, fazião comtudo differença umas das outras, segundo as localidades.

(MONTEVERDE, 1874, p.112-113).

Verifica-se que o autor fica restrito apenas a alguns poucos esclarecimentos e informações, dando pinceladas referentes aos aspectos históricos e de cunho científico. Na seqüência, comparecem os múltiplos e submúltiplos do metro e a escrita das frações do metro. Monteverde informa que, de acordo com o Decreto de 2 de maio de 1855, a légua portuguesa equivale a cinco quilômetros. Ressalta que, quando o metro é empregado para os usos do comércio, calculam-se os múltiplos por dezena, centenas, e, assim, não se diz "comprei um hectómetro de pannos de linho, mas cem metros de panno de linho" e, para as medidas itinerárias, são reservados os múltiplos *myriametro*, *kilómetro* e *hectómetro*.

Embora o livro não contenha tabelas, o autor expõe, ainda na forma de perguntas e respostas, a equivalência entre algumas das principais unidades de pesos e medidas:

P. A que medidas antigas de Portugal correspondem as unidades das novas medidas?

R. A metro, como já se disse corresponde a um covado, um palmo, quatro pollegadas, quatro linhas, quatro pontos, ou a quatro palmos e meio, com pouca differença.

O **are** é *um decametro quadrado*, isto é, um quadrado, tendo dez metros por cada lado, ou quarenta e cinco palmos, pouco mais ou menos.

O **stere** equivale a *um metro cubico* ou a um sólido com seis faces quadradas, como as de um dado, e de *um metro*, ou quatro palmos e meio, approximadamente, em comprimento, altura e largura.

O **litro**, para medir liquidos, vale *um decímetro cubico*, e corresponde a tres quartilhos com pouca differença, e para medir seccos quasi a dois selamins. No commercio dá-se-lhe a fórma cylindrica, por ser mais commoda que a do cubo.

O **gramma** equivale a vinte grãos e o **kilogramma**, ou *mil grammas*, a dois arrateis, duas onças, seis oitavas, dois escropulos, e dezoito grãos, isto é, ao pezo de um litro d'agua distillada, ou na sua maior pureza contida em *um centimetro cubico.*

O **metro** é pois, como se viu, a base de todas novas medidas.

(MONTEVERDE, 1874, p.114-115).

Monteverde completa dizendo: "pelo que toca á operações para a conversão das antigas medidas portuguezas ás do systema metrico decimal, veja-se alguma das obras que sobre este assumpto se tem publicado." Claramente, o autor exime-se de dar maiores noções e esclarecimentos sobre o sistema metrológico adotado em Portugal, finalizando o tópico com essa informação. Na sequência, "Dinheiro Portuguez legal" com apresentação da sua nomenclatura, representação; informação de que, com a Lei de 24 de abril de 1835, havia-se estabelecido a nova moeda decimal e indicação das moedas que deveriam ser retiradas de circulação. Estes últimos informes, presentes na edição de 1874, comparecem apenas como uma nota histórica ou estão presentes porque as moedas antigas ainda poderiam estar sendo utilizadas mais de trinta anos após a determinação oficial?

Como o livro era destinado àqueles que começavam a escola e o autor havia escrito o *Manual Encyclopedico* para dar seqüência ao *Methodo facillimo*, acredita-se que Monteverde só pretendia fazer uma introdução ao sistema métrico, com apenas alguns esclarecimentos, com o intuito de fornecer somente as primeiras noções sobre o tema.

A metodologia do autor, centrada em perguntas e resposta, como já explicitamos, não é uma característica apenas de Monteverde, também está presente em manuais de outros autores, refletindo modelo de ensino, utilizado na época, que se centrava na leitura, repetição e memorização das lições.


METHODO FACILLIMO
PARA
APRENDER A LER
TANTO
A LETRA REDONDA
COMO
A MANUSCRIPTA
NO MAIS CURTO ESPAÇO DE TEMPO POSSIVEL
POR
EMILIO ACHILLES MONTEVERDE
UNDECIMA EDIÇÃO, REVISTA E MELHORADA
APPROVADA PELA
JUNTA CONSULTIVA DE INSTRUCÇÃO PUBLICA
Lisboa – Imprensa Nacional – 1874


MANUAL ENCYCLOPEDICO
ESCOLAS DE INSTRUCÇÃO PRIMARIA
EMILIO ACHILLES MONTEVERDE
APPROVADA
JUNTA CONSULTIVA DE INSTRUCÇÃO PUBLICA

LISBOA — IMPRENSA NACIONAL — 1870

Figura 1: Folha de rosto do *Methodo Facillimo* (1874) e do *Manual Encyclopedico* (1870).

A CONTINUAÇÃO DO METHODO FACILLIMO – O MANUAL ENCYCLOPEDICO

O *Manual Encyclopedico para uso das escolas de instrucção primária,* com centenas de páginas, se constitui em um volume único incluindo diversas matérias, sem apresentar um prefácio ou notas que tratem de aspectos didáticos para os professores. Encontramos, logo após a folha de rosto do *Methodo facillimo* (11ª edição), uma propaganda do *Manual Encyclopedico* indicado para uso das escolas de instrução primária de Portugal e do Brasil, na sua décima edição "melhorada e ornada de lindas estampas". Informa-se também que a obra foi aprovada pela Junta Consultiva de Instrução Pública e que contém quase tudo:

> quanto se exige pra os exames de Instrucção Primária do 1º e 2º grão, e trata, além d'isso, de vários outros assumptos da maior utilidade, e cujo conhecimento muito deve interessar, não só os principiantes mas aquelles que desejarem instruir-se e estar ao corrente das principaes cousas do seu paiz, o que melhor se poderá conhecer pela enumeração dos mesmos assumptos exarada no fim desta obra; proporcionando assim aos paes de família, principalmente, o acharem reunido n'um só volume e pelo módico preço de 480 réis (em brochura), aquillo que até agora era necessário procurar em muitos e com grande dispêndio.

Os assuntos tratados no Manual são: *Principios gerais da moral; Da religião; Das linguas e suas derivações; Da grammatica portugueza; Arithmetica; Elementos de civilidade; Das diversas religiões; Definições geometricas; Bellas Artes; Da Geographia; Da Chronologia, Da Historia; Das Cruzadas; Resumo da Historia de Portugal; Litteratura portugueza; Noções geraes de Physica; Da mythologia; Biographia classica.* Suas dimensões, dezesseis centímetros de comprimento por dez e meio de largura, e o grande número de conteúdos faz do manual uma "enciclopédia de bolso", organizada em duas partes formatadas em capítulos e subcapítulos. Os títulos e subtítulos são grafados em maiúscula e negrito, dando-se destaque para alguns termos no texto em itálico ou itálico negrito, como é o caso da edição de 1879. Depois do *Methodo Facillimo,* o *Manual Enciclopédico* se destaca, sendo o segundo livro de maior circulação em Portugal entre alunos e professores do Oitocentos.

Centramos nossa análise nas publicações dos anos de 1850, 1865, 1870 e 1879, as quais correspondem à 5ª, 8ª, 9ª e 11ª edições, respectivamente. Naturalmente, a primeira não traz a exposição do sistema métrico pelo fato de o mesmo se tornar oficial em Portugal dois anos depois. As edições de 1865 e 1879 trazem as seguintes indicações: "revista e melhorada", a de 1870, "muito melhorada", e as três incluem na folha de rosto: "aprovada pela Junta Consultiva de Instrução Pública". Não constatamos nenhuma diferença significativa entre essas três edições no tocante à Aritmética. Na edição de 1879, na parte referente ao sistema métrico, foi incluída apenas uma ilustração de uma régua de dez centímetros, tendo, na mesma figura, apenas um centímetro dividido em milímetros.

É importante ressaltar uma referência da editora relativamente aos endereços das lojas de livros nas quais poderia ser adquirido o *Manual Encyclopedico*, constando as cidades de Lisboa, Porto, Coimbra e, no Brasil, Rio de Janeiro. Existe também a menção da venda desse manual nas principais lojas de livros da Bahia, Ceará, Maranhão, Pará, Pernambuco e na cidade de Porto Alegre. Estas referências, por si só, nos indicam que o manual também foi vendido no Brasil, assim como outras obras de Monteverde.

Nas edições de 1865, 1870 e 1874, a Aritmética ocupa 76 páginas, sendo definida como as "sciencias dos números, ou a arte de calcular", se encontra na "primeira parte das matemáticas", incluindo o "systema legal de pesos e medidas ou systema metrico decimal". Inicia com as definições de unidade, quantidade, números inteiros, mistos ou fracionários, fração, número abstrato e concreto, dígitos simples e compostos, número par e ímpar, complexos (para se tratar das unidades de medida antigas ou unidades de tempo) e incomplexos, numeração e cifra. Logo após, sistema de numeração decimal e numeração romana. O próximo tópico enfoca as operações fundamentais sobre inteiros. Ao abordar a multiplicação, introduz-se o estudo da tabuada (apresentando a tábua de Pitágoras), inclui-se também, para as operações, as provas real e dos nove, concluindo esta parte com problemas sobre as quatro operações fundamentais da Aritmética. Seguem-se as frações, com redução de frações a um mesmo denominador, simplificação e operações com frações e problemas. Posteriormente, números ou frações decimais, leitura, escrita, operações, redução de quebrados a frações decimais e vice-versa. O próximo tópico é "Do systema legal de pesos e medidas ou Systema Metrico Decimal". A seguir, as razões aritmética e geométrica, as proporções, regra de três simples e composta, regra de companhia[3] e juros, finalizando com doze problemas propostos. A sequência dos conteúdos obedece a uma organização semelhante a de outras Aritméticas.

Sete páginas são dedicadas ao sistema métrico decimal, em um texto informativo, trazendo aspectos históricos de forma superficial, similar ao do *Methodo Facillimo*. Está disposto em parágrafos numerados seqüencialmente e com pequenas variações e alguns acréscimos, entre eles, equivalências entre as medidas novas e antigas – medidas itinerárias, lineares, de capacidade para secos e líquidos, pesos e medidas de superfície – e inclusão de regras para reduzir algumas das medidas antigas às oficialmente adotadas, como se segue:

Para reduzir:

- Metros a varas, divide-se o numero dado por 1^{m},1.
- Varas a metros, multiplica-se o numero de varas por 1^{m},1.
- Metros a braças, divide-se o numero de metros por 2^{m},2.

[3] A regra de companhia "consiste em repartir qualquer numero, ou quantidade, em partes que tenhão entre si uma mesma razão. Emprega-se pois no commercio, quando se trata de repartir uma perda ou um lucro entre diversos sócios ou partes." (MONTEVERDE, 1870, p. 216). Esse é um tópico frequente nos textos de Aritmética destinados às escolas da época, que também se faz presente em publicações mais antigas.

- Braças a metros, multiplica-se o numero de braças por 2^{m},2.
- Toezas a metros, multiplica-se o numero de toezas por 1^{m},98.
- Metros a toezas, divide-se o numero de metros por 1^{m},98.
- Metros a palmos, divide-se o numero dado de metros por 0^{m},22.
- Palmos a metros, multiplica-se o numero dado de palmos por 0^{m},22.
- Metros quadrados a varas quadradas, divide-se o numero dado de metros por 1^{mq},21.
- Varas quadradas a metros quadrados, multiplica-se o numero de varas quadradas por 1^{mq},21.
- Metros quadrados a braças quadradas, divide-se o numero dado de metros por 4^{mq},84.
- Braças quadradas a metros quadrados, multiplica-se o numero de braças quadradas por 4^{mq},84.

Verifica-se o caráter prático destas regras facilitadoras das conversões das unidades, regras estas que eram encontradas também em outros livros. Não existem exemplos, a não ser o que o autor denomina "novo método para achar promptamente o preço do kilogramma com relação ao arrátel":

> *Consiste em multiplicar o numero 2178 pelo preço do arrátel, cortando-se com uma vírgula três casas para a direita: as que ficão do lado esquerdo, designão exactamente o preço do kilogramma, exemplo:*
> *Sendo 360 réis o preço do arrátel, qual será o do kilogramma?*

$$\begin{array}{r l} 2178 & \\ \underline{360,} & \text{Preço do arratel} \\ 130680 & \\ \underline{6534} & \\ 784{,}080 & \end{array}$$

> *Resultado 784 réis, é o preço do kilogramma.* (MONTEVERDE, 1870, p. 208; 1879, p.161).

Na edição de 1865, se encontra uma nota de rodapé indicando que este método "foi descoberto pelo Sr. Jorge Ribeiro, inspetor de pesos e medidas do distrito de Vianna do Castelo", informação que não está presente na edição de 1870 e posteriores. Relativamente ao sistema métrico, esta se constitui na única diferença entre essas edições.

É importante destacar que não se trata de um método, como Monteverde sinaliza, com a manutenção deste subtítulo nas edições posteriores. Este "método" constitui-se simplesmente em verificar quantos arráteis equivalem a 1 kg, ou seja, através de uma simples regra de três obtem-se o "misterioso" valor:

1 arratel	-	459g	
x	-	1000g	Então, x = 2,178

E é por este fato que, para se calcular quanto custa uma determinada quantidade em kilogramas de um produto tendo-se o preço de um arrátel, "*basta multiplicar 2178 pelo preço do arrátel, cortando-se com uma vírgula três casas para a direita*".

São incluídas as principais transformações de medidas itinerárias e lineares para metros; de capacidade (de secos e líquidos) para litros; pesos para quilogramas e superfície para metros quadrados.

Nas publicações de 1865, 1870 e 1879 analisadas, enfocando o sistema métrico, encontram-se dois exemplos e quatro problemas propostos nos tópicos regra de três simples e composta, dos quais transcrevemos os exemplos a seguir:

> *Se 7 operarios fizerão 42 metros d'obra em certo tempo, quantos farão 9 operarios no mesmo tempo?*
>
> É evidente que a obra ha de augmentar na razão do numero de homens, isto é, quanto maior for o numero d'estes mais metros de obra hão de fazer.
>
> Estes quatro números, pois formão a proporção:

$$7 : 9 :: 42 : \frac{x}{54}$$

Multiplicando-se 9 por 42, e dividindo-se o producto 378 por 7, o quociente será 54, numero de metros que farão 9 homens trabalhando tanto tempo, e com tanta diligencia como os outros 7 que fizeram 42 metros.

Nota: Pode-se obter o mesmo resultado sem empregar as proporções, dizendo: Se 7 operarios fazem 42 metros, 1 operário fará 42/7 = 6. Logo, 9 operarios farão 9 vezes 6 metros, ou 54 metros de obra.

(MONTEVERDE, 1865, p. 221; 1870, p. 213; 1879, p.165).

Este tipo de análise, apresentada nessa nota, valoriza o raciocínio indicando uma outra forma de examinar o problema para se chegar à sua solução. Segue o outro exemplo, para a regra de três compostas, com a discussão dos dados e sua respectiva solução:

Se um caminhante, andando 8 horas por dia durante 3 semanas fez 96 myriametros, quantos fará o mesmo caminhante, andando 6 horas por dia durante 9 semanas?

O numero de myriametros deve ser tanto maior quanto maior for o das semanas que caminhar. E por outro lado, o numero de myriametros deve ser tanto menor quanto menor for o das horas que andar por dia. Em primeiro lugar, faremos abstracção dos dois numeros de horas, operando sobre esta primeira proporção.

$$3 : 9 :: 96 : x$$

Quarto termo 288

Depois, reflectindo na differença de horas, faremos a operação nesta segunda proporção:

	6	:	8	: :	x	:	288
Transposição	8	:	6	: :	288	:	x

Quarto termo ...... 216 myriametros

> Poderíamos limitar a operação a uma *Regra de tres simples*, considerando que 8 horas por dia, durante 3 semanas equivale a 168 horas, e que 6 horas por dia, durante 9 semanas, equivalem a 378 horas.
> A questão seria então concebida nestes termos:
> Se um viajante, andando 168 horas, faz uma jornada de 96 myriametros, quantos fará ele andando 378 horas?
> Deve ser tanto maior o numero de myriametros quanto maior for o numero de horas que andar.
>
> *Proporção* 168 : 368 : : 95 : x
>
> *Quarto termo* ...... 216 myriametros
>
> Este resultado é o mesmo que aquelle que já fica demonstrado.
>
> (MONTEVERDE, 1865, p.223; 1870, p. 216; 1879, p. 166).

Na resolução desse problema, também se observa uma preocupação do autor em evidenciar um outro tipo de análise, apresentando uma forma de raciocínio diferente da anterior e, consequentemente, outro enfoque para se encontrar a resposta.

Para trabalhar o sistema de medidas, Monteverde não tem a preocupação de fornecer exemplos ou propor qualquer tipo de exercício no qual se empregue a redução de medidas ou transformação de medidas de uma mesma unidade em outra inferior ou superior. Em contrapartida, entre doze problemas propostos nos tópicos referentes à regra de três e juros, os quatro primeiros integram, em seu enunciado, o sistema métrico decimal.

De um modo geral, na Aritmética, avaliamos que o autor utiliza uma linguagem simples e objetiva. Na maioria dos tópicos abordados, há exemplos seguidos da explicação da resolução e, ao final, em geral, problemas propostos sem a indicação da resposta, porém com solução ao final do capítulo. Não existem exercícios referentes às frações ordinárias e decimais, não havendo um reforço da aprendizagem e, por conseqüência, o sistema métrico fica também sem um maior embasamento. Alguns problemas contidos no livro são mais complexos e requerem um maior amadurecimento cognitivo para o seu entendimento.

Há outros aspectos a serem mencionados em relação à metodologia proposta e os conteúdos elencados pelo autor. As operações se fixam nos algoritmos; a multiplicação não é definida a partir da adição. Na divisão de frações, Monteverde, embora inicie pela regra geral, procura explicar como se chega ao resultado. Logo após o sistema métrico, em pouco mais de uma página, se discute o "toque do ouro e da prata" para a avaliação dos metais preciosos em relação ao grau de metal puro ligado a outro metal inferior, bem como a avaliação do quilate de pedras preciosas. Uma nota informa que o *Diário de Lisboa* de 18 de outubro de 1860 publicou tabelas e instruções para a conversão dos quilates de ouro e dos dinheiros da prata em milésimos referentes ao sistema métrico. A regra de três simples e composta, incluindo a regra de companhia se desenvolvem com poucas definições e com vários exemplos seguidos de explicações. Para a regra de juros, o autor informa que esta pode ser reduzida à prática da regra de três, apresentando onze exemplos mais dois relativos a descontos. Apesar de o tópico referente ao sistema métrico não apresentar nenhum exercício ou problema, mesmo antes de tratar desse tema, há referências às unidades de medida decimal nos problemas propostos para as quatro operações fundamentais sobre inteiros e frações, como uma forma de já introduzir – ou retomar dos anos anteriores da fase escolar – a terminologia do sistema decimal francês.

O autor, nos enunciados dos problemas, tenta se aproximar de fatos do cotidiano e integrar alguns problemas que podemos denominar de interdisciplinares como "O cometa que appareceu em 1835 esteve 76 anos invisível. Qual foi pois a época da sua precedente apparição?; Os Hespanhoes senhorearão-se de Portugal em 1580; porém no anno de 1640 reconquistárão os Portugueses a sua independencia, aclamando Rei o Sr. D. João IV. Pergunta-se quanto tempo esteve este Reino sujeito á Hespanha?" (1870, p. 179).

As sete páginas finais da Aritmética são dedicadas à solução e comentário dos problemas propostos relativos às operações com números inteiros, regra de três e juros, e duas formas de resolução comparecem em apenas um problema sobre regra de três.

A análise comparativa das edições de 1850 e 1865 permitiu que constatássemos modificações na parte dedicada à Aritmética, redução de páginas, diferenças na exposição e em relação aos exemplos, demonstrando que a edição passou por uma revisão criteriosa. São excluídos alguns problemas, acrescentados outros, porém, a edição de 1850 contém um maior número deles. Não consideramos que houve uma real reformulação dos problemas, já que, em alguns enunciados, o autor apenas substituiu as medidas antigas pelas novas.

Nos problemas nos quais Monteverde busca integrar o sistema métrico, tenta evidenciar um caráter prático com situações próximas ao cotidiano. Porém, são muito limitadas as ofertas do autor para que o professor possa trabalhar não só as noções do sistema métrico decimal, como desenvolver outros tipos de problema que habilitem o aluno empregar seus conhecimentos sobre o novo sistema metrológico em outras circunstâncias, fora do ambiente escolar. Há que se destacar que, se a Aritmética foi uma parte do *Manual Encyclopedico* revisada, o mesmo não pode se dizer de outras partes do livro; na Geografia, por exemplo, há informações sobre extensão que ainda permaneciam em léguas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Inferimos que, entre os motivos que contribuíram para que os manuais de Monteverde fossem os mais utilizados nas escolas, estão sua aprovação pelo governo e por integrarem diversos conteúdos, no caso do *Methodo facillimo* e as principais matérias do ensino primário, no caso do *Manual Encyclopedico*. Os impressos escolares do autor podem ser considerados como obras clássicas da instrução pública portuguesa, ao serem amplamente adotadas por várias décadas. É preciso também ser destacado que, esses manuais, presentes nas escolas lusitanas desde meados dos anos trinta do século XIX, ganharam um *status* junto aos professores, os quais podiam ter estudado nestes livros durante a sua formação elementar. Estes são outros aspectos que podem explicar a venda de milhares de exemplares de cada uma das edições e o fato de continuarem sendo publicados o *Methodo facillimo* e o *Manual Encyclopedico* após da morte do autor.

Tanto em relação a Portugal como ao Brasil, devem se considerar outros pontos para a grande utilização dos livros de Monteverde. Há que se ressaltar o contexto sócio-cultural em várias regiões de ambos os países. A carência de manuais escolares adequados para os anos iniciais da escolarização e, geralmente, os parcos recursos financeiros para a compra de impressos escolares, tanto por parte do governo, como de diversas famílias, podem ser tidos como elementos importantes para a adoção dos livros de Monteverde (com preços módicos). O *Manual Encyclopedico*, por sua própria natureza, supria as temáticas tratadas nas escolas e as compras superiores a 50 exemplares tinham descontos especiais. Um outro elemento importante, já naquela época, era a grande divulgação desses livros em terras portuguesas e brasileiras, realizada pelo autor e pelos editores. Como já foi dito, no próprio *Método faciílimo* já se indicava o *Manual* como livro posterior para os infantes.

As obras escolares publicadas no Reino, frequentemente, eram utilizadas nas colônias portuguesas do continente africano. Santos (1998) menciona Monteverde como um autor também adotado nas escolas de Angola no século XIX.

A popularidade de Monteverde era tanta que ele foi citado em obras literárias, como é o caso da novela *A Morgada de Romariz*, de Camilo Castelo Branco, onde se faz menção ao "Manual Encyclopedico do Sr. Emílio Aquiles de Monteverde".

A preferência pelos manuais de Monteverde geravam até situações ilegais. Neves (2004) ressalta que no Brasil, no estado do Pará, um livreiro estava fazendo a reimpressão, sem autorização do autor ou dos editores portugueses, do *Manual Encyclopedico* e do *Método Facillimo*. Havia problemas relativos aos direitos de propriedade literária e artística entre Portugal e o Império. Em 1854, o ministro português se posicionou e, fez uma solicitação ao governo imperial para tomar provicência no sentido de suspender a venda dos exemplares já impressos, coibindo as publicações ilegais no Brasil.

Segundo nossa análise, Monteverde apresenta, no *Methodo Facillimo,* apenas algumas noções aritméticas e breves informações sobre o sistema métrico por ter o *Manual Encyclopedico* como livro complementar para a escolarização nos anos iniciais. Como pudemos verificar, a Aritmética, no *Manual Encyclopedico*, é mais consistente abarcando diversos tópicos. Porém, em relação ao sistema métrico, o autor se centra apenas em aspectos de caráter informativo e não traz, objetivamente, grandes contribuições para a apropriação e utilização do mesmo no dia-a-dia. Indicamos, em nosso estudo (Zuin, 2007), que outros autores, em suas obras, desenvolviam este tópico de forma mais efetiva e com uma metodologia que propiciava um melhor entendimento e apropriação desse conteúdo. Monteverde poderia ter ampliado e reformulado a parte relativa ao sistema métrico no *Manual Encyclopedico*, ao longo das diversas edições, para dar mais subsídios ao professor em sua tarefa de preparar o aluno para operar com as medidas decimais. No entanto, entre as edições de 1865 e 1879, não constatamos nenhuma reformulação. De um modo geral, consideramos que sua Aritmética, pelo fato de apresentar as soluções dos problemas propostos, tem um ponto favorável, já que nem sempre os autores se ocupavam em incluir listas de problemas e/ou respostas e soluções para os mesmos; outro ponto positivo é uma resolução centrada no raciocínio, embora restrita a um número exíguo de problemas. O autor parece se fixar nas regras, pendendo para o método mais utilizado da repetição e memorização das lições, porém, em alguns pontos, se prima pela análise e raciocínio, não sendo possível caracterizar um único direcionamento didático-pedagógico do autor. Apesar da existência de outros manuais similares, pode-se dizer que Monteverde, com seus livros, define e, de certa forma, homogeneíza um rol de conteúdos escolares para a instrução primária, contribuindo para a fixação de certos modelos e práticas no ensino da Aritmética.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRANCO, C. C. *A morgada de Romariz*. Livros do Brasil, 2008.

CHARTIER, R. *Os desafios da escrita*. São Paulo: Editora UNESP, 2002.

CHOPPIN, A. Pasado y presente de los manuales escolares. In: BERRIO, Julio Ruiz (ed.) *La cultura escolar de Europa*. Tendencias históricas emergentes. Madrid: Biblioteca Neva, 2000. (Memória y critica de la Educación). p. 107-141.

GRANDE ORIENTE LUSITANO. Disponível em:

<http://www.gremiolusitano.eu/archives/date/2011/06/page/3>. Acesso em: 20 maio 2010.

MONTEVERDE, E. A. *Manual encyclopedico para uso das escolas de instrucção primaria*. 11. ed. Lisboa: Imprensa Nacional, 1879. 700p.

———. *Manual encyclopedico para uso das escolas de instrucção primaria.* 9. ed. (muito melhorada). Lisboa: Imprensa Nacional, 1870. 700p.

———. *Manual encyclopedico para uso das escolas de instrucção primaria.* 8. ed. Lisboa: Imprensa Nacional, 1865. 700p.

———. *Manual encyclopedico para uso das escolas de instrucção primaria.* 5. ed. (refundida e melhorada). Lisboa: Imprensa Nacional, 1850. 664p.

———. *Methodo facillimo para aprender a escrever tanto a letra redonda como a manuscripta no mais curto espaço possível.* 11. ed. Lisboa: Imprensa Nacional, 1874. 156p.

———. *Methodo facillimo para aprender a escrever tanto a letra redonda como a manuscripta no mais curto espaço possível.* 5. ed. (revisada e augmentada). Lisboa: Imprensa Nacional, 1851. 143p.

NEVES, L. M. B. Do privilégio à propriedade literária: a questão da autoria no Brasil Imperial (1808-1861). In: SEMINÁRIO BRASILEIRO SOBRE O LIVRO E HISTÓRIA EDITORIAL, 1, 2004, Rio de Janeiro. *Anais*. UFF: Rio de Janeiro.

O PANORAMA – *Jornal litterario e instructivo da Sociedade Propagadora dos Conhecimentos Úteis*, n. 31, dezembro 2, 1837). Lisboa: Imprensa Nacional.

SANTOS, J. M. dos. Cultura, Educação e Ensino em Angola. 1998. Edição digital.

Disponível: <http://reocities.com/Athens/troy/4285/ensino.html>. Acesso em: 9 jul. 2010.

SILVA, I. F. da. *Diccionario bibliographico portuguez*/Estudos de Innocencio Francisco da Silva aplicaveis a Portugal e ao Brasil. Lisboa: Imprensa Nacional, 1859. Tomo 2.

ZUIN, E. de S. L. (2007). Por uma nova *Arithmetica*: o sistema métrico decimal como um saber escolar no Portugal e no Brasil Oitocentistas. 2007. 318 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

———. O ensino do sistema métrico decimal nas escolas primárias portuguesas: considerações a partir da inspeção extraordinária de 1863-1866. In: CONGRESSO LUSO-BRASILEIRO DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO, 5, 2006, Uberlândia. *Anais*... (CD-ROM). Uberlândia: Universidade Federal de Uberlândia, 2006.

O MÉTODO DE INTERPOLAÇÃO USADO NAS 'EPHEMERIDES ASTRONOMICAS" DO OBSERVATÓRIO ASTRONÓMICO DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA

FERNANDO B. FIGUEIREDO

Centro de Matemática
Universidade de Coimbra
Portugal

fernandobfigueiredo@gmail.com

Resumo: A criação do ensino científico na Universidade de Coimbra foi uma das maiores novidades da Reforma Pombalina (1772). Um dos melhores exemplos foi a criação da Faculdade de Matemática e do Observatório Astronómico. Embora a sua construção tenha começado logo em 1772, a verdade é que a obra seria suspensa em 1775 por falta de provisão orçamental, tendo-se apenas recomeçado a construção do definitivo Observatório em 1790. O Observatório seria inaugurado em 1799 (Carta de Régia 4-12-1799). O papel e a prática astronómica que se requeria para o OAUC prende-o a uma dicotomia muito própria: Observatório Universitário por um lado e como Observatório Nacional por outro. Um programa astronómico envolvendo-o na elaboração de efemérides astronómicas confere-lhe a característica de Observatório Nacional e a investigação científica dos seus professores e o papel pedagógico como estabelecimento de ensino agregado à Faculdade de Matemática, onde os alunos deveriam ter aulas práticas, a de um Observatório Universitário. No que diz respeito à produção astronómica o cálculo das efemérides, e a sua a publicação, é por excelência o símbolo e o expoente máximo da sua produção científica. As *'Ephemerides Astronómicas'*, da responsabilidade científica de José Monteiro da Rocha (1734-1819), começaram a ser publicadas em 1803, pela Real Imprensa da Universidade, com as efemérides para o ano de 1804. Desde este seu primeiro volume as *'Ephemerides'* adoptaram algumas particularidades face às suas congéneres europeias: são calculadas para o tempo médio e não para o tempo verdadeiro; usam a medida dos 360º e não a medida comum dos signos; e adoptam um método particular de interpolação para os lugares da Lua. Ao contrário do *Connaissance des Temps* e do *Nautical Almanac* que calculavam directamente partir das tábuas astronómicas as efemérides da Lua tanto para o meio-dia como para a meia-noite, as de Coimbra calculavam apenas o lugar do meio-dia directamente das tábuas, sendo o lugar da meia-noite calculado por interpolação segundo um método obtido por Monteiro da Rocha.

1. O OBSERVATÓRIO ASTRONÓMICO DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA E AS SUAS *'EPHEMERIDES ASTRONÓMICAS'*

Será no âmbito da criação da Faculdade de Matemática e do seu *'Curso Mathematico'* que se implementará em Portugal o ensino e investigação da astronomia em moldes modernos e sintonizados com os problemas, e necessidades, da ciência astronómica europeia[1]. Assim os Estatutos [Estatutos 1772] estabelecem a criação de um Observatório Astronómico como fazendo parte dos estabelecimentos científicos da nova *'Faculdade Mathematica'*. Pretendia-se um estabelecimento para o ensino e para a investigação, onde os estudantes tivessem aulas de astronomia prática e os professores se dedicassem à pesquisa científica.

A criação do Observatório Astronómico foi fundamental para a institucionalização da ciência astronómica em Portugal, durante o período (segunda metade do século XVIII) em que a astronomia, sustentada pelos grandes avanços teóricos da mecânica celeste e da matemática aplicada, tenta, por fim, resolver as grandes questões que desde Newton vinha enfrentando. Estas questões, ligadas aos problemas de navegação, geodesia e cartografia, determinação de órbitas de planetas e cometas, medições de tempo, e que faziam parte do programa de trabalho de qualquer grande Observatório da época, estão também na base da criação e planificação do Observatório de Coimbra; o primeiro observatório do país ligado à Universidade, mas com profundas características de um Observatório Nacional.

Em todo este processo de institucionalização da ciência astronómica em Portugal iniciado com a Reforma Pombalina da Universidade e mais tarde, efectivamente, concretizado com a entrada

[1] O *'Curso Mathematico'* tinha duração de 4 anos e do seu plano de estudos constavam 7 cadeiras (4 da Faculdade de Matemática e 3 da Faculdade de Filosofia): Geometria + Filosofia Racional e Moral + História Natural (1º ano); Álgebra + Física Experimental (2º ano); Foronomia (ou seja Física-Matemática Aplicada) (3º ano); Astronomia (4º ano). Havia ainda uma cadeira anexa de Desenho e Arquitectura, que deveria ser frequentada no 3º ou 4º ano.

em funcionamento em 1799 do definitivo *'Real Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra'* (OAUC), há um nome incontornável: José Monteiro da Rocha (1734-1819). Monteiro da Rocha além de ter desempenhado um papel de fundador, como um dos principais responsáveis pela concepção do moderno programa curricular para o ensino das matemáticas no seio da Universidade (além da redacção dos Estatutos foi também o tradutor de 6 dos 10 compêndios adoptados desde logo para o ensino das várias disciplinas do curso), foi também uma das principais figuras da Faculdade de Matemática e da própria Universidade nos anos que se seguiram, tanto enquanto professor das cadeiras de Foronomia (1772-1783) e Astronomia (1783-1804) e Director do Observatório Astronómico (1795-1819), bem como Vice-Reitor (1786-1804). A sua contribuição no que diz respeito à Astronomia será fundamental para futura actividade do próprio OAUC, tanto a nível administrativo – a ele se deve o projecto, construção, regulamentação e apetrechamento instrumental do Observatório –, como, e principalmente, a nível científico[2].

1.1. A criação do Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra (OAUC)

A ideia de criar um Observatório Astronómico surge desde logo nos Estatutos Pombalinos a propósito da disciplina de Astronomia. A sua criação tinha dois objectivos distintos: um a leccionação e a prática da cadeira de Astronomia universitária e o outro o desenvolvimento da própria ciência astronómica – *"para se fixarem as Longitudes Geográficas; e rectificarem os Elementos fundamentais da mesma Astronomia"*. Os Estatutos encaravam a ciência como a força motriz para uma mudança de

[2] A obra científica de Monteiro da Rocha é relativamente vasta, compreendendo traduções de livros de texto franceses, trabalhos de matemática aplicada e trabalhos de astronomia teórica e prática. Sobre a biografia (científica) de Monteiro da Rocha veja-se [Figueiredo 2011, pp. 14-39].

mentalidades essencial à modernização do país e a Astronomia desempenhava um papel fundamental pelas *"consequências tão importantes ao adiantamento geral dos conhecimentos humanos, e à perfeição particular da Geografia, e da Navegação"*. Por isso mesmo o Observatório Astronómico era representativo desse modo de ver a ciência, constituindo simultaneamente um meio para o seu desenvolvimento. Através dele Portugal sintonizava-se com a Europa científica do seu tempo – *"Tem merecido em toda a parte a atenção dos Soberanos, fazendo edificar Observatórios magníficos, destinados ao progresso da Astronomia"*. Contudo, apesar dos Estatutos estipularem desde logo a edificação do Observatório, a verdade é que só em 1799 a Universidade se vê dotada com este estabelecimento científico.

A sua construção esteve inicialmente planeada para o sítio do Castelo da cidade de Coimbra, porém devido ao elevado custo dos trabalhos atingido em cerca de dois anos e meio, quando estava ainda por realizar parte significativa da obra, a obra pára em 1775 (quando só se havia construído o essencial do primeiro piso *"a uma altura não inferior a 8 metros"*). Para suprir as necessidades lectivas é edificado (ca.1775), no terreiro do Paço das Escolas, um pequeno Observatório interino (provisório), que acabaria por funcionar provisoriamente durante cerca de 15 anos!, pois só em finais da década de 1780 se regressava e encarava definitivamente o problema da real inexistência de um verdadeiro Observatório Astronómico na Universidade[3].

É através da estreita colaboração entre Monteiro da Rocha e Manuel Alves Macomboa (?-1815), o arquitecto que substituiu Guilherme Elsden (?-1779) (o responsável pela obra do Observatório do Castelo), que surgirá o projecto definitivo para este edifício, que

[3] O Observatório interino, de carácter provisório e relativamente acanhado, construído para uso das aulas não possuía as necessárias condições de acomodação dos instrumentos que, entretanto se haviam adquirido, nem as condições mínimas de trabalho para os astrónomos e calculadores das efemérides.

aprovado pela Universidade em 5 de Fevereiro de 1791 se vê concluído em 1799. Esta solução definitiva passava por fixar a localização do Observatório no topo Sul do Paço das Escolas, abandonando-se assim definitivamente o longínquo e primitivo Observatório do Castelo projectado por Elsden. O definitivo OAUC (1799) organiza-se em vários espaços diferenciados (salas de aula, salas de observação, gabinetes, salas de instrumentos (as salas do Mural, do Sector e do Zénite), biblioteca, quarto de dormir, sala de jantar), correspondendo às exigências práticas da própria praxe observacional.

O papel e a prática astronómica que se requeriam para o OAUC (traçados logo nos Estatutos e depois reforçada na Carta Régia de 1799) prendem-no a uma dicotomia muito própria: como Observatório universitário por um lado e como Observatório nacional por outro. Um programa astronómico que lhe confere a característica de Observatório Nacional, envolvendo-o na elaboração das efemérides astronómicas – *"Para o Meridiano do Observatório, e para uso dele (assim como se pratica nos mais célebres da Europa) se calculará a Ephemeride Astronómica, a qual igualmente possa servir para uso da Navegação Portuguesa"*[4] –, e alguns aspectos que, também, o caracterizam como Observatório Universitário, a investigação científica dos seus professores, para que *"trabalhem com assiduidade em fazer todas as Observações [...]; e rectificarem os Elementos fundamentais da mesma Astronomia"* e o papel pedagógico como estabelecimento de ensino agregado à Faculdade de Matemática onde

[4] Os Observatórios nacionais são criados com uma função utilitária bem específica, a de servirem as necessidades do Estado especialmente no que diz respeito aos problemas astronómicos requeridos pela navegação (determinação das longitudes), cartografia e determinação da hora, sendo os observatórios de Greenwich, Paris, Berlim e Palermo exemplos paradigmáticos. São dirigidos por um director, que para além de um estatuto particular goza de grande reconhecimento social; aí sobre protecção real dirige um programa de trabalhos de observação sistemática dos movimentos dos corpos do sistema solar e das posições das estrelas fixas com vista ao melhoramento das tabelas astronómicas que suportam a elaboração das efemérides astronómicas.

os alunos deveriam ter aulas práticas – *"fazendo-se adquirir aos Ouvintes o hábito, e prontidão necessária nos Cálculos Astronómicos, e na prática das observações [...]. Para isso distribuirá os Discípulos em turmas, que lhe assistirão no Observatório pelos seus turnos [...] e lhes ensinará o uso dos Instrumentos, fazendo muito por formá-los na precisão, e delicadeza escrupulosa, que distingue os Grandes Observadores, úteis ao progresso da Astronomia"* [Estatutos 1772, v.3, p.195, 203] –, com o cuidado expresso de distinguir e não deixar interferir as aulas e a prática lectiva com as observações e práticas astronómicas quotidianas dos astrónomos [C.R. 4-12-1799, §.9].

A prática astronómica de um Observatório está, obviamente, ligada ao acervo instrumental que este possui, ou, para sermos mais precisos, devemos afirmar que é o acervo instrumental de um Observatório que dita o seu programa observacional, ou seja, a sua real e efectiva prática astronómica[5]. O arsenal instrumental do OAUC coloca-o a par dos bons Observatórios europeus desta época[6].

---

[5] O núcleo instrumental fundamental do OAUC está bem identificado na planta do *'Observatorio Conimbricense (1792)'* [OAUC (Arquivo), G-006], onde se mostra a localização específica das salas para esses instrumentos: um quadrante mural – *'Fundamentum Quadranti Murali destinatum ubi interim Quadrans mobilis tripedalis, opus Troughtoni absolutissimum'*; um instrumento de passagens – *'Fuandamentum pro Telescopio Meridiano acromático Cel. Dollondi'*; uma luneta paraláctica –*'Podium australe, ubi Columna pro Instr. Parallat. cl. W. Cary'*; um sector – *'Ichnographia plani superioris, ubi Sector G. Adams decempedalis, quem ternae columnae limbo ortu respiciente, ad occidentem verso, ternae aliae sustinent'*; bem como três pêndulas e ainda pequenos telescópios – *'speculae minores'*. E são estes os principais instrumentos que, no século XVIII, constituem o cerne instrumental de um Observatório astronómico, fundamentais para o estabelecimento de um efectivo programa observacional astrométrico (são também este tipo de instrumentos que os Estatutos já estipulam como os que deveriam provir a *"Colecção de bons Instrumentos"* do futuro Observatório da Universidade [Estatutos 1772, v.3, p.214]).

[6] Adrien Balbi em visita (1808) ao OAUC afirma-o, para além de bem construído e bem situado, como *"il était aussi trés-bien fourni d'instrumens"* [A. Balbi 1822, v.2, p.95], também Lalande se lhe refere: *"Nous avons reçu encore une*

O grande programa astronómico dos séculos XVIII e XIX concentra-se em torno da mecânica celeste, caracterizando-se por uma constante busca de precisão na posição dos astros, principalmente os do sistema solar e das estrelas, que possa contribuir para a melhoria da teoria newtoniana e das ferramentas matemáticas que compreendem os fenómenos celestes – *"le seul moyen de connoître la nature, est de l'interroger par l'observation et le calcul"* [Laplace 1835, p.207]. Neste processo contínuo – de desenvolvimento dos métodos instrumentais de observação, redução das observações e refinamento da teoria – a astronomia prática desenvolve-se essencialmente em torno da medição angular das ascensões rectas e das declinações dos astros que passam no meridiano dos Observatórios [Bennett 1992]. O programa delineado para o OAUC sintoniza-o em absoluto com o programa da ciência astronómica dos grandes Observatórios internacionais da época.

1.2. As 'Ephemerides Astronomicas' do OAUC

No que diz respeito à produção astronómica as efemérides astronómicas são por excelência o símbolo e o expoente máximo da produção científica do OAUC[7]. Efectivamente, o cálculo, a elaboração

---

description de l'Observatoire de Coimbre, par laquelle on voit qu'il y a des instruments considérables; un secteur de dix pieds, une lunette méridienne de cinq pieds, un quart-de-cercle de trois pieds et demi, divisé à Londres par Troughton". [Lalande 1803, pp.871-872].

[7] O ponto sétimo do Regulamento do OAUC [C.R. 4-12-1799] precisa bem o objectivo maior de toda a sua actividade científica: a elaboração de umas efemérides astronómicas, *"Para o Meridiano do Observatório, e para uso dele (assim como se pratica nos mais célebres da Europa) se calculará a Ephemeride Astronómica, a qual igualmente possa servir para uso da Navegação Portuguesa"*, que não será *"reduzida e copiada do Almanaque do Observatório de Greenwich, nem de outro algum, mas calculada imediatamente sobre as Taboas Astronómicas"*. É no século XVIII que as efemérides astronómicas, alicerçadas tanto no plano teórico por uma série de ferramentas matemáticas, como no plano observacional por uma melhoria significativa da qualidade técnica dos instrumentos que permitem realizar observações cada vez mais precisas, se tornam uma fonte de dados

e a publicação das *'Ephemerides Astronomicas calculadas para o meridiano do Observatório Real da Universidade de Coimbra para uso do mesmo Observatório, e para uso da Navegação Portugueza'* (EAOAUC), da responsabilidade científica de José Monteiro da Rocha, serão o trabalho maior e a imagem de marca do OAUC durante todo o século XIX – *"Esta publicação continua com regularidade, e constitui a parte principal dos trabalhos de que o Observatório se tem ocupado até ao presente"* [Pinto 1878]. O primeiro volume foi publicado em 1803, pela Real Imprensa da Universidade, com as efemérides para o ano de 1804 e salvo dois períodos relativamente curtos em que a sua publicação esteve suspensa, as EAOAUC ainda eram publicadas no século XX[8].

Para além das efemérides propriamente ditas, e à semelhança do *Connaissance des Temps* (CDT) (Paris), do *Nautical Almanac and Astronomical Ephemeris* (NA) (Londres) e do *Berliner Astronomisches Jahrbuch* (BAJ) (Berlim), também as *Ephemerides Astronomicas* de Coimbra publicaram em alguns volumes artigos científicos, bem como tabelas diversas e algumas observações astronómicas realizadas durante a primeira década de funcionamento do OAUC. Esses trabalhos da responsabilidade científica de Monteiro da Rocha estão relacionados, de uma maneira ou de outra, com o próprio cálculo, elaboração e uso das próprias efemérides.

O trabalho de cálculo das efemérides obrigava a um intenso trabalho teórico que articulado com as observações astronómicas exigiam um enorme esforço de computação, cabia ao Director dirigir toda essa actividade, começando pelo programa observacional diário e

---

astronómicos indispensável, não só ao astrónomo mas também, muito especialmente, ao marinheiro que com elas não mais se perderá no alto mar! Pois com elas poderá, mais ou menos facilmente, determinar a longitude da sua rota.

[8] Seriam publicadas ininterruptamente até ao volume XIX (com as efemérides para o ano de 1827), sofrendo depois um interregno de 14 anos, retomando-se a sua publicação, em 1840 (com as efemérides para os anos de 1841 e 1842).

mensal e acabando na distribuição do cálculo pelos vários astrónomos – *"o Director distribuirá o Cálculo dos diferentes artigos da dita Efeméride pelos Astrónomos e Ajudante do Observatório"*.

Desde o seu primeiro volume as EAOAUC adoptaram algumas particularidades face às suas congéneres europeias: são calculadas para o tempo médio e não para o tempo verdadeiro; usam a medida dos 360 e não a medida comum dos signos; apresentam tabelas de distâncias lunares aos planetas; e adoptam um método particular de interpolação para os lugares da Lua. Ao contrário do CDT e do NA que calculavam directamente partir das tábuas astronómicas as efemérides da Lua tanto para o meio-dia como para a meia-noite, as Efmeérides de Coimbra calculavam apenas o lugar do meio-dia directamente das tábuas, sendo o lugar da meia-noite calculado por interpolação segundo um método obtido por Monteiro da Rocha e que é tratado num artigo publicado no volume 5 (Coimbra, 1807).

2. EXPOSIÇÃO DOS MÉTODOS PARTICULARES DE QUE SE FAZ USO NO CÁLCULO DAS EPHEMERIDES

As posições dos corpos celestes eram nas Ephemerides Astronomicas de Coimbra calculadas para o meio-dia médio do meridiano do OAUC. Em face disso era necessário proceder a alguns cálculos se se pretendesse determinar a posição de um astro para uma outra hora, ou determinar em que instante certa coordenada, por exemplo a longitude do Sol, assumia um determinado valor específico (o problema inverso portanto); ou determinar ainda para um outro qualquer meridiano, que não o do OAUC, e para qualquer instante a posição de um determinado astro; ou, ainda, determinar, por exemplo, a passagem de uma estrela pelo meridiano do OAUC, ou por outro meridiano qualquer. Os cálculos para tal não eram muito complicados, bastava, e na maior parte das vezes assim o era, o recurso à regra de três simples, ou seja à interpolação linear.

Se o recurso a uma interpolação linear é suficiente no caso do Sol ou até mesmo dos planetas, já no caso da Lua não é assim. Devido à natureza do seu movimento fortemente perturbado e com significativas variações ao longo do dia (daí a necessidade qe que as suas coordenadas fossem tabeladas de 12 em 12 horas, meio-dia e meia-noite), o recurso à proporção linear não é suficiente para interpolar outros valores com a exactidão exigida. Assim, no caso dos lugares da Lua, o *Connaissance des Temps* e o *Nautical Almanac* recorriam a interpolações com diferenças finitas até à 2ª ordem[9]. Por conseguinte, para os cálculos da Lua era necessário um maior esforço computacional exigido por métodos de interpolação que não os lineares se se pretendesse uma maior exactidão nos valores a calcular. Este esforço embaraçava os pilotos que necessitavam das efemérides da Lua para a determinação das longitudes terrestres, por isso mesmo era lhes fornecido nas várias publicações de efemérides as distâncias da Lua ao Sol e às estrelas em intervalos de 3 em 3 horas[10], permitindo assim o uso da interpolação linear sem perda de exactidão[11].

Ao contrário do *Connaissance des Temps* e do *Nautical Almanac* que calculavam directamente a partir das tábuas astronómicas as efemérides da Lua tanto para o meio-dia como para a meia-noite, as *Ephemerides* de

[9] *"Les longitudes de la Lune que nous avons calculées de 12 en 12 heures, suffisent pour trouver par de simples parties proportionnelles la longitude de la Lune pour les heurs intermédiaires, sans se tromper jamais de plus d'une minute; mais il importe souvent d'éviter cette erreur qui peut aller à une minute, & qui vient de l'inégalité du mouvement de la Lune pendant douze heures. On l'évite en effet par le calcul des secondes différences"* [CDT (1771) 1769, p.204].

[10] Durante apenas 3 volumes as EAOAUC ([EAOAUC (1826) 1825], [EAOAUC (1827) 1826] e [EAOAUC (1828) 1827]) publicaram um *'Calendário Náutico'* fornecendo as distâncias lunares de 3 em 3 horas e não de 12 em 12 como vinham fazendo.

[11] Note-se que um erro de 1' na posição da Lua origina aproximadamente um erro de meio grau na determinação da longitude terrestre, o que ao nível do equador terrestre implica cerca de 55km de distância.

Coimbra calculavam apenas o lugar do meio-dia directamente das tábuas, sendo o lugar da meia-noite obtido por interpolação – *"porque nos basta empregar neles [nos cálculos] um só calculador, e somente para os do meio-dia"*[12].

Monteiro da Rocha propõe então para a elaboração das efemérides da Lua, *"que são os de mais importância, e os de mais trabalho"*, um método de interpolação que publica no volume [EAOAUC (1808-09) 1807, v.5, pp.iii-xxxviii], intitulado: *"Exposição dos Methodos Particulares de que se faz uso no cálculo destas Ephemerides"* [13].

O seu índice é o seguinte:

I – Problema Geral (p.1, §.1);

II – Problemas Particulares (p.6, §.14);

III – Redução dos problemas antecedentes ao caso das diferenças oitavas, ou n = 4 (p.15, §.31);

IV – Uso das fórmulas antecedentes (p.18, §.40);

V – Regra de Interpolação (p.27, §.72);

VI – Demonstração da regra antecedente (p.32, §.86);

VII – Outra Regra (pp.36-38, §§.98-106).

---

[12] No *Nautical Almanac* Maskelyne empregava dois calculadores distintos um para os lugares da Lua ao meio-dia e outro para a meia-noite, os restantes cálculos eram efectuados por duas pessoas e verificados por uma terceira: *"All the Articles of the Ephemeris were computed by two separate Persons, and examined by a third, except the Moon's Longitude, Latitude, Right Ascension, Declination, Semidiameter and Parallax, which for Noon were computed by one Person, and for Midnight by another, and the Truth of these Calculations ascertained by Means of Differences, which for the Moon's Longitude, were carried as far as the Fourth Order."* [NA (1767) 1766, preface].

[13] Este artigo seria também publicado em separata [Rocha 1807]; e seria inclusivamente traduzido e publicado em francês no ano seguinte por Manuel Pedro de Melo [Rocha 1808, pp.121-180]. Existe ainda uma versão manuscrita na ACL [ACL Ms. Azul 207].

O trabalho divide-se em duas partes: a primeira (que corresponde às secções I-IV) é dedicada ao problema da correcção das tabelas de efemérides pela análise das diferenças finitas e às respectivas correcções – *"Pelas diferenças conhecemos e corrigimos os [valores] defeituosos"*; a segunda (secções V-VII) propõe um método de interpolação que servirá não só para o cálculo das coordenadas da Lua para a meia-noite, como também para o cálculo de outros instantes que não os tabelados – *"por um método particular de interpolação deduzimos os das meias-noites, juntamente com os números subsidiários A e B correspondentes a todos"*. A figura seguinte mostra parte de uma tabela com as latitudes da Lua e as respectivas colunas dos *números subsidiários A e B*.

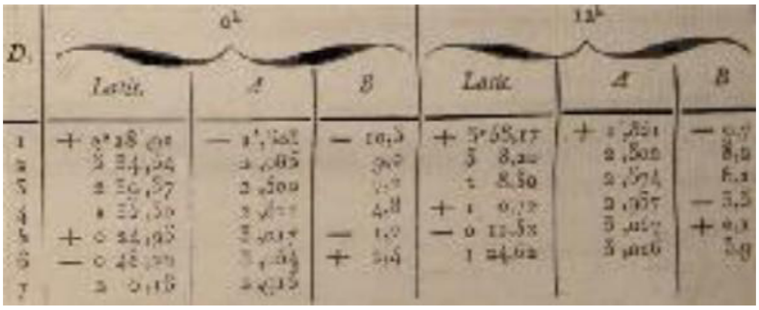


Figura 1: Latitudes da Lua (para os 7 primeiros dias do mês de Julho de 1807).

2.1. Parte 1: verificação e correcção das tabelas

Quando se dispõe de uma série de dados tabelados para uma determinada função intervalados em espaços iguais, o recurso às diferenças finitas para interpolar outros valores é um dos métodos mais antigos e mais eficazes. O método das diferenças finitas permite também verificar e controlar possíveis erros que as mesmas tabelas apresentem[14].

Dada uma função $f(x)$ com valores tabelados para x_1, x_2, x_3, ..., x_n, define-se 1ª diferença (avançada) de $f(x_i)$ como, $\nabla f(x_i) = f(x_{i+1}) - f(x_i)$; 2ª diferença de $f(x_i)$ como, $\nabla^2 f(x_i) = \nabla(\nabla f(x_i)) = \nabla(f(x_{i+1}) - f(x_i)) = f(x_{i+2})$

[14] Sobre a história das interpolações e no que desta diz respeito à astronomia veja-se [Meijering 2002].

$-\ 2f(x_{i+1}) + f(x_i)$; e assim sucessivamente, sendo a diferença de ordem k, definida como, $\nabla^k f(x_i) = \nabla(\nabla^{k-1} f(x_i))$.

Prova-se que se $f(x)$ é um polinómio de grau k, então $\nabla^k f(x_i)$ é constante e $\nabla^{k+1} f(x_i) = 0$ (o inverso também é verdadeiro no sentido seguinte: se $f(x)$ é uma função tal que $\nabla^{k+1} f(x_i) = 0$ então, $f(x)$ pode ser exactamente representada por um polinómio de grau $\leq k$). Se a função $f(x)$ não for um polinómio então nunca terá diferenças finitas (de determinada ordem) totalmente nulas, ou seja numa tabela de diferenças finitas para um determinado conjunto de valores dessa função nunca observaremos uma coluna inteiramente nula[15]. Contudo é possível observar alguns comportamentos e características nas colunas das diferenças finitas e nos respectivos números que as compõem e que nos permitem detectar e corrigir possíveis erros que as afectem: as colunas têm todos os números positivos ou negativos; as colunas são alternadamente positivas ou negativas; os números em cada coluna decrescem com regularidade em valor absoluto.

x	$f(x)$	$\nabla f(x)$	$\nabla^2 f(x)$	$\nabla^3 f(x)$
1	1			
		3		
2	4		2	
		5		0
3	9		2	
		7		-1
4	16		1	
		8		3
5	24		4	
		12		-3
6	36		1	
		13		1
7	49		2	
		15		0
8	64		2	
		17		
9	81			

Figura 2: Exemplo de uma tabela em que está tabelado um valor errado (x = 5) da função $f(x) = x^2$.

Na tabela de cima, na coluna das 2ªs diferenças, o número 4 rompe com o padrão que se observa nessa mesma coluna sugerindo a

[15] Sobre os métodos de interpolação por diferenças finitas, vejam-se por exemplo: [Whittaker 1924, pp.1-20] e [Churchhouse 1981, pp.1-49].

existência de um erro no valor tabelado da função; sendo também evidente que esse erro se propaga à coluna seguinte ($\nabla^3 f(x_i)$), que deveria ser nula.

Estas técnicas podem também ser aplicadas ao caso das tabelas das efemérides lunares (longitudes e latitudes), tabelas evidentemente mais complicadas que a de cima pois o movimento da Lua não é descrito por uma função polinomial, o que significa que não há diferenças totalmente nulas. Na verificação destas tabelas tanto o *Connaissance des Temps* como o *Nautical Almanac* empregavam diferenças de 4ª ordem: *"Dans la composition de la Connaissance des Temps, ainsi que dans celle du Nautical Almanac, les lieux de la Lune sont calcules directement de douze en douze heures, et vérifiés par les différences de quatre ordres: si elles ont une marche régulière, les calculs sont réputés bons; dans le cas contraire, on recommence les calculs suspects jusqu'à ce que les différences marchent bien".* [CDT (1810) 1808, pp.473-474][16]. Nas *Ephemerides* do OAUC o controle era feito com recurso às diferenças de 8ª ordem,

> Há dois objectos, a que devemos satisfazer nesta parte: um o de distinguir na série dos lugares calculados, quais são os admissíveis como suficientemente exactos, e quais os que carecem de correcção; e o outro, é o de achar essa correcção. Para o primeiro bastam-nos as quartas diferenças, e para o segundo é que serão necessárias as oitavas [EAOAUC (1808-09) 1807, v.5, p.xviii].

[16] Monteiro da Rocha interroga-se (p.iii) se a verificação das tabelas pelas 4ªs diferenças é só isso mesmo uma verificação, ou *"se por ventura possuem método para os acertar pelas mesmas diferença"*. No *Connaissance des Temps* é uma verificação como se lê. No *Nautical Almanac* também parecia ser este o caso. Segundo Mary Croarken [Croarken 2003, pp.57-58] os calculadores eram instados por Maskelyne a verficarem os seus próprios cálculos antes de serem enviados para verificação por um terceiro calculador específico, o *'comparer'*, que no caso de erro o corrigia por um cálculo directo.

- **erros e sua propagação**

A primeira parte da *'Exposição dos métodos particulares'* trata precisamente da introdução teórica ao método das diferenças finitas e ao modo de determinar os erros que uma dada tabela eventualmente apresente – *'problema geral: suposta uma série de valores tomados por uma função, e tais que as suas diferenças de ordem 2n deverão ser nulas, conhecer, e corrigir quaisquer erros que nelas haja'*. Este problema é depois particularizado com 5 casos supondo: apenas um valor errado –*"supondo uma só função errada, achar o erro, e as condições da sua separação de outras erradas"*[17] –, dois, três, quatro e cinco valores errados [EAOAUC (1808-09) 1807, v.5, pp.vi-xv].

Suponhamos que há um erro ε num certo valor tabelado, vê-se claramente que o erro ε influi nas várias diferenças calculadas.

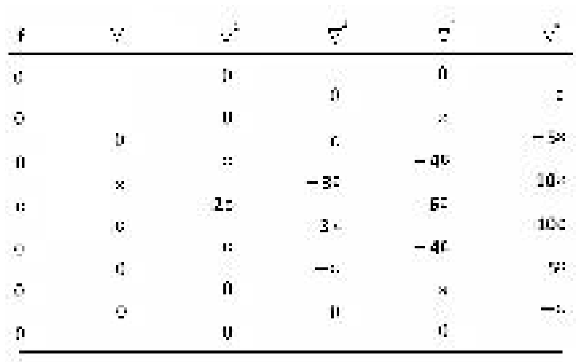


Figura 3: Propagação de erro numa tabela de diferenças.

Monteiro da Rocha estuda em particular as tabelas de diferenças finitas de 8ª ordem – *"Redução dos problemas particulares ao caso das diferenças*

[17] *"este caso de tão fácil resolução, e tão evidente critério, é o que na prática há-de acontecer mais vezes, porque não é verosímil que um calculador seguro haja de errar muitas vezes a fio"*. [EAOAUC (1808-09) 1807, v.5, pp.vii-viii]. A principal fonte de erro até nem seria o cálculo em si, embora este fosse extenso e complexo, mas sim o risco de o calculador se enganar ao tabelar esses resultados [Croarken 2003, p.56].

oitavas, ou de n = 4" (note-se que se $n = 4$; $2n = 8$) –, pois são estas que lhe interessam por haver adoptado a suposição de serem nulas as diferenças de 8ª ordem no caso dos lugares da Lua (Monteiro da Rocha usará como veremos um polinómio do 6º grau para descrever aproximadamente o movimento da Lua).

Para mostrar o que teoricamente acaba de expor, Monteiro da Rocha analisa dois casos concretos tendo em atenção o comportamento dos valores tabelados[18],

> Se elas procederem de uma maneira regular crescendo até certo ponto, e depois diminuindo sucessivamente tanto pelo positivo, como pelo negativo, não mudando de sinal senão quando forem pequenas, mostrarão que as funções, donde se derivam, são regulares, e que as suas diferenças tendem a desvanecer nas ordens seguintes [...]. E pelo contrário: se as ditas diferenças crescerem ou diminuírem por saltos descompassados, se indo em crescimento diminuírem para tornar a crescer, ou reciprocamente, se mudarem de sinal sem serem pequenas, e sem perseverança nele ainda que pequenas que sejam, mas com mudanças alternativas: é sinal certo, de que nas funções se introduziu erro, ou erros, que lhes alteram a regularidade [Monteiro da Rocha 1807, pp.xx-xxi].

2.2. Parte 2: método de interpolação

Vejamos agora o método de interpolação proposto por Monteiro da Rocha para o cálculo dos lugares da Lua, às 0h – *"Verificados os lugares da Lua calculados para os meios-dias, resta achar os que convém às meias-noites, com os números subsidiários A e B que servem para os determinar em qualquer outro instante dados, ou reciprocamente"* [EAOAUC (1808-09) 1807, v.5, p.xxviii].

[18] Uma tabela com os valores da longitude da Lua de 29 de Maio a 21 de Junho de 1807 [EAOAUC (1808-09) 1807, v.5, p.xxi]; e outra com a latitude da Lua entre 25 de Junho a 15 de Julho [EAOAUC (1808-09) 1807, v.5, p.xxv].

- **a fórmula de Greogory-Newton de interpolação por diferenças finitas**

Suponhamos que temos alguns valores tabelados para uma função $f(x)$ nos pontos x_0, $x_0 \pm T$, $x_0 \pm 2T$, ... e estamos interessados em calcular o valor que esta toma em $x_0 + \xi T (\xi \in \Re)$. Tal valor é dado pela fórmula de Gregory-Newton[19],

$$\begin{aligned} f(x_0 + \xi T) = f(x_0) + \xi \bigtriangledown f(x_0) + \tfrac{1}{2!}\xi(\xi - 1) \bigtriangledown^2 f(x_0) \\ + \tfrac{1}{3!}\xi(\xi - 1)(\xi - 2) \bigtriangledown^3 f(x_0) \\ + \tfrac{1}{4!}\xi(\xi - 1)(\xi - 2)(\xi - 3) \bigtriangledown^4 f(x_0) \\ + \tfrac{1}{n!}\xi(\xi - 1) + \ldots + (\xi - n + 1) \bigtriangledown^n f(x_0) \end{aligned} \tag{1}$$

É recorrendo a esta fórmula supondo as terceiras diferenças constantes (negligenciando assim $\nabla^4 f(x_0)$ e seus coeficientes) que se calculam, no *Connaissance des Temps*, as coordenadas Lua (*a.r.*, *dec.*, latitude e longitude) para qualquer outro instante[20].

- **método de interpolação usado nas Ephemerides de Coimbra**

No caso das *Ephemerides* de Coimbra é proposto um método diferente que interpola não só os lugares da meia-noite, mas todos os

---

[19] Esta fórmula foi primeiramente escrita por James Gregory (1638-1675) em 1670, tendo Newton também a descoberto algum tempo depois de maneira independente, daí o nome Gregory-Newton [Meijering 2002, pp.5-9] (veja-se também [Goldstine 1977, pp.23-50, 68-84]).

[20] Tomando a fórmula de interpolação a forma: $y_{(t)} = y_0 + \frac{t}{12}\nabla + \frac{t(t-12)}{2 \times 12^2}\nabla^2 + \frac{t(t-12)(t-24)}{2 \times 3 \times 12^3}\nabla^3$, sendo t o instante a calcular [Francoeur 1830, pp.97-109] (veja-se na p.100 dois exemplos do cálculo da *a.r.*, da longitude e latitude da Lua). Lalande [Lalande 1762, pp.37-41] propunha o uso apenas até às segundas diferenças: *"Trouver le lieu de la Lune à une heure donné par la méthode des interpolations, c'est-à-dire par les secondes différences"*.

outros instantes, com a ajuda de uns números *'subsidiários A e B'* que acompanham as tabelas de efemérides da Lua.

Monteiro da Rocha esclarece desde logo o leitor que o seu método não encerra nada de novo, *Nesta regra não há de novo, senão a disposição simétrica dos termos, de que felizmente resulta a maior facilidade do cálculo que era possível"* [EAOAUC (1808-09) 1807, v.5, p.xxxii]. Na verdade o fundamento do método que propõe é a interpolação por diferenças finitas, porém o uso que delas faz-lhe sub-tabular uma primitiva tabela, cujos valores estão tabelados de 24 em 24h, i.e. os lugares da Lua para os meios-dias: $L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6, L_7$, ..., em uma nova tabela cujos valores estarão tabelados de 12 em 12h, i.e. os lugares da Lua para os meios-dias e as meias-noites: $L_1, L_{1+\frac{1}{2}}, L_2, L_{2+\frac{1}{2}}, L_3, L_{3+\frac{1}{2}}, L_4, L_{4+\frac{1}{2}}, L_5, L_{5+\frac{1}{2}}, L_6, L_{6+\frac{1}{2}}, L_7, L_{7+\frac{1}{2}}, \ldots$ [21].

Monteiro da Rocha parte do princípio que a função que descreve o movimento da Lua pode ser aproximada por um polinómio de grau 6, porque *"são compostas [as funções que descrevem o movimento da Lua] de termos proporcionais aos senos de arcos proporcionais ao tempo, os quais se resolvem em séries geométricas"* (p.xx). Assim o movimento da Lua é descrito pelo polinómio,

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6 \tag{2}$$

Partindo de 7 valores do lugar da Lua conhecidos para tantos outros dias ao meio-dia, i.e. para os instantes x = 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6 (meios-dias), que tomam respectivamente os valores *H, I, K, L, M, N, O* (ou seja: *f(0) = H*, *f(1) = I*, ..., *f(7) = O*, através de uma mudança de variável ($x' = x - 3$), para *"não faze[r]mos época do tempo, e das funções no primeiro lugar, mas no do meio"*, tem: *f(–3) = H – L, f(–2) = I – L, f(–1) = K – l, f(0) = 0, f(1) = M – L, f(2) = N – L, f(3) = O – L.*

[21] Seguimos a notação original em que os índices 1, 2, 3, etc..., correspondem aos meios-dias dos respectivos dias e os índices $1+\frac{1}{2}, 2+\frac{1}{2}, 3+\frac{1}{2}$, etc..., correspondem às meias-noites desses mesmos dias.

"Donde para qualquer tempo x, contado da época [i.e a origem], se há-de derivar a função [no sentido usual e não no sentido matemático] correspondente f – L, designado por f, o lugar da Lua nesse instante, e que se achará pela equação":

$$f = L + Ax + Bx^2 + Cx^3 + Dx^4 + Ex^5 + Fx^6 \tag{3}$$

bastando para isso conhecer os coeficientes *A, B, C,* ...., do polinómio[22].

Recorrendo então à tabela das diferenças finitas:

x'	$f(x')$	∇	∇^2	∇^3	∇^4	∇^5	∇^6
-3	$H-L$						
		$I-H=p$					
-2	$I-L$		$q=p'-p$				
		$K-I=p'$		$r=q'-q$			
-1	$K-L$		q'		$s=r'-r$		
		$L-K=p''$		r'		$t=s'-s$	
0	0		q''		s'		$u=t'-t$
		$M-L=p'''$		r''		t'	
1	$M-L$		q'''		s		
		$N-M=p^{iv}$		r'''			
2	$N-L$		q^{iv}				
		$O-N=p^{v}$					
3	$O-L$						

Tendo em atenção as regras da própria construção das tabelas de diferenças finitas, i.e. $\nabla^i f_n = \sum_{k=0}^{j}(-1)^{j-k}\binom{j}{k} f_{n+1}$, com $\binom{j}{k} = \frac{j!}{k!(j-k)!}$, é possível representar as funções de diversas maneiras. Por exemplo *N – L* pode ser representada por $N - L = p''' + p^{iv}$, ou por $N - L = 2p''' + q'' + r''$[23]. Como Monteiro da Rocha está interessado em relacionar a função com as diferenças pares (q'', s' e u) e com as somas das impares correspondentes ao meio dos dois intervalos adjacentes ao valor para x'

---

[22] Substituímos a_0 por *L*, a_1 por *A*, a_2 por *B*, e assim sucessivamente, para usarmos as mesmas letras e notação que são usadas no texto original.

[23] Para tal tome-se em consideração que: $N - L = (N - L) - 0 = (N - M) + (M - L) = p''' + p^{iv}$ e como, $p^{iv} - p'' = q'' + q'''$, pois $p''' - p'' = q''$ e $p^{iv} - p''' = q'''$, vem então que: $N - L = 2p''' + q'' + r''$.

$= 0$ (ou seja com: p'', p''', r', r'', t e t'), a sua manipulação é especificamente no sentido de obter as seguintes relações[24]:

$$H - L = -3p''' + 6q'' - 4r' + s' - t$$

$$I - L = -2p''' + 3q'' - r'$$

$$K - L = -p''' + q''$$

$$M - L = p'''$$

$$N - L = 2p''' + q'' + r''$$

$$O - L = 3p''' + 3q'' + 4r'' + s' + t'$$

Substituindo $x' = -3, -2, ..., 3$, na eq. 3 obtém-se:

$$-3A + 9B - 27C + 81D - 243E + 729F = -3p''' + 6q'' - 4r' + s' - t$$

$$-2A + 4B - 8C + 16D - 32E + 64F = -2p''' + 3q'' - r'$$

$$-A + B - C + D - E + F = -p''' + q''$$

$$A + B + C + D + E + F = p'''$$

$$2A + 4B + 8C + 16D + 32E + 64F = 2p''' + q'' + r''$$

$$3A + 9B + 27C + 81D + 243E + 729F = 3p''' + 3q'' + 4r'' + s' + t'$$

permitindo assim a determinação dos coeficientes do polinómio:

24 "*As funções podem ser reciprocamente representadas por estas diferenças de modos diferentes dos quais uns conduzirão a resultados mais elegantes e expeditos do que outros. O que aqui temos em vista é o de as fazer depender somente das diferenças pares correspondentes à época, e das somas das impares correspondentes ao meio dos dois intervalos adjacentes*" [EAOAUC (1808-09) 1807, v.5 p.xxxii].

$$\begin{aligned} A &= a - 4b + 64c \\ B &= 2\alpha - 8\beta + 128\gamma \\ C &= 4b - 80c \\ D &= 8\beta - 160\gamma \\ E &= 16c \\ F &= 32\gamma \end{aligned} \quad \text{, sendo } \alpha,\ \beta,\ \gamma,\ a,\ b \text{ e } c \text{ iguais a:} \quad \begin{aligned} \alpha &= \frac{q''}{4} \\ \beta &= \frac{s'}{4.6.8} \\ \gamma &= \frac{u}{6.6.8.8.10} \\ a &= \frac{p''+p'''}{2} \\ b &= \frac{r'+r''}{6.8} \\ c &= \frac{t+t'}{6.8.8.10} \end{aligned}$$

Ficando então o polinómio (eq. 3):

$$f = L + 2x^2(\alpha + 4\beta(x^2-1) + 16\gamma(x^2-1)(x^2-4))$$

ou

$$+x(a + 4b(x^2-1) + 16c(x^2-1)(x^2-4))$$

substituindo $x = \pm\frac{1}{2}$, $x = \pm\frac{3}{2}$, $x = \pm\frac{5}{2}$, obtêm-se os valores para as meias-noites dos 3 dias antes e depois da 'época'[25]:

- para as duas meias-noites adjacentes à 'época' $\left(L_{-(0+\frac{1}{2})} \text{ e } L_{(0+\frac{1}{2})}\right)$:

$$L_{\pm(0+\frac{1}{2})} = L_0 + \frac{1}{2}(\alpha - 3\beta + 45\gamma) \pm \frac{1}{2}(a - 3b + 45c)$$

- para as duas meias-noites coadjacentes $\left(L_{-(1+\frac{1}{2})} \text{ e } L_{(1+\frac{1}{2})}\right)$:

$$L_{\pm(1+\frac{1}{2})} = L_0 + \frac{9}{2}(\alpha + 5\beta - 35\gamma) \pm \frac{3}{2}(a + 5b - 35c)$$

- para as duas meias-noites extremas $\left(L_{-(2+\frac{1}{2})} \text{ e } L_{(2+\frac{1}{2})}\right)$:

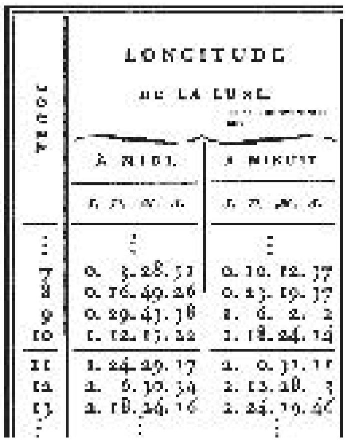
$$L_{\pm(2+\frac{1}{2})} = L_0 + \frac{25}{2}(\alpha + 21\beta + 189\gamma) \pm \frac{3}{2}(a + 21b + 189c)$$

[25] Em notação mais actual o polinómio toma a forma:

$$f = L + 2x^2\left(\frac{\nabla^2_{-1}}{4} + 4\frac{\nabla^2_{-2}}{4.6.8}(x^2-1) + 16\frac{\nabla^2_{-3}}{4.6.8}(x^2-1)(x^2-4)\right) +$$
$$x\left(\frac{\nabla_{-1}+\nabla_0}{2} + 4\frac{\nabla^3_{-2}+\nabla^3_{-1}}{6.8}(x^2-1) + 16\frac{\nabla^5_{-3}+\nabla^5_{-2}}{6.8.8.10}(x^2-1)(x^2-4)\right)$$

Em meados do século XIX ainda se usava este método para calcular as efemérides da Lua às 12h: *"Calculados os lugares para o meio-dia por meio das Tábuas, costumam achar-se os correspondentes à meia-noite interpolando para o meio do intervalo".* [Pinto 1849, p.57]. Resolvemos aplicá-lo na determinação da longitude da Lua tabelada no *Connaissance des Temps* [CDT (1810) 1808, p.22], para os dias 7 a 13 de Fevereiro de 1810, comparando os valores obtidos com os valores apresentados no próprio *Connaissance des Temps* (escolhemos este volume apenas porque foi nele que saiu a recensão de Delambre sobre o método das interpolações proposto por Monteiro da Rocha [CDT (1810) 1808, pp.474-475]).

Os valores fornecidos no *Connaissance* para estes dias são os seguintes que se apresentam na figura abaixo (longitude da Lua, 7 a 13 de Fevereiro de 1810 [CDT (1810) 1808, p.22]):



JOURS	LONGITUDE DE LA LUNE À MIDI.	LONGITUDE DE LA LUNE À MINUIT
	S. D. M. S.	S. D. M. S.
⋮	⋮	⋮
7	0. 3.28.53	0. 10. 12. 37
8	0. 16.49.26	0. 23. 19. 37
9	0. 29.43.38	1. 6. 2. 2
10	1. 12.13.22	1. 18.24.14
11	1. 24.29.17	2. 0.31.11
12	2. 6.30.54	2. 12.28. 3
13	2. 18.26.16	2. 24.19.46
⋮	⋮	⋮

Figura 4: Longitude da Lua, 7 a 13 de Fevereiro de 1810 [CDT (1810) 1808, p.22].

Através do método de interpolação proposto por Monteiro da Rocha obtivemos para a longitude da Lua, às 12h dos dias 7 a 12 de Fevereiro, os seguintes resultados[26]:

[26] As constantes da equação geral (eq. 4) são: $\alpha = -0{,}0742361$; $\beta = 0{,}0000463$; $\gamma = -0{,}0000003$; $a = 12{,}3804167$; $b = 0{,}0034144$; $c = -0{,}0000038$.

Dia (à meia-noite)	Longitude (JMR)	Diferença (JMR-CDT)
7	10º 12′ 39.59″	3″
8	23º 19′ 36.17″	1″
9	36º 2′ 2.09″	0″
10	48º 24′ 14.11″	0″
11	60º 31′ 10.46″	0″
12	72º 28′ 4.92″	2″

Como se pode ver a diferença dos valores calculados por interpolação não diferem em média 1″ de arco dos valores calculados directamente das tabelas astronómicas, valores mais que aceitáveis se tivermos em conta que nesta altura as próprias tabelas da Lua apresentavam erros da ordem de 2″ a 3″ de arco.

Como afirmámos o método proposto por Monteiro da Rocha calculava ainda uns números *'subsidiários A e B'*, que serviam para a interpolação de outros instantes e que eram tabelados juntamente com as efemérides da Lua para os meios-dias e meias-noites.

Pegando na eq. 4 e diferenciando-a obtemos a velocidade da Lua $\left(\frac{df}{dx}\right)$ *"no instante x, representada pelo movimento, que com ele descreveria uniformemente na unidade do tempo, ou em um dia médio"*, e que após algumas manipulações convenientes se pode escrever na forma:

$$\frac{df}{dx} = a + 4b(3x^2 - 1) + 16c5x^2 - 15x^2 + 4$$
$$+4x(\alpha + 4\beta(2x^2 - 1) + 16\gamma 3x^4 - 10x^2 + 4) \quad (5)$$

'Se a quisermos pelo movimento horário, que nas Ephemerides se designa por A', teremos[27]:

[27] Note-se que: $\left[\left(\frac{df}{dx}\right)/hora\right] = \frac{1}{24}\left[\left(\frac{df}{dx}\right)/dia\right]$.

$$\frac{df}{dx} = \frac{1}{24}[a + 4b(3x^2 - 1) + 16c5x^2 - 15x^2 + 4]$$
$$+\frac{1}{6}[x(\alpha + 4\beta(2x^2 - 1) + 16\gamma 3x^4 - 10x^2 + 4)] \qquad (6)$$

Substituindo $x = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$, obtemos o número *A* (i.é o movimento horário da Lua) nos instantes dos meios-dias para os 3 dias anteriores e seguintes à época; e substituindo $x = \pm\frac{1}{2}, x = \pm\frac{3}{2}, x = \pm\frac{5}{2}$, obtemos o número *A* nos instantes da meia-noites desses mesmos dias[28].

Quanto ao número subsidiário *'B'* este sucede de se supor um polinómio interpolador do segundo grau para o movimento da Lua nos intervalos de 12 em 12 horas,

> *"tendo em fim os lugares da Lua com os seus movimento horários de 12 em 12 horas, pode supor-se que o movimento dela, que chamaremos f ', em qualquer tempo desse intervalo designado por t, é assaz exactamente representado pela fórmula f ' = At + Bt², sendo B o número subsidiário que na Ephemeride deve acompanhar A".* [Monteiro da Rocha 1807, p.xxxiv].

Assim será a velocidade da Lua em qualquer instante desse intervalo de 12 horas igual $a\colon \frac{df}{dx} = A + 2Bt$. Para $t = 0 \Rightarrow \frac{df}{dx} = A$ (como era de esperar); para $t = 12 \Rightarrow \frac{df}{dx} = A' = A + 2B(12)$, logo $B = \frac{A'-A}{24}$.

Note-se que o número subsidiário *A* é precisamente o coeficiente *A* do polinómio do grau 6 (eq.3) que descreve o movimento da Lua e que já havíamos determinado ser igual *a* : $A = a - 4b + 64c$ (para $x = 0$)[29]; o número subsidiário *B* não é o coeficiente do termo x^2

---

28 *"O número A é o movimento horário da Lua no instante do meio-dia, ou da meia-noite, a que se junta, entendendo-se aqui por movimento horário não o que ela anda efetivamente na hora seguinte, mas o que havia de andar, se conservasse a mesma velocidade que tinha no dito instante"* [EAOAUC (184) 1803, v.1, p.193].

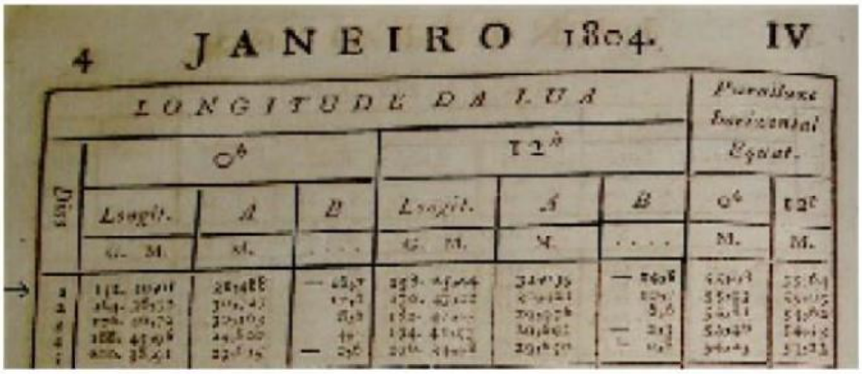
29 $\frac{df}{dx} = A + 2Bx + 3Cx^2 + 4Dx^3 + 5Ex^4 + 6Fx^5$, logo $\frac{df}{dx}|_{x=0} = A$.

do mesmo polinómio – *"em quanto aos números subsidiários B das Ephemerides, designando por B, B′, B″ etc. os que devem corresponder sucessivamente a A, A′, A″, A‴, etc. achados já de 12 em 12 horas, teremos* $B = \frac{A-A}{24}, B' = \frac{A''-A'}{24}, B'' = \frac{A'''-A''}{24}$*, etc."*. [EAOAUC (1808-09) 1807, v.5, p.xxix]. O uso de um polinómio interpolador do 2º grau para a descrição do movimento horário da Lua é também usado por Francoeur [Fancoeur 1830, pp.101-104] (também o faz com um polinómio do 3º grau).

Vejamos agora como calcular por interpolação a longitude da Lua para outro instante que não os tabelados meio-dia ou a meia-noite:

> *"A Longitude da Lua para qualquer tempo depois do meio-dia, ou da meia-noite, se achará multiplicando o tempo por B, cujo produto será a correcção da A aditiva, ou subtractiva, conforme o sinal de B, e multiplicando o A correcto pelo mesmo tempo teremos o movimento da correspondente da Lua, que se junta à Longitude do meio-dia, ou meia-noite antecedente, dará a que se procura"*. [EAOAUC (1804) 1803, p.194]

ou seja: $L(t) = L_0 + t(A_0 + B_0t)$[30], sendo t instante considerado depois do meio-dia ou da meia-noite (indicados aqui com o subscripto $_0$).


4 JANEIRO 1804. IV

Dias	LONGITUDE DA LUA						Parallaxe horizontal Equat.	
	0h			12h				
	Longit.	A	B	Longit.	A	B	0h	12h
	G. M.	M.	....	G. M.	M.	....	M.	M.

Figura 6: Longitude da Lua para os primeiros 5 dias de Janeiro de 1804 [EAOAUC (1804) 1803, p.4].

Pretende-se, por exemplo, determinar a longitude da Lua para as 15:24:18h do o dia 1 de Janeiro de 1804. As *Ephemerides* tabelam (ver

[30] $L(t) = L_0 + A_0t + B_0t^2 = L_0 + t(A_0 + B_0t)$.

fig. 2.2) para a meia-noite o valor da longitude da Lua como sendo igual a 158º 25:44′ e os respectivos números subsidiários A = 31:095′ e B = –14:87′ (o instante 15:24:18h corresponde a 3:045h depois da meia-noite, ou seja depois das 12h), assim a longitude para o instante pretendido a Lua tem de longitude 158º 25:44′ + 3:405 × (31:095′ – 3:405 × 0:01487′) = 160º 11:15′[31].

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[ACL Ms. Azul 207] [manuscrito] *"Exposição dos Methodos Particulares, de que se faz uso no calculo destas Ephemerides/[por] José Monteiro da Rocha"*, [s.l., s.d.] – códice [original] encadernado com lombada de percalina. Pastas de papel manchado. [3 fls. em branco inums. + 109 fls. de texto nums. a lápis + 4 fls. em branco inums].

[Balbi 1822] Balbi, A.; Essai Statistique sur le Royaume de Portugal et d'Algarve comparé aux autres États de l'Europe et suivre d'un coup d'œil sur l'Etat actuel des Sciences, des lettres et des Beaux-Arts parmi les Portugais des deux hémisphères. Rey et Gravier, Libraires (Paris), 1822.

[Bennett 1992] Bennett, J.; The English Quadrant in Europe: Instruments and the growth of consensus in practical astronomy. Journal for History of Astronomy, 1992, 23 (1), pp.1-14.

[CDT (1771) 1769] Connaissance des Temps pour l'année 1771. Paris, 1769.

---

[31] Observe-se que a tabela escreve B = –14:87 e nós usámos o valor de B = –0:01487, a explicação é que a vírgula que nele separa o último algarismo *"não quer dizer que o antecedente pertence à casa das unidades, mas à casa do último algarismo do número A, sendo aquele separado com a vírgula para a direita uma casa decimal de mais no dito número B, ao qual por isso mesmo se não pôs denominação das unidades no alto da sua coluna [ou seja tem as mesmas unidades de segundo de arco que o número A]"*. [EAOAUC (1804) 1803, v.1, p.193].

[CDT (1810) 1808] Connaissance des Temps pour l'année 1810. Paris, 1808.

[Churchhouse 1981] Churchhouse, R. F.; Ledermann Handbook of Applicable Mathematics: numerical methods (v.3). Ledermann, W. (ed.). John Wiley & Sons Ltd, 1981.

[Croarken 2003] Croarken, M.; Tabulating the Heavens: Computing the Nautical Almanac in 18th-Century England. IEEE Annals of the History of Computing, 2003, 25 (3), pp.48-61.

[EAOAUC (1804) 1803, v.1] Ephemerides Astronomicas calculadas para o Meridiano do Observatório da Universidade de Coimbra para o ano de 1804. Imprensa da Universidade de Coimbra. 1803.

[EAOAUC (1805) 1804, v.2] Ephemerides Astronomicas calculadas para o Meridiano do Observatório da Universidade de Coimbra para o ano de 1805. Imprensa da Universidade de Coimbra. 1804.

[EAOAUC (1806) 1805, v.3] Ephemerides Astronomicas calculadas para o Meridiano do Observatório da Universidade de Coimbra para o ano de 1806. Imprensa da Universidade de Coimbra. 1805.

[EAOAUC (1807) 1806, v.4] Ephemerides Astronomicas calculadas para o Meridiano do Observatório da Universidade de Coimbra para o ano de 1807. Imprensa da Universidade de Coimbra. 1806.

[EAOAUC (1808-09) 1807, v.5] Ephemerides Astronomicas calculadas para o Meridiano do Observatório da Universidade de Coimbra para os anos de 1808 e 1809. Imprensa da Universidade de Coimbra. 1807.

[Estatutos 1772] Estatutos da Universidade de Coimbra compilados debaixo da immediata e suprema inspecção de El Rei D. José I pela Junta de Providencia Litteraria [...] ultimamente roborados por sua Magestade na sua Lei de 28 de Agosto deste presente anno. MDCCLXXII, 3 vols. Imprensa da Universidade de Coimbra (Coimbra).

[Figueiredo 2011] Figueiredo, F. B.; José Monteiro da Rocha e a actividade científica da 'Faculdade de Mathematica' e do 'Real Observatório da Universidade de Coimbra': 1772-1820 [Tese de Doutoramento, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra] 2011.

[Francoeur 1830] Francoeur, L.-B.; Astronomie Pratique. Usage et composition de la Connaissance des tems. Ouvrage destiné aux Astronomes, aux marins et aux Ingénieurs. Bachelier (Paris), 1830.

[Goldstine 1977] Goldstine, H. H.; A History of Numerical Analysis from the 16th through 19th Century. Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences 2, New York: Springer-Verlag, 1977. Springer-Verlag (New York), 1977.

[Hoefer 1873] Hoefer, F.; Histoire de la Astronomie. Hachette (Paris), 1873.

[Lalande 1762] Lalande, J. J. L.; Exposition du Calcul Astronomique, par M. de La Lande. Impremerie Royale (Paris), 1762.

[Laplace 1835] Laplace, P. S.; Exposition du Système du Monde par M. le Marquis de Laplace [sixiéme édition]. Bachelier, Imprimeur-Libraire (Paris), 1835.

[Meijering 2002] Meijering, E.; A Chronology of Interpolation, from Ancient Astronomy to Modern Signal and Image Processing. Proceedings of the IEEE 2002, 90 (3), pp.319-342.

[NA (1767) 1766] Nautical Almanac Office: The Nautical Almanac and Astronomical Ephemeris for the year 1767. London, 1766.

[OAUC (Arquivo), G-006] [manuscrito] *"Observatorium Conimbricense Academian Moderante Ex.mo ac Rmo D. D. Francisco Raphaele de Castro Ex Comitibus Resendiensibus, A Regiis Consiliis, S. E. P. Lisbon principali, Anno M.DCC.XCII exstructum"* [1792].

[Pinto 1849] Pinto, R. R. de S.; Calculo das Ephemerides Astronómicas de Coimbra. Imprensa da Universidade (Coimbra), 1849.

[Pinto 1878] Pinto, R. R. de S.; Observatório Astronómico, Visconde de Villa-Maior, Exposição Succinta da Organisação Actual da Universidade de Coimbra Precedida de uma Breve Noticia Historica d'este Estabelecimento. Coimbra, Imprensa da Universidade 1878.

[Rocha 1807] Rocha, José Monteiro; Exposição dos Methodos Particulares de que se faz uso no cálculo das Ephemerides de Coimbra. Coimbra: Real Imprensa da Universidade, 1807.

[Rocha 1808] Rocha, J. M. da; Mémoires sur l'Astronomie Pratique; par M. J. Monteiro da Rocha de Melo, M. P. (ed.) Courcier, Imprimeur-Libraire pour les Mathématiques (Paris), 1808.

[Whittaker&Robson 1924] Whittaker, E. T. and Robson, G.; The Calculus of Observations. A Treatise on numerical Mathematics. Blackie & Son (London), 1924.

EM BRANCO

ANUÁRIO 1934-1935 FFCL-USP: O PENSAMENTO DE LUIGI FANTAPPIÈ NO CONTEXTO DA ORGANIZAÇÃO DOS ENSINOS SECUNDÁRIO E SUPERIOR

PLÍNIO ZORNOFF TÁBOAS

Centro de Matemática, Computação e Cognição – CMCC
Universidade Federal do ABC – UFBAC
Santo André, SP

plinio.taboas@ufabc.edu.br

Abstract: To present the Anuário 1934-1935 da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL) da Universidade de São Paulo (USP) in a historical context of big transformations in the brasilian societ and revel once more Luigi Fantappiè's activits and thinking is the goal of this work. The Fantappiè's Subseção de Ciências Matemáticas da FFCL organization and his thinking about high school and university organizations are novelties that emerges with this work.

Keywords: Mathematics, History, Anuário 1934-1935 da FFCL, Luigi Fantappiè.

Resumo: Apresentar o Anuário 1934-1935 da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL) da Universidade de São Paulo (USP) num contexto histórico de grandes transformações na sociedade brasileira e revelar mais uma vez as atividades e o pensamento de Luigi Fantappiè (1901-1956) é o objetivo desse trabalho. A organização da Subseção de Ciências Matemáticas da FFCL e seu pensamento acerca da organização do ensino médio e universitário são as novidades que emergem com esse trabalho.

Palavras chave: Matemática, História, Anuário 1934-1935 da FFCL, Luigi Fantappiè.

HISTÓRIA E PERIODIZAÇÃO

Antes de iniciar, é preciso fundamentar em que bases estão assentados e sob que opções estruturantes de contexto histórico se organizam os argumentos ora apresentados. Isso faz coro com a fala de Jacques Le Goff, no que diz respeito à organização do fluxo de informações que dirigem a análise do fenômeno em estudo:

> Gostaria de (...) [insistir] no fato de que o historiador deve respeitar o tempo que, sob diversas formas, é a condição da história e que deve fazer corresponder seus quadros de explicação cronológica à duração do

> vivido. Datar é e será sempre uma das tarefas fundamentais do historiador, mas deve fazer-se acompanhar de outra manipulação necessária da duração – a periodização –, para que a datação se torne historicamente pensável.
>
> Gordon Leff recordou com veemência: “A periodização é indispensável a qualquer forma de compreensão histórica” (1969, p.130), acrescentando com pertinência: “A periodização, como a própria história, é um processo empírico, delineado pelo historiador” (op. cit., p.150). Acrescentarei apenas que não há história imóvel e que a história também não é pura mudança, mas o estudo das mudanças significativas. A periodização é o principal instrumento de inteligibilidade das mudanças significativas. (LE GOFF, 2003, p. 47)

Assim, o desenvolvimento de um trabalho em história da matemática no Brasil deve considerar três aspectos fundamentais e, de certa forma, interdependentes que dirigirão as reflexões aqui apresentadas: uma cronologia que faça ressaltar a existência do Brasil; uma compreensão de que não há qualquer significado tratar de uma matemática eminentemente europeia, hoje consolidada como dominante por um processo civilizatório e por outro de refinamento de seu rigor formal que remontam aproximadamente dois mil anos, em períodos de inexistência de estrutura institucional no Brasil que permitisse ao menos sua difusão; e, por fim, um entendimento do complexo contexto em que se realizaram alterações no desenvolvimento dessa disciplina no Brasil e em qual momento se dá o seu alinhamento com as questões que a movimentam em âmbito global.

Tomada por base a organização do texto *História do Brasil* de Boris Fausto (FAUSTO, 2003), pode-se pensar o Brasil cronologicamente de acordo com a seguinte sequência:

1. As Causas da Expansão Marítima e a Chegada dos Portugueses;
2. O Brasil Colonial (1500-1822);
3. O Primeiro Reinado (1822-1831);

4. A Regência (1831-1840);
5. O Segundo Reinado (1840-1889);
6. A Primeira República (1889-1930);
7. O Estado Getulista (1930-1945);
8. O Período Democrático (1945-1964);
9. O Regime Militar (1964-1985);
10. A Transição (1985-1989);
11. A redemocratização (1989 até hoje).

Dois momentos são de alta relevância para a alteração do *status* da matemática no Brasil: aquele da vinda da Família Real Portuguesa, em 1808, e o da década de 1930. O primeiro momento é aquele em que o Brasil passou de Colônia para Reino Unido e que trouxe no bojo das alterações políticas, dentre outras, a abertura de seus portos às nações amigas, a criação de um Banco do Brasil, a criação de uma imprensa e a criação da Academia Real Militar – com a consequente institucionalização da matemática. O segundo, que é do tempo vivido sobre o qual recairão as análises deste trabalho, é aquele em que historiadores do porte de Boris Fausto (FAUSTO, 2002) indicam como o momento da revelação da identidade nacional brasileira ou da definição ou autodeterminação do Brasil como nação.

Assim, na busca de uma compreensão mais profunda dos movimentos políticos, sócio-culturais e educacionais que alteraram definitivamente a sociedade brasileira na década de 1930 ou, ainda melhor, que definiram os contornos da nação brasileira e o próprio Brasil moderno, as investigações sobre a constituição da Universidade de São Paulo (USP) é sempre um tema inesgotável para apreciação. Ela se encontra no seio de uma afirmação da eltite paulista em resposta à derrota do Estado de São Paulo na conhecida Revolução

Constitucionalista de 1932 para as forças nacionais e aliadas de Getúlio Vargas, então presidente do Brasil desde a Revolução de 1930.

Na reflexão sobre esse tema, a criação da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL), célula *mater* da USP, é peça importante na consolidação da posição do Estado de São Paulo como vanguarda intelectual no contexto político da época, o que, dentre outras coisas, o auxiliaria na busca e manutenção de uma economia autônoma e independente, completamente diferenciada em relação às outras unidades federadas.

Numa incisão ainda mais profunda e específica, a observação da subseção de Matemática da seção Ciências da FFCL-USP traz inevitavelmente à tona o nome do professor Luigi Fantappiè, que veio com a primeira Missão Italiana, em 1934, para assumir nessa universidade as cadeiras de Análise Matemática e Geometria.

Em trabalhos anteriores (TÁBOAS, 2005, 2008, 2011), foi destacada a liderança de Luigi Fantappiè na condução de grupos de estudos que, com os trabalhos de seus membros (discentes e colaboradores), impulsionaram de forma contundente o desenvolvimento de pesquisas matemáticas, evidenciando, assim, o momento de transição na matemática brasileira, que passou de consumidora para produtora-consumidora em nível global.

CONTEXTO E RELEVÂNCIA HISTÓRICA

Ainda que a busca da história seja pela verdade, isso não deve implicar a busca por uma verdade que tenha valor absoluto. O que se espera é que a história traduza valores diferentes para grupos em contextos diversos. E é com essa compreensão que se determina a relevância histórica de um evento, de um fato, de um personagem. Cada qual no seu contexto, ambiente e tempo próprios.

Em 1930, Getúlio Vargas assume a presidência da República após uma revolução que rompeu com um esquema oligárquico que mantinha o poder através de um acordo tácito entre as principais forças econômicas da época, São Paulo e Minas Gerais. Com ele, chega ao poder um grupo do movimento tenentista, que apoiou a ideia de estender o período inicial de Vargas no poder para a confecção de uma constituição menos favorável às oligarquias regionais. Uma forte oposição ao Governo Central veio do Nordeste e de São Paulo. No Nordeste, as intervenções Federais foram mais bem sucedidas do que em São Paulo, onde as pressões internas derrubaram sucessivamente os interventores indicados pelo poder central. Nesse Estado, ganhou força popular a ideia da necessidade até então não cumprida por Getúlio Vargas de se construir uma nova constituição, o que foi o combustível do movimento revolucionário de 1932, iniciado a nove de julho. Com a derrota, São Paulo acorda na rendição alguma autonomia. Armando de Salles Oliveira (1887-1945) foi nomeado interventor e, com esse caráter, ficou à frente de São Paulo de 1933 a 1935. Ele transitava muito bem na elite paulista e, de 1935 a 1937, foi o Governador eleito no Estado. Salles Oliveira era cunhado de Júlio de Mesquita Filho (1892-1969), empresário do ramo de comunicação e o grande articulador da criação da Universidade de São Paulo (USP), fato ocorrido com a assinatura de Decreto de 25 de janeiro de 1934. Sobre a criação da USP, que teve na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL) sua célula *mater* e o centro aglutinador das Faculdades isoladas (Escola Politécnica, Faculdade de Direito, Faculdade de Medicina, Escola de Agronomia de Piracicaba) já existentes, o então Secretário de Educação do Estado de São Paulo, Cristiano Altenfelder Silva, disse que "... [a] FFCL [foi] estabelecida com a orientação de **dar ao ensino o cunho científico** e de **tornar possível a preparação do professorado secundário**..." (grifos do autor). Theodoro Augusto Ramos (1895-1937), primeiro Diretor da FFCL, foi designado pelo governo paulista de negociar na Europa a vinda de professores que pudessem consolidar o projeto político-pedagógico dessa recém criada universidade. Em visitas à França, Itália e Alemanha, recrutou aquelas que ficaram conhecidas como Primeiras Missões Estrangeiras de professores da USP.

Especificamente da Itália, vieram na sua Primeira Missão os Francesco Piccolo (Língua e Literatura Italiana), Ettore Onorato (Mineralogia), Gleb Wataghin (1899-1986) (Fisica Experimental e Geral) e, por indicação de Francesco Severi, Luigi Fantappiè.

Rogério C. C. Leite – Gleb Wataghin – Marcelo Dami

Francesco Severi (1879-1961)

Luigi Fantappiè (1901-1956)

Luigi Fantappiè, um dos criadores da Teoria dos Funcionais Analíticos, tinha sido um discípulo de Vito Volterra (1860-1940) e foi colega e amigo de Enrico Fermi (1901-1954). Cumpriu com rigor e sobra as tarefas que lhe foram atribuídas na FFCL, quais sejam, organizar a Subseção de Ciências Matemáticas, atender as demandas da Escola Politécnica e auxiliar na formação de professores para a escola média.

ANUÁRIO 1934-1935

Com o aparecimento, em 2009, da reimpressão do *Anuário 1934-1935*, trabalho executado pela Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas (FFLCH) da USP como parte das comemorações do septuagésimo quinto aniversário dessa universidade, um novo arsenal de informações faz transbordar um volume até agora limitado de possibilidades de compreensão e, por que não, de interpretação para o período em questão.

Capa do *fac-simile* do *Anuário*

Esse *fac-simile*, como sua própria apresentação, feita pela Direção da FFCL à época, disse,

> (...) foge aos moldes clássicos do gênero (anuário), para prender-se mais ao critério histórico e pedagógico. Não é, com efeito, um volume em que se coletam as principais pesquisas feitas nos laboratórios, nem os trabalhos originais que mereçam ampla divulgação, realizadas nos seus departamentos. É, sobretudo, um número-roteiro. (UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, 2009 (c.1937), p.15)

Histórico, pois tenta fixar as memórias, por assim dizer, do transcorrido nos anos de início de atividades da FFCL, com a apresentação de uma breve história sobre a criação da referida faculdade, de informação a respeito dos cursos, das matrículas, de conferências públicas, das seções que ali funcionavam, do regulamento, dos concursos, das instalações, dos programas dos cursos, dos currículos dos docentes e dos discentes matriculados.

Pedagógico, pois traz as concepções dos catedráticos que ali atuaram sobre ensino e pesquisa e sobre a formação do egresso da nova universidade em auxílio do que entendiam ser as necessidades da sociedade daquela época. Concepções essas que nortearam, obviamente, a prática educacional cotidiana da USP em seus primórdios.

O trabalho ora apresentado destaca o pensamento do professor Luigi Fantappiè acerca da organização da escola secundária (equivalente ao nosso atual Ensino Médio) e do ensino superior. Nas linhas traçadas por Fantappiè no *Anuário 1934-1935*, constam uma classificação com tipos de ensinos divergentes, a saber, 'ensino profissionalizante' e 'ensino formativo', e uma classificação com tipos de culturas desiguais, a 'enciclopédica' e a 'orgânica', às quais, de certa forma, associam-se respectivamente os dois tipos de ensino apresentados primeiramente. Além disso, Fantappiè apresenta sua concepção de como os tipos de ensino-cultura importam para o desenvolvimento de uma sociedade moderna e quais são suas concepções de avaliação para o ensino superior de qualidade que preserve a autonomia gerencial do professor-pesquisador que milita na modalidade de 'ensino formativo'.

Embora tenha sido feito um destaque sintético do pensamento de Luigi Fantappiè através da análise do texto da sua conferência intitulada *Da organização do ensino secundário e universitário* e proferida em 15 de outubro de 1935, conforme (UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, 2009, p. 42-50), é importante dizer que ele não diverge – se for levada a cabo uma comparação mais criteriosa, mas que não será feito aqui –, por assim dizer, dos pensamentos de seus colegas contemporâneos que também se expuseram nesse *Anuário 1934-1935*, de forma a demonstrar certa coesão nas diretrizes que orientaram a execução de um projeto definitivamente político-pedagógico para a USP.

ORGANIZAÇÃO DA SUBSEÇÃO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS

A FFCL foi constituída por Seções e Subseções. A 1ª Seção era a de Filosofia, que não possuía subseções; a 2ª Seção era a de Ciências, estava subdividada em 1ª Subseção - Ciências Matemáticas, 2ª Subseção – Ciências Físicas, 3ª Subseção – Ciências Químicas, 4ª Subseção – Ciências Naturais, 5ª Subseção – Geografia e História, e 6ª Subseção – Ciências Sociais e Políticas; e a 3ª Seção, que era a de Letras, foi subdividida em 1ª Subseção – Letras Clássicas e Português, e 2ª Subseção – Línguas Estrangeiras.

Em cada uma das Subseções, seus respectivos cursos são apresentados através de uma programação de conteúdos didáticos seriada anualmente. Como o foco deste trabalho é a história da matemática, será dada atenção apenas aos programas dessa disciplina na organização das Subseções em que figuram, ou seja, das Subseções de Ciências Matemáticas, de Ciências Físicas e de Ciências Químicas.

Na seriação dos cursos de Matemática e de Física, a programação de conteúdos didáticos de matemática é a mesma e segue o esquema apresentado abaixo.

1º ano

- Geometria Analítica e Projetiva
- Análise Matemática (1ª parte)
- Física Geral e Experimental (1ª parte)
- Cálculo Vetorial

2º ano

- Análise Matemática (2ª parte)
- Mecânica Racional
- Física Geral e Experimental (2ª parte)

3º ano

- Análise Matemática (3ª parte)
- Geometria
- História da Matemática

E os programas das disciplinas são os seguintes.

1. Geometria Analítica e Projetiva
    a. Geometria Analítica no Espaço
        i. Coordenadas cartesianas no espaço
        ii. Equações da reta e do plano
        iii. Distância de dois pontos
        iv. Ângulo de duas retas
        v. Equação normal de um plano e distância de um ponto a um plano
        vi. Volume do tetraedro
        vii. Mínima distância de duas reatas
        viii. Transformação de coordenadas cartesianas
        ix. Coordenadas polares
        x. Representação das superfícies e das linhas no espaço; intersecções
        xi. Superfícies algébricas e sua ordem
        xii. Equações da esfera, dos cilindros, cones e superfícies de revolução
        xiii. Equações paramétricas das curvas e das superfícies
    b. Geometria Projetiva
        i. Elementos impróprios
        ii. Lei de dualidade no plano e no espaço
        iii. Coordenadas projetivas homogêneas
        iv. Razão anharmônica de quatro elementos e suas propriedades
        v. Grupos harmônicos
        vi. Projetividade entre formas de primeira espécie
        vii. Elementos unidos e sua construção
        viii. Involução em uma forma de primeira espécie
        ix. Par comum a duas involuções superpostas
        x. Projetividade entre formas de segunda e terceira espécie

xi. Projetividade entre formas superpostas; elementos unidos; vários tipos

c. Teoria das Cônicas
   i. Polaridade definida por uma cônica
   ii. Geração de uma cônica; construção
   iii. Teoremas de Pascal, Brianchon, Desargues
   iv. Propriedades diametrais de uma cônica; centro, assíntotas, eixos
   v. Formas reduzidas das equações das cônicas
   vi. Focos e diretrizes das cônicas
   vii. Transformações projetivas das cônicas
d. Teoria das Quádricas
   i. Polaridade definida por uma quádrica
   ii. Retas de uma quádrica e quádricas regradas
   iii. Propriedades diametrais de uma quádrica; centro, diâmetros, cone assintótico, planos principais
   iv. Equações reduzidas das quádricas
   v. Seções circulares de uma quádrica
   vi. Quádricas homofocais
e. Teoria da Cúbica Reversa
   i. Definição projetiva de uma cúbica reversa
   ii. Construção de uma curva mediante seis pontos
   iii. Corda, tangente, superfície desenvolvível das tangentes
   iv. Propriedades projetivas e métricas

2. Análise Matemática (1ª parte)
   a. Recapitulação da teoria dos determinantes
   b. Equações e formas lineares; característica de uma matriz e teorema de Rouché-Capelli
   c. Complemento sobre os números reais e sobre os conjuntos lineares
   d. Extremos de um conjunto
   e. Pontos de acumulação

f. Funções, sucessões, limites (definições e recapitulação dos teoremas fundamentais)
g. Extremos de uma função
h. Critério geral de convergência
i. Funções contínuas (teoremas e definições principais); continuidade uniforme
j. Conceito de derivada e regras de derivação
k. Infinitésimos e infinito
l. Diferenciais
m. Regra de L'Hospital
n. Teoremas fundamentais sobre derivadas
o. Raízes e extremantes das dunções de uma variável
p. Contato de curvas planas
q. Fórmula de Taylor e MacLaurin
r. Números complexos; definições e operações fundamentais; raízes
s. Série, conceitos gerais e recapitulação dos critérios de convergência
t. Convergência absoluta da série; teoremas de Riemann-Dini e de Dirichlet
u. Séries duplas
v. Séries de funções; convergência uniforme e total; teorema do limite
w. Série de potências; círculo de convergência; série derivada
x. Transcendentes elementares e fórmulas de Euler
y. Derivadas e diferenciais das funções de várias variáveis
z. Derivação das funções compostas
aa. Funções homogêneas
bb. Funções implícitas
cc. Desenvolvimento de Taylor para as funções de várias variáveis
dd. Máximos e mínimos para funções de várias variáveis

   ee. Assíntotas das curvas planas
   ff. Envoltórias das curvas planas
   gg. Definições e propriedades das integrais definidas
   hh. Funções integráveis
   ii. Teorema da média; derivada da integral, relativamente ao extremo superior
   jj. Regras de integração
   kk. Integrais impróprias
   ll. Integral das funções racionais e de outras classes de funções
   mm. Integrais curvilíneas
   nn. Integrais dependentes de um parâmetro
   oo. Integrais duplas; definições e cálculo
   pp. Fórmulas de Green; mudança de variáveis
   qq. Noções sobre as integrais múltiplas
   rr. Quadratura das áreas planas
   ss. Quadraturas aproximadas
   tt. Retificação das curvas planas e reversas
   uu. Triedro fundamental e curvatura das curvas reversas
   vv. Normal e plano tangente a uma superfície
   ww. Cáculo dos volumes
   xx. Área de uma superfície curva
   yy. Conceitos gerais e teoremas de existência das equações diferenciais
   zz. Tipos integráveis das equações diferenciaisde 1ª ordem
   aaa. Equações de ordem superior; equações lineares gerais; equações lineares com coeficiente constante
   bbb. Noções sobre as equações de derivadas parciais
3. Análise Matemática (2ª parte)
   a. Noções sobre a teoria das funções analíticas
   b. Complementos sobre as equações diferenciais
   c. Elementos de teoria dos números (congruências)

   d. Noções sobre a teoria dos grupos de substituições e das equações algébrics segundo Galois
4. Análise Matemática (3ª parte)
   a. A ser estabelecido em cada ano, desnvolvendo com caráter monográfico uma das mais importantes teorias da Análise Matemática, formando um ciclo de 5 ou 6 anos pelo menos, de modo a expor em cada ciclo a parte mais interessante e viva da toda esta ciência
5. Cálculo Vetorial
   a. Elementos de Álgebra Vetorial
      i. Grandezas escalares e vetoriais. Grandezas Vetoriais Livres e localizadas. Vetores Livres. Convenções sobere vetores.
      ii. Soma de Vetores. Produto de um número real por um vetor.
      iii. Cetores coplanares. Vetores não coplanares.
      iv. Produto Escalar. Produto Vetorial.
      v. Produto Misto. Duplo Produto Vetorial.
      vi. Aplicaçã das operações vetoriais elementares e algumas questões de Geometria.
      vii. Grandezas polares e grandezas axiais. Generalidades e exemplos.
      viii. Rotação de um vetor. Caso do plano. Operador i. Exponenciais. Representação de um vetor no plano.
   b. Elementos de Análise Vetorial
      i. Vetores funções de um escalar. Limites e continuidade. Hodografo. Proposições mais importantes sobre as funções vetoriais contínuas.
      ii. Derivada a diferencial de um vetor. Regra de derivação. Propriedades das derivadas vetoriais. Derivadas sucessivas. Aplicações.

iii. Estudo vetorial das curvas: a) Tangente. Normais. Plano normal. Plano osculador. Plano retificante. b) Curvatura e torsão. Fórmulas de Frenet. Aplicações. c) Estudo das curvas planas.
iv. Funções vetoriais de dois escalares. Lmites e continuidade. Derivadas parciais. Diferencial total.
v. Estudo vetorial das superfícies: a) Plano tangente. Normal. b) Curvatura de uma linha traçada sobre uma superfície. Curvatura de uma superfície. c) Aplicação às linhas partiiculares traçadas sobre uma superfície.
vi. Funções escalares de um ponto. Derivadas em uma direção e suas propriedades.
vii. Campo vetorial. Funções vetoriais de ponto. Derivada em uma direção e suas propriedades.
viii. Integrais das funções escalares e vetoriais de ponto, extendidas a uma região do espaço.

6. Mecânica Racional (apenas a parte introdutória que complementa o cálculo vetorial)
   a. Complementos de Álgebra Vetorial
      i. Sistemas de vetores localizados: a) Generalidade. b) Sistemas equivalentes de vetores. c) Redução de sistema de vetores.
      ii. Noções sobre os operadores vetoriais lineares.
   b. Complementos de Análise Vetorial
      i. Gradiente de uma função escalar de ponto e suas propriedades.
      ii. Rotor de uma função vetorial de ponto e suas propriedades.
      iii. Divergência de uma função vetorial de ponto e suas propriedades.
      iv. Teoremas sobre o gradiente, sobre a divergência e sobre o rotor. Aplicações.

v. Teorema de Stokes e suas aplicações.

Observação: o programa do curso de Cáculo Vetorial no 1º Ano corresponde a 24 lições do professor catedrático.

Na Subseção de Ciências Químicas há uma diferença em relação à programação anterior, preparada para as Ciências Matemáticas e Físicas. Essa diferença faz clara referência à compreensão de que o curso de química deveria ter um conhecimento técnico e aplicativo das ferramentas matemáticas sem a necessidade de um mergulho na fundamentação teórica que as suportam. Assim, no 1º Ano, aparecem Elementos de Geometria Analítica e Análise Matemática com os seguintes conteúdos assossiados.

1. Elementos de Geometria Analítca
    a. Generalidades sobre as coordenadas. Eixos coordenados em um plano. Medida das distâncias. Equação da linha reta. Generalidades sobre a representação das linhas curvas.
    b. Várias formas da equação da reta (equação normal, equações paramétricas). Ângulo entre duas retas. Condições de paralelismo e de ortogonalidade. Distância entre em ponto e uma reta.
    c. Círculo. Equação da reta tangente a um círculo. Círculo passando por três pontos dados.
    d. Transformações de coordenadas. Invariantes das transformações. Coordenadas polares.
    e. Cônicas. Teoria elementar das cônicas como lugares geométricos. Equações canônicas da elipse, hipérbole e parábola. Propriedades dos focos, diretrizes e assíntotas.
2. Análise Matemática ou Elementos de Cálculo Diferencial e Integral, como o próprio *Anuário...* descreve.
    a. Números reais e classes contíguas. Conceito de função. Exemplos de funções elementares e sua representação

gráfica (funções inteiras e racionais, funções circulares e circulares inversas, funções exponencial e logarítmica).

b. Limite superior e inferior de um conjunto. Teoria dos limites. Alguns limites fundamentais ($\lim_{x\to 0}$ senx/x). Definição das funções contínuas.
c. Número *e*. Estudo do limite $\lim_{x\to 0}$ $(e^x - 1)/x$ e da função o^x.
d. Definição de derivada. Derivada das funções elementares. Derivação das funções compostas e funções inversas. Derivada do produto e do quociente de duas funções.
e. Interpretação geométrica das derivadas. Equação da reta tangente a uma curva.
f. Teorema de Rolle e teorema da média. Máximos e mínimos.
g. Integrais indefinidas. Fórmulas fundamentais do cálculo integral.
h. Integração por partes e por substituição.
i. Integrais definidas. Cálcuo das áreas.
j. Séries. Critérios de convergência. Séries de funções.
k. Série de Taylor e desenvolvimento em série das funções x, senx, (1 + x).
l. Equações diferenciais a derivadas ordinárias de 1ª ordem. Exemplos de integração.

O PENSAMENTO E O LEGADO DE LUIGI FANTAPPIÈ

Além do cumprimento da tarefa de organizar as matemáticas para os cursos das Subseções de Ciências Matemáticas, Físicas e Químicas, Luigi Fantappiè divulgou, em 15 de setembro de 1935, seu pensamento acerca do ensino médio numa palestra intitulada *O problema do ensino secundário de matemática* e também se apresentou no *Seminário Matemático e Físico da USP*, no primeiro semestre com sua *Teoria Matemática de Luta pela Vida* e no segundo com *Desenvolvimento da* *matemática nos últimos cinquenta anos e no futuro próximo*. A comprovação dessas atividades é atestada entre as páginas 232 e 234 do *Anuário*..., que anuncia:

> Como já fizera em 1934, a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras organizou, em 1935, paralelamente aos seus cursos, duas séries de conferências públicas a cargo de seus professores. Todas elas se realizaram nas Salas "João Mendes Junior" e "Barão de Ramalho", do novo edifício da Faculdade de Direito, gentilmente cedidas pelo ilustre diretor desse tradicional estabelecimento de ensino, prof. Dr. Francisco Morato. O número total de conferências foi de 62, e o de conferencistas, de 17. (UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, 2009 (c.1937), p. 232)

Como desdobramento das atividades do *Seminário Matemático e Físico da USP*, que teve a participação ativa dos seus organizadores Gleb Wataghin, Luigi Fantapiè e Giácomo Albanese além de Omar Catunda, Cândido Lima da Silva Dias, Mário Schemberg, Miguel de Souza Aguiar, Fernando Furquim de Almeida, Júlio Rabin e Larrabure, surgiu o *Jornal de Matemática Pura e Aplicada da Unversidade de São Paulo*, revista que teve apenas um único volume e contou com a direção de Luigi Fantappiè e redação desse e dos colegas Gleb Wataghin e Giácomo Albanese.

JORNAL DE MATEMÁTICA
PURA E APLICADA
DA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

LUIGI FANTAPPIÈ

ERNESTO LUIZ DE OLIVEIRA JÚNIOR

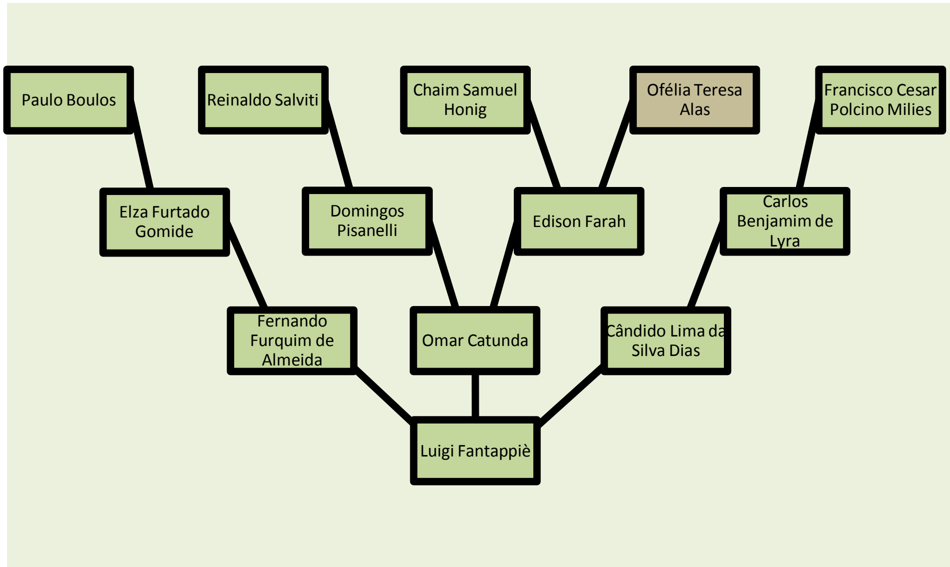
NARCISO MENCIASSI LUPI

EDIÇÕES DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

S. PAULO – BRASIL

Capa do JMPA da USP

O *Seminário Matemático e Físico da USP* e o *Jornal de Matemática Pura e Aplicada* podem ser considerados os embriões de uma genealogia de Luigi Fantappiè, como a desenvolvida em (TÁBOAS, 2011) e resumida no esquema a seguir.



Árvore genealógica da influência de Luigi Fantappiè na formação de docentes da USP

Os nomes que aparecem nessa genealogia falam por si no que diz respeito à qualidade e importância da matemática produzida no Brasil a partir da organização e orientação de Luigi Fantappiè. Mas, para que não reste dúvida sobre a importância do trabalho de orientação científica e acadêmica de Luigi Fantappiè, basta observar a obra *Problèmes concrets d'analyse functionelle* (LEVY, 1951) de Paul Levy (1886-1971), matemático que foi orientado por Jacques Hadamard e Vito Volterra e que foi orientador de Benoît Mandelbrot. Esta obra apresenta o estado da arte da Análise Funcional à época e traz um complemento sobre Funcionais Analíticos escrito por Franco Pellegrino. Nesse complemento foram destacados a contribuição de Omar Catunda com a conceituação de *função regular* e textos do mesmo Catunda e de Cândido Lima da Silva Dias com significativos avanços no estudo dos Funcionais Analíticos.

Apesar de tudo isso, a figura de Luigi Fantappiè é controversa. Patrick Petitjean diz que:

> O primeiro curso de Piccolo suscita diversos embaraços: ele faz a apologia do fascismo e de Mussolini. Paulus Aulus Pompéia conta também que Fantappiè 'chegava da rua, levantava a mão direita e fazia a saudação fascista'. Mesmo Wataghin faz a saudação fascista durante o primeiro curso, mas não a repete mais. Fantappiè era o responsável pelo grupo fascista, e somente Wataghin e Occhiliani não assistem às reuniões do grupo. Os alunos de Fantappiè respondem à sua saudação através de ruídos e algazarra, sobretudo batimentos de mãos sobre as mesas, fazendo Fantappiè acreditar que se tratava de uma saudação brasileira. (PETITJEAN, 1996)

De outro lado, a despeito da militância fascista de Fantappiè, o Prof. Milton Vargas comenta, em 05 de julho de 2000, sobre esse professor e seu colega Gleb Wathagin: "[...] eram tão bons professores que a gente entendia melhor as aulas em italiano do que as aulas em português dos outros brasileiros." E vai além, diz que o desenvolvimento de seu artigo 'A Teoria dos Drenos Verticais de Areia', publicado pela Revista da POLI em 1947, "foi fruto, foi baseado no curso de Fantappiè e daquele círculo".

André Weil, em suas memórias (WEIL, 1992), confessa, quando conheceu Fantappiè em 1925, admiração pelo matemático profundo e pelo ser humano cordial nas suas relações pessoais, ao mesmo tempo em que se espanta com o fato de ser ele afiliado ao Partido Fascista Italiano. Curioso observar que André Weil ocupou, em 1946, Cátedra que Fantappiè inaugurou na USP.

Mas, Fantappiè não somente organizou a Subseção de Ciências Matemáticas da FFCL, criou o *Seminário Matemático e Físico da USP*, organizou o *Jornal de Matemática Pura e Aplica*, orientou matemáticos promissores como Omar Catunda e Cândido Lima da Silva Dias, como também desenvolveu pesquisa matemática na área dos funcionais analíticos em São Paulo. Essa tese está defendida de forma bastante técnica em (TÁBOAS, 2008) e se apoia fortemente em dois documentos, a saber:

1) *Jornal de Matemática Pura e Aplicada*, à sua página 97, na Parte 2 de Notícias Várias, em que figura o título 'Origem e Desenvolvimento da Teoria dos Funcionais' de uma palestra de Fantappiè, seguido do parágrafo: "Esta conferência servirá como capítulo introdutório ao tratado sobre a teoria dos funcionais, que deverá aparecer brevemente. Por esta razão deixamos de fazer o resumo da mesma."

2) O texto intitulado *Funcionais de Funções de Várias Variáveis – Memória de Luigi Fantappiè*, pertencente ao acervo da Biblioteca 'Prof. Achille Bassi' do Instituto de Ciências Matemáticas e Computacionais (ICMC) da USP em São Carlos-SP e disponível, também, em http://www.ime.usp.br/acervovirtual/.

Por fim, Luigi Fantappiè foi um defensor da Universidade como espaço de formação de cidadãos comprometidos com o desenvolvimento das ciências em benefício da sociedade e com a cultura geral de um povo, quando da apresentação de sua já referida conferência *Da organização do ensino secundário e universitário.* A respeito desse tipo de posicionamento, o Prof. Antonio Candido, em suas *Reminicências sobre as Origens da USP* na revista do Instituto de Estudos Avançados da USP, disse:

> Em 1938 o perrepista Ademar de Barros foi nomeado interventor e nomeou diretor da Faculdade de Filosofia o professor Alfredo Ellis Júnior, perrepista rubro, com a missão de liquidá-la. Mas, curiosamente, Ellis, verificando como eram de fato as coisas, não apenas rejeitou a tarefa, como tornou-se defensor da Faculdade, ajudando decisivamente a mantê-la. O saudoso professor Erasmo Garcia Mendes publicou na revista de Estudos Avançados um artigo importante onde conta isso e informa que outro fator decisivo foi uma conferência do professor Luigi Fantappié, ilustre matemático da Missão Italiana, que demonstrou a importância da instituição. Assim se resolveu o conflito entre setores da elite que poderia ter abortado precocemente a nova escola.

Marc Bloch (1886-1944) relembrou: "O provérbio árabe disse antes de nós: 'Os homens se parecem mais com sua época do que com seus pais'. Por não ter meditado essa sabedoria oriental, o estudo do passado às vezes caiu em descrédito." (BLOCH, 2001, p. 60). Após observar sua saga brasileira, Luigi Fantappiè parece um claro exemplo desse pensamento árabe.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BLOCH, M. L. B. *Apologia da história, ou, O ofício de historiador.* Trad. André Telles. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2001. 159p.

D'AMBROSIO, U. "A Historiographical Proposal for Non-western Mathematics." In: *Mathematics Across Cultures. The History of Non-Western Mathematics*, ed. Helaine Selin, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2000; pp.79-92.

———. *Uma história concisa da matemática no Brasil.* Petrópolis: Vozes, 2008. 128p.

DE BONI, L. A. (org.) *A presença italiana no Brasil.* Porto Alegre: EST; Fundazione Giovanni Agnelli, 1987. 536p.

ECO, U. *Interpretação e superinterpretação*. 2ª tiragem. São Paulo: Martins Fontes, 1993 (Coleção Tópicos). 182p.

FAUSTO, B. *A revolução de 1930:* historiografia e história – 16ª edição revista e ampliada; 2ª reimpressão. São Paulo: Companhia das Letras, 2002, c1997. 160p.

———. *História do Brasil.* 11ª Edição. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2003. 663p.

FONTANA, J. *História: análise do passado e projeto social.* Tradução de Luiz Roncari. Bauru: EDUSC. 1998. 396p.

PETITJEAN, P. As missões Universitárias Francesas na Criação da USP (1934-1940). In: *A ciência nas relações Brasil-França (1850-1950).* São Paulo: Editora da USP; FAPESP, 1996. 367p.

LE GOFF, J. *História e Memória.* 5ª edição. Campinas: Editora da UNICAMP, 2003. 544p.

SILVA, C. P. da. *A matemática no Brasil:* uma história de seu desenvolvimento. 2ª edição revista e ampliada. São Leopoldo: Editora da UNISINOS, 1999. 242p.

SILVA, C. P. da; AZEVEDO, A. C. P. *Mestrados e Doutorados em Matemática obtidos no Brasil a partir de 1942.* SBHMat, 2008. Disponível em http://www.sbhmat.com.br/matematica.pdf. Último acesso em 23/02/2011.

TÁBOAS, P. Z. *Luigi Fantappiè: influências na matemática brasileira. Um estudo de História como contribuição para a Educação Matemática.* Tese de Doutorado, UNESP-Rio Claro, 2005.

———. Três momentos no desenvolvimento da Teoria dos Funcionais Analíticos segundo Luigi Fantappiè. In: *Revista Brasileira de História da Matemática*, Vol. 8, nº 15, p. 1-12, 2008.

———. Genealogia Matemática Brasileira a partir de Luigi Fantappiè. *Anais do IX Seminário Nacional de História da Matemática da Sociedade Brasileira de História da Matemática*, ISSN 2236-4102. Aracaju, 2011. Disponível em: www.each.usp.br/ixsnhm/Anaisixsnhm/index.php. Último acesso em 29/05/2011.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. *Anuário 1934-1935 FFCL-USP.* Reimpressão. São Paulo: Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, 2009 (c.1937), 358p.

WEIL, A. *The apprenticeship of mathematician*. Translated from the French by Jennifer Cage. Basel; Boston; Berlin: Birkhäuser, 1992. 197p.

EM BRANCO

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA SALA DE AULA – TRÊS ACTIVIDADES PRÁTICAS

HÉLDER PINTO

Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa – FCUL
Portugal

hbmpinto1981@gmail.com

Resumo: Em Portugal, a História da Matemática está a ganhar cada vez mais importância nos programas escolares, mas ainda existe alguma dificuldade em introduzir este tema na sala de aula. A quantidade de material adaptado ao nível dos estudantes de ensino não universitário ainda é escassa, principalmente em português, pelo que é necessária a produção e divulgação de materiais que possam ser utéis aos professores e que sejam facilmente aplicáveis em contexto escolar. Nesta comunicação foram apresentadas três possíveis fichas de trabalho onde se utilizam tópicos da História da Matemática no contexto escolar, a saber: o Instrumento de Sombras de Pedro Nunes; as varas de Napier e as varas de Genaille-Lucas; *os Elementos* de Euclides.

Palavras chave: História da Matemática, Sala de Aula.

THE HISTORY OF MATHEMATICS IN THE CLASSROOM – THREE ACTIVITIES

Abstract: The importance of History of Mathematics in Portuguese school curricula is increasing but there is some difficulty to introduce this topic in the classroom. The material adapted to the level of the undergraduate students is still short and by that it is necessary to produce more useful material that teachers could easily apply to the classroom. In this presentation three examples of contents of the History of Mathematics adapted to the classroom were presented such as: the Shadows Instrument of the Portuguese mathematician Pedro Nunes; the Napier's rods and the Genaille-Lucas rulers; the Euclid's Elements.

Keywords: History of Mathematics, Classroom.

INTRODUÇÃO

Em Portugal, a História da Matemática está a ganhar cada vez mais importância nos programas escolares. Por exemplo, no programa de Matemática A, a História da Matemática surge como um tema transversal ao longo de todo o ensino secundário e que deve surgir ao longo de vários e diferentes temas. Não se pretende esgotar a História da Matemática num conjunto finito e condensado de aulas, mas que esta sirva de apoio e de motivação para o estudo de outros temas matemáticos.

> *Actividades com uma perspectiva histórica humanizam o estudo da disciplina, mostrando a Matemática como ciência em construção e em constante interacção com outras ciências. Proporcionam também excelentes oportunidades para pesquisa de documentação. A informação sobre a génese e o percurso de um conceito ao longo dos tempos e a sua relação com o progresso da humanidade pode fomentar, ou aumentar, o interesse pelo tema em estudo, ao mesmo tempo que constitui uma fonte de cultura. Segundo D. J. Struik, o autor do livro "História Concisa das Matemáticas", o uso da História da Matemática na aula é muito importante porque:*
>
> - *satisfaz o desejo de saber como se originaram e desenvolveram os assuntos em matemática;*
> - *o estudo dos autores clássicos pode proporcionar grande satisfação por si só, mas também pode ser útil no ensino e na investigação;*
> - *ajuda a compreender a nossa herança cultural, não apenas pelas aplicações que a matemática tem tido, e ainda tem, à astronomia, física e outras ciências, mas também pela relação que tem tido, e continua a ter, com campos tão variados como a arte, a religião, a filosofia e os ofícios;*
> - *oferece um campo de discussão comum com estudantes e professores de outras áreas;*
> - *permite temperar o ensino e as conversas com algumas peripécias.*
>
> *Programa de Matemática A 10º ano*, homologado em 22/02/2001

No programa de matemática do ensino básico verifica-se igualmente a mesma tendência de crescente valorização da História da Matemática.

> *Os alunos devem ser capazes de apreciar a Matemática. Isto é, devem ser capazes de (…) mostrar conhecimento da História de Matemática e ter apreço pelo seu contributo para a cultura e para o desenvolvimento da sociedade contemporânea. (…) A História da Matemática pode evidenciar o desenvolvimento de determinadas ideias matemáticas, apresentando-a como uma ciência viva e em evolução.*

> *Os alunos devem contactar com aspectos da História da Matemática e reconhecer o papel da Matemática no desenvolvimento da tecnologia e em várias técnicas. Na História da Matemática devem salientar-se o contributo de diversos povos e civilizações para o desenvolvimento desta ciência, a sua relação com os grandes problemas científicos e técnicos de cada época, o seu contributo para o progresso da sociedade, e a sua própria evolução em termos de notações, representações e conceitos, proporcionando uma perspectiva dinâmica sobre a matemática e o seu papel na sociedade.*
>
> *Programa de Matemática do Ensino Básico*, homologado em 28/12/2007.

Contudo, existe ainda pouca bibliografia, principalmente em português, desta temática aplicada e adaptada ao contexto da sala de aula, obrigando os professores a gastar muito tempo na preparação das suas aulas quando decidem introduzir tópicos da História da Matemática. Nesta comunicação foram apresentadas três fichas de trabalho adaptadas ao ensino secundário e que foram publicadas, em formato de livro, em 2009, pela Associação Ludus (tem igualmente implementado cursos de formação de professores nesta área) e pelo Museu de Ciência da Universidade de Lisboa. Neste livro apresentam-se várias propostas de fichas de trabalho usando diferentes tópicos da História da Matemática como, por exemplo, os sistemas de numeração do antigo Egipto e da Mesopotâmia, o método da falsa posição (Egipto), o método com que Tales de Mileto terá medido a distância de um navio à costa e a altura de uma pirâmide, o modo como Eratóstenes mediu o meridiano da Terra e o método chinês das diferenças duplas.

Cada ficha de trabalho é composta por uma pequena introdução histórica acessível e não muito extensa, sendo ainda acompanhada por algumas questões que deverão ser respondidas pelos alunos. Algumas possuem actividades práticas e todas têm um *Guião do professor* que pretende facilitar o trabalho e/ou esclarecer algumas dúvidas ou dificuldades que os professores possam ter no âmbito da História da Matemática. Estas fichas podem ser usadas dentro da sala de aula dado que utilizam conceitos muito simples como, por exemplo, semelhanças de triângulos, ou, em alternativa, num contexto menos formal como é o caso de um Clube de Matemática (apesar de todas recorrerem a conceitos simples, algumas podem não estar directamente relacionadas com os programas escolares).

Como exemplo das possibilidades que existem na utilização da História da Matemática no contexto escolar, foram apresentadas, com mais pormenor, três possíveis fichas de trabalho:

- uma usando o Instrumento de Sombras (Ficha de Trabalho n.º 1) do português Pedro Nunes que permite medir a inclinação dos raios solares em relação à horizontal ("a altura do Sol") – o instrumento aqui apresentado também foi designado por «instrumento jazente no plano», para o distinguir de um outro instrumento de sombras igualmente concebido pelo matemático português. Trata-se de um instrumento simples, de aparência semelhante a um relógio de Sol, mas com uma inovação muito engenhosa que permite obter directamente a "altura do Sol" através da utilização das sombras por si projectadas. Apresentou-se ainda um modo simples e rápido de construir um destes instrumentos com papel e cartão, bem como a sua utilização em contexto escolar;

- outra usando as varas de Napier e as varas de Genaille-Lucas (Ficha de Trabalho n.º 2) que eram utilizadas para efectuar multiplicações. Estas varas são, de certo modo, as predecessoras das actuais máquinas de calcular e são um bom exemplo concreto de como a matemática é uma ciência que, tal como as outras, não é estática tendo-se desenvolvido ao longo dos tempos e de várias gerações. Mais uma vez, estes instrumentos são facilmente reconstruídos em papel o que permite a sua fácil utilização no contexto escolar;

- apresentou-se ainda uma forma de usar *Os Elementos* de Euclides na sala de aula, em particular o livro I, através de *applets* interactivos em páginas *web*. Já é possível encontrar alguns *sites* com esta temática embora quase todos apostem apenas e só na manipulação da figura que acompanha as demonstrações. Contudo, talvez seja mais útil que a figura apresentada vá sendo construída aos olhos do aluno à medida que a demonstração se vá desenvolvendo. Assim, os alunos terão uma melhor percepção do modo como se constrói uma demonstração, o que não acontece quando se apresenta apenas a figura final. Podem-se encontrar *applets* para todas as proposições do Livro I em http://wwmat.mat.fc.ul.pt/~jnsilva/elementos_livro_1/mat/elementos/index.htm,

- bem como as respectivas demonstrações (este *site* foi construído com base na tradução portuguesa de 1855, da Imprensa da Universidade de Coimbra, que pode ser consultada em http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/euclid/elem.html). Estas páginas apresentam as demonstrações, passo a passo, através de *applets* interactivos (possibilidade de o utilizador mover os elementos das figuras) e dinâmicos (as figuras vão-se alterando e construindo à medida que a demonstração vai sendo apresentada). Apesar de não ser um livro pedagógico, o estudo do primeiro livro d'*Os Elementos* de Euclides pelos alunos poderá ser muito útil e didáctico para que estes compreendam a estrutura e a solidez do "edifício matemático". A construção dos resultados matemáticos neste livro de Euclides está assente, apenas e só, em algumas poucas premissas iniciais (postulados e axiomas) e, portanto, são um bom exemplo da força dos raciocínios lógico-dedutivos usados habitualmente nas demonstrações matemáticas, permitindo ainda observar com clareza o porquê de a matemática ser um saber com carácter cumulativo e exigir um estudo continuado. Em quase todas as demonstrações deste livro utilizam-se, nalgum ponto, a proposição imediatamente precedente e, por esse facto, torna-se relativamente simples para um aluno acompanhar e perceber a colocação de cada "tijolo" deste "edifício", bem como o facto de que cada "tijolo" estar assente, quer directamente quer através de outros "tijolos" previamente colocados, nas suas poucas mas fortes "fundações" (premissas iniciais a partir das quais se inicia a "construção").

A História da Matemática, bem utilizada e suficientemente explorada, poderá ser uma importante ferramenta no ensino dado que, como refere Frank Swetz, permite fazer uma maior "aproximação" entre os alunos e a matemática – disciplina que muitas vezes é colocada num "pedestal" demasiado alto em termos de abstração e dificuldade, o que provoca, muitas vezes logo de início, a desmotivação de muitos estudantes.

> *The history of mathematics supplies human roots to the subject. It associates mathematics with people and their needs. It humanizes the subject and, in doing so, removes some of its mystique. Mathematics isn't something magic and forbiddingly alien; rather, it's a body of knowledge developed by people over a 10,000-year period. These people, just like us and our students, made mistakes and were often puzzled, but they persisted and worked out solutions for their problems. Mathematics is and always was people-centered. Its teaching should recognize and build on this fact by incorporating the history of mathematics as a fundamental part of its learning.*
>
> Frank Swetz

Ficha de Trabalho n.º 1:

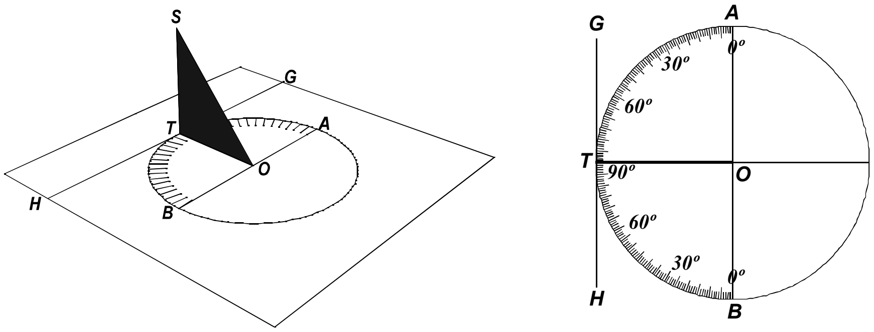
O INSTRUMENTO DE SOMBRAS (Pedro Nunes)

Conteúdos: congruência de triângulos e trigonometria.

Material: cartão, tesoura e cola para construir o instrumento de sombras; fita métrica para a actividade prática indicada no final.

Pedro Nunes, cosmógrafo e matemático português, nasceu em 1502 em Alcácer do Sal e morreu em 1578 na cidade de Coimbra. Nas suas obras, Pedro Nunes apresentou vários instrumentos de medida para serem utilizados na navegação astronómica. Um destes instrumentos era o *Instrumento de Sombras* que permite medir a inclinação dos raios solares em relação à horizontal ("a altura do Sol"). Trata-se de um instrumento simples, de aparência semelhante a um relógio de Sol, mas com uma inovação muito engenhosa que permite obter directamente a "altura do Sol" através da utilização das sombras por si projectadas.

O Instrumento de Sombras consistia numa prancha, geralmente quadrada, com um círculo desenhado e num triângulo rectângulo isósceles fixado perpendicularmente como mostra a Figura 1 (o comprimento do cateto do triângulo era igual ao raio do círculo; a tangente ao círculo em *T* estava igualmente marcada na prancha).



Figuras 1 e 2

Estava ainda traçado no círculo o diâmetro paralelo à tangente *GH* e os dois quadrantes do círculo mais próximos da tangente estavam graduados de 0º a 90º, desde esse diâmetro até ao ponto de tangência *T* (Fig. 2).

Com esta graduação obtém-se directamente o ângulo que os raios solares fazem com o plano horizontal. Observe-se que para se obter, directamente, o ângulo que os raios solares fazem com a vertical, bastava graduar o círculo no sentido contrário.

O *Instrumento de Sombras* era utilizado do seguinte modo:

- Colocar a prancha na horizontal.

- Rodar o instrumento até que a sombra do cateto [*ST*] coincida com a recta tangente ao círculo, ou seja, com *GH*; designe-se por *S'* a sombra do ponto *S*.
- A intersecção da sombra que a hipotenusa do triângulo faz na prancha com o arco da circunferência entre os pontos *A* e *T* indica o valor do ângulo que os raios solares fazem com o plano horizontal; designe-se por *X* esse ponto (Fig. 3).

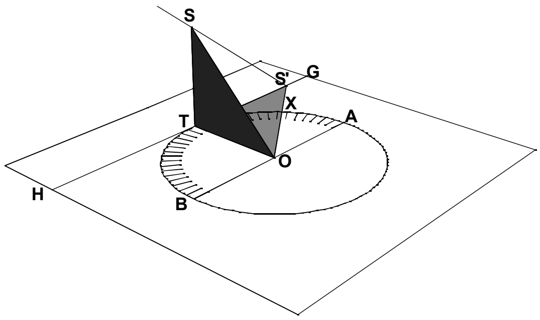


Figura 3

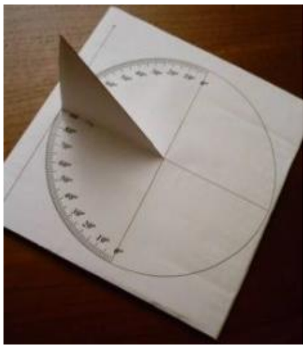
Para perceber o funcionamento deste instrumento, responde às seguintes perguntas:

1. Mostra que os triângulos [*S'TS*] e [*S'TO*] são iguais e que $\angle SS'T = \angle OS'T$.
2. Mostra que $\angle OS'T = \angle AOX$.
3. Mostra que o plano *SS'T* é perpendicular ao plano horizontal.
4. Mostra que o ângulo que os raios solares fazem com o plano horizontal é igual a $\angle AOX$, ou seja, é igual ao ângulo marcado no círculo pela sombra da hipotenusa do triângulo.

Actividade Prática: Constrói um *Instrumento de Sombras* (Figs. 4 e 5) utilizando a folha fornecida no final desta actividade (Figs. 6 e 7) e as seguintes instruções:

1.º Recortar as duas figuras pelos segmentos indicados pela "tesoura";

2.º Dobrar a segunda figura pelas marcas de modo a construir um triângulo isósceles;
3.º Colocar o triângulo isósceles pela abertura feita no círculo (o cateto que ficará colocado na vertical deve estar adjacente ao ponto *T*);
4.º Colar esta última construção num quadrado de cartão e recortar o excesso de papel que possa existir.

Figuras 4 e 5

Determina a altura de alguns objectos (pavilhões, tabelas de basquetebol,...) na tua escola utilizando o *Instrumento de Sombras* para medir a "altura do Sol" e uma fita métrica para medir as sombras dos objectos pretendidos. Faz o registo das observações e dos cálculos efectuados.

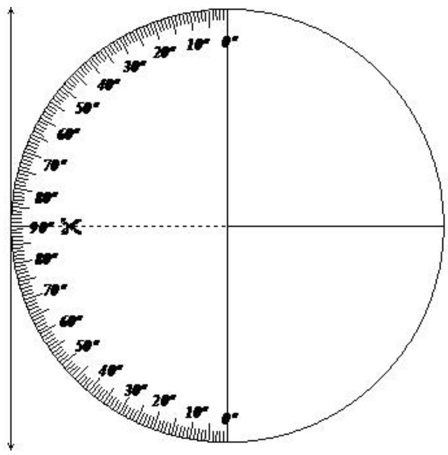


Figura 6

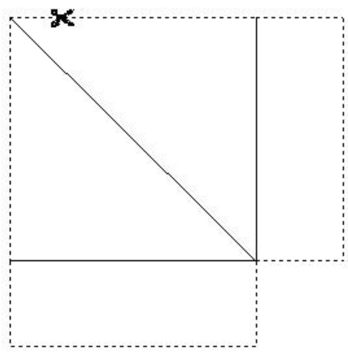


Figura 7

Ficha de Trabalho n.º 2

A MULTIPLICAÇÃO (As varas de Napier e as varas de Genaille-Lucas)

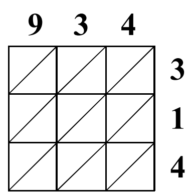
Conteúdos: a multiplicação e alguns processos algorítmicos.

Material: tesoura, as Varas de Napier e as Varas de Genaille-Lucas (os dois conjuntos de varas são fornecidas no final desta actividade).

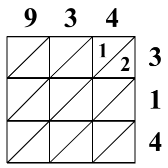
MULTIPLICAÇÃO EM GELOSIA

No início do Renascimento, o surgimento de várias técnicas como, por exemplo, o método de multiplicação em gelosia levou a um aumento da facilidade e da rapidez com que se efectuavam os cálculos numéricos. Veja-se, então, no que consiste o método de multiplicação em gelosia.

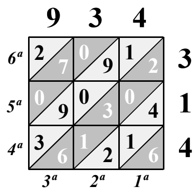
Suponha-se que se pretende efectuar a multiplicação 934 × 314. Comece-se por construir uma tabela como se indica a seguir.



Como 4 × 3 = 12, preenche-se o quadrado da coluna correspondente ao 4 e da linha correspondente ao 3 do seguinte modo:



Como 3 × 3 = 9 (= 09), preenche-se o quadrado da coluna correspondente ao 3 e da linha correspondente ao 3 de modo análogo. Procedendo sempre da mesma maneira, preenche-se o resto até completar a tabela. De seguida, consideram-se as seis "diagonais" assinaladas a seguir.

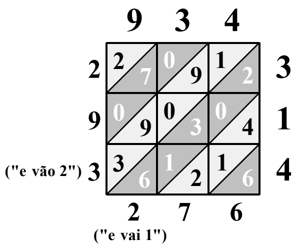


Então, tem-se que:

- o algarismo das unidades do produto pretendido é igual ao algarismo da "primeira diagonal": **6**;
- o algarismo das dezenas é igual à soma dos algarismos da "segunda diagonal": 4 + 1 + 2 = **7**;
- o algarismo das centenas é igual ao algarismo das unidades da soma dos algarismos da "terceira diagonal", enquanto que o algarismo das dezenas vai ser somado à "diagonal" seguinte: 2 + 0 + 3 + 1 + 6 = 1**2**;
- o algarismo dos milhares é igual ao algarismo das unidades da soma dos algarismos da "quarta diagonal" (não esquecendo de adicionar o algarismo que provém da "diagonal" anterior), enquanto que o algarismo das dezenas vai ser somado à "diagonal" seguinte: 1 + 1 + 9 + 0 + 9 + 3 = 2**3**;

- o algarismo das dezenas de milhar é igual à soma dos algarismos da "quinta diagonal" (não esquecendo de adicionar, mais uma vez, o algarismo que provém da "diagonal" anterior): $2 + 0 + 7 + 0 = \mathbf{9}$;
- o algarismo das centenas de milhar é igual à soma dos algarismos da "sexta diagonal" (note-se que nada é transportado da "diagonal" anterior): $2 = \mathbf{2}$.

Portanto, tem-se que $934 \times 314 = 293.276$.



Exercício 1.

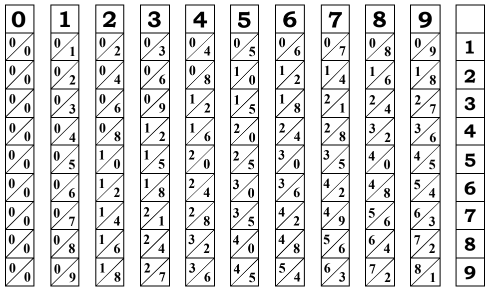
Determina o valor numérico, utilizando o método de multiplicação em gelosia descrito acima, das expressões que se apresentam a seguir.

1.1 723×149; **1.2** 481×58; **1.3** 451^2.

As Varas de Napier

John Napier (1550-1617), famoso matemático escocês que dedicou grande parte da sua vida à pesquisa de processos que permitissem facilitar a realização de cálculos numéricos, reparou que as entradas nas colunas utilizadas na multiplicação em gelosia são sempre preenchidas por múltiplos do número que está no topo dessa mesma coluna. A partir desta constatação, Napier inscreveu numa colecção de varas estes conjuntos ordenados de múltiplos, obtendo assim as linhas desejadas na multiplicação em gelosia de um modo mais rápido e eficaz.

Deste modo, surge um instrumento prático, geralmente construído em madeira ou em osso, que facilita o modo de efectuar multiplicações que costuma designar-se por Varas de Napier (Figs. 8 e 9).

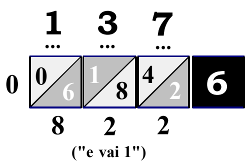


Figuras 8 e 9

Veja-se então como funciona este instrumento criado por Napier apresentando o modo como se obtém, por exemplo, a multiplicação 137 × 6.

- Seleccionar as varas correspondentes ao 1, 3 e 7 e colocá-las lado a lado de modo que no topo apareça o número 137. À direita destas varas coloca-se a vara numerada de 1 a 9.
- Para encontrar o produto pretendido, deve "ler-se" a linha correspondente ao número 6.

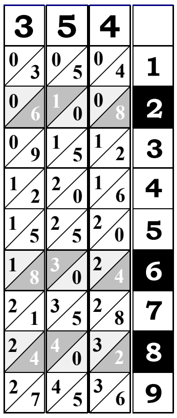
De seguida, somam-se os números de cada "diagonal", utilizando a mesma técnica utilizada no método de multiplicação em gelosia. Portanto, 137 × 6 = 0.822.



Para multiplicar dois números com mais do que um algarismo, tem de se efectuar diversos produtos parciais e depois somá-los até se obter o produto desejado. Veja-se, como exemplo, a multiplicação 354

× 628. Este produto pode ser encarado como 354 × (600 + 20 + 8), ou seja, como **354 × 6** × 100 + **354 × 2** × 10 + **354 × 8**.

Portanto, as varas correspondentes ao 3, 5 e 4 devem ser colocadas lado a lado de modo que no topo apareça o número 354 (mais uma vez, à direita destas varas coloca-se a vara numerada de 1 a 9). Para encontrar o produto pretendido, devem "ler-se" as linhas correspondentes aos números 6, 2 e 8.



Depois de se efectuarem os três produtos pretendidos com as varas de Napier (354 × 6; 354 × 2 e 354 × 8), é ainda necessário "corrigir" estes resultados parciais com as respectivas potências de base 10. Assim, neste exemplo, tem-se

Produto realizado nas varas de Napier	*"Correcção"*	*Total*
354 × 8 = 2.832	2.832 × 1	2.832
354 × 2 = 708	708 × 10	7.080
354 × 6 = 2.124	2.124 × 100	212.400
		222.312

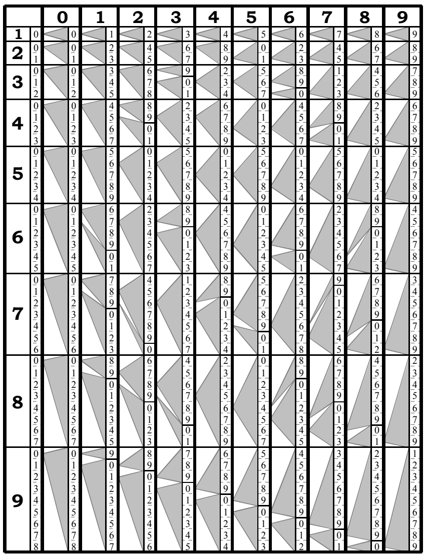
Exercício 2.

Utilizando uma tesoura, recorta o conjunto de varas de Napier fornecidas no final desta actividade (Fig. 12). Utiliza estas varas para determinar os seguintes produtos:

2.1 305 × 9; **2.2** 127 × 83; **2.3** 5.016 × 125.

As Varas de Genaille-Lucas

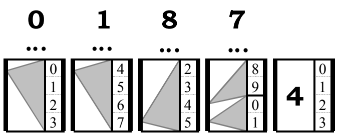
Nos finais do século XIX foi inventada uma outra variação das Varas de Napier onde a necessidade de o utilizador ter de transportar, por vezes, algarismos para a "diagonal" seguinte foi eliminada (o próprio instrumento "faz" esse transporte). Para além disso, estas varas também não exigem ao utilizador que faça qualquer adição, sendo possível obter o resultado final apenas pela observação directa das varas. Estas varas foram inventadas pelo engenheiro francês Henri Genaille, em resposta ao problema colocado pelo matemático Édouard Lucas de criar um instrumento onde, efectivamente, fosse eliminada essa necessidade de efectuar quaisquer adições intermédias. Por isso, estas varas ficaram conhecidas como as Varas de Genaille-Lucas (Figs. 10 e 11).



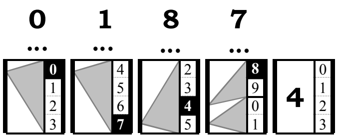
Figuras 10 e 11

Veja-se um exemplo ilustrativo do funcionamento das Varas de Genaille-Lucas. Considere-se o produto 187 × 4.

- Seleccionar as varas correspondentes ao 0, 1, 8 e 7 e colocá-las lado a lado de modo que no topo apareça o número 0.187. À direita destas varas coloca-se a vara numerada de 1 a 9.
- Para encontrar o produto 187 × 4, tem de "ler-se" a linha correspondente ao algarismo 4.



- De seguida, basta seguir "as setas" existentes nas varas para encontrar o valor do produto pretendido, começando no primeiro algarismo (a contar da parte superior) da coluna correspondente ao 7. Portanto, 187 × 4 = 0.748.



Observe-se agora, através do exemplo apresentado, algumas justificações para o facto de estas varas fazerem multiplicações correctamente. O algarismo das unidades, 8, provém de 7 × 4 = 2**8.** Note-se, contudo, que ainda é necessário transportar 2 para a coluna seguinte. Isso é feito pela "seta" que está adjacente ao algarismo 8; de facto, tem-se 8 × 4 + 2 = 32 + 2 = 3**4** e, portanto, 4 será o algarismo das dezenas. Note-se que o primeiro algarismo da coluna das dezenas é o 2, que corresponde a 8 × 4 = 32; os algarismos abaixo existem para o caso de haver transporte a partir da coluna anterior como acontece neste caso. Volta-se a seguir a "seta" para a próxima coluna (transportando assim 3), até ao algarismo 7 que corresponde a 1 × 4 + 3 = 0**7** (centenas). Note-se, novamente, que o primeiro algarismo da coluna das centenas é o 4, que corresponde a 1 × 4 = 04; mais uma vez, os algarismos abaixo existem para absorver possíveis transportes da coluna anterior (neste caso: 3). Neste momento não se transporta nada para a próxima coluna e, portanto, a “seta” desta coluna envia o utilizador para o primeiro algarismo, a contar da parte superior, da coluna dos milhares, ou seja, para **0**.

Para multiplicar dois números com mais do que um algarismo com estas varas, tem de se efectuar diversos produtos parciais e depois somá-los até se obter o produto desejado, utilizando o mesmo processo que foi indicado para as varas de Napier.

Exercício 3.

Utilizando uma tesoura, recorta o conjunto de varas de Genaille-Lucas fornecidas no final desta actividade (Fig. 13). Utiliza estas varas para determinar os seguintes produtos:

3.1 827 × 7; **3.2** 129 × 43; **3.3** 7.618 × 317.

AS VARAS DE NAPIER

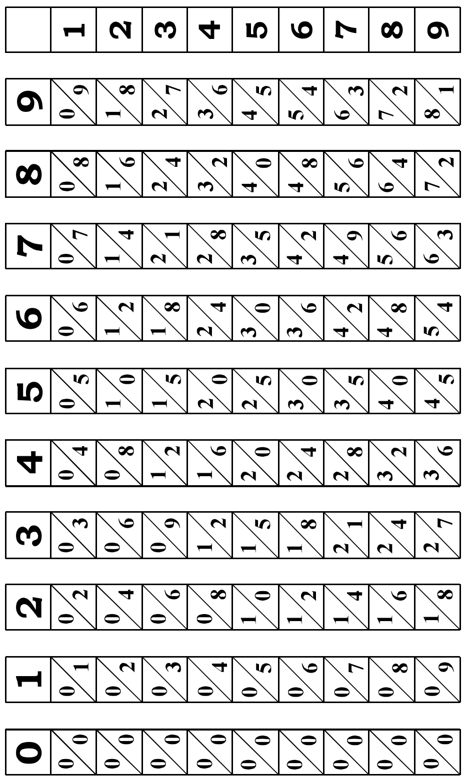


Figura 12

AS VARAS DE GENAILLE-LUCAS

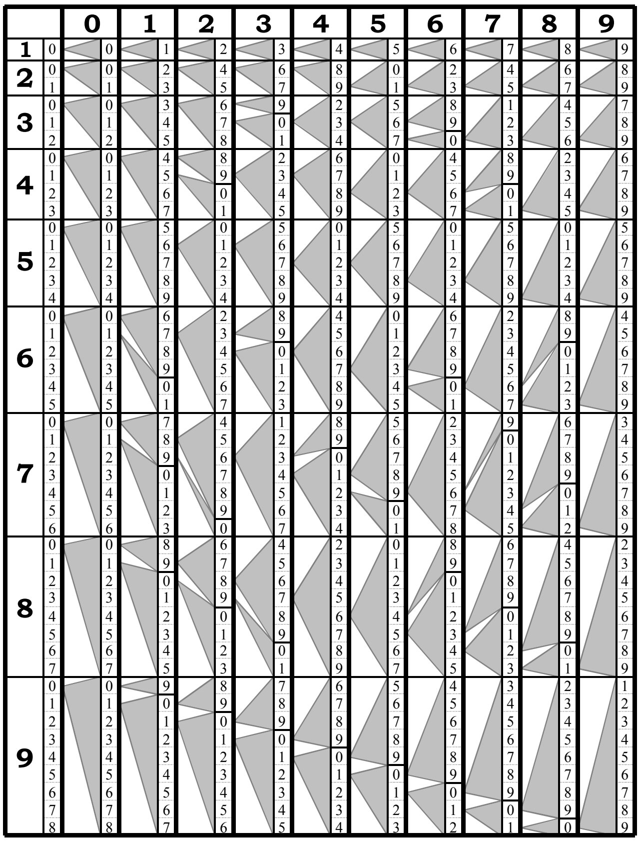


Figura 13

> *Cremos efectivamente que a História da Matemática pode dar ao professor uma percepção correcta da própria Matemática e, simultaneamente, fazer dela uma ferramenta pedagógica do ensino/aprendizagem na sala de aula.*
>
> F. Estrada, C. Sá, J. F. Queiró, M. C. Silva e M. J. Costa

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CRATO, N. *O Instrumento de Sombras*; Centro Virtual Camões - Ciência em Portugal, Personagens e Episódios (http://cvc.instituto-camoes.pt/ciencia/e32.html); 2003.

ESTRADA, M. F. SÁ, C. C. de. QUEIRÓ, João Filipe; SILVA, Maria do Céu e COSTA, Maria José; *História da Matemática*; Universidade Aberta; 2000.

Gazeta da Matemática n.º 143; *Quinto Centenário do nascimento de Pedro Nunes*; Sociedade Portuguesa de Matemática; Julho/2002.

KATZ, V. (Editor); *Using History to Teach Mathematics, an International Perspective*; The Mathematical Association of America; 2000.

PINTO, H. *História da Matemática na Sala de Aula*; Ludus; Lisboa, 2009.

SEAQUIST, C.; SESHAIYER, P. e CROWLEY, D.; *Calculation Across Cultures and History*; Texas College Mathematics Journal, Volume 1, Number 1, Pages 15-31; 2005.

SWETZ, F. J. *Learning Activities from the History of Mathematics*; J. Weston Walch Publisher; Portland, 1994.

EM BRANCO

SOBRE AS REUNIÕES REALIZADAS, EM 1974, PARA PLANEJAMENTO DE ATIVIDADES NA ÁREA DE ANÁLISE NO BRASIL

JOSÉ DO CARMO TOLEDO

Departamento de Matemática e Estatística
Universidade Federal de São Del-Rei
Minas Gerais, MG

toledoufsj@gmail.com

Resumo: No início da década de 1970, além da considerável variedade de tópicos com a qual lidava a área de Análise no Brasil, havia uma dispersão dos recursos humanos devidamente qualificados nos programas de pós-graduação em Matemática então existentes no País. A escassez generalizada desses cientistas – em relação às demandas – se tornava um empecilho para o pleno desenvolvimento dessa área particular de pesquisas matemáticas. Inevitavelmente, essa desconexão era um gargalo no processo de desenvolvimento da área em nosso meio. Ciente de que essa ausência de conexão era um desafio a ser enfrentado pelos analistas brasileiros, o Prof. Pedro Nowosad, do Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, liderou uma equipe, em 1974, que se propôs a elaborar um planejamento de atividades que fosse capaz de enfrentar e superar as dificuldades evidenciadas. As reuniões realizadas por essa equipe, por terem tido enorme impacto no processo de institucionalização do mencionado campo científico no Brasil, são o objeto de interesse deste artigo.

Palavras-chave: Institucionalização, Análise, reuniões, planejamento.

Abstract: In the early 1970s, besides the considerable variety of topics which the area of analysis in Brazil dealt, there was a scattering of qualified human resources in pos-graduate programs in mathematics in Brazil. The general shortage of these scientists – in relation to claims – became an obstacle to the full development of this particular area of mathematical research. Inevitably, this disconnect was a bottleneck in the development process of the area in our midst. Aware that this lack of connection was a challenge to be faced by Brazilian analysts, Prof. Pedro Nowosad, from Institute of Pure and Applied Mathematics - IMPA, led a team, in 1974, that set out to develop a schedule of activities that were able to confront and overcome the difficulties highlighted. The meetings held by that team, for having enormous impact on the institutionalization's process of this scientific field in Brazil, are the object of interest in this article.

Keywords: Institutionalization, Analysis, meetings, planning.

No início da década de 1970, além da considerável variedade de tópicos com a qual lidava a área de Análise no Brasil, havia uma dispersão dos recursos humanos devidamente qualificados nos programas de pós-graduação em Matemática então existentes no País. Outrossim, a escassez generalizada desses cientistas – em relação às demandas – se tornava um empecilho para o pleno desenvolvimento dessa área particular de pesquisas matemáticas. Inevitavelmente, essa desconexão era um gargalo no processo de desenvolvimento da área em nosso meio.

Ciente de que essa ausência de conexão era um desafio a ser enfrentado pelos analistas brasileiros – posto que ela implicava em prejuízos tanto singulares quanto institucionais para a área – o Prof. Pedro Nowosad, do Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, liderou, em 1974, uma equipe que se propôs a elaborar um planejamento de atividades que fosse capaz de enfrentar e superar as dificuldades evidenciadas. Trata-se, na minha avaliação, de uma prática social da referida área que teve enorme impacto no seu processo de institucionalização no Brasil. De fato, nas duas reuniões plenárias – uma, realizada no Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (IM/UFRJ) e a outra, no Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME/USP) –, foram tratados assuntos, entre outros, referentes às pesquisas concluídas e em andamento no País, naquela época, com especial preocupação em *identificar os problemas* e *as áreas* a que as respectivas pesquisas pertenciam.

ALGUNS DETALHES FORMAIS DO PEDIDO DE RECURSOS FINANCEIROS, JUNTO AO CNPQ, PARA VIABILIZAR AS REUNIÕES EM COMENTO

Através de um ofício sem número, de 31/07/1974, o Prof. Pedro Nowosad, do IMPA, encaminhou ao CNPq um pedido de concessão de recursos para "planificar atividades, cursos e textos relativos à Análise". Foi, então, aberto o processo n° 8218/74/CNPq, apreciado na 1.232ª Sessão do Conselho Deliberativo daquele órgão de fomento, ocorrida em 30/10/1974, oportunidade em que o citado pedido foi aprovado, tendo sido concedido um *"auxílio no valor de CR$7.900,00"*. Vale lembrar que a 1ª Reunião aconteceu antes mesmo da concessão desses recursos pelo CNPq.

SOBRE A 1ª REUNIÃO

Nos dias 26 e 27 de setembro de 1974, reuniram-se no IM-UFRJ os seguintes analistas, sob coordenação do Prof. Nowosad: Fernando Cardoso/UFPE, Geraldo Ávila/UnB, Hilton Machado/UnB, Luis Adauto da Justa Medeiros/UFRJ, Dicesar Fernandes/Unicamp, George Portinari/PUC-RJ, Chaim Samuel Hönig/USP, Antônio Izé/USP-SC, Walter de Bona Castelan/UFSC, David Goldstein/UnB, Antonio Gilioli/USP-SP, Carlos Augusto Sholl Isnard/IMPA, Roberto Ramalho /UFPE, Jaime Lesmes/IMPA e Michael Louis O'Carroll/PUC-RJ.

Não foi possível ter acesso ao relatório final desta reunião, mas, sim, a um documento, de 21 páginas, manuscrito pelo próprio Prof. Nowosad e que contém anotações gerais das falas que foram proferidas pelos participantes no mencionado encontro e que serviu de base para a elaboração de um consolidado formal dos assuntos por eles tratados na mencionada reunião.

As anotações feitas nas páginas de 1 a 8 desse manuscrito constituem um sumário das discussões realizadas no 1° dia da reunião em tela (26/09/1974) e o que se pode observar é que a prioridade foi discutir como estavam constituídos e organizados os cursos de graduação e pós-graduação em matemática existentes nas respectivas instituições a que cada professor participante era vinculado naquele ano. Pude vislumbrar que preocupação era compreender o lugar que a Análise vinha ocupando no currículo desses cursos e quais conteúdos estavam sendo abordados. Foram socializadas as diversas experiências já consolidadas em alguns dos programas de pós-graduação em comento e elaboradas algumas sugestões de possíveis reformulações que poderiam ser encaminhadas. Depreende-se das anotações desse 1º dia de reunião que:

a) cada professor fez comentários gerais e específicos sobre os programas de graduação e pós-graduação em matemática em suas instituições;

b) após – ou mesmo durante – a exposição de cada participante, foram sendo feitas interlocuções e apartes e, com isso, algumas propostas de reformulação dos mencionados cursos iam sendo registradas;

c) o objetivo era fazer um levantamento sobre o lugar da Análise nas grades curriculares dos respectivos programas e pensar em possíveis e demandas da área.

Um aspecto indispensável para se garantir a definitiva institucionalização de uma área da ciência é a ação integrada de componentes como *pesquisa*, *divulgação*, *aplicação do conhecimento* e *ensino*. Nesse sentido, ao avaliar alguns dos dados que pude reunir nesta pesquisa histórica, fico convencido de que os analistas brasileiros, desde as primeiras práticas sociais registradas no capítulo anterior, estavam sensíveis a essa questão fundamental.

É oportuno reiterar que os sistemas conceitual e social que vinham constituindo a área de Análise no Brasil, no princípio dos anos 1970, demarcavam o seguinte quadro:

a) havia uma série de idéias, tópicos e teorias constituindo esse campo de investigação matemática;

b) era premente o enfrentamento e a solução dos problemas inerentes à formação de corpo docente melhor preparado para consolidar os diversos programas de pós-graduação em Matemática que vinham sendo implantados no País;

c) em determinadas regiões do País, o baixo número de analistas – em relação às demandas – passava a ser um impeditivo para o processo de desenvolvimento da área no País.

No meu entendimento, essas constatações tiveram um importante peso para que os analistas colocassem em discussão, já no início da 1ª reunião de planejamento em tela, propostas de alterações nos projetos pedagogógicos dos cursos de mestrado e doutorado em matemática no Brasil a fim de que a área de Análise pudesse não apenas prestar sólidas contribuições ao processo de formação de matemáticos no País, como também se consolidar, definitivamente, como um campo autônomo e institucionalizado de nossa ciência.

Os detalhes da página 2 do manuscrito em destaque deixam-me convencido de que o grande tema de discussões da 1ª Reunião em tela era mesmo a pós-graduação em matemática então existente no Brasil. Ali se observa que os participantes dessa reunião forneceram algumas informações sobre a estrutura curricular dos cursos de mestrado e doutorado em matemática oferecidos nas instituições aos quais eram vinculados em 1974. A ideia, pelo que pude depreender, foi elaborar um levantamento acerca do lugar das disciplinas da área de Análise nos diversos programas de pós-graduação em matemática e estudar uma maneira de ampliar e consolidar essa composição. Essa preocupação em avaliar o espaço ocupado pela área de Análise no cenário dos programas de pós-graduação em matemática brasileiros revela, no meu ponto de vista, que a institucionalização dessa área no Brasil vinha se implementando efetivamente.

Outros depoimentos registrados no manuscrito da 1ª reunião aqui abordada são também destacados a seguir por demonstrarem que os analistas inauguraram uma discussão sobre o ensino de Matemática no País que seria, três anos mais tarde, encampada pela Sociedade Brasileira de Matemática - SBM.[1]

O Prof. Luis Adauto/UFRJ chamou a atenção para o fato de as disciplinas do curso de mestrado da UFRJ estarem muito formais e que um novo programa – em elaboração – estava sendo pensado no sentido de priorizar a prática para, num segundo momento, se dedicar à formalização dos conceitos. Luis Adauto ainda relata que, no entendimento dele, os mestrandos só estavam fazendo os cursos com vistas ao Exame de Qualificação e que, nesse caso, a exigência de uma dissertação – ainda inexistente àquela altura – poderia se tornar útil para a formação acadêmica dos pós-graduandos. Por sua vez, o Prof. Dicesar, da Unicamp, fez uma explanação sobre a estrutura curricular dos 2 últimos anos do Bacharelado em Matemática da Unicamp e um apanhado geral sobre as disciplinas oferecidas no Mestrado daquela Instituição. Aproveitando o ensejo, o Prof. Fernando Cardoso chama a

---

[1] Em 1978, realizou-se o 2° Simpósio sobre o Ensino de Matemática que contou com o apoio da Academia Brasileira de Ciências – em cujas dependências foram desenvolvidos os trabalhos – e do MEC que, através de convênio especialmente firmado com a SBM, forneceu recursos para a sua realização. Esse Simpósio, dando continuidade aos debates e conclusões do 1º encontro – realizado no mesmo ano em Brasília –, formalizou recomendações mais específicas quanto a currículos e programas, filosofia e regulamentação de nível universitário, médio e elementar. Tais recomendações e sugestões estão publicadas no ***Noticiário da Sociedade Brasileira de Matemática*, Ano XI – Número Especial, Abril de 1979, pp. 10-15**. No dia 23 de julho de 1979, em Poços de Caldas/MG, durante o 12° CBM foi realizada uma Mesa Redonda cujo tema versou sobre Problemas do Ensino de Pós-graduação. Na abertura dos trabalhos dessa Mesa, o Prof. Djairo Guedes de Figueiredo – então presidente da SBM – propôs como temário os seguintes assuntos: 1. Problemas da demanda nos cursos de mestrado; 2. Programa de Aperfeiçoamento; 3. Ampliação da rede de ensino de Pós-graduação; 4. Estrutura e funcionamento dos cursos; 5. Financiamento do ensino e da pesquisa. A Ata dessa Mesa Redonda foi assinada pelos membros da Comissão de Ensino da SBM: Hilton Vieira Machado, Elza Furtado Gomide e Luis Adauto da Justa Medeiros.

atenção para os problemas advindos da concepção de programas soltos – em que há a separação de tópicos – contrários, segundo destaca, a uma ***tendência interdisciplinar***.

UM BREVE PANORAMA HISTÓRICO SOBRE OS CURSOS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA NO BRASIL

O processo de institucionalização de uma área científica pode ser avaliado, reitero, pelo estudo da integração de quatro componentes: ensino, pesquisa, divulgação e aplicação do conhecimento.

É bem sabido que no período colonial brasileiro, foram frustradas as tentativas de se formar – baseado no modelo inglês ou francês – academias ou outros centros que pudessem estimular a discussão e a pesquisa. Mesmo no século XIX, pouco se pode dizer a respeito de investigação científica em nosso meio. Nas escolas de ensino superior então existentes, predominava uma visão profissionalizante.

Amparado em KUNSK (1992), parto do seguinte pressuposto:

> A institucionalização do desenvolvimento da pesquisa científica na universidade brasileira se processa de forma efetiva a partir da implantação dos cursos de pós-graduação com a Reforma Universitária de 1968. Até então, poucas universidades do País tinham tradição em pesquisa (KUNSCH, 1992, pp. 39-49).[2]

Apesar dos notórios limites impostos pelo Regime Militar (1964-1985) à sociedade brasileira, a supracitada reforma universitária introduziu um modelo de educação superior fundamentada na indissociável relação entre ensino, pesquisa e extensão e na imprescindível – e consequente – produção científica. A Reforma em tela possibilitou, também, o início da superação de um antigo problema da ciência brasileira: *a falta de uma massa de docentes mais bem qualificada para a realização de pesquisas científicas e tecnológicas*.

---

[2] KUNSCH, Margarida M. Krohling. (1992), **Universidade e comunicação na edificação da sociedade**. São Paulo: Loyola.

A superação desta realidade, aliada à busca pela melhoria do próprio ensino de graduação vigente – e do aumento de sua oferta –, são um dos principais motivos para a criação e o incremento dos programas de pós-graduação no País – dentro e fora das universidades – que viabilizaram, em conseqüência, o desenvolvimento da pesquisa universitária no País.

Contudo, como bem lembra GERMANO (2005),[3]

> É preciso assinalar que as principais fontes de desenvolvimento de pesquisas – notadamente de pesquisas tecnológicas – não foram as universidades, mas instituições de pesquisa não-universitárias, a grande maioria criada pelo governo, cujas investigações estavam voltadas prioritariamente para as funções de acumulação do capital e da segurança nacional (GERMANO, 2005, pp.146/147).

Houve, assim, uma espécie de "divisão de trabalho" entre as universidades e as referidas instituições de pesquisa: a tarefa principal de formação de recursos humanos ficara aos cuidados das instituições de ensino superior, cabendo às instituições não-universitárias o fomento e implementação das atividades de pesquisa. Portanto, durante o período do Estado Militar, a pesquisa científica – e, sobretudo, a tecnológica – era desenvolvida no âmbito das empresas estatais,[4] nos

---

[3] GERMANO, José Willington. (2005), **Estado militar e educação no Brasil**. – 4. ed. São Paulo, SP: Cortez.

[4] Várias empresas estatais empregavam alta tecnologia e, portanto, demandavam o desenvolvimento de pesquisa científica e tecnológica. Esses são os casos da Embraer - Empresa Brasileira de Aeronáutica (1969); Telebrás - Telecomunicações Brasileiras (1972); Cobra - Computadores e Sistemas Brasileiros (1974); Nuclebrás - Centrais Nucleares Brasileiras (1974), entre outras. Havia também centros de pesquisa em outras empresas estatais como na Usiminas - Usina Siderúrgica de Minas Gerais (1967), na Petrobrás (com o Cenpes - Centro de Pesquisa de Desenvolvimento da Petrobrás (1973), na Eletrobrás (com o Cepel - Centro de Pesquisa de Energia Elétrica da Eletrobrás), no Ministério da Agricultura (com a Embrapa - Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (1972), na Telebrás (com o CPqD - Centro de Pesquisa e Desenvolvimento (1976) (GERMANO, 2005, p. 147).

institutos de pesquisa e, em menor proporção, na estrutura das universidades.

Apesar de todo o incentivo estatal à pesquisa não universitária, estudos recentes confirmam a existência de uma pesquisa universitária de qualidade, realizada à custa de grandes esforços e dificuldades. Por essa razão, o desenvolvimento da pesquisa acadêmica contraria o modelo planejado pelo Estado brasileiro para a divisão de trabalho entre universidades e instituições de pesquisa fora do âmbito universitário. Como afirma SOBRAL et alii (1987),[5]

> a reforma universitária e os Planos Nacionais de Pós-graduação representavam uma tendência divergente dentro do aparelho estatal, que, aliada ao esforço da comunidade científica, alteravam o modelo de divisão do trabalho planejado. [...] *A pesquisa, sobretudo a básica, se estabeleceu no contexto universitário, ainda que desprovida de grandes investimentos públicos*. As áreas estratégicas ou de retorno econômico imediato ficaram com as instituições de pesquisa não-universitárias, contando com investimentos maciços da União. [...] *Com a implementação da pós-graduação no Brasil a partir da reforma universitária de 1968, a pesquisa universitária começa a ser uma realidade* (SOBRAL et alii, 1987, pp. 81/82 *apud* GERMANO, 2005, p. 148 – os grifos são meus).

No caso da Matemática, é relevante destacar o pioneirismo do ITA e da UnB que, no início da década de 1960, criaram programas de mestrado em Ciências (Matemática), antes mesmo da existência das normas específicas que foram instituídas pelo governo federal, somente no final daquela década.

A UnB, a propósito, foi a primeira instituição de ensino superior brasileira a conceder o grau de mestre em Ciências (Matemática), no âmbito de um Programa de *mestrado* em Ciências (Matemática), iniciado em 1962. Nessa primeira fase de existência do Programa, os alunos que cumpriam um determinado número de créditos em disciplinas,

---

[5] SOBRAL, Fernanda A. da Fonseca et alii. (1987), *"Ensino Superior: descompromisso do Estado e privatização"*. In: Revista Educação & Sociedade, Campinas, SP, vol. 28, pp. 67-92, dez. 1987.

elaboravam e defendiam uma dissertação.[6] Em 1964, os três primeiros mestres em matemática do referido Programa, os títulos de seus trabalhos e os professores-orientadores foram os seguintes: [7]

Mestre	**Título da dissertação defendida**	**Orientador**
Mário Carvalho de Matos	Princípio de Dirichlet	Djairo Guedes de Figueiredo
Mauro Bianchini	Equações de Helmholtz e Condições de Radiação	Geraldo Severo de Souza Ávila
Alejandro Ortiz Fernandez	Unicidade do Problema de Cauchy	Djairo Guedes de Figueirado

No ITA, foram aprovadas em 4 de janeiro de 1961 as normas para um programa pioneiro de Pós-Graduação *stricto sensu* em nível de mestrado nas áreas de Engenharia Aeronáutica, Engenharia Eletrônica, Engenharia Mecânica, Física e em Matemática.[8] O primeiro grau de mestre em Matemática foi concedido pelo ITA a Antonio Fernandes Izé, em novembro de 1965. A dissertação – na área de Análise – intitulada *"Métodos Topológicos de Wazewski e Suas Aplicações ao Estudo do Comportamento Assintótico de Sistemas de Equações Diferencias Ordinárias"*, foi orientada pelo Prof. Nelson Onuchic.[9]

---

[6] Posteriormente, esse Programa de Mestrado da UnB sofreu reformulações que resultou na alteração de sua estrutura possibilitando ao mestrando se submeter a um exame de mestrado ou elaborar e defender uma dissertação. Em 1975, foi iniciado na UnB o programa de doutorado em Ciências (Matemática). Em 1981, o Programa sofreu novas modificações e o pós-graduando passou a ter que ser aprovado em um exame de qualificação para, só então, elaborar e defender sua dissertação de mestrado.

[7] SILVA, Clóvis Pereira da; AZEVEDO, Alberto de. (2005), *Mestrados e Doutorados em Matemática Obtidos no Brasil entre 1942 e 2004 (Relatório de Pesquisa)*. Disponível em: www.sbhmat.com.br/matematica.pdf. Acesso em 29 mar. 2007.

[8] Atualmente, o ITA não mantém mais o Programa de mestrado em Matemática.

[9] Deve-se destacar aqui o pioneirismo do trabalho do Prof. Nelson Onuchic na formação de novos pesquisadores em Análise. Uma dissertação de mestrado,

Contudo, é importante frisar que foi a partir do Parecer CFE/CES nº 977/65, de 03/12/1965, do Parecer CFE/CES nº 77/69, de 11/02/1969 e da Lei nº 5.540/68, de 28/11/1968 que o governo federal institucionalizou os estudos pós-graduados no País, objetivando criar, assim, uma "massa crítica qualificada". Estes dispositivos legais exerceram muita importância na definição conceitual e na confecção das normas legais que iriam balizar a elaboração dos Programas Nacionais de Pós-graduação.[10]

SOBRE A 2ª REUNIÃO

Dando continuidade ao programa formulado na 1ª Reunião, foi realizada nos dias 22 e 23 de novembro de 1974 a *"2ª Reunião de Planejamento de Atividades na área de Análise"*, nas dependências do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo. Houve três sessões: duas, no dia 22/11 (manhã e tarde) e uma, na manhã do dia 23/11.

Não tive acesso ao manuscrito utilizado para a feitura de um relatório sobre essa reunião, mas, sim, ao próprio consolidado – devidamente datilografado, das discussões nela havidas.

Os temas que estiveram em pauta nas três sessões dessa 2ª Reunião – e um relato sobre cada um deles – estão discriminados a seguir.

---

defendida em 2006, por Marcelo Gonsales Badin – também orientada pelo Prof. Dr. Sergio Roberto Nobre, neste Programa de Pós-graduação em Educação Matemática –, apresenta *"Um olhar sobre as contribuições do Professor Nelson Onuchic para o desenvolvimento da matemática no Brasil"*. Uma cópia em PDF do referido trabalho está disponível em:

<http://servicos.capes.gov.br/arquivos/avaliacao/estudos/dados1/2006/33004137/038/2006_038_33004137031P7_Teses.pdf>. Acesso em 03 fev. 2008.

[10] É oportuno observar que o artigo n° 33 (§ 3º) da Lei nº 5.540/68, de 28/11/1968, combinado com o artigo 10º do Decreto-lei nº 464, de 11/11/1969, estabeleceram o fim do regime de cátedra (ou cadeira) na organização do ensino superior do Brasil (SILVA & AZEVEDO, 2005, p. 4).

(a) Lista bibliográfica mínima para a área de Análise

Organizada pelo Prof. Chaim Samuel Hönig, foi apresentada uma lista "recomendável" de 50 obras bibliográficas que seriam consideradas como um "núcelo inicial de novas bibliotecas". Nas discussões desse item, além de a referida lista ter sido complementada, ficou decidido que uma cópia dela seria encaminhada para avaliação de especialistas das demais áreas que não se fizeram presentes àquela reunião, a fim de que se pudesse constituir a versão final da bibliografia a ser proposta como base para o desenvolvimento dos estudos em Análise no Brasil.

(b) Proposições da área de Análise para o 10º Colóquio Brasileiro de Matemática

A maior parte da 2ª Reunião foi dedicada à escolha dos cursos na área de Análise que seriam indicados à Comissão Organizadora do 10° CBM que se realizaria no ano seguinte (1975), conforme registra esta nota:

> Levando-se em conta que um curso elementar de Programação Linear tem uma utilidade urgente, no sentido de orientar os professores que mui brevemente serão solicitados a lecionar tal curso nas universidades brasileiras e também por ser fundamental para a introdução aos problemas de dualidade, de grande importância em Análise e em problemas técnicos os mais variados, resolveu-se recomendar os seguintes cursos:
>
> i) ***<u>Elementares</u>:*** 1) <u>Programação Linear</u>
>
> 2) <u>Análise de Fourier e equações a derivadas parciais</u> (Análise Matemática)
>
> 3) <u>Séries de Funções Ortogonais</u> (Problema de Sturm-Liouville)
>
> ii) ***<u>Médios</u>:*** <u>Equações Diferenciais Parciais Elípticas</u>
>
> (*Planejamento de Atividades na Área de Análise*, Arquivo Pessoal de Pedro Nowosad, dezembro de 1974, pp. 1-3).

Os dados a seguir mostram que, de fato, as sugestões de cursos para o 10° Colóquio – elaboradas pelos analistas, nessa 2ª Reunião de Planejamento – foram quase integralmente atendidas.

Cursos oferecidos no 10° CBM, realizado em julho de 1975	
1- Cursos Elementares:	
Título do Curso	***Nome do docente/Vínculo em 1975***
Equações Diferenciais e Série de Funções	*Dicesar Lass Fernandez, UNICAMP*
Espaços Métricos	Elon Lages Lima, IMPA
Introdução à Estatística	Pedro Alberto Morettin, USP
Introdução à Teoria dos Números	Said Sidki, UnB
Programação Linear	*Hilton Vieira Machado, UnB*
2- Cursos de Nível Médio:	
Título do Curso	***Nome do docente/Vínculo em 1975***
Equações Diferenciais Parciais Elípticas	*Antonio Gilioli, USP*
Geometria Diferencial e Cálculo das Variações	João Lucas Marques Barbosa, UFC
Introdução às Funções Algébricas e Funções Abelianas	Aron Simis, IMPA
Introdução aos Processos Estocásticos	Pedro de Jesus Fernandez, IMPA
Introdução aos Sistemas Dinâmicos	Welington de Melo, IMPA

Fonte: Ata do 10° CBM

Aliás, é imprescindível anotar que no 10° Colóquio ainda houve uma *"Sessão Especial de Análise"*, com as seguintes conferências:

Conferências proferidas na "Sessão Especial de Análise" do 10° CBM	
Título da conferência	***Nome do conferencista/Vínculo em 1975***
Error Estimates	Heinz Günther Bertran, PUC-RJ
Um Problema na Otimização Convexa	Jörg Blatter, IMPA
Soluciones Regulares Asíntoticas y Dispersión Inversa para un Problema no Lineal de Evolucion	Gustavo Perla Menzala, UFRJ
Iniciação às Inequações Variacionais Elíticas	Luis Adauto da Justa Medeiros, UFRJ
Analisi Convessa e Calcolo delle Variazioni	Juarés Cecconi, UNICAMP
Les Spaces de Silva et les Operateurs Differentiels Equations	Jerome A. Goldstein, UFRJ
On a Class of Singular Hemmerstein Equations	Pedro Nowosad, IMPA

Funções Diferenciáveis em Espaços de Banach e a Propriedade da Aproximação	João Bosco Prolla, UFRJ
Sobre a Topologia Compacto-Portada Uniforme em Espaços de Aplicações Holomorfas	Mario Matos, UNICAMP

Fonte: Ata do 10º CBM

Uma vez que não se recomendavam a realização de dois cursos simultâneos de Equações Diferenciais Parciais, no âmbito de um mesmo Colóquio, os participantes da referida reunião, tendo em vista a necessidade por eles avaliada, resolveram propor que fosse oferecido no Colóquio de 1977 – o 11º – ou, mesmo, em outra oportunidade – um "curso médio" com o título *"Problema de Cauchy"* em que, entre outros tópicos, fossem abordados os *"Operadores Diferenciais Hiperbólicos"*.

(c) Programas dos cursos que seriam recomendados para oferecimento no 10º Colóquio Brasileiro

Além de definir os cursos na área de Análise que seriam propostos para compor a grade do 10° CBM, os participantes desta 2ª Reunião também formularam as ementas que eles julgavam imprescindíveis para tais cursos. É o que passo a descrever na sequência.

Ementa do curso *"Programação Linear"*
1. Tipos de problemas. 2. Álgebras das matrizes e sistemas de desigualdades. 3. Convexidade. 4. Resultados básicos. 5. O método itereativo Simplex, obtenção de soluções iniciais. 6. Degeneração. 7. Ciclos. 8. Dualidade. 9. O Teorema da Existência. 10. O Método Simplex modificado. 11. Outras técnicas. 12. Análise de sensitividade (introdução). 13. Aplicações. 14. Breve introdução à Programação Não-linear. 15. Solução em inteiros.

Referência bibliográfica "representativa": **Linear Programming** – Saul I. Gass, McGraw-Hill, 69.

Ementa do curso *"Análise de Fourier e equação a derivadas parciais"*
1. Integrais dependendo de um parâmetro. 2. Derivação sob o sinal de integração. 3. Séries de Fourier: resultados clássicos. 4. Linguagem de espaços de Hilbert. 5. Teorema de Fejer e seqüências de Dirac. 6. Transformações de Fourier e aplicação às Equações Diferenciais Parciais.
Ementa do curso *"Séries de Funções Ortogonais (Problema de Sturm-Liouville)"*
1. O oscilador harmônico, seus autovalores e autofunções. 2. Equações de 2ª ordem com condições de contorno. 3. Equações Diferenciais Auto-adjuntas. 4. Identidade de Lagrange. 5. Equações de Sturm-Liouville regulares: as equações do oscilador harmônico e de Hermite. 6. O problema de Sturm-Liouville singular. 7. Equações de Sturm-Liouville singulares: equações de Bessel, Legendre, Laguerre etc. 8. Auto-funções das equações de Sturm-Liouville singulares: as funções de Bessel, polinômios de Legendre etc. 9. Aplicações ao problema da membrana vibrante.
Ementa do curso *"Séries de Funções Ortogonais (Problema de Sturm-Liouville)"*
1. Teoria clássica: Equação de Laplace e Poisson. Funções harmônicas. Problema de Dirichlet: unicidade e dependência contínua da solução; fórmula de Poisson e conseqüências. 2. Teoria de Garding: Teoria de Fredholm-Riesz-Schauder. Lema de Lax-Milgram. Teorema de Rellich. Desigualdade de Garding. Teorema da existência para o problema generalizado de Dirichlet. Um ou mais dos seguintes tópicos: a) Teoria Variacional (princípio de Dirichlet). b) Regularidade interior (C^{∞}). c) Equações não lineares.

Considero esses dados muito significativos para os propósitos da presente pesquisa histórica pois eles revelam, segundo o juízo que faço, que os analistas estavam procurando dar *clareza, formalidade* e *organização* ao estatuto científico da Análise, buscando, assim, reconhecimento da área por sua e por outras comunidades científicas. Esta é uma característica inequìvoca da institucionalização dessa área, conforme o quadro referencial que consta na página 15.

(d) Proposta de nomes de conferencistas para a "Sessão de Análise" do 10º Colóquio

Embora uma lista final de nomes tenha ficado dependendo da confirmação de quem estaria no País em julho de 1975, decididiu-se nela já incluir os seguintes analistas, que estariam aqui como professores visitantes por ocasião do referido Colóquio:

1) Jack Hale (equações funcionais).
2) R. Nussbaum (Pontos fixos).
3) Paret (de Minesotta) (informação dada pelos professores Waldyr Oliva e A. Izé).
4) G. Berestein, visitante do IMPA (Transformada de Fourier e Distribuições).

Neste ponto da reunião foi registrado que "Haverá no [10°] Colóquio uma Sessão Especial, com cinco a oito conferencistas do tipo 'survey' sobre as diversas áreas." (*Planejamento de Atividades na Área de Análise*, Arquivo Pessoal de Pedro Nowosad, dezembro de 1974, p. 3).

(e) Informações sobre um Programa Nacional de Verão

Nesta 2ª Reunião de analistas, refletiu-se sobre a existência de outros espaços acadêmicos que poderiam ser ocupados pela área de Análise. Assim, se registrou que havia uma notícia dando conta do planejamento de "Programa Nacional de Verão". Desse modo,

> Foi mencionado que a CAPES e outras instituições estão cogitando de organizar um tal programa, que substituiria paulatinamente a necessidade

de cursos elementares nos Colóquios (*Planejamento de Atividades na Área de Análise*, Arquivo Pessoal de Pedro Nowosad, dezembro de 1974, p. 3).

(f) Atividades efetivamente programadas

Os registros da 2ª Reunião de analistas em comento dão conta de que duas outras atividades, abaixo explicitadas, já estavam programadas para o ano de 1975:

1. *Escola de Verão em Brasília – de 15 de janeiro a 28 de fevereiro de 1975 – com os seguintes cursos:*

   - Cálculo das Variações – Prof. Pedro Nowosad.
   - Equações Integrais – Prof. Geraldo S. S. Ávila.
   - Semi-grupos não Lineares e Aplicações – Prof. Jerome Goldstein.

   Para a citada Escola de Verão também estão previstos Seminários de três áreas, inclusive a de Análise. Aliás, é relevante destacar no documento *"Planejamento de Atividades na Área de Análise"* um convite para que os analistas procurassem ocupar esse espaço institucional foi oficialidado do seguinte modo: "Espera-se que vários analistas se interessem em passar alguns dias em Brasília durante este período. Interessados favor entrar em contato." (*Planejamento de Atividades na Área de Análise*, Arquivo Pessoal de Pedro Nowosad, dezembro de 1974, p. 4).

2. *Reunião de Equações Diferenciais Parciais e Funcionais.*

   - *Local:* São Carlos/SP, com patrocínio da SBM.
   - *Período:* de 2 a 6 de julho de 1975.
   - *Organizadores:* Prof. Waldyr Oliva, A. Izé e Orlando.
   - *Professores visitantes:* além dos anteriormente mencionados, acrescentou-se o nome do Prof. Shu-Nem-Chow.

(g) Lista adicional de trabalhos para a coleção de conferências

Na 2ª Reunião em pauta, os seguintes trabalhos foram incluídos na lista de propostas de conferências do ciclo que havia sido idealizado ainda durante a 1ª Reunião de Planejamento:

1) Integral de Wiener (Suetlichny).
2) Programação Linear e Preços (Nowosad).
3) Equações Integrais (Tovar).
4) Espaços de Orlicz (Iracema).
5) Problema Inverso do Espalhamento (Portinari).
6) Espalhamento (Perla).
7) Mecânica Quântica (Mike O'Carrol & Nowosad).
8) Solubilidade Local (Cardoso).
9) Mecânica dos Fluidos (Nowosad).

O Prof. Chaim propôs que o nome do Prof. Pedro Nowosad fosse incluído na Comissão Editorial desta Série de Conferências.

Sugeriu-se que alguns desses tópicos – como, por exemplo, Mecânica dos Fluidos – fossem incluídos na série de monografias já publicadas pelo IMPA e que para os outros assuntos fossem criados duas séries: uma para "divulgação" e outra "especializada" (haja vista as propostas já existentes).

(h) Grupos de Trabalhos

Na 2ª Reunião aqui tratada, também se elegeu uma série de artigos de grande atualidade naquele período e que estão relacionados com o problema de solubilidade local. A lista dos escolhidos foi:

a) Hörmander, L., "On the Singularities of Solutions of Partial Differential Equations", Comm. Pure App. Math., Vol. XXIII.

b) Chazarin, J., "Propagation des singularités pour une classe d'operáteurs a caractéristiques multiples et résobulité locale", Ann. Inst. Fourier 24, 1 (1974), 203-223.

c) Hörmander, L., "Existence of singularities of linear O. D. E.", Palestra em Princeton, 1971, L'Enseignement Mathématique 1972 (73?) [sic].

d) Tréves, F., Palestra no Seminário Goulaic-Schwarz, 1973.

e) Niremberg, L., "Lectures on linear O. D. E., Conference Bourd of Math. Sciences n° 17, A. M. S., 1972.

Uma nota histórica dá conta de que:

> apesar de se saber que as singularidades se propagam ao longo das características, somente em 1960 foi iniciado o estudo sistemático da construção de solução com singularidades no artigo *"Solutions de l'equation des ondes présentant des singularités sur une droite".* Note de Martin Zerner, Comptes Rendues A. S. 1960, 1er. Semestre (T. 250, n° 18) cujo resumo segue:
>
> *"On construit des fonctions localement intégrables, indéfiniment différentiables en dehors d'une droite sur laquelle elles présentent effectivement des singularités, solutions dans tout l'espace (au sensdes distributions) d'une equation hyperbolique du second ordre à coefficients constants second member."* (*Planejamento de Atividades na Área de Análise*, Arquivo Pessoal de Pedro Nowosad, dezembro de 1974, p. 5).

Referente a outra área – singularidades fortes – foi sugerido um artigo premiado (do tipo *"survey"*):

- Lax, P. D., "The Formation and Decay of Shock Waves", Journal of the Mathematical Assoc. of America, March 1972, 227-241.

(i) Sobre uma próxima Reunião

Como os analistas presentes a essa 2ª Reunião se encontrariam no período da Escola de Verão da Universidade de Brasília, ficou combinado que naquela oportunidade eles decidiriam quando seria organizada a próxima reunião de Planejamento da área.

Ao que me consta, comparado com a 1ª Reunião, não houve um comparecimento tão expressivo a esta 2ª Reunião. É o que deduzo a partir do seguinte registro: "Espera-se poder contar com um número maior de participantes." (*Planejamento de Atividades na Área de Análise*, Arquivo Pessoal de Pedro Nowosad, dezembro de 1974, p. 5).

Por fim, o responsável pela feitura do documento em tela fez a seguinte anotação:

> Esta reunião foi realizada graças ao auxílio financeiro dado pelo Instituto de Matemática e Estatística da USP, CNPq e outras instituições. *Como na 1ª Reunião, os pareceres emitidos são de responsabilidade individual* (*Planejamento de Atividades na Área de Análise*, Arquivo Pessoal de Pedro Nowosad, dezembro de 1974, p. 6).

Em uma mensagem eletrônica, datada de 09/03/2007, o Prof. Nowosad me deu ciência de que só aconteceram essas duas reuniões de planejamento da área de Análise. Nessa mesma correspondência, o Prof. Nowosad esclareceu-me que a ideia de se criar o Seminário Brasileiro de Análise – SBA – ao contrário do que eu pensava – não surgiu no âmbito dessas Reuniões de Planejamento, realizadas em 1974.[11]

A título de curiosidade, é oportuno registrar que, através de um ofício sem número, de 03/04/1976, o Prof. Nowosad prestou contas

---

[11] O contexto em que se deu a inauguração do SBA é tratado na minha tese de doutoramento "Uma história do processo de institucionalização da área de análise matemática no Brasil", defendida, em 2008, no âmbito do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista – Unesp, Campus de Rio Claro/SP.

do gasto de 6.084 cruzeiros. Assim, foram devolvidos ao CNPq 1.816 cruzeiros dos 7.900 liberados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GERMANO, J. W. *Estado militar e educação no Brasil.* – 4. ed. São Paulo, SP: Cortez, 2005.

KUNSCH, M. M. K. *Universidade e comunicação na edificação da sociedade*. São Paulo: Loyola, 1992.

SOBRAL, F. A. da F. et alii. *Ensino Superior: descompromisso do Estado e privatização*. In: Revista Educação & Sociedade, Campinas, SP, vol. 28, pp. 67-92, dez. 1987.

TOLEDO, J. do C. *Uma história do processo de institucionalização da área de análise matemática no Brasil.* Rio Claro/SP : [s.n.], 2008. Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista - Unesp.

EM BRANCO

O PROBLEMA DA DEFINIÇÃO DE PROBABILIDADE CONTÍNUA E O CONCEITO PONTO IMAGEM DE PACHECO D'AMORIM

RUI FILIPE VARGAS DE SOUSA SANTOS

Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Leiria
Centro de Estatística e Aplicações da Universidade de Lisboa – CEAUL
Morro do Lena - Leiria
Portugal

rui.santos@ipleiria.pt

Resumo: A definição rigorosa de probabilidade em conjuntos com a potência do contínuo foi um dos problemas mais delicados de superar na História da Teoria da Probabilidade. Até ao início do Século XX era utilizada a definição geométrica de probabilidade, extensão da definição clássica ao caso contínuo, na resolução de problemas. Contudo, conforme Bertrand (1888) ilustrou de forma brilhante, a utilização desta definição pode dar origem a diversos paradoxos. Borel (1909a) apresenta diversas ideias originais para probabilizar em conjuntos com a *potência do contínuo*. Maynard Keynes (1921), fundamentando a sua opinião no actualmente famoso *wine/water paradox*, apresenta uma opinião bastante céptica acerca da utilização da probabilidade neste tipo de conjuntos, nomeadamente no que se refere à aplicação do princípio da razão insuficiente de Bernoulli e Laplace (ou, princípio da indiferença, como Keynes o denomina). A probabilidade contínua apenas ficou rigorosamente definida com a axiomática de Kolmogoroff (1933) e a sua definição de valor esperado condicional a conjuntos de medida nula, o que permitiu esclarecer o paradoxo de Borel. Todavia, apesar da fundamentação do Cálculo das Probabilidades proposta por Pacheco D'Amorim (1914) não resolver este problema, o seu conceito Ponto Imagem pode ser utilizado para clarificar o problema da mistura de vinho e água de Keynes. Neste artigo analisaremos as principais dificuldades de obtenção de uma definição rigorosa de probabilidade contínua, comentaremos a concepção de Ponto Imagem proposta por Diogo Pacheco D'Amorim e faremos referência a um conceito apresentado por Rodolfo Guimarães (1904), no contexto da Teoria dos Erros, que é muito semelhante ao de Função de Distribuição, essencial na construção de Kolmogoroff, sendo a sua origem atribuída aos trabalhos de Richard von Mises (1919).

Palavras-chave: Matemáticos Portugueses, Probabilidade, História.

THE DEFINITION OF CONTINUOUS PROBABILITY AND THE PACHECO D'AMORIM'S IMAGE POINT CONCEPT

Abstract: The rigorous definition of continuous probability was one of the most difficult problems to overcome in Probability Theory. In the beginning of the XX century it was applied the geometric probability definition to solve continuous probability problems.

However, Bertrand (1888) created several paradoxes by the use of this definition. Keynes (1921) criticized the geometric definition and the application of the Bernoulli and Laplace principle of insufficient reason by the use of the wine/water paradox. The continuous probability was only rigorously defined by Kolmogoroff (1933) with the axiomatization of Probability based in Measure Theory concepts. Nonetheless, several interesting ideas were proposed previously. Rodolfo Guimarães (1904) uses a concept similar to distribution function (which is usually credited to von Mises (1919)); Borel (1909a) proposed several new ideas to justify probabilities in continuous regions; and Pacheco d'Amorim (1914) proposed the image point concept to justify the use of different densities (from the uniform case). In this paper we will focus our attention on these histories from the Probability History.

Keywords: Portuguese Mathematics, Probability, History.

1. INTRODUÇÃO

1.1. Probabilidade no início do século XX

No início do século XX não existe uma definição geral de Probabilidade. Na resolução de problemas, nos casos discretos era utilizada a *definição clássica* de probabilidade onde a probabilidade de um acontecimento é determinada pelo quociente entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis. No caso contínuo era utilizada uma extensão da definição clássica, denominada *definição geométrica* de probabilidade, onde a probabilidade de uma região é igual ao quociente entre a medida[1] da região favorável e a medida da região possível. Contudo, a utilização destas duas definições só é consistente sob duas condições: o universo ser *limitado* (isto é, a medida do universo ser finita) e a existência de *equiprobabilidade* (todos os possíveis resultados elementares têm igual possibilidade/probabilidade de ocorrerem). A equiprobabilidade, em algumas experiências aleatórias, é baseada no *princípio da simetria* e, quando tal simetria não exista entre os possíveis resultados, no *princípio da razão insuficiente de Bernoulli e Laplace* segundo o qual podemos considerar os resultados equiprováveis se não houver

[1] Por medida entenda-se comprimento, área, volume, dependendo do número de dimensões da região possível.

nenhuma razão para suspeitar que um resultado é mais ou menos provável do que os restantes resultados. Naturalmente que a aplicação deste último princípio em aplicações com o universo infinito, quer seja numerável ou não (contínuo), fez com que aparecessem diversos *paradoxos*, entre os quais salientamos, devido à sua influência na época, o problema dos acontecimentos equivalentes, o paradoxo de Bertrand, o de Borel-Kolmogoroff e o de Keynes/von Mises, que resumidamente descreveremos[2]. A clarificação destes (entre outros) problemas foi fundamental para o estabelecimento das bases da Teoria da Probabilidade.

1.2. Paradoxos em Probabilidade *circa* 1900

1.2.1. O problema dos acontecimentos equivalentes com probabilidades distintas

A limitação à aplicação da definição geométrica de probabilidade, na resolução de problemas em probabilidade contínua, originou diversas contradições mesmo em problemas que se afiguram simples. Por exemplo, ao escolhermos aleatoriamente um número x no intervalo [0, 100] a probabilidade de x assumir um valor superior a 50 é igual a ½. Contudo, se considerarmos o número $y = x^2$, este será escolhido de forma "aleatória" (não determinística) no intervalo [0, 10000] sendo a probabilidade de y ser superior a 2500 (acontecimento equivalente a x ser superior a 50) igual a 0.75 (exemplo retirado de Bertrand (1888, p. 4)). Temos, então, dois acontecimentos equivalentes com probabilidades distintas. De uma forma geral, se tivermos uma função crescente f: $[a, b] \rightarrow [f(a), f(b)]$, e supondo $[c, d]$ um qualquer subconjunto de $[a, b]$, então a probabilidade de x pertencer ao intervalo $[c, d]$ é dada por $\frac{d-c}{b-a}$ o que, regra geral, será distinta da probabilidade do acontecimento equivalente, isto é, da probabilidade de $f(x)$ pertencer a $[f(c), f(d)]$ que assume o valor $\frac{f(d)-f(c)}{f(b)-f(a)}$ (*cf.* Borel (1909b, p. 84-85) e Keynes (1921, p. 48)). Desta forma,

[2] Outros paradoxos influentes na evolução da Teoria das Probabilidades podem ser consultados em von Plato (1994) ou em Székely (1986).

para problemas que aparentam ser equivalentes obtemos probabilidades diversas.

1.2.2 – Paradoxo de Bertrand

Um dos paradoxos mais célebres da história da Probabilidade é o *paradoxo de Bertrand* (ou problema da corda) no qual pretende-se determinar a probabilidade de uma corda, escolhida ao acaso num círculo de raio *r*, ter um comprimento superior ao comprimento dos lados do triângulo equilátero inscrito nesse círculo. Bertrand (1888, p. 4-5) propõe três resoluções distintas para este problema. Na primeira solução Bertrand supõe fixa uma das extremidades da corda (pois a sua localização não afectará a probabilidade) e escolhe, à sorte, na circunferência a outra extremidade da corda. Deste modo, uma vez que o triângulo divide a circunferência em três arcos iguais, sendo apenas um deles favorável (cf. primeiro gráfico da Figura 1), a probabilidade será igual a ⅓. Na segunda solução Bertrand supõe fixa a direcção da corda (seja qual for a direcção utilizada vamos obter a mesma probabilidade), por exemplo horizontal, e escolhe, à sorte, um ponto no diâmetro que lhe é perpendicular (cf. segundo gráfico da Figura 1), sendo a probabilidade assim obtida igual a ½. Por fim, na última solução Bertrand escolhe, à sorte, no círculo o ponto central da corda (pois a cada ponto está associada uma única corda nestas condições, com excepção do centro do círculo que é um conjunto de medida nula). Utilizando este último raciocínio obtemos uma probabilidade igual a ¼.

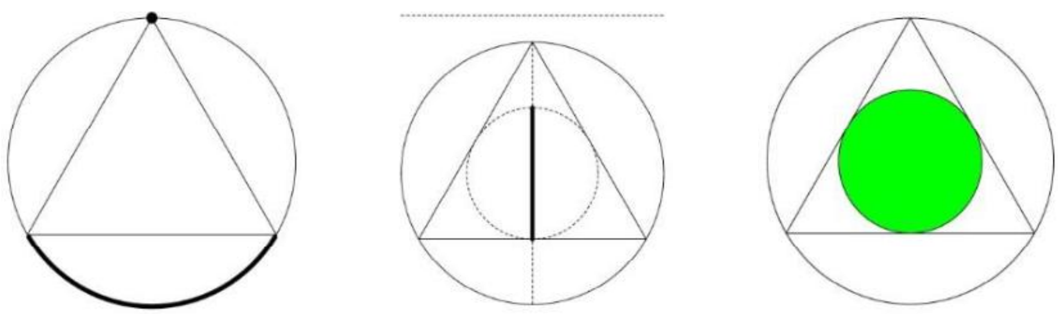


Figura 1: Três soluções do paradoxo de Bertrand

Bertrand obtém, desta forma, três soluções distintas utilizando em todas elas uma relação biunívoca entre o ponto escolhido aleatoriamente e o arco (excepto num conjunto de medida nula numa das soluções). Czuber (1908) apresenta ainda outras três soluções consistentes do mesmo problema e Bower (1934) considera que o número de soluções é infinito. Bertrand (1888), Poincaré (1896), Borel (1909b, 1914) e Bachelier (1912), entre outros autores da época, justificam as distintas soluções de Bertrand pela falta de clareza do enunciado, considerando que as três soluções são válidas de acordo com um determinado modo de escolha, à sorte, da corda.

1.2.3. Paradoxo de Borel-Kolmogoroff

Um outro problema incontornável da História da Teoria da Probabilidade é o problema da superfície esférica, no qual são escolhidos, à sorte, dois pontos (m_1 e m_2) sobre a superfície duma esfera de raio r e pretende-se determinar a probabilidade de que o menor arco do círculo máximo que liga os dois pontos seja inferior a uma determinada quantidade α. Este problema é habitualmente denominado por *paradoxo de Borel-Kolmogoroff*, Borel como identificação do autor do problema e Kolmogoroff como o autor da sua solução, contudo este problema já aparece na obra de Bertrand (1888, p. 6) restrito à situação $r = 1$ e $\alpha = 10'$.

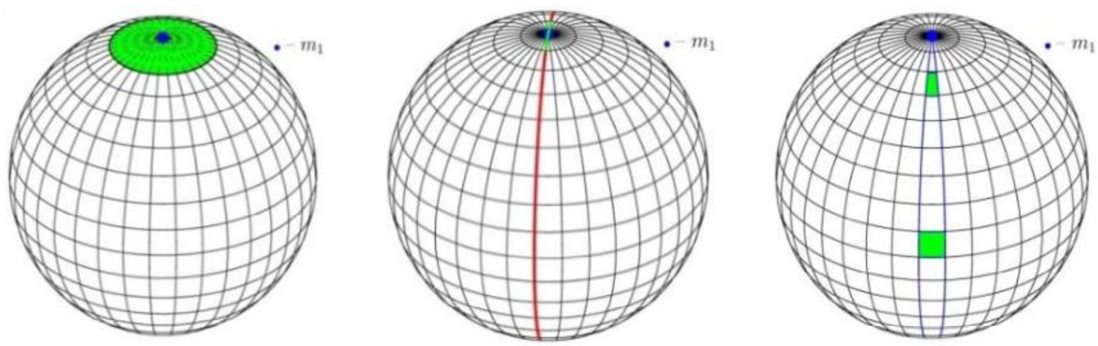


Figura 2: Paradoxo de Borel-Kolmogoroff

Bertrand considera que o primeiro ponto (m_1) pode ser considerado conhecido (pois independentemente da sua localização na esfera vamos obter a mesma probabilidade) e propõe duas soluções distintas para o problema. Na primeira solução, supondo o ponto m_1 fixo, Bertrand escolhe aleatoriamente a localização do segundo ponto na superfície da esfera, sendo a probabilidade pretendida determinada pelo quociente entre a área favorável (calote tendo o ângulo $2\alpha r$ de abertura e o ponto m_1 por vértice, cf. ilustra primeira esfera representada na Figura 2) e a área possível (toda a superfície da esfera). A probabilidade obtida é aproximadamente igual a 2×10^{-6}. Por outro lado, Bertrand considera que podemos considerar quer o ponto m_1 quer o arco de círculo máximo que une os dois pontos como fixos (pois independentemente da sua localização, iremos sempre obter a mesma probabilidade) e escolhemos, à sorte, o ponto m_2 no arco (consultar segunda esfera representada na Figura 2). Desta forma, uma vez que um arco de círculo máximo contém 2160 arcos de 10', dos quais só dois são favoráveis (um para cada lado do ponto m_1), a probabilidade será aproximadamente 9×10^{-4} (valor distinto da primeira solução).

Para Borel (1909b, 1914) só a primeira solução de Bertrand está correcta, pois se dividirmos a superfície esférica em regiões de igual área, então a probabilidade de cada ponto pertencer a uma dessas regiões deve ser igual em todas essas regiões, o que considera acontecer na primeira resolução mas não na segunda. Na segunda resolução de Bertrand, uma vez que os arcos têm largura nula, a probabilidade dos pontos se situarem sobre um arco fixo é igualmente nula. Como tal, segundo Borel, devemos considerar dois arcos de círculo máximo (próximos) que passem pelo ponto fixo m_1 e analisar o que acontece quando a distância entre esses arcos converge para zero. Neste raciocínio é notório que os pontos não têm todos a mesma probabilidade, pois, se o ponto m_1 se situar no pólo norte (fazendo comparação da esfera com o nosso planeta, cf. última esfera representada na Figura 2), os pontos situados no equador serão mais prováveis que os situados no pólo sul. Deste modo, a ideia de escolha aleatória do ponto m_2 na esfera é contrariada.

Este paradoxo só foi claramente esclarecido por Kolmogoroff (1933, p. 50-51), utilizando a sua definição de probabilidade condicionada (como valor médio condicional de uma variável aleatória) com recurso ao Teorema de Radon-Nikodym que garante a existência e unicidade da medida condicionada. Contudo, o problema está, uma vez mais, na falta de clareza do enunciado do problema (não indicando a forma pela qual os pontos são escolhidos aleatoriamente na esfera).

1.2.4. Paradoxo de Keynes/von Mises

Outro problema influente na discussão dos conceitos elementares do Cálculo de Probabilidades, no início do século XX, é o problema da mistura de vinho e água. Consideremos um copo com uma determinada quantidade de líquido (a solução do problema é independente da quantidade de líquido utilizada). Considerando que o líquido só é composto por água e vinho e que o quociente entre a quantidade de vinho e a quantidade de água, que representaremos por x, situa-se entre $^1/_3$ e 3 ($^1/_3 \leq x \leq 3$), qual o valor da probabilidade desse quociente ser inferior a 2? Este problema é conhecido por *paradoxo de Keynes* (ou, igualmente, por *paradoxo de von Mises*), tendo sido utilizado por estes autores para criticar o princípio da indiferença (forma com Keynes (1921) denomina o princípio da razão insuficiente de Bernoulli e Laplace). Existem diversas versões do enunciado deste paradoxo, contudo o problema inerente à sua resolução é análogo em todos esses enunciados. São, tipicamente, propostas duas soluções para o problema. Na primeira consideramos que, uma vez não ter qualquer informação sobre a quantidade x, pelo princípio da indiferença teremos que a probabilidade será dada pela medida (neste caso comprimento) da região favorável a dividir pela medida da região possível, obtendo-se uma probabilidade igual a $^5/_8$. Contudo, podemos utilizar igual raciocínio para a quantidade y que corresponde ao quociente entre a quantidade de água e a quantidade de vinho, por conseguinte, $y = {}^{1}/_{x}$. Tendo em consideração o suporte de x, a quantidade y terá suporte igual, sendo o acontecimento pretendido, de x ser inferior a 2, equivalente a y ser superior a ½, para o qual, recorrendo ao princípio da indiferença, obtemos uma probabilidade igual a ${}^{15}/_{16}$. Obtemos, então, duas soluções distintas aplicando o mesmo princípio em ambas as resoluções. Deste modo, concluímos que a utilização do princípio da indiferença simultaneamente à quantidade x e à quantidade $y = {}^{1}/_{x}$ é incompatível!

1.3. A axiomática de Kolmogoroff (1933)

A clarificação de muitos paradoxos só surgiu em 1933, com os *Fundamentos da Teoria da Probabilidade* de Kolmogoroff, baseados em conceitos da *Teoria da Medida*. Consideremos uma experiência aleatória com possíveis resultados $\boldsymbol{\Omega} = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$, onde ω_i com $i = 1, \ldots, n$ representam os resultados elementares, sendo $\boldsymbol{\Omega}$ denominado por universo, espaço de resultados ou espaço amostra[3]. Seja $\mathcal{F}$ uma classe, não vazia, de subconjuntos de $\boldsymbol{\Omega}$, sendo os elementos deste conjunto denominados por acontecimentos aleatórios (ω_i correspondem aos acontecimentos elementares). Neste contexto Kolmogoroff em 1933 apresenta os seguintes axiomas:

i. $\mathcal{F}$ é um corpo[4] de conjuntos;

ii. $\Omega \subset \mathcal{F}$;

[3] O conceito espaço amostra, basilar nos fundamentos apresentados por Kolmogoroff, foi concebido por Richard von Mises na tentativa de formalização da interpretação frequencista de Probabilidade com o recurso ao seu conceito de *colectivo* (*cf.* von Mises, 1919).

[4] Um sistema de conjuntos é denominado um corpo se for fechado para as operações habituais de conjuntos, isto é, se o conjunto obtido através da união, da intersecção ou da diferença entre dois conjuntos do sistema também pertencer ao sistema.

iii. Para cada acontecimento A (*i.e.* $A \subset \mathcal{F}$) é associado um número real não negativo $P(A)$ denominado probabilidade do acontecimento A;

iv. $P(\Omega) = 1$;

v. Aditividade: Sejam A_1 e A_2 subconjuntos de $\mathcal{F}$, se A_1 e A_2 não têm elementos comuns ($A_1 \cap A_2 = \emptyset$) então $P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2)$.

Desta forma, primeiro definimos o espaço amostra **Ω**, constituído por todos os possíveis resultados da experiência aleatória. Depois construímos o espaço de acontecimentos $\mathcal{F}$, que define quais são os subconjuntos de **Ω** que vão ser probabilizáveis, isto é, que terão atribuída uma probabilidade. Este espaço está definido nos dois primeiros axiomas (que, na apresentação actual da axiomática de Kolmogoroff, não são utilizados, pois partimos logo de um espaço mensurável, não sendo necessário definir, através de axiomas, as características do domínio da função *P*). No caso finito, podemos utilizar o conjunto potência do conjunto **Ω** (ou conjunto de todas as partes de **Ω**), que corresponde ao conjunto de todos os possíveis subconjuntos de **Ω**. Contudo, tal construção não é possível quando o número de possíveis resultados é infinito não numerável, pois nesse caso existirão conjuntos não mensuráveis (que, estando incluídos em $\mathcal{F}$, darão origem a contradições).

Os cinco axiomas apresentados são suficientes para a análise de qualquer experiência aleatória cujo espaço de resultados seja finito. No entanto, nas experiências aleatórias cujos espaços de resultados **Ω** são constituídos por um número infinito de resultados, devemos acrescentar, aos axiomas anteriormente apresentados, o axioma da continuidade da medida de probabilidade, que corresponde ao sexto axioma apresentado por Kolmogoroff.

vi. Continuidade da medida de probabilidade: Seja $\{A_n\}_{n\geq 1}$ uma sucessão de acontecimentos de $\mathcal{F}$ tal que A_n decresce para $\emptyset$ (*i.e.* $A_1 \supset A_2 \supset \ldots \supset A_n \to \emptyset$ quando $n \to \infty$) então $P(A_n) \to 0$ quando $n \to \infty$.

A σ-aditividade, que actualmente corresponde ao terceiro axioma quando apresentamos a axiomática de Kolmogoroff para o caso infinito, é apresentada por Kolmogoroff como teorema (Teorema da Aditividade Generalizada), sendo a sua demonstração baseada no axioma da continuidade da medida e na aditividade.

Actualmente, é usual apresentar a axiomática de Kolmogoroff utilizando somente três axiomas, considerando um *espaço de probabilidade* definido pelo terno $(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$, onde $\mathcal{F}$ (espaço dos acontecimentos) é uma σ-álgebra gerada por um conjunto de subconjuntos de Ω[5] e P uma medida de probabilidade associada ao par $(\Omega, \mathcal{F})$ satisfazendo os axiomas:

i. $\forall A \in \mathcal{F} : P(A) \geq 0$;

ii. $P(\Omega) = 1$;

iii. σ-aditividade[6]: para quaisquer acontecimentos $A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots$ disjuntos dois a dois: $P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n \cup \ldots) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n) + \ldots$

Outro conceito fundamental na construção de Kolmogoroff é o de *variável aleatória*, que é uma aplicação X(.) do espaço de probabilidade $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ no espaço de probabilidade $(\mathbb{R}, \mathfrak{B}, P_X)$. Com esta aplicação deixamos de trabalhar num espaço de resultados abstracto Ω e transpomos a medida de probabilidade para o conjunto de números

---

[5] A utilização do conceito σ-álgebra substitui os axiomas *i)* e *ii)* da proposta original de Kolmogoroff.

[6] No caso de Ω ser finito, no terceiro axioma bastará a aditividade (em substituição da σ-aditividade).

reais - $\mathbb{R}$. O conjunto $\mathfrak{B}$ representa a σ-álgebra de Borel sobre $\mathbb{R}$ e P_X é a medida associada aos borelianos (a medida P transposta para $\mathbb{R}$). À primeira vista, o ganho obtido com a utilização do conceito variável aleatória parecer ser modesto, porque passamos de uma medida de probabilidade P para outra medida de probabilidade P_X e as medidas, sendo funções de conjuntos, são pouco familiares. Contudo, como $\mathfrak{B}$ pode ser gerado pelas semi-rectas $]-\infty, x]$, para qualquer valor real x, podemos recorrer à *função de distribuição*, função $F_X(x) = P_X\ (]-\infty, x])$, cujo argumento x é um ponto e, como tal, uma função usual (de mais fácil análise que as funções de conjuntos). Deste modo, actualmente, na modelação dos fenómenos aleatórios associamos à experiência aleatória uma variável aleatória X, que é univocamente caracterizada pela sua função de distribuição F_X, sem termos de nos preocupar com a modelação do espaço de probabilidade inicial $(\Omega, \mathcal{F}, P)$, que caracteriza a experiência aleatória.

Efectivamente, a construção de Kolmogoroff permitiu esclarecer muitos paradoxos que no início do século XX assombravam a Teoria da Probabilidade, contudo, no primeiro quartel desse século, quando a Teoria da Medida era ainda muito incipiente, muitas foram as tentativas de fundamentar as regras do cálculo das probabilidades. Neste artigo comentaremos um pequeno livro de Rodolfo Guimarães, publicado em 1904, com objectivos didácticos, mas que inclui um conceito semelhante ao de função de distribuição; relembramos o princípio de Borel, proposto em 1909, para probabilizar em conjuntos com a *potência do contínuo*; e analisamos o conceito *ponto imagem* concebido por Diogo Pacheco d'Amorim na sua tese de doutoramento defendida na Universidade de Coimbra em 1914, na tentativa de fundamentar o Cálculo das Probabilidades.

2. A *FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO* DE RODOLFO GUIMARÃES (1904)

Representando, em geral, por x o erro commettido na medida de uma grandeza, é evidente que a probabilidade de commetter um erro comprehendido entre 0 e x, augmentará com x, e será, pois, uma funcção F de x, dependendo do genero de observações ou experiencias que tenham dado esta medida.

Designando por p_x a probabilidade para que o erro fique comprehendido entre x e $x + dx$, em virtude do principio da probabilidade total, poderemos estabelecer a equação

$$F(x + dx) = F(x) + p_x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

posto que o primeiro membro represente a probabilidade para que o erro fique comprehendido entre 0 e $x + dx$ e isto terá logar quando 0 esteja entre 0 e x, ou entre x e $x + dx$.

Da equação (1) deduz-se

$$p_x = F(x + dx) - F(x) = \varphi(x)\, dx \ldots\ldots (2)$$

designando $\varphi(x)$ a derivada de $F(x)$.

Figura 3: Capa e excerto de Guimarães (1904, p. 34)

Rodolfo Ferreira Dias Guimarães (1866–1918), professor da Escola do Exército de Lisboa (actual Academia Militar), célebre pela sua investigação em História da Matemática, nomeadamente pela edição de um catálogo das obras de Matemática publicadas por autores portugueses durante o século XIX[7] e pela divulgação da obra de Pedro Nunes (1502–1578), publica em 1904 um riquíssimo opúsculo intitulado *Noções sobre Cálculo das Probabilidades, Theoria dos Erros e Méthodo dos Mínimos Quadrados,* que contém os principais resultados, existente na época, nesta área. Este tratado corresponde ao volume **223** da colecção *Bibliotheca do Povo e das Escolas*, uma colecção assinalável, destinada quer ao mercado português quer ao brasileiro, em cuja capa se declara: *"Cada volume abrange 64 paginas, de composição cheia, edição estereotypada, - e fórma um tratado elementar completo n'algum ramo de sciencias, artes ou industrias, um florilegio litterario, ou um aggregado de conhecimentos uteis e indispensaveis, expostos por fórma succinta e concisa, mas*

[7] Consulte-se, por exemplo, Guimarães (1900). Mais informações acerca da obra de Rudolfo Guimarães podem ser obtidas em Saraiva (1997).

clara, despretenciosa, popular, ao alcance de todas as intelligencias" (imagem da capa da obra de Rodolfo Guimarães pode ser visualizada na Figura 3). Correspondendo a tal apresentação, esta extensa colecção de livros de pequeno formato (11cm×17cm), com o primeiro volume publicado em 1881 – *História de Portugal* de David Corazzi, abordava os mais diversos assuntos, tais como a Matemática (nas suas distintas áreas, como por exemplo, em 1910, *Geometria e trigonometria espherica,* do autor agora em referência, mas também de outros autores *Álgebra elementar* (1881); *Geometria no espaço* (1882); *Geometria descritiva* (1884), *Mecânica* (1886), *Geometria plana* (1900), entre outros), a Física, a Química, a História, a Geografia, a Filosofia, a Religião, a Meteorologia, a Gramática, a Arte, a Anatomia, a Culinária, o Cultivo, a Ginástica, até a *Hygiene da Habitação.*

É, no texto apresentado na capa, claramente indicado o propósito deste opúsculo de Rodolfo Guimarães, pois não se trata de uma obra com objectivos inovadores, mas antes de apresentar os principais resultados existente na época na área do Cálculo das Probabilidades. Neste sentido, o conteúdo da obra é semelhante ao das principais obras internacionais da época[8] onde, após uma breve resenha histórica do Cálculo das Probabilidades, aponta a definição clássica de probabilidade, baseada na equipossibilidade, através da qual deduz as principais propriedades da Probabilidade, tais como os Teoremas da Probabilidade Composta, da Probabilidade Total, de Bayes, entre outros. Define a esperança matemática em jogos de azar, com a qual analisa o paradoxo de S. Petersburgo, e apresenta a esperança moral de Nicolau Bernoulli. Demonstra o Teorema de Jacob Bernoulli (Lei [Fraca] dos Grandes Números) e o Teorema Limite Central (de Moivre–Laplace), ambos restritos a provas de Bernoulli com igual

[8] Compare-se esta obra com, por exemplo, as diversas edições de Lacroix (1816), provavelmente a obra mais influente no ensino da Probabilidade na Europa Ocidental durante o século XIX, ou com outras obras suas contemporâneas, tais como Montessus de Ballore (1908) em França, ou Alcayde y Carvajal (1908) em Espanha.

probabilidade, referindo a generalização de Poisson (1837) para provas com probabilidades de sucesso distintas. Não examina, no entanto, os casos gerais, obtidos pela escola russa de probabilidade[9], tanto as generalizações da Lei dos Grandes Números de Chebycheff, de 1867, e de Markoff, de 1900, que não se restringem a provas de Bernoulli mas impõem condições aos momentos da distribuição, como ainda o Teorema Limite Central de âmbito geral demonstrado por Lyapounov em 1901, resultados que, aliás, estão ausentes nas publicações ocidentais até à obra de Castelnuovo, que só aparece em 1919. O autor dedica uma boa parte desta obra à Teoria dos Erros, expondo as hipóteses subjacentes aos erros para que sejam caracterizados pela Lei de Gauss e verificando experimentalmente este resultado na medição de ângulos[10]. O estudo termina com a exposição do Método dos Mínimos Quadrados.

No contexto da Teoria dos Erros, Guimarães (1904, p. 34, que é parcialmente apresentada na Figura 3) define a função $F(x)$ como sendo a probabilidade de o erro ε situar-se entre 0 e x, deduzindo que

---

[9] Uma boa descrição da investigação efectuada pela escola de São Petersburgo pode ser consultada em Maistrov (1974). Castelnuovo (1919) considera que, depois da obra prima de Laplace (1812), unicamente a escola russa de probabilidade deu contributos significativos para o desenvolvimento da Teoria da Probabilidade, declarando que: ``*La grande opera di Tchebychef e della sua scola (…) (Markoff, Liapounoff,…) si accorgerà che essa costituisce il maggior contributo portato al calcolo delle probabilità dopo Laplace*".

[10] Refira-se que foi sobre esta temática, em destaque no século XIX e início do século XX, que incidiu a primeira tese de doutoramento defendida em Portugal na área das Probabilidades e Estatística, de Sidónio Paes (que seria Presidente da República Portuguesa em 1917–1918), com a tese intitulada *Introdução à Teoria dos Erros das Observações*, defendida na Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra em 1898. A segunda tese defendida em Portugal nesta área foi a de Diogo Pacheco d'Amorim, em 1914, da qual comentaremos um conceito na secção 4. Mais informações acerca dos primeiros doutoramentos efectuados em Portugal, nesta área, podem ser obtidas em Tiago de Oliveira (1991).

$$P(x < \varepsilon \leq x + dx) = F(x + dx) - F(x) = \varphi(x)\, dx,$$

onde $\varphi(x)$ representa a derivada da função $F(x)$. Recordemos que, em Teoria da Medida, F é uma função de distribuição de uma medida (finita) μ (definida sobre $\mathbb{R}$) se e só se

$$\mu(]a,b]) = \mathrm{F}(b) - \mathrm{F}(a), \text{ com } a < b \text{ e } a, b \in \mathbb{R}.$$

O aparecimento deste conceito é habitualmente associado aos trabalhos de Richard von Mises[11], que surgem a partir de 1919 (consultar, por exemplo, David e Edwards (2001), von Plato (1996) ou Siegmund-Schultze (2006), onde é bem patente a importância do conceito função de distribuição na obra deste autor). É, desta forma, curioso encontrar, 15 anos antes da publicação do artigo de von Mises, um conceito deveras semelhante a ser utilizado por Rodolfo Guimarães numa obra com objetivos unicamente didácticos.

3. O PRINCÍPIO DE BOREL (1909)

Émile Borel (1871–1956) publica em 1909 o artigo intitulado *Les Probabilités Dénombrables et leurs Applications Arithmétiques,* um artigo fundamental na história da Probabilidade que será, inequivocamente, uma das principais obras publicadas nas primeiras duas décadas do século XX nesta área. É neste artigo que surge pela primeira vez a aditividade numerável (σ-aditividade)[12] aplicada na Teoria da Probabilidade, um conceito essencial na construção de Kolmogoroff

[11] Uma análise crítica à obra de Richard von Mises pode ser consultada em Cramér (1953).

[12] Recordemos que foi Borel, na sua tese de doutoramento defendida em 1894, que introduz o conceito de funções de conjuntos que gozam da aditividade numerável ou σ-aditividade, bem como o conceito de conjuntos de medida nula, noções que se tornariam centrais na atribuição de medida a conjuntos.

(1933). É, com este argumento, que Borel fundamenta a possibilidade de atribuição de probabilidades a experiências aleatórias com um número infinito numerável de resultados possíveis. Surgem, no mesmo artigo, as primeiras versões dos actualmente denominados *Lema de Borel-Cantelli* e *Lei Forte dos Grandes Números* (para provas de Bernoulli com p = ½) e, assim, a inclusão de um novo tipo de convergência (convergência forte ou quase certa) no Cálculo de Probabilidades. É introduzido igualmente o conceito de *número normal*, conceito que gerou muita investigação quer em Teoria da Probabilidade quer em Teoria dos Números. Na definição de Borel um número é considerado um número *normal na base q* se na sua representação (na base *q*) as frequências relativas de cada dígito forem iguais a q^{-1} e, para qualquer *p* inteiro, as frequências relativas de cada umas das q^p possíveis combinações de *p* dígitos forem iguais a q^{-p}. Assim sendo, um número é *normal* se for *normal* para todas as bases *q*.

Por fim, é também neste artigo que Borel propõe um método (actualmente denominada por *princípio de Borel*) para probabilizar em conjuntos com a *potência do contínuo*. O principal objectivo do princípio de Borel é criar uma associação biunívoca entre uma *sequência de dígitos* que constituem a representação de um número, do intervalo [0,1], na base *q* e uma *sequência infinita de provas de Bernoulli* independentes com probabilidade de sucesso igual a $^1/_q$. Nesta exposição, sem perca de generalização, iremos restringir-nos a $q = 2$ (representação diádica ou binária de um número) onde qualquer número $\omega \in [0,1]$ pode ser representado por

$$\omega = .x_1\, x_2 \ldots x_n \ldots, \text{ com } x_i \in \{0,1\}, \text{ onde } \omega = \sum_{i=1}^{\infty} 2^{-i} x_i.$$

Notemos que os dígitos x_i podem ser associados a uma sequência infinita de lançamentos de uma moeda ao ar (infinitas provas independentes de Bernoulli com probabilidade de sucesso $p = ½$) onde x_i assume o valor 0 se no *i*-ésimo lançamento sair uma das faces ou assume o valor 1 caso saia a outra face da moeda. Consideremos, então, uma experiência aleatória que consiste numa sequência infinita de lançamentos de uma moeda. Seja **B** o conjunto de todos os possíveis resultados desta experiência. Deste modo, cada concretização da experiência é uma sequência infinita de zeros e uns, à qual é associado um único número real no intervalo [0,1]. Contudo, nem todos os números assumem uma só representação diádica. Existem os números que têm representação *binária degenerada* (isto é, que existe um número natural n tal que $x_i = 0$ para todo o i superior a n). Estes números têm duas possíveis representações diádicas pelo facto de

$$.x_1\, x_2 \ldots x_{n\text{-}1}\; 1\; 0\; 0\; 0\; 0\; 0 \ldots = .x_1\, x_2 \ldots x_{n\text{-}1}\; 0\; 1\; 1\; 1\; 1\; 1 \ldots$$

uma vez que $2^{-n} = 2^{-(n+1)} + 2^{-(n+2)} + 2^{-(n+3)} + \ldots$. Seja, então, **B'** o conjunto de todas as sequências de Bernoulli não degeneradas (retirando em **B** as sequências degeneradas). Com esta restrição podemos definir uma aplicação bijectiva entre **B'** e (0,1] (o ponto 0 foi retirado uma vez que só assume representação degenerada). Com estas definições o princípio de Borel pode ser enunciado do seguinte modo: Seja **A** um acontecimento associado a um determinado conjunto de sequências de Bernoulli $\mathbf{B_A} \subset \mathbf{B'}$. Seja $\mathbf{I_A} \subset (0,1]$ o intervalo associado a $\mathbf{B_A}$, então $\mathbf{P(A) = \lambda(I_A)}$ onde λ representa a medida de Lebesgue[13] (1902).

Recorrendo a este princípio Borel demonstrou, no artigo em referência, a Lei (Fraca e Forte) dos Grandes Números (para provas de Bernoulli com p = ½); bem como que a probabilidade de um número, escolhido aleatoriamente no intervalo (0,1], ser normal é igual à unidade (e, consequentemente, a probabilidade de o número ser racional é igual a zero, uma vez que um número racional não é um número normal).

---

[13] Para intervalos $(a,b] \in \mathbb{R}$ teremos $\lambda((a,b]) = b - a$, onde λ é uma função σ-aditiva.

4. O CONCEITO *PONTO IMAGEM* DE PACHECO D'AMORIM (1914)

Diogo Pacheco d'Amorim[14] (1888–1976), Professor da Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra, defendeu em 1914 na Universidade de Coimbra a sua tese de doutoramento intitulada *Elementos de Cálculo das Probabilidades*[15]. O principal objectivo de Pacheco d'Amorim é criar a fundamentação do Cálculo da Probabilidade de forma que:

> *"Partindo dela, a teoria das probabilidades pode reduzir-se a uma sucessão de proposições e definições, como qualquer outro ramo das Matemáticas Puras; a probabilidade contínua e a probabilidade descontínua aparecem com feições em tudo idênticas; os paradoxos desaparecem".* (Pacheco d'Amorim, 1914, p. ix)

Efectivamente a construção proposta por Pacheco d'Amorim não atinge os seus objectivos, contudo o autor desenvolve na sua obra alguns conceitos extremamente interessantes e inovadores, dos quais destacamos o conceito *ponto imagem* que, de seguida, iremos desenvolver.

Para Pacheco d'Amorim existem dois tipos de pontos, o ponto livre e o ponto imagem. O *ponto livre* x corresponde a um ponto lançado, à sorte, numa região limitada **X** contida em $\mathbb{R}^n$ e, consequentemente, é caracterizado pela equipossibilidade (distribuição uniforme em **X**). O *ponto imagem* $y = f(x)$, é indirectamente lançado na região $Y = f(X)$ onde f é uma função contínua e bijectiva (com inversa f^{-1}) logo, para qualquer região **Y'** contida em **Y** teremos $P(\mathbf{Y'}) = P(\mathbf{X'})$ onde $\mathbf{X'} = f^{-1}(\mathbf{Y'})$, isto é,

---

[14] Diversas informações sobre a sua vida e obra podem ser consultadas em Rodrigues (1992), Carvalho e Gomes (1994), Pestana (1994) e Pestana e Velosa (2001). Santos (2008) faz um análise exaustiva à proposta de fundamentação do Cálculo de Probabilidade efectuada por Pacheco d'Amorim na sua tese de doutoramento.

[15] Existe uma tradução para Inglês, contendo igualmente a versão original em Português, editada e anotada por S. Mendonça, D. Pestana e R. Santos, disponível em *http://www.estg.ipleiria.pt/~rui.santos*.

as probabilidades associadas ao ponto imagem y são determinadas pela probabilidade análoga no ponto livre x. Desta forma, apesar de o ponto livre ser obrigatoriamente caracterizado pela distribuição uniforme, o ponto imagem y pode ser caracterizado por uma distribuição distinta da uniforme (não sendo os pontos do seu suporte equipossíveis). Este resultado, com outra fundamentação e generalização[16] que Pacheco d'Amorim não concretizou, é actualmente conhecido como Teorema da Transformação Uniformizante, correspondendo ao principal fundamento da Simulação, uma secção que actualmente assume uma importância capital na Teoria da Probabilidade. Notemos, também, que é igualmente possível efectuar um paralelismo entre o conceito ponto imagem, concebido por Pacheco d'Amorim, e o conceito variável aleatória, central na moderna Teoria da Probabilidade, podendo o primeiro ser considerado como uma primeira versão do segundo, sem ainda conter a necessária fundamentação proveniente dos resultados da Teoria da Medida (ainda quase inexistente em 1914). Para tal, bastará considerarmos que $(\Omega, \mathcal{F}, P)$, o espaço de probabilidade que caracteriza a experiência aleatória, é caracterizado pela equipossibilidade e, através da aplicação de uma função mensurável (variável aleatória) obtemos o espaço de probabilidade $(\mathbb{R}, \mathfrak{B}, P_X)$, o qual já não tem de ser caracterizado pela equiprobabilidade (e que corresponderá ao ponto imagem).

[16] Refira-se que, por um lado, o conceito proposto por Pacheco d'Amorim restringe-se a variáveis contínuas sendo a função f aplicada estritamente monótona (de forma a garantir a existência da sua inversa); por outro lado, uma vez que Pacheco d'Amorim não utiliza o conceito função de distribuição (que ainda não existia na época) não conclui que, aplicando este método, é possível obter qualquer distribuição para caracterizar o ponto imagem. O Teorema da Transformação Uniforme, sendo posterior à axiomática de Kolmogoroff, é baseado na função de distribuição e pode pode ser aplicado inclusivamente a variáveis cuja função de distribuição não pode ser escrita de forma explícita ou não possui inversa, tal como acontece com as variáveis aleatórias discretas, recorrendo, por exemplo, a funções inversas generalizadas.

Se recorrermos a este conceito na resolução do problema dos acontecimentos equivalentes (apresentado na secção 1.2.1), usando o ponto imagem $y = x^2$, vamos concluir que $x = y^{1/2} = f^{-1}(y)$, logo $P(y \in (2500, 10000]) = P(f^{-1}(y) \in (50,100]) = 1/2$ que corresponde ao mesmo valor que assume $P(x \in (50,100])$, considerando que x é um ponto livre. Deste modo, Pacheco d'Amorim salienta que devemos distinguir os pontos que são escolhidos aleatoriamente num intervalo (pontos livres) dos que não o são (pontos imagem) pois a definição geométrica de probabilidade só se aplica aos primeiros uma vez que os segundos não são caracterizados (regra geral) pela equipossibilidade. Para destacar esta ideia Pacheco d'Amorim definiu a *lei de possibilidade* π_y (que corresponde à actual função densidade) de um ponto imagem $y = f(x)$ em qualquer ponto $y \in \mathbf{Y} = f(\mathbf{X})$ como sendo o limite, quando $\lambda(\mathbf{V}_y) \to 0$, de $P(y \in \mathbf{V}_y)/\lambda(\mathbf{V}_y)$, onde $\mathbf{V}_y \subset \mathbf{Y}$ representa uma vizinhança de y *e* $\lambda(\mathbf{A})$ a medida da região $\mathbf{A}$. Com esta função podemos obter qualquer probabilidade referente ao ponto imagem y sem ter que regressar ao ponto livre x utilizando $P(A) = \int_A \pi_y(y)\, dy$. Deste modo, o ponto imagem, apesar de ser originado por uma transformação de uma distribuição uniforme, pode ser caracterizado por uma qualquer função densidade π_y e, desta forma, para caracterizarmos o ponto imagem y já não necessitamos de conhecer o ponto livre x, nem a função f, que lhe dão origem.

No Paradoxo de Keynes/von Mises (consultar secção 1.2.4), considerando que x é um ponto livre em $X = [1/3, 3]$, a probabilidade do conjunto $\mathbf{X'} = [1/3, 2]$ é igual a $\frac{5}{8}$. O ponto y, com $y = \frac{1}{x}$, é um ponto imagem (função de um ponto livre) com lei de possibilidade dada por $\pi_y(y) = 0.375\, y^{-2}$, que não é constante e, consequentemente, y não é caracterizado pela equipossibilidade. Desta forma, caso x seja caracterizado pela distribuição uniforme no intervalo $[1/3, 3]$, a variável $y = \frac{1}{x}$ terá função densidade $\pi_y(y) = 0.375\, y^{-2}$ (e, logo, não pode ser uniforme).

5. COMENTÁRIO FINAL

Apesar de não termos encontrado qualquer referência em obras internacionais aos tratados portugueses dedicados ao Cálculo das Probabilidades[17], consideramos que o conceito ponto imagem concebido por Diogo Pacheco d'Amorim na sua tese de doutoramento, caso tivesse usufruído da merecida divulgação na época, poderia ter sido a fonte para o desenvolvimento e amadurecimento de diversos conceitos da visão moderna do Cálculo das Probabilidades, razão pela qual consideramos importante divulgar as suas ideias para que sejam incluídas nas referências da História da Teoria da Probabilidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALCAYDE y CARVAJAL, N. *Cálculo de Probabilidades*, Imprenta del Colegio de Huérfanos de la Guerra, Guadalajara, 1908.

BACHELIER, L. *Calcul des Probabilités*, Gauthier-Villars, Paris, 1912.

[17] Além das duas obras apresentadas, de Rodolfo Guimarães e de Pacheco d'Amorim, no início do século XX há, entre as poucas obras Portuguesas dedicadas ao Cálculo das Probabilidades, ainda a referir uma obra póstuma e inacabada de José de Sousa Pinto (1913). Nesta obra, intitulada *Noções de Cálculo das Probabilidades para o Estabelecimento das Bases da Estatística*, o autor debate a utilização do Cálculo das Probabilidade na modelação dos fenómenos casuais, considerando que existem dois tipos de probabilidades: as "*probabilidades aleatórias*", onde a equipossibilidade é evidente e, por este motivo, pode ser utilizada a definição clássica de probabilidade de Laplace, mas cuja utilidade o autor considera ser restrita quase unicamente aos jogos de azar, e as "*probabilidades dos fenómenos*", onde é através da realização repetida do fenómeno, supondo invariabilidade deste, que o valor das probabilidades associadas são determinadas. Esta interessante construção filosófica com o objectivo de caracterizar a determinação das probabilidades, bem como a sua fundamentação com recurso à inversa das Leis de Bernoulli, está disponível no Fundo Antigo da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, em *http://www.fc.up.pt/fa*.

BERTRAND, J. *Calcul des Probabilités*, Gauthier-Villars, Paris, 1888.

BOREL, É. Les Probabilités Dénombrables et leurs Applications Arithmétiques, *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* t. **27**, pp. 247-276, 1909a.

BOREL, É. *Éléments de la Théorie des Probabilités*, Albin Michel, Paris, 1909b.

BOREL, É. *Le Hasard*, Librairie Félix Alcan, Paris, 1914.

BOWER, O.K. Note Concerning Two Problems in Geometrical Probability, *The American Mathematical Monthly* **41** N.º 8, pp. 506-510, 1934.

CARVALHO, J. e GOMES, A. Diogo Pacheco d'Amorim: O Professor e o Cidadão, *Actas do II Congresso Anual da Sociedade Portuguesa de Estatística*, pp. 49-54, 1994.

CASTELNUOVO, G. *Calcolo delle Probabilità*, Albrighi, Segati & C., Roma, 1919.

CRAMÉR, H. Richard Von Mises'Work in Probability and Statistics, *The Annals of Mathematical Statistics* **24** n.º 4, pp. 657-662, 1953.

CZUBER, E. *Geometrische Wahrscheinlichkeiten und Mittelwerte*, Leipzig, 1908.

DAVID, H.A. & EDWARDS, A.W. *Annotated Readings in the History of Statistics*, Springer-Verlag, New York, 2001.

GUIMARÃES, R. *Les Mathématiques en Portugal au XIXème siècle. Aperçu historique et bibliographique*, Imprimerie de l'Université, Coimbra, 1900.

GUIMARÃES, R.. *Noções sobre cálculo das probabilidades, theoria dos erros e méthodo dos mínimos quadrados*, Biblioteca do Povo e das Escolas **223**, Lisboa, 1904.

KEYNES, J. *A Treatise on Probability*, MacMillan and Company, London, 1921.

KOLMOGOROFF, A.N. *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitstheorie*, Ergebnisse der Mathematik, Berlin, 1933 (Trad. Inglesa: Kolmogoroff, *Foundations of the Theory of Probability*, Chelsea, New York, 1956.)

LACROIX, S. *Traité Élémentaire du Calcul des Probabilités*, Bachelier, Paris, 1816 (2ª ed. de 1822).

LAPLACE, P. Théorie Analytique des Probabilités, Courcier, Paris, 1812.

LEBESGUE, H. Intégrale, Longueur, Aire, *Annali di Matematica Pura ed Applicata* **7**, pp. 231-359, 1902.

MAISTROV, L.E. *Probability Theory: a Historical Sketch*, Academic Press, New York, 1974.

VON MISES, R.. Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung, *Mathematische Zeitschrift* **5**, pp. 52-99, 1919.

MONTESSUS DE BALLORE, R. *Leçons élémentaires sur le calcul des probabilités*, Gauthier-Villars, Paris, 1908.

PACHECO D'AMORIM, D. *Elementos de Cálculo das Probabilidades*, Tese de Doutoramento, Universidade de Coimbra, 1914. (A tradução para inglês, juntamente com original, editado por S. Mendonça, D. Pestana e R. Santos está disponível em http://www.estg.ipleiria.pt/~rui.santos)

PAES, S. *Introdução à Teoria dos Erros das observações*, Tese de Doutorado, Faculdade de Matemática, Universidade de Coimbra, 1898.

PESTANA, D.D. Diogo Pacheco d'Amorim: Um Vulto Maior na História da Teoria das Probabilidades, *Actas do II Congresso Anual da Sociedade Portuguesa de Estatística*, pp. 55-63, 1994.

PESTANA, D.D. e VELOSA, S.F. Diogo Pacheco d'Amorim, *International Center for Mathematics Bulletim* **11**, pp. 22-24, 2001.

PINTO, J. *Noções de cálculo das probabilidades para o estabelecimento das bases da estatística*, Imprensa da Universidade, Coimbra, 1913.

VON PLATO, J. *Creating Modern Probability*, Cambridge University Press, Cambridge, 1994.

POISSON, S. *Recherches sur la Probabilités des Jugements*, Bachelier, Paris, 1837.

POINCARÉ, H. *Calcul des Probabilités*, Gauthier-Villars, Paris, 1896. (2ª edição, 1923)

RODRIGUES, M.A. (direcção). *Memoria Professorum Vniversitatis Conimbrigensis 1772-1937*, Arquivo da Universidade de Coimbra, Coimbra, 1992.

SANTOS, R. *Probabilidade Circa 1914 e a Construção de Pacheco d'Amorim*, Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa, 2008.

SARAIVA, L. Historiography of Mathematics in the Works of Rodolfo Guimarães, *Historia Mathematica* **24**, pp. 86-97, 1997.

SZÉKELY, G.J. *Paradoxes in Probability Theory and Mathematical Statistics*, D. Reidel Publishing Company, Budapest, 1986.

SIEGMUND-SCHULTZE, R. Probability in 1919/20: the von Mises-Pólya-Controversy, *Archive for History of Exact Sciences* **60** n.º 5, pp. 431-515, 2006.

TIAGO DE OLIVEIRA, J. PhDs in Portugal: 1898-1989, *Bulletin of the Institute of Mathematical Statistics* **20** n.º 6, 1991.

FRAGMENTOS HISTÓRICOS DO PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA

MILTON ROSA
DANIEL CLARK OREY

Centro de Educação Aberta e a Distância (CEAD)
Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)
Ouro Preto, MG

milton@cead.ufop.br; oreydc@cead.ufop.br

Resumo: Este trabalho tem como objetivo oferecer uma introdução aos aspectos históricos do programa etnomatemática. Assim, mostraremos que a etnomatemática inclui ideias, perspectivas e práticas matemáticas, de indivíduos em diferentes culturas e que essas ideias são manifestadas e transmitidas em diversos modos no decorrer da história. O estudo da história da etnomatemática e de seus proponentes auxilia-nos a identificar a importância dessa perspectiva para a Educação Matemática. O desenvolvimento da etnomatemática, aqui é documentado como parte do estudo do desenvolvimento científico das ideias e práticas matemáticas desenvolvidas por grupos culturais distintos.

Palavras-chave: Etnomatemática, História, Cultura, Fragmentos Históricos.

HISTORICAL FRAGMENTS OF THE ETHNOMATHEMATICS PROGRAM

Abstract: This paper provides an introduction to the historical aspects for an Ethnomathematics program. In this paper, we show that Ethnomathematics includes ideas, perspectives and mathematical practices of individuals in a diversity of cultures and that these ideas are manifested and transmitted in various ways throughout history. The study of the history of Ethnomathematics as well as its proponents helps us to identify the importance of this perspective for mathematics education. The development of Ethnomathematics is documented as part of the scientific study of the development of mathematical ideas and practices carried out by distinct cultural groups.

Keywords: Ethnomathematics, History, Culture, Historical Fragments.

INTRODUÇÃO

Desde o princípio da humanidade, cada cultura tem desenvolvido diferentes ideias, procedimentos e práticas matemáticas. Algumas delas originaram-se na antiguidade, desenvolveram-se no Egito e na

Mesopotâmia e rapidamente espalharam-se na Grécia antiga. No entanto, outras regiões do mundo conhecido e desconhecido, também desenvolveram ideias, procedimentos e práticas matemáticas significantes. As manifestações matemáticas desenvolvidas em regiões, como por exemplo, a China, o sul da Índia, a Mesoamérica e algumas regiões da África e da América dos Sul, eram úteis para os indivíduos que pertenciam aos diversos grupos culturais daquelas regiões.

Porém, Rosa e Orey (2007) argumentam que pela falta do fenômeno da globalização, o conhecimento matemático produzido e acumulado por aquelas culturas não influenciou o conhecimento matemático, acadêmico e científico da contemporaneidade. Nesse sentido, é importante enfatizar que "para alguns, a falha em reconhecer o sucesso da matemática das culturas não-ocidentais deve-se não somente à ignorância, mas também à conspiração" (TERESI, 2002, p. 11) porque "as raízes da civilização europeia são afro-asiáticas" (TERESI, 2002, p. 11). Assim, o Programa Etnomatemática surgiu para confrontar os tabus de que a matemática é um campo de estudo universal, sem tradições e sem raízes culturais.

RAÍZES ETIMOLÓGICAS DA ETNOMATEMÁTICA

D'Ambrosio (1993) utilizou um recurso etimológico composto por três radicais gregos *ethno, mathema*, e *tics* para explicar o que entende por etnomatemática. Para D'Ambrosio (1985), a etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais distintos, que são identificados como sociedades indígenas, grupos de trabalhadores, classes profissionais, grupo de crianças de uma certa idade, etc. Assim, D'Ambrosio (1990) define a etnomatemática como o estudo das ideias e práticas matemáticas que foram desenvolvidas por culturas específicas (*etno versus etnia*) através da história, com a utilização de técnicas e ideias (*tics = técnica*) apropriadas para cada contexto cultural, com o objetivo de aprender a lidar com o próprio ambiente ao trabalhar com medidas, cálculos, inferências, comparações, classificações e modelagem. Dessa maneira, Rosa e Orey (2003) afirmam que essas culturas desenvolveram a habilidade de modelar os meios natural e social, de acordo com as próprias necessidades, para explicar e entender os fenômenos (*mathema*) que ocorrem nesses ambientes.

PERÍODO PRÉ-ETNOMATEMÁTICO: ALGUNS FRAGMENTOS HISTÓRICOS

É impossível a tentativa de localizar no tempo e no espaço a primeira vez em que foram expressos os interesses e as preocupações em relação ao *fazer* matemático de outras culturas. Entretanto, esse interesse se manifesta desde os tempos mais remotos por meio de situações isoladas e pouco sistematizadas. Essas situações começaram a ser observadas e relatadas desde que os indivíduos começaram a viajar para diferentes lugares e regiões. Nessas viagens, houve a necessidade de que esses indivíduos entrassem em contato com a cultura local (ROSA & OREY, 2005). Nesse processo de interação cultural, esses indivíduos observaram os costumes e a cultura desses povos e registraram as suas observações. Nesses registros, reconheceram que existem diferentes práticas culturais e começaram, também, a escrever sobre as práticas matemáticas desenvolvidas por outros povos.

Muitas vezes, a ausência de registros impediu a total compreensão dos acontecimentos que levaram os cientistas, os filósofos e os matemáticos a aplicarem determinados conceitos matemáticos, que estavam relacionados com uma determinada cultura e que ainda são utilizados na contemporaneidade. Assim, Rosa e Orey (2005) afirmam que algumas realizações matemáticas significativas somente puderam ser transmitidas às gerações futuras com o aparecimento da escrita, o que permitiu aos historiadores a difusão do conhecimento matemático que foi acumulado pelas civilizações no decorrer da história.

FRAGMENTO HISTÓRICO 1: O AUSTRALOPITECO

D'Ambrosio (2001) oferece um exemplo muito interessante com relação ao início do Programa Etnomatemática ao afirmar que:

> "*Na hora em que esse australopiteco escolheu e lascou um pedaço de pedra, com o objetivo de descarnar um osso, a sua mente matemática se revelou. Para selecionar a pedra, é necessário avaliar suas dimensões, e, para lascá-la o necessário e o suficiente para cumprir os objetivos a que ela se destina, é preciso avaliar e comparar dimensões. Avaliar e comparar dimensões é uma das manifestações mais elementares do pensamento matemático. Um primeiro exemplo da etnomatemática, é, portanto, aquela desenvolvida pelo australopiteco*" (D'AMBROSIO, 2001, p. 33).

FRAGMENTO HISTÓRICO 2: HERÓDOTO DE HALICARNASSO

Heródoto de Halicarnasso (484-425 a.C.), historiador grego, foi um dos primeiros estudiosos que realizou observações antropólogicas durante as suas viagens. Em 440 a.C., Heródoto escreveu o livro *História*, no qual abordou os conceitos de igualdade, de valorização e apreço por culturas diferentes, descrevendo, sem preconceitos, os costumes e os hábitos dos povos da época. Por exemplo, Heródoto percebeu que a interação da cultura egípcia com o meio-ambiente acontecia por meio da necessidade do desenvolvimento de técnicas aritméticas e geométricas que eram necessárias para a medição das terras ao longo das margens do Rio Nilo.

De acordo com D'Ambrosio (2001), ao mesmo tempo em que um sistema de conhecimento matemático sistematizado estava se desenvolvendo nas civilizações ao redor do Mar Mediterrâneo, os povos indígenas da Amazônia também estavam desenvolvendo maneiras específicas de conhecer, entender, compreender e lidar com o próprio meio-ambiente. Nesse mesmo período, outras civilizações na China, nos Andes e nas áreas sub-saarianas do continente Africano estavam, igualmente, desenvolvendo maneiras diversas e únicas para conhecer e compreender o ambiente no qual estavam inseridas.

FRAGMENTO HISTÓRICO 3: A IDADE DAS TREVAS

Para alguns historiadores tradicionais; a época da Idade das Trevas, na Europa, foi conhecida como um período de inatividade matemática, científica e tecnológica (Joseph, 1991a), pois durante esse período, a Europa teria perdido a habilidade de continuar desenvolvendo os conhecimentos artísticos, matemáticos, filosóficos e científicos que foram produzidos, desenvolvidos e acumulados pelas civilizações da antiguidade.

Porém, nessa época, houve uma complexa interação entre diversas civilizações, ocasionando uma dinâmica cultural intensa. Nessa perspectiva, a China se interagia com a Índia e com os árabes, enquanto que os árabes e os hindus mantinham, simultaneamente, um relacionamento estrito com o mundo helênico. Assim, mesmo com a suposta estagnação do desenvolvimento matemático durante a Idade das Trevas, Joseph (1991b) afirma que, nessa época, os estudiosos árabes traduziram, refinaram e sintetizaram o conhecimento científico originado na Índia, na China, no Egito e na Grécia. Por exemplo:

- al-Hajjaj ibn Matar (786-833) traduziu, por volta do ano 800, alguns textos matemáticos gregos para o árabe, como por exemplo, *Os Elementos* de Euclides.
- parte do trabalho algébrico e aritmético desenvolvido e elaborado por al-Khwarizmi (790-840) foi baseado na análise da representação geométrica grega dos números e, também, no estudo dos textos que foram anteriormente traduzidos por outras culturas (McLeish, 1991).

Nessa perspectiva, durante a chamada Idade das Trevas, no século IX, os "modernos numerais, de 0 a 9, foram desenvolvidos na Índia" (TERESI, 2002, p. 32). Nesse contexto, a importância dos árabes e de outras civilizações, como por exemplo, a chinesa e a indiana, como transmissores e criadores do conhecimento matemático, é completamente ignorada no estudo do desenvolvimento matemático que foi desencadeado durante a Idade das Trevas (JOSEPH, 1991a).

FRAGMENTO HISTÓRICO 4: A INVASÃO ARÁBE NA EUROPA

No século VII, os árabes invadiram a Península Ibérica e trouxeram as próprias tradições culturais e os conhecimentos matemáticos que haviam adquirido anteriormente com os hindus. Os árabes também influenciaram a Europa Medieval por meio do intercâmbio dos costumes, da cultura, da culinária, das ciências e das novas formas de tecnologia, que estavam se desenvolvendo naquela época. Assim, quando os europeus conquistaram e colonizaram os povos que viviam em outras regiões do mundo, esses colonizadores introduziram esse sistema de conhecimento no Novo Mundo.

FRAGMENTO HISTÓRICO 5: A CONTRIBUIÇÃO MAIA

Do século V ao XI, a internacionalização do conhecimento matemático também foi influenciado pelas culturas não-ocidentais, pois os agentes de criação do conhecimento estavam igualmente localizados em outras regiões do mundo conhecido e desconhecido pelos europeus (Sen, 2002). Então, a evolução da difusão do conhecimento matemático trouxe a aceleração do progresso tecnológico a várias partes do mundo. Por exemplo, a invenção do zero e a noção de valor posicional têm sido, equivocadamente, atribuída aos hindus, por volta do século IX. No entanto, esse saber matemático foi transmito ao povo árabe por meio das atividades comerciais, das guerras e das conquistas.

De acordo com Diaz (1995), é de suma importância que a invenção do zero e a utilização do valor posicional sejam atribuídas ao povo Maia, que, antes dos hindus, utilizou essas representações em estelas[1], tabletes, monumentos e outros objetos que são encontrados

[1] Obra ou monumento esculpido em um único bloco de pedra, que geralmente contém inscrições e códigos.

em vários sítios arqueológicos nas regiões habitadas por esse povo. Nessa perspectiva, Motz e Weaver (1993) afirmam que os Maias foram os primeiros a utilizarem o zero no século I, oito séculos antes que os hindus. Assim, uma das primeiras utilizações do zero em um sistema de valor posicional foi realizada pelos Maias, muitos séculos antes dos hindus começarem a utilizar um símbolo para esse número (Cajori, 1993; Diaz, 1995, Jr. Merick, 1969). De acordo com esse contexto, as realizações dos:

> "*povos Pré-Colombianas do Novo Mundo têm iludido os tradicionalistas por muito tempo. Os Maias inventaram o zero quase ao mesmo tempo que os hindus. Eles praticavam uma matemática e uma astronomia muito além daquela praticada pela Europa Medieval. Os americanos nativos construíram pirâmides e outras estruturas, no meio-oeste americano, muito maiores do que qualquer estrutura construída na Europa*" (TERESI, 2002, p. 13).

FRAGMENTO HISTÓRICO 6: IBN KHALDUN

No século XIV, o historiador árabe Ibn Khaldun (1332-1406) examinou os fatores sociais, psicológicos, econômicos e ambientais que afetavam o desenvolvimento, a ascenção e a queda de diferentes civilizações. Em seus estudos, Khaldun analisou várias políticas econômicas e demonstrou as suas consequências para as comunidades locais (Oweiss, 1988). Esses fatos contribuíram, de forma decisiva, para a defesa das comunidades contra a injustiça e a opressão da classe dominante.

FRAGMENTO HISTÓRICO7: A EUROPA E O SISTEMA HINDU-ARÁBICO

Apesar de Fibonacci (1170-1250), um matemático italiano, que viveu no norte da África, ter introduzido na Europa, o sistema numeral arábico, promovendo-o em seu livro *Liber Abaci*, que foi publicado em 1202, esse sistema numérico somente foi implementado no continente europeu, no século XV. Nesse século, o sistema numérico utilizado pelos romanos e gregos era muito trabalhoso e inconveniente, pois não era prático e não satisfazia as exigências e as necessidades impostas pelas novas sociedades que se formavam no continente europeu.

Assim, o sistema numérico decimal, desenvolvido e utilizado pelos hindus, foi levado à Europa pelos árabes, sendo adotado para atender as novas demandas provocadas pelo emergente espírito capitalista que se desenvolvia nos reinados situados às costas do Mar Mediterrâneo. Rosa e Orey (2005) argumentam que esse contexto contribuiu para uma sensível evolução da matemática e das ciências. Em contrapartida, nessa mesma época, os hindus também se aproveitaram desse intercâmbio cultural, pois assimilaram os hábitos e os costumes da cultura árabe, aprendendo importantes conceitos da matemática grega, pois as traduções árabe e persa dos textos científicos gregos e egípcios tornaram-se rapidamente disponíveis na Índia. Outro fator importante nesse intercâmbio foi a influência da arquitetura islâmica que acrescentou novos elementos arquitetônicos na arquitetuta hindu, como por exemplo, os motivos florais, os azulejos decorativos, as abóbadas e as cúpulas.

Rashed (1989) oferece um ótimo exemplo desse dinamismo cultural quando comenta sobre a contribuição greco-árabe-hindu para o desenvolvimento do conceito matemático da corda do círculo. De acordo com esse ponto de vista, os gregos e os hindus exploraram o relacionamento existente entre o raio e a corda do círculo, porém, os matemáticos hindus, estudaram, simultaneamente, o conceito de corda-metade. Dessa maneira, os gregos e os hindus influenciaram os estudos de al-Khwarizmi com relação as cordas, que utilizou o conceito de corda-metade dos hindus em conjunção com as comparações de ângulo-razão de Ptolomeu, construindo uma tabela meticulosa para os valores do seno, que é muito similar com a tabela trigonométrica que é utilizada atualmente.

FRAGMENTO HISTÓRICO 8: AS NOVAS CONQUISTAS

Entre o final do século XV e o começo do século XVI, os exploradores europeus, à procura de riquezas nas novas terras, providenciaram descrições incríveis sobre as culturas exóticas que encontraram em suas jornadas pela Ásia, África e Américas. Porém, como esses exploradores não respeitaram as culturas que contataram e nem conheciam os idiomas que esses povos falavam, somente foram apresentadas observações e narrativas folcloristas e não-sistematizadas para descrevê-las.

FRAGMENTO HISTÓRICO 9: O PRIMEIRO LIVRO DE ARITMÉTICA DO MUNDO NOVO

No Mundo Novo, os primeiros cronistas das Américas também relataram as suas observações e registraram os dados que foram colhidos sobre os grupos culturais encontrados nas novas terras. Em um processo que pode ser considerado etnomatemático em natura, Juan Diez Freyle, um frade franciscano mexicano, publica em 1556, na cidade do México, o primeiro livro de aritmética do Novo Mundo, intitulado *Sumario compendioso de las quentas de plata y oro que en los reinos del Pirú son necessarias a los mercadores y todo genero de tratantes: Con algunas reglas tocantes al arithmética*.

D'Ambrosio (1999) afirma que, nesse livro, Freyle descreve o sistema numérico dos astecas e aborda a aritmética praticada por alguns povos nativos americanos. Porém, esse livro foi retirado de circulação e a aritmética asteca foi substituída pelo sistema aritmético espanhol (D'AMBROSIO, 1999). Esse livro também continha tabelas de conversão de câmbio bem como as taxações utilizadas nas transações com o ouro e a prata.

Um dos aspectos mais importantes desse livro é o de explicar a utilização da regra de três para efetuar a conversão da quantidade de ouro bruto que era necessário para cunhar os diferentes tipos de moedas europeias. É importante observar que nesse livro percebe-se o processo da assimilação do conhecimento do conquistador pelas populações indígenas transformando o sistema nativo por meio da perspectiva da dinâmica cultural.

Nesse direcionamento, quando os Europeus invadiram e conquistaram as Américas, no início do século XVI, houve a "aplicação da aritmética comercial para as transações de compras efetuadas entre os cidadãos norte-americanos, os chefes e os reis locais" (GRATTAN-GUINESS, 1997, p. 112). Contudo, é importante ressaltar que "os europeus pouco se esforçaram para conservar a cultura dos escravos, das tribos indígenas e dos povos" (GRATTAN-GUINESS, 1997, p. 113) que foram conquistados no processo de colonização.

FRAGMENTO HISTÓRICO 10: FREI VICENTE DO SALVADOR

D'Ambrosio (2000) afirma que o livro intitulado *História do Brasil*, escrito em 1627 por Frei Vicente do Salvador e publicado em 1888 por Capistrano de Abreu, é de suma importância para a história brasileira. Nessa obra, Frei Vicente relata aspectos da história brasileira, desde o *descobrimento* até a invasão holandesa em 1624. Em suas narrativas, Frei Vicente observa que os indígenas brasileiros não possuíam um sistema de numeração para a contagem de números maiores que cinco e que utilizavam os dedos dos pés e das mãos para contar quantidades maiores. Frei Vicente também fez referência à matemática indígena, ao narrar o sistema de troca, no qual os índios trocavam um produto por outro, em um processo de correspondência biunívoca, sem a utilização de um sistema padrão de pesos e medidas.

FRAGMENTO HISTÓRICO 11: A INDUSTRIALIZAÇÃO DA EUROPA

Com a ascenção do imperialismo de Portugal, Espanha, França, Holanda, Inglaterra e Bélgica nos séculos XVIII e XIX e com o controle político e econômico sobre os territórios conquistados na Ásia, nas Américas, na África e em determinadas regiões do Pacífico, os europeus estiveram em contato com as culturas conquistadas. Então, o crescente desenvolvimento do comércio global, das economias capitalistas e da industrialização da Europa no final do século XVIII, conduziu o mundo a uma vasta transformação sociocultural nas sociedades da época.

De acordo com Rosa e Orey (2005), os países europeus industrializados e as classes elitistas olhavam para as novas terras somente como fonte de fornecimento de mão-de-obra barata e de produtos brutos para serem manufaturados a baixos custos. Em contrapartida, milhares de europeus das classes menos favorecidas, imigraram para as novas terras em busca da melhoria do nível de vida. Como consequência, os europeus acumularam dados e informações sobre os diferentes grupos culturais que eram encontrados nas colônias conquistadas.

As nações colonizadoras europeias também buscavam explicações científicas para justificar a posse do domínio global. Assim, no século XIX, surge a antropologia moderna, para obter respostas para essas indagações e também para estudar as diferentes culturas que foram submetidas ao processo de assimilação durante o período de colonização. Nesse contexto, os estudos dos costumes e das práticas matemáticas desses grupos culturais também foram objetos de estudo de muitas sociedades antropológicas europeias.

FRAGMENTO HISTÓRICO 12: A DÉCADA DE 20 DO SÉCULO XX

Nas primeiras décadas do século XX, Oswald Spengler (1880-1936), filósofo alemão, relata no livro escrito entre 1918-1922, *The Decline of the West*, que a história de duas culturas pode ser demonstrada por meio de padrões similares, pois os aspectos culturais, como por exemplo, a arte, a política, a matemática e a ciência, possuem princípios que diferem de uma cultura para outra. Nesse livro, Spengler tentou entender a natureza do pensamento matemático, buscando compreender a matemática como uma manifestação cultural vívida (D'Ambrosio, 2001). Nessa perspectiva, Spengler concluiu que a matemática está intimamente relacionada com as expressões culturais desenvolvidas em cada cultura, pois essa ciência é um fenômeno sociocultural, que está integrada ao desenvolvimento histórico e social das civilizações.

De acordo com essa perspectiva, Cassius Jackson Keyser (1862-1947) escreveu diversos livros sobre o inter-relacionamento entre a matemática e a filosofia. Nesses livros, Keyser examinou as fundações e as estruturas da matemática e das ciências e tentou aplicá-las nas interações humanas. Em 1922, Keyser escreveu o livro *Mathematical Philosophy: A Study of Fate and Freedom,* no qual, descreveu a matemática como uma ciência de pensamento exato e rigoroso. Keyser afirmou que algumas das características distintas da matemática são a precisão, a exatidão e a integralidade das definições.

No entanto, a filosofia matemática é muito mais abrangente do que o cálculo numérico ou a simples manipulação de fórmulas, pois para a filosofia matemática, o pensamento preciso, exato e rigoroso é essencial. Na perspectiva de Keyser, aqueles que, não pensam matematicamente, transgridem a suprema lei da retitude intelectual. Durante muito tempo, Keyser meditou sobre a natureza da matemática e as suas conexões com as diferentes esferas da vida.

FRAGMENTO HISTÓRICO 13: A DÉCADA DE 30 DO SÉCULO XX

Na década de 30, alguns matemáticos e filósofos tentaram considerar, sem muito sucesso, a matemática como parte integrante de uma determinada cultura. Nessa perspectiva, em 1931, Ludwig Wittgenstein (1889-1951), filósofo australiano, escreveu *Culture and Value*, no qual forneceu introspecções sobre as relações entre o mundo e a matemática por meio da religião, linguagem, cultura e filosofia.

Nessa mesma década, Ewald Fettweis (1881-1967), educador alemão, praticou conceitos etnomatemáticos em sua pesquisa ao enfatizar a relevância do estudo e investigação das culturas não-europeias. Nesse sentido, Fettweis considerou a relevância de estudar o conhecimento matemático de culturas indígenas para que se possa obter um amplo entendimento sobre o conhecimento matemático desses grupos culturais. Roher e Schubring (2011) argumentam que Fettweis, em 1954, foi o primeiro pesquisador a utilizar o termo etnomatemática.

Nesse período, o continente africano também colaborou para o desenvolvimento do Programa Etnomatemática. De acordo com Gerdes (2001), Otto Raum, em 1938, com a publicação do livro *Arithmetic in Africa*, afirmava que era necessário que os problemas aritméticos fossem retirados das práticas e das experiências matemáticas vivenciadas pelos alunos no próprio contexto cultural.

FRAGMENTO HISTÓRICO 14: A DÉCADA DE 40 DO SÉCULO XX

Os ideais filosóficos de que existe uma interação entre a matemática e a cultura alastraram-se pela década de 40. Esse fato foi resultado do crescimento explosivo das ciências cognitivas durante a Segunda Guerra mundial. Em 1947, Leslie White (1900-1975), um antropólogo americano, publica o artigo intitulado *The Locus of Mathematical Reality*: *an Anthropological Footnote,* no qual explica que entender a matemática como um produto cultural significa reconhecer a influência humana sobre a matemática. Para White, as fórmulas matemáticas bem como outros aspectos relacionados com o currículo matemático dependem da interação da matemática com os indivíduos, com os grupos culturais, com os povos e, também, com as nações. Nesse contexto, Rosa e Orey (2011) afirmam que os algoritmos e outras maneiras de cálculo mental também possuem conexões culturais.

Em 1948, o historiador e matemático holandês, Dirk Jan Struik (1894-2000) publicou o livro *A Concise History of Mathematics, Volumes I &*

II, no qual procurava entender como as forças sociais e institucionais influenciavam as pesquisas em matemática. Em seus estudos, Struik também tentou demonstrar como o contexto social se interage com a produção do conhecimento matemático. Nesse mesmo período, "outros matemáticos e filósofos também perceberam que a matemática possui um contexto cultural, mas pararam prematuramente de pesquisar outras culturas" (ASCHER & ASCHER, 1997, p. 44). Nesse direcionamento, os pesquisadores que possuíam certo conhecimento antropológico-matemático procuravam meios para entender, compreender e adquirir conhecimentos sobre o significado do desenvolvimento da matemática na natureza humana.

FRAGMENTO HISTÓRICO 15: A DÉCADA DE 50 DO SÉCULO XX

Os vários aspectos da matemática, como por exemplo, a sua utilidade e aplicação na resolução de problemas em outros campos do conhecimento humano, foi uma das preocupações de Morris Kline (1908-1992). No livro, *Mathematics in the Western Culture*, escrito em 1953, Kline apresenta uma notável avaliação sobre a influência da matemática na vida ocidental com relação ao desenvolvimento da filosofia, das ciências físicas, da religião e das artes. No entanto, para esse autor, afirmar que a matemática tem sido uma:

> "(...) *força fundamental para modelar a cultura moderna bem como um elemento vital dessa cultura, parece ser demasiado incrível ou, na melhor das hipóteses, tem um certo grau de exagero*" (KLINE, 1953, p. 3).

Esse descrédito ainda parece estar presente, atualmente, entre muitos acadêmicos, matemáticos e historiadores. No trabalho clássico *Mathematics: a Cultural Approach*, Kline "reconhece que os babilônios e os egípcios foram os pioneiros em muitas descobertas matemáticas, muito tempo antes que os gregos, porém, os considera como pragmáticos" (TERESI, 2002, p. 29). A paixão de Kline pela matemática ocidental não o permitiu apreciar as contribuições matemáticas das culturas não-ocidentais para o desenvolvimento desse conhecimento.

Nesse contexto, durante a década de 50, o interesse dos estudiosos e pesquisadores pelo vínculo da matemática com a cultura começa a despontar com muito vigor entre os matemáticos, educadores e antropólogos. Assim, o topólogo americano Raymond Louis Wilder[2] (1896-1982), talvez, tenha sido, o primeiro educador, a relacionar claramente, a matemática com a cultura, com a palestra intitulada *The Cultural Basis of Mathematics*, na conferência *The International Congress of Mathematicians*, realizada em 1950, nos Estados Unidos.

Em 1981, Wilder escreveu o livro *Mathematics as a Cultural System*, no qual descreveu a natureza da matemática e a sua relação com a sociedade, a partir do ponto de vista da antropologia cultural. De acordo com esse ponto de vista, Wilder (1981) afirma que a matemática é considerada como uma subcultura de uma cultura geral, na qual o desenvolvimento e o estado atual dessa área de estudo possuem influências culturais. Assim, ressalta-se que Raymond L. Wilder foi o:

> "(...) *primeiro matemático a relatar a importância da relação existente entre a matemática e a cultura. Wilder utilizou os seus conhecimentos para descrever os processos do desenvolvimento matemático no oeste*" (ASCHER & ASCHER, 1997, p. 44).

Para Wilder, a matemática se desenvolve entre dois tipos de influência cultural. O primeiro tipo está relacionado com a matemática que surge do meio sociocultural, no qual uma determinada cultura está inserida. Nesse caso, a influência do meio é uma resposta às necessidades surgidas por meio das interações socioculturais entre os elementos do grupo (OREY, 2000). O segundo tipo de influência está

---

[2] Raymond Louis Wilder (1896-1982) foi um matemático que liderou o desenvolvimento da topologia nos Estados Unidos, sendo também um pioneiro no estudo da história da matemática sob um ponto de vista antropológico.

relacionado com a herança cultural que é transmitida pelos elementos do grupo. Nesse sentido, a influência da herança cultural é utilizada para resolver os problemas matemáticos que são específicos de uma determinada cultura.

FRAGMENTO HISTÓRICO 16: A DÉCADA DE 60 DO SÉCULO XX

Na década de 60, o conceituado algebrista japonês Yasuo Akizuki (1902-1984) propõe que seja enfatizado o lado reflexivo da matemática. Nessa perspectiva, Akizuki (1966) afirma que o desenvolvimento do pensamento matemático é necessário para o ensino e aprendizagem da matemática, pois esse tipo pensamento está relacionado com a atividade humana. Esse autor também propõe que a história das ciências e da matemática sejam ensinadas em todos os níveis de ensino.

Porém, o ponto mais interessante da argumentação de Akizuki é o reconhecimento de que matemática é um produto cultural e que existem diferentes maneiras para a resolução dos problemas matemáticos (ROSA & Orey, 2011). No ponto de vista de Akizuki, as filosofias e as religiões orientais são muito diferentes daquelas que são praticadas no oeste. Esse contexto permitiu-o acreditar que também devem existir diferentes maneiras de se pensar matematicamente (D'Ambrosio, 2003).

Um ano mais tarde, Gay e Cole (1967) investigaram a aprendizagem em matemática do povo Kpelle na Libéria, cujo alunos frequentavam escolas orientadas pelo modelo ocidental. Nessas escolas, os conteúdos ensinados não tinham significado na cultura desse povo. Então, esses pesquisadores propuseram um currículo matemático que utilizava as ideias, procedimentos e práticas matemáticas do povo Kpelle como ponto de partida para a elaboração de atividades matemáticas curriculares.

Apesar de muitos antropólogos, estudiosos e pesquisadores terem demonstrado interesse nas diferentes maneiras de matematização, a proposta de Akizuki (1966) somente foi considerada pela comunidade matemática no início da década de 70. Esse fato foi marcado pela crescente tomada de consciência por parte de um grupo de educadores matemáticos e pesquisadores que estavam insteressados nos aspectos socioculturais da matemática.

FRAGMENTO HISTÓRICO 17: SEIS FATOS FUNDAMENTAIS PARA O DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA

Nas décadas de 70 e 80, seis fatos importantes foram fundamentais para o desenvolvimento do Programa Etnomatemática:

1) Em 1973, Zaslavsky publica o livro *Africa Counts: Number and Patterns in African Culture,* que explora a história e a prática das atividades matemáticas dos povos da África saariana, demonstrando que a matemática foi proeminente na vida cotidiana africana e que, também, auxiliou no desenvolvimento de conceitos matemáticos atuais (ROSA & OREY, 2005). Pode-se identificar no livro de Zaslavsky, um trabalho pioneiro para organizar coerentemente o conhecimento do povo africano em uma perspectiva didático-pedagógica.

2) Em 1976, D'Ambrosio, matemático e filósofo brasileiro, organizou e presidiu a seção *Why Teach Mathematics?* com o *Topic Group: Objectives and Goals of Mathematics Education* durante o *Third International Congress of Mathematics Education* 3 (ICME-3), in Karlsruhe, na Alemanha. Nessa seção, D'Ambrosio colocou em pauta a discussão sobre as raízes culturais da matemática no contexto da Educação Matemática (Ferreira, 2004).

3) Em 1977, o termo etnomatemática, foi primeiramente utilizado por D'Ambrosio em uma palestra proferida no *Annual Meeting of the American Association for the Advancement of Science,* em Denver, nos Estados Unidos (ROSA & OREY, 2005).

4) A consolidação da Etnomatemática culminou com a palestra de abertura *Sociocultural Bases of Mathematics Education* proferida por D'Ambrosio no ICME 5, na Austrália, em 1984, que, dessa maneira, instituiu oficialmente, o Programa Etnomatemática como um campo de pesquisa (D'Ambrosio, 2002).

5) Em 1985, D'Ambrosio escreveu a sua obra-prima *Ethnomathematics and its Place in the History and Pedagogy of Mathematics*. Esse artigo é de fundamental importância, pois "representa o primeiro tratado compreensivo e teórico, em língua inglesa, do Programa Etnomatemática. Essas ideias têm estimulado o desenvolvimento desse campo de pesquisa" (Powell & Frankenstein, 1997, p. 13). Em 2003, esse artigo foi selecionado para compor o livro do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), *Classics in Mathematics Education Research,* por ter influenciado positivamente as investigações e pesquisas internacionais em Educação Matemática.

6) Em 1985, foi criado o *International Study Group on Ethnomathematics* (ISGEm), que lançou o Programa Etnomatemática internacionalmente (ROSA & OREY, 2005).

FRAGMENTO HISTÓRICO 18: UBIRATAN D'AMBROSIO

É muito importante ressaltar a importância de Ubiratan D'Ambrosio para o desenvolvimento do Programa Etnomatemática, pois é o mais importante teórico e filósofo nesse campo de estudo. D'Ambrosio também é o líder internacional e o disseminador mundial das ideias envolvendo a Etnomatemática e suas aplicações em Educação Matemática. Em seus estudos, na área social e política, D'Ambrosio (2004) estabeleceu um importante relacionamento entre a matemática, a antropologia e a sociedade. Em um acordo firmado entre Gerdes (1997) e Powel e Frankenstein (1997), D'Ambrosio foi considerado como o "Pai Intelectual do Programa Etnomatemática"

(POWEL & FRANKENSTEIN, 1997, p. 13). Nos estudos realizados por Shirley (2000), D'Ambrosio foi eleito como um dos mais importantes matemáticos do século XX por suas contribuições em investigações de cunho social, cultural, político e etnomatemática.

FRAGMENTO HISTÓRICO 19: A EVOLUÇÃO DO PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA

Nos anos posteriores, o termo etnomatemática tem sido empregado em uma sucessão de encontros, conferências e congressos, de dimensões local, regional, nacional, e internacional. Por exemplo, o International Study Group on Ethnomathematics organizou, em Setembro de 1998, o Primeiro Congresso Internacional de Etnomatemática, em Granada, na Espanha. O Segundo Congresso Internacional de Etnomatemática foi realizado em Ouro Preto, no Brasil, em Agosto de 2002. O Terceiro Congresso Internacional de Etnomatemática foi realizado em Auckland, na Nova Zelândia, em fevereiro de 2006. O Quarto Congresso Internacional de Etnomatemática foi realizado em Julho de 2010, em Towson, Maryland, nos Estados Unidos. Esses eventos colaboraram para a evolução da pesquisa, investigação e estudo em Etnomatemática.

FRAGMENTO HISTÓRICO 20: A PRIMEIRA DÉCADA DO SÉCULO XXI

Ao findar a primeira década do século XXI, percebe-se uma crescente sensibilidade em relação ao entendimento e a compreensão das ideias, procedimentos e práticas matemáticas que são desenvolvidas pelos membros de diferentes grupos culturais. Essa sensibilidade se deve, prioritariamente, a ampliação de estudos relacionados com a cultura, a história, a antropologia, a linguística e a etnomatemática. As descobertas realizadas em investigações e pesquisas de muitos estudos teóricos realizados nesse campos de estudo mostram que é possível a internacionalização das práticas matemáticas presentes em contextos culturais diferentes.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O principal objetivo desse artigo foi o de apresentar uma perspectiva histórica em relação ao desenvolvimento da Etnomatemática como um programa. Acreditamos que o reconhecimento das contribuições matemáticas realizadas por indivíduos de diferentes grupos culturais pode colaborar para o entendimento e a compreensão do pensamento de natureza matemática. Assim, por meio da história, procura-se desenvolver um senso crítico que valoriza as diversas maneiras de conhecimento, elevando, assim, a auto-estima dos indivíduos que pertencem a esses grupos, promovendo, dessa maneira, a criatividade e a dignidade da identidade cultural desses indivíduos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AKIZUKI, Y. 1966. Mathematical thinking and its teaching. *Journal of Educational Research*, v. 21, n. 5, p. 8-9.

ASCHER, M. & ASCHER, R. 1997. Ethnomathematics. In Powell, A.B. & Frankenstein, M. (Eds.). *Ethnomathematics*: challenging eurocentrism in mathematics education. New York, NY: State University of New York Press. p. 25-50.

CAJORI, F. 1993. *A history of mathematical notations:* two volumes bound as one. New York, NY: Dover Publications.

D'AMBROSIO, U. 1985. Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics,* v. 5, n. 1, p. 44-48.

D'AMBROSIO, U. 1990. *Etnomatemática.* São Paulo, SP: Editora Ática.

D'AMBROSIO, U. 1993. Etnomatemática: um programa. *A Educação Matemática em Revista*, v. 1, n. 1, p. 5-11.

D'AMBROSIO, U. 1999. *Educação para uma sociedade em transição.* Campinas, SP: Papirus Editora.

D'AMBROSIO, U. 2000. Etnomatemática: uma proposta pedagógica para uma civilização em mudança. In *Anais do Primeiro Congresso Brasileiro de Etnomatemática*. São Paulo, SP: FEUSP, p. 142.

D'AMBROSIO, U. 2001. *Etnomatemática:* elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte, MG: Editora Autêntica.

D'AMBROSIO, U. 2002. *Alustapasivistykselitys or the name ethnomathematics:* my personal view. São Paulo, SP: Artigo não publicado.

D'AMBROSIO, U. 2003. Stakes in mathematics education for the societies of today and tomorrow: one hundred years of l'enseignement mathématique. In Coray, D. et al (Eds.). *Proceedings of the EM-ICMI Symposium*. Genéve, Italia. p. 302-316.

D'AMBROSIO, U. 2004. *Ethnomathematics*: my personal view. São Paulo, SP: Artigo não publicado.

DIAZ, R.P. 1995. The mathematics of nature: the canamayté quadrivertex. *ISGEm Newsletter,* v. 11, n. 1, p. 5–12.

FERREIRA, E.S. 2004. Etnomatemática: um pouco de sua história. In Morey, B. B. (Ed.). *Etnomatemática em Sala de Aula*. Natal, RN: UFRN, p. 9-20.

GAY, J. & COLE, M. 1967. *The new mathematics in an old culture:* a study of learning among the Kpelle of Liberia. New York, NY: Holt, Rinehart & Winston.

GERDES P. 1997. On culture, geometrical thinking and mathematics education. In A.B. Powell & M. Frankenstein (Eds).

Ethnomathematics: challenging Eurocentrism in mathematics education. Albany, NY: State University of New York. p. 223-247.

GERDES, P. 2001. Ethnomathematics as a new research field, illustrated by studies of mathematical ideas in African history. In Saldaña, J.J. (Ed.). *Science and cultural diversity:* filling a gap in the history of sciences. Cuadernos de Quipu 5, Sociedad Latinoamericana de Historia de las Ciencias y Technologia, Ciudad de Mexico, Mexico, 2001. p. 10–34.

GRATTAN-GUINNESS, I. 1997. *The rainbow of mathematics*: a history of the mathematical sciences. London, England: W. W. Norton & Co.

JOSEPH, G.C. 1991a. *The crest of the peacock:* non-European roots of mathematics. Princeton, NJ: Princeton University Press.

JOSEPH, G.C. 1991b. A rationale for a multicultural approach to mathematics. In Joseph, G. C., Nelson D. & Williams, J. (Eds.). *Multicultural mathematics:* teaching mathematics from a global perspective. Oxford: Oxford University Press. p. 1–24.

JR. MERICK, L.C. 1969. Origin of zero. *Historical topics for the mathematics classroom*. Washington, DC: NTCM, p. 49–50.

KLINE, M. 1953. *Mathematics in Western culture*. New York, NY: Oxford University Press.

McLEISH, J. 1991. *The story of numbers*: how mathematics has shaped civilization. New York, NY: Fawcett Columbine.

MOTZ, L. & WEAVER, J.H. 1993. *The story of mathematics*. New York, NY: Avon Books.

OREY, D. C. 2000. The ethnomathematics of Sioux tipi and cone. In Selin, H. (Ed.). *Mathematics across cultures:* the history of non-

Western mathematics. Norwell, Netherlands: Kluwer Academic Publicares. p. 239-253.

OWEISS, I.M. 1998. *Arab civilization*. New York, NY: State University of New York Press.

POWELL, A.B. & FRANKENSTEIN, M. 1997. Ethnomathematical knowledge. In Powell, A.B. & Frankenstein, M. (Eds.). *Ethnomathematics*: challenging eurocentrism in mathematics education. New York, NY: SUNY, p. 5-13.

RASHED, R. 1989. Where geometry and algebra intersect. *UNESCO Courier*, v. 36, n. 6, p. 1-3.

ROHRER, A. & SCHUBRING, G. 2011. Ethnomathematics in the 1930s: the contributions of Ewald Fettweis to the history of Ethnomathematics. *For the Learning of Mathematics*, v. 31, n 2, p. 35-39.

ROSA, M. & OREY, D.C. 2003. *Vinho e queijo*: etnomatemática e modelagem! BOLEMA, v. 16, n. 20, p. 1-16.

ROSA, M.; OREY, D.C. 2005. Raízes históricas do programa etnomatemática. *Educação Matemática em Revista*, v. 12, n. 18-19, p. 5-14.

ROSA, M. & OREY, D.C. 2007. Pop: a study of the ethnomathematics of globalization: using the sacred Mayan mat pattern. In Atweb, B.; Barton, A.C.; Borba, M.; Gough, N.; Keitel, C.; Vistro-Yu, C. & Vithal, R. (Orgs.). *Internacionalisation and globalisation in mathematics and science education*. Dordrecht, Netherlands: Springer, v. 1, p. 227-236.

ROSA, M. & OREY, D.C. 2011. Ethnomathematics: the cultural aspects of mathematics. *Revista Latinoamerica de Etnomatemática*, v. 4, n. 2, p. 32-54.

SEN, A. 2002. How to judge globalism. *The American Prospect,* v.13, n.1. Disponível em: http://www.propsect.org/print/V13/1/sen-a.html.

SHIRLEY, L. 2000. Twentieth century mathematics: a brief review of the century. *Teaching Mathematics in the Middle School,* v. 5, n. 5, p. 278-285.

TERESI, D. 2002. *Lost discoveries*: the ancient roots of modern science – from the Babylonians to the Mayans. New York, NY: Simon & Schulster.

WILDER, R.L. 1981. *Mathematics as a cultural system*. New York, NY: Pergamon Press, Inc.

ZASLAVSKY, C. 1973. *Africa counts*: number and pattern in African culture. Boston, MA: PWS Publishers.

MALBA TAHAN NA PRÁTICA DOCENTE DO ENSINO FUNDAMENTAL: INTERFACES ENTRE A PESQUISA E A EXTENSÃO

CRISTIANE COPPE DE OLIVEIRA

Faculdade de Ciências Integradas do Pontal – FACIP/UFU
Universidade Federal de Uberlândia – Campus do Pontal
Ituiutaba, MG

criscopp@pontal.ufu.br

Resumo: O presente artigo tem por objetivo compartilhar experiências e ações pedagógicas desenvolvidas no projeto interdisciplinar *Malba Tahan: mostra imaginário e matemática*, tendo como recurso didático e cenários teóricos a História da Matemática, o contexto da Educação Matemática Brasileira e os resultados das pesquisas da autora ao longo dos últimos 12 anos. O Projeto foi realizado no ano de 2009 na escola estadual Rotary, na cidade de Ituiutaba – Pontal do Triângulo Mineiro – em parceria com a Pró-Reitoria de Extensão da Universidade Federal de Uberlândia. Pretendia-se propiciar aos professores e aos alunos do ensino fundamental de todas as áreas, o conhecimento e a valorização das ideias tahanianas, por meio de investigação de suas obras; contribuir para o processo de ensino e de aprendizagem em Matemática dos alunos que cursavam as modalidades Projeto Acelerar para Vencer da Secretaria Estadual de Educação de Minas Gerais (PAV) e Educação de Jovens e Adultos (EJA) da escola, com o intuito de resgatar a autoestima desses alunos na integração de atividades do projeto e buscar interfaces, no espaço escolar, com as recentes pesquisas desenvolvidas pela autora no Núcleo de Pesquisas e Estudos em Educação Matemática (NUPEm). Esses objetivos apoiaram-se, ainda, em ideias e concepções tahanianas que vêm ganhando vida pelos projetos de pesquisa e extensão, desenvolvidos no Brasil no campo da Educação Matemática. As atividades foram elaboradas de forma multi/inter/transdisciplinar, lúdica e interativa, contemplando a formação continuada dos professores no espaço de reflexão escolar coletiva – *Módulo II* – pertencente à rotina das escolas do Estado de Minas Gerais. Durante o período de desenvolvimento do projeto, os professores de todas as disciplinas tomaram contato com a vida e obras de Malba Tahan, elaborando propostas pedagógicas de intervenção interdisciplinares em sala de aula. Desta forma, acreditamos que o projeto contribuiu nas diversas áreas do conhecimento, no sentido de minimizar os insucessos e os desapontamentos que as disciplinas propiciam no âmbito escolar, utilizando-se de propostas e ideias tahaniana, contribuindo também na formação continuada do professor, em serviço, evidenciando a ideia multi/inter/transdisciplinar e de que é possível trabalhar com temas de pesquisa, estabelecendo interfaces com a extensão e a prática docente.

Palavras chave: Malba Tahan, Prática docente, Pesquisa, Extensão.

MALBA TAHAN IN ELEMENTARY SCHOOL TEACHING PRACTICE: INTERFACES BETWEEN RESEARCH AND EXTENSION

Abstract: This article aims to share experiences and pedagogical actions undertaken within the interdisciplinary Project Malba Tahan: shows imaginary and mathematics, having as didactic resources and theoretical scenarios the history of mathematics, the context of mathematics education in Brazil and the results of the author's research over the past 12 years. The project was conducted in the year 2009 in the escola estadual Rotary in the city of Ituiutaba – Pontal do Triângulo Mineiro-in partnership with the extension of Pró-Reitoria da Universidade Federal de Uberlândia. It was intended to provide teachers and elementary school students of all disciplines, the knowledge and appreciation of tahanianas ideas, through the investigation of his works; to contribute to the process of teaching and learning in mathematics of students attending the modalities Speeding to Win Project of the State Board of Education of Minas Gerais (PAV) and youth and adult education school (EJA), in order to rescue the self-esteem of these pupils in the integration of project activities and search for interfaces, in the school environment with recent surveys developed by the author at the Research and Studies Group in Mathematics Education (NUPEm). These goals were also relied on tahanianas ideas and conceptions that are gaining life throughout research and extension projects, developed in Brazil in the field of mathematics education. The activities were established in a manner multi/inter/transdisciplinary playful and interactive manner, contemplating teacher's continued training in the space of collective school reflection– module II – belonging to the routine of schools in the State of Minas Gerais. During the project development period, teachers of all disciplines had contact with Malba Tahan's life and works elaborating educational proposals of interdisciplinary intervention in the classroom. Thus, we believe that the project has contributed in several areas of knowledge, in order to minimize the failures and disappointments that the disciplines confer to the school milieu, using tahaniana proposals and ideas, also contributing to continued teachers' training, in service, highlighting the multi/inter/transdisciplinary idea and that it is possible to work with theme research, establishing interfaces with the extension and teaching practice.

Keywords: Malba Tahan, teaching, research, extension.

INTRODUÇÃO

Atualmente, no cenário da Educação Matemática, as ideias de Malba Tahan continuam sendo divulgadas no meio científico; em sites educacionais voltados para a formação do educador; nas atividades da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), que comemora em 06 de maio o Dia Nacional da Matemática[1]; em eventos promovidos pela Editora Record que publica algumas de suas obras; na prática docente, por meio de projetos, peças de teatro e outras ações.

As ideias de Malba Tahan, segundo pesquisas recentes de Oliveira (2001), revelam-se ainda nos Parâmetros Curriculares de Matemática (PCN) e no pensamento de alguns educadores matemáticos brasileiros.

Os PCN-Matemática apontam recursos didático-pedagógicos que Malba Tahan já propunha no discurso de suas obras para serem utilizados na prática docente. Alguns exemplos são mais evidentes em suas concepções e ideias, como a utilização do método de resolução de problemas, o método de laboratório, a história da matemática e os jogos.

Segundo depoimento de Lorenzato[2], Malba Tahan ensinava Matemática com arte, conhecimento e sabedoria, propunha novas alternativas para melhorar o ensino-aprendizagem de Matemática e divulgava suas ideias, numa época em que prevalecia fortemente o dogma de que "para ser um bom professor de Matemática basta conhecer Matemática" e também campeavam, sem questionamentos, inúmeros mitos tais como "Matemática é difícil", "só os inteligentes aprendem Matemática", "bom professor é o que reprova muitos alunos", "vou escolher uma profissão que não use Matemática.

Recentemente, o autor faz referência a Malba Tahan em duas obras da Coleção "Formação de Professores". Propondo ideias para a sala de aula, Lorenzato (2006) apresenta recursos didático-pedagógicos

---

[1] O dia 06 de maio é a data do nascimento de Júlio César de Mello e Souza – Malba Tahan. A primeira manifestação para a escolha desse dia ocorreu em 1995, ano do centenário de Malba Tahan, em que a Câmara Municipal do Rio de Janeiro decretou o Dia Municipal da Matemática.

[2] O professor Sérgio Lorenzato foi aluno de Malba Tahan em São Carlos, na década de 1950. As informações cedidas por ele foram coletadas em uma entrevista realizada em sua casa, no ano de 2000, na cidade de Campinas.

para a aprendizagem matemática por meio de histórias no ensino e considera que:

> *"Seria injusto falar de histórias úteis ao ensino de Matemática sem começar por uma das mais conhecidas internacionalmente e que trata da proposta de distribuição de 35 camelos entre três herdeiros; ela se encontra no livro O homem que calculava, escrito pelo brasileiro Malba Tahan (1958, pp.12-14), que é obra obrigatória a qualquer professor de matemática. A história começa às margens do rio Tigre, quando um bagdali (nome dado às pessoas que nascem em Bagdá) viajava em seu camelo com destino a Bagdá e se encontrou com Beremiz Samir, um rapaz de 25 anos que tinha o hábito de calcular tudo que via: folhas de uma árvore, flores de um jardim, ovelhas num pasto, formigas... Por não possuir camelo, Beremiz viajava a pé e, por convite do bagdali, o rapaz ganhou carona no único camelo que tinham. E prosseguiram viagem... até que aconteceu o seguinte, assim relatado pelo próprio bagdali".* (LORENZATO, 2006**,** p. 101-102)

O relato que é feito pelo bagdali na obra *O homem que calculava* é o famoso problema dos 35 camelos, em que Beremiz e ele encontram, perto de um antigo caravançará meio abandonado, três irmãos que discutiam acaloradamente ao pé de um lote de camelos a partilha de bens.

No âmbito científico internacional, a conferência de abertura do Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática (CIBEM), *Educação Matemática na Educação Básica: uma análise das experiências brasileiras*, realizada na cidade do Porto,em julho de 2005, ministrada pela professora brasileira Célia Carolino Pires, iniciou-se com a afirmação de que a modernização do ensino de Matemática no Brasil teve suas origens nas décadas de 1930 e 1940 do século passado. A autora apontou Euclides Roxo e Júlio César de Mello e Souza como protagonistas desse período, por apresentarem propostas inovadoras para o ensino de Matemática.

O Comitê Interamericano de Educação Matemática (CIAEM) apresenta, em sua página na internet até o ano de 2007, Malba Tahan como um precursor do movimento, juntamente com Ubiratan D'Ambrosio (Brasil), José Babini (Argentina), Luis Antônio Santaló (Espanha), Martha Dantas (Brasil) e Marshal Stone (Estados Unidos).

Atualmente, o CIAEM considera e ressalta apenas os precursores do próprio comitê os educadores Bernardo Alfaro, Carlos Imaz Jahnke, Eugenio Filloy Yagüe, José Babini, Luis Antônio Santaló, Marshall Stone, Oscar Dodera Luscher, Remigio Valdés Gámez e Ubiratan D'Ambrosio.

Além de referências a Malba Tahan em outros países, pesquisas e obras, as ideias e concepções tahanianas vêm ganhando vida pelos projetos de pesquisa e extensão no campo da Educação Matemática.

Dentre os projetos de pesquisa, destacamos os estudos do Grupo de Pesquisa de história da Educação Matemática no Brasil (GHEMAT), coordenado por Valente (2005), em que Mello e Souza é citado por diversas vezes como professor do Colégio Pedro II no Rio de Janeiro e contemporâneo de Euclides Roxo[3]. Como projeto de extensão, destacamos o artigo de Lacaz e Oliveira (2007), que relata as atividades desenvolvidas com um grupo de professores da rede municipal de Queluz (SP), em 2003, por meio do projeto "Malba Tahan vai à escola". Seu objetivo principal era inserir culturalmente Júlio César de Mello e Souza nas escolas da cidade em que o educador viveu sua infância, além de propiciar aos professores, por meio de um curso de educação continuada, vivências das ideias de Malba Tahan em sala de aula.

Nesse sentido, este artigo pretende revelar três interfaces que se estabeleceram entre a pesquisa e a extensão ao longo do desenvolvimento das atividades desenvolvidas no projeto.

---

[3] Euclides de Medeiros Guimarães Roxo nasceu em Aracaju, Sergipe, no dia 10 de dezembro de 1890 e faleceu no Rio de Janeiro, em 21 de setembro de 1950. Estudou no Internato do Colégio Pedro II, bacharelando-se em 1909. Em 1916, formou-se Engenheiro Civil na Escola Politécnica do Rio de Janeiro. Em 1915, foi aprovado para professor substituto de Matemática do Colégio Pedro II. Posteriormente, após o falecimento do professor Eugênio de Barros Raja Gabaglia, foi nomeado professor catedrático. Em 1925, foi nomeado interinamente Diretor do Externato do Colégio Pedro II. Permaneceu no cargo até 1930, quando assumiu a diretoria do Internato. Ocupou tal cargo até o ano de 1935.

DAS PESQUISAS E O PROJETO

No que tange o movimento de/entre pesquisadores, revelado ao longo dos anos iniciais de constituição da Sociedade Brasileria de História da Matemática (SBHMat), percebe-se que alguns grupos de pesquisa no Brasil procuram estabelecer uma relação entre História da Matemática e a História da Educação Matemática Brasileira. Outros buscam reconhecer e (re)significar os processsos de ensino e de aprendizagem nas escolas.

Destacamos ainda o fato de que novos pesquisadores estão buscando compreender, reconhecer e divulgar as ideias de Malba Tahan no contexto da História da Educação Matemática no Brasil. Acreditamos que esse movimento tenda a aumentar com a futura organização e constituição do acervo tahaniano no Centro de Memória da Universidade de Campinas (Unicamp).

De igual modo, vale destacar as pesquisas desenvolvidas pelo grupo de pesquisa em História da Matemática e/ou suas relações com a Educação Matemática (GPHM) do Departamento de Matemática da Unesp de Rio Claro. O grupo foi fundado em 1995 e é constituído por professores do referido Departamento e por alunos da graduação em Matemática e Pós-Graduação em Educação Matemática. Seu principal objetivo é o desenvolvimento teórico de assunto ligados à pesquisa em História da Matemática. A relação entre História da Matemática e Educação Matemática também é assunto em discussão no grupo.

As pesquisas realizadas pelos integrantes do GPHM estão pautadas em temas como história da atividade profissional em Matemática no Brasil, desenvolvimento do conteúdo matemático a partir do seu progresso histórico: uma proposta para a formação de professores, história das instituições, história das disciplinas matemáticas, a história da Matemática e suas contribuições para o ensino superior e estudos para uma historiografia adequada para os países periféricos na produção e difusão do conhecimento científico.

Já o grupo de pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil (GHEMAT), coordenado por Valente (2005), desenvolve projetos de pesquisa que têm como objetivo produzir história da educação matemática no Brasil. Duas questões fundamentais orientam as investigações do Grupo: "A que serve praticar historicamente a história da educação matemática? e "Qual o significado da construção de uma perspectiva histórica para a educação matemática brasileira?"

Em um dos projetos finalizados pelo GHEMAT cabe ressaltar que destacam-se estudos em que Mello e Souza é visto sob a face de professor do Colégio Pedro II no Rio de Janeiro e contemporâneo de Euclides Roxo4, contextualizando ideia e concepções da época com o Movimento da Matemática Moderna.

O recente Grupo de Pesquisas e Estudos em Educação Matemática (NUPEm), com sede na Faculdade de Ciências Integradas do Pontal da Universidade Federal de Uberlândia (FACIP/UFU), se uniu, em sua diversidade de ideias, a fim de contribuir com a pesquisa em Educação Matemática. O grupo acredita, assim como Ubiratan D'Ambrosio, que a Educação Matemática deve contemplar um conhecimento matemático atual, como ele se manifesta no dia a dia e na ciência e tecnologia do momento, contemplando não apenas o aspecto utilitarista da Matemática, mas também as formas de arte.

Nessa perspectiva, buscando estabelecer novas pontes entre o conhecimento científico, a educação matemática e arte, o NUPEm divide-se em três eixos de pesquisa: Formação de professores,

---

[4] Euclides de Medeiros Guimarães Roxo nasceu em Aracaju, Sergipe, no dia 10 de dezembro de 1890 e faleceu no Rio de Janeiro, em 21 de setembro de 1950. Estudou no Internato do Colégio Pedro II, bacharelando-se em 1909. Em 1916, formou-se engenheiro civil na Escola Politécnica do Rio de Janeiro. Em 1915, foi aprovado para professor substituto de Matemática do Colégio Pedro II. Posteriormente, após o falecimento do professor Eugênio de Barros Raja Gabaglia, foi nomeado professor catedrático. Em 1925, foi nomeado interinamente Diretor do Externato do Colégio Pedro II. Permaneceu no cargo até 1930, quando assumiu a diretoria do Internato. Ocupou tal cargo até o ano de 1935.

Psicologia da Educação Matemática e História da Educação Matemática e Cultura. Esse último eixo contempla diversos projetos de pesquisas que valorizam as artes de se compreender, historicamente, as obras e ideias de Malba Tahan, coleções didáticas antigas, periódicos e obras raras em contextos que vão do século XVIII às décadas de 60 e 70.

Outros projetos desse mesmo eixo destacam-se pelo apontamento de ideias culturalmente distintas de diversas realidades contextuais brasileiras, fundamentando-os, essencialmente, no Programa de pesquisa Etnomatemática. Atualmente, as pesquisas do grupo sob este olhar priorizam o contexto afro-brasileiro, ressaltando os saberes e fazeres etnomatemáticos de matrizes africanas.

No que se refere às ações extensionistas, destaca-se o artigo de Faria e Lacaz (2004), que relata as atividades desenvolvidas com um grupo de professores da rede municipal de Queluz (SP), em 2003, por meio do projeto "Malba Tahan vai à escola". Seu objetivo principal era inserir, culturalmente, Júlio César de Mello e Souza nas escolas da cidade em que o educador viveu sua infância, além de propiciar aos professores, por meio de um curso de educação continuada, vivências das ideias de Malba Tahan em sala de aula.

Nesse sentido, o projeto interdisciplinar *Malba Tahan: mostra imaginário e matemática*, realizado em 2009, na escola estadual Rotary, na cidade de Ituiutaba (MG), pelo NUPEm, mostrou que é possível trabalhar diferentes disciplinas em sala de aula a partir dos discursos e ideias desse autor (Figura 1).

Durand (1996) considera que é indispensável ao progresso de todas as disciplinas a aproximação com a interdisciplinaridade, por acreditar que esta inicia uma transdisciplinaridade para lá dos "sendos" que distribuem as disciplinas.

Nesse sentido, a busca por novas tendências em Educação Matemática, permeando as teorizações de D'Ambrosio (2001) e Durand (1996), levou ao encaminhamento deste projeto, a fim de traçar um destino inter e transdisciplinar, apontando possíveis interfaces entre a pesquisa e a extensão, permeando a formação continuada do professor de Matemática durante o desenvolvimento do projeto.

Durante um período de seis meses, os professores de todas as disciplinas do ensino fundamental da Escola Estadual Rotary, na cidade de Ituiutaba (MG), tomaram contato com a vida e obra de Tahan, criando propostas pedagógicas de intervenções interdisciplinares em sala de aula. As interfaces entre a pesquisa e extensão foram se constituindo no espaço pedagógico chamado de *Módulo II,* no qual os docentes discutem as ações de suas práticas, entre seus pares e a equipe gestora da escola. O *Módulo II* tem periodicidade semanal nas escolas do estado de Minas Gerais e reune todo seu corpo docente em um único horário. A partir desta particularidade, optou-se pela utilização desse espaço para connhecer as ideias de Malba Tahan, reconhecê-lo como brasileiro e estabelecer novos diálogos, a fim de se refletir sobre as possibilidades de aplicação do projeto de modo inter/multi e transdisciplinar.

Figura 1: Professora de Geografia desenvolvendo com a EJA a proposta didática criada

Desenvolveram-se, ao longo do projeto, ciclos de debates com todos os professores do ensino fundamental e da Educação de Jovens e Adultos (EJA), considerando a relevância dos aspectos que envolvem o professor-pesquisador na temática tahaniana; apresentação da peça teatral *O Homem que Calculava* pelo grupo Teatralha e Cia de São Paulo e a organização das atividades desenvolvidas em sala de aula em todas as disciplinas, culminando na produção de um vídeo-documentário e a organização da mostra Malba Tahan: imaginário e matemática – pelos docentes e discentes – aberta à comunidade.

DAS PROPOSTAS E INTERFACES

Todas as propostas foram elaboradas e discutidas, semanalmente, buscando a troca de experiências entre as ações. Os professores de Matemática, por exemplo, optaram pela obra tahaniana *Meu anel de sete pedras*. A proposta pretendia desenvolver a habilidade do cálculo mental e o raciocínio-lógico matemático, por meio de advinhas presentes nessa obra (Figura 2).

Figura 2: Realização da gincana dos desafios e advinhas. Professor de Matemática à direita

Após o envolvimento dos docentes e discentes com os desafios tahanianos, realizou-se uma gincana explorando diversas advinhas matemáticas da obra. Ao final houve premiação para os alunos que conseguiram acertar o maior número de desafios.

No que se refere ao **contexto religioso e moral**, acredita-se que há uma diversidade de possibilidades pedagógicas com que os professores podem trabalhar a partir de obras tahanianas. No livro *Lendas do Céu e da Terra*, por exemplo, é marcante a abordagem religiosa (islâmica) e de moral cristã. Tahan (1964) escreveu que:

> *"A religião é, também, um dever social. Para as sociedades como para os indivíduo é a chave da felicidade, é a solução do problema da existência, é uma questão de vida ou morte." (*TAHAN, 1964, p.32)

A visão histórica de religião no estabelecimento de uma ponte com a ciência mostra-se de forma marcante na obra. O autor consegue combinar religião, ciências, matemática, tradições e cultura árabe. Ele considera que é grande a responsabilidade de quem escreve. Mas se o livro possui um caráter religioso, essa responsabilidade assume proporções quase infinitas. Para Tahan (1964),

> *"(...) semear ideias religiosas é dirigir consciências. E dirigir consciências é orientar o homem no problema do seu destino, cuja incógnita se resolve na tremenda alternativa de duas eternidades, uma infinitamente feliz, outra infinitamente desventurada*". (TAHAN, 1964, p.7)

O assunto pode ser trabalhado como tema transversal, apontando para uma ética de respeito à diversidade e à multiplicidade das crenças brasileiras. Essa temática é discutida em uma das obras de D'Ambrosio (1999), que afirma que o tema é complexo e lamenta que a maioria das escolas priorizam ou um programa de religião compatível com a fé que esta adere ou como obrigatoriedade do ensino religioso, o que dá margem a interpretações equivocadas. O autor considera e aponta que;

> "*(...) em todas as escolas e em todas as formas de educação, o ensino religioso deveria ser focalizado na espiritualidade, num sentido amplo, e ter como meta a paz, na sua pluridimensionalidade: paz interior, paz social, paz ambiental e, consequentemente, paz militar*". (D'AMBROSIO, 1999, p. 119)

No desenvolvimento do projeto, a interface espiritualidade desenvolveu-se a partir do diálogo entre as disciplinas de História e

Geografia. As professoras reuniram-se nos momentos de módulo II a fim de traçarem as ações da proposta geradora. Optou-se em olhar a questão religiosa nos países orientais, evidenciando a política e as crenças do Islã. O debate emergiu na turma da EJA e esclareceu o grupo quanto à importância do respeito que se deve ter as crenças, ritos e mitos dos povos árabes.

Malba Tahan utilizou-se das **narrativas** para conquistar e voltar a atenção dos leitores para o contexto árabe de cada história de tradição oral. Isso pode ser comprovado com a leitura da obra *Mil Histórias Sem Fim*. A forma literária dos contos árabes pode ser vista como uma interessante cadeia de narrativas variadas e unidas que constituem o mais rico e duradouro patrimônio das literaturas orientais.

A interface "narrativas" foi trabalhada no projeto nas aulas de Língua Portuguesa, juntamente com os professores de História e de Educação Artística, unindo produção de texto, contextos históricos e arte.

Os professores de Língua Portuguesa utilizaram-se da obra *Mil Histórias Sem Fim*, destacando a forma literária dos contos árabes que pode ser vista como uma interessante cadeia de narrativas variadas. As narrativas foram trabalhadas nas aulas, juntamente com os professores de História e de Arte, fazendo com que o leitor/aluno "mergulhasse" na fantasia árabe do professor de Matemática Mello e Souza. Por um lado, os alunos utilizaram a criatividade da obra, escrevendo o final que desejaram para a obras "Sem fim", entrando no imaginário do autor nas aulas de Língua Portuguesa, por outro lado o professor de História, apontou para a visão da ciência Matemática como produto cultural da humanidade, destacando Malba Tahan como divulgador da cultura árabe em todos os âmbitos que envolveram sua carreira de escritor, educador e professor de Matemática e o professor de Educação Artística solicitou aos alunos que produzissem uma expressão livre em cartolina, utilizando recortes e tinta do tema que consideraram mais relevante.

A partir dessa experiência pode-se perceber que é possível fomentar uma leitura da cultura árabe que dignifique, legitime, afirme e propague a importância desses povos, ressaltando seus valores em práticas de ensino, aprendizagem e pesquisa em Educação Matemática. Malba Tahan deixou essa contribuição ao traduzir para seus leitores a riqueza desses povos.

CULTURA ÁRABE E TRANSDISCIPLINARIDADE

O sucesso do projeto evidenciou-se ainda mais na Educação de Jovens e Adultos (EJA) da escola. Os alunos discutiram os valores e a cultura dos povos árabes nas aulas de Geografia e História, intercalando a Matemática na preparação de um livro de receitas. A aula aconteceu na cozinha da escola (Figura 3), onde a Matemática relacionava-se às medidas e ás frações utilizadas na preparação de pratos árabes. O grupo finalizou o projeto com um grande banquete e com a mostra, aberta a comunidade, expondo todas as atividades desenvolvidas pelos professores e seus alunos.

Figura 3: Aula de matemática na cozinha da Escola Estadual Rotary

A mostra, envolvendo todas as atividades, revelou aspectos de uma perspectiva transdisciplinar em que a dança árabe, o teatro, a exibição do vídeo com depoimentos dos participantes da escola e o banquete de culinária árabe, uniram as diversas interfaces tecidas ao longo do desenvolvimento do projeto e mostrou que é possível trabalhar com temas de pesquisa estabelecendo novas relações entre a extensão e a prática docente.

CONSIDERAÇÕES FINAIS OU *MAKTUB*!

Maktub! é uma expressão característica do fatalismo mulçumano. O termo, em árabe, vem do verbo *ktab* (escrever) e significa “estava escrito” ou “tinha de acontecer”. Quando um árabe exclama essa palavra, quer reafirmar que seu espírito, dentro da linguagem do Alcorão, o livro sagrado do Islã, se conforma com o destino e a vontade de Allah.

Podemos dizer maktub! a respeito do ex-repositor de livros da Biblioteca Nacional – o carioca Júlio César de Mello e Souza (1895-1974) – que se tornaria um escritor e professor de Matemática, divulgando em suas obras a cultura e os costumes dos povos árabes, e que se tornaria conhecido, mundialmente, pelo pseudônimo de Malba Tahan. Vasta e acessível, a obra de Malba Tahan valorizou a cultura árabe e abriu possibilidades para a educação inter/multi/transdisciplinar. O autor revelou aspectos míticos em seu discurso pedagógico e traçou um destino singular para a história da Educação Matemática no Brasil.

Considerando que o nome e as obras de Malba Tahan ainda não são tão conhecidas e valorizadas nos contextos da escola que envolvem a prática docente, consideramos que o projeto interdisciplinar *Malba Tahan: mostra imaginário e matemática*, integrado às etapas de investigação dos projetos de pesquisa desenvolvidos pelo NUPEm, configurou-se como um catalisador de novas propostas de investigação dentro e fora do espaço escolar nas temáticas tahaniana que iam se constituindo ao longo do de seu desenvolvimento. Desse modo, configurou-se um cenário em que foram surgindo várias interfaces entre o processo de pesquisa e extensão, tanto com relação aos docentes e discentes da escola envolvidos no projeto de extensão, quanto aos pesquisadores do grupo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática. Brasília: MEC;SEF, 1998.

D'AMBROSIO, U. *Educação para uma sociedade em transição*. Campinas: Papirus, 1999.

D'AMBROSIO, U. Transdisciplinaridade, Palas Athena, 2001.

DURAND, G. Campos do imaginário. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

FARIA, J.C.; LACAZ, T.M.V.S. *Projeto de Educação Continuada de Professores da Rede Municipal de Queluz:* pesquisa e uso de metodologias propostas por Malba Tahan para a melhoria do Ensino de Matemática. In: PROGRAD; PROEX; PROEX-UNESP (Org.). Cadernos do Núcleo de Ensino da UNESP, Unesp: São Paulo, 2004.

OLIVEIRA, C.C. *Do menino "Julinho" a "Malba Tahan": uma viagem pelo oásis do ensino da matemática.* 2001. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

OLIVEIRA, C.C. *A sombra do arco-íris:* um estudo histórico-mitocrítico do discurso pedagógico de Malba Tahan. 2008. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, USP, São Paulo, 2007.

LORENZATO, S. *Para aprender matemática.* Campinas: Autores Associados, 2006.

TAHAN, M. *Lendas do Céu e da Terra.* 16. ed. Rio de Janeiro: Conquista, 1964.

TAHAN, M. *Meu anel de sete pedras.* 5. ed. Rio de Janeiro: Record, 2002.

TAHAN, M. *Mil Histórias Sem Fim*. Rio de Janeiro: Conquista, 1963, v. 1. VALENTE, W. (Org.) *A matemática do ginásio, livros didáticos e a as reformas Campos e Capanema.* São Paulo: FAPESP, 2005.

EM BRANCO

RELAÇÃO DE EULER: UMA INTRODUÇÃO USANDO A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

MÔNICA DE CÁSSIA SIQUEIRA MARTINES

Departamento de Matemática
Universidade Federal do Triângulo Mineiro – UFTM
Uberaba, MG

monica@matematica.uftm.edu.br

Resumo: Este trabalho trata de um relato de experiência. O mesmo aborda o desenvolvimento do assunto matemático conhecido por Relação de Euler, tema que é exigido pelos currículos do Ensino Médio das escolas brasileiras e indicado para ser explorado no segundo ano desse nível de ensino. Aqui a autora relata sua experiência com o assunto utilizando como recurso didático a História da Matemática.

Palavras-chave: Matemática, História, Relação de Euler.

EULER RELATION: AN INTRODUCTION USING THE HISTORY OF MATHEMATICS

Abstract: This work is an experience report. The same issue discusses the development of the mathematical ratio known as Relation Euler, a theme that is required for high school curricula of schools in Brazil and stated to be explored in the second year of this level of education. Here the author relates his experience with the subject using history of mathematics as teaching resources.

Keywords: Mathematics, History, Euler Relation.

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho consiste em um relato de experiência da autora deste texto, que propôs algumas atividades usando a História da Matemática aos alunos do Ensino Médio EJA - Educação de Jovens e Adultos – em uma escola pública do interior do Estado de São Paulo, na cidade de Rio Claro, durante o primeiro bimestre de 2009.

As atividades propostas contavam com os seguintes objetivos: aproximar o aluno da leitura e interpretação de textos na aula de Matemática; mostrar que a Matemática não foi criada, mas construída, identificar e distinguir figuras planas e figuras espaciais, além de compreender as propriedades dos polígonos e as propriedades dos poliedros.

As atividades propostas surgiram de uma pesquisa histórica a cerca do tema *Característica de Euler*, tema da dissertação de mestrado da autora e que é trabalhado na Matemática na subárea denominada Topologia. A pesquisa histórica nos mostrou que o matemático René Descartes (1576 - 1650) havia se preocupado em encontrar a propriedade geral dos sólidos limitados por faces planas, mas não a enunciou. Leonhard Euler (1707-1783) foi inovador nesta questão, Lakatos (1978, p.19, obs.1) afirma, "a chave para o resultado de Euler foi a invenção dos conceitos de vértice e aresta: foi ele quem primeiro observou que, além do número de faces, o número de pontos e linhas na superfície do poliedro determina seu caráter (topológico)". E mesmo não tendo o conhecimento de que Descartes havia trabalhado nesta propriedade, propôs um estudo mais detalhado e chegou a enunciar e demonstrar a propriedade geral para os sólidos limitados por faces planas. O trabalho em que Euler publica tal demonstração gera uma seqüência de outros fatos e que de acordo com Mendes torna-se digno de memória.

> Um fato histórico da matemática é digno de memória quando exerce ou exerceu, na sociedade, uma função desencadeadora de uma série de acontecimentos matemáticos úteis à humanidade e que ainda podem gerar muito mais. (MENDES, 2006, p.82).

O trabalho de Euler sobre a propriedade geral dos sólidos limitados por faces planas gerou trabalhos de vários matemáticos, e de acordo com Lakatos (1978, p.158, obs.200), "a relação foi redescoberta cerca de doze vezes entre 1812 e 1890". Estes matemáticos publicaram teoremas e demonstrações sobre tal propriedade e por ser um fato que continua a gerar novos acontecimentos decidimos explorá-lo em sala de aula.

2. DESENVOLVIMENTO

Nas salas de primeiro e segundo ano de Ensino Médio, da escola referida, propusemos algumas atividades que envolvessem o aluno na leitura de problemas, em sua compreensão, em elaboração de estratégias para resolvê-los e na escrita das soluções encontradas. Iniciamos usando o problema das sete pontes de Königsberg, resolvido por Euler em 1736 e considerado por Katz (1993, p.512) como o primeiro trabalho sobre Topologia. A primeira proposta foi de que o aluno deveria investigar se seria possível passar pelas sete pontes para se chegar a cada uma das quatro regiões, usando para isso cada ponte uma única vez.

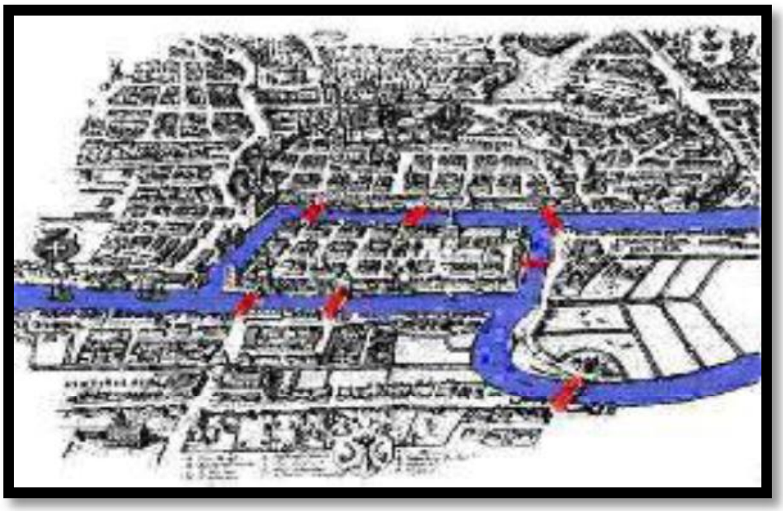
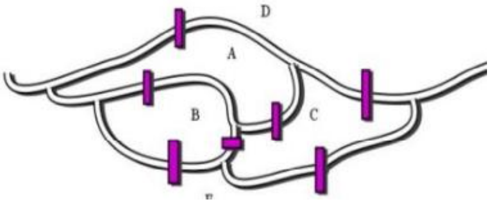
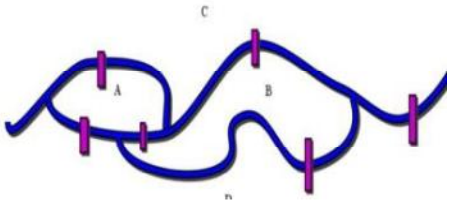


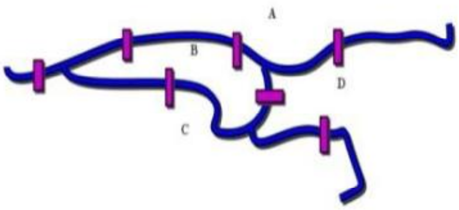
Figura 1: Mapa da cidade de Königsberg

Depois pedimos para verificar se o mesmo poderia ser realizado caso trocássemos uma ponte de lugar. Outro exercício proposto foi de excluir uma ponte e trabalhar com as restantes, depois deveriam excluir duas pontes, e por último, três pontes. Todas as respostas deveriam ser registradas de forma clara e concisa. As atividades se realizaram em grupos de três pessoas. Para finalizar, a classe leu o trabalho de Siqueira Martines (2009) que traz a tradução do trabalho de Euler sobre este problema. A leitura da solução matemática apresentada por Euler foi essencial para que os alunos pudessem chegar a conclusão de que o problema inicial não poderia ser solucionado. Em seguida, foram propostas outras atividades que utilizassem como estratégia de solução o método proposto por Euler, tais como:

Para cada situação abaixo, verifique se há ou não solução, ou seja, se existe um caminho, para cada caso, em que possamos atravessar todas as pontes uma única vez.

a) 

b) 

c) 

Os alunos não apresentaram dificuldades em resolver os exercícios propostos. Assim, foram definidos alguns conceitos, vértice, aresta e face das figuras planas. Ficou evidente que os vértices (regiões) são ligados pelas arestas (pontes).

O trabalho em sala de aula seguiu com a apresentação da carta que Euler escreveu a Christian Goldbach (1690 - 1764) em 1750 cujo conteúdo demonstrava sua preocupação em descobrir uma propriedade geral para os sólidos limitados por faces planas, uma vez que já eram conhecidas as propriedades para as figuras retilíneas planas.

LETTRE CXXXV.

EULER à GOLDBACH.

SOMMAIRE. Théorèmes de stéréométrie.

Berlin d. 14. November 1750.

Neulich kam mir in Sinn die allgemeinen Eigenschaften der Cörper, welche hedris planis eingeschlossen sind, zu bestimmen, weil kein Zweifel ist, dass sich in denselben nicht eben dergleichen allgemeine Eigenschaften finden sollten, als in den figuris planis rectilineis, deren Eigenschaften darin bestehen, dass 1. in einer jeglichen figura plana der numerus laterum dem numero angulorum gleich ist, hernach 2. dass die summa angulorum omnium gleich ist bis tot rectis quot sunt latera, demtis quatuor. Wie aber in den figuris planis nur latera und anguli zu betrachten vorkommen, so müssen bei den Cörpern mehr Stücke in Betrachtung gezogen werden, als

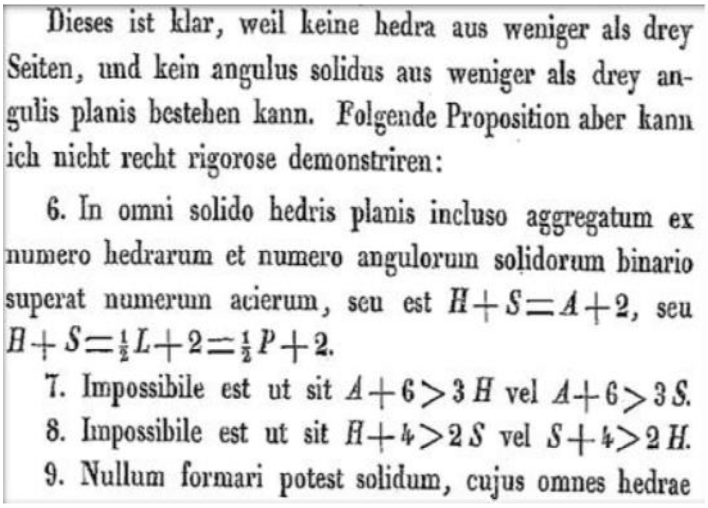
Figura 2: Trecho da carta de Euler a Goldbach que trata das propriedades das figuras retilíneas planas

Uma das atividades que os grupos deveriam realizar era a de consultar livros didáticos ou a internet, e descrever o que seria uma figura retilínea plana. Depois a atividade era de investigar se as propriedades abaixo se verificavam para algumas figuras retilíneas planas propostas.

- Em toda figura plana o número de lados é igual ao número de ângulos;
- A soma de todos os ângulos é igual ao número de ângulos retos os quais são quatro unidades menores que duas vezes o número de lados.

Assim, foi apresentada aos alunos a demonstração de Euler sobre estas propriedades. Uma leitura em que a formalização matemática se destacou, para que assim, finalizássemos a investigação sugerida.

O conteúdo da carta de Euler a Goldbach novamente foi explorado, mas agora o foco foram as propriedades sobre os sólidos limitados por faces planas. A principal propriedade que Euler enuncia e trabalha a procura de uma demonstração satisfatória é a de item 6 na carta, que pode ser traduzida como segue:



Dieses ist klar, weil keine hedra aus weniger als drey Seiten, und kein angulus solidus aus weniger als drey angulis planis bestehen kann. Folgende Proposition aber kann ich nicht recht rigorose demonstriren:

6. In omni solido hedris planis incluso aggregatum ex numero hedrarum et numero angulorum solidorum binario superat numerum acierum, seu est $H+S=A+2$, seu $H+S=\frac{1}{2}L+2=\frac{1}{2}P+2$.

7. Impossibile est ut sit $A+6>3H$ vel $A+6>3S$.

8. Impossibile est ut sit $H+4>2S$ vel $S+4>2H$.

9. Nullum formari potest solidum, cujus omnes hedrae

Figura 3: Trecho da carta de Euler a Goldbach que trata do teorema conhecido hoje por Relação de Euler

- Em todo sólido limitado por faces planas, a soma do número de faces com o número de ângulos sólidos excede por dois o número de arestas, ou

$$H + S = A + 2$$

ou

$$H + S = 1/2L + 2 = 1/2P + 2.$$

Onde:

- As faces são denominadas por H;
- Os ângulos sólidos, denominados por S;

- A ligação de duas faces, que estão juntas lado a lado, denominada "aresta" A;
- Os lados de todas as faces, o número de todos somados = L;
- Os ângulos planos de todas as faces, o número total = P.

Primeiro os alunos foram convidados a fazer a leitura matemática do conteúdo da carta, depois realizaram a atividade de construir um poliedro, usando para isso os polígonos. A construção auxiliou-os a verificar os elementos novos "a invenção dos conceitos de vértice e aresta[1]" que Euler cita. A construção dos sólidos limitados por faces planas apresentou vários formatos, sólidos regulares, sólidos estrelados, sólidos com "furos", entre outros. A segunda atividade proposta foi a de verificar se a propriedade era válida para os sólidos limitados por faces planas que cada grupo havia construído. Como os sólidos apresentavam formatos diversificados, muitos não verificaram a propriedade, assim os alunos foram conduzidos a observar os sólidos que haviam construído e a notarem que embora $H + S - A \neq 2$, o número resultante da operação $H + S - A$ era sempre um número inteiro. Assim, foi apresentada aos alunos na forma de leitura matemática, a demonstração desta propriedade que Euler publicou em 1758.

Em seguida mostramos aos alunos que outros matemáticos trabalharam com a mesma propriedade e que a enunciaram e a demonstraram de forma diferente de Euler, talvez por terem notado, assim como os alunos, sobre a não verificação da propriedade para determinados tipos de sólidos limitados por faces planas.

Augustin - Louis Cauchy (1789- 1857) usa o caráter topológico da propriedade para a sua demonstração, retira a base dos poliedros (verificamos que Cauchy já não se refere aos sólidos limitados por faces planas, mas trabalha somente com poliedros) e a estica, notamos então, que os vértices, as arestas e as faces continuam a ser vértices, arestas e

[1] Lakatos, 1978, Obs. 1, p.19.

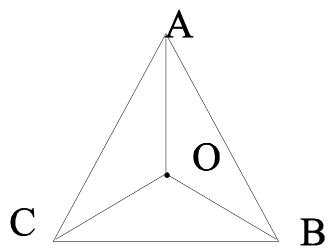
faces. Este trabalho implica como Lakatos (1978, p.23) diz, numa "experiência mental". Assim, foram propostas atividades para que os alunos verificassem o teorema de Cauchy, ou seja, para cada poliedro, foi pedido que os grupos destruíssem a base do poliedro e o esticassem, depois contariam os números de faces, arestas e vértices com o objetivo de que assim como Cauchy publicou, verificassem:

$$\mathbf{S + F = A + P + 1,}$$

Onde:

- P é o número de novos poliedros formados quando retiramos a base.
- S o número total de vértices, incluindo os do poliedro original,
- o número total de faces F,
- e o número total de arestas A.

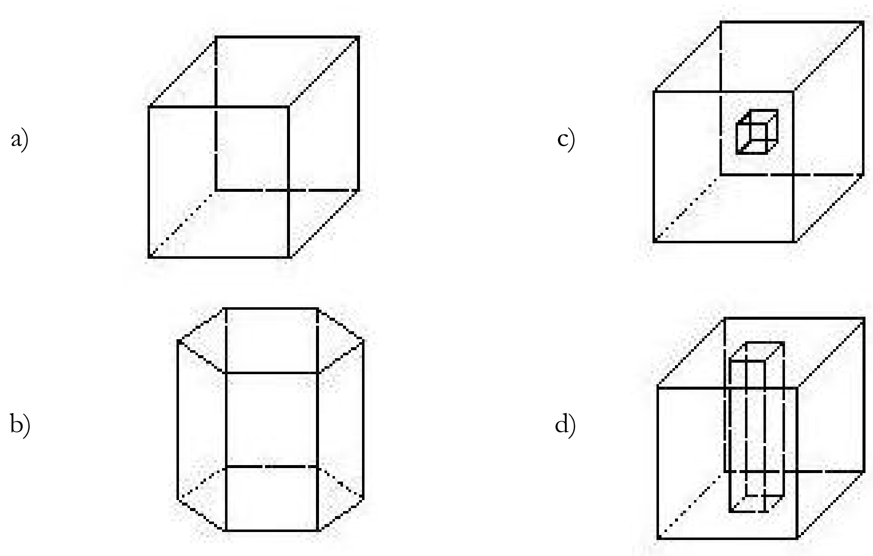
Exemplo:



S = 4, (A,O,B,C);
F = 3, (AOC, AOB, BOC);
A = 6, (AC, AB, BC, OC, OB,OA).
Logo, S + F = A + 1
4 + 3 = 6 + 1, o que verifica o teorema.

Soma-se uma unidade por ter retirado (a base), e assim demonstra que a propriedade de Euler é válida, ou seja, S + F = A + 2. Os alunos foram convidados a realizar outras atividades para entenderem o que Cauchy havia enunciado, e compreenderem a ideia topológica embutida nesse teorema, para finalizar essa aula, foi proposta mais uma leitura, a da demonstração de Cauchy.

Continuando a proposta de mostrar que a matemática não é criada e sim construída, foi exposto que Simon Antoine Jean Lhuilier (1750-1840), outro matemático, se preocupou com a propriedade dos sólidos. O mesmo publica um trabalho no qual explora para qual, ou para quais, sólidos limitados por faces planas, a propriedade de Euler se verificava e quais eram as exceções. Exceções que os alunos notaram durante a construção de sólidos limitados por faces planas e a verificação da propriedade. Assim foi pedido que os grupos comprovassem que somente para alguns grupos de poliedros é válida a propriedade de Euler, isto é, somente para alguns tipos de poliedros que S + F = A + 2.



Outro exercício pedido foi para que os alunos contassem para os demais qual(is) dos sólidos acima verificaram a propriedade de Euler e para qual(is) a propriedade S + F = A + 2 não foi válida e por quê.

Assim, os alunos notaram que a Relação de Euler levou muito tempo e passou por várias mãos até chegar a forma que é apresentada nos livros didáticos de matemática. Não caiu do Céu, foi construída com o passar dos anos.

3. CONCLUSÃO

No início os alunos não corresponderam as expectativas da professora, pois diziam que Matemática era para "resolver contas" não para fazer leituras. Mesmo os enunciados dos problemas já eram considerados complicados. Queriam a matéria na lousa e que a professora fizesse um exercício e colocasse outros para resolverem, desde que não fosse diferente daquele resolvido pela professora.

Com o passar do tempo, e com o desenvolvimento das atividades propostas, os alunos foram percebendo que a leitura Matemática é necessária e que a forma de interpretar é específica da área, e assim, tornaram-se mais receptivos às demais atividades propostas. Conseguiram resolver as atividades discutindo em grupo as possíveis soluções aos problemas apresentados, e compartilharam as idéias com os demais alunos da sala.

Após as atividades realizadas, os alunos foram capazes de distinguir polígonos de poliedros, verificaram as propriedades para polígonos e para poliedros e fizeram as leituras das demonstrações compreendendo o conteúdo que estava sendo apresentado.

Enfim, observaram que a Matemática, mais especificamente, o assunto Relação de Euler, trabalhada nos livros didáticos e exigida como conteúdo a ser ministrado no Ensino Médio, não foi criado, mas surgiu da resolução de um problema, que em seguida gerou outros problemas com soluções e preocupações distintas das iniciais, mas que envolviam a curiosidade e a disponibilidade em aprender e a resolver problemas. Assim, os problemas matemáticos propostos no decorrer do ano tornaram-se mais simples.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

KATZ, V.J. *A History of Mathematics* - An Introduction. USA: Harper-Collins College Publishers, 1993.

LAKATOS, I. *A Lógica do Descobrimento Matemático - Provas e Refutações*. Rio de Janeiro: Zahar editores, 1978.

MENDES, I.A. *A investigação histórica como agente de cognição matemática na sala de aula*. In: A história como um agente de cognição na Educação Matemática. Porto Alegre: Sulina, 2006.

SIQUEIRA MARTINES, M.C. *Algumas Observações sobre a Característica de Euler: Uma Introdução de Elementos da História da Matemática no Ensino Médio*. Dissertação de Mestrado, Unesp – Rio Claro, 2009.

SIQUEIRA MARTINES, M.C. *Algumas Observações sobre a Característica de Euler: Uma Introdução de Elementos da História da Matemática no Ensino Médio*. Organizado por Iran Abreu Mendes e Miguel Chaquiam – Belém: SBHMt., 2009. (Coleção História da Matemática para Professores, 13).

EM BRANCO

A PESQUISA NA ÁREA DE ANÁLISE NO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA FACULDADE DE FILOSOFIA CIÊNCIAS E LETRAS (FFCL) DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO (USP)[1]

MARIANA FEITEIRO CAVALARI

Departamento de Matemática e Computação
Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI
Itajubá, MG

mafeiteiro@yahoo.com.br

Resumo: O presente trabalho teve como objetivo investigar a produção matemática realizada no âmbito das cadeiras de Análise Matemática e de Análise Superior da FFCL da USP. Para tanto, realizamos um estudo histórico sobre o Departamento de Matemática desta faculdade, destacando os docentes que atuaram em tais cadeiras e o início da pesquisa na área de Análise. Realizamos, também, uma classificação da produção científica elaborada no referido departamento com relação a área de pesquisa em Matemática.

Palavras-chave: Matemática, História, Faculdade de Filosofia Ciências e Letras da USP, Pesquisa na área de Análise.

RESEARCH IN THE AREA OF ANALYSIS IN THE DEPARTAMENT OF MATHEMATICS OF THE FACULTY OF PHILOSOPHY, SCIENCES AND LETTERS (FPSL) OF THE UNIVERSITY OF SÃO PAULO (USP)

Abstract: This paper aims at investigating the production in Mathematics in the fields of Mathematical Analysis and Superior Analysis in the FPSL of the USP. In order to achieve that goal, a historical study on the Department of Mathematics of that faculty was carried out, focusing on the professors that have worked in those areas and the beginning of the research in Analysis. A classification of the scientific outcome produced by the Department was also developed based on the area of research in Mathematics.

Keywords: Mathematics, History, Faculty of Philosophy, Sciences and Letters of the USP, Research in the field of Analysis.

---

[1] Este trabalho apresenta resultados parciais da investigação de doutoramento intitulada "As contribuições de Chaim Samuel Hönig para o desenvolvimento da Matemática Brasileira" realizada sob a orientação do Prof. Dr. Sergio Roberto Nobre na UNESP – Campus Rio Claro.

INTRODUÇÃO

A pesquisa em Matemática e a constituição dos primeiros núcleos de pesquisa nesta área do conhecimento iniciaram-se no Brasil na década de 1930 com a criação da Faculdade de Filosofia Ciências e Letras da Universidade de São Paulo (FFCL da USP) e com a Escola de Ciências da Universidade do Distrito Federal.

A FFCL da USP, segundo o decreto n. 6.283 de 25 de janeiro de 1934, era constituída pelas seções de Filosofia, de Letras e de Ciências (Ciências Matemáticas, Ciências Físicas, Ciências Químicas, Ciências Naturais, Ciências Sociais e Políticas, além de Geografia e História). Destacamos que a seção de Matemática (ou Departamento de Matemática)[2], desde sua criação ofereceu o curso de graduação nesta área do conhecimento, no qual foram formados importantes matemáticos brasileiros.

A relevância do curso de Matemática da USP no cenário nacional é destacada por vários acadêmicos brasileiros. Em especial, porque seus docentes e discentes realizaram importantes pesquisas e atuaram na criação de canais de comunicação entre os matemáticos no Brasil. Auxiliaram na fundação da Sociedade de Matemática de São Paulo (SMSP), na criação dos periódicos "Boletim da SMSP" e "Notas de Matemática e Física", e ainda, participaram da criação dos Colóquios Brasileiros de Matemática e da organização das primeiras edições deste evento.

Embora muitos trabalhos tenham sido realizados abordando a história do Departamento de Matemática da FFCL da USP, sobretudo, relativos aos anos iniciais desta instituição, não localizamos pesquisas que abordam especificamente a produção científica realizada neste

[2] Não obtivemos informações acerca da data na qual a seção de Matemática passou a ser denominada Departamento de Matemática. No anuário de 1936 encontramos a denominação Seção (ou subseção) de Matemática, porém no anuário de 1939-1949, observamos que esta, ora era denominada Seção de Matemática, ora Departamento de Matemática. Já na década de 1950 encontramos somente a denominação Departamento de Matemática.

departamento (D'AMBROSIO 1988, 1994, 2008, FERREIRA, 2009, PIRES, 2006, TÁBOAS, 2005).

Desta forma, o objetivo do presente trabalho é investigar a produção matemática na área de Análise realizada no âmbito das cadeiras de Análise Matemática e de Análise Superior da FFCL da USP. Consideramos como produção matemática as pesquisas de doutoramento, os artigos, as notas de aulas, as apostilas e os livros, elaborados por docentes e discentes da área de Matemática desta instituição e, ainda, as conferências matemáticas proferidas por tais acadêmicos.

Para tanto, realizamos uma investigação histórica sobre o Departamento de Matemática da FFCL da USP, destacando suas cátedras e corpo docente. Utilizamos como referências os anuários, guias, programas aprovados pela congregação e regulamentos desta Faculdade.

Elaboramos uma listagem da produção científica realizada pelos discentes e docentes deste departamento. Localizamos estes materiais por meio de pesquisas nos anuários da referida faculdade, no documento intitulado "Retrospectiva de Publicações da FFCL", datado de 1961 e no acervo da Biblioteca "Benjamin Lyra", do Instituto de Matemática e Estatística (IME) da USP. Buscamos, também, indicações destas produções nas biografias dos matemáticos que realizaram pesquisas na área de Análise na FFCL e, ainda, nas obras Azevedo e Silva (s/d), Castro (1999), D'Ambrosio (2008), Dias (1981-1984), Instituto de Matemática e Estatística (1998), Lima (1995), Trivizoli (2008) e Silva (2006a; 2006b).

De posse dessa lista de publicações, nos dedicamos a classificar os trabalhos matemáticos realizados na FFCL com relação a sua área de pesquisa. Essa classificação apresentou grande dificuldade, em especial por duas razões: alguns trabalhos abordavam conceitos que pertencem a interface de diferentes áreas da Matemática e, além disto, naquele período, os campos de pesquisa nesta ciência eram diferentes dos existentes atualmente. Um exemplo dessa situação é a área de Topologia. Nas décadas 1950 e 1960, na FFCL, oficialmente, as investigações que abordavam conceitos de Topologia Geral eram classificadas como pesquisas em Análise, afinal os conceitos relativos a esta área do conhecimento pertenciam a cátedra de Análise Superior.

Devido ao fato de o presente trabalho investigar as pesquisas realizadas no âmbito das cátedras de Análise Matemática e de Análise Superior, decidimos classificar os trabalhos da área de Topologia Geral como da área de Análise, tal como encontramos nos registros oficiais da FFCL da USP.

Para apresentar os resultados desta investigação, inicialmente realizamos considerações históricas sobre as cátedras e o corpo docente do Departamento de Matemática da FFCL da USP e, posteriormente, apresentamos algumas produções matemáticas realizadas nos âmbitos das cadeiras de Análise Matemática e de Análise Superior desta instituição.

CONSIDERAÇÕES HISTÓRICAS ACERCA DAS CÁTEDRAS DO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA FFCL DA USP

Após a criação da FFCL, Theodoro Ramos (1895-1935), então diretor da referida faculdade, realizou contratações de lentes no Brasil e, sobretudo, em países europeus, como Itália, França e Portugal. Para lecionar no curso de Matemática foram contratados na Itália, os docentes Luigi Fantappiè (1901-1956) e Gleb Wataghin (1899 - 1986). Tais contratações, segundo D'Ambrosio (2008) e Schwartzman (1979), podem ter tido uma motivação política e tiveram o apoio dos governos brasileiros e italianos. Afinal, de acordo com o professor Alexandre Rodrigues, em entrevista concedida a A. Hamburger em 1987, embora a Matemática italiana tenha sido uma escola muito reconhecida, no início da década de 1930 já estava "[...] defasada, principalmente em aspectos da Álgebra Moderna, que foi cultivada pelos alemães" (p. 6).

Nos primeiros anos de funcionamento do curso de Matemática, o professor Fantappiè se responsabilizou pelas cadeiras de Análise e de Geometria, nas quais teve como assistentes, respectivamente, os professores Omar Catunda (1906-1986) e Ernesto Luiz de Oliveira Júnior. Já o professor Gleb Wataghin assumiu a cátedra de Mecânica

Racional na qual teve como assistente o professor Fernando Jorge Larrabure. É necessário ressaltar que o decreto de criação da USP (n. 6.283/1934), previa a instauração de três cadeiras na seção de Matemática, a saber: Geometria (Projetiva e Analítica) e História da Matemática; Análise Matemática (incluindo elementos de Cálculo das Probabilidades e da Estatística Matemática) e, também, Cálculo Vetorial e Elementos da Geometria Infinitesimal - Mecânica Racional e Elementos de Mecânica Celeste.

Em 1936, por indicação de Fantappiè, foi contratado Giacomo Albanese (1890-1948), o segundo matemático italiano a compor o quadro docente da FFCL. Albanese responsabilizou-se pela cadeira de Geometria, na qual teve como assistente o professor Ernesto Luiz de Oliveira Junior. Sendo assim, o professor Fantappiè passou a reger, exclusivamente, a cátedra de Análise, tendo como assistente o professor Omar Catunda.

No final de 1939, Luigi Fantappiè, em consequência da eclosão da Segunda Guerra Mundial e de sua militância fascista, retornou a Europa. Desta forma, para o ano letivo de 1940, o professor Omar Catunda foi contratado, interinamente, para reger a cadeira de Análise Matemática e escolheu como seu assistente Cândido Lima da Silva Dias (1913-1998). Na área de Geometria, Benedito Castrucci (1909-1995) tornou-se professor auxiliar de Albanese. Além disto, neste ano, foi criada a cadeira de Complementos de Matemática, voltada para os cursos de Química, Ciências Sociais e Pedagogia e para regê-la foi contratado, interinamente, o professor Fernando Furquim de Almeida (1913-1981).

Destacamos que os matemáticos Cândido Lima da Silva Dias, Fernando Furquim de Almeida e Benedito Castrucci eram egressos do curso de Matemática da FFCL da USP. Tais contratações possibilitaram aos graduados desta faculdade, a iniciação na docência e na pesquisa em Matemática. Afinal, os professores assistentes, dentre outras atribuições, deveriam lecionar periodicamente aulas de exercícios e estudar o tema da tese. Neste período, não existia um sistema de pós-graduação institucionalizado no Brasil e as pesquisas de doutoramento eram realizadas pelos professores assistentes sob a supervisão do professor regente da cátedra (CASTRUCCI, 1993).

Desta forma, iniciou-se a formação "[...] em solo brasileiro, de jovens pesquisadores notáveis e professores universitários de alto nível" (FERREIRA, 2009, p. 202). O Professor Catunda realizou investigações matemáticas sob a orientação de Fantappiè. Já os professores Castrucci e Cândido, no início dos anos 1940, concluíram seus estudos de doutoramento realizados, respectivamente, nas áreas de Geometria Algébrica e de Análise.

As contratações de jovens brasileiros para compor o corpo docente da FFCL da USP foram de fundamental relevância para o desenvolvimento do curso de Matemática dessa faculdade nos anos posteriores.

Em 1942, em consequência da guerra e pressionado pelas circunstâncias internacionais o professor Albanese retornou a Europa. Cumpre destacar que os docentes italianos tiveram importante atuação para o curso de Matemática da USP. Além da supervisão das primeiras investigações realizadas por matemáticos na FFCL, estes docentes foram responsáveis pela criação da biblioteca da seção de Matemática, dos "Seminários Matemáticos e Físicos" e do "Jornal de Matemática Pura e Aplicada".

Devido ao retorno do professor Albanese à Europa, a cadeira de Geometria do Departamento de Matemática se subdividiu em "Geometria Analítica, Projetiva e Descritiva" e "Complementos de Geometria Superior", sendo que a primeira ficou sob a regência do professor B. Castrucci e a segunda dos docentes O. Catunda e Cândido L. da Silva Dias. Desta forma, em 1942, o Departamento de Matemática da FFCL passou a ser composto por quatro cadeiras e uma disciplina, conforme apresentado no Quadro I:

CÁTEDRAS E DOCENTES DO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA FFCL DA USP EM 1942	
Análise Matemática	Complementos de Geometria Superior
Professor Catedrático (interino): Omar Catunda	Professores Contratados: Omar Catunda e Cândido Lima da Silva Dias
Assistente: Cândido Lima da Silva Dias	
Geometria Analítica, Projetiva e Descritiva	Análise Superior (Disciplina)
Professor Contratado: Benedito Castrucci	Prof.Contratado: Cândido Lima da Silva Dias
Crítica dos Princípios e Fundamentos da Matemática	Assistente: L. H. Jacy Monteiro
Professor Catedrático (interino): Fernando F. de Almeida	

QUADRO I: Cátedras e Docentes do Departamento de Matemática na FFCL da USP em 1942.

Os professores Cândido Lima da Silva Dias, Omar Catunda e Fernando F. de Almeida, em meados da década de 1940, escolheram novos professores assistentes. Edison Farah (1915-2006) tornou-se assistente da cadeira de Análise Matemática sob a orientação de Catunda, João Batista Castanho foi designado assistente de Fernando Furquim de Almeida, na cadeira de Crítica dos Princípios e Complementos de Matemática e Luiz Henrique Jacy Monteiro (1921-1975) tornou-se auxiliar de Cândido Lima da Silva Dias, na disciplina de Análise Superior.

O primeiro professor a se tornar catedrático do Departamento de Matemática FFCL da USP foi Omar Catunda que, em 1944, foi aprovado no concurso para provimento da Cátedra de Análise Matemática. Nesta data o referido professor também obteve o doutoramento em Matemática, uma vez que o decreto n. 12.511 de 1942 determinava que fosse concedido o título de doutor ao acadêmico que fosse aprovado em um concurso para professor catedrático (SILVA, 2003).

Em consequência do retorno dos professores italianos à Europa houve a novamente a necessidade de contratação de matemáticos estrangeiros para o quadro docente da USP. Assim, em 1944, foi contratado André Weil (1906-1998), renomado matemático francês, fundador do grupo Bourbaki[3], que residia nos Estados Unidos desde 1941 devido ao programa de acolhimento de cientistas da Fundação Rockefeller (PIRES, 2006).

Destacamos que neste período houve uma alteração em relação aos países nos quais foram realizadas contratações para o quadro docente da FFCL. Ou seja, durante a criação desta Faculdade os docentes contratados eram oriundos da Europa, mas, no início da década de 1940, a busca por novas contratações foi voltada para os Estados Unidos. Isto porque em decorrência da Segunda Guerra Mundial os centros de pesquisas, principalmente, os Europeus, foram desestabilizados e os Estados Unidos criaram um programa de acolhimento de cientistas, em especial com o apoio da Fundação Rockefeller. Assim, conseguiram reunir em seu território excelentes pesquisadores de diversos países europeus.

André Weil iniciou o ano letivo de 1945 na FFCL, lecionando a disciplina Análise Superior, na qual teve como assistente o professor Edison Farah. Após sua instalação no Brasil, Weil indicou a contratação dos docentes Oscar Zariski (1899-1986), Jean Dieudonné (1906-1992) e Jean Delsarte (1903-1968).

Estes matemáticos se responsabilizaram pelas disciplinas relativas ao terceiro e quarto anos que eram ministradas na forma de cursos de graduação. Já os professores brasileiros lecionaram as disciplinas relativas aos primeiros anos. Em 1945, o professor Omar

[3] O grupo denominado Nicolas Bourbaki foi fundado em 1934, por jovens matemáticos, dos quais destacamos Henri Cartan, Claude Chevalley, Jean Delsarte, Jean Dieudonné e André Weil. Estes matemáticos tinham o intuito de produzir um tratado que reformulasse a parte básica da Matemática. Tal objetivo foi ampliado e o grupo escreveu uma série de textos reelaborando os fundamentos da Matemática que foram publicados, na forma de fascículos, a partir de 1939 (SILVA, 2009; BOAS JUNIOR, 2007).

Catunda, escolheu como sua assistente a professora Elza Furtado Gomide (1925-)[4].

Destacamos que até a chegada dos docentes de origem francesa, a formação e a produção matemática na USP apresentavam uma forte influência da matemática italiana (GOMIDE, 1993). Podemos afirmar que esta influência pode ter ocorrido por meio da atuação dos professores Catunda, Cândido e Castrucci que tinham sido discípulos de Fantappiè e de Albanese.

Os professores membros do grupo Bourbaki e Zariski lecionaram na USP até 1947. Estes docentes exerceram grande influência na pesquisa e na formação dos matemáticos nesta universidade, pois introduziram no Brasil, por meio dos cursos e seminários, a então, denominada Matemática Moderna. A influência bourbakista, segundo o professor Alexandre Rodrigues em entrevista concedida a nós em 2010, perdurou na Matemática da USP até a década de 1970. Ressaltamos que, na década de 1950, atuaram no Departamento de Matemática da FFCL desta universidade, como professores visitantes, alguns matemáticos membros do grupo Bourbaki, dentre os quais destacamos Jean-Louis Koszul (1921-) e A. Grothendieck (1928-).

No ano letivo de 1948, o professor Edison Farah, foi contratado para lecionar a disciplina de Análise Superior. Posteriormente, esta disciplina tornou-se uma cadeira que, a partir de 1954, passou a ter o referido docente como catedrático. Em 1951 já haviam sido realizados três concursos para provimento de cátedras, nos quais foram aprovados os professores Benedito Castrucci, Cândido Lima da Silva Dias e Fernando Furquim de Almeida. Apresentamos no quadro II, as cadeiras e o corpo docente do Departamento de Matemática da FFCL em 1954.

---

[4] Primeira docente do Departamento de Matemática da FFCL. Somente na década de 1960, outras matemáticas assumiram cargos de docência neste Departamento.

CÁTEDRAS E DOCENTES DO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA FFCL DA USP EM 1954

Análise Matemática
Professor catedrático: Omar Catunda
Professora Assistente: Elza F. Gomide

Análise Superior
Professor catedrático: Edison Farah
Professor Assistente: Chaim Samuel Hönig

Complementos de Geometria e Geometria Superior
Professor catedrático: Cândido Lima da Silva Dias
Professor Assistente: L. H. Jacy Monteiro

Crítica dos Princípios e Complementos de Matemática
Prof. Catedrático: Fernando Furquim de Almeida
Professor Assistente: João Batista Castanho

Geometria Analítica Projetiva e Descritiva
Professor catedrático: Benedito Castrucci
Prof. Assistente: Geraldo dos Santos Lima Filho.

QUADRO II: Cátedras e Docentes do Departamento de Matemática na FFCL da USP em 1954.

No início da década de 1950 alguns professores assistentes do Departamento de Matemática da FFCL da USP obtiveram o título de doutor na área de Ciências Matemáticas, a saber: Luiz Henrique Jacy Monteiro, Elza Gomide, João Batista Castanho, Edison Farah, Chaim Samuel Hönig (1926-), Geraldo dos Santos Lima Filho. Já no período de 1956 a 1960 doutoraram-se, nesta mesma área, Domingos Pisanelli (1922-1987), Nelson Onuchic (1926-1999), Paulo Ribenboim (1928), Carlos Benjamin de Lyra (1927-1974) e José Barros Neto.

No final da década de 1940 e nos anos 1950, teve início a institucionalização da política científica brasileira com a criação de agências de fomento, que dentre outras ações, iniciaram o programas de concessão de bolsas para doutoramentos no Brasil no exterior. O professor Alexandre A. M. Rodrigues (1930 -), em 1957, obteve o título de doutor pela *University of Chicago*, com bolsa do, então denominado, Conselho Nacional de Pesquisa (CNPq). Este é considerado o primeiro doutoramento realizado integralmente no exterior por um egresso da FFCL da USP.

Neste período, alguns discentes e docentes da FFCL realizaram estudos pós-graduados, em instituições estrangeiras. Os professores Omar Catunda, Cândido Lima da Silva Dias e Jacy Monteiro realizaram estudos em universidades estadunidenses, já os matemáticos Chaim

Samuel Hönig, Elza Gomide, Carlos Benjamin de Lyra realizaram investigações em universidades francesas. Estes estudos foram possibilitados pelo apoio financeiro das recém-criadas agências de fomento brasileiras e por órgãos internacionais de financiamento a pesquisa.

Destacamos que no período pós-guerra, a matemática produzida na FFCL da USP passou a receber influência estadunidense. Esta, de acordo com Trivizoli (2011), ocorreu de variadas formas, inclusive a partir do retorno de docentes e discentes que realizaram estudos matemáticos nos Estados Unidos da América.

No início da década de 1960, houve alterações no quadro docente do Departamento de Matemática da FFCL. Conjecturamos que, neste período, o professor Fernando Furquim de Almeida tenha se aposentado[5]. Além disto, Carlos Benjamin de Lyra, em 1960, tornou-se auxiliar de ensino da cátedra de Análise Matemática.

Em 1963 com a aposentadoria de Omar Catunda a cadeira de Análise Matemática ficou sob a regência da professora Elza Gomide e seu assistente Carlos Benjamin de Lyra. Posteriormente[6], tal cadeira foi subdividida nas cátedras Cálculo Infinitesimal e Equações Diferenciais. A primeira permaneceu sob a regência da professora Elza Gomide e do assistente Carlos Benjamin de Lyra e a segunda foi regida pelo

---

[5] Até a criação do Programa do curso de Matemática da FFCL da USP de 1962 o professor Fernando Furquim de Almeida figurava como Catedrático de Crítica dos Princípios e Complementos da Matemática. Não encontramos registro acerca do corpo docente referente aos anos letivos de 1963, 1964 e 1965. Já no programa de 1966, o professor responsável por esta cátedra era João Batista Castanho. Após este período, nos documentos localizados, o professor Fernando Furquim de Almeida não pertencia ao corpo docente da FFCL e tampouco do IME. Devido ao fato de este catedrático lecionar na USP desde 1936, conjecturamos que tenha se aposentado no início dos anos 1960.

[6] Há divergências em relação a data desta divisão, alguns documentos apontam 1963 e outros 1965.

professor contratado Chaim Samuel Hönig. Desta forma, o Departamento de Matemática passou a ser constituído de seis cadeiras. O quadro III apresenta as cátedras e o corpo docente do Departamento de Matemática da FFCL da USP em 1966.

CÁTEDRAS E DOCENTES DO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA FFCL - USP EM 1966

Cálculo Infinitesimal
Professora Contratada: Elza Gomide
Professor Assistente: Carlos Benjamin de Lyra
Instrutores: Alciléia Augusto, Flávio Wagner Rodrigues, Júnia Borges Botelho, Sakuya Aoki Honda

Equações Diferenciais
Professor Contratado: Chaim Samuel Hönig

Análise Superior
Professor catedrático: Edison Farah
Professor Assistente: Aléssio João de Caroli e Ofélia Alas

Complementos de Geometria e Geometria Superior
Professor catedrático: Cândido Lima da Silva Dias
Professor Assistente: L. H. Jacy Monteiro
Instrutores: Roberto Celso Fabricio Costa

Crítica dos Princípios e Complementos de Matemática
Professor Responsável: João Batista Castanho
Instrutor: João Affonso Pascarelli

Geometria Analítica Projetiva e Descritiva
Professor catedrático: Benedito Castrucci
Prof. Assistente: Geraldo dos Santos Lima Filho
Instrutores: Albrecht G. Hoppmann e Edmundo Lacerda Filho.

QUADRO III: Cátedras e Docentes do Departamento de Matemática na FFCL da USP em 1966.

Na década de 1960, também, houve um aumento significativo no número de matemáticos desta instituição que se tornaram livres-docentes. Foram aprovados em concursos para este nível, os professores Domingos Pisanelli, Chaim Samuel Hönig, Nelson Onuchic, Alexandre Augusto M. Rodrigues e Artibano Micali (1931-2011).

Em 1970, em decorrência da Reforma Universitária, a FFCL foi desdobrada em algumas Faculdades (Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas e Faculdade de Educação) e Institutos (Instituto de Física, Instituto de Matemática e Estatística; Instituto de Química; Instituto de Biociências; Instituto de Ciências Biomédicas, Instituto de Geociências e Instituto de Psicologia). Portanto, a FFCL da USP esteve em atividade somente no período de 1934 a 1970.

A PESQUISA NA ÁREA DE ANÁLISE NA FFCL - USP

As pesquisas na área de Análise, na FFCL da USP, tiveram início com o professor Fantappiè. Este docente introduziu o estudo de aspectos não clássicos da Análise, por meio dos Funcionais Analíticos, teoria criada por ele em 1925, sob a influência de Vito Volterra. D'Ambrosio (2008) define que, de maneira geral, um funcional é uma função "[...] cujo campo de definição é um espaço de funções. Com uma conveniente topologia no espaço de funções, as noções de limite e continuidade são facilmente estendidas e a partir daí se faz toda uma teoria em análise" (p. 74).

O professor Fantappiè no âmbito da cátedra de Análise Matemática orientou a iniciação à pesquisa científica dos jovens assistentes Omar Catunda e Cândido Lima da Silva Dias. Conforme já apontado, em consequência do retorno de Fantappiè à Europa, estes docentes assumiram a responsabilidade da cátedra de Análise Matemática e da pesquisa nesta área na FFCL da USP.

A primeira pesquisa matemática realizada na FFCL, segundo Dias (1981-84), foi elaborada por Catunda, sob a supervisão de Fantappiè. O trabalho intitulado "Sôbre as funções de funções de matrizes" foi publicado em 1937, na única edição do "Jornal de Matemática Pura e Aplicada".

Catunda recebeu incentivo de Fantappiè, para realizar investigações pós-graduadas na Itália. Muito frutíferos foram os estudos de Catunda neste país nos últimos anos da década de 1930. Neste período, realizou importantes investigações sobre funcionais analíticos e sobre sistemas diferencias totais (DIAS, 1981-1984).

O professor Catunda, em 1944, defendeu a tese intitulada "Teoria das Formas Diferenciais e suas Aplicações", para o concurso de cátedra, nesta ocasião tornou-se, também, doutor em Matemática. Ainda no mesmo ano, obteve o título de livre-docente nesta área do conhecimento ao defender a dissertação intitulada "Sôbre os Fundamentos da Teoria dos Funcionais Analíticos". Estas duas obras apresentam forte influência de Fantappiè, embora este matemático em 1944, já não residisse mais no Brasil (AZEVEDO, SILVA, s/d).

Aliás, a influência de Fantappiè e de sua Teoria dos Funcionais Analíticos, pode ser percebida em grande parte da produção matemática do professor Catunda. No período de 1939 a 1960, este docente publicou seis artigos na área de Análise Matemática, dos quais destacamos, *Um teorema sugl'Insieme Che si Riconnette alla Teoria dei Funzionali Analitici*, publicado na Revista da Real Academia de Lincei e *Sui sistemi di Equazioni alle Variazioni totali in Più Funzionalli incogniti*, publicado nas atas da real Academia da Itália.

Já o professor Cândido tornou-se doutor na área de Análise em 1942, com a tese que versava sobre Funcionais Analíticos, intitulada "Sôbre os funcionais lineares definidos no campo das funções analíticas". Neste trabalho ele buscava eliminar da definição de funcional a dependência do parâmetro. Segundo Dias (1981-1984), a motivação para esta pesquisa foi a inquietação "[...] sobre a proeminência que ele [Fantappiè] dava na parte essencial, conceitual da teoria dele, de ser definida a regularidade dele, de ser aquela da analicidade em relação ao parâmetro; eu achava que precisava ter alguma importância a noção de continuidade." (p. 71). Os principais resultados apresentados no referido trabalho foram publicados, neste mesmo ano, em um artigo homônimo nos Anais da Academia Brasileira de Ciências.

Segundo Hönig e Gomide (1979), Cândido destacou-se pela relevância de seus trabalhos. Foi pioneiro na introdução da Teoria dos Espaços Vetoriais Topológicos na Teoria dos Funcionais Analíticos. Em 1952, publicou no Boletim da SMSP o artigo intitulado "Espaço Vetoriais Topológicos e sua aplicação no Espaço dos Funcionais Analíticos"[7]. Neste trabalho ele, segundo Castro (1999), completa a

[7] Este artigo sistematiza alguns resultados apresentados na tese intitulada "Espaço Vetoriais Topológicos e sua aplicação no Espaço dos Funcionais Analíticos", defendida no concurso para a cátedra de Complementos de Geometria Superior.

Teoria dos Funcionais Analíticos, "[...] introduzindo a noção de dualidade, que é de grande importância na Análise Funcional" (p. 73).

Destacamos, também, o artigo intitulado "O conceito de funcional analítico e a aplicação da teoria dos Funcionais Analíticos ao estudo de sua solução de uma equação diferencial de ordem Infinita", publicado, em 1943, pelo professor Cândido nos Anais da Academia Brasileira de Ciências (INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA, 1998). Até 1960, Cândido publicou cinco artigos na área de Análise.

No início da década de 1940, conforme já apontado, chegaram ao Brasil Zariski e alguns docentes membros do grupo Bourbaki, que influenciaram a pesquisa matemática na FFCL[8]. Este fato pode ser percebido em algumas obras do Professor Cândido, nas quais ele começou a associar elementos da Matemática clássica italiana com a Matemática moderna apresentada pelos franceses (CASTRUCCI, DIAS, FARAH, 1991).

Nas décadas de 1950 e 1960 foram elaboradas várias teses no âmbito das cadeiras de Análise Matemática e de Análise Superior. Domingos Pisanelli, sob a supervisão de Catunda, em 1956, concluiu o doutoramento, com a tese "Alguns Funcionais Analíticos e Seus Campos de Definição". Após seis anos, tornou-se livre-docente com a defesa da tese "Contribuições aos estudos dos operadores analíticos".

Edison Farah, em 1950, também sob a orientação de Catunda defendeu seu trabalho de doutoramento intitulado "Sôbre a Medida de Lebesgue" e, após quatro anos realizou concurso para a cátedra de Análise Superior, com a tese intitulada "Algumas posições equivalentes ao axioma da escolha". Farah publicou dez artigos que versavam sobre conceitos relativos à Análise (e Topologia), em periódicos de circulação regional e

[8] Entretanto, destacamos que estes professores realizaram poucas supervisões de pesquisas de doutoramento. Oscar Zariski orientou a investigação de L. H. Jacy Monteiro e J. Delsarte supervisionou o doutoramento de Elza Furtado Gomide. Estes dois trabalhos abordam conceitos relativos à Álgebra.

nacional e um em periódico de circulação internacional. Destacamos que a produção científica deste docente foi influenciada pelos matemáticos franceses, em especial pelo professor Weil, do qual Farah foi assistente.

Em 1952, Chaim S. Hönig defendeu a tese de doutoramento intitulada "Sôbre um método de refinamento de topologias" no âmbito da Cátedra de Análise Superior (topologia), sob a orientação oficial de Farah. No entanto, o professor Chaim, em entrevista concedida a nós em 2008, afirmou que seu orientador neste trabalho foi Leopoldo Nachbin. Esta tese, posteriormente, foi integralmente publicada nos exercícios da segunda edição da obra "Topologia Geral" do grupo Bourbaki (HÖNIG, 2003). Já na década de 1960, o referido matemático defendeu a tese intitulada "Análise de Fourier, em Espaço L^2 e teoremas do tipo de Sobolev" para o concurso de livre-docência. Até 1960, Chaim publicou três artigos, na área de Análise (e Topologia), em periódicos nacionais.

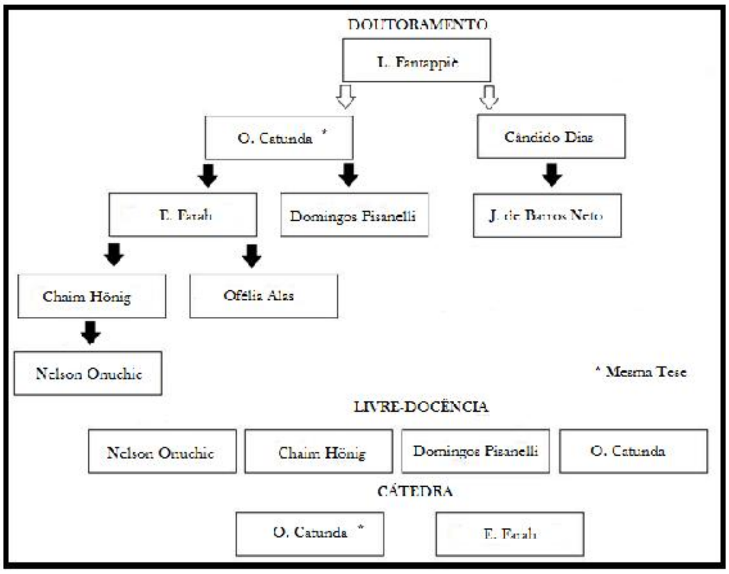
Este docente orientou a tese de doutoramento de Nelson Onuchic intitulada "Estruturas Uniformes Sobre p Espaços e Aplicações da Teoria Destes Espaços em Topologia Geral", defendida, em 1957, na área de Análise (Topologia). Em 1965, Nelson tornou-se livre-docente, pela FFCL da USP, com a defesa da tese "Comportamento Assintótico das soluções de um sistema de equações diferenciais ordinárias".

É relevante mencionar que o primeiro mestrado[9] em Matemática defendido na FFCL, foi intitulado "Seis Proposições Equivalentes ao Teorema de Zermelo", realizado por Ofélia Alas, sob a orientação de Edson Farah, em 1967. De acordo com a professora Ofélia, os resultados apresentados neste trabalho "[...] são originais, são

[9] Em decorrência da Reforma Universitária, foi publicada a portaria n. 885 de 25 de agosto de 1969 que regulamentava a pós-graduação, nos níveis mestrado e doutorado na FFCL de São Paulo. Entretanto, ressaltamos que nesta faculdade já existiam cursos de mestrado, em diversas áreas, incluindo Matemática desde 1966. Estes eram regulamentados pelas portarias nº. 189 de 1965, nº. 01, nº. 2 e nº. 216 de 1966.

pouquinhos, mas são originais" (CAVALARI, 2007, p. 114). No ano seguinte, nesta mesma área, Ofélia defendeu o doutoramento, intitulado "Sobre uma extensão do conceito de compacidade e suas Aplicações", sob a orientação de Farah.

Os dados apresentados anteriormente, sobre as teses produzidas na FFCL da USP, nos âmbitos das cadeiras de Análise Matemática e Análise Superior, podem ser sintetizados no quadro IV:



QUADRO IV[10]: Teses defendidas no âmbito das cadeiras de Análise Matemática e Análise Superior na FFCL

Os discentes e docentes do Departamento de Matemática que realizaram pesquisas na área de Análise, também, publicaram livros e apostilas destinados ao Ensino Superior, elaboraram notas de aulas, proferiram conferências e elaboraram textos para os cursos ministrados nas primeiras edições dos Colóquios Brasileiros de Matemática (CBM).

---

[10] Embora os trabalhos de Catunda e Cândido Lima da Silva Dias apresentem forte influência da Matemática de Fantappiè, não encontramos, no decorrer desta investigação elementos que nos permitissem afirmar a orientação destes trabalhos pelo professor italiano. Para representar esta influência utilizamos a seta vazada. Nos casos que obtivemos confirmações sobre a orientação de trabalhos utilizamos a seta preenchida.

Alguns docentes da FFCL prepararam materiais didáticos para serem utilizadas em suas disciplinas lecionadas na graduação em Matemática. Nos anuários desta faculdade, encontramos registros de 10 apostilas, das quais três foram produzidas nas cadeiras de Análise Matemática e de Análise Superior, a saber: "Funções Analíticas de duas ou mais variáveis" (1957) de Omar Catunda, "Lições de Análise Matemática" (1948) de Edson Farah e "Equações Diferenciais Ordinárias" (1943) de Cândido L. S. Dias.

Nas décadas de 1940 e 1950, esta atividade era necessária, pois segundo Elza Gomide em Cavalari (2009), um dos principais problemas no ensino de Matemática nesta instituição, era a ausência de materiais de qualidade, em língua portuguesa, que pudessem ser utilizados como livros didáticos.

Destacamos que o primeiro livro de Análise Matemática produzido no Brasil, foi "O curso de Análise Matemática" redigido por Omar Catunda, e publicado pela Editora Bandeirantes, em 1952. Este texto foi escrito com base nas notas de aulas do Curso trienal de Análise Matemática lecionado por Fantappiè na FFCL de São Paulo (D'AMBROSIO, 2008). No entanto, no prefácio desta obra, o autor apresenta a intenção de aproximar constantemente a análise da intuição geométrica, tal fato, segundo ele, distancia um pouco o conteúdo do livro daquele lecionado no curso de Fantappiè (CATUNDA, 1952).

Além de livros e apostilas, os matemáticos da FFCL, também, redigiram notas de aulas de cursos proferidos nesta faculdade. Destacamos que dos nove materiais desta natureza que localizamos, dois foram redigidos pelo professor Omar Catunda com base nos cursos "Análise" (1934) e "Funções Analíticas" (193_?), proferidos pelo professor Fantappiè (CASTRO, 1999).

Os discentes e docentes da Matemática da FFCL, também, produziram textos para os cursos ministrados nas primeiras edições dos CBM. Na área de Análise foram lecionados quatro cursos, a saber: "Análise Funcional" de Nelson Onuchic, José de Barros Neto, A.

Pereira Gomes, Domingos Pisanelli e Cândido Lima da Silva Dias; "Aplicações da Topologia à Análise" de Chaim S. Hönig; "Equações Diferenciais Ordinárias" de Nelson Onuchic e "Introdução às Funções de uma Variável Complexa" de Chaim S. Hönig.

Destacamos que muitos dos textos oriundos dos cursos ministrados nas primeiras edições dos CBM foram impressos e entregues aos participantes do evento e, posteriormente, se tornaram importantes referências nos cursos brasileiros de graduação em Matemática (LIMA, 1995). Alguns destes materiais, como por exemplo, aqueles elaborados pelo professor Chaim Hönig, foram reeditados na forma de livros didáticos e foram amplamente utilizados na formação de matemáticos brasileiros.

No decorrer desta investigação obtivemos informações de 14 conferências matemáticas proferidas por docentes da FFCL. De acordo com nossa classificação, dentre estas, 10 abordavam conceitos relativos à área de Análise. Para sintetizar as informações expostas anteriormente, elaboramos a tabela 1 na qual são apresentadas informações sobre a produção acadêmica na área de Análise no Departamento de Matemática da FFCL da USP.

	Área de Análise (e Topologia)	**Todas as áreas**
Teses para concursos de cátedra	02	05
Teses de doutoramento e de Livre Docência	11	25
Dissertações de Mestrado	01	01
Artigos publicados em periódicos nacionais[11]	24	58
Artigos publicados em periódicos internacionais	03	03
Conferências	10	14
Cursos proferidos nos colóquios	04	13
Livros[12] **e apostilas**	04	17
Notas de Aula	02	10

Tabela 1: Produção Acadêmica na área de Análise no Departamento de Matemática na FFCL da USP

[11] Até 1960.

[12] Sem considerar os livros reeditados dos cursos ministrados nas primeiras edições dos CBM.

Percebemos, por meio destes dados que o maior número de teses e dissertações defendidas no Departamento de Matemática da FFCL da USP foi elaborado no âmbito das cadeiras de Análise Matemática e de Análise Superior. Enfatizamos, entretanto, que alguns destes trabalhos versam sobre conceitos de Topologia Geral, que oficialmente nesta instituição eram classificados como pesquisas referentes à área de Análise.

Além disto, podemos perceber que a maioria dos artigos publicados pelos docentes do Departamento de Matemática da FFCL da USP em periódicos de circulação nacional e internacional e, ainda a maior parte das conferências proferidas por estes acadêmicos versavam sobre conceitos relativos à Análise.

O elevado número de pesquisas em Análise em comparação com as outras áreas de pesquisa em Matemática pode ser explicado pela relevância que a Análise possui na Matemática, pela variada aplicação dessa área e, ainda, pelo fato de a maior parte das atividades realizadas no nível universitário é relativa a conceitos da Análise (HÖNIG, GOMIDE, 1979). Destacamos que segundo Silva (2009), o interesse por este campo de pesquisa, no Brasil, ampliou-se nas décadas de 1960, 1970 e 1980. Já no final dos anos 1970, de acordo com Hönig e Gomide (1979), a Análise congregava o maior contingente de pesquisadores em Matemática em território nacional.

Entretanto, é necessário destacar que com base nos dados apresentados na tabela 1, também, podemos afirmar que foi publicado, até 1960, 58 artigos matemáticos por discentes e docentes da FFCL da USP. Verificamos, então, que foram publicados, em média, por estes matemáticos 2.2 artigos por ano.

O reduzido número de publicações realizadas por estes matemáticos pode ser explicado, em parte por duas razões. A primeira é a baixa oferta, neste período, de periódicos destinados a divulgação de pesquisas matemáticas[13] no Brasil. A segunda é a natureza dos artigos publicados pelos matemáticos da FFCL que apresentavam resultados de longas pesquisas.

De fato, conforme apontamos anteriormente, os resultados das pesquisas de doutoramento, em geral, eram publicados em somente um artigo. Afinal, neste período a Universidade ainda não havia sido invadida pelo que, atualmente, se convencionou designar de "produtivismo", no qual a quantidade de artigos publicados em periódicos científicos é privilegiada em detrimento de outras formas de produção científica.

Neste sentido, destacamos que o baixo número de publicações em periódicos científicos não se configura como indício de escassez de pesquisa acadêmica na área de Matemática na referida faculdade. Aliás, enfatizamos que a FFCL da USP foi uma referência nacional no ensino e na pesquisa em Matemática e, que, alguns professores pertencentes ao seu quadro docente, dentre os quais podemos citar Omar Catunda, Cândido Lima da Silva Dias e Chaim S. Hönig[14] se destacaram como importantes pesquisadores nesta área no cenário nacional.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho foi realizado com o intuito de investigar a produção matemática no âmbito das cadeiras de Análise Matemática e de Análise Superior na FFCL da USP. Esta faculdade, conforme já apontado, se configurou como uma referência para os cursos de graduação em Matemática no cenário matemático nacional. Um

---

[13] Localizamos neste período apenas dois periódicos destinados exclusivamente à divulgação de pesquisas matemáticas, a saber: *Summa Brasiliensis Mathematicae* e Boletim da SMSP. Entretanto, destacamos os Anais da Academia Brasileira de Ciências, também, publicava investigações matemáticas.

[14] Os professores Chaim S. Hönig e Cândido Lima da Silva Dias, da mesma forma que outros docentes da FFCL da USP, realizaram investigações em diferentes áreas da Matemática.

diferencial do Departamento de Matemática da FFCL em relação aos de outras instituições de ensino superior brasileiras deste período foi o intercâmbio científico com pesquisadores provenientes de grandes centros de pesquisa da Europa e dos Estados Unidos. Esse intercâmbio, inicialmente, foi possibilitado, sobretudo, pela presença e atuação de professores italianos e franceses na FFCL. Posteriormente, a influência estadunidense ocorreu, em especial, a partir do retorno de acadêmicos desta faculdade de instituições nos Estados Unidos da América nas quais tinham realizado investigações matemáticas.

Destacamos que tais intercâmbios se refletiram na pesquisa realizada no Departamento de Matemática desta faculdade. Especificamente nas investigações acadêmicas realizadas no âmbito das cadeiras de Análise Matemática e de Análise Superior percebemos as influências das escolas italiana e francesa.

O professor Fantappiè foi responsável pela introdução da pesquisa em Análise Funcional na FFCL da USP e a influência da matemática introduzida por este docente pode ser percebida nas investigações realizadas por Cândido Lima da Silva Dias, no início da década de 1940, e por Omar Catunda. Já a influência francesa pode ser observada em alguns trabalhos dos professores de Cândido L. da Silva Dias, Edison Farah e de seus assistentes, dos quais destacamos Chaim S. Hönig.

Os matemáticos da FFCL da USP produziram várias pesquisas científicas, elaboraram teses, publicaram artigos, redigiram livros didáticos, apostilas e notas de aulas, proferiram conferências e ministraram cursos nas primeiras edições dos CBM. Destacamos que a maior parte das teses defendidas no Departamento de Matemática desta faculdade abordavam conceitos relativos à área de Análise (e Topologia). Além disto, a maioria das conferências matemáticas proferidas por acadêmicos deste departamento e dos artigos por eles publicados em periódicos científicos, também, versavam sobre Análise (e Topologia Geral).

Entretanto, destacamos que as informações que obtivemos no decorrer desta investigação nos permitem afirmar que os matemáticos desta instituição publicaram, em média, poucos artigos em revistas especializadas. O reduzido número de artigos em periódicos pode ser explicado, em parte, por duas razões, a saber: a baixíssima oferta, neste período, de periódicos destinados à publicação de pesquisas matemáticas no Brasil e a natureza dos artigos publicados, que, em geral, apresentavam resultados de pesquisas realizadas por um longo período.

Para finalizar, ressaltamos a necessidade da realização de investigações históricas sobre o Departamento de Matemática da FFCL da USP, sobretudo no período pós-Bourbaki. Destacamos, também, a importância de estudos que versem sobre a produção matemática nas áreas de Geometria e Álgebra desenvolvidas nesta instituição.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AZEVEDO, A.C.P., SILVA, C.P. "Mestrados e Doutorados obtidos no Brasil entre 1942 e 2004". s/d. Disponível em: <http://www.sbhmat.com.br/matematica.pdf.> Acesso em jun 2008.

BOAS JUNIOR, R.P. NICOLAS BOURBAKI. In. **DICIONÁRIO de Biografias Científicas.** GILLISPIE, C.C. (org.) Tradução: Carlos Almeida Pereira [*et all*]. Rio de Janeiro: Contraponto; 2007. pp. 333-334.

CASTRO, F.M.O. **A Matemática no Brasil.** 2ª. Ed. Campinas: Editora da UNICAMP, 1999.

CASTRUCCI, B.; DIAS, C.L. da S.; FARAH, E. Resgatando oralidades para a história da matemática brasileira: a Faculdade de Filosofia, Ciência e Letras da Universidade de São Paulo. 2 jul. 1991. Entrevistador: Ubiratan D'Ambrosio. **Revista Brasileira de História da Matemática**, Rio Claro, SP, v. 7, n. 14, p. 247-279, out. 2007. Responsável pela transcrição, notas e elaboração do texto: Antonio Vicente M. Garnica.

CASTRUCCI, B. "Benedito Castrucci". *In.* FREITAS, S.M. **Reminiscências.** São Paulo: Maltese, 1993.

CATUNDA, O. **O curso de Análise Matemática.** 1952. Disponível em: http://www.ime.usp.br/acervovirtual/textos/brasileiros/catunda/curso_de_analise_matematica_1_parte/. Acesso em set. 2010.

CAVALARI, M.F. **A Matemática é feminina? Um estudo histórico da presença da mulher em institutos de pesquisa em Matemática do Estado de São Paulo**. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos filosófico-científicos, Instituto de Geociências e ciências exatas. Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"- UNESP- Rio Claro).

———. "Elza Furtado Gomide: pioneira em pesquisa e docência em Matemática na USP *Campus* São Paulo". **Anais do Encontro Mineiro de Educação Matemática.** Lavras, 2009.

D'AMBROSIO, U. "Reminiscências do meu tempo de estudante na Maria Antônia." *In.* SANTOS, M. C. (org.) **Maria Antônia:** Uma rua na contramão. São Paulo: Nobel, 1988, PP. 53-65.

———. 'O seminário matemático e físico da Universidade de São Paulo': uma tentativa de institucionalização na década de 1930. **Temas & Debates**. Ano 5, n. 4, 1994, pp. 20-27.

———. **Uma História concisa da Matemática no Brasil**. Rio de Janeiro: Vozes, 2008.

DIAS, C.L.S. "Candido Lima da Silva Dias". **Língua e Literatura:** Revista dos departamentos de letras da Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas da Universidade de São Paulo. Número comemorativo. Ano X, v. 10-13, 1981-84, PP. 61-74.

FERREIRA, A.M.M.P. **A Criação da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP – Um Estudo Sobre o Início da Formação de Pesquisadores e Professores de Matemática e de Física em São Paulo**. 2009. Tese (Doutorado em História da Ciência, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC- São Paulo).

GOMIDE, E.F. "Perfil: Emblema da Matemática na USP". Entrevista realizada por Vera Rita da Costa. *In.* **Ciência Hoje.** v. 32, n. 191, Nov. 1997, p. 36 - 42.

HÖNIG, C.S.; GOMIDE, E.F. "História das ciências matemáticas". In. MOTOYAMA, S.; FERRI, M.G. (coord.). **História das ciências no Brasil.** v. 1, São Paulo: Ed. Da USP, 1979.

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA. **História e Cotidiano**. São Paulo: IME - USP, 1998.

LIMA, E.L. "Os cursos dos Colóquios Brasileiros de Matemática". In. **Matemática Universitária**, n. 19, SBM, dez. 1995, pp. 01- 11.

PIRES, R.C. **A presença de Nicolas Bourbaki na Universidade de São Paulo.** 2006. Tese (Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC- São Paulo).

RODRIGUES, A.A.M. "Alexandre Augusto Martins Rodrigues". Entrevista realizada e transcrita por Amélia Império Hamburger em 1987. (mimeo)

SILVA, C.P. **A matemática no Brasil:** História de seu desenvolvimento. 3ª. Ed revista e ampliada. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 2003.

———. "Sobre o início e consolidação da pesquisa Matemática no Brasil - Parte I". *In.* **Revista Brasileira de História da Matemática** *an international journal on the History of Mathematics*. v. 6, n. 11, 2006ª, p. 67-96.

———. "Sobre o início e consolidação da pesquisa Matemática no Brasil - Parte II". *In.* **Revista Brasileira de História da Matemática** *an international journal on the History of Mathematics*. v. 6, n. 12, 2006b, p. 165-196.

———. **Aspectos históricos do desenvolvimento da pesquisa Matemática no Brasil**. São Paulo: Editora Livraria da Física/SBHMat, 2009.

SCHWARTZMAN, S. **Formação da comunidade científica no Brasil**. São Paulo: Editora Nacional, Rio de Janeiro: Financiadora de Estudos e Projetos, 1979.

TABOAS, P.Z. **Luigi Fantappiè**: influências na matemática brasileira. Um estudo de história como contribuição para Educação Matemática. 2005. Tese (Doutorado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos, Universidade Estadual "Júlio de Mesquita Filho"- UNESP- Rio Claro).

TRIVIZOLI, L.M. **Sociedade de Matemática de São Paulo**: um estudo histórico-institucional. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos, Universidade Estadual "Júlio de Mesquita Filho"- UNESP- Rio Claro).

———. **Intercâmbios Acadêmicos Matemáticos entre EUA e Brasil:** uma globalização do saber. 2011. Doutorado apresentado ao Programa de Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos, Universidade Estadual "Júlio de Mesquita Filho"- UNESP- Rio Claro.

DOCUMENTOS

DOCUMENTOS ORAIS

HÖNIG, C.S. Entrevista realizada por Mariana Feiteiro Cavalari em São Paulo em 19 de maio de 2008. Duração aproximada de 70 minutos.

RODRIGUES, A.A.M. Entrevista realizada por Mariana Feiteiro Cavalari em São Paulo em 07 de dezembro de 2010. Duração aproximada de 3 horas e meia.

DOCUMENTOS ESCRITOS

Anuários da FFCL de São Paulo: Anuário 1934-1935; 1936; 1939-1949, vol. I e II; 1950; 1951; 1952.

Programas aprovados pela congregação para os anos letivos: 1953, 1954, 1960, 1962, 1964, 1965, 1967, 1968.

Retrospectiva das Publicações FFCL, 1961.

Regulamento para a pós-graduação da FFCL da USP, 1966. Portarias: nº. 189 de 1965, nº. 01, nº. 2 e nº. 216 de 1966.

Regulamento para a criação da pós-graduação da FFCL da USP (portaria n. 885 de 25 de agosto de 1969).

Guia da FFCL de 1966.

Decreto-Lei de fundação da USP (n. 6.283 de 25 de janeiro de 1934).

DOCUMENTOS AUDIOVISUAIS

HÖNIG, C.S. Entrevista realizada pelo Prof. Possani em 2003. Duração aproximada 1 hora.

EM BRANCO

PLANOS DE PENSÕES EM MONTEPIOS DE SOBREVIVÊNCIA: CONTRIBUTOS DE DANIEL AUGUSTO DA SILVA NA VERIFICAÇÃO DA SUA VIABILIDADE[1]

ANA PATRÍCIA MARTINS

Centro Inter-Universitário de História das Ciências e Tecnologia – CIUHCT
Portugal

anapatmartins@gmail.com

Resumo: Os montepios de sobrevivência que se criaram em Portugal no século XIX não fundamentaram sobre bases científicas os seus planos de pensões. Na década de 1860 Daniel Augusto da Silva (1814-1878) estudou as condições de viabilidade desses planos, motivado pela afiliação ao Montepio Geral, a instituição mais próspera do género. Neste artigo apresentamos os escritos que compôs, destacamos o que de original contêm e de que forma se baseiam na teoria de cálculo de anuidades sobre a vida, cuja formalização se inicia ainda na primeira metade do século XVIII no Reino Unido. Reflectimos sobre a recepção dos seus contributos, numa época em que, em Portugal, eram praticamente desconhecidos os desenvolvimentos da Ciência Actuarial.

Palavras-chave: Montepios de sobrevivência portugueses, Cálculo Actuarial – século XIX, Daniel Augusto da Silva.

PENSION FUNDS: DANIEL AUGUSTO DA SILVA'S (1814-1878) CONTRIBUTIONS

Abstract: Death benefit mutual associations (named "montepios de sobrevivência") founded in Portugal in the nineteenth century did not put their pension's plans on scientific basis. Daniel Augusto da Silva (1814-1878) studied in the 1860's the viability of those pension's funds, motivated by the affiliation on the Montepio Geral, the most successful institution of its kind. In this paper we present his writings, pointing out the original aspects and how they are based on the theory of life-annuities, whose formalization began in the first half of the eighteenth century in the United Kingdom. We

[1] Trabalho de investigação desenvolvido no âmbito de programa de doutoramento em História e Filosofia das Ciências ministrado pela Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, sob orientação do Professor Doutor Luís Saraiva, Professor Auxiliar do CMAF/FCUL. Título registado da tese de doutoramento: "Daniel Augusto da Silva e a Matemática em Portugal na segunda metade do século XIX".

reflect on the reception of his contributions at a time when the development of Actuarial Science was almost unknown.

Keywords: Death benefit mutual associations, Actuarial Mathematics – XIXth century, Daniel Augusto da Silva.

INTRODUÇÃO

Dos montepios de sobrevivência portugueses que no século XIX operavam em Portugal, o Montepio Geral era, sem dúvida, o mais próspero. Criado em 1840, sob o nome *Montepio Literário*, propõe-se socorrer os sócios em caso de perda de emprego, sendo a mais significativa das assistências o proporcionar pensões de sobrevivência às famílias após o seu falecimento. Ao longo do século XIX mantiveram-se esses fins, acrescentando-se outras abrangências que de igual modo observavam os princípios de mutualidade característicos dessas associações. Em meados da década de 1860 afirmam-se receios sobre a sua estabilidade financeira, duvidando-se da capacidade de garantir os encargos futuros apesar do prodigioso crescimento verificado por um quarto de século.

Daniel da Silva tornou-se sócio de três montepios, a Associação de Socorros e Montepio Geral de Marinha em 1843 – enquanto oficial da Marinha[2] –, o Montepio Geral em 1863 e o Montepio Oficial dos Servidores do Estado em 1867. Motivado pela afiliação no segundo deles, iniciou o estudo da viabilidade de planos de pensões de montepios de sobrevivência, integrando em finais de 1866 uma comissão nomeada pelo Governo, onde analisou a prosperidade dessas associações. Tornou-se sócio do Montepio Geral em 1863, contando já com quarenta e oito anos de idade. Cremos que a sua afiliação se deva não só ao crédito que tinha o montepio como também aos receios da estabilidade do Montepio Geral de Marinha. Julgamos que o contrair

[2] A documentação sobre o Montepio Geral de Marinha é muito escassa. Do envolvimento de Daniel da Silva apenas se apurou ter assumido nos anos 1846 e 1847 o cargo de vice-secretário da Mesa da Assembleia Geral.

matrimónio, quatro anos antes, o terá levado a querer assegurar a subsistência da sua família em caso de necessidade. No que se refere a cargos assumidos no Montepio Geral, ocupou apenas o lugar de vogal da Direcção no ano de 1864. Em termos gerais, mostrou-se preocupado com o futuro da instituição e, nesse sentido, contribuiu com a sua inteligência e habilidade como matemático, investigando a melhor forma de evitar um cenário de rateio das pensões e, consequentemente, descrédito da instituição. Em 1867 torna-se sócio do Montepio Oficial dos Servidores do Estado, muito embora critique os planos governamentais aquando da sua criação. O seu envolvimento foi praticamente nulo.

Compôs de 1865 a 1870 dois escritos sobre o Montepio Geral onde concluiu sobre a inadequação do plano de pensões em vigor, um artigo mais genérico para uso de montepios de sobrevivência sobre amortização de pensões – factor essencial na determinação do equilíbrio entre despesas e receitas – e um estudo comparativo da população portuguesa com as de outros países europeus, que lhe permitiu aferir até que ponto as tábuas de mortalidade estrangeiras se adequavam a ser utilizadas em Portugal. Escreve ainda um conjunto de artigos na imprensa periódica criticando uma proposta governamental para a criação de um montepio oficial. Os seus contributos constituem novidade em termos da abordagem das temáticas no país e, no caso do Montepio Geral, evidenciam que assumiu funções próprias de um actuário, propondo alterações ao plano de pensões em vigor de modo a evitar uma prenunciada bancarrota da instituição. Daniel da Silva destaca-se, portanto, no uso de métodos próprios da *Matemática actuarial*; um precursor da sua introdução em Portugal[3].

---

[3] "Theory of statistics. Actuarial mathematics" é uma das categorias da secção "Algebra and Theory of Numbers – Elements of Algebra" do *Catalogue of scientifc papers* da Royal Society dos inícios do século XX: Royal Society, *Catalogue of scientifc papers 1800-1900: subject index*, Cambridge: University Press, 1908, pp. li-lii. Actualmente, e uma vez que o actuariado não se reduz à

A viabilidade dos planos de pensões instituídos nos montepios de sobrevivência passava, naturalmente, pela garantia de que as contribuições dos sócios fossem, no mínimo, suficientes para o pagamento das pensões legadas[4]. O cálculo correcto dessas importâncias exigia a aplicação da teoria de anuidades sobre a vida ou de seguros ramo Vida[5]. Abraham de Moivre (1667-1754) compõe o primeiro texto tratando contingências sobre a vida humana, *Annuities upon Lives*, publicado em 1725. A sua relevância reside no facto de algebrizar o cálculo de anuidades sobre a vida para diversas situações. Destacamos, portanto, que ainda na primeira metade do século XVIII estavam estabelecidos os princípios básicos para uma correcta fundamentação de fundos de pensões. Para mais pormenores vejam-se (HABERMAN, 1996), (HICKMAN, 2004) e (LEWIN, 2003).

O primeiro fundo de pensões criado segundo os princípios da Ciência Actuarial foi o *Scottish Ministers' Widows' fund*, em 1744, na Escócia. No que respeita à organização das companhias de seguros de vida, um marco importante foi a criação em 1762 da *Society for Equitable Assurance on Lives and Survivorships* segundo a teoria de James Dodson (1716-1757). Na sua obra, em três volumes, *The Mathematical Repository*, Dodson apresenta a forma de cálculo de prémios anuais diferenciados por idades. Uma das mais significativas obras na área da Matemática de

---

actividade seguradora mas pode estender-se a áreas como as Finanças, reserva-se a designação *Cálculo Actuarial* para essa área de aplicação.

[4] Essas associações poderiam ter outras fontes de receitas, aliás uma medida que se reconhecia ser necessária atendendo à imprevisibilidade dos acontecimentos envolvendo contingências de vida. No caso do Montepio Geral provinham da Caixa Económica, do empréstimo sobre penhores e de aplicações financeiras de parte dos fundos da instituição.

[5] O conceito de *anuidade* à data coincide com o actual; pagamentos feitos por alguém para garantir certo benefício. As rendas sobre terrenos são disso exemplo. No caso de *anuidades sobre a vida* uma quantia é paga, de uma só vez ou ao longo do tempo de vida do subscritor, para garantir um certo benefício aquando da sua morte.

Seguros Vida é da autoria de Richard Price (1723-1791), *Observations on Reversionary Payments*. Publicada pela primeira vez em 1771, teve inúmeras edições e assumiu-se como o principal livro de texto por várias décadas. Nos inícios do século XIX destacam-se os primeiros tratados sistematizando a teoria existente, tornando "a matemática actuarial acessível a todos os que possuíam um background matemático razoável" (HABERMAN, 1996, pp. 16-17). Referimo-nos aos contributos dos actuários Francis Baily (1774-1844) e Joshua Milne (1776-1851), *The doctrine of life-annuities and assurances*, (BAILY, 1810), e *A treatise on the Valuation of annuities and assurances on lives and survivorships*e, (MILNE, 1815), textos estes referenciados por Daniel da Silva como suportando os escritos que compôs sobre o Montepio Geral.

Os montepios de sobrevivência que se criaram em Portugal no século XIX não fundamentaram sobre bases científicas os seus planos de pensões, daí a vida efémera da maior parte deles. Essa conclusão é retirada no importante inquérito às associações de socorros mútuos ordenado em 1866, com a finalidade de examinar o seu estado de desenvolvimento e identificar as medidas que os poderes públicos deveriam adoptar para assegurar a sua prosperidade (*Decreto de 22 de Novembro de 1866*, 1878). Essa iniciativa segue as orientações do *Congresso Internacional de Estatística*, um organismo cujas bases são criadas por ocasião da Primeira Exposição Universal em Londres, em 1851. Nas diversas sessões que decorreram de 1853 a 1876, traçou-se o plano de uma estatística internacional, definindo-se as bases de uma estatística geral, uniforme em todas as Nações[6]. Duas comissões de trabalho

---

[6] Muito embora já na segunda sessão, em 1855 em Paris, se tenha notado a importância em conhecer as estatísticas dos estabelecimentos de previdência e de seguros, apenas no encontro de Berlim, em 1863, se recomenda a criação de uma comissão internacional para proceder a um inquérito sobre os estabelecimentos de socorros mútuos. António José de Ávila (1807-1881), conselheiro de Estado, Par do Reino e ministro e secretário de Estado honorário, foi um dos delegados oficiais de Portugal na sessão de Berlim. Cf. (ÁVILA, 1864).

foram criadas em Lisboa e Porto para dirigir o inquérito referido, sendo compostas de representantes de diversas associações, políticos, sócios da Academia das Ciências de Lisboa e professores de ensino superior. Nessas nomeações atende-se, pois, à recomendação do *Congresso* de "aproveitar os serviços dos homens especiaes de cada um dos ramos dos estabelecimentos de seguros, e de mathematicos para se poder colligir, combinar e explorar o material estatistico" (ÁVILA, 1864, p. 62). Compõem a comissão de Lisboa, Daniel da Silva, matemático, sócio do Montepio Geral e membro da Direcção em 1864, professor da Escola Naval – se bem que afastado da docência em 1852 por motivos de doença –, e sócio da Academia das Ciências, bem como Luís Porfírio de Mota Pegado (1831-1903), também ele sócio do Montepio Geral, matemático, sócio da Academia das Ciências e lente na Escola Politécnica. Para além das qualificações anteriores, destacamos que Daniel da Silva tinha efectuado pormenorizados estudos sobre a estabilidade financeira do Montepio Geral, com especial incidência na viabilidade do plano de pensões, apresentando o texto à Direcção em 1865. Mota Pegado foi um dos elementos que compôs a comissão interna nomeada para estudar a pertinência do escrito. O relatório da comissão de inquérito às sociedades de socorros mútuos, com data de Outubro de 1868, atribui a "improsperidade" daquelas que facultavam pensões de sobrevivência à falta de princípios em que deveriam fundar-se, facto que se justifica pela falta de estudos em Portugal sobre o assunto. Aponta-se existirem já alguns – por certo os de Daniel da Silva – que poderiam auxiliar as instituições que se pretendessem fundar ou aquelas que, existindo, necessitassem de reorganizar os seus fundamentos. Destacamos também o reconhecimento da necessidade de construção de tábuas de mortalidade nacionais, atendendo à desadequação das estrangeiras.

PLANOS DE PENSÕES DE MONTEPIOS DE SOBREVIVÊNCIA

Das investigações que efectuámos sobre o Montepio Geral somos levados a concordar, para esse montepio, com as conclusões da comissão de inquérito às associações de socorros mútuos de 1866: as tabelas de contribuições e pensões propostas aquando da sua constituição em 1840 não foram elaboradas segundo os princípios da ciência. Não encontrámos documentação que esclarecesse o método usado na fixação dessas importâncias tanto para o "Plano do Monte Pio Litterario"[7] de 1840 quer para quaisquer dos estatutos do século XIX, mas podemos argumentar sobre a desproporcionada ambição quanto aos beneficiários permitidos face ao estado de desenvolvimento da Ciência Actuarial, para além de não se observar um princípio fundamental: ter em linha de conta os beneficiários. Os restantes montepios de sobrevivência criados em Lisboa até finais da década de 1860 apresentavam as mesmas deficiências ao nível dos seus planos de pensões[8], o que, juntamente com o facto de ser o Montepio Geral a instituição mais importante do género, nos leva a tomar as conclusões que retiramos para esse montepio como representativas de toda a classe dessas sociedades de socorros mútuos.

Somos da opinião de que a pretensão em atribuir pensões a variados beneficiários dificultava, senão mesmo impossibilitava, o cálculo correcto das contribuições que os sócios deveriam pagar para garantir o direito de legar uma pensão de sobrevivência. A generalidade dos

---

[7] "Plano de Monte Pio Litterario" in Rosendo, Vasco. *Montepio Geral. 150 anos de história 1840-1990*. Lisboa: [s.n.] (Lisboa: Montepio Geral), 1990, pp. 56-58.

[8] Eram esses montepios, Montepio dos oficiais, criados e mais empregados da Casa Real (1841), Associação de Socorros e Montepio Geral de Marinha (1841), Montepio das Alfândegas do Reino (1844), Montepio das Secretarias de Estado (1845?), Montepio Marítimo e Comercial (1861) e Montepio Oficial dos Servidores do Estado (1867). Daniel da Silva estudou os planos de pensões de todos eles.

estatutos do Montepio Geral em vigor durante o século XIX contemplavam pensões vitalícias à viúva do sócio (desde que não casasse de novo), filhas (desde que solteiras), filhos varões com menos de 18 anos (desde que não estivessem empregados com ordenado ou soldo igual ou superior à pensão) e aos que, tendo idade superior, apresentassem impossibilidade física ou incapacidade mental ou frequentassem com aproveitamento um curso de estudos, mas somente até aos 21 anos. Considera-se ainda a possibilidade de recebimento de pensão por parte de netos órfãos, se o sócio não ter filhos e, caso não deixe também viúva, a atribuição de pensão ao pai com idade superior a 70 anos ou mãe, se viúva. Se faltarem as pessoas indicadas, a pensão poderia reverter a favor de pensionistas femininas viúvas ou solteiras ou pensionistas masculinos menores de 18 anos, designados pelo sócio. As contribuições (quotas e jóias) estabelecidas nos estatutos têm em linha de conta apenas a idade de admissão do sócio, sendo directamente proporcionais ao capital subscrito, não tendo, portanto, qualquer relação com os beneficiários. A importância das pensões legadas, de valor único independentemente do número de beneficiários, atende, por sua vez, ao número de anos contributivos e é também proporcional ao capital subscrito; poderá ascender a um máximo de metade do capital subscrito.

Nos primeiros anos de existência do Montepio Geral a acumulação de capitais provenientes maioritariamente das contribuições dos sócios e os reduzidos encargos com o pagamento de pensões faziam avultar os cofres da sociedade, acreditando-se numa prosperidade que se revelaria ilusória. O contraste com outros montepios de sobrevivência, que em grande número atingiam a falência, fazia crer ainda mais na longevidade da instituição. Essa aparente fortuna levou a que em 1852, em Assembleia Geral, os sócios alterassem a tabela das pensões de tal modo que passaram a poder atingir a totalidade do capital subscrito. Tal alteração ficou conhecida como a "Nota I anexa à tabela de pensões". Não se conhecem cálculos que fundamentem essa proposta, nem sabemos sequer se terão sido efectuados. De qualquer modo, é certo que não observaram os princípios da ciência, uma vez que não se atendeu às responsabilidades futuras da instituição.

A forma correcta de cálculo de pensões de sobrevivência teria em linha de conta *contingências sobre a vida humana*, isto é, as relações de dependência entre a vida do sócio, subscritor do plano de pensões, e a dos beneficiários, os seus herdeiros. Para tal, aplicava-se, como vimos, a teoria de anuidades sobre a vida, ou a de seguros vida. A inexistência de tábuas de mortalidade portuguesas, tanto genéricas como relativas a montepios de sobrevivência, impossibilitava essa determinação; mas tábuas estrangeiras poderiam ter-se usado, como, aliás, foi feito no Montepio Geral a partir de certo momento com a tábua de Deparcieux. Uma correcta definição das contribuições que atendesse a todas as prescrições do plano de pensões do Montepio Geral obrigaria à reformulação de cálculos sempre que ocorresse mudança de beneficiários, o que seria impraticável. Tomamos como termo de comparação as sociedades criadas no Reino Unido que proporcionavam pensões a viúvas, os *widows' funds* e as *friendly societies*. Destacamos o *Scottish Ministers' Widows' fund*, a primeira sociedade do tipo estabelecida segundo princípios actuariais, criada em 1744 para assistir as viúvas e filhos dos padres e professores das universidades escocesas; um exemplo de sucesso, extinta apenas em 1994. Os únicos beneficiários do plano de pensões são a viúva do religioso, ou professor, e seus filhos no caso de ficarem órfãos, e na determinação das contribuições e das pensões legadas tinha-se em linha de conta quer a idade do membro à entrada na sociedade como também a idade da sua esposa. Sustentamos ainda o desajuste das tabelas do Montepio Geral, e em geral dos montepios de sobrevivência portugueses, mediante o estado de desenvolvimento e de organização observados nos *widows' funds* em finais da década de 1860, relatados pelo actuário David Huie, e as tabelas que, à data, os actuários dispunham para uso nas suas práticas. Realçamos o reconhecimento – notamos que em 1868 – da dificuldade em calcular as importâncias de contribuições para uma situação não tão complexa quanto outras que pudessem surgir nas associações portuguesas:

> "Suponho que qualquer Actuário que tenha investigado assuntos dos Fundos de Pensões para viúvas tenha experienciado a considerável dificuldade em formar uma opinião quanto às obrigações resultantes de primeiros e segundos casamentos, e também de estimar o valor de pagamentos a crianças, quer na forma de anuidade ou de pagamento único". (HUIE, 1868, pp. 4-5)

E, a respeito do mesmo assunto, acrescenta "Não existem Tábuas que eu conheça que contenham a informação efectivamente conclusiva sobre esses assuntos".

O cálculo da importância a ser paga por um indivíduo para garantir o recebimento de uma certa quantia à sua morte por uma ou mesmo duas pessoas não era complexo; estava perfeitamente estabelecido já em 1725 no tratado de De Moivre. A questão complica-se quando aumenta o número de beneficiários e as relações de dependência entre as vidas envolvidas mas mesmo assim notamos que à data essa forma de cálculo estava também estabelecida (BAILY, 1810). O desajuste que existe entre a assistência prometida pela generalidade dos montepios de sobrevivência portugueses, e em particular pelo Montepio Geral, e a teoria do cálculo de anuidades e seguros sobre a vida tem que ver não só com a indefinição dos beneficiários do plano de pensões aquando da admissão do associado, mas também com a possibilidade de se alterarem ao longo do tempo.

No caso do Montepio Geral, a aprovação em 1852 da "Nota I" à tabela de pensões agravou o desajuste do plano de pensões, aumentando substancialmente as pensões atribuidas, o que ilustra o desconhecimento no seio da instituição da importância do cálculo das responsabilidades futuras. As mesmas conclusões são assumidas em 1871 por uma comissão de sócios constituída com o intuito de estudar uma reforma dos estatutos (*Parecer*, [1871]). Daniel da Silva pertencia a essa comissão. Aponta-se não ser conhecida "a verdadeira theoria mathematica das sociedades de previdencia" aquando da fundação do montepio, falha "vulgar entre nós n'essa epocha", e a inexistência de estatísticas que pudessem fundamentar os planos a adoptar (*Parecer*, [1871], pp. 3-4). Denuncia-se também não se ter aproveitado a experiência de sociedades análogas criadas "desde largo tempo" em países mais adiantados, como Inglaterra, Alemanha, França. Não obstante a edificação da sociedade sobre bases incorrectas, presta-se louvor aos beneméritos fundadores do Montepio Geral: "se não encontraram a verdade, d'ella se aproximaram muito mais do que seria de esperar em tão desvantajosas circumstancias".

Somente nos planos de estatutos do Montepio Geral de 1922 se contempla uma tabela de contribuições graduada de acordo com a idade do subscritor e a idade de apenas um beneficiário[9]. Note-se a restrição imposta: indica-se como fim da sociedade "estabelecer pensões vitalícias de sobrevivência a pessoas certas e determinadas", do sexo feminino ou do sexo masculino desde que maiores de 70 anos ou impossibilitados de adquirir meios de subsistência, designados no acto da subscrição e não podendo alterar-se.

Devemos esclarecer que o exemplo de correcção na fundamentação científica do *Scottish Ministers' Widows' Fund* não era cumprido pela generalidade dos *widows' funds*. E mesmo aquelas sociedades que se fundaram segundo os padrões dessa outra não foram administradas com o mesmo sucesso. Sobre as *friendly societies* inglesas notamos que em 1793 se decreta a primeira regulamentação e em 1819 é aprovada uma lei estipulando que as suas tábuas e regras sejam inspeccionadas por actuários profissionais ou indivíduos especializados em tais cálculos. À partida estaria garantido o uso de princípios da ciência na organização dessas sociedades. No entanto as leis que se seguem a essa última, e até meados do século XIX, retiram a referência a esses profissionais especializados, denunciando o pouco reconhecimento da profissão de actuário ou, ao menos, a dificuldade em os nomear. A

[9] Se houvesse mais beneficiários, o cálculo era efectuado caso a caso.

profissão de actuário apenas é institucionalizada com a criação do Institute of Actuaries em 1848. O primeiro conjunto de tábuas estatísticas fiáveis sobre a população das *friendly societies* surge também apenas em meados do século, sendo da responsabilidade do actuário Francis Neison (NEISON, 1846). Deste modo, concluímos que apesar de os primeiros escritos de anuidades sobre a vida surgirem ainda na primeira metade do século XVIII e em inícios do século XIX se comporem tratados que simplificam essa teoria, bem como aquela relativa a cálculo de seguros vida, somente a partir de meados do século XIX estavam reunidas as condições para que as *friendly societies* se organizassem segundo bases cientificamente correctas.

Quanto às tabelas primitivas de contribuições e pensões do Montepio Geral instituídas em 1840, ou mesmo aquelas aprovadas na primeira reforma dos estatutos de 1844, e que, recordamos, não sofreram consideráveis alterações até 1922, não conseguimos determinar a sua origem. Pelo que expusemos, não nos parece que se inspirem em sociedades do Reino Unido. Encontramos semelhanças na forma de assistência aos herdeiros dos sócios do Montepio Geral com aquela instituída no Montepio Militar, criado em 1790 e reformado por diversas vezes até cessar em 1843 a obrigatoriedade de desconto por parte dos oficiais do Exército e da Armada. No entanto, não há qualquer correspondência na forma das contribuições, o que se justificará por beneficiar esse montepio de um subsídio por parte do Governo e, portanto, não depender a sua estabilidade financeira das contribuições dos seus membros.

CONTRIBUTOS DE DANIEL DA SILVA

O plano de pensões do Montepio Geral que Daniel da Silva estuda a partir da década de 1860 não estava edificado sobre bases científicas. A opinião pública julga o montepio uma instituição sólida, em franco crescimento, sendo também essa a crença da generalidade dos seus sócios. À data, era comum avaliar erradamente a prosperidade das associações que providenciavam pensões de sobrevivência mediante o avultado saldo que possuíam: a acumulação de capitais nos primeiros anos de existência era natural, sendo obviamente diminuída com o decorrer dos anos, à medida que os sócios faleciam.

O que Daniel da Silva se propõe fazer é mostrar aos seus consócios a instabilidade financeira da instituição, demonstração essa que passa pela determinação do que actualmente se designa de *responsabilidade actuarial*[10], e propor medidas que permitam colmatar essa situação. Assume, portanto, as funções de um actuário. Apesar de defender que "os nossos monte-pios de sobrevivencia devem ser, absolutamente, especies de seguros de vida, em que tudo se formule segundo os principios do calculo das probabilidades", não o afirma explicitamente para o caso particular do Montepio Geral (SILVA, 1867c). Estando, portanto, ciente, de que a solução científica para sarar o desequilíbrio financeiro desse montepio passaria pela abolição das tabelas de contribuições e pensões em vigor, propõe antes medidas que minimizam a sua desadequação.

Os escritos que Daniel da Silva compôs em temáticas do Cálculo Actuarial devem ser avaliados no seu conjunto. Motivado pelo estudo da situação financeira do Montepio Geral, evidenciam o espírito próprio de quem serve a ciência, não ocultando o cenário gravoso que identificou, persuadido de que "meia verdade é uma mentira completa" (SILVA, 1868b, advertência). Contribuiu também para a organização de montepios de sobrevivência que se assemelhassem ao Montepio Geral. *O presente e o futuro do monte pio geral*, (SILVA, 1868b), é o primeiro texto que compõe. Terminado em 1865, é publicado apenas em 1868. Dois outros artigos se seguem, publicados no *Jornal de Sciencias Mathematicas, Physicas e Naturaes* da Academia das Ciências de Lisboa, um sobre amortização de pensões, (SILVA, 1868a), e o outro sobre a população portuguesa, (SILVA, 1870a), servindo para aperfeiçoar o método de

---

[10] Valor actuarial de todas as despesas futuras, mediante os benefícios estabelecidos no plano de pensões.

avaliação actuarial usado, apresentado no primeiro opúsculo sobre o Montepio Geral. São utilizados num segundo opúsculo sobre o montepio, publicado em 1870 – *Das condições economicas indispensáveis á existência do monte pio geral*, (SILVA, 1870b). Os princípios usados nos dois opúsculos que tratam do Montepio Geral, publicados a expensas da instituição por reconhecido interesse dos seus sócios, apoiam-se em textos ingleses e franceses abordando a teoria de anuidades sobre a vida bem como a organização de sociedades de socorros mútuos francesas, referenciados pelo autor, (BAILY, 1810), (MILNE, 1815), (GREMILLIET, 1823) e (HUBBARD, 1852).

O método de avaliação actuarial usado no primeiro opúsculo, exposto num extenso mapa de 25 páginas, recorre a conceitos simples de cálculo financeiro e da teoria de anuidades sobre a vida. Contrapõe os valores das receitas e despesas (reduzidos a uma mesma época através de juros compostos) de um grupo de sócios que se considera representativo, semelhante aos sócios entrados na associação durante um certo período, até à sua extinção. Faz uso da tábua de mortalidade de Deparcieux uma vez que, sendo o montepio uma instituição recente, com pouco mais de duas décadas, os dados estatísticos relativos aos seus sócios não permitiam a elaboração de uma tábua de mortalidade credível. Para cada idade de admissão são calculadas as contribuições e as pensões associadas, durante 72 anos. A forma de cálculo do valor das contribuições equivale à aplicação da fórmula do valor de uma anuidade unitária sobre a vida até ao seu falecimento (BAILY, 1810, p. 29):

$$\frac{1}{a}\left[\frac{a'}{1+\rho}+\frac{a''}{(1+\rho)^2}+\&c\right],$$

onde *a* designa o número total de indivíduos com a idade *A*, *a'*, *a''*, ..., o número de indivíduos com mais 1, 2, ... anos do que *A* e ρ a taxa de juro anual.

Para a determinação do valor exacto do encargo das pensões tornava-se necessário saber a duração média das pensões associadas a cada idade. A identificação dessa duração média com a média aritmética das durações das pensões traria muitas imprecisões, atendendo à curta vida do montepio. Daniel da Silva indica um outro modo de se referir à forma como variam as pensões – através da sua amortização anual, factor esse central no método por si elaborado. Da hipótese de equilíbrio entre receitas e despesas determina-se o valor necessário da amortização anual das pensões que se compara com a média aritmética dos valores das amortizações anuais observadas no mesmo período e, portanto, avalia-se a viabilidade ou não do plano em causa.

Notamos que não haveria outro modo para Daniel da Silva determinar a responsabilidade actuarial relativa ao fundo de pensões do Montepio Geral. Uma vez que os valores das contribuições e pensões dependiam apenas da idade de admissão do sócio e do número de anos contributivos, também na avaliação actuarial apenas se poderiam fazer intervir esses elementos. Estamos em crer que este método contenha alguma originalidade por se adaptar à complexa especificidade dos montepios de sobrevivência portugueses. A experiência dos *widows' funds* e *friendly societies* constituídos a partir da segunda metade do século XVIII no Reino Unido possibilitou a recolha de inúmeras estatísticas sobre os seus membros e viúvas que permitiam a construção de tábuas de probabilidades para uma série de relações entre ambos e, inclusive, a determinação dos valores das anuidades respectivas. Desse modo, um actuário não necessitaria de coligir estatísticas da sociedade que estudasse senão para efectuar a escolha adequada das tábuas existentes e, por isso, sem problemas de maior caso fossem essas estatísticas em número reduzido[11]. Por outro lado, várias sociedades se estabeleceram tendo em consideração as idades dos beneficiários. Dos métodos de avaliação actuarial que conhecemos não encontrámos nenhum semelhante.

[11] Cf. (HUIE, 1868), (NEISON, 1846).

Destacamos, por fim, que neste opúsculo o matemático efectua, por solicitação da Direcção do montepio, uma liquidação hipotética da sociedade, comprovando a inviabilidade do plano de pensões.

Dois factores se revelam essenciais no método de avaliação actuarial usado, e por isso se justifica a composição dos dois artigos mais específicos publicados no jornal da Academia das Ciências – a amortização anual das pensões e uma adequada tábua de mortalidade[12].

O artigo "Amortização annual media de pensões" apresenta um método que permite calcular com maior rigor um valor representativo da amortização anual média das pensões durante um certo período, por oposição ao cálculo da média aritmética dos valores anuais desse factor, forma usada no primeiro opúsculo. Consiste em supor que as pensões pagas num certo período são iguais àquelas pagas no caso de se verificar um factor de amortização anual constante, referindo as importâncias a uma mesma época através de juros compostos. A equação obtida com base nessa suposição relaciona a taxa de juro *r* com a totalidade das pensões anuais e o factor de amortização, *s*, pretendido[13]:

$$\sum_{k=1}^{n}(p_k - p_{k-1} + a_{k-1})\frac{(1+r)^{n-k+1} - (1-s)^{n-k+1}}{r+s} = \sum_{k=1}^{n}(1+r)^{n-k},$$

(p_k designam as somas das pensões efectivamente pagas e a_k a correspondente parte de p_k que deixa de ser paga no ano seguinte).

[12] À data, identificavam-se como sendo essenciais numa *avaliação actuarial* dois factores – a taxa de juro a assumir nos investimentos da sociedade e uma adequada tábua de mortalidade (HUIE, 1868, pp. 6-13).

[13] Em (SILVA, 1868a, p. 186) é apresentada a igualdade $\frac{\sum p'_1(1+r)^n - \sum p'_1(1-s)^n}{r+s} = \sum p_1(1+r)^{n-1}$, cuja interpretação é dada pela equação no corpo de texto. Daniel da Silva afirma que se poderia deduzir *s* usando métodos de resolução das equações numéricas mas que tal requeria muitos cálculos; assim, quando exemplifica o seu método para o Montepio Geral e Montepio Geral de Marinha, deduz um primeiro valor aproximado e aplica a fórmula para verificar a sua adequação, diminuindo-o ou aumentando-o.

Pelas mesmas razões que adiantámos a respeito do método de avaliação actuarial usado no primeiro opúsculo, estamos em crer que este método seja original. Envolve apenas conceitos de cálculo financeiro.

O artigo "Contribuições para o estudo comparativo do movimento da população portugueza" constitui uma ferramenta essencial na avaliação actuarial do plano de pensões do Montepio Geral e, mais geralmente, um contributo para uso por outros montepios de sobrevivência semelhantes. Permitem estes contributos decidir qual a tábua de mortalidade estrangeira mais adequada à população portuguesa, em geral, ou em particular, à população de dois montepios, o Montepio Geral e o Montepio Geral de Marinha, e, portanto, minimizar o erro subjacente aos cálculos das importâncias de contribuições e pensões nos planos de pensões oferecidos por essas sociedades. Recorrendo a publicações estatísticas oficiais credíveis que surgem em Portugal a partir de 1860, no seguimento das orientações do *Congresso Internacional de Estatística*, Daniel da Silva efectua comparações entre a população portuguesa e outras populações estrangeiras, em diversas características, centrando-se no que respeita à mortalidade. Dos comentários que produz, e recomendações no sentido de aperfeiçoamento das recolhas estatísticas, destacamos a observação de que se determine para as idades dos indivíduos que contraem matrimónio, a idade média da mulher, correlação essa que "poderia utilmente ser aproveitada para o estudo das bases economicas, em que devem constituir-se as sociedades philanthropicas em cujo compromisso entra a concessão de pensões de sobrevivência." (SILVA, 1870a, p. 280). Denota, pois, o conhecimento dos princípios da ciência que deveriam assistir à organização financeira dessas sociedades. Notamos que estatísticas semelhantes constam do tratado elaborado pelo actuário David Huie em 1868 sobre avaliação dos fundos de pensões para viúvas, a que já nos referimos: tábuas de primeiros casamentos (contendo, para as idades 20 a 66 anos, o número de não casados, o número de casados no ano seguinte, média da idade da esposa, probabilidade de casamento e média da idade de casamento) e tábuas de probabilidades de contrair novo casamento (HUIE, 1868, pp. 55-57). Essas tábuas são, obviamente, de muito auxílio para os actuários.

RECEPÇÃO DOS CONTRIBUTOS DE DANIEL DA SILVA

Os contributos de Daniel da Silva não foram bem aceites pela generalidade dos sócios do Montepio Geral uma vez que, para obviar a prenunciada situação de desequilíbrio financeiro, propunham medidas que passavam pelo aumento das suas contribuições ou diminuição das pensões legadas, ou seja, a abolição de regalias tomadas como garantidas. O primeiro opúsculo é apresentado à Direcção em meados de 1865, nomeando-se uma comissão de onze individualidades para o estudar, entre as quais estavam professores de ensino superior, matemáticos e sócios da Academia de Ciências de Lisboa. Estes reconhecem o valor do trabalho do matemático e defendem as medidas propostas. Grande foi a afluência e contestação nas sessões da Assembleia Geral que decorreram de 30 de Maio a 4 de Agosto de 1868. Das propostas sugeridas por Daniel da Silva aceitaram-se apenas duas, mas aquelas que eram mais importantes: a abolição da "Nota I" à tabela de pensões aprovada em 1852 e a cessação de direitos dela provenientes. Pelo relatório de contas da gerência de 1887 prova-se que não se tivesse abolido então a "Nota I", o rateio das pensões ocorreria a partir de 1888. Daí que se reconheça a Daniel da Silva a responsabilidade na longevidade do Montepio Geral.

O impacto do primeiro opúsculo ao nível da instituição nota-se na tomada de consciência a respeito da sua instabilidade financeira. A maioria dos sócios continuou a opor-se às ideias do matemático mas houve por parte de outros a percepção da real situação económica do montepio, motivando diversas contribuições na tentativa de melhorar o plano de estatutos vigente[14]. Uma das mais importantes decisões tomadas nessas sessões, reclamada por Daniel da Silva, tem que ver com a reforma das tabelas de contribuições e pensões, decidindo-se pela nomeação de uma comissão de estudos a que o próprio matemático pertenceu. Os trabalhos dessa comissão seguem a linha de pensamento do matemático, apoiando-se no seu segundo opúsculo *Das condições economicas indispensáveis á existencia do monte pio geral*[15]. Não foram eles, também, bem acolhidos no seio da sociedade. A incompreensão da maior parte dos sócios em antever a instabilidade da sociedade, mediante o avultado saldo que apresentava, despoletou inúmeras críticas e inclusive uma acção concertada que levou à destituição, em Assembleia Geral, dessa comissão de reforma. No seguimento desses acontecimentos, Daniel da Silva afasta-se, não comparecendo a partir de 1872 às sessões da Assembleia Geral.

Daniel da Silva falece em 1878. Na segunda reunião da Assembleia Geral após essa data, lança-se uma proposta de voto de sentimento pela sua morte, sugerindo-se a composição de um retrato seu para colocar na sala da Assembleia, "como homenagem prestada ao seu talento e à sua abnegação, e para exemplo e incentivo para os sócios vindouros.". Esta proposta provoca objecções por parte de um sócio em particular, de tal modo que o projecto de elaboração do retrato de Daniel da Silva se concretiza apenas por ocasião do primeiro centenário do montepio, em 1940.

Em 1917 é criada no Montepio Geral uma secção de actuariado, se bem que composta apenas por Caetano Maria Beirão da Veiga (1884-1962), professor do Instituto Superior de Comércio das cadeiras 20.ª

---

[14] Três delas são publicadas a expensas do montepio: (BORGES, 1870), (LOPES, 1871) e (SANTOS, 1872). Não contêm relevância em termos do Cálculo Actuarial.

[15] (*Parecer*, [1871]). Escolhe-se seguir o estudo (SILVA, 1870b) em detrimento de (BORGES, 1870) do sócio Domingos Pinheiro Borges.

Operações financeiras a longo prazo e 21.ª *Seguros. Instituições de previdência. Contabilidade de seguros*. Apura-se então que:

> "A capitalização dos saldos do fim de cada ano e das receitas que se lhes seguiam foi excedendo sempre os encargos até 1898; daí em diante o acumulado começou a sofrer desfalque, tendo-se esgotado e começando, em 1912, a haver déficit, ao qual os lucros da Caixa Económica obviaram até 1916, não sendo já bastantes em 1917, tendo, por isso, de ir buscar-se o que faltou a outros rendimentos. Assim, num curto espaço de 19 anos (1898-1917) – o serviço de pensões absorvera o amealhado em 58 (1840-1897), os lucros da Caixa Económica e ainda 160 contos que tiveram de provir de outra fonte". (OLIVEIRA, 1940, p. 182)

Até aos finais do século XIX, e mesmo já em pleno século XX, são várias as manifestações de que as tabelas de pensões e contribuições careciam de reforma. Diversas comissões são criadas com o intuito de reformar os estatutos mas os seus trabalhos vão-se protelando, na maior parte das ocasiões, e acabam por se abandonar. A fundamentação científica do plano de pensões do Montepio Geral passaria por uma alteração radical da forma de cálculo das contribuições e, por conseguinte, das pensões, tendo em atenção os beneficiários, o que acabaria por suceder apenas em 1922. Vários foram os matemáticos e actuários que contribuíram com os seus conhecimentos no estudo das alterações necessárias ao plano de pensões, no estudo das reservas matemáticas e na reformulação dos estatutos: Luís Feliciano Marrecas Ferreira (1851-1928), Augusto Patrício dos Prazeres (1859-1922), António dos Santos Lucas (1866-1939) e, mais tarde, Beirão da Veiga. O primeiro estreou a cátedra da cadeira 28.ª *Operações financeiras* em 1888 no Instituto Industrial e Comercial de Lisboa onde se iniciou o ensino de assuntos de Cálculo Actuarial.

Não podemos pronunciar-nos com total certeza sobre o reconhecimento no Montepio Geral dos estudos de Daniel da Silva. Discussões pormenorizadas sobre a reforma dos planos de estatutos, o cálculo das reservas matemáticas ou outros assuntos específicos da situação financeira da instituição teriam lugar em comissões de trabalho específicas, cujos relatórios salvo raras excepções eram publicados.

Os livros que celebram os aniversários do Montepio Geral reconhecem o mérito de Daniel da Silva. Os primeiros, por ocasião do centenário do montepio; os outros repetindo o mesmo discurso. Na documentação anterior a 1940, reduzem-se a três as manifestações de reconhecimento dos seus contributos.

Fora do seio do Montepio Geral, ou da comissão de inquérito às associações de socorros mútuos nomeada em 1866, não encontrámos referências aos textos de Daniel da Silva que ilustrem a sua importância ou aplicabilidade. Na Academia das Ciências de Lisboa, de que era sócio de mérito desde 1859, não há menção aos dois artigos publicados no jornal da sociedade, (SILVA, 1868a) e (SILVA, 1870a), nem nas sessões da 1.ª Classe de Ciências Matemáticas, Físicas e Naturais, à qual pertencia, nem na 2.ª Classe de Ciências Morais, Políticas e Belas Artes, à qual poderia interessar o artigo sobre o movimento da população portuguesa, uma vez que, à data, a Estatística era vista como um ramo da Economia política.

A ilustrar a pouca difusão dos seus escritos apontamos uma listagem de "publicações que se referem a assumptos economicos e sociaes" de finais da década de 1880, compilada pelo importante defensor do mutualismo e do cooperativismo Costa Goodolphim[16]: são listados três dos quatros escritos de Daniel da Silva que apresentámos, ficando em falta (SILVA, 1868a); nos dois opúsculos sobre o Montepio Geral não é indicada a autoria; e a autoria de (SILVA, 1870a) é atribuída a Clemente dos Santos, também sócio do Montepio Geral. Notamos, por fim, as referências no catálogo de Rodolfo Guimarães, do princípio do século XX, *Les Mathématiques en Portugal*: apenas os artigos publicados no *Jornal de Sciencias Mathematicas, Physicas e Naturaes* são

[16] Goodolphim, José Cipriano da Costa, *A associação*, Lisboa: Imprensa Nacional, 1889, p. 181.

mencionados; na 1.ª edição somente (SILVA, 1868a) e na 2.ª edição ainda (SILVA 1870a)[17].

EM JEITO DE CONCLUSÃO

O Montepio Geral foi para Daniel da Silva o motivo que o levou a estudar, desde meados da década de 1860 e até 1870, a viabilidade de planos de pensões em montepios de sobrevivência. Os seus contributos permitiram, nessa instituição, o despertar de consciências para a instabilidade financeira que se vivia, tomando-se medidas no sentido de minimizar a falta de bases científicas do plano de pensões. A relevância dos seus escritos não é tanto ao nível do valor científico – à parte de alguns pormenores, não contêm originalidade – mas antes no uso de métodos aconselhados pela ciência na organização de fundos de pensões. Por isso consideramos Daniel da Silva um precursor da introdução do Cálculo Actuarial em Portugal.

Consciente da forma deficiente como estavam estabelecidos os montepios de sobrevivência portugueses, afirma a seu respeito:

> "devem ser, absolutamente, especies de seguros de vida, em que tudo se formule segundo os principios do calculo das probabilidades.
> Nem a mathematica neste caso deturpa a naturesa da associação, que continua a ser, a despeito da intervenção da sciencia, ou antes por causa d'ella, um instituto essencialmente humanitario". (SILVA, 1867c)

Achamos que não fosse a pouca receptividade das suas iniciativas no seio do Montepio Geral, assim como a desconsideração dos trabalhos da comissão de inquérito às associações de socorros mútuos de 1866 – ilustrada pelo facto de o Governo propor um montepio oficial em Fevereiro de 1867 quando somente em Outubro de 1868 é apresentado o relatório da referida comissão – e teria continuado a investir nessa área

[17] Guimarães, Rodolfo, *Les mathématiques en Portugal*, Coimbra: Imprensa da Universidade, 1900, p. 18; Guimarães, Rodolfo, *Les mathématiques en Portugal*, 2.ª ed. Coimbra: Imprensa da Universidade, 1909-1911, pp. 207-208.

científica, designadamente na fundamentação de raiz do Montepio Oficial dos Servidores do Estado. Notamos, a esse respeito, que no primeiro ano de funcionamento desse montepio cerca de vinte por cento dos sócios que aí ingressaram pertenciam também ao Montepio Geral, numa época em que nesta instituição se discutia o primeiro opúsculo do matemático e que, como destacámos, gerou inúmeras manifestações desfavoráveis a Daniel da Silva. Como já referimos também, o seu envolvimento com o Montepio Oficial foi muito reduzido.

A importância da fundamentação científica das associações de socorros mútuos que providenciavam pensões de sobrevivência é reconhecida em Portugal desde a década de 1860 mas parece não ter havido na segunda metade do século XIX grande interesse por parte dos estudiosos na investigação da temática do Cálculo Actuarial. A formação de profissionais nessa área começa apenas em finais da década de 1880 nos institutos industriais e comerciais e, em Lisboa, é criado em 1888 o curso superior de comércio no Instituto Industrial e Comercial de Lisboa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ÁVILA, A.J. de. *Relatório sobre os trabalhos do congresso internacional de Estatística reunido em Berlim em 1863*, Lisboa: Imprensa Nacional, 1864.

BAILY, F. *The Doctrine of Life-Annuities and Assurances, analytically investigated and explained.*, London: John Richardson, 1810.

BORGES, D.P. *O passado e o futuro do Monte-Pio Geral*, Lisboa: Imprensa Nacional, 1870.

Decreto de 22 de Novembro de 1866 que creou uma commissão para consultar acerca do estado das sociedades de socorros mútuos e o relatorio da commisão nomeada, Lisboa: Imprensa Nacional, 1878.

GREMILLIET, J.J. *Nouvelle théorie du calcul des intérêts simples et composés, des annuités, des rentes et des placements viagers*, Paris: [s.n.], 1823.

HABERMAN, S. *Landmarks in the history of actuarial science (up to 1919)*, Actuarial Research Paper no. 84, Department of Actuarial Science and Statistics, London: City University, 1996

HICKMAN, J. "History of actuarial science" in *Encyclopedia of Actuarial Science*, vol II, New Jersey: John Wiley & Sons, 2004, pp. 838-848.

HUBBARD, N.G. *De l'organisation des sociétés de prévoyance ou de secours mutuels et des bases scientifiques sur lesquelles elles doivent être établies avec une table de maladie et une table de mortalité dressés sur des documents spéciaux*, Paris: Chez Guillaumin et C[ie], 1852.

HUIE, D. R*emarks on the valuation of widows' funds with tables to assist the actuary in such investigations, based on the experience of the widows' funds of the ministers and schoolmasters in Scotland*, Edinburgh: R. Grant & Sons, 1868.

LEWIN, C.L. *Pensions and insurance before 1800: a social history*, East Linton: Tuckwell Press, 2003.

LOPES, J.J. *Duas palavras aos socios o Monte-Pio Geral que desejam a vida desta sociedade,* Lisboa: Typ. Commercial, 1871.

MILNE, J. *A treatise on the valuation of annuities and assurances on lives and survivorships: on the construction of tables of mortality; and on the probabilities and expectations of life*, London: Longman, Hurst, Rees, Orme and Brown, 1815.

NEISON, F.G.P. *Contributions to vital statistics*, London: Simpkin, Marshall & CO., 1846.

OLIVEIRA, J.F.C.L. de. *O Montepio Geral no primeiro século da sua existência*, [s.l.: s.n.] (Vila Nova de Famalicão: Tipografia Minerva), 1940.

Parecer [da maioria da comissão de reforma dos estatutos do Montepio Geral], [s.l.: s.n], [s.d] (Lisboa: Montepio Geral, 1871)

SANTOS, C.J. *Aos socios do Monte Pio Geral.* [s.l: s.n.], 1872.

SILVA, D.A. da. "O monte-pio official do governo", *Jornal do Commercio*, 4004, 26 de Fevereiro de 1867. (SILVA, 1867a)

———. "O monte-pio official do governo", *Jornal do Commercio*, 4006, 28 de Fevereiro de 1867. (SILVA, 1867b)

———. "Uma defesa do monte-pio offcial", *Jornal do Commercio*, 4010, 5 de Março de 1867. (SILVA, 1867c)

———. [Resposta ao artigo de 5 de Março em A Revolução de Septembro]. *Jornal do Commercio*, 4012, 8 de Março de 1867. (SILVA, 1867d)

———. [Continuação da resposta ao articulista de A Revolução de Septembro]. *Jornal do Commercio*, 4018, 15 de Março de 1867. (SILVA, 1867e)

———. [Conclusão da resposta ao articulista de A Revolução de Septembro]. *Jornal do Commercio*, 4019, 16 de Março de 1867. (SILVA, 1867f)

———. "Amortização annual media das pensões nos principaes montepios de sobrevivencia portuguezes", *Jornal de Sciencias Mathematicas, Physicas e Naturaes*, t. I (1868), III, 175-187. (SILVA, 1868a)

———. *O presente e o futuro do monte pio geral.* Lisboa: Imprensa Nacional, 1868. (SILVA, 1868b)

———. "Contribuições para o estudo comparativo do movimento da população em Portugal", *Jornal de Sciencias Mathematicas, Physicas e Naturaes*, t. II (1870), VIII, 255-306. (SILVA, 1870a)

———. *Das condições economicas indispensaveis á existencia do monte pio geral.* Lisboa: Imprensa Nacional, 1870. (SILVA, 1870b)

OUTRAS FONTES

Processo individual de Daniel da Silva como sócio do Montepio Geral.

Livros de actas do Montepio Geral: *Actas da Assembleia Geral* e *Actas da Direcção*.

Planos de estatutos do Montepio Geral.

Relatorio, contas e documentos da Gerencia da Direcção do Montepio Official, 1867-1878.

Documentação do Montepio Geral de Marinha, no Arquivo Central de Marinha.

Livros de actas da Academia das Ciências de Lisboa: *Sessões litterarias*, *Sessões da 1ª Classe* e *Sessões litterarias de Novembro de 1844 a 17 de Junho de 1852*.

DESAFIOS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO MESTRADO PROFISSIONAL

BERNADETE BARBOSA MOREY

Departamento de Matemática – DM/CCET
Universidade Federal do Rio Grande do Norte –UFRN
Natal, RN

bernadetemorey@gmail.com

SEVERINO CARLOS GOMES

Departamento acadêmico – DIAC/ZN/IFRN
Instituto Federal do Rio Grande do Norte – IFRN
Natal, RN

severino.gomes@ifrn.edu.br

Resumo: O presente artigo objetiva discutir a adequação, a viabilidade e exequibilidade de ter a História da Matemática como foco de estudo num mestrado profissional. Para isso, utilizamos como referência o caminho percorrido por um mestrado profissional da área de Ensino de Ciências e Matemática. Apresentamos também exemplos de produtos educacionais elaborados para uso em sala de aula cujo objetivo é auxiliar o professor a introduzir a História da Matemática em suas aulas de matemática.

Palavras-chave: Matemática, História, Mestrado Profissional, Produto Educacional.

CHALLENGES OF THE HISTORY OF MATHEMATICS IN PROFESSIONAL MASTER'S

Abstract: The present article aims to debate the suitability, viability and execution of having the History of Mathematics as a study focus in a professional master's. Thus, we have used as a reference the way gone in a professional master's course in the field of Teaching of Science and Mathematics. In addition, we have presented examples of educational products created to the use in classrooms whose goal is to help the teacher to introduce the History of Mathematics in his/her classes.

Keywords: Mathematics, History, Professional Master's, Educational Product.

APRESENTAÇÃO

Nas últimas décadas, tem aumentado o número de programas de pós-graduação em ensino de ciências e matemática. Um bom número desses programas é de mestrado profissional. Paralelamente, ampliaram-se as sociedades de pesquisadores, os eventos de divulgação dos trabalhos e os meios de publicação desses estudos. A comunidade internacional de pesquisadores reconheceu a qualidade das pesquisas produzidas em nosso País.

Um dos documentos que define a criação do mestrado profissional diz que:

> *"Mestrado Profissional" é a designação do Mestrado que enfatiza estudos e técnicas diretamente voltadas ao desempenho de um alto nível de qualificação profissional. Esta ênfase é a única diferença em relação ao acadêmico. Confere, pois, idênticos grau e prerrogativas, inclusive para o exercício da docência, e, como todo programa de pós-graduação stricto sensu, tem a validade nacional do diploma condicionada ao reconhecimento prévio do curs.* (Parecer CNE/CES 0079/2002)

Ou seja, o mestrado profissional tem seu foco na realização de pesquisas para o desenvolvimento e o aperfeiçoamento profissional do professor. Nesta idealização, o mestrado profissional é uma capacitação diferenciada da oferecida no mestrado acadêmico. Enquanto o mestrado acadêmico prioriza o campo das pesquisas teóricas, o mestrado profissional enfoca ações direcionadas para intervenções nas práticas de sala de aula.

Ainda, quanto às finalidades do mestrado profissional, Moreira (2004) enfatiza a formação de professores:

> [...] que possam, tanto no âmbito de seus locais de trabalho quanto no horizonte de suas regiões, atuar como iniciadores e líderes nos processos de formação de grupos de trabalho e estudo, compostos por professores; é evidente que esta formação dirigir-se-á também, e necessariamente, a melhor qualificação do professor enquanto docente, em sua prática pedagógica. (MOREIRA, 2004, p. 131-132)

Isso significa que o mestrado profissional deverá proporcionar ao mestrando- professor, além da qualificação pedagógica, condições para que ele possa atuar em sua escola e em sua região promovendo a formação de grupos de trabalho e estudos voltados para a criação e implementação de novos instrumentos e metodologias de ensino.

Quanto ao trabalho de conclusão do mestrado profissional a exigência é que ele seja um estudo voltado para a prática de sala de aula e que, além disso, inclua de forma explícita e destacável o chamado produto educacional.

Produto educacional é resultado da elaboração pelo mestrando de algum material que sirva de apoio ao professor na sala de aula. Tal material pode vir no formato de livro, apostila, vídeo ou outro e seu conteúdo também pode ser bastante variado: alguma inovação pedagógica, alguma nova técnica de uso de laboratório, alguma compilação de material de difícil acesso, recomendações para a introdução de novas metodologias de ensino, etc.

Este artigo tem o objetivo de discorrer sobre um dos modos encontrados pelo corpo docente para situar os resultados de seus estudos e pesquisas em história da matemática ao mesmo tempo em que atende às exigências do mestrado profissional. Para isso, iniciaremos falando sobre os momentos iniciais do nosso mestrado profissional, a seguir falaremos sobre as dificuldades de adequar os estudos em história da matemática ao formato do mestrado e por último, sobre os caminhos encontrados para resolver o dilema história da matemática-mestrado profissional.

UM LONGO CAMINHO NA CONSTITUIÇÃO DO MESTRADO PROFISSIONAL

Em 2001, a CAPES reconheceu a necessidade de se desenvolver os programas de pós-graduação profissionalizante no Brasil. Desde então, observou-se a disseminação de novos cursos de mestrado profissional no âmbito das instituições de ensino superior. Dentre eles, em 2002, surgiu o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (PPGECNM) da UFRN.

Como em todo trabalho pioneiro, o PPGECNM se defrontou com diversas questões com relação à construção de um mestrado profissional em ensino. Os próprios docentes do PPGECNM não tinham clareza sobre o que fazer nessa nova modalidade de mestrado visto sua experiência apenas com o mestrado acadêmico.

Desde o início do PPGECNM, os docentes matemáticos envolvidos já tinham feito sua opção pela história da matemática dentro da Educação Matemática. Esses profissionais já atuavam na pós-graduação em Educação da UFRN (mestrado acadêmico e doutorado). Para estes professores, a primeira vista, parecia que a história da matemática seria compatível somente com um mestrado acadêmico. História da matemática e mestrado profissional em ensino não pareciam coerentes um com o outro.

Com esse dilema, as primeiras dissertações no campo da matemática foram feitas no formato acadêmico, sem preocupação com o produto educacional. Na fase seguinte, iniciávamos a escrita da dissertação esperando que o produto educacional se revelasse no caminho. Mas quando isto acontecia, o prazo do mestrando já havia se esgotado.

Só muito recentemente, atingimos uma fase de maturidade. Atualmente, desde o início, a escrita da dissertação se faz com os olhos no produto educacional (com algumas exceções). Isto quer dizer que na apresentação do projeto de dissertação se faz a seguinte pergunta: tendo em vista o presente projeto de dissertação, qual será ou deverá ser o produto educacional decorrente dele? Isso nos permite pensar paralelamente na escrita da dissertação e na implementação do produto educacional. Obviamente, estamos descrevendo aqui uma situação ideal, mas que nem sempre encontra sua realização na prática. Mesmo assim, essa tem sido uma diretriz bastante efetiva.

ALGUNS PRODUTOS EDUCACIONAIS

Com quase uma década de funcionamento, o PPGECNM produziu até o momento, 32 dissertações envolvendo o ensino de matemática. Destas dissertações, 18 utilizam a História da Matemática como abordagem de ensino.

Como citado anteriormente, até o momento destacamos três fases do PPGECNM. Aqui apresentaremos três produtos educacionais produzidos na fase mais recente no qual todo o tarefas do mestrando se concentram no produto educacional. São os trabalhos de Soares (2011), Machado (2011) e Gomes (2011).

O produto educacional de Soares (2011) é um caderno de atividades baseado no estudo histórico de desenvolvimento e aplicação dos logaritmos em vários campos do conhecimento. Em primeiro momento, para a constituição do caderno, o autor analisou as abordagens conceituais e didáticas dada aos logaritmos em alguns livros didáticos de matemática utilizados por professores da cidade de Natal no Estado do Rio Grande do Norte.

Soares (2011) prosseguiu sua fundamentação teórica investigando a história dos logaritmos para que seu produto educacional pudesse redirecionar professores de matemática a uma compreensão ampla e significativa dos logaritmos. Por fim, o autor apresenta um modelo de abordagem de estudo dos logaritmos baseado na sua história e um caderno de atividades que contempla a estreita relação entre os logaritmos, a sismologia, a acústica, a química, a demografia e as finanças envolvendo juros compostos.

O produto educacional de Machado (2011) consiste em vídeo aulas de história da matemática para subsidiar professores na conexão entre aspectos sociais, científicos, conceituais e didáticos da matemática e de sua história. Cada uma dessas vídeo-aulas enfatiza a presença da matemática na vida humana ao longo dos tempos. O autor se utiliza de diversos recursos de mídia para apresentar atividades dinâmicas envolvendo formas de representação da natureza e da cultura.

Com auxílio dos professores John Fossa e Iran Mendes narrando aspectos históricos do teorema de Pitágoras, dos números figurados e da simbologia dos números e suas tradições, Machado (2011) se apoia nas propostas de ensino de matemática por meio de atividades e na investigação histórica para apresentar recursos e informações auxiliares para enriquecer o estudo da matemática no ensino básico.

O produto gerado pelo trabalho de Gomes (2011) é um caderno de atividades para o ensino de trigonometria numa abordagem histórica. Esse caderno consiste numa sequência de ensino para professores de matemática do ensino básico. O autor lança mão do recurso histórico à medida que vai explorando conceitos geométricos e trigonométricos necessários para o ensino de trigonometria plana básica.

Para melhor compreensão dos aspectos explorados por Gomes (2011) apresentamos, a seguir, uma atividade extraída do caderno de atividades para o ensino de trigonometria numa abordagem histórica do trabalho em questão, como exemplo do que venha a ser a fusão entre história da matemática, conteúdo matemático escolar e mestrado profissional.

ATIVIDADE 2: CALCULANDO OS COMPRIMENTOS DE ALGUMAS CORDAS

Pense um pouco sobre a seguinte questão: é possível calcular, numa circunferência de raio R, o comprimento de uma corda de um ângulo central de medida θ?

Por exemplo, numa circunferência de raio 2, qual seria o comprimento da corda de um ângulo central que mede 90º?

Vamos calcular a medida da corda de 90º com auxílio da figura 8:

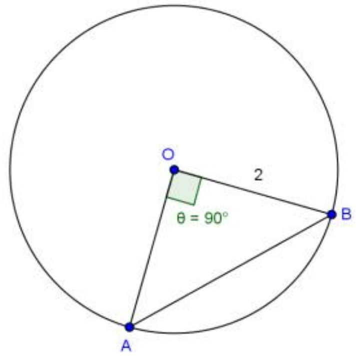


Figura 8: corda de 90º

A corda de 90º é o segmento AB. OA e OB ambos são raios e medem 2. O ângulo central AÔB mede 90º. Aplicamos o Teorema de Pitágoras:

$$AB = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}\,.$$

Isto quer dizer que a corda de um ângulo central de medida 90º numa circunferência de raio 2 tem comprimento $2\sqrt{2}$.

Agora responda a seguinte questão: se o raio da circunferência da figura 8 for R, qual será o comprimento da corda, em função de R, de um ângulo central que mede 90º?

Dando continuidade ao cálculo do comprimento de algumas cordas, resolva os seguintes desafios:

Desafio 1 – Determine o comprimento da corda de 180º em função do raio da circunferência.

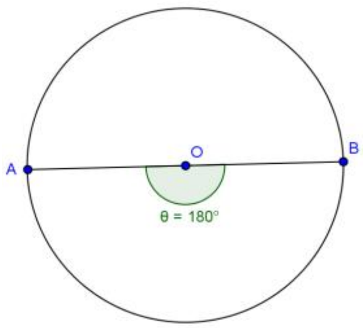


Figura 9: corda de 180º

Desafio 2 – Determine o comprimento da corda de 60º em função do raio da circunferência.

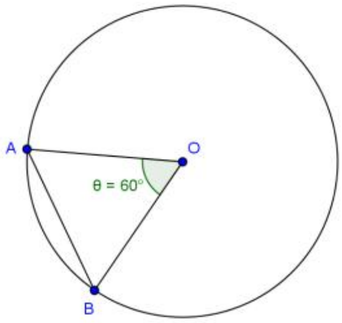


Figura 10: corda de 60º

Agora pense sobre como você calcularia o comprimento da corda de 120º. Para auxiliá-lo observe a figura 11.

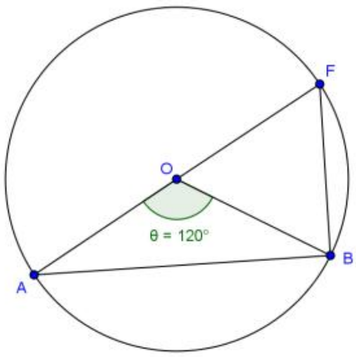


Figura 11: corda de 120º

Vamos discutir sobre como calcular o comprimento da corda de 120º. Acompanhe, com auxílio da figura 11, os seguintes procedimentos:

- O ângulo $B\hat{O}F$ mede 60º, pois é o suplemento de 120º.
- O triângulo BOF é isósceles, pois OF e OB são raios da circunferência.
- Os ângulos $O\hat{B}F$ e $O\hat{F}B$ são congruentes.
- O triângulo BOF é equilátero.

- O segmento FB tem a mesma medida do raio da circunferência.
- O triângulo ABF é retângulo, pois $\overline{AF}$ é diâmetro da circunferência.
- Pelo Teorema de Pitágoras:

$$AB = \sqrt{(2R)^2 - R^2} = \sqrt{3R^2} = R\sqrt{3}\,.$$

Isto significa que a corda de um ângulo central de medida 120º numa circunferência de raio *R* tem comprimento $R\sqrt{3}$.

Para expandir seus conhecimentos, responda a seguinte questão: além dos procedimentos aqui apresentados para o cálculo do comprimento da corda de 120º, pode-se determiná-lo por outros meios algébricos e geométricos. Quais seriam os procedimentos para esse tal fim?

Para finalizar essa etapa do cálculo de algumas cordas tente resolver o seguinte desafio:

Desafio 3 - Determine o comprimento da corda de 72º em função do raio da circunferência.

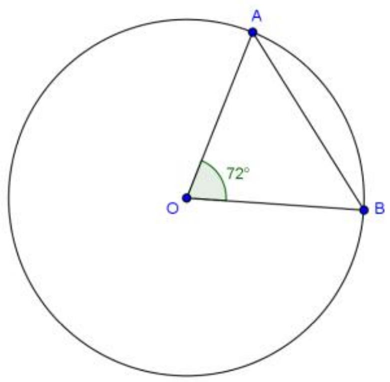


Figura 12: corda de 72º

Caso você não tenha conseguido resolver a questão proposta no desafio 3, não desanime. Ela pode ser uma tarefa bem difícil. O cálculo do comprimento da corda de 72º exige maturidade em alguns procedimentos relativos às construções geométricas e, em especial, na construção do pentágono regular inscrito numa circunferência.

Para auxiliar na tarefa de calcular a corda de 72º, observe a fig.13.

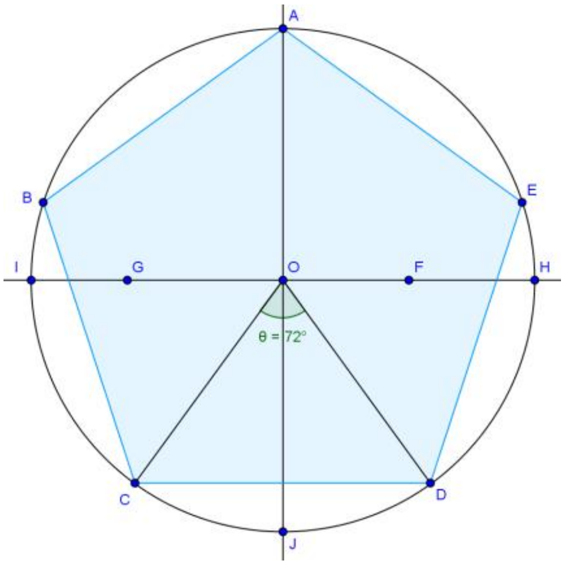


Figura 13: pentágono regular inscrito na circunferência

Nela, F é o ponto médio do segmento OH, os segmentos AF e FG são congruentes e os segmentos AG e AB também são congruentes. Esses dados fazem parte dos procedimentos geométricos para construção do pentágono regular inscrito numa circunferência e são determinantes no cálculo da corda de 72º.

Dando prosseguimento ao nosso trabalho, retomemos a questão inicial dessa atividade: é possível calcular, numa circunferência de raio R, o comprimento de uma corda de um ângulo central de medida θ?

No decorrer dessa atividade percebemos que sim, pelo menos para algumas cordas. Aproveitando o momento, complete a tabela 2 com os comprimentos das cordas dos respectivos ângulos centrais, em função do raio da circunferência, calculados anteriormente.

Tabela 2: comprimento de algumas cordas

θ	crd θ
90º	
180º	
60º	
120º	
72º	

Legenda:

θ: ângulo central;

crd θ: corda subtendida pelo ângulo θ.

R: raio da circunferência.

Conforme a tabela 2, a associação de valores numéricos (ou aproximações) às cordas de uma circunferência é possível. Essa tabulação – função corda – era um instrumento básico para os estudos astronômicos da Antiguidade.

AS PRIMEIRAS TABELAS DE CORDAS

Há mais de dois mil anos, os gregos buscavam resolver problemas ligados à astronomia utilizando métodos geométricos. A trigonometria não tinha surgido ainda e a primeira tabela de cordas de que se tem notícia (embora a própria tabela não tenha chegado até nós) foi elaborada no séc. II a.C. por Hiparco de Nicéia. (BOYER, 1996).

Com base na tabela de Hiparco, o astrônomo Claudio Ptolomeu que viveu e trabalhou em Alexandria (Egito) no séc. II d.C., elaborou uma tabela de cordas mais minuciosa do que a de Hiparco. A tabela de Ptolomeu foi elaborada para ser parte integrante do *Almagesto*[1], tratado

[1] O *Almagesto* (*Syntaxismathematica*) é um tratado de astronomia. Descreve os céus, isto é, o movimento dos astros Sol, Lua, Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno sobre o fundo das estrelas visíveis a olho nu. O ponto de vista do *Almagesto* é geocêntrico e ele foi usado como livro texto de astronomia por

que foi usado como manual de astronomia até o advento da teoria heliocêntrica.

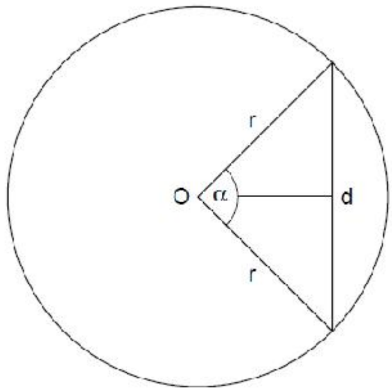


Figura 14: corda de um círculo. **Fonte:** Maor (1998, p. 26).

Na construção dessa tabela Ptolomeu tomou uma circunferência e relacionou cada ângulo central ao comprimento da corda deste mesmo ângulo. Utilizou o raio da circunferência valendo 60 unidades e, utilizando geometria euclidiana, calculou os comprimentos das cordas para arcos (ou ângulos centrais) de 0º a 180º, variando de meio em meio grau. A figura 14 retrata a corda subtendendo um ângulo central em uma circunferência.

Ptolomeu construiu sua tabela de cordas utilizando o sistema de numeração sexagesimal babilônico, pois o sistema de base 60, naquele momento, era adequado ao tratamento das frações[2].

muitos séculos até que a visão heliocêntrica sobrepujou a visão geocêntrica. (MOREY; FARIA, 2009)

[2] O sistema decimal ainda não era conhecido na época de Ptolomeu.

Κανόνιον τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν			Table of Chords		
περιφε-ρειῶν	εὐθειῶν	ἑξηκοστῶν	arcs	chords	sixtieths
∠′	ō λα κε	ō α β ν	½°	0;31,25	0;1,2,50
α	α β ν	ō α β ν	1°	1;2,50	0;1,2,50
α∠′	α λδ ιε	ō α β ν	1½°	1;34,15	0;1,2,50
β	β ε μ	ō α β ν	2°	2;5,40	0;1,2,50
β∠′	β λζ δ	ō α β μη	2½°	2;37,4	0;1,2,48
γ	γ η κη	ō α β μη	3°	3;8,28	0;1,2,48
γ∠′	γ λθ νβ	ō α β μη	3½°	3;39,52	0;1,2,48
δ	δ ια ιϛ	ō α β μζ	4°	4;11,16	0;1,2,47
δ∠′	δ μβ μ	ō α β μζ	4½°	4;42,40	0;1,2,47
ε	ε ιδ δ	ō α β μϛ	5°	5;14,4	0;1,2,46
ε∠′	ε με κζ	ō α β με	5½°	5;45,27	0;1,2,45
ϛ	ϛ ιϛ μθ	ō α β μδ	6°	6;16,49	0;1,2,44
ϛ∠′	ϛ μη ια	ō α β μγ	6½°	6;48,11	0;1,2,43
ζ	ζ ιθ λγ	ō α β μβ	7°	7;19,33	0;1,2,42
ζ∠′	ζ ν νδ	ō α β μα	7½°	7;50,54	0;1,2,41
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
ροδ∠′	ριθ να μγ	ō ō β νγ	174½°	119;51,43	0;0,2,53
ροε	ριθ νγ ι	ō ō β λϛ	175°	119;53,10	0;0,2,36
ροε∠′	ριθ νδ κζ	ō ō β κ	175½°	119;54,27	0;0,2,20
ροϛ	ριθ νε λη	ō ō β γ	176°	119;55,38	0;0,2,3
ροϛ∠′	ριθ νϛ λθ	ō ō α μζ	176½°	119;56,39	0;0,1,47
ροζ	ριθ νζ λβ	ō ō α λ	177°	119;57,32	0;0,1,30
ροζ∠′	ριθ νη ιη	ō ō α ιδ	177½°	119;58,18	0;0,1,14
ροη	ριθ νη νε	ō ō ō νζ	178°	119;58,55	0;0,0,57
ροη∠′	ριθ νθ κδ	ō ō ō μα	178½°	119;59,24	0;0,0,41
ροθ	ριθ νθ μδ	ō ō ō κε	179°	119;59,44	0;0,0,25
ροθ∠′	ριθ νθ νϛ	ō ō ō θ	179½°	119;59,56	0;0,0,9
ρπ	ρκ ō ō	ō ō ō ō	180°	120;0,0	0;0,0,0

Figura 15: parte da tabela de cordas do *Almagesto*. **Fonte:** Maor (1998, p. 27).

Vamos ler a quarta linha da tabela de cordas. O comprimento da corda de 2º está escrito na forma2; 5, 40, em notação sexagesimal. No sistema decimal esse número é representado por $2 + \frac{5}{60} + \frac{40}{60^2}$, aproximadamente, 2,09444. A coluna denominada de *sixtieths* (sessenta avos de grau) é utilizada para interpolações, ou seja, para determinar, por aproximação, a corda de um ângulo (arco) entre dois valores consecutivos da coluna de arcos.

Ptolomeu calculou comprimentos de corda inscrevendo polígonos regulares de 3, 4, 5, 6 e 10 lados num círculo. Isso lhe possibilitou encontrar a corda subtendida por ângulos de 36º, 60º, 72º, 90º e 120º. Usando a geometria da época, descobriu então, um método para encontrar a corda subtendida pela metade do arco de uma corda conhecida. Desenvolveu técnicas geométricas que juntamente com técnicas de interpolação, permitiu-lhe calcular cordas com um bom grau de precisão (BRUMMELEN, 2009).

CONCLUSÃO

No inicio do PPGECNM, os docentes matemáticos muito se questionavam sobre como adequar a História da Matemática num mestrado profissional. Hoje não existe mais essa preocupação. Muito pelo contrário, consideramos que a História da Matemática se presta muito bem a ser explorada para fins de produtos educacionais.

Apesar do contínuo amadurecimento dos docentes matemáticos do PPGECNM enquanto atuantes num mestrado profissional, surgiram, porém, novos questionamentos. O primeiro deles sinaliza que muitos dos nossos mestrandos não tiveram História da Matemática nos seus cursos de graduação. Como lhes dar, durante o mestrado, uma formação satisfatória em História da Matemática?

Uma segunda questão tem a ver sobre os manuais de História da Matemática mais difundidos no Brasil (Carl Boyer e Howard Eves). Eles não são atuais e não incorporam os avanços da História da Matemática nos últimos cinquenta anos. Assim, que leitura sistemática indicar aos nossos mestrandos?

Um último ponto a ser considerado é a dificuldade de publicação dos produtos educacionais em veículos reconhecidos (científicos ou de divulgação) que é um dos critérios de avaliação da CAPES. Aparentemente, a quantidade desses veículos de divulgação é insuficiente visto ao enorme crescimento atingido pelos mestrados profissionais nos últimos anos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOYER, C.B. *História da matemática*. São Paulo: Edgard Blücher, 1996. Tradução Elza F. Gomide.

BRUMMELEN, G. van. *The mathematics of the heavens and the earth:* the early of trigonometry. Princeton: Princeton University Press, 2009.

MACHADO, B.F. *História da Matemática em vídeos:* possibilidades didáticas para a sala de aula. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2011.

MAOR, E. *Trigonometric delights*. New Jersey: Princeton University Press, 1998. Disponível em: http://press.princeton.edu/books/maor. Acesso em: 21 nov. 2009.

MOREIRA, M.A. O mestrado profissional em ensino. [In.] *Revista Brasileira de Pós-Graduação* (PBPG), n. 1, p. 131-142, jul. 2004. Disponível em: http://www2.capes.gov.br/rbpg/images/stories/downloads/RBPG/Vol.1_1_jul2004_/131_142_o_mestrado_profissional_em_ensino.pdf. Acesso em 05/05/2011.

MOREY, B.B.; FARIA, P.C. de. *Abordagens no cálculo do seno de 1º:* as contribuições de Ptolomeu, Al-Kashi e Copérnico. Belém: SBHMat, 2009.

SOARES, E.C. *Investigação histórica dos logaritmos:* abordagens prática para a sala de aula. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2011.

GOMES, S.C. *Elaboração e aplicação de uma sequência de atividades para o ensino de trigonometria numa abordagem histórica.* Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2011.

EM BRANCO

AS MATÉRIAS DE *GEOMETRIA* E *DESENHO* NO PRIMEIRO PROGRAMA DOS GRUPOS ESCOLARES PAULISTAS

MARIA CÉLIA LEME DA SILVA

Universidade Federal de São Paulo – UNIFESP
Campus Diadema
Diadema, SP

celia.leme@unifesp.br

Resumo: O presente estudo investiga como as matérias – *geometria* e *desenho* – são abordadas no primeiro programa (1894) da nova organização do curso primário paulista, os Grupos Escolares. A investigação centra-se na introdução de novos saberes e tem como fonte central a legislação. Trata-se de um estudo de intenções, determinações, sustentadas pelas estratégias do poder. Nas palavras de Julia (2001), consiste no estudo das finalidades teóricas, uma finalidade de objetivo e nesse sentido, diferencia-se das finalidades reais. Dessa forma, a legislação é confrontada com outras fontes de pesquisa, em especial, livros didáticos que apresentam propostas curriculares de *geometria* e *desenho* no período. Ao analisar o início do ensino primário brasileiro, percebe-se que as trajetórias das matérias de desenho e geometria, apesar do ponto de vista legal terem datas distintas de inserção nos programas, as mesmas conjugam de um berço comum. A questão do desenho à mão livre e com régua e compasso é um determinante no modo de colocar em prática essas matérias, já que os conteúdos envolvidos são similares: figuras geométricas. Claro está a necessidade de um desenho à mão livre pela observação preceder as construções geométricas com régua e compasso, evidenciada nos manuais analisados. Enquanto a matéria de *desenho* é incorporada na legislação para o ensino primário em momento posterior à *geometria*, tudo indica que a geometria se sustenta e ganha reconhecimento com o *desenho*. Parece ser o desenho a muleta de suporte para a geometria prática defendida pelos parlamentares e que se consolida efetivamente na nova estruturação de ensino primário, os Grupos Escolares.

Palavras-chave: Geometria, Desenho, Ensino Primário Paulista.

THE SUBJECTS OF GEOMETRY AND DESIGN IN THE FIRST PROGRAM OF ELEMENTARY SCHOOLS IN SÃO PAULO

Abstract: This study investigates how the subjects - geometry and drawing - are addressed in the first program (1894) of the new organization of the elementary school in São Paulo. The research focuses on the introduction of new knowledge and its central source is the legislation. It is a study of intent, determinations, supported by the strategies of power. In the words of Julia (2001), is the study of theoretical purposes, one purpose of the goal and in this sense, differs from the real purposes. Thus, the law is confronted with other research sources, in particular, textbooks that present curriculum proposals for geometry and drawing in that period. By analyzing the beginning of elementary education in Brazil, it is clear that the story of the subjects of drawing and geometry, although legally they have different dates for inclusion in programs, they have a common crib. The freehand drawing and with ruler and compass is a determinant in the way of putting into practice these subjects, since the contents involved are similar: geometrical figures. Of course the need for a freehand drawing by observation precedes geometric constructions with ruler and compass, as evidenced in the textbooks analyzed. As the subject of drawing is incorporated in the legislation for elementary education at a time subsequent to the geometry, it seems that the geometry is supported and gains recognition with the drawing. It seems to be drawing the crutch of support for the practical geometry and defended by members of the parliament which effectively consolidated in the new structure of elementary education.

Keywords: Geometry, Drawing, São Paulo Elementary Education.

CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

O presente estudo investiga como as matérias – *geometria* e *desenho* – são abordadas no primeiro programa (1894) da nova organização do curso primário paulista, os Grupos Escolares. Trata-se de resultado parcial de um Projeto de Pesquisa maior, intitulado "A Geometria e O desenho no ensino primário paulista (1890-1930)[1]" cujo objetivo é analisar as relações entre os componentes curriculares acima mencionados presentes no ensino primário paulista entre 1890 a 1930, período que compreende os anos iniciais da República e a criação de uma nova estrutura para o ensino primário, denominados Grupos Escolares, no Estado de São Paulo, a partir de 1893.

Os estudos da história da educação, que investigam o ensino primário brasileiro, têm revelado a necessidade de investigações específicas sobre cada uma das matérias do programa da escola primária. A historiadora Rosa Fátima de Souza apresenta, em recente

[1] Projeto do Edital CNPq Ciências Humanas, Sociais e Aplicadas – 2010.

publicação[2], uma vasta revisão das pesquisas desenvolvidas sobre a história do ensino primário no Estado de São Paulo (1890-1976) e confirma a lacuna existente de pesquisas no campo da história acerca dos demais saberes, para além do ler e escrever.

No que diz respeito à história da educação matemática, são raras e iniciais as pesquisas que apresentam como foco central a aritmética, a geometria e o desenho – três matérias que constam da legislação escolar do ensino primário do Império brasileiro, assim como, da escola primária estruturada em tempos republicanos. Assim sendo, apresentamos uma breve abordagem dos anos iniciais do ensino primário, a partir de 1827, data da primeira Lei sobre a Instrução no Brasil para então analisar a chegada da proposta levada a cabo pelos republicanos paulistas de um novo modelo de educação primária no final do século XIX.

O foco da investigação centra-se na introdução de novos saberes – *geometria* e *desenho* – num processo de mudança significativa da educação primária brasileira e tem como fonte central a legislação. Os novos saberes colocam em cheque as finalidades do ensino para além da familiar e consagrada tríade do "ler, escrever e contar". A análise da legislação é um estudo basilar na produção da história da educação matemática, na medida em que expressa a normatização do que deve ser o ensino no referido momento histórico e para aquele determinado público. As diferentes instâncias que compõe o processo educacional sejam elas a formação de professores, as práticas pedagógicas, o debate dos docentes, a produção didática, entre outras, não conseguem desvincular-se, em alguma medida, da legislação vigente. Entretanto, trata-se de um estudo de intenções, determinações, sustentadas pelas estratégias do poder. Nas palavras de Julia (2001), consiste no estudo das finalidades teóricas, uma finalidade de objetivo e nesse sentido, diferencia-se das finalidades reais. Frequentemente, "um decreto ou

[2] Alicerces da pátria: História da escola primária no Estado de São Paulo (1890-1976) é o título do livro resultado da tese de Livre Docência da historiadora Rosa Fátima de Souza, publicado em 2009.

uma circular, visa, mesmo que expressa em termos positivos corrigir um estado de coisas, modificar ou suprimir certas práticas, do que sancionar propriamente uma realidade" (p. 190).

O historiador André Chervel (1990) distingue uma finalidade teórica de uma finalidade real, alertando para o fato de que propostas contidas em programas e textos oficiais constituem apenas uma finalidade teórica, e muitas delas não se tornam uma finalidade real. Com esse intuito, a pesquisa analisa outras fontes de pesquisa, em especial, livros didáticos que são confrontados com as propostas curriculares de *geometria* e *desenho* explicitadas nas legislações do período.

GEOMETRIA E DESENHO NO ENSINO PRIMÁRIO DO IMPÉRIO

A primeira lei sobre a instrução no Brasil após a Independência data de 15 de outubro de 1827 e no artigo 6º determina que:

> "*os Professores ensinarão a ler, escrever, as quatro operações de arithmetica, pratica de quebrados, decimaes e proporções, as noções mais geraes de geometria pratica, a grammatica da lingua nacional, e os principios da moral christã e de doutrina de religião catholica e apostolica romana, proporcionados à comprehensão dos meninos; preferindo para as leitura a Constituição do Imperio e história do Brazil*" (COLLEÇÃO, 1827)

Vê-se que o ensino primário brasileiro, logo em sua primeira lei, apresenta as noções gerais de geometria prática no seu programa. Entretanto, a presença desse saber não se dá de forma tranquila. Muitos são os debates entre os parlamentares encontrados nos Anais da Câmara e do Senado, como relata Valente (2011). De um lado os defensores do ensino de geometria:

> "*Não quero que o mestre ensine ou aponte o que é linha reta, quero que tome o compasso, descreva um triângulo sobre uma linha; isto não custa nada e é coisa mais fácil possível. Quero que o mestre prove o que ensina que os meninos aprendam como um carpinteiro ou pedreiro*" (MOACYR, p.183 apud VALENTE, 2011, p.7)

De outra parte, os contrários, alertam para possíveis dificuldades e problemas decorrentes de professores para lecionar a geometria:

> "*Se exigirmos de um mestre de primeiras letras princípios de geometria elementar, dificultosamente se acharão; talvez apareçam muitos na Corte e nas províncias de beira-mar haja alguns; mas daí por diante haverá muito poucos ou nenhum*" (MOACYR, 1936, p. 183 apud VALENTE, 2011, p. 7)

Após muitos embates a proposta pela introdução de geometria prática vence e passa a compor o primeiro programa decretado em 1827 pela Assembleia Geral Legislativa[3]. Logo a seguir, no ano de 1829, é publicada a obra *Princípios do Desenho Linear compreendendo os de Geometria Pratica, pelo método do ensino mútuo*, muito provavelmente a primeira a interpretar a demanda legislativa de uma *geometria prática* para o ensino primário. O livro[4] (figura 1) é uma adaptação da obra francesa assinada por Louis-Benjamin Francoeur, feita por A.F. de P. e Iollanda Cavalvanti d'Albuquerque, um dos parlamentares presentes à polêmica da Câmara (VALENTE, 2011).


PRINCIPIOS
DO
DESENHO LINEAR
COMPREHENDENDO
OS DE GEOMETRIA PRATICA,
PELO METHODO DO ENSINO MUTUO;
EXTRAHIDOS
de L. B. Francoeur;
DEDICADO
AOS AMIGOS DA INSTRUCÇÃO ELEMENTAR
NO BRASIL
RIO DE JANEIRO,
NA IMPERIAL TYPOGRAPHIA DE P. PLANCHER-SEIGNOT,
rua d'Ouvidor, n. 95, primeiro andar.
1829.

Figura 1

[3] O referido programa vigora até o ano de 1854.

[4] O livro pertence ao acervo da Fundação Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro. O livro traduzido por Holanda Cavalcanti de Albuquerque é minuciosamente analisado pela pesquisadora Gláucia Maria Costa Trinchão (2008) no desenvolvimento de sua tese de doutoramento.

A versão francesa de título *Le dessin linéaire d´après la méthode de l´enseignement mutuel* é publicada em 1819 e atende a inserção do desenho linear na escola primária instituída pela Lei Guizot de 1833. D'Enfert (2007) considera o método de Francoeur como uma inovação tipicamente francesa e que participa da expansão internacional do ensino mútuo. No entanto, a tradução utiliza apenas a parte inicial da obra e revela singularidades: acrescenta a expressão "geometria prática" não presente no original francês e as atividades selecionadas do original são propostas para o exercício de construções geométricas pelo desenho e não para o uso de régua e compasso. Trata-se de atividades em que os alunos são levados a desenhar à mão livre, as figuras geométricas, com a máxima precisão possível (VALENTE, 2011).

Tudo leva a crer que se busca no manual de desenho um modelo para o ensino da geometria prática, tendo em vista que a proposta para o ensino do desenho apoia-se nas construções de figuras geométricas. Vale destacar, entretanto, que o desenho linear só aparece na Legislação brasileira na Reforma do Ensino Primário e Secundário da Côrte, de 17 de fevereiro de 1854, pelo Decreto 1.331, no artigo 47, onde se observa a possibilidade e não obrigatoriedade desse saber: "O ensino primário nas escolas publicas <u>pode</u> <u>comprehender</u> também: *geometria elementar*, *desenho linear*" (grifo nosso, COLLEÇÃO, 1854).

É somente na Reforma do Ensino Primário e Secundário da Côrte, de 19 de abril de 1879, que o desenho linear é introduzido, de fato, pelo Decreto 7.247, artigo 4º. Na ocasião, o ensino é dividido em dois graus, sendo que para o 1º grau consta a disciplina de *Elementos de desenho linear* e para o 2º grau, a disciplina de *Principios elementares de álgebra e geometria*. É importante observar que a entrada do ensino de desenho linear precede ao de geometria.

O Decreto de 1879, assinado pelo ministro Leôncio de Carvalho, motiva inúmeros debates ao ser apreciado pelo Legislativo, resultando na elaboração de um parecer para subsidiar a discussão. Rui Barbosa é designado como relator dos pareceres[5] apresentados ao parlamento brasileiro, no ano de 1882. Esse documento, conhecido como parecer de Rui Barbosa é considerado emblemático no processo de reforma do ensino primário e serve de referência para os republicanos nos debates e proposições sobre a educação popular no final do Império (SOUZA, 2009, p. 74).

O *desenho* ganha destaque especial no parecer de Rui Barbosa, são quase cem páginas destinadas exclusivamente a sua defesa. No parecer, encontra-se a explicação e argumentação diante da questão colocada pelo próprio Rui Barbosa: "que espécie de desenho é o adotável ao ensino escolar?" Antes de defender um desenho de observação com *crayon* na tábua, ele critica o uso de régua e compasso no início, apoiando-se nas ideias de Joaquim de Vasconcelos:

> "*O chamado desenho linear geométrico das nossas escolas é condenável, em princípio, como inovação na ciência do desenho; é um a b c tão absurdo no ensino artístico, como a soletração é um a b c absurdo no ensino linguístico. Entregar logo à criança a régua e o compasso, é tirar-lhe toda a vontade de aprender, toda a iniciativa; é paralisar-lhe o órgão mais precioso – a vista; é fomentar a preguiça, a inércia, a incapacidade*". (VASCONCELOS, apud BARBOSA, 1947, p. 141)

Em relação ao ensino de geometria, igualmente valorizado no parecer, sua proposta é pela conjugação da *geometria* com as *lições de coisas*, marca central da metodologia anunciada na proposta de ensino. Barbosa defende a *taquimetria*, definida como a "*concretização* da geometria, é o ensino da geometria pela evidência material, a acomodação da geometria às inteligências mais rudimentares: é a *lição de*

---

[5] Rui Barbosa apresentou ao parlamento brasileiro dois pareceres em 1882: um sobre a reforma do ensino primário e outro sobre o ensino secundário e superior. O parecer sobre o ensino primário intitulado "Reforma do Ensino Primário e Várias Instituições Complementares da Instrução Pública" foi apresentado ao parlamento em 12 de setembro de 1882, mas a publicação do volumoso incluindo os anexos foi concluída em 1883, data efetiva de aparecimento desse documento. (Souza, 2009, p. 75)

coisas aplicadas à medida das extensões e volumes" (BARBOSA, 1947, p. 290).

O próximo livro analisado é publicado no Rio de Janeiro, em 1881, *Curso Elementar de Desenho Linear* (figura 2), de Paulino Martins Pacheco[6], traz na capa a rubrica de "*obra approvada pelo Conselho Director da Instrucção Pública e adoptada nas Escolas publicas primarias, secundarias e normais*". No prefácio, o autor esclarece que a primeira parte da obra, destinada às escolas primárias e ao primeiro ano da disciplina de Desenho trata do Linear à vista, isto é, das definições da Geometria plana e no espaço com as respectivas figuras, cujo traçado convém que os alunos empreguem o maior cuidado possível, afim de que se vão logo habituando à precisão dos trabalhos da parte seguinte (PACHECO, 1881). Não há propostas de construção dos desenhos, apenas eles são representados junto com as definições. O traçado com régua e compasso inicia na segunda parte (não mais destinada ao primário) denominada desenho linear gráfico.

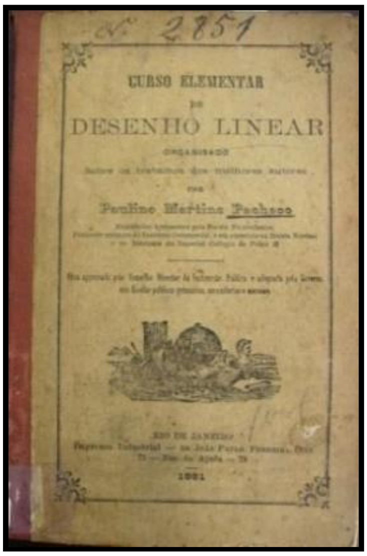


Figura 2

[6] Engenheiro-agrimensor pela Escola Polytechnica, Professor extinto do Instituto Commercial e em Exercício na Escola Normal e no Internato do Imperial Collegio de Pedro II são as referências ao autor do livro na capa.

Pode-se dizer que ao longo do século XIX a relação entre as matérias de *Desenho* e *Geometria* é muito próxima, tanto nas legislações que regem o ensino primário no Império, como nos primeiros livros didáticos que apresentam as propostas para o desenvolvimento desses novos saberes no ensino de primeiras letras, para além do tradicional "ler, escrever e contar". O desenho é introduzido pelas figuras geométricas e a geometria representada pelos desenhos, ou seja, trata-se de saberes que seguem trajetórias similares e relacionadas na chegada à cultura escolar do ensino primário. Outra observação é a não presença do traçado com instrumental geométrico para os anos iniciais, as figuras geométricas são representadas e reproduzidas pela observação, à mão livre.

GEOMETRIA E DESENHO NO ENSINO PRIMÁRIO DA REPÚBLICA

O ensino primário no Estado de São Paulo sofre várias reformas educacionais, logo após a Proclamação da República, em 1889. A Lei 88 de 18 de setembro de 1892[7] estrutura o ensino público do Estado de São Paulo em três níveis assim denominados: ensino primário, ensino secundário e ensino superior. Oscar Thompson, Benedito Tolosa e Antonio Rodrigues Alves[8] elaboram o Programa para as matérias do curso preliminar em conformidade com a reforma de 1892. O Decreto 248 de 26 de junho de 1894[9] oficializa o programa. A matéria denominada *desenho*, não mais *desenho linear* inicia no 1º. ano e a *geometria*

[7] Lei no. 88 de 18 de Setembro de 1892 – Reforma da Instrucção Pública do Estado. Assinada por Bernardino de Campos, presidente do Estado de São Paulo.

[8] Oscar Thompson e Bendito Maria Tolosa atuavam como professores na Escola Modelo anexa à Escola Normal e Antonio Rodrigues Alves era inspetor de ensino (Souza, 2009, p. 83).

[9] Decreto 248 de 26 de julho de 1894 – Approva o regimento interno das escolas públicas. Assinada por Bernardino de Campos, presidente do Estado de São Paulo.

a partir do 2º ano, prevalecendo a precedência do ensino do *desenho* em relação à *geometria*. Detalhamos no quadro a seguir os conteúdos da matéria de desenho, distribuídos por anos e séries:

1º ano	**1ª série**: Pontos em cima, em baixo, lado esquerdo, lado direito.
	2ª série: A divisão das linhas em meio, quartos, em terços. Ângulos: reto, agudo e obtuso. Princípios: repartição horizontal: unidade de desenho. Desenho de objetos que ilustrem as noções aprendidas. Formas: sólidos, faces planas, curvas, esféricas. Quinas retas e curvas. Cantos quadrados, agudos e obtusos. Construir, com sólidos, objetos usuais, como bancos, sofás. Desenvolver em todas as lições termos de localização, de ação e arranjo. Pranchetas: círculo, quadrado e oblongo. Formar grupos, fileiras e construir objetos usuais com as pranchetas. Estiletes de diversas cores. Representar com estiletes as faces dos sólidos e formar objetos usuais. Ilustras as noções aprendidas na aula de desenho.
2º ano	**1ª série**: Triângulos: construção do triangulo retângulo, do triangulo isósceles, do triangulo equilátero. Quadrados: diagonais e diâmetros: sua construção. Diferentes métodos de construção – pelos lados, pelos diâmetros, pelas diagonais. Desenhos simples dos objetos em que entram as noções acima.
	2ª série: Retângulo (oblongo): diagonais e diâmetros. Relação de grandezas entre os lados do oblongo. Losango (rhombo). Eixo de simetria. Revisão. Centro de simetria. Estrelas de quatro bicos em um quadrado. Combinação de formas geométricas ao redor de um centro. Estrelas de oito bicos. Triângulos equiláteros formando uma estrela de seis bicos. Julgamento, medida e divisão das distancias. Figuras e objetos ilustrando as noções acima. Simetria, repetição, alternação.
3º ano	**1ª série**: Círculos. Curvas circulares. Base e altura de uma curva. Partes do circulo: diâmetro, raio, semicírculo, quadrante. Curvas circulares de diferentes bases. Arcos de circulo. Corda. Curvas paralelas. Curvas circulares no quadrado. Revisão: figuras e objetos

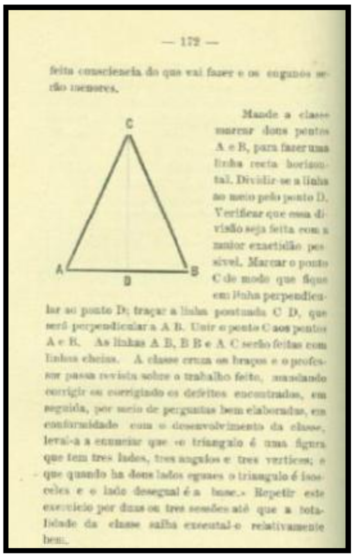
	ilustrando as noções acima.
	2ª série: Elipses. Focos. Comparação do circulo com a elipse. União tangencial. União secante. Desenho bi-simétrico. Oval. Curvas balançadas. Curvas circulares, elípticas e ovais. Curvas reversas. Desenho de vasos. Figuras e objetos ilustrando as noções acima.
4º ano	**1ª série**: Hexágono regular. Desenho no hexágono. Entrelaçamento. Triângulos equiláteros entrelaçados. Contorno de vasos. Pentágono regular, formas pentagonais. Octógono. Estrela de oito bicos.
	2ª série: Repetição horizontal, vertical. Alternação. Espiral regular. Ensaio de perspectivas de observação.

Os conteúdos apresentados na matéria de *desenho* evidenciam a sua proximidade com os conteúdos da *geometria*, com um enfoque que prioriza a construção das figuras geométricas, sem especificar como serão desenvolvidas as referidas construções.

No ano de 1895, Tolosa (um dos autores do Programa de 1894) publica na Revista *A Eschola Publica* artigo "*Primeiras lições de Desenho*" em que sugere exercícios a serem desenvolvidos com os alunos. Tolosa esclarece que o desenho é um apoio importante para a Geometria e um auxiliar poderoso à observação. Segundo ele, "estas primeiras lições são um recurso fecundo para os inícios da Geometria, e nem pensem que a razão não aproveita também do desenho" (1895, p. 159). Além de apresentar exemplos da nova proposta, o autor comenta posições contrárias:

> "*Contudo para desbancar certa raiva ou mal cabida inveja de alguns indivíduos que á socapa murmuram contra nossos esforços, entendemos declarar-lhes (a elles só) que essas suggestões não vão por nossa conta. Ellas são bebidas na pedagogia norte-americana: nós apenas procuramos fazer uma adaptação ao nosso meio educativo rudimentar, onde os grandes processos não podem encontrar plena applicação, pois estamos em um paiz em que apenas se encontram muitos professores sem escholas*." (TOLOSA, 1895, p. 167)

As explicações de Tolosa sobre a proposta de um ensino de desenho na escola primária salientam que a mesma não foi recebida de maneira consensual, há críticas e controvérsias em relação à proposta. O autor do programa comenta os conteúdos do 1º ano e sugere lições para cada um deles, como linhas paralelas, perpendiculares, ângulos retos. A primeira figura a ser desenhada é o triângulo, e antes de enunciar a lição, aconselha os professores em não se preocupar com as definições, que é domínio da Geometria, basta conhecer os elementos de cada figura, saber nomeá-las sem invadir o domínio da ciência geométrica, que deve ser ensinada por processos mais rigorosos. Uma das lições proposta é o desenho do triângulo isósceles, ilustrado na figura 3.


— 172 —

feita consciencia do que vai fazer e os enganos serão menores.

Mande a classe marcar dous pontos A e B, para fazer uma linha recta horizontal. Dividir-se a linha ao meio pelo ponto D. Verificar que essa divisão seja feita com a maior exactidão possivel. Marcar o ponto C de modo que fique em linha perpendicular ao ponto D; traçar a linha pontuada C D, que será perpendicular a A B. Unir o ponto C aos pontos A e B. As linhas A B, B B e A C serão feitas com linhas cheias. A classe cruza os braços e o professor passa revista sobre o trabalho feito, mandando corrigir ou corrigindo os defeitos encontrados, em seguida, por meio de perguntas bem elaboradas, em conformidade com o desenvolvimento da classe, leval-a a enunciar que «o triangulo é uma figura que tem tres lados, tres angulos e tres vertices; e que quando ha dous lados eguaes o triangulo é isosceles e o lado desegual é a base.» Repetir este exercicio por duas ou tres sessões até que a totalidade da classe saiba executal-o relativamente bem.

Figura 3

A seguir, são propostas as construções de triângulo equilátero, quadrados por vários processos, retângulos e losangos. Essas são as primeiras lições de Tolosa, muito provavelmente destinadas aos 1º e 2º anos do curso primário. Todos os desenhos feitos à mão livre e a partir da observação e repetição. Fica evidente que a proposta para o ensino de desenho apóia-se nas figuras geométricas, sem, no entanto, o uso de instrumentos de construção.

E a geometria? Como se apresenta no Decreto de 1894? A matéria *geometria* inicia somente no 2º ano com os conceitos de: ponto, linha, superfície, sólido, linha reta, curva, quadrada, contínuas. Linhas de construção. Posição horizontal, vertical e oblíqua. Linhas retas combinadas: ângulo reto, agudo e obtuso. Figuras planas e retilíneas. Triângulo: retângulo, acutângulo, obtusângulo, eqüilátero, isósceles, escaleno. Quadriláteros: quadrados, diâmetros e diagonais. Vale destacar que os conteúdos do 2º ano aproximam-se dos trabalhados na matéria de *desenho*.

A grande quantidade de conteúdos em um único ano, como exemplificado no 2º ano é uma característica do programa até o 4º ano. Em relação à construção de figuras geométricas, no 3º ano, há um indicativo para uso de esquadro e régua, para a construção de triângulos isósceles, eqüiláteros e retângulos. De modo geral, pode-se dizer que o estudo proposto para a matéria *geometria* contempla toda a geometria plana, com alguns elementos de geometria espacial, porém pontuais.

O livro didático que traduz a nova proposta para o ensino de geometria é "*Primeiras Noções de Geometria Prática*" de Olavo Freire, publicado em 1894. Trata-se de um livro com 490 exercícios, 92 problemas resolvidos e 381 gravuras, informações essas destacadas na capa do livro, como se observa na figura 4. Há ainda na capa, ao final, a frase "*Approvada e premiada pelo Conselho de Instrucção Pública Federal*". A *geometria* é distribuída em vinte e um capítulos, sendo os treze primeiros destinados ao estudo da geometria plana, finalizando com o cálculo de áreas de polígonos.

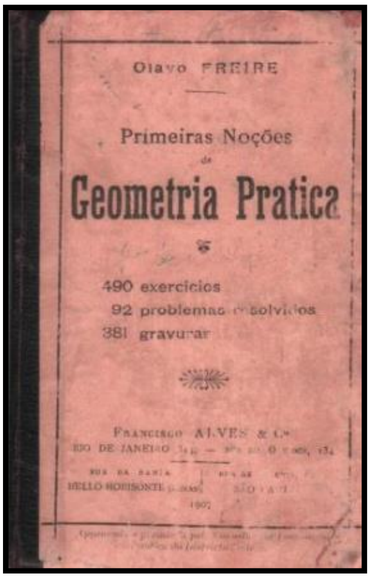


Figura 4

Os 92 problemas resolvidos anunciados na capa são, na sua maioria, construções geométricas com régua e compasso. O problema I é "*construir um ângulo igual a outro dado*" (Freire, 1907, p. 34) e o último de número XCII, pede: "*Traçar uma hyperbole com o compasso sendo dados os fócos e os vér*tices" (FREIRE, 1907, p. 218).

Em relação ao cumprimento do programa apresentado no Decreto 248 de 1894, os conteúdos estabelecidos, praticamente todos eles, são tratados no livro de Freire, tanto a geometria plana como a espacial. O significado da *Geometria prática* de Olavo Freire relaciona os conceitos geométricos com objetos e ferramentas da vida prática e inclui nessa praticidade as construções geométricas com régua e compasso (LEME DA SILVA, 2010). Os problemas de construção geométrica com régua e compasso propostos no livro de Freire são encontrados em provas analisadas por Souza (2009). Destaca-se uma prova de geometria da professora A. P. Ourique de Carvalho, do 3º ano do Grupo Escolar Antonio Padilha, na cidade de Sorocaba, interior do estado de São Paulo, no ano de 1896, em que se pede o problema:

"*Traçar a bisectriz de um ângulo ou divid-o em duas partes iguaes*"[10] (LEME DA SILVA, 2010).

Nesse período inicial de uma nova proposta de educação primária, dos Grupos Escolares do Estado de São Paulo, tudo indica que a separação entre as matérias de *geometria* e de *desenho* se dá pelo rigor das construções geométricas. A prática da representação de figuras geométricas é trabalhada nas duas matérias, sendo o *desenho* à mão livre e a *geometria* apoiada na régua e compasso. A construção geométrica com seus instrumentais se configura como o rigor próprio da ciência geométrica justificado por Tolosa na Revista Eschola Publica. Em outras palavras, a *geometria* se assemelha ao *desenho linear geométrico*.

Vale ainda considerar as críticas do parecer de Rui Barbosa acerca de entregar logo à criança a régua e compasso, o que resulta na desmotivação para a aprendizagem do desenho. Uma possibilidade de justificar a presença da matéria de *desenho* no 1º ano, precedendo a *geometria*, é trabalhar num primeiro momento o aspecto visual do *desenho* de modo a contribuir nas construções mais rigorosas de *geometria* a partir do 2º ano.

Caminhando em tempos ainda da Primeira República nas reformulações dos programas dos Grupos Escolares Paulista, chegamos depois de 11 anos, a próxima reforma do ensino que é oficializada pelo Decreto 1.281[11] de 1905. Da mesma forma que na lei anterior, apresentamos um quadro com os conteúdos da matéria de desenho, em cada ano:

---

[10] Prova da aluna Dorvalina de Moraes Rosa, 3º ano, Grupo Escolar Antonio Padilha, Sorocaba, 1896. (Souza, 2009, p. 94)

[11] Decreto 1.281 de 24 de abril de 1905 – Approva e manda observar o programma de ensino para os grupos escholares e escholas modelo. Assinado por Jorge Tibiriçá – J. Cardoso de Almeida.

1º ano	Desenhar objetos fáceis no quadro-negro e nas ardósias. Desenho de objetos simples, plantas e animais, sobre papel e lápis de diversas cores. Desenho ditado e original.
2º ano	Desenhar a lápis, grupos de objetos. Desenho de animais e plantas, copiado do natural. Desenhos decorativos, ditados e originais.
3º ano	Desenho a lápis: paisagens simples. Reprodução de modelos geométricos em diversas posições. Desenho ditado e original.
4º ano	Os mesmos exercícios dos anos procedentes. Desenho de animais, plantas, folhas, flores, paisagens, etc. Reprodução de sólidos geométricos.

Logo se observa as mudanças apresentada em relação à matéria de *desenho* no programa de 1905. Os conceitos geométricos, marcas da legislação anterior desaparecem, restringem-se a matéria de *geometria*, que também apresenta alterações em sua forma: inicia com os sólidos, os objetos tridimensionais nos primeiros anos e somente no 3º ano trabalha mais especificamente a geometria plana, os triângulos e quadrado.

Parece haver um divórcio entre o *desenho* e a *geometria*, não há mais similaridades de conteúdos, não se faz referência às construções geométricas no *desenho*. As figuras a serem desenhadas na legislação do século XX são de objetos da vida cotidiana e a menção as figuras geométricas é feita somente no 3º ano e de forma muito distinta da abordagem proposta em 1894. A ruptura no programa de *desenho* são sinais de outros tempos, de mudança nas concepções de ensino.

Junto com a nova legislação, as revistas revelam os bastidores da nova proposta, as lutas travadas entre o velho e o novo programa de desenho. Como exemplo, reproduzimos um trecho de artigo publicado por Perso da Cunha Canto na Revista de Ensino[12], sobre os métodos de ensino para desenho:

> *"Relativamente aos methodos, não podemos positivamente dizer, actualmente, qual é o bom. São diversos, entretanto, os que por ahi pululam – mas, sem mais preâmbulos, todos eles devem ser abandonados. Abandonando-os, precisamos de um outro; .... então o moderno que veio, por assim dizer, abrir uma nova éra no ensino do desenho – o desenho copiado ao natural. Até hoje todos os methodos têm dado resultados completamente nullos. Fica-se unicamente imbudo nessas figuras geométricas (referimos ao methodo geométrico) que absolutamente não educam a mão e a vista".* (CANTO, 1906, p. 768)

Para a análise do presente estudo nos interessa destacar que o período de proximidade entre as matérias de *desenho* e *geometria* tem prazo determinado e vida curta nos Grupos Escolares paulistas. Os motivos dessa separação devem ser investigados em estudo posterior, mas é preciso ressaltar que a trajetória dos programas para o desenho e para a geometria nas reformulações que seguem ao longo do século XX mantém o divórcio entre esses dois saberes.

Da mesma forma, novos estudos precisam ser desenvolvidos para compreender como o livro de Freire, por exemplo, segue com edições e grande circulação ao longo da metade do século XX, época em que novas concepções de ensino chegam ao ensino primário, como o escolanovismo. Mas essa é outra história.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A constituição de uma disciplina escolar é um processo peculiar a cada componente curricular. Não se trata de aprovar a lei com uma determinação de um novo saber a compor o conjunto de disciplinas escolares. Outros fatores interferem nessa trajetória, na consolidação ou

---

[12] A Revista de Ensino, periódico criado pela Associação Beneficente do Professorado de São Paulo, circulou no período 1902-1918. O artigo corresponde a um plano de desenho apresentado ao lente da cadeira de Pedagogia da Escola Normal Dr. Cyridião Buarque.

não de um saber na referida cultura escolar. Como nos diz Julia (2001), a cultura escolar é um conjunto de normas e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos. A história das disciplinas escolares abre a "caixa-preta" da escola ao buscar compreender o que ocorre nesse espaço particular (JULIA, 2001, p. 13).

Ao analisar o início do ensino primário brasileiro, percebe-se que as trajetórias das matérias de desenho e geometria, apesar do ponto de vista legal terem datas distintas de inserção nos programas, as mesmas conjugam de um berço comum. A questão do desenho à mão livre e com régua e compasso é um determinante no modo de colocar em prática essas matérias, já que os conteúdos envolvidos são similares: figuras geométricas. Claro está a necessidade de um desenho à mão livre pela observação preceder as construções geométricas com régua e compasso, evidenciada nos manuais analisados.

Enquanto a matéria de *desenho* é incorporada na legislação para o ensino primário em momento posterior à *geometria*, tudo indica que a geometria se sustenta e ganha reconhecimento com o *desenho*. Parece ser o desenho a muleta de suporte para a geometria prática defendida pelos parlamentares e que se consolida efetivamente na nova estruturação de ensino primário, nos Grupos Escolares.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBOSA, R. Reforma do Ensino Primário e várias Instituições Complementares da Instrução Pública. *Obras Completas*. Vol. X, tomo I ao IV. Rio de Janeiro: Ministério da Educação e Saúde, 1947.

CANTO, P.C. Desenho. *Revista de Ensino*. Ano IV, n.4, 1906, pp.767-770.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, n.2. Porto Alegre, RS, 1990.

D'ENFERT, R. Uma nova forma de ensino de desenho na França no início do século XIX: o desenho linear. Trad.: Maria Helena

Câmara Bastos. In: *Revista História da Educação*. Pelotas: n. 22, maio 2007, pp. 31-59.

FREIRE, O. *Primeiras Noções de Geometria Pratica*. Rio de Janeiro: Francisco Alves & C[ia], 1907.

JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. *Revista Brasileira de História da Educação***.** Campinas, SP. SBHE/Editora Autores Associados. Jan/Jun. n. 1, 2001.

COLLEÇÃO DAS LEIS DO IMPÉRIO DO BRAZIL. Rio de Janeiro: Typographia Nacional, 1808-1889. Acesso: http://www.camara.gov.br/Internet/InfDoc/conteudo/colecoes/Legislacao/Legimp-J_19.pdf. 12 de nov. 2011.

LEME DA SILVA, M.C. A prática da geometria prática no ensino primário: subsídios para uma história disciplinar. In: *33ª Reunião Anual da ANPEd*, 2010, Caxambu. Educação no Brasil: o balanço de uma década, 2010.

PACHECO, P.M. *Curso Elementar de Desenho Linear*. Rio de Janeiro: Imprensa Industrial, 1881.

TOLOSA, B.M. Primeiras lições de Desenho. *A Eschola Publica* – Ensaio de Pedagogia Prática. Typographia Paulista. São Paulo, 1895. Acesso: http://www.arquivoestado.sp.gov.br/educacao/publicacoes.php 30 de nov. 2011.

TRINCHÃO, G.M.C. O desenho como objeto de ensino: história de uma disciplina a partir dos livros didáticos luso-brasileiros oitocentistas. *Tese* (Doutorado em Educação). RS: Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade do Vale do Rio dos Sinos/UNISINOS, 2008.

SOUZA, R.F. *Alicerces da pátria: História da escola primária no Estado de São Paulo (1890-1976)*. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2009.

VALENTE, W.R. A geometria na escola de primeiras letras: Elementos para a história da educação matemática nos anos iniciais escolares. In: *Anais da 34ª Reunião Anual da ANPEd*, 2011, Natal.

A PRESENÇA DA ESTATÍSTICA NO INÍCIO DO ENSINO DE ENGENHARIA NO ESPÍRITO SANTO

MARTHA WERNECK POUBEL

Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE
Universidade Federal do Espírito Santo – UFES
Vitória, ES

mwpoubel@terra.com.br

Resumo: O principal objetivo desta pesquisa foi investigar como ocorreu o ensino da estatística na primeira escola de engenharia do Estado do Espírito Santo, apontando de que forma esse ensino foi introduzido. A construção do saber estatístico no Brasil foi um processo lento, com influências sociais, políticas e econômicas. No século XIX, o positivismo teve contribuição nesse processo de construção e o despertar do interesse pelo campo da estatística traduziu-se também em termos acadêmicos. A mais antiga das instituições de ensino superior brasileira foi a Real Academia de Artilharia, Fortificação e Desenho, criada em 17 de dezembro de 1792 na Corte do Rio de Janeiro e substituída pela Academia Real Militar. Em 1858, a Academia Real Militar teve como sucessora a Escola Central, e teve uma cadeira (disciplina) que continha estatística como um de seus tópicos. Em 1874, a Escola Central passou a se chamar Escola Politécnica, sendo também responsável pela formação de professores com conhecimentos estatísticos. Contudo, a Escola Politécnica, situada em Vitória, foi criada somente em 1951 para o ensino da engenharia no Estado. Atualmente essa escola corresponde ao Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo. Naquela década os componentes básicos de um currículo eram as ementas e programas das disciplinas, cujos conteúdos ou tópicos a serem ensinados geralmente se relacionavam a algum livro texto. Nosso objetivo foi investigar a partir de quando e como os conteúdos de probabilidade e estatística foram sendo incorporados ao currículo da Escola Politécnica do ES, bem como quais eram efetivamente ministrados e quais eram as referências bibliográficas utilizadas. Os ensinamentos do historiador Marc Bloch nos auxiliaram nessa pesquisa, que mostra a produção do conhecimento a partir transformações e aperfeiçoamentos. As ferramentas de investigação dessa pesquisa histórica são baseadas em fontes documentais.

Palavras-chave: Matemática, História, Conteúdos de Probabilidade e Estatística, Livro Texto.

THE STATISTICS PRESSENCE AT THE BEGINNING OF THE ENGINEERING EDUCATION IN THE ESPÍRITO SANTO

Abstract: The main goal of this research was to investigate how the teaching of statistics worked at the first engineering school of the Espírito Santo State, pointing out how this teaching was introduced and developed. The construction of statistical knowledge in Brazil was a slow process, having social, political and economic influences. In the nineteenth century, the positivism had an important contribution in this process of construction, and the awakening of interest in the field of statistics was also reflected in academic terms. The oldest institution of higher education in Brazil was the Royal Academy of Artillery, Fortification and Design, established in December 17, 1792 at the court of Rio de Janeiro, which was replaced by the Royal Military Academy. In 1858, the Royal Military Academy was succeeded by the Central School, which had a chair (discipline) containing statistics as one of its topics. In 1874, the Central School was renamed as Polytechnic School, which was responsible to prepare teachers with statistical knowledge. However, the Polytechnic School in Espírito Santo, located in Vitória, was established in 1951 for engineering education in the state. Currently this school corresponds to the Technological Center of Federal University of Espírito Santo. In that decade the basic components of a couse were the subjects and programs, whose contents or topics to be taught were usually related to some textbook. Our main goal was research when and how the contents of probability and statistics have been incorporated into the Polytechnic School' program, as well what contents were actually taught and what references were actually used. The historian Marc Bloch teachings helped us in this research, which shows the production of the knowledge from changing and improvements. This research was based on historical documentary sources.

Keywords: Mathematics, History, Probability and Statistics Content, Text Book.

APRESENTAÇÃO – ASPECTOS HISTÓRICOS CONTEXTUAIS

A sociedade disciplinar nasceu em meados do século XVIII na Europa, passando a existir aí as instituições disciplinares para treinar os indivíduos em certas habilidades. Posteriormente, no século XIX temos a biopolítica para cuidar da população. Sociedade disciplinar e biopolítica (a aplicação e o impacto do poder político sobre todos os aspectos da vida humana) são dois conceitos, que representam poder, os quais foram utilizados por Foucault para estudar o poder na modernidade em suas múltiplas formas, visando a fabricação do indivíduo através da utilização de técnicas disciplinares.[1] A biopolítica descreve e quantifica a população através da Estatística. Essas ideias chegam ao Brasil Colônia antes mesmo da vinda da família real, em 1808. O despertar do interesse pelo campo da estatística traduziu-se, também deste modo, em termos acadêmicos. A mais antiga das instituições de ensino superior brasileira foi a Real Academia de Artilharia, Fortificação e Desenho, criada em 17 de dezembro de 1792.

Marc Bloch, considerado o maior medievalista de todos os tempos, e na opinião de muitos, um dos maiores historiadores do século XX, considera a história a "ciência dos homens, ou melhor, dos homens no tempo" (BLOCH, 2001, p. 55), um tempo contínuo sempre em mudança. A história não é o passado e, sim, uma compreensão do presente pelo passado, e vice-versa. O historiador precisa de fontes para escrever a história, que para Bloch (2001, p. 79) são vestígios, que não falam senão quando se sabe interrogá-los.

O início do século XIX é marcado pela fundação do positivismo por Auguste Comte (1798-1857), filósofo francês que defendia a idéia de que o conhecimento científico é a única forma de conhecimento verdadeiro, ou seja, aquele que é comprovado cientificamente. Para os positivistas o progresso da humanidade dependia única e exclusivamente dos avanços científicos. Assim, foram organizadas, ações bem determinadas na construção do saber estatístico e de um sistema de registro estatístico no país, que pudesse implementar maior visibilidade e um cunho de certeza quantitativa na análise de dados e das pesquisas. A construção do saber estatístico no Brasil ocorreu através de um processo lento, com influências sócio, políticas e econômicas, permeado por rebeliões e repressões.

---

[1] FOUCAULT, M. *Em Defesa da Sociedade*. São Paulo: Martins Fontes, 2005. Também disponível em: http://www.mundofilosofico.com.br/index.php?option=com_content&view+article&id=247:michel-foucault-sociedade-disciplinar-e-biopolitica&carid=3;filosofia&Itemid=2 e em http://www.ufsm.br/gpforma/2senafe/PDF/004e4.pdf. Acesso em 11 jun 2011.

A Real Academia de Artilharia, Fortificação e Desenho foi moldada na Academia Real de Fortificação, Artilharia e Desenho criada em Lisboa em 1790 pela rainha D. Maria I de Portugal, posterior à criação de várias escolas de formação de oficiais do exército português. Como sucessoras dessa academia, podemos citar a Escola Politécnica e a Escola do Exército, dentre outras escolas portuguesas de formação militar. Estas escolas tinham como conteúdo, na área de matemática, o estudo da Geografia e Estatística Militares. Segundo Papança (2011, p. 42) no período 1916-1919, a formação na Estatística assumiu papel relevante, mas seu ensino era distribuído por diversas cadeiras, que chamamos hoje de disciplinas. Não havia uma visão unificada quanto ao ensino da estatística, ficando relacionada à sociologia, à história militar, à tática e ao tiro, incidindo também conteúdos em matérias relacionadas com a teoria das probabilidades. A formação de oficiais e engenheiros em Portugal, século XVIII, teve influências do modelo francês da Escola Politécnica de Paris. A Estatística acompanhou a formação dos oficiais do exército português, desde os estabelecimentos que precederam a Escola do Exército até a atualidade, revelando-se um elemento essencial na gestão do ensino militar em Portugal (PAPANÇA, 2011, p.174).

Antes da chegada da corte portuguesa no Brasil, as condições de instrução pública no começo do século XIX eram deficientes, inexistindo atividades científicas, que iniciaram com a instauração das instituições de ensino (OLIVEIRA, 2005, p. 88). Com a vinda de D. João VI, foram criados entre 1808 e 1821 o ensino de engenharia e de medicina, museus, jardins botânicos, academias militares, bibliotecas e imprensa (OLIVEIRA, 2005, p. 16).

Em fevereiro de 1808 o príncipe regente no Brasil, D. João VI, cria a aula de Economia Política, tendo como professor José da Silva Lisboa (1756-1835), economista, historiador, jurista, publicista e político brasileiro. Lisboa, com formação em filosofia e medicina pela Universidade de Coimbra, ocupou diversos cargos na administração econômica e política do Brasil, apoiava D. João VI e D. Pedro I. A aula não chegou a ser inaugurada, mas Silva Lisboa escreveu um livro, editado em 1819 pela Imprensa Régia, intitulado *"Estudos do bem-comum e economia política, ou ciência das leis naturais e civis de animar e dirigir a geral indústria e promover a riqueza nacional e prosperidade do Estado"*, que foi reeditado em 1975 (SENRA, 2006, p. 50). Neste livro Lisboa (1819, p.108) traz relacionamentos com a Estatística, em pequenas menções, como por exemplo nas seguintes citações: "Já acima se fez menção das obras de Malthus. Na edição de 1808 defendeu, e amplificou o seu Ensaio sobre o Princípio da População e da Renda da terra [...]"; "Reconhecendo a insuficiência e falibilidade das estatísticas, contudo afeta originalidade, em por a Estatística da sua Nação por base da sua Nova Obra" (LISBOA, 1819, p. 131).

Em 4 de dezembro de 1810, por Carta de Lei, D. João VI cria a Academia Real Militar que substituiu a Real Academia de Artilharia, Fortificação e Desenho, instalada na Casa do Trem em 23 de abril de 1811, destinada à formação de oficiais das três armas e de engenheiros. Um ano depois de sua instalação a Academia foi transferida para o Largo de São Francisco de Paula funcionando nesse local até 1858. Esta Academia troca de nome várias vezes: para Academia Imperial Militar em 1822, denominada em alguns documentos de, Academia Militar da Corte; em 1831 passa a denominar-se Academia Militar e de Marinha. Em 1855 é criada a Escola de Aplicação do Exército ocorrendo a transferência dos estudos teóricos e práticos de assuntos militares para essa escola, ficando os cursos de Matemática e de Engenharia na Escola Militar da Corte. Em março de 1858, pelo Decreto nº 2.116 a Escola Militar da Corte passa a ser denominada Escola Central, funcionando no Largo de São Francisco para o ensino das Matemáticas, Ciência Físicas e Naturais e Engenharia Civil; e a Escola de Aplicação do Exército passa a Escola Militar e de Aplicação do Exército, funcionando na Praia Vermelha para o ensino militar (BOLETIM DA SBC, 2003).

A Escola Central era, nesta época, a única escola de Engenharia do país. Em 1874, a Escola Central passou do Ministério do Exército para o Ministério do Império com o nome de Escola Politécnica, apenas para alunos civis. Em 1965, a Escola Politécnica foi transferida para a Cidade Universitária no Fundão com o nome de Escola de Engenharia. Em 2003 o nome voltou para Escola Politécnica e continua com essa denominação até hoje (ESCOLA POLITÉCNICA DO RIO DE JANEIRO, 2011). A formação dos oficiais de Engenharia e de Artilharia continuou na Escola Militar da Praia Vermelha até 1904, sendo transferida para o Realengo. Em 1928, é criada a Escola de Engenharia Militar para a formação de artilheiros, eletrotécnicos, químicos e de engenheiros de fortificação e construção, tornando-se Escola Técnica do Exército em 1933. Finalmente, em 1941 foi criado o Instituto Militar de Tecnologia, com programas de estudo, pesquisa e controle de materiais para a indústria bélica (BOLETIM DA SBC, 2003). Em 1959, a Escola de Engenharia Militar fundiu-se com o Instituto Militar de Tecnologia, formando o Instituto Militar de Engenharia.[2]

O ENSINO DA ESTATÍSTICA NA ENGENHARIA

Em 1810, segundo Pardal (1993), já continha, no programa de matemática da Academia Real Militar, o conteúdo do cálculo de probabilidades. A Academia Real Militar foi criada pela Carta de Lei de 4/12/1810, que previa todo o seu funcionamento. A Carta de Lei da criação da Academia Real Militar contém Doze Títulos e especifica detalhadamente, no seu Título Segundo, os programas e livros que seriam adotados nas diversas cadeiras. No currículo do 2º. ano estava contido o

---

[2] Fato importante, em 1º. de janeiro de 1944 em Resende, foi a criação da Escola Militar de Rezende com o objetivo de aperfeiçoar a formação de oficiais do exército, denominando-se em 1951, Academia Militar das Agulhas Negras. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Academia_Militar_das_Agulhas_Negras. Acesso em 10 mai 2011.

cálculo diferencial e integral com aplicações à física, astronomia e ao cálculo das probabilidades, que dizia o seguinte quanto ao ensino do 2º. ano: "[...] passará depois ao cálculo diferencial e integral, ou das fluxões e fluentes, mostrando os mesmos, e as suas aplicações até aonde tem chegado nos nossos dias nas brilhantes aplicações à física, astronomia e ao cálculo das probabilidades". Provavelmente, como a maioria dos livros eram de autores franceses, e como Lacroix era indicado, pela Carta de Lei, para ser adotado no 2º. ano, o seu livro para as aplicações ao cálculo das probabilidades, pode ter sido adotado a partir da sua publicação. Sylvestre François Lacroix (1765-1843), matemático francês, professor do Colégio de França e da Escola Politécnica de Paris, a primeira instituição especializada no ensino e pesquisa das diversas engenharias no século XVIII, escreveu o livro *Traité Élémentaire du Calcul des Probabilités*, traduzido como Tratado Elementar do Cálculo das Probabilidades (1816), pode ter sido utilizado na Academia, pois consta no seu catálogo de 1837. O programa do livro de probabilidade de Lacroix é composto de uma parte inicial introdutória intitulada: "Noções preliminares sobre o sentido das palavras certeza e probabilidade". As duas seções seguintes contém os tópicos:

> *"Determinação da probabilidade, quando o número de chances de cada evento é atribuído, e pode-se deduzir à priori do enunciado da questão; determinação das probabilidades em provas repetidas da mesma maneira, ao acaso; consequências da probabilidade matemática; da regra de aposta, e da esperança matemática; da esperança moral. Segunda seção: determinação da probabilidade à posteriori, isto é, quando o número total de chances é ilimitado, e suas relações com o número de chances de cada evento são designadas; determinação da probabilidade das causas (ou hipóteses) pelas observações; determinação das probabilidades da vida humana; das pensões vitalícias e dos seguros de vida e de coisas; da probabilidade de testemunhos e de decisões; da avaliação moral das probabilidades [3]".* [Tradução nossa a partir de Lacroix, 1816, p. 12-15]

[3] Notions preliminaries sur le sens des mots Certitude et Probabilité. Section Première: Détermination de la probabilité, lorsque le nombre des chances de chaque espèce est assignable, et peut se déduire à priori de l'énoncé de la question; déttermination des probabilités dans les épreuves répétées des

Na verdade, não se sabe ao certo, quando e com que profundidade o cálculo das probabilidades foi ministrado na Academia Real Militar, mas este tópico está incluído como indicação aos estudos de 1810 da Academia (PARDAL, 1993). Além dessa obra, consta na relação de livros, de 1837, dessa Academia, o livro *Essai Philosophique sur les Probabilités* de Pierre-Simon Laplace (1749-1827), que foi publicado em 1814 na sua segunda edição, outra possibilidade de ter sido adotado nessa Academia para os conteúdos de probabilidade. Este livro foi traduzido para o português como *Ensaio Filosófico sobre as Probabilidades*, por Pedro Leite de Santana, professor do Departamento de Engenharia Química da Universidade Federal de Sergipe, publicado pela Editora PUC do Rio de Janeiro, em junho de 2010. Nesta obra Laplace, matemático, astrônomo e físico francês que organizou a astronomia matemática, apresenta, sem os recursos da análise, os princípios e os resultados gerais da teoria das probabilidades, aplicando-os às questões mais importantes da vida, que são problemas de probabilidade, na maioria das vezes (LAPLACE, 2010, p. 41). Anterior a essa obra, Laplace escreveu *Théorie Analytique des Probabilités* (Teoria Analítica das Probabilidades), em 1812, publicada em 1814 em segunda edição. Nesta obra Laplace utiliza vários recursos de análise matemática para o cálculo das probabilidades. Dentre os métodos matemáticos são utilizados, principalmente a teoria das combinações e o cálculo das diferenças finitas; bem como: interpolação, séries, funções de várias variáveis e integração (LAPLACE, 1814).

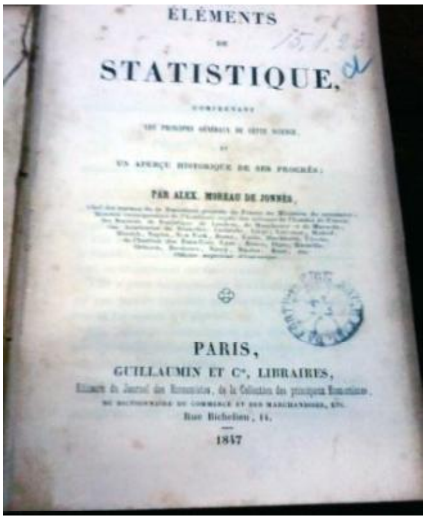
---

mémes hasards; conséquences de la probabilité mathématique; de la règle des paris, et de l'espérance mathématique; de l'espérance morale. Section Seconde: Détermination de la probabilité à posteriori, c'est-à-dire, lorsque le nombre total des chances est illimité, et que sés rapports avec le nombre des chances de chaque espèce sont inassignables; détermination de la probabilité dês causes (ou des hypothèses) par les observations; détermination eês probabilités de la vie humaine; des rentes viagères et des assurances sur la vie et sur les choses; de la probabilité des témoignages et des décisions; de l'évaluation morale des probabilités (LACROIX, 1816).

No ano de 1858, o Cálculo das Probabilidades constava na 1ª. cadeira do 2º. ano do Curso de Matemática e de Ciências Físicas e Naturais, da Escola Central, do Rio de Janeiro. Cerca de poucos anos depois, os programas foram modificados e, em 1863 foi criada a cadeira de Economia Política, Estatística e Princípios de Direito Administrativo, lecionada no 6º. ano, cujo professor fundador foi o futuro Visconde do Rio Branco, José Maria da Silva Paranhos (1819-1880), formado em ciências matemáticas pela Escola Militar (BOLETIM DA SBC, 2003). No entanto, devido a vários encargos políticos e administrativos, Silva Paranhos pouco lecionou a cadeira e foi substituído por Américo Monteiro de Barros, mas terá sido o autor do primeiro programa da cadeira. A parte do programa que correspondia ao tópico de Estatística tinha os seguintes itens: noções, objeto e divisões da Estatística; confrontação da Estatística e da Economia Política; métodos da Estatística; fontes estatísticas; confrontações e deduções; utilidade da Estatística prática; utilidade da Estatística abstrata ou transcendente; estatísticas do Brasil (SENRA, 2006, p. 190). Monteiro de Barros indicou como livro texto para o tópico de Estatística, a obra *Éléments de Statistique*, de Alex Moreau de Jonnès (1778-1870) – chefe dos trabalhos de Estatística do Ministério do Comércio Francês. Esta obra foi publicada em Paris, em segunda edição de 1856, pela Guillaumin et Cie., Libraires, sendo a primeira edição de 1847. O autor aborda "os princípios gerais dessa ciência: sua classificação, seu método, suas operações, seus diversos graus de certeza, seus erros e seus progressos; com aplicações à constatação dos fatos naturais, sociais e políticos, históricos e contemporâneos." [4] [Tradução nossa a partir de JONNÈS, 1856, p. 10].

---

[4] Principes généraux de cette science: sa classification, sa méthode, sés opérations, sés divers degrés de cetitude, ses erreurs et sés peogrès, avecson application a la constatation des faits naturels, sociaux et politiques, historiques et contemporains (JONNÈS, 1847).



Éléments de Statistique (Moreau de Jonnès, 1ª edição – 1847, 2ª edição – 1856

Grande parte das publicações utilizadas era principalmente em francês. O primeiro escrito de estatística publicado no país, por um brasileiro, foi a obra de Sebastião Ferreira Soares[5], *Elementos de Estatística compreendendo a teoria da ciência e a sua aplicação à estatística comercial do Brasil*, Tomo I e Tomo II (SENRA, 2006, p. 51). Estas obras foram publicadas pela Imprensa Régia em 1865. No Tomo I, Soares faz em sua dedicatória, ao Dr. Antonio Francisco de Paula Souza,[6] a seguinte citação: "A ciência estatística ainda não tem sido estudada no Brasil como convém e é do interesse geral da administração; e portanto, penso que o meu modesto trabalho, se bem seja um simples ensaio, não

[5] Soares (1820-1887), com formação em ciências físicas e matemáticas pela Escola Militar, foi o fundador do Clube dos Guarda-Livros, entidade destinada ao estudo e interpretação dos regulamentos e da legislação comercial de diversos países e a teoria e a prática do comércio no Brasil. Ele é considerado o grande pioneiro da Estatística Econômica no Brasil, além de grande contador e líder de classe no período imperial. Disponível em: <http://www.crcrs.org.br/memorial/rs.htm>. Acesso em 30 mai 2011.

[6] Souza foi engenheiro e político brasileiro, grande defensor do ensino público e incentivador da criação da Escola Politécnica de São Paulo, em que foi o seu 1º. diretor. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Ant%C3%B4nio_Francisco_de_Paula_Sousa>. Acesso em 29 jun 2011.

é desapreciável". O Tomo I é composto por 13 capítulos, sendo que no primeiro capítulo são feitas definições gerais da ciência estatística. O Tomo II é composto de 20 capítulos, com as estatísticas comerciais do Brasil por província.

A Escola Central, pelo Decreto n°. 5.600 de 25 de abril de 1874, passou a denominar-se Escola Politécnica, uma escola somente para civis, com influências da Escola Politécnica de Paris e de Portugal. A Escola Politécnica, além de, formar bacharéis em ciências e engenheiros civis, iniciou a formação de outras especialidades na engenharia, sendo os seus programas de ensino considerados padrões para todas as escolas de engenharia brasileiras. No início da sua criação, a Politécnica ofertava um curso geral e os seguintes cursos específicos: Ciências Físicas e Naturais; Ciências Físicas e Matemáticas; Engenheiros Geógrafos; Engenheiro Civil; Engenheiro de Minas; Artes e Manufaturas. De acordo com o Decreto, o Cálculo das Probabilidades deveria estar presente na 1ª. cadeira do 1º. ano do Curso de Ciências Físicas e Matemáticas, que foi lecionada em 1875 por Benjamin Constant Botelho de Magalhães[7]. Na 2ª. cadeira do 3º. ano do Curso de Engenharia Civil, do Curso de Minas e do Curso de Artes e Manufaturas, estava a disciplina Economia Política, Direito Administrativo e Estatística, lecionada por José Maria da Silva Paranhos, conforme o decreto supracitado. A ementa de estatística dessa disciplina era a mesma da cadeira *Economia Política, Estatística e Princípios de*

[7] Benjamin Constant (1837-1891) foi personagem brasileiro de destaque na Proclamação da República, político, militar e professor de matemática na Escola Militar do Rio de Janeiro e um dos divulgadores do positivismo no Brasil. Estudou engenharia na Escola Central e astronomia no Observatório do Rio de Janeiro. Foi o primeiro a ocupar um cargo de ministro de Educação na primeira República. Em SILVA, C. M. S. da. Benjamin Constant e o Ensino da Matemática no Brasil. Revista Brasileira de História da Matemática, Rio Claro, v. 1 n. 1, p. 86-98, 2001. E também disponível em: http://www.algosobre.com.br/biografias/benjamin-constant.html. Acesso em 10 jun 2011.

Direito Administrativo, criada em 1863 (SENRA, 2006, p. 52). Em 1880 essa disciplina desdobrou-se em *Economia, Política e Finanças*, ministrada por Vieira Souto, com formação em matemática e engenharia civil pela Escola Central, e na disciplina *Direito, Estatística e suas aplicações à engenharia*, com o catedrático José Agostinho dos Reis. Em 1911, essas duas cadeiras fundiram-se novamente em *Economia Política, Direito Administrativo e Estatística*, ministrada por Aarão Reis, engenheiro geógrafo pela Escola Central, de 1914 até 1924, quando tornou a desmembrar-se em na disciplina *Organização, Contabilidade e Direito Administrativo*, e na disciplina *Estatística, Economia Política e Finanças*, ministrada por Tobias Moscoso e depois por Jorge Kafuri. Em 1952 esta disciplina desdobrou-se em *Economia, Política e Finanças*, e a disciplina *Probabilidade, Erros e Elementos de Estatística Matemática*, denominada *Estatística Industrial*, em 1972, e *Probabilidade e Estatística* desde 1978, ministrada de 1953 a 1987 pelo professor Paulo Pardal (PARDAL, 1993).

No Catálogo da Biblioteca da Escola Politécnica do Rio de Janeiro, elaborado em 1900 pelo bibliotecário e engenheiro João Cancio Povoa e pelo sub-bibliotecário o engenheiro Luiz M. de Mattos Junior, atualizando o catálogo impresso em 1882, consta a referência Estatísticas, localizada dentro do tópico denominado Sociologia, e Probabilidades dentro de Ciências Naturais. Constam neste Catálogo os livros de: Lacroix, *Traité Élémentaire du Calcul des Probabilités;* Alex Moreau de Jonnès, *Éléments de Statistique;* Laplace, *Théorie Analytique des Probabilités* e *Essai Philosophique sur les Probabilités;* dentre outros de estatística.

Ao analisar o conteúdo dessas obras podemos destacar alguns aspectos. No livro de Jonnès, *Éléments de Statistique*, são apresentados os princípios gerais da ciência estatística, não sendo tratado na obra o ensino dos métodos em si, nem o desenvolvimento de métodos matemáticos; e são apresentadas tabelas com a constatação de fatos sociais e políticos na Europa. A obra de Laplace, *Essai Philosophique sur les Probabilités*, traz a filosofia das probabilidades, com uma seção de caráter matemático, na qual Laplace fornece um resumo das técnicas da análise matemática e do cálculo que devem ser utilizados nas resoluções dos problemas envolvendo probabilidades. Os procedimentos descritos encontram-se detalhados em *Théorie Analytique des Probabilités*, obra matemática destinada ao público especializado. Lacroix em *Traité Élémentaire du Calcul des Probabilités*, desenvolve o seu tratado apresentando o cálculo das probabilidades baseado em séries e binômios. Também, nos dois volumes de Sousa, *Elementos de Estatística compreendendo a teoria da ciência e a sua aplicação à estatística comercial do Brasil*, não são apresentados fundamentos matemáticos e estatísticos, mas são apresentados os dados brasileiros aplicados ao comércio. Podemos notar que a estatística que aparecia nos livros nesse período oitocentista estava mais diretamente ligada à apresentação dos dados tabelados, com informações sociais, políticas, econômicas e históricas. Já o estudo da probabilidade, iniciado no século anterior, era desenvolvido por poucos, com a utilização de métodos matemáticos, que não eram simples, mas que embasavam toda a teoria.

Em 1965, na cidade universitária da UFRJ, no Fundão, a Escola Politécnica passou a chamar-se Escola de Engenharia, e posteriormente, em 2003, retorna ao nome de Escola Politécnica. A contribuição da Escola Politécnica, antecessoras e sucessoras na formação de professores de estatística, através de seus ex-alunos, foi fundamental para a consolidação do ensino da estatística no Brasil.

O ENSINO DA ESTATÍSTICA NO ESPÍRITO SANTO

A primeira escola de engenharia no Estado do Espírito Santo foi a Escola Politécnica do Espírito Santo, criada pela Lei n° 520 de 6 de setembro de 1951 na cidade de Vitória, resultante de uma vontade política de expansão do ensino superior no Espírito Santo (SILVA & PINHEIRO, 2010, p. 48). O Professor Dido Fontes de Faria Brito, formado pela Escola Nacional de Engenharia no Rio de Janeiro e ocupante de cargos importantes no governo do Espírito Santo, foi convidado pelo então governador do Estado, Jones dos Santos Neves, para fundar a Escola de Engenharia, sendo assim o primeiro diretor da Escola Politécnica, durante 12 anos. A criação da Politécnica foi efetivada devido ao esforço desenvolvido pela Sociedade Espírito Santense de Engenheiros, fundada em 1950.[8]

Essa escola instalou-se nas dependências do Colégio Estadual do Espírito Santo, na Av. Jerônimo Monteiro, tendo como primeiro curso o de Engenharia Civil. Em 1953 foi transferida para prédio próprio na Av. Maruípe, permanecendo neste local até 1975, ano em que, definitivamente, mudou para o Campus Universitário Alaor Queiroz de Araujo, no bairro de Goiabeiras. Em 5 de maio de 1954, é criada, pela Lei n° 806, a Universidade do Espírito Santo, mantida e administrada pelo governo estadual, agrupando várias escolas superiores, entre elas a Escola Politécnica. Em 30 de janeiro de 1961 a Universidade do Espírito Santo foi federalizada pela Lei n° 3.868, e em 1965 passou a chamar-se Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), com os cursos da antiga Escola Politécnica integrados ao Centro Tecnológico.[9]

Prédio onde inicialmente instalou-se a Escola Politécnica do ES

[8] Disponível em: http://www.ct.ufes.br/content/hist%C3%B3rico-do-centro-tecnol%C3%B3gico-ufes. Acesso em 05 jun. 2011.

[9] Disponível em: http://portal.ufes.br/historia. Acesso em 17/06/2011.

A Lei de criação da Escola Politécnica do Espírito Santo estabelecia os seguintes cursos de formação, destinados a preparação científica e técnica: engenheiros civis, engenheiros eletricistas, engenheiros geógrafos, engenheiros metalurgistas, engenheiros de minas e engenheiros navais. O curso de engenharia civil foi o primeiro curso, implantado em 1952 com 26 alunos matriculados (SILVA & PINHEIRO, 2010, p. 79). O curso foi reconhecido através do Decreto n° 40.544 de 11 de dezembro de 1956, quando formou a primeira turma, com seis engenheiros.

O primeiro currículo da Escola Politécnica foi sendo formado gradualmente, pois não existia um currículo pronto (SILVA & PINHEIRO, 2010, p. 84). Na grade curricular não constava uma disciplina específica de estatística e/ou probabilidade, mas alguns tópicos deveriam estar contidos em algumas disciplinas de matemática. A primeira modificação no currículo ocorreu quatro anos depois, vigorando até 1962, quando ocorreu nova reestruturação de acordo com a Lei 4.024 de 20 de dezembro de 1961, lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.

Na reformulação curricular de 1956 as disciplinas de Cálculo passaram a denominar-se *Cálculo Diferencial e Integral*, e o conteúdo de Cálculo Vetorial, contido na primeira disciplina de Cálculo ficou incluído em uma nova disciplina chamada *Cálculo Vetorial, Numérico e de Observações*, com conteúdos de probabilidade, ministrados no 1º. período letivo do 2º. ano, e conteúdos de estatística no 2º. período letivo do 2º. ano. O regime de curso era seriado com disciplinas anuais, o aluno deveria cumprir as disciplinas do ano para ser promovido através de exames finais para o próximo ano (SILVA & PINHEIRO, 2010, p. 86). Os programas das disciplinas não eram bem detalhados, resumindo-se a um elenco de conteúdos. Esse detalhamento só viria na seguinte reestruturação curricular, quando muitos programas estavam acompanhados de objetivos, distribuição dos conteúdos por unidades, bibliografia, critério de avaliação (SILVA & PINHEIRO, 2010, p. 93).

O curso de Engenharia Mecânica foi o segundo curso da Politécnica, implantado em 1966, de acordo com as metas da Universidade de formação de engenheiros mecânicos para atender a expansão industrial no Estado. No primeiro currículo do curso a estatística estava incluída na disciplina Cálculo Numérico e Estatísticas, ministrada no 2º. ano. O terceiro curso implantado foi o de Engenharia Elétrica, com a parte profissional do curso iniciando em 1973. A partir de 1976 os alunos puderam optar pelo curso de engenharia específico (Civil, Mecânica, Elétrica) desde o início do seu curso.

A biblioteca da Escola Politécnica iniciou, em 1952, com a aquisição de 59 livros, com dificuldades devido à falta de bibliografias em português. No ano de 1959 a diversidade de títulos era bem maior, estando catalogados por áreas, com grande número de títulos em francês. Os livros da antiga Escola Politécnica do Espírito Santo encontram-se atualmente na Biblioteca Central da UFES. O Centro Tecnológico dispõe, desde o ano de 2002, de uma Biblioteca Setorial, que funciona no Núcleo de Processamento de Dados (SILVA & PINHEIRO, 2010, p. 101-104). O CT guarda, em seu arquivo morto, ofícios enviados e recebidos pela Politécnica, normatizações, currículos, notas de alunos, programas de disciplinas, entre outros documentos.

Em 1952, por iniciativa dos alunos, foi criado o Centro Acadêmico, que em 1957 passou a denominar-se Centro Acadêmico Dido Fontes. Coube ao diretório do Centro Acadêmico a publicação de apostilas, que eram utilizadas para a complementação das aulas. Dentre elas estavam as apostilas de Estatística – Tomo I e Tomo II, de Arildo Cândido Zorzanelli, publicadas e revisadas de 1963 até 1971. O programa do Tomo I abordava: distribuições empíricas de frequências, com cálculos das medidas estatísticas e construção de tabelas e gráficos estatísticos; distribuições teóricas de probabilidades, com cálculo de razões e proporções, o desenvolvimento de binômios, série exponencial; e cálculo de probabilidades utilizando a tabela da distribuição Normal Padrão. O programa do Tomo II abordava: distribuição por amostragem com aplicação na construção de gráficos de controle; teoria dos erros; ajustamento de curvas; correlação; regressão e números índices. A matemática contida nessa programação envolvia séries de potências, cálculo de derivadas parciais, função logarítmica, equações lineares. O conteúdo de probabilidade e estatística foi ministrado junto com outras disciplinas até 1966, quando foi criada a disciplina de Estatística.

O professor Pedro Bassini, engenheiro civil formado pela Escola Politécnica do ES, foi o primeiro professor da disciplina de Estatística para o curso de Engenharia Civil. O Prof. Bassini fez o curso de Engenharia Civil na Escola Politécnica na Av. Maruípe de 1960 a 1964. Estudou conteúdos de estatística descritiva e probabilidades na disciplina Economia, Estatística e Finanças[10] lecionada pelo engenheiro da Vale do Rio Doce, Prof. Arildo Cândido Zorzanelli. Como o professor Bassini já ministrava aulas de álgebra e geometria analítica, foi contratado em 1965 como instrutor de Cálculo, trabalhando junto com os professores Francisco Árabe Filho e Myrtha Salloker Fayet. No ano seguinte, em 1966, foi convidado para assumir a nova disciplina criada de *Estatística*, passando a professor adjunto I. O professor começa a lecionar a disciplina específica de Estatística, que era anual, com 90 aulas, provavelmente uma carga horária de 90 horas, ministrada para o curso de Engenharia Civil, único curso de engenharia em operação. O professor relatou que o programa ministrado tinha o seguinte conteúdo: Estatística Descritiva; Números Índices; Correlação e regressão; Estudo de probabilidades; Distribuições Binomial e Normal;

---

[10] Programa da parte de Estatística na disciplina Economia, Estatística e Finanças, no ano de 1965: Ponto n° 1 – Introdução: origem da Estatística, objeto da Estatística, aplicações da Estatística. Ponto n° 2 – Distribuições empíricas de frequência: generalidades, representação de variáveis discretas, representação de variáveis contínuas. Ponto n° 3 – Distribuições de probabilidades ou distribuições teóricas: generalidades, probabilidades simples, distribuições discretas de probabilidades, distribuições contínuas de probabilidades. (Obtido no arquivo morto do CT/UFES).

Amostragem, Intervalos de confiança; Teste de hipóteses.[11] Como na época era difícil a indicação de um livro texto com todo o programa da disciplina, o prof. Bassini utilizou uma apostila e o livro *Probabilidade e Estatística para Engenharia*, do qual ele não lembra com certeza o autor, mas acredita que seja Victor Mirshawka. O livro de Mirshawka era muito utilizado nas escolas de engenharia, foi elaborado aproveitando outros seus três livros editados pela Livraria Nobel, em 1969, originados de anotações de aula. A obra é dirigida ao aluno de Engenharia, ao engenheiro prático e ao pesquisador mais do que aos estatísticos profissionais, mas é um resumo conciso e útil. As técnicas matemáticas utilizadas são elementares, com conhecimentos básicos de cálculo diferencial e integral, já que a Estatística não pode ser convenientemente entendida sem a Matemática, segundo o autor.[12] As apostilas utilizadas foram elaboradas pelo Prof. Zorzanelli, que depois de revisões, o Diretório Acadêmico passou a publicar em um único volume, tendo como autores Prof. Arildo Zorzanelli e Prof. Pedro Bassini. Esta apostila foi utilizada durante vários anos nos cursos de engenharia do CT.[13]

[11] Unidades do programa da disciplina Estatística – ano de 1968: Unidade 1 – Introdução; Unidade 2 – Distribuições empíricas de frequência; Unidade 3 - Distribuições teóricas ou de probabilidades; Unidade 4 – Distribuições de amostragem (grandes amostras); Unidade 5 – Teoria dos erros; Unidade 6 – Distribuição de frequência a duas variáveis; Unidade 7 – Números índices. (Obtido no arquivo morto do CT/UFES).

[12] No prefácio do livro (Mirshawka, 1980).

[13] Informações obtidas através de contato com o professor por e-mail pedrobassini@uol.com.br.

Apostila utilizada nas aulas de Estatística-Prof.Zorzanelli e Bassini

Atualmente, ano 2011, os cursos que funcionam no Centro Tecnológico da UFES são os seguintes:[14]

Curso	Ano de criação	Reconhecimento	DOU
Engenharia Civil	1952	Dec. 40.544/56	24/12/56
Engenharia Mecânica	1966	Dec. 75.710/75	12/05/75
Engenharia Elétrica	1970	Dec. 79.675/77	11/05/77
Engenharia de Computação	1990	Port. 1.208/96	06/12/96
Ciência da Computação	1990	Port. 270/94	22/02/94
Engenharia Ambiental	2002	Port. 148/2007	16/02/2007
Engenharia de Produção	2005	....	....

Nos currículos que estão vigorando atualmente nos cursos do CT a estatística é ministrada no 2º ou no 3º. período, dependendo do curso, com o nome de *Estatística Básica* para os cursos de Ciência da Computação e Engenharia da Computação; e com o nome de *Probabilidade e Estatística* para os demais cursos. As disciplinas têm carga horária de 60h e o conteúdo delas é praticamente o mesmo,

[14] Disponível em: http://www.ct.ufes.br/. Acesso em 17/06/2011. Resumidas na tabela.

abrangendo os seguintes tópicos: distribuições de frequência; representação gráfica; medidas de tendência central e de dispersão; experimentos aleatórios; espaço amostral e eventos; noções de probabilidade; métodos de enumeração; probabilidade condicionada; variáveis aleatórias bidimensionais; valor esperado e variância; principais distribuições discretas e contínuas; amostragem; estimação de parâmetros; testes de hipóteses. O livro texto adotado tem sido o livro de Bussab, W.O. e Morettin, P.A.: Estatística Básica, da Editora Saraiva, 5ª. edição, 2002.

A maioria dos cursos da UFES possue disciplinas de probabilidade e/ou estatística integrando os seus currículos, no básico ou no profissional. Cada vez mais presente no ensino, a estatística tem se revelado um conhecimento, ou mesmo uma ferramenta, importante para a formação do aluno em todos os níveis e em todas as áreas, graças ao suporte computacional de mais fácil acesso nos nossos dias. Mas, para a utilização da estatística, aplicação dos seus métodos e interpretação dos seus resultados, conhecimentos metodológicos devem ser obtidos para serem aplicados de forma correta e com cuidado. Ainda no século XIX, Soares (1865, Tomo I, p.17) já dizia: "Os áridos trabalhos de estatística dependem, na sua execução, de conhecimentos especiais, e além disso do bom critério dos seus executores; porque, quando estas condições faltam, os resultados da estatística são precários por imprestáveis".

Desde o início da utilização da estatística no Brasil Colônia até os nossos dias, os métodos estatísticos têm sido aprimorados e desenvolvidos de acordo com as necessidades das diversas áreas de conhecimento. Em seu livro, *Éléments de Statistique,* de 1847, Alexandre Moreau de Jonnès (1847, p. 17) escreve o seguinte sobre a Estatística:

> *"Seus interesses nobres e potentes não são ponto de partida exclusivamente do nosso século; eles pertencem a todos os tempos e a todos os países; e para satisfazer às suas*

> *exigências, todas as pessoas civilizadas devem recorrer desde a mais extrema antiguidade às operações da Estatística"*. [Tradução nossa][15]

Atualmente, vários novos estudos estão sendo desenvolvidos pela Estatística, tais como: teoria do caos, "data mining", redes neurais, modelagem em finanças e economia, estatística computacional, análise de riscos, física estatística, entre outros, de acordo com a demanda. A médio prazo, a Estatística deverá estar com forte presença nas áreas da medicina, como automação de processos de diagnóstico de desenvolvimento de determinadas patologias (CORDEIRO, 2009).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICOS

BLOCH, M. *Apologia da História ou o Ofício do Historiador*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2001.

BOLETIM DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE CARTOGRAFIA, Casa do Trem – 1792 Berço da Engenharia Nacional e do Ensino Superior no Brasil. Boletim mensal, janeiro 2003, n° 50.

CORDEIRO, G.M. *O Amadurecimento da pesquisa e Ensino de Estatística no Brasil*. Disponível em: http://www.arscientia.com.br/materia/ver_materia.php?id_materia=273# 2006. Acesso em 30 jun. 2009.

FOUCAULT, M. *Em Defesa da Sociedade*. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

JONNÈS, A.M. de. *Éléments de Statistique*. Paris: Guillaumin et Cie, 1847.

[15] "Ces intérêts nombreux et puissants ne sont point départis exclusivement à notre siècle; ils appattiennent à tous les temps et à tous les pays; et pour sastisfaire à ce qu`ils exigent, tous les peuples civilisés ont dû recourir depuis la plus haute antiquité aux opérations de la Statistique" (JONNÈS, 1847, p. 17). Obtido no Google Books.

LACROIX, Par S.F. *Traité Élémentaire du Calcul des Probabilités*. Paris: Chez M[me] V[e] Courcier, 1816.

LAPLACE, P.S. *Ensaio Filosófico sobre as Probabilidades*. Tradução de Pedro Leite de Santana. Editora PUC Rio. Rio de Janeiro. 2010.

———. *Théorie Analytique des Probabilités*. Paris: M[me] V[e] Courcier, 1814. Disponível no Google Books.

LISBOA, J. da S. *Estudos do Bem-Comum e Economia Política, ou Ciência das leis Naturais e Civis de Animar e Dirigir a Geral Indústria e promover a Riqueza Nacional, e Prosperidade do Estado*. Rio de Janeiro: Imprensa Régia, 1819.

MIRSHAWKA, V. *Probabilidade e Estatística para Engenharia*. Editora Nobel: São Paulo, 1980.

OLIVEIRA, J.C.D. João VI – Adorador do Deus das Ciências? Rio de Janeiro: E-Papers, 2005.

PAPANÇA. F. *A Matemática, a Estatística e o Ensino nos Estabelecimentos de Formação de Oficiais do Ensino Português no Período 1837-1926:* uma caracterização. Castelo Branco: Edium Editores, 2011.

PARDAL, P. *Primórdios do Ensino de Estatística no Brasil e na UERJ*. *Revista do IHGB*. Rio de Janeiro, a. 154, n. 378, jan/mar 1993.

SENRA, N. *História das Estatísticas Brasileiras*, vol.1, Estatísticas desejadas (1822-1889). Rio de Janeiro: IBGE, 2006.

SILVA, C.M.S.; PINHEIRO, J.E.R. *História do ensino de engenharia no Espírito Santo:* da Escola Politécnica ao Centro Tecnológico da UFES. Vitória: EDUFES, 2010.

SOARES, S.F. *Elementos de Estatística Compreendendo a Teoria da Ciência e a sua Aplicação à Estatística Comercial do Brasil*. Rio de Janeiro: Typografia Nacional, 1865.

NÚMEROS INTEIROS E SUAS OPERAÇÕES: POSSIBILIDADES DE TRATAMENTO VIA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM CURSOS DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES

REGINA CÉLIA GUAPO PASQUINI

Departamento de Matemática
Universidade Estadual de Londrina – UEL
Londrina, PR

rcgpasq@uel.br

Resumo: No presente artigo apresentamos as experiências construídas a partir da utilização de um Material editado pela Sociedade Brasileira de História da Matemática em cursos e oficinas para professores de Matemática em formação inicial ou continuada. Por meio das ideias de Descartes e Hilbert as autoras do Material propõem tarefas com a intenção de discutir aspectos histórico-matemáticos da regra dos sinais para o produto e a divisão de Números Inteiros. Pretendemos mostrar com esse relato a viabilidade da proposta apresentada no Material e as contribuições que um tratamento dessa natureza, via participação da história da matemática, podem trazer para a formação de professores de matemática.

Palavras-chave: história da matemática, número inteiros, regra dos sinais.

WHOLE NUMBERS AND OPERATIONS: TREATMENT OPTIONS IN THE OF HISTORY COURSES IN MATHEMATICS TEACHER EDUCATION

Abstract: In this article we presents the experiences built on the use of a material published by the Brazilian Society for the History of Mathematics courses and workshops for mathematics teachers in initial training or continuous. Through the ideas of Descartes and Hilbert, the authors proposed tasks with the intention of discussing historical and mathematical aspects of the Rule of Signs for the product and division of whole numbers. We intend to show in this report the feasibility of the proposal in the Material and the contributions that such a treatment, through participation in the history of mathematics can bring to the training of mathematics teachers.

Keywords: history of mathematics, whole numbers, rule of signs.

1. APRESENTAÇÃO

> "*Assim como tem crescido o interesse pela história da matemática em relação ao seu ensino, nos últimos anos, também se tem incrementado a busca de relações entre a matemática e sua história como ferramenta didática e como campo de investigação*". (VALDÉZ, 2006, p. 24)

Nessa ótica, apresentamos no presente relato as experiências construídas por meio da utilização de um Material elaborado a partir de um projeto de pesquisa intitulado "História da Matemática na Formação de Professores"[1] e desenvolvido por membros do Grupo de Estudos e Pesquisas em Formação de Professores da Universidade Estadual de Londrina - GEPEFOPEM[2]. O objetivo central do projeto foi investigar os possíveis modos de relacionar o desenvolvimento histórico de um determinado conhecimento matemático e a constituição ou apropriação desse por futuros professores de Matemática.

Após realizarmos estudos a respeito da participação da história da matemática na formação de professores em diferentes trabalhos da literatura sobre o tema e em face da carência de publicações de propostas que contemplem essa participação, sentimos a necessidade de ampliar possibilidades de trabalho com a história da matemática no tratamento de conteúdos matemáticos.

O Material citado é a segunda edição do fascículo[3] de número 16 cujo título é "Multiplicação e divisão de números inteiros: uma proposta para a formação de professores de Matemática" que integra a Coleção História da Matemática para Professores, editado pela Sociedade Brasileira de História da Matemática para o VII Seminário

---

[1] Projeto coordenado pela Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino.

[2] Grupo do qual a autora deste artigo participa.

[3] As autoras deste fascículo são Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino e Regina Célia Guapo Pasquini.

Nacional de História da Matemática, realizado em abril de 2010, na cidade de Belém – PA, Brasil.

A principal motivação para a escolha do tema deve-se ao fato das estratégias atualmente utilizadas para promover a compreensão das operações que envolvem números inteiros, na educação básica, não mostrarem eficiência, principalmente no que se refere à multiplicação e à divisão.

> *"Os trabalhos encontrados na literatura sobre os números inteiros, são pródigos em suprir modelos para a estrutura aditiva, mas abordam de maneira insuficiente a estrutura multiplicativa".* (BALDINO, 1996, p. 4)

Em resumo, o Material apresenta uma proposta de trabalho para professores de matemática em formação inicial ou continuada e que pode ser dividida em três partes: uma primeira que subsidia uma breve exposição sobre a participação da história na Educação Matemática, uma segunda que, como o título sugere, traz "Um pouco de história" e contém aspectos históricos sobre o assunto em tela, e uma terceira, que apresenta as tarefas elaboradas a partir das ideias contidas em trabalhos de René Descartes (1596-1650) e David Hilbert (1862-1943). Essas tarefas têm a intenção de provocar reflexões sobre as *regras de sinais* nas operações de multiplicação e divisão com números inteiros relacionadas à prática docente e a aspectos epistemológicos desse conteúdo.

Por meio dos cursos e/ou oficinas que ministramos para futuros professores de Matemática, em formação inicial, e em formação continuada construímos os resultados que aqui serão apresentados e que mostram as possibilidades da utilização do Material como uma proposta que envolva a história da matemática, particularmente na formação de professores de Matemática. Nosso interesse nesses cursos foi divulgar a participação da História da Matemática na formação desses professores.

Explorar temas que remetem diretamente ao trabalho do professor em sala de aula é um dos grandes desafios dos cursos de formação de professores, mais ainda quando aliados à história da Matemática, componente recomendada por diversas pesquisas no campo da Educação Matemática (MENDES, 2001; MIGUEL, MIORIM, 2004; BRUCKHEIMER, ARCAVI, 2000; GRUGNETTI, ROGERS, 2000) e por documentos oficiais (PARANÁ, 2006; BRASIL, 1995).

Num sentido mais amplo, nosso trabalho com a história da matemática busca enfatizar a necessidade de conceber a participação da história na educação matemática de futuros professores que, além de despertar interesse pela matemática por uma apropriação significativa de conteúdos, possibilite aos futuros professores apropriarem-se da cultura matemática e assim tornarem-se capazes de assumir sua responsabilidade no mundo. (CYRINO; PASQUINI, 2010, p. 17)

2. ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO

Durante os cursos e/ou oficinas que ministramos, constituímos um caderno de anotações com depoimentos e manifestações dos professores envolvidos e com as impressões que, como pesquisadora, tivemos ao longo desse trabalho. Os resultados apresentados no corpo deste texto tornaram-se possíveis a partir desse trabalho realizado.

Escolhemos apresentar os resultados obtidos à medida que formos explicitando como os cursos/oficinas foram desenvolvidos.

Todos os cursos ou oficinas ministrados seguiram as três etapas seguintes, sugestivas pela forma como o Material se constitui. São elas:

Etapa 1: A participação da história da matemática na Educação Matemática.

Etapa 2: Um pouco de história

I. Sobre os números negativos

II. As ideias de Descartes

III. As ideias de Hilbert

Etapa 3: As Tarefas

Considerações Finais

Na seção seguinte apresentaremos os resultados obtidos com esse trabalho.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Iniciamos os minicursos/oficinas questionando os professores sobre as referências dos documentos oficiais que assinalam a importância da participação da história da matemática no ensino de Matemática. Apresentamos algumas concepções sobre essa participação tomando como base os trabalhos de Miguel e Miorin (2003). Por meio de uma conversa, buscamos trazer à discussão as concepções dos professores sobre o que significa essa "participação". Nosso objetivo foi trazer subsídios para apresentarmos alguns dos aspectos teóricos que sustentam a proposta apresentada no Material no que concerne à concepção dessa "participação". Por meio dos depoimentos percebemos que poucos professores conheciam uma literatura que trata das recomendações da História da Matemática, além daquelas apresentadas nos documentos oficiais. Mesmo não tendo um conhecimento sobre o assunto, os professores mostraram-se simpatizantes com a possível presença da história da matemática nas suas aulas. Entretanto, comentaram sobre a carência de propostas que possibilitem o trabalho em sala de aula. O que confirma Mendes *et al* (2006) quando escreve que:

> "*...a falta de informações sobre o desenvolvimento histórico da matemática e de propostas metodológicas de utilização das mesmas no ensino da matemática escolar são algumas das dificuldades enfrentadas pelos professores que desejam usar a história da matemática na sala de aula*". (MENDES *et al*, 2006, p. 97)

Acreditamos que nosso objetivo com essa breve apresentação foi alcançado, embora a discussão gerada com a exposição do tema fosse rápida, aproximadamente 15 minutos, os professores participaram, questionaram e se interessaram pelo assunto. Após essa discussão, aproveitamos para situar o que expõe Cyrino e Pasquini (2010) no Material:

> "*As tarefas propostas*[4] *nesse material têm como objetivos fornecer informações, promover reflexões e discussões entre professores e futuros professores de modo que eles possam lidar criticamente com problemas pertencentes a uma cultura matemática tradicional que envolve números negativos, e multiplicação e divisão de segmentos; e estabelecer interações entre ensino e pesquisa na busca de produzir significados para as "regras de sinais" por meio de construções geométricas*". (CYRINO; PASQUINI, 2010, p. 33)

Para apresentarmos a essência da proposta contida no Material precisávamos de alguns elementos que pudessem situar os professores nas diferentes épocas históricas consideradas, para aproximá-los das notações, representações e concepções, de forma que pudéssemos facilitar a compreensão dos estudos de Descartes e Hilbert quando os abordássemos. Para isso mostramos, por meio de "slides", as ideias que os dois autores apresentam acerca de seus trabalhos, ao realizarem as operações de multiplicação e divisão de segmentos, assim como as motivações que os levaram a tal feito.

Nesse momento contemplamos aspectos históricos e matemáticos de elementos da geometria analítica (sistemas de coordenadas), proporcionalidade e geometria euclideana (semelhança de triângulos, teorema de Tales) e operações com segmentos (reais e inteiros), com a oportunidade de tocar em pontos nebulosos da História, como, por exemplo, a atribuição a Descartes do Plano Cartesiano e, ainda, considerar os fundamentos do conjunto dos números inteiros.

Para isso colocamos os professores em contato com fontes históricas, algumas primárias outras secundárias, como o apêndice da obra de Descarte, *O Discurso do Método* na qual ele apresenta o Livro Primeiro *La géométrie.* Com o uso direto dessas fontes, apresentamos a forma como Descartes define o produto entre duas variáveis, representado por um segmento de reta. Ou seja, o produto entre os segmentos a e b que pode ser representado pelo segmento $c = ab$. Para ele:

---

[4] Algumas tarefas foram adaptadas de Balestri (2006)

> *"As linhas são símbolos mais simples que os números, porque se podem exprimir por linhas todas as relações de grandezas, ao passo que certas relações, como as de grandezas incomensuráveis entre si, não podem exprimir-se por números. Além disso, a proposição existente entre duas linhas não está de modo algum limitada a estas próprias linhas, porque pode igualmente representar a mesma proporção existente entre dois números, entre duas superfícies ou entre dois sólidos".* (DESCARTES, 1979, p. 59)

Apresentamos no quadro a seguir, o modo como a multiplicação de Descartes é descrita:

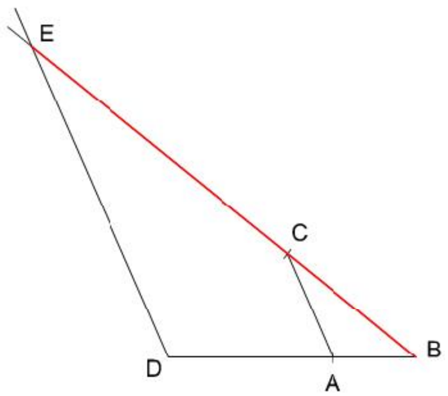
Seja por exemplo $\overline{AB}$ a unidade, e que se deva multiplicar $\overline{BD}$ por $\overline{BC}$, para isso, só é necessário unir os pontos A e C, depois determinar $\overline{DE}$ paralelo a $\overline{CA}$, sendo $\overline{BE}$ o produto desta multiplicação.	

Figura 1

Em relação a Hilbert, na sua obra *Fundamentos de Geometria*, a construção do produto de segmentos é descrita da seguinte forma:

> *"Para definir geometricamente o produto de um segmento a por outro b, servimo-nos da seguinte construção: Escolhemos primeiramente um segmento qualquer, fixo em tudo o que o segue, e designemo-lo por 1. Desloquemos para um dos lados dum ângulo recto e a partir do vértice O, o segmento 1 e, além disso também a partir de O, o segmento b; em seguida deslocamos para o outro lado o segmento a. Unamos as extremidades dos segmentos 1 e a por uma recta e conduzamos uma paralela a esta recta pela extremidade do segmento b; esta determinará um segmento c no outro lado do ângulo: chamemos a este segmento c o produto do segmento a pelo segmento b e designamo-lo por: c = ab".* (HILBERT, 2003, p. 58)

Para apresentarmos a construção de Descartes usamos a figura acima; já para a construção de Hilbert, que no Material é apresentada de forma retórica, apenas lemos o trecho acima em conjunto com os professores e pedimos que um deles fizesse uma figura que representasse essa construção, como a apresentada na figura abaixo:

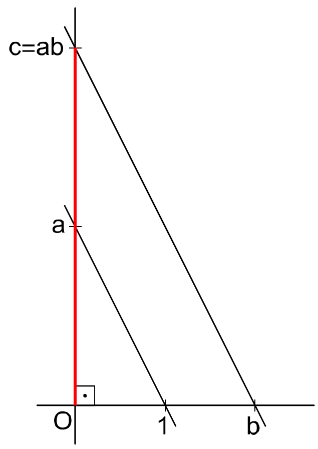


Figura 2

Ao fazê-lo, surgiram muitos questionamentos, relacionados à compreensão do texto e ao significado das palavras. Os comentários foram da ordem "... *faltam informações para fazer isso*", "*acho que o texto está incompleto*". Consideramos esse momento singular para discutirmos questões como, a evolução da linguagem matemática e os cuidados que devemos ter ao apresentar um texto matemático para nossos alunos (em cada nível de ensino). Nesse ponto, aproveitamos para reforçar as características que os textos matemáticos antigos apresentam em relação aos atuais, em especial a noção de rigor e formalismo que pode variar de acordo com a época e o público a que se destina. Mais ainda, oportunizou-nos discutirmos as diferentes formas de apresentarmos um conteúdo, sejam elas nos textos históricos, ou nos textos didáticos atuais para o ensino fundamental, médio ou superior, por exemplo. Em se tratando de um curso para professores é de fundamental importância que questões dessa natureza sejam discutidas, pois estão relacionadas diretamente com a prática docente.

Nesse ponto realizamos uma exposição a fim de explicitar alguns aspectos históricos do conjunto dos números inteiros, desde os primeiros vestígios sobre os números negativos até a construção do conjunto dos números inteiros de Hermann Hankel (1839 - 1873) em meados do Séc. XIX. Os professores presentes mostraram-se interessados e surpresos com as compreensões que puderam ter acerca dessa exposição, sobre os fundamentos dos números inteiros através do tempo. Consideramos que essas compreensões agregam valores à formação do professor quando explicitam a evolução conceitual de conceitos que estão ligados diretamente à pratica docente e são capazes de revelar, nesse caso, as dificuldades epistemológicas em relação à própria compreensão dos mesmos por diferentes estudiosos.

Acreditamos que essa apresentação se faz necessária para que possamos problematizar a cultura matemática com vistas a situar a matemática como uma construção humana, explicitar dimensões ético-políticas e estéticas, bem como a riqueza do desenvolvimento matemático. (CYRINO; PASQUINI, 2010)

Com o conhecimento das construções de Descartes e de Hibert nos dirigimos para as tarefas, que é a próxima etapa do Material. Cada tarefa está acompanhada dos objetivos, solução e comentário respectivos. A escolha dessa estrutura facilita a utilização do Material por outros profissionais.

O Material foi elaborado para um tempo de doze horas de aula e, em algumas oficinas dispusemos desse tempo. Até este ponto, a estrutura dos cursos/oficinas até aqui sempre foi a mesma, diferiram no número de tarefas que foi maior à medida que tínhamos tempo disponível.

Em face do que cabe nessa apresentação, trazemos neste texto apenas algumas das tarefas juntamente com os resultados construídos a partir do trabalho desenvolvido com professores em formação inicial ou continuada. Segundo as autoras, essas tarefas foram elaboradas a partir dos métodos de operações com segmentos de Descartes e

Hilbert. Com o apoio do modelo geométrico, apresentam uma significação para a regra dos sinais e ressaltamos que não pretendem "contextualizar" a multiplicação.

> "*As entrelinhas provenientes desta proposta é que trazem oportunidades da retomada de questões que transcendem a consideração de um objeto matemático, quer seja nas aulas de Matemática da Educação Básica, de um curso de formação de professores ou em atividades de formação continuada*". (CYRINO; PASQUINI, 2010, p. 34)

E neste artigo buscamos explicitar algumas dessas entrelinhas. Iniciamos com a tarefa1 extraída do Material apresentada abaixo:

4.2 Tarefa 1

1- Assinale a alternativa que apresenta o período correto de quando os números negativos foram formalmente definidos.

a) Na Antiguidade (Babilônios, Gregos etc...)
b) No início da Idade Média
c) Entre 1300 – 1600 (europeus)
d) Entre 1600 – 1800 (europeus)
e) Entre 1800 – 1900 (europeus)

2- É correto afirmar que os matemáticos iniciaram livremente o trabalho com números negativos: quando os matemáticos iniciaram livremente o trabalho com números negativos?

a) Na Antiguidade (Babilônios, Gregos etc...)
b) No início da Idade Média
c) Entre 1300 – 1600 (europeus)
d) Entre 1600 – 1800 (europeus)
e) Entre 1800 – 1900 (europeus)

3- Descreva reminiscências de seu primeiro contato, enquanto estudante, com números inteiros, respondendo:

a) Que tipo de dificuldades você e seus colegas enfrentaram para aprender este tema?
b) Que material foi utilizado para ensino deste tema?
c) Como eram as tarefas propostas para aprendizagem deste tema?

4- Relate reminiscências de outros momentos escolares em que teve contato com números inteiros. (CYRINO; PASQUINI, 2010)

Essa Tarefa foi realizada de forma oral sem registro escrito com o objetivo de explicitar crenças e conhecimentos sobre números inteiros. Em uma discussão com os presentes foi revelado como os professores viram os números inteiros. Alguns resgataram reminiscências da sua formação inicial (graduação), outros, dos tempos de criança, por volta da sexta série, na educação básica. Dos relatos em geral surgiu a famosa regra de memorização: "inimigo do meu inimigo é meu amigo" para o produto entre dois números negativos, por exemplo. Essa foi a explicação mais apresentada e muitos dos professores presentes que atuam em sala de aula disseram usá-la ainda hoje. Conduzimos a discussão no sentido de provocar reflexões sobre essa regra de memorização que, quando repensada, nem sempre funciona. Como resultado, ouvimos dos professores vários depoimentos como: "*Quem disse que o inimigo do meu ininigo é meu amigo? Pode ser meu amigo.*", ou ainda, "*Essa regra é questionável*". Esse momento foi muito importante, pois levou os professores a refletirem sobre as justificativas que eles aduzem as regras, e os comentários realizados explicitaram o resultado dessas reflexões, mostrando que os objetivos alcançados extrapolaram aqueles que a tarefa previa.

Refletir sobre como o professor atua na sua prática é o primeiro passo para que mudanças possam ser promovidas nessa prática. Percebemos que essa tarefa levou os professores a perceberem que a forma como ensinam a regra do sinal é carregada de artificilidades que não condizem com a realidade do próprio conceito. Não obstante ter sido superficial o tratamento foi capaz de revelar que "*apresentar uma regra como a do amigo/inimigo é uma forma de enganar os seus alunos*". E foram os professores que chegaram a essa conclusão. Ficamos satisfeitos com os resultados obtidos no desenvolvimento dessa tarefa, pois foi capaz de abalar as concepções daqueles professores.

Em todos os minicursos/oficinas realizamos a tarefa 4, pois ela apresenta a essência da proposta construída pelas autoras. Os objetivos dessa tarefa são: construir uma representação geométrica a partir de uma descrição literal e comparar duas construções geométricas, a de Descartes e a de Hilbert, conforme a seção anterior. Os professores realizaram-na sem maiores complicações. Com base na construção de Hilbert, propusemos a representação do produto de segmentos. Convém lembrar que neste ponto ainda não fizemos qualquer referência que ligasse as construções de Descartes ou de Hilbert aos números negativos. Somente agora com a realização da tarefa 7, apresentada abaixo, consideramos o caso do produto de dois números inteiros quaisquer.

4.8 Tarefa 7

É possível mostrar que, por meio de construções, podemos realizar a multiplicação entre dois números inteiros quaisquer, positivos ou não?

Caso seja possível, apresente alguns exemplos.

Se não for possível, justifique. (CYRINO; PASQUINI, 2010)

Os professores realizaram essa tarefa sem problemas. Eles escolheram pares de números inteiros e fizeram as respectivas construções; essa parte foi especial no curso, pois somente após representarem o produto de números negativos no plano é que os professores perceberam que de fato a construção de Hilbert pode ser considerada para números inteiros quaisquer.

Segundo a construção de Hilbert para o produto *ab,* devemos marcar o segmento *a* no eixo das ordenadas. Sempre tivemos alguns professores que marcaram no eixo das abscissas, obtendo a mesma medida para o segmento que representa o produto, entretanto a construção não é a mesma. Isso acontece por causa da comutatividade da multiplicação; e por isso nos levou a explorar o ocorrido. Na figura abaixo apresentamos essa construção para o produto 3.(- 4) = - 12

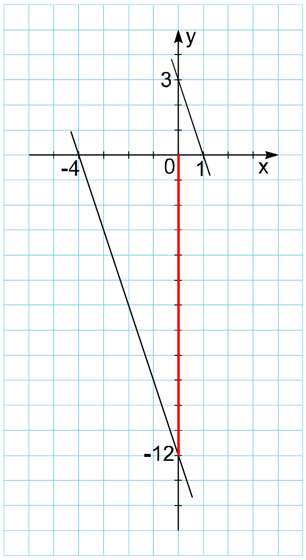


Figura 3

As tarefas 11, 12, 13 e 14 dedicam-se a explorar a divisão. Em todos os cursos tivemos a oportunidade de considerar a não-comutatividade dessa operação. Alguns professores não se ativeram para a posição em que deveriam marcar o divisor e o dividendo no plano cartesiano e com isso verificam a não comutatividade da divisão. Em divisões como 4 : 2 = 2, com a representação trocada, eles obtêm 1/2 como resultado, pois estão realizando 2 : 4, e eles mesmos comentaram, "*Você esqueceu que a divisão não é comutativa!*". E aqueles que a fizeram corretamente ficaram surpresos: "*Nossa! Funciona para a divisão também.*"

Já em relação à Tarefa 14, destacamos a possibilidade de explorarmos a divisão por zero, o que sempre causou uma discussão importante nos minicursos/oficinas.

Por conta da dificuldade da construção que precisa de um segmento de medida zero (o ponto), alguns professores não conseguiram fazer a representação. Convidamos sempre algum deles para realizá-la na lousa. Como nessa construção as retas ficam paralelas tivemos a oportunidade de considerar a impossibilidade da divisão por zero. A figura abaixo ilustra a indeterminação da divisão $c : b$ com $b = 0$.

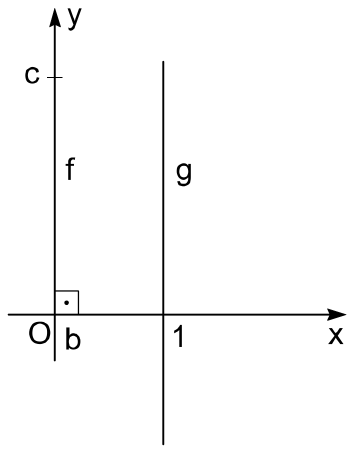


Figura 4

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Além de discutir aspectos matemáticos que se relacionam com a regra dos sinais, nas oficinas ou cursos trabalhados foi possível tratar alguns modos de conceber a participação da História na sala de aula levando os professores a refletirem sobre a concepção dessa participação, apontada nos documentos oficiais ou pelos diferentes pesquisadores que se dedicam ao tema. A relevância dessa discussão está na divulgação da história da matemática como coadjuvante nas aulas de Matemática já que o Material mostra uma possibilidade dessa participação.

Nas diversas vezes que trabalhamos com o Material citado observamos um interesse muito grande dos professores pelos trabalho desenvolvido. Essencialmente, pelo resgate dos aspectos históricos do conjunto dos números inteiros, os quais revelam algumas dificuldades que estudiosos tiveram ao longo de 300 anos para que esse conjunto fosse concebido, e pelas construções realizadas que apresentam um significado capaz de trazer à tona questões importantes da prática docente.

Os professores que já atuam em sala de aula aprovaram o Material como uma alternativa de grande relevância para a sua própria formação ao considerar os conhecimentos adquiridos no tratamento de um tema tão polêmico no ensino e na aprendizagem.

Nos cursos, os professores apresentaram as dificuldades que enfrentam ao abordar esse conteúdo em sala de aula, salientando a ausência de significados como um obstáculo para a aprendizagem.

A experiência construída com a utilização do Material confirmam nosso interesse em constituir propostas que integrem a história da matemática ao ensino de matemática. O trabalho realizado mostrou-nos quão enriquecedor é para a formação do professor o tratamento de conteúdos de matemática que, ainda que considerados básicos, como os números, carecem de um tratamento que explicite a sua gênese. Entendemos que a história apresenta-se como componente essencial nesse tratamento.

Apesar de, nos cursos, apresentarmos uma síntese de contextos históricos e de datas, que revelam compreensões dos números inteiros através dos séculos para explicitar o desenvolvimento histórico e a evolução conceitual desse conhecimento, não os temos como elementos principais da proposta. Consideramos essa apresentação, como um meio para problematizarmos a cultura matemática com vistas a situar a matemática como uma construção humana e explicitar dimensões ético-políticas e estéticas, bem como a riqueza do desenvolvimento dos conteúdos matemáticos envolvidos no Material. Mais ainda,

> "*Acreditamos que um modelo só pode se tornar um instrumento significativo para compreensão de um conceito, se o seu uso for intencional e dirigido para construir as abstrações e as generalizações necessárias para sua compreensão. Conhecer os aspectos epistemológicos da construção histórica de um conceito pode ajudar o professor na constituição desses modelos*". (CYRINO; PASQUINI, p. 32, 2010)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BALDINO, R.R. Sobre a epistemologia dos números inteiros. *Educação Matemática em Revista*, n.5, ano 3, p. 4-11, 1996.

BALESTRI, R.D. *Multiplicação e divisão de números inteiros por meio da história da matemática*: uma proposta para 7ª série do Ensino Fundamental. 2006. Monografia (Especialização em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina. 2006.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais:*

Matemática/Secretária de Educação Fundamental. . Brasília: MEC - SEF, 1997.

BRUCKHEIMER, M., ARCAVI, A. Mathematics and its History: an educational partnership. In: KATZ, Victor (Eds) *Using History to Teach Mathematics:* as International Perspective. Washington: The Mathematical Association of America, p. 135-146, 2000.

CYRINO, M.C.C.T., PASQUINI, R.C.G. *Multiplicação e divisão de números inteiros: uma proposta para a formação de professores de Matemática.* 2ª ed. Coleção História da Matemática para Professores, 14, Londrina: SBHMat. 2010.

DESCARTES, R. *The Geometry*. Trad. David Eugene Smith e Martha L. Latham. New York: Dover Publications. 1954.

GRUGNETTI, L.; ROGERS, L. Philosophical, multicultural and interdisciplinary issues. In: FAUVEL, John; VAN MAANEN, J.A.J. (Orgs), *History in mathematics education*. The ICMI Study. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer, p. 39-62, 2000.

HILBERT, D. (1953) *Fundamentos da geometria*. Trad. da 7ª Edição por Maria P. Ribeiro, Paulino L. Fortes, A.J. Franco de Oliveira. Lisboa: Gradiva. 1930.

MENDES, I.A. *A investigação histórica como agente da cognição matemática na sala de aula*. In: MENDES, I.A. (org.) A História como um agente de cognição na Educação Matemática. Porto Alegre: Ed. Sulina, pp. 15-77, 2006.

MIGUEL, A., MIORIM, M.A. *História na Educação Matemática - Propostas e desafios*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

VALDÉS, J.E.N. *A história como elemento unificador na educação matemática*. Trad. Iran A. Mendes. In: MENDES, I.A. (org.) A História como um agente de cognição na Educação Matemática. Porto Alegre: Ed. Sulina, pp. 15-77, 2006.

PARANÁ. *Diretrizes Curriculares de Matemática para as séries finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio*. Curitiba: SEED. 2008.

A MATEMÁTICA MODERNA NAS SÉRIES INICIAIS: UM ESTUDO SOBRE O MANUAL PEDAGÓGICO "MATEMÁTICA DINÂMICA COM NÚMEROS EM CORES"

APARECIDA RODRIGUES SILVA DUARTE

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
Universidade Bandeirante de São Paulo – UNIBAN
São Paulo, SP

aparecida.duarte6@gmail.com

Resumo: Com o objetivo de contribuir para a compreensão da História da Matemática escolar, este artigo apresenta e discute como as recomendações do Movimento da Matemática Moderna (MMM) foram apropriadas e divulgadas no manual pedagógico intitulado *"Matemática dinâmica com números em cores"*, de autoria de Waldecyr de Araújo Pereira e publicado no Brasil em 1961. Fundamentando-se nos aportes teóricos da História Cultural, o estudo revelou que, nos anos de 1961, alguns professores autores, como Pereira, já defendiam a inserção da Matemática Moderna no Ensino Primário brasileiro utilizando-se especialmente do método Cuisenaire. Além disso, as características apresentadas na obra de Pereira denunciam a tendência cognitivista que se processava naquele período.

Palavras-chave: Matemática, História, Manuais pedagógicos, Ensino Primário.

MODERN MATHEMATICS IN THE ELEMENTARY SCHOOL: A STUDY ABOUT THE TEACHING MANUAL "DYNAMIC MATHEMATICS WITH COLORED NUMBERS"

Abstract: In order to contribute to the understanding of the mathematics education history, this article presents and discusses the Modern Mathematics Movement (MMM) recommendations that were appropriated and disclosed in the teaching manual entitled "Dynamic Mathematics with colored numbers," authored by Waldecyr de Araujo Pereira and published in Brazil in 1961. Based on the Cultural History theories, this study showed that in the years around 1961, some authors teachers such as Pereira had defended the Modern Mathematics inclusion in Brazilian Primary Education using especially the Cuisenaire method. Furthermore, the features listed in Pereira's work denounce the cognitivist trend that was going at that time.

Keywords: Mathematics, History, Teaching's manuals, Elementary school.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Com o objetivo de contribuir para a escrita da História da Matemática escolar, no que tange às praticas e à compreensão dos saberes necessários para que professores primários exercessem com eficiência suas atividades escolares na área do ensino da matemática, esse artigo apresenta o manual pedagógico de autoria de Waldecyr de Araújo Pereira intitulado "*Matemática dinâmica com números em cores*" e publicada no Brasil em 1961.

Parte-se do pressuposto de que estudar esse manual pedagógico representa um ganho para a pesquisa em história da educação matemática, em especial investigações que se inserem na história dos manuais pedagógicos, no que se refere ao esforço de compreender como autores de manuais pedagógicos para o Ensino Primário[1] se apropriaram das propostas do Movimento da Matemática Moderna (MMM) no Brasil.

A partir da segunda metade dos anos 1950, uma nova reforma curricular se delineia por todo o mundo, denominada Movimento da Matemática Moderna. Segundo Anne-Marie Chartier (2005), nessa época, alguns estudiosos defendiam a abordagem científica, aquela proveniente da ciência pura, para todo conhecimento, entendendo-a como responsável pela invenção de aparelhos voltados ao bem estar da sociedade moderna. Dessa forma, considerava-se que a ciência e a técnica eram cada vez mais tributárias dos métodos matemáticos, ou seja, para produzir mais ciência, mais técnica, tornava-se imprescindível atualizar a formação matemática.

Surgem, então, novas iniciativas em prol da melhoria do currículo e do ensino de matemática, quando se defendia a introdução, no Ensino Secundário, de conteúdos até então destinados ao Ensino Superior, a chamada Matemática Moderna. Uma característica marcante

[1] O ensino primário como referido neste texto era um nível de ensino que equivale, atualmente, às cinco primeiras séries do ensino fundamental.

desse Movimento era a preocupação em trabalhar os conteúdos matemáticos centrados nas grandes estruturas, pensadas, naquela época, como base de toda a Matemática conhecida. (MATOS, VALENTE, 2010).

Nesse contexto, considerava-se que as mudanças curriculares propostas pelo MMM constituíam-se em via de acesso privilegiada para o pensamento científico e tecnológico, de modo que o ensino da Matemática enfatizou a unidade matemática e a preocupação com o rigor, com a linguagem e com o uso da simbologia matemática, passando a incluir a Teoria dos Conjuntos em seu programa (GUIMARÃES, 2007).

Consequentemente, novas concepções de pedagogia emergiram, com vistas à aprendizagem e o desenvolvimento cognitivo do aluno e atenta aos aspectos de uma formação científica e técnica como exigia o contexto educacional vigente. Jogos pedagógicos e materiais concretos, utilizados como motivadores na introdução de novos conteúdos ou para fixação da aprendizagem de um conceito matemático (MIORIM; FIORENTINI, 1993).

Destacou-se nesse período, a concepção cognitivista, uma pedagogia de inspiração experimental, fundamentada nas contribuições da biologia e da psicologia e reconhecida pela preocupação em estudar a aprendizagem cientificamente, como um produto da interação do homem, ambiente e fatores externos, atentando ao "processo da percepção e compreensão, transformação, armazenamento e uso da informação na cognição, resolução de problemas e tomada de decisões (processos mentais superiores = processos cognitivos)" (MISUKAMI, 1986). A fundamentação teórica de autores de livros didáticos e de manuais pedagógicos encontrava-se, em grande medida, atrelada à epistemologia genética de Jean Piaget, cujas ideias ofereceram relevante contribuição para a educação, especificamente ao ensino da matemática daquela época (DUARTE, at. al, 2011).

Piaget, em seu artigo intitulado "*Les structures mathématiques et les structures opératoires de l´intelligence*", inserido no trabalho conjunto com os matemáticos Caleb Gattegno, Jean Dieudonné, Gustave Choquet, André Lichnerowicz publicado na obra "*L'Enseignement des mathématiques*", de 1955, discutiu sobre como as estruturas matemáticas fundamentais consideradas pelos matemáticos, correspondem às estruturas elementares da inteligência:

> *"Se o edifício matemático repousa sobre estruturas, que correspondem além do mais às estruturas da inteligência é, então, sobre a organização progressiva dessas estruturas operatórias que é preciso estar baseada a didática matemática"* [Grifo do autor] (Piaget et al., apud Valente, 2008).

Nessa perspectiva, a Organização Europeia de Cooperação Econômica (OECE) realizou um inquérito promovido pelos países membros, sobre a situação do Ensino da Matemática, cujos resultados culminaram na realização do Seminário de Royaumont, na França, no ano de 1959. As propostas discutidas nesse seminário foram influenciadas pelas ideias estruturalistas então dominantes, especialmente no que se refere à Matemática e à Psicologia, ocorrendo a apropriação dos trabalhos de Jean Piaget (GUIMARÃES, 2007). A partir das conclusões desse Seminário elaborou-se uma especificação sobre a reforma do ensino da Matemática pela OECE, recomendando-se a introdução da Teoria dos Conjuntos em situações concretas e familiares aos alunos, entendendo-se que a observação e a experiência como essenciais para o desenvolvimento da abstração matemática. Para o Ensino Primário, recomendou-se a inserção de metodologias que enfatizassem a compreensão, o rigor, a intuição, a aprendizagem por descoberta e a utilização de materiais concretos. (MOON, 1996).

Um dos materiais utilizados como apoio didático-pedagógico no ensino da Matemática Moderna foi o material Cuisenaire, elaborado pelo professor belga Georges Cuisenaire Hotellet. Como Diretor de Ensino da cidade de Thuin, Bélgica, em 1953, propôs um ensino da Matemática fundamentado essencialmente na evolução psicológica da criança por meio de procedimentos com o material Cuisenaire. Em sua obra, intitulada "*Les nombres en couleurs*", de 1952, manifestou-se sobre o uso do referido método: "... acreditamos ter resolvido o problema, apresentando um procedimento novo, atraente, extremamente simples e experimentado científica e pedagogicamente" (CUISENAIRE, *apud* PEREIRA, 1961, p.26).

Conhecido sob diversas denominações tais como, "números em cor de Cuisenaire", "Escala Cuisenaire", "Barras de Cuisenaire" ou "Réguas de Cor", esse material é constituído barras de madeira, coloridas e de diferentes tamanhos, sendo que cada dessas barras está associada a uma cor diferente e representa um número. No dizer de Pereira, é formado "por prismas de bases quadrangulares cuja secção é um centímetro quadrado" (1961, p. 34).

O método e material Cuisenaire foram divulgados pelo professor egípcio Caleb Gattegno (1911-1988), do Instituto de Educação da Universidade de Londres. Para Gattegno, esse método constituía-se em solução eficaz para a aprendizagem da Aritmética:

> *"Os mestres acharão, no material Cuisenaire, um meio radical de renovar o ensino, mantido em sua aridez durante séculos, por causa do predomínio da unidade e, da ausência de uma verdadeira comunicação com o espírito investigador da criança, muito mais próximo de nossas concepções matemáticas modernas, em parte qualitativas"* (GATTEGNO *apud* PEREIRA, 1961, p. 26).

Ainda a respeito do método e material Cuisenaire, cumpre esclarecer estes já eram adotados pelos professores, particularmente os do Ensino Primário, mesmo antes do MMM. Entretanto, durante o Movimento, os adeptos das ideias reformistas utilizaram esse material apoiando-se numa concepção estruturalista da matemática.

Durante o MMM, os manuais pedagógicos constituíram-se em um apoio para os professores primários para ministrarem aulas de Matemática Moderna. Para Chartier (1990), os textos de pedagogia, didática, metodologia e prática de ensino, elaborados em determinado espaço, buscam exercer a instrução e o controle do trabalho pedagógico, uma vez que produzem modelos que circulam no campo educacional. Nesse sentido, o estudo desses materiais pode auxiliar na compreensão das apropriações[2] que os autores, professores e educadores, fizeram dos saberes pedagógicos.

Reconhecendo, em conformidade com Choppin (2000), que os manuais pedagógicos são objetos complexos que trazem traços característicos e a evolução histórica de uma disciplina, elegeu-se, como subsídio para este estudo, o manual pedagógico intitulado "*Matemática dinâmica com números em cores*", de autoria de Waldecyr de Araújo Pereira e publicado no Brasil em 1961. Trata-se de uma obra do início do período de vigência do MMM, que enfatiza tanto a abordagem cognitivista como o uso do material Cuisenaire.

Como produtos de uma cultura escolar em uma determinada época ou contexto social, os manuais transmitem aos seus leitores um conjunto de saberes que lhes permitem apreender os conhecimentos exigidos pela legislação em vigência e exercer a missão de professores primários. Considerou-se que as informações veiculadas nesses manuais constituem-se em uma importante fonte para verificar como o ensino de matemática era realizado nas escolas primárias. Assim, buscou-se identificar como as propostas do MMM foram apropriadas por Waldecyr Pereira (1961), em especial, como se processaram as práticas que buscaram assegurar a transmissão das propostas do MMM por meio do uso do Método Cuisenaire.

SOBRE WALDECYR DE ARAÚJO PEREIRA

Waldecyr de Araújo Pereira foi professor de Didática Especial de Matemática da Universidade Católica de Pernambuco, no período de 1957 e 1958. Em 1959, a convite da embaixada da França (Direction

---

[2] O conceito de apropriação utilizado neste texto é proposto por Chartier (1991), o qual visa uma história social dos usos e das interpretações, referidas as suas determinações fundamentais e inscritas nas práticas específicas que as produzem (p.180).

Générale des Affaires Culturelles e Techniques), estagiou no Centre International d'Êtudes Pédagogiques de Sèvres. No mesmo ano, e a convite do Ministério de Instrução Pública da Bélgica, estagiou em Bruxelas.

Participou, apresentando trabalhos, dos seguintes encontros de educadores: no Recife, em 1958, do Seminário de Escola Primária, uma iniciativa do Instituto de Pesquisas Pedagógicas; do Primeiro Simpósio do Ensino Normal do Estado do Pernambuco, em 1958; do III Congresso Brasileiro do Ensino de Matemática, no Rio de Janeiro, em 1959, ocasião em que tratou do uso do material Cuisenaire; do IV Congresso Nacional de Professores Primários, em 1960, no Recife, quando organizou uma exposição de Matemática; I Exposição de Ensino da Matemática, no Recife, ainda em 1960.

Ministrou os seguintes cursos: de Aperfeiçoamento de Diretoras, a convite do Departamento Técnico de Educação Primária do Recife, em 1959; de Aperfeiçoamento de Professores de Matemática do Curso Secundário, no Recife, em 1960, promovido pela Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário (CADES); Intensivo de Aperfeiçoamento de Professorandas, a convite do a convite do Centro Regional de Pesquisas Educacionais do Recife, em 1960; Intensivo de Aperfeiçoamento do Magistério Primário de Pernambuco a convite do Centro Regional de Pesquisas Educacionais de Pernambuco, em 1961; Intensivo de Aperfeiçoamento do Magistério Primário de Pernambuco a convite do Serviço Social da Indústria (SESI), em 1961; de Didática Especial da Matemática para os professores do Estado da Guanabara, em 1961. E ainda, cursos de Conteúdo e Didática Especial de Matemática do Ensino Secundário, a convite da CADES, em 1961.

Waldecyr Pereira publicou duas obras, a saber: "*Curso Moderno de Matemática*", em dois volumes, com conteúdos de Aritmética e Noções de Geometria, em 1960 e "Resolução de Problemas de Matemática".

As informações sobre as atividades acadêmicas do professor Waldecyr Pereira foram extraídas da contra-capa da obra "*Matemática dinâmica com números em cores*". Por essa razão não foi possível identificar o ano de publicação da obra sobre resolução de problemas. No entanto, pode-se verificar a intensa atuação desse professor no início do MMM no Brasil. Destaque-se que a obra denominada "*Curso Moderno de Matemática*" é de 1960, antes mesmo do professor Osvaldo Sangiorgi promover o Curso para professores de Matemática, que contou com a vinda do professor norte-americano George Springer, em 1961 e da publicação de seu livro didático, em 1963, "Matemática – Curso Moderno", de estrondoso sucesso editorial (VALENTE, 2008).

Nota-se, pelas atividades realizadas por Pereira, uma significativa participação em cursos de formação de professores, o que denota compromisso e preocupação com a educação matemática nos mais diversos níveis escolares.

O MANUAL PEDAGÓGICO "*MATEMÁTICA DINÂMICA COM NÚMEROS EM CORES*"

Trata-se de obra de autoria de Waldecyr C. de Araújo Pereira, destinada aos professores dos cursos primário, secundário, comercial e industrial, conforme encontra-se explicitado em sua capa, colorida em cores vermelho, preto, azul, branco e amarelo. Trata-se de livro composto e impresso nas oficinas gráficas do Jornal do Commércio S/A, em 1961, sendo publicado sob a responsabilidade do Curso Araújo de Matemática, situado em Recife.

Manuais pedagógicos da época testemunham esse novo entendimento. Surgem novos métodos para o ensino da Matemática escolar. No Brasil, as ideias de Piaget, por exemplo, serviram de apoio para Waldecyr de Araújo Pereira publicar saa "*Matemática dinâmica com números em cores*", quando propõe um ensino da Matemática por meio da utilização do método desenvolvido pelo educador Georges Cuisenaire

Hotellet, (1891-1980)[3]. Para esse autor, o professor deve fundamentar seu trabalho nas reflexões psicopedagógicas levando em conta a natureza operatória do pensamento matemático e o estudo dos números em cores possibilitaria uma direção de aprendizagem dinâmica, que favoreceria o aprendizado, permitindo à criança adquirir uma vivências numéricas estruturais (PEREIRA, 1961).

O prefácio, de autoria de Lourival Vilanova, então Secretário de Estado dos Negócios de Educação e Cultura do estado de Pernambuco, adianta aos leitores que a obra é de proposta metodológica, não se preocupando o autor em "quanto se vai ensinar, mas do como ensinar" (apud PEREIRA, 1961, p. 10). Defende, do mesmo modo que o autor a utilização da Teoria dos Conjuntos na linguagem matemática, bem como as estruturas matemáticas:

> *"Relações, conjuntos, números, modos lógicos operatórios são, enfim, processos de manipular o mundo [...] Porque então não se inserir a Matemática nesse derredor vivido da criança ao invés de trazê-la de outro universo, que não o universo da experiência intuitiva? Tomando-se em conta a criança e seu mundo, o ensino de ciência matemática converter-se-á em componente da experiência, que é, sempre, relação sujeito-mundo circundante. Já Piaget mostra como as estruturas operacionais no campo formal – lógico e matemático – tem suas correspondências em formas fundamentais de operações psicológicas"* (VILANOVA, apud PEREIRA, 1961, p. 11).

Em seguida, numa sessão intitulada "algumas palavras" o autor expressa sua gratidão ao professor Manoel Jairo Bezerra, por estimulá-lo a elaborar a referida obra, condensando as ideias fundamentais da utilização do material Cuisenaire.

De finalidade metodológica, o autor empreende um trabalho que procura levar em conta a criança e seu contexto. Para tanto, na introdução, sob o título "*Crítica ao ensino da matemática. Evolução da didática da matemática*" estabelece um paralelo entre a matemática

[3] O material Cuisenaire é constituído por primas de bases quadrangulares de variadas cores, cada uma delas representando um determinado comprimento.

tradicional que, segundo o autor, centrava todo seu esforço em adestrar as crianças no mecanismo das quatro operações, convertendo-se na fixação de fórmulas matemáticas sem significado para os alunos; e o ensino moderno, que leva em conta o profundo conhecimento "do sujeito discente, de sua psicologia e da evolução de suas faculdades" (Pereira, 1961, p.19).

Enquanto que a didática clássica centrava-se no mestre e na ação de ensinar, a didática moderna entende que não basta somente conhecer o objeto de aprendizagem, necessitando, ainda, o conhecimento do aluno. É, portanto, fundamental a contribuição da Psicologia da criança à Pedagogia moderna, levando-se em consideração os trabalhos de Jean Piaget, Beth, Dieudonné, Lichenerowicz, Choquet, Caleb Gattegno, Puig Adam, dentre outros, advoga Pereira (1961).

Relativamente a Jean Piaget, o autor comenta que se tratava de um especialista em investigações na genética do conhecimento infantil, em especial, estudou as relações entre as estruturas operatórias da inteligência e as estruturas matemática, concluindo que "as estruturas da inteligência manifestam, desde sua origem, os três grandes tipos de organização que correspondem aos que na criação matemática dão lugar às estruturas algébricas, às estruturas de ordem e às estruturas topológicas" (1961, p.23).

Na escola tradicional, exemplifica Pereira (1961), a tabuada de multiplicar era aprendida como uma coleção de hábitos. Já na didática atual, deve ser aprendida como um grupo de operações, estabelecendo múltiplas relações entre as diversas operações:

"5 X 8 = (8 X 10) : 2 = 6 X 8 – 8 = 6 X 6 + 2 X 2 = 10 + 10 + 10 + 10 = 4 X 10". Dessa forma, a tabuada de multiplicar torna-se para o aluno um sistema no qual poderá deduzir uma operação da outra, podendo obter o mesmo resultado de diversos modos, conformando-se assim numa atividade aritmética livre e segura, por meio da coerência do conjunto e mobilidade das partes (p. 15).

Destaque-se que, das 118 páginas do livro, cerca de dois terços delas são dedicados ao uso do material Cuisenaire no Ensino Primário. Pereira acreditava que o método Cuisenaire favoreceria o aprendizado, permitindo à criança adquirir vivências numéricas estruturais. Assim, dedica-se à explicitação minuciosa do material Cuisenaire. Num subcapítulo intitulado "*Considerações sobre as razões que recomendam o uso dos números em cores*", o autor destaca que sua utilização seria recomendado por diversas razões.

A primeira delas dizia respeito à constatação de que Cuisenaire não assinalou as unidades que integram cada barra, colorindo de uma mesma cor todas as barras de mesmo comprimento e variando as cores de um número para o outro. Esse procedimento tinha como vantagem associar, a cada número, o binômio "cor-comprimento". Dessa forma, a vista e o tato intervinham conjuntamente para o reconhecimento do número, permitindo à criança "materializar o campo numérico e desenvolver nele uma dinâmica aritmética, que está de acordo com as estruturas da Matemática moderna" (PEREIRA, 1961, p. 37).

Outra constatação diz respeito à possibilidade de autocorreção do material Cuisenaire. Permite à criança construir seus esquemas, "desfazê-los, refazê-los, imagina-los, reimaginá-los, concebe-los diferentemente, resultando um grande dinamismo, que vai possibilitar as tomadas de consciência e o desenvolvimento dos operadores da inteligência" (PEREIRA, 1961, p. 27).

Pereira destacou também que o material possibilitava à criança extrair relações da experiência e considerá-las, desde o início da aprendizagem, dar uma base real ao pensamento racional. Observou, igualmente, que é necessário algum tempo para que o professor se familiarizasse com as múltiplas possibilidades do material e poder perceber as diversas relações que podem ser deduzidas. Além disso, somente após a familiarização com o material é que se deve trabalhar com os alunos. Deve-se observar as crianças trabalhando em grupos e auxiliá-las a perceberem as relações matemáticas durante as atividades.

Desse modo, o professor encontrará o dinamismo "que vai dar nascimento às estruturas mentais, ditas aritméticas" (PEREIRA, 1961, p. 38).

Justificou sua escolha metodológica, defendendo que, por meio do uso dos números em cores no primário, a criança poderia reconhecer três estruturas fundamentais da matemática moderna. Sobre as relações de equivalência, sugeriu um exercício onde a criança, de olhos fechados, tomaria uma barra e procuraria outra igual, por comparação de comprimentos, em várias tentativas. Dessa forma, ficava estabelecida a primeira equivalência: barras de mesma cor, têm o mesmo comprimento e vice-versa. Do mesmo modo, barras de cores diferentes têm comprimentos diferentes e vice-versa.

Quanto às relações de ordem, Pereira (1961) comentou que, ao tomar duas barras quaisquer, a e b, a criança poderia dizer se a é igual a b, ou é diferente de b. Igualmente, perceberia que se a é menor do que b ou se a é maior do que b. Essa constatação, segundo o autor, forneceria à criança o conceito de desigualdade. Além disso, essa comparação tornar-se-ia mais estruturada, quando a criança, ao combinar pares de desigualdades, formasse um conjunto transitivo de proposições: $a < b$ e $b < c$, resulta $a < c$. Atividades envolvendo a comparação entre barras permitiriam à criança perceber que o conjunto de barras que compõe o material é ordenado, bem como todo seu subconjunto.

Para Pereira (1961), as relações algébricas eram resultantes da introdução de uma ou mais operações com as barras. A criança poderia produzir uma variedade de esquemas coloridos fazendo combinações com as barras. Assim, quando a criança "... toma consciência de que duas barras colocadas ponta a ponta (em linha), substituem quanto ao comprimento uma outra barra, duas outras ou várias, ela introduz explicitamente uma álgebra sobre o conjunto" (1961, p. 42). Para tanto, toma como exemplo a barra Azul, equivalente ao 9 e, tomando-se uma barra Branca, equivalente ao 1 e uma barra Marrom, equivalente ao 8, tem-se 1 + 8. Sobrepondo as barras branca e marrom sobre a azul, observa-se que juntas, têm o mesmo tamanho que a azul. Isso permitiria à criança compreender a operação adição, levando-a, também, a estabelecer as propriedades comutativa e associativa da adição.

Com comentários e exemplos, o autor vai explicando as outras operações, finalizando com a seguinte afirmação: "A criança pode atingir todas estas estruturas que, recombinadas, fornecerão estruturas mais especiais, ricas e fecundas" (1961, p. 43).

Nas páginas seguintes, Pereira abordou sobre várias atividades que poderiam ser realizadas pelos professores no Ensino Primário além de outras dedicadas aos outros níveis de ensino.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo, procurou-se verificar como as recomendações do Movimento da Matemática Moderna (MMM) foram divulgadas em um manual pedagógico produzido para o Ensino Primário, se apropriou das propostas recomendadas pelo MMM. Especificamente, procurou-se conhecer as concepções sobre o método e uso do material Cuisenaire expressas no referido manual.

A leitura do manual pedagógico de autoria de Pereira (1961) mostra a preocupação do autor com os métodos de ensino da Matemática, afirmando a possibilidade do uso de novos métodos, em especial o de Cuisenaire. Atribuindo críticas ao ensino baseado na memorização de fórmulas e centrado no professor, apresentou discussões centradas em processos intuitivos, práticos e com significado para o aluno. O autor enfatizou características da tendência cognitivista que se processava durante o MMM, dando destaque para a teoria psicogenética de Jean Piaget, que deveria fundamentar a estruturação dos conteúdos matemáticos.

Ainda, dentre as razões que justificavam o uso dos números em cores no primário, a obra elaborada por Pereira (1961) destacou aquelas referentes ao fato de que a criança poderia reconhecer três estruturas fundamentais da matemática moderna.

Observou-se, ainda que, em 1961, embora a Matemática Moderna ainda não estivesse contemplada nos programas para o Ensino Primário brasileiro, o professor Pereira já manifestava favorável à inserção da Matemática Moderna nesse nível de ensino.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CHARTIER, A.M. Escola, culturas e saberes. In: XAVIER, L.N. et al. *Escola, culturas e saberes*. Rio de Janeiro: FGV, 2005. p. 9-28.

CHARTIER, R. *A história cultural*: entre práticas e representações. Lisboa: DIFEL, 1991.

CHARTIER, R. O mundo como representação. *Estudos Avançados*. *11*, n. 5, São Paulo, 1991, p. 173-191.

CHOPPIN, A. Pasado y presente de los manuales escolares, traduzido por Mirian Soto Lucas. In : *La cultura escolar de Europa* : t*endências históricas emergentes*. Madri : Editorial Biblioteca Nueva, S.L, 2000.

DUARTE et.al. A matemática moderna para crianças. In: OLIVEIRA, M.C.A. de; LEME DA SILVA, M.C.; VALENTE, W.R. *O movimento da matemática moderna*: história de uma revolução curricular. Juiz de Fora: UFJF, 2011.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M.A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática. *Boletim SBEM-SP*. Ano 4, n.7, 1993. Disponível em www.matematicahoje.com.br. Acesso em 25 outubro de 2010.

GUIMARÃES, H.M. Por uma matemática nova nas escolas secundárias: perspectivas e orientações curriculares da matemática moderna. *A matemática moderna nas escolas do Brasil e de Portugal*: primeiros estudos. São Paulo: Zapt Editora, 2007.

JULIA, D. (2001, janeiro-junho). A cultura escolar como objeto histórico. *Revista Brasileira de História da Educação.* Campinas, SP: SBHE/Editora Autores Associados. n. 1.

MATOS, J.M.; VALENTE, W.R. (Eds.) *A reforma da matemática moderna em contextos ibero-americanos*. Caparica: UIED, 2010.

MIZUKAMI, M.G.N. *Ensino: as abordagens do processo*. São Paulo: EPU, 1986.

MOON, B. *The "New Maths" curriculum controversy*. An international story. London: The Falmer Press, 1996.

PEREIRA, W.C.A. *Matemática dinâmica com números em cores.* Recife: Jornal do Commercio, 1961.

VALENTE, W.R. Osvaldo Sangiorgi e o movimento da matemática moderna no Brasil. *Revista Diálogo Educacional.* Curitiba: PUC/PR., v. 8, n. 25, p. 583-613, set./dez. 2008.

EM BRANCO

CONCEPÇÕES DE PROFESSORES SOBRE A INSERÇÃO DA HISTÓRIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA: POTENCIALIDADES E LIMITES

JOSINALVA ESTACIO MENEZES

Departamento de Matemática
Universidade de Brasília – UnB
Brasília, DF

jomene@bol.com.br

Resumo: A inserção das tendências pedagógicas na prática dos professores em ensino de matemática hoje é apontada como importante, dada sua relevância para a compreensão de como se desenvolveu o conhecimento, buscando sempre qualificar o ensino, apoiada em uma perspectiva da educação questionadora e consequentemente transformadora. Interesse especial concerne à história, pois conhecer uma ciência prescinde de conhecer a história desta ciência. Isto nos permite compreender as circunstâncias sócio-econômico-culturais que levaram à produção deste ou daquele conhecimento. Surge então, a necessidade de considerar a inserção da história da matemática, no ensino dos diversos níveis de escolaridade como forma de conceber a ciência vinculada com a cultura contemporânea, como também compreender a ciência dentro de uma concepção epistemológica, desvinculada de uma história fragmentada em nomes, datas e anedotas. Nesse sentido, realizamos uma pesquisa visando conhecer as concepções de professores de matemática sobre o valor do uso da história no ensino-aprendizagem. Para isso, selecionamos dez professores dos três níveis do ensino básico com os quais realizamos uma entrevista semi-estruturada para posterior análise. Os resultados mostraram que os professores valorizam a história no processo ensino-aprendizagem, mas consideram que as circunstâncias que envolvem o contexto do seu trabalho contribuem para não efetivarem a inserção desta tendência em sua prática. Em geral, alegam que não tiveram esta experiência em sua formação profissional e não recebem orientação seja na formação continuada, seja no livro didático, o qual pouco insere a história em suas páginas. Avançamos então no encaminhamento de destacar a necessidade de maior envolvimento dos professores com sua atualização referente às tendências pedagógicas, a busca de capacitações e outros mecanismos de formação continuada em Matemática nas escolas públicas do Brasil.

Palavras-chave: Matemática, História, Ensino, Tendências.

CONCEPTIONS OF TEACHERS ABOUT THE INSERT OF THE HISTORY IN THE TEACHING OF THE SCIENCES: POTENTIALITIES AND LIMITS

Abstract: The inclusion of trends in educational practice of teachers in science education today is seen as important, given its relevance for understanding how knowledge is developed, always looking for qualified teaching, supported by a questioning view of education and thus transforming. Special interest concerning the history, because it lacks a science know about the history of science. This allows us to understand the circumstances socio-economic and cultural production that led to this or that knowledge. Then comes the need to consider the inclusion of the history of science, teaching various levels of schooling as a way of conceiving science linked with contemporary culture, but also understand the science within the epistemological, unconnected with a fragmented story in names, dates and anecdotes. Thus, we performed a study aiming to know the concepts of physics and mathematics teachers about the value of using history in teaching and learning. We selected ten teachers from the three levels of basic education with which we performed a semi-structured interview for later analysis. The results showed that teachers appreciate the story in the teaching-learning process, but consider that the circumstances surrounding the context of their work does not contribute to actualize the inclusion of this trend in his practice. In general, they claim that they had this experience in their training and receive no guidance on whether continuing education is the textbook which just inserts the story in its pages. We move then routing to highlight the need for greater involvement of teachers with the update pertaining to educational trends, the search capabilities and other forms of continuing education in mathematics in public schools in Brazil.

Keywords: Mathematics, History, Keyword1, Keyword2.

INTRODUÇÃO

A inserção das tendências pedagógicas na prática dos professores em ensino de matemática hoje é apontada como importante, dada sua relevância para a compreensão de como se desenvolveu o conhecimento, buscando sempre qualificar o ensino, apoiada em uma perspectiva da educação questionadora e consequentemente transformadora.

Interesse especial concerne à história, pois conhecer uma ciência prescinde de conhecer a história desta ciência. Isto nos permite compreender as circunstâncias sócio-econômico-culturais que levaram à produção deste ou daquele conhecimento.

Diversos eventos de âmbito nacional e internacional têm sido promovidos nos últimos anos, visando discutir a necessidade da história nos currículos dos diversos níveis de ensino. A partir disso, consideramos válido inserir a história e filosofia da ciência, no ensino dos diversos níveis de escolaridade como forma de conceber a ciência vinculada com a cultura contemporânea, como também compreender a ciência dentro de uma concepção epistemológica, desvinculada de uma história fragmentada em nomes, datas e anedotas.

Nesse aspecto, pesquisas e reflexões em torno da Educação Matemática pode ser um passo para a vivência de estratégias didáticas atuais, voltadas para a necessidade de uma nova sociedade, que levem em consideração aspectos sociais, econômicos, culturais e mediadas pelo professor como facilitador, viabilizando, assim, a participação ativa do aluno na interação com o conhecimento científico.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a Matemática:

> [...] deve ser compreendida como uma parcela do conhecimento humano essencial para a formação de todos os jovens, que contribui para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional. (BRASIL, 2006, p. 151).

Contudo, surgem algumas propostas para a abordagem Matemática na sala de aula, as tendências em Educação Matemática, tais como *Modelagem Matemática* (estuda a Matemática na realidade), *TICs* (Tecnologias da Informação e Comunicação), *Filosofia da Matemática*, *História da Matemática*, *Etnomatemática* (estuda a Matemática destacando os aspectos culturais ao longo da história da humanidade) e *Jogos*.

As perspectivas de um novo olhar e de uma nova postura na vivência da Matemática na sala de aula ficam evidenciadas em FONSECA, (2007):

> [...] a busca do sentido de ensinar e aprender Matemática remete às questões de significação da Matemática que é ensinada e aprendida. Acreditamos que o sentido se constrói à medida que a rede de significados ganha corpo, substância, profundidade. A busca do sentido do ensinar-e-aprender Matemática será, pois, uma busca de acessar, reconstituir, tornar robustos, mas também flexíveis, os significados da Matemática que ensinada-e-aprendida.(p.75)

A defesa ao uso da História da Matemática no ensino da matemática tem sido objeto de pesquisa em diversos países, inclusive no Brasil. Tal importância para a pesquisa em ensino da matemática, sob vários aspectos, tem sido mostrada com muita frequência na literatura especializada da área (PRADO, 1990; JARDINETTI, 1994; ESTRADA, 1993; FERREIRA, et al, 1992; MIGUEL, 1993; FOSSA, 1995). Para Estrada (1993), o uso da história da matemática tem um papel facilitador ao processo de ensino e aprendizagem da matemática, e aponta quatro estratégias a serem usados: a) através da biografia dos matemáticos; b) desenvolvendo temas usando a história; c) utilizando os termos matemáticos como forma de buscar seus significados e d) estudos de textos do passado.

A falta da base epistemológica no ensino de matemática, bem como a falta de reflexão sob a ótica da história da ciência reflete em: (a) reduzir a história da ciência a nomes, datas e anedotas; (b) a concepções errôneas sobre o método científico e (c) uso de argumentos de autoridade (MARTINS, 2006) que tornam as aulas de matemática menos desafiadoras e, portanto sem nenhum estímulo ao desenvolvimento de um pensamento crítico.

Pesquisadores como os que foram citados, apontam formas de usar a história na prática pedagógica como componente da atividade em sala de aula, fator de motivação, elemento que favorece a redescoberta de solução de problemas, entre outras.

Assim, estes aspectos nos levam a considerar a pertinência de investigar como a história é concebida como elemento de inserção no ensino de matemática atualmente, na concepção de professores do ensino básico.

Aqui cabe destacar Miguel (1993). Para ele, o uso da história da matemática pode ser considerado como recurso pedagógico adicional sob três aspectos: o primeiro diz respeito ao uso da história como forma de repensar e tornar mais rico o processo ensino-aprendizagem. Nesse momento, o autor cita os trabalhos de Alexis Claude Clairaut (1741) na obra Eléments de Geometrie e Emma Castelnuovo no século XX que trabalham nessa perspectiva.

O segundo aspecto a ser explorado no ensino da matemática é o uso da história e a filosofia da matemática e/ou da educação, alertando para o fato de que essa abordagem não será pelo viés do positivismo, ou seja, não há pretensão em reconstruir a história tal como ela aconteceu e sim uma aproximação da história à educação matemática com cunho epistemológico e, por último, o uso da história da matemática como forma de trabalhar os temas específicos da matemática revelando os potenciais culturais, humano e educativo.

Ainda de acordo com Miguel (1993), existem obstáculos à utilização pedagógica da história, dentre elas as recomendações propostas por Lichnerowicz, na necessidade que a história seja feita com o viés contemporâneo e que por outro lado desenvolva o espírito científico nas aulas de matemática como forma de minimizar as defasagens existentes no ensino da matemática nos níveis: fundamental, médio e universitário. Ainda dentro dessa perspectiva, Miguel (1993) *op cit* Grattan-Guinness (1973) aponta como obstáculo a falta de material didático de qualidade relacionado à história da matemática. No entanto, Miguel (1993) alerta que esses obstáculos não podem ser vistos como impedimento para a construção do pensamento histórico mesmo, na escola elementar.

Por fim, percebemos que a história inserida no espaço escolar precisa estar centrada em alguns aspectos, ou seja: motivação, objetivo, método, recreação, dialética desmistificada, libertária e social, condensando esses elementos em uma *matemática social*.

Foi com base nestas idéias que realizamos uma pesquisa empírica buscando verificar a inserção da história na prática de professores.

METODOLOGIA

Realizamos uma pesquisa visando conhecer as concepções de professores de física e matemática sobre o valor do uso da história no ensino-aprendizagem. Para isso, selecionamos dez professores do ensino básico com os quais realizamos uma entrevista semi-estruturada para posterior análise (BARDIN, 1977).

Fizemos assim um estudo exploratório, que visava saber principalmente as concepções desses professores e a inserção de sua prática da história, as potencialidades desta e os aspectos da história efetivamente inseridos na prática desses professores.

As questões contidas na referida entrevista versaram sobre:

- A experiência do professor enquanto estudante com a história em suas aulas;
- O conhecimento que o professor tinha sobre o uso da história no ensino de matemática;
- A inserção da história em sua formação continuada;
- As formas de abordagem da história no livro didático por eles consultado/adotado;
- Suas perspectivas quanto à prática pedagógica com a inserção da história.

Tal roteiro foi ainda elaborado e analisado segundo as orientações da análise de conteúdo, de acordo com Bardin (1977). Dentro destas orientações autor, optamos pela análise de anunciação.

Os professores pertencem à Rede Pública do Ensino Básico e quatro deles são alunos de curso de pós-graduação em Ensino das Ciências. Vale salientar que no âmbito das pesquisas, já existem muitos trabalhos que recomendam metodologias de uso da história no ensino, e isso é discutidos nos cursos *Stricto Sensu*.

No grupo de professores quatro são do sexo feminino e seis do sexo masculino, cujo tempo de serviço varia de um a vinte e oito anos. Consideramos aqui que a inserção da história no curso de formação de professores não tem mais de vinte anos, o que leva à possibilidade de haver professores que não tiveram a história em sua formação docente. Apenas quatro deles participam de eventos de divulgação científica, nos quais o professor tem a oportunidade de conhecer as mais recentes pesquisas no tema.

Passamos a discutir os resultados.

RESULTADOS

Inicialmente, ficou claro para nós que os professores pesquisados não tinham, em sua maioria, (80%) bagagem formativa quanto ao uso da história no ensino. Dois deles relataram ter tido em seu curso de licenciatura em matemática, uma disciplina específica sobre o tema. Um deles destacou:

"*O pouco que ainda sei, aprendi por interesse próprio*" (Prof. 2).

Outro ponto que destacamos são as ideias dos professores sobre o uso da história no ensino.

Quanto ao uso:

"*Sim, para ter um melhor embasamento e seria utilizar transformando tais histórias em histórias contemporâneas e também fazendo um paralelo entre elas.*" (Prof. 4).

"Sim. Por que seria uma forma de promover atividades diferenciadas e integrar a matemática com outras disciplinas, desenvolvendo atividades diversificadas envolvendo a história da matemática incentivando a leitura, reflexão e análise dos conhecimentos matemáticos." (Prof. 7).

"É de grande importância para que entendam os recursos que existiam no passado e comparem com os recursos atuais e poderia ser usada em trabalhos coletivos, como feiras culturais por exemplo." (Prof. 5).

"É de suma importância, pois a Matemática, como ciência, foi concebida pelo pensamento humano e assim, pode ser usado para o desenvolvimento social e estudar sua história nos mostra como o homem se desenvolveu durante as gerações e pode ainda melhorar e muito o seu raciocínio e linguagem." (Prof. 8).

Observamos aqui que os professores cujas falas estão em destaque, apontaram a importância da História, como forma de contribuir para uma aula interativa, e conhecer os fatos passados é importante para sermos mais críticos e conscientes.

Quanto à escolha do livro didático considerando a inserção da história, destacamos apenas um que considera a história:

"Analiso as informações que possa levar o aluno a compreender a matemática evitando a memorização. Enriquecendo as aulas da Matemática e mostrando ao aluno que o conhecimento tem uma história." (Prof. 5)

Também ficou evidenciado para nós que os professores pesquisados ainda não apresentaram nenhuma idéia sobre a real relevância da inserção das tendências para o ensino de matemática na sua prática pedagógica, como também a sua efetiva aplicabilidade no processo ensino-aprendizagem, verificada a partir das seguintes falas,

"no meu tempo não existia ... inclusive é o que digo sempre, o povo entendia muito mais ... do que hoje, sem nenhuma tecnologia, sem nenhum jogo, sem nada..." (Prof. 3)

No entanto, ao verificar se os professores pesquisados utilizam na sua prática pedagógica alguns dos elementos das tendências em educação, que incluem a história, verificamos que apenas um professor pesquisado utiliza um dos elementos, especificamente os jogos.

Inferimos que a utilização de jogos na prática pedagógica desse professor deve-se ao fato da sua vivência acadêmica como integrante de um programa de pesquisa que busca desenvolver atividades que proporcionem uma maior interação no processo de ensino-aprendizagem de forma mais efetiva, buscando a inserção dos conteúdos da matemática à cultura dos pares envolvidos.

Assim, quanto às idéias que fazem do uso da história na prática, destacamos as falas:

"não utilizo, pois o Estado é quem diz o que devemos ensinar..." (Prof. 1)

"a escola não proporciona nenhuma possibilidade de trabalhar em nada, não tem data show, não tem computador [dito de forma enfática], não tem nada, é somente giz e papel" (Prof. 3)

"hoje os livros didáticos já contemplam alguns jogos, algumas coisas da história da matemática..." (Prof. 4)

Ficou evidenciada nas falas dos professores pesquisados, a falta de compreensão no que se refere ao uso da história no ensino, bem como a transferência de responsabilidade a uma prática pedagógica que transcenda o quadro de giz (FERREIRA, et al, 1992). Inferimos que essa atitude seja o caminho mais curto escolhido por alguns professores para justificar o "fracasso" do seu ensino.

Apesar de posicionamentos favoráveis por parte de vários autores ao uso da história no ensino, ainda percebe-se no âmbito dessa pesquisa, certo distanciamento dessa tendência no espaço escolar, ou seja, dos professores pesquisados, ou seja, todos relataram de uma forma ou de outra a não utilização da história na prática pedagógica, justificando que essa abordagem está presente nos livros didáticos, compreendendo que se o estudante tiver interesse, irá buscar nos seus próprios livros.

Por outro lado, há relatos de professores que ao justificarem a ausência da história na sua prática pedagógica, defendem que não tenham visto "uma possibilidade de deixar a história da matemática interessante para os alunos desse nível" [*se referindo ao ensino fundamental*]: "Na verdade não sinto despertar tanto interesse por parte deles" (Prof. 2). Isso contraria a corrente dos que defendem a história no ensino (FOSSA, 1995, JARDINETTI, 1994, MARTINS, 2006, MIGUEL, 1993).

No entanto, ao questionar os reais motivos que os professores pesquisados levaram a não utilizarem a história nas suas aulas, percebemos na centralidade do discurso que a falta de conhecimento conduzirá a estratégias de transferências de competências, atribuições e até mesmo do exercício da prática pedagógica, posicionadas pela passividade do professor diante do novo.

CONCLUSÃO

Os resultados mostraram que os professores valorizam a história no processo ensino-aprendizagem, mas consideram que as circunstâncias que envolvem o contexto do seu trabalho contribuem para não efetivarem a inserção desta tendência em sua prática. Em geral, alegam que não tiveram esta experiência em sua formação profissional, não recebem orientação nem no ponto de vista da formação continuada, nem nas orientações do livro didático para o professor, mesmo que este recurso insira a história em suas páginas, assim não concretizam essa valorização em sua prática.

Avançamos então no encaminhamento de destacar a necessidade de maior envolvimento dos professores com sua atualização referente às tendências pedagógicas, em especial a história, a busca de capacitações e outros mecanismos de formação continuada no ensino das Ciências em geral, e de matemática em particular, nas escolas públicas do Brasil, que têm apontado números preocupantes no que diz respeito ao perfil do aluno ao término de cada ciclo de escolarização.

No espaço dessa pesquisa, verificamos que ainda há muito a avançar no campo das práticas pedagógicas com comprometimento social e científico, visto que ainda o quadro de giz e os livros didáticos ainda permanecem como únicos instrumentos de ensino, comparados analogicamente a *muletas*, ou seja, instrumentos que servem de apoio às deficiências inerentes à sua prática, e que sua ausência tornará inviável a sua locomoção, criando dificuldades e limitações no transito do conhecimento, visto aqui como *analfabetismo científico*.

A falta de bagagem formativa nos tratos de algumas tendências do ensino de matemática investigados nesse espaço, a exemplo do uso da história, ainda é um obstáculo a ser vencido no espaço escolar, uma vez que sua ausência é justificada por professores sob vários aspectos: a) por falta de infra-estrutura das escolas b) por seguir sempre as recomendações impostas pelo Estado; c) por não conseguir associar as novas tendências para o ensino de matemática e d) por já contemplar nos livros didáticos e consequentemente não necessitará de uma abordagem complementar. Nesse último caso, ao se referir ao uso da história na prática pedagógica do professor pesquisado.

Inferimos que essa postura pedagógica focada na transferência de conteúdo elaborado compromete significativamente todo o processo de educação do cidadão inserido em um espaço onde a tecnologia e a informação estão cada vez mais em evidência, com crescimento a taxas elevadas, e exigindo da sociedade uma postura dialética, ética e com comprometimento social quanto às novas demandas sociais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Martins Fontes, 1977.

BRASIL, MEC/SEB/DPEM. **Orientações Curriculares do Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEB, 2006.

ESTRADA, M.F. **A História da Matemática no Ensino de Matemática**. In: Educação e Matemática n° 27, 3° trimestre. Lisboa, 1993.

FERREIRA, E.S. *et. alli.* **O Uso da História da Matemática na Formalização dos Conceitos**. BOLEMA, Especial n. 2, Rio Claro: UNESP, 1992.

FONSECA, M.C.F.R. **Educação Matemática de jovens e adultos**. – 2ª ed. – 3 reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

FOSSA, J.A. A História da Matemática Como Fonte de Atividades Matemáticas. IN: **Anais do I Seminário Nacional História da Matemática**, Recife: UFRPE, 1995.

JARDINETTI, J.R.B. **A função metodológica da história para a elaboração e execução de procedimentos de ensino da matemática**. BOLEMA, Ano 9, n. 10, Rio Claro: UNESP, 1992

MARTINS, R.A. Introdução: A história das ciências e seus usos na educação. In: SILVA, Cibele Celestino. (org). **Estudos de História e Filosofia das Ciências**: subsídios para aplicação no ensino. São Paulo, SP. Ed. Livraria da Física, 2006.

MIGUEL, A. **Três estudos sobre história e educação matemática**. Tese de Doutorado. Campinas: UNICAMP, 1993.

PRADO, E.L.B. **História da Matemática: Um estudo de seus significados em Educação Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1990.

EDITORAS E EDITORES: ELEMENTOS CONSTITUTIVOS NA FORJA DO AUTOR-PERSONAGEM MALBA TAHAN

MOYSÉS GONÇALVES SIQUEIRA FILHO

Departamento de Educação e Ciências Humanas – DECH
Universidade Federal do Espírito Santo – UFES – Campus de São Mateus
Vitória, ES

moysessiqueira@uol.com.br

Resumo: Considera a rede de contatos tecida por Malba Tahan, para sua constituição e permanência no mercado editorial por décadas, advinda do movimento de comercialização e divulgação de seus diversos editores com os quais trabalhou, como também, das estratégias e táticas utilizadas, no interior das práticas culturais, compreendidas à luz de um olhar movediço, dialético da história de um sujeito contestador, crítico, atropelador e, talvez, fragilizado pelas consequências de algumas atitudes que tomara, detectadas em meio às correspondências e aos contratos analisados. Destaca, na turbulência dos acontecimentos político-culturais de algumas décadas, nas quais podemos observar o fortalecimento de algumas editoras e o desaparecimento de outras, a divulgação e publicação de suas obras com Mario Coppetti, por meio de um *Convênio* estabelecido entre ambos; Cassiano Nunes, da Editora Saraiva; Sebastião de Oliveira Hersen, da Editora Conquista; Charles Frank, da Charles Frank Publications Inc.; e, por fim, a Editora Record. As cobranças, sugestões, intenções, colaborações, manifestadas pelos editores os colocavam em uma posição de empreendedores de negócios. A figura do editor, essa que conhecemos na atualidade, mas que foi fixada nos anos 1830 insere-se em um processo de controle que vai da impressão à distribuição da obra, bem como, em uma espécie de profissão de natureza intelectual e comercial que visa buscar textos e encontrar autores. A inclusão de fragmentos ou a íntegra de cartas de pessoas reconhecidas no cenário nacional, na apresentação de obras, foram estratégias muito utilizadas no Brasil, desde o início do século XIX, com o início da impressão em nosso território. Coppetti, Nunes, Hersen e Frank eram bastante conhecedores dos possíveis impactos causados pelas estratégias editoriais.

Palavras-Chave: Malba Tahan. Editoras. Editores. Educação Matemática.

EDITORS AND PUBLISHERS: CONSTITUENTS IN-CHARACTER AUTHOR'S FORGE MALBA TAHAN

Abstract: Consider the network of contacts woven by Malba Tahan, to its constitution and stay in the publishing industry for decades, arising from the movement of marketing and distribution of its various editors with whom he worked, as well as the strategies and tactics used within practices culture, understood in the light of a shaky look, dialectical history of a subject oppositional, critical hit, and perhaps weakened by the consequences of some actions that had taken, found among the correspondence and contracts analyzed. Stresses in the turbulence of political and cultural events of a few decades, in which we see the strengthening of some publishers and the disappearance of others, the disclosure and publication of his works with Mario Coppetti, through an agreement made between them; Cassiano Nunes, of Editora Saraiva, Sebastião de Oliveira Hersen, of Editora Conquista, Charles Frank, the Charles Frank Publications Inc., and, finally, Editora Record. The charges, suggestions, intentions, collaborations, expressed by the editors put in a position of business entrepreneurs. The figure of the editor, that we know today, but that was fixed in the year 1830 is inserted in a control process that will print the distribution of the work, as well as in a kind of profession of intellectual and commercial aims texts and authors seek to find. The inclusion of fragments or full of letters from people recognized on the national stage in the presentation of works, strategies have been widely used in Brazil since the early nineteenth century, with the start of printing in our territory. Coppetti, Nunes, Hersen and Frank were very knowledgeable of the possible impacts of editorial strategies.

Keywords: Malba Tahan. Editors. Publishers. History of Mathematics Education.

1. INTRODUÇÃO

Investigar as práticas cotidianas de um professor de Matemática, com notoriedade nacional, exigiu-me cautela, paciência e tempo em busca de documentos que pudessem desvelar, minimamente, as contexturas que subsidiaram a constituição do autor-personagem Malba Tahan e as contexturas por ele constituídas. Analisar as estratégias e táticas editoriais utilizadas por Mello e Souza; delinear sua atuação como professor-autor de livros didáticos de Matemática e demarcar a produção literária de Malba Tahan foram os objetivos elencados para que eu pudesse caminhar em diferentes lugares com o intuito de, pouco a pouco, angariar detalhes que me permitissem narrar alguns episódios de sua história. Os lugares pelos quais passei, tais como, Núcleo de Documentação e Memória do Colégio Pedro II – NUDOM/RJ; Museu da Imagem e do Som – MIS-RJ; Fundação Biblioteca Nacional – FBN-RJ; Escola Polytécnica/UFRJ; Museu Dom João VI/RJ; Instituto Malba Tahan – IMT/SP. Arquivo Pessoal Euclides Roxo – APER-PUCSP; Núcleo de Pesquisa sobre o Livro e a História Editorial no Brasil –

LIHED/UFF – Niterói/RJ oportunizam-me descobrir algumas facetas de Ali Iezid Izz-Edim Ibn Salim Hank Malba Tahan,

> *[...] famoso escritor árabe, descendente de uma tradicional família mulçumana, nasceu no dia 06 de maio de 1885 na aldeia de Mazalit, nas proximidades da antiga cidade de Meca. Fez os seus primeiros estudos no Cairo e, mais tarde, transportou-se para Constantinopla, onde concluiu oficialmente o seu curso de ciências sociais. Datam dessa época os seus primeiros trabalhos literários que foram publicados em turco, em diversos jornais e revistas. A convite de seu amigo o Emir Abd el Azziz ben Ibrahim, exerceu Malba Tahan, durante vários anos, o cargo de quaimaquam (prefeito) na cidade Árabe de El-Medina, tendo desempenhado as suas funções administrativas com rara inteligência e habilidade. Conseguiu, mais de uma vez, evitar graves incidentes entre os peregrinos e as autoridades locais; e procurou sempre dispensar valiosa e desinteressada proteção aos estrangeiros ilustres que visitavam os lugares sagrados do Islam. Pela morte de seu pai, em 1912, recebeu Malba Tahan uma grande herança; abandonou, então o cargo que exercia em El Medina e iniciou uma longa viagem através de várias partes do mundo. Atravessou a China, o Japão, a Rússia, grande parte da Índia e Europa, observando os costumes e estudando as tradições dos diversos povos. Entre as suas obras mais notáveis, citam-se as seguintes: "Roba-el-Khali", "Al-samir", "Sama-Ullah", "Maktub", "Lendas do Deserto", "Mártires da Armênia" e muitas outras. Foi ferido em combate (julho de 1921), nas proximidades de El Riad, quando lutava pela liberdade de uma pequenina tribo da Arábia Central [...].*

Mello e Souza previu e determinou a criação deste personagem, ou sua mistificação literária, como preferia. O pseudônimo fora composto pelas palavras *Malba*, um pequeno oásis situado na Arábia e *Tahan*, o moleiro que prepara o trigo, sugerida por uma aluna da Escola Normal, Maria Zechsuk Tahan. Posteriormente, tendo em mãos alguns de seus contos, procurou o jornalista Irineu Marinho, diretor do *A Noite*, em meados de 1925. Marinho os leu, atentamente, e os recomendou para publicação em primeira página, precedendo-os de uma biografia apócrifa, de os *CONTOS DAS MIL E UMA NOITES* (ARQUIVO PESSOAL – IMT. Documento sobre a vida e obra de Malba Tahan).

A partir da publicação diária dessas primeiras colaborações, não tardaria o lançamento de seu primeiro livro, *Contos de Malba Tahan*, uma coletânea de vinte e três títulos (TAHAN, 1925). A grande aceitação de sua obra pelo público leitor, não apenas propiciou a inserção de Mello e Souza no mercado editorial, como garantiu que ela fosse bem sucedida. Da primeira edição desta obra, impressa em 18 de novembro de 1925, nas oficinas da Editora Brasileira Lux, localizada na Avenida Gomes Freira, 101 – Rio de Janeiro, foram vendidos em consignação com a Livraria Lealdade, de São Paulo, 548 exemplares, o que lhe rendeu a quantia de 1:644$000 (um conto, seiscentos e quarenta e quatro mil réis) (ARQUIVO PESSOAL – IMT. Recibo de consignação..., 1926).

Conhecedor do mercado editorial daquele período, que valorizava textos de autores estrangeiros, Mello e Souza não titubeou e lançou-se como tradutor da 1ª Edição e Breno Alencar Bianco, cujas inicias [BAB], em persa, significam "porta", como o da 2ª Edição. Não obstante, em 1933, por distração ou provocação, Mello e Souza colocou, em um de seus livros, uma relação das "Obras de Malba Tahan", com informações sobre tradutores. Uma leitora atenta, a poetisa Rosalina Coelho Lisboa, observou que Radiales Kipling - indicado como tradutor da obra "Sama-Ullah, contos orientais" - nunca fizera aquele tipo de trabalho (MUSEU DA IMAGEM E DO SOM – MIS. Depoimento de Malba Tahan, 1973). Restou-lhe terminar com a farsa, mantida por longos oito anos.

A revelação sobre a verdadeira identidade de Malba Tahan chegou a provocar, num primeiro momento, certa hesitação na imprensa. Por exemplo, o *Jornal do Commercio*, de Manaus, outro veículo que divulgava seus contos, chegou a apresentar, em dois dias consecutivos, versões diferentes sobre a identidade do autor da obra recém lançada, *Lendas do Oásis*. No primeiro dia, poderia se ler:

> *Malba Tahan! Quem não conhece, no Brasil, a poderosa phantasia e a graça seductora desse Kalifa das Mil e uma noites, cujas histórias têm o perfume de terras exóticas? [...] Uma linda capa de H. Cavaleiro, onde se ve uma mulher branca ouvindo a confissão de um chefe árabe num oásis, completa o valor do volume que acaba de nos dar Lendas de Oásis [...] (ARQUIVO PESSOAL – IMT. Jornal do Commercio, 28 de setembro de 1933 – Manaus/AM).*

Já no segundo, provavelmente por motivos diversos, dentre os quais alguns de natureza ética e editorial, nenhuma crítica, questionamento ou objeção seria colocado ao nome do verdadeiro autor e à sua mistificação literária, ao contrário, Mello e Souza continuava anônimo, mas bastante elogiado:

> *Malba Tahan não é o oriental que todos pensam. Brasileiro, tem, porém, um carinho immenso por tudo quanto nos vem daquellas terras distantes com o sabor de um pittoresco suprehendente. Os contos, que aos domingos ilustram a edicção desta folha, fallam bem do que é o artista que se esconde sob aquelle pseudonyma. Lendas do Oásis, que a Civilização Brasileira lançou agora, é mais uma obra prima do consagrado escriptor [Júlio César de Mello e Souza] (ARQUIVO PESSOAL – IMT. Jornal do Commercio, 29 de setembro de 1933 - Manaus/AM).*

Mas a força do personagem parece ter sido maior que o desvelamento da mistificação literária se considerarmos as inúmeras publicações, por diversas editoras, advindas *a posteriori*. Será, então, acerca das funções de alguns editores e das intenções de algumas editoras, colaboradores na constituição e para a manutenção de Malba Tahan, que contarei, a partir de agora, breves episódios de sua história.

2. EDITORAS E EDITORES

2.1. Mario Coppeti

Em 1940, Mello e Souza, já reconhecido nacionalmente, apresentou sua despedida à Congregação da Escola Nacional de Belas Artes[1], para poder participar de uma missão governamental de intercâmbio cultural ao Uruguai e à Argentina, na qual seria acompanhado por Luis Nogueira de Paula, professor da mesma instituição.

Em sua despedida, enfatiza *as reais vantagens que advirão para o prestígio da Escola a missão que pelo governo foi a ambos confiada e promete*

[1] Sessão realizada em 06.09.1940 e presidida pelo Professor Augusto Bracet, diretor em exercício (UFRJ – UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO - MUSEU DOM JOÃO VI. *Atas..., 1931 a 1948*).

envidar esforços para dignificar esse Instituto em todas as oportunidades que se depararem, no desempenho dessa honrosa missão (UFRJ/MUSEU DOM JOÃO VI. Atas das Sessões da Congregação da Escola Nacional de Belas Artes – 1931 a 1948 - Livro nº 6159, p. 43 e verso; p. 44).

Muito provavelmente, por meio deste intercâmbio cultural, Mello e Souza conheceu o engenheiro e professor da Universidade de Montevidéu, Mário Coppetti, com o qual firmou um *Convênio* para a publicação do livro *O Homem que Calculava* em Montevidéu ou Buenos Aires.

Mario Coppetti estipulou as cláusulas do referido *Convênio*, as quais foram integralmente aceitas e, consequentemente, assinado por ambos. A partir do *de acordo*, o *Convênio* teria a duração de cinco anos e conferiria a Malba Tahan um duplo papel, isto é, o de autor e "editor", simultaneamente, apesar da Editora Getúlio Costa ser a responsável pela publicação da obra de Coppetti (ARQUIVO PESSOAL - IMT. MARIO COPPETTI. Carta-Convênio, 1940).

No acordo firmado ficou estabelecido que a tradução do livro O *Homem que Calculava* teria uma tiragem de 2000 exemplares, mais 300 para distribuição gratuita, como propaganda. Além disso, foi acordado que Mario Coppetti seria o único tradutor para os países hispano-americanos (América Central e América do Sul). O registro na Biblioteca Nacional do Uruguai ou da Argentina preservaria os direitos autorais de Malba Tahan, que receberia, pelos primeiros 1000 exemplares vendidos, 10% do preço de venda da capa, e o saldo em cotas anuais à medida que os livros fossem sendo vendidos.

Em contrapartida, seria publicada no Brasil a "Tabla de logaritmos" - provavelmente esta tenha sido a tradução feita por Mello e Souza para a "Taboa Coppetti", comprometendo-se em fazer uma intensa divulgação, que lhe renderia 10% de comissão sobre o preço bruto do que fosse vendido.

A insatisfação diante do valor líquido que receberia pela venda de seus livros no Brasil, não foi suficiente para que Coppetti desistisse de publicá-los, aliás, a obra teve uma boa aceitação pelo mercado brasileiro e a 1ª edição se esgotou em poucos meses, fazendo com que Getulio Costa lhe solicitasse a preparação de outros 2000 exemplares de uma segunda edição, no que foi prontamente atendido. Entretanto, as vendas desta edição não aconteceram na proporção esperada, pois apenas 100 exemplares foram vendidos.

Coppetti alegou que a publicação de uma obra similar chamada "Tábuas Completas", de autoria de Júlio César de Mello e Souza, pela Editora Aurora, tenha colaborado para o fracasso da 2ª edição, manifestando, com isto, seu total descontentamento com o descumprimento do *Convênio*, outrora firmado (ARQUIVO PESSOAL - IMT. *Correspondências*. 1940;1941; 1943; 1951).

O livro "El Hombre que Calculaba" foi publicado em Montevidéu, porém não tenho elementos suficientes, baseando-me nas correspondências a que tive acesso, para falar sobre vendagem ou número de edições. O próprio Malba Tahan desconhecia tais informações. Em uma entrevista, concedida ao Museu da Imagem e do Som em 1973, disse: *[...] o* ***editor de Montevidéu*** *nunca me prestou contas. Eu sei lá quantas edições ele tirou...* (MUSEU DA IMAGEM E DO SOM – MIS, 1973 - grifos meus).

A longa tramitação do *Convênio*, estabelecido entre Mello e Souza e Coppetti, denota as atribuições cabíveis e necessárias ao equilíbrio das partes envolvidas; as prerrogativas da confiabilidade mútua; bem como, o cumprimento, ou não, dos acordos assumidos.

2.2. Cassiano Nunes – Editora Saraiva

Em 1948, Cassiano Nunes foi convidado, pelos filhos de Joaquim Inácio da Fonseca Saraiva, o Conselheiro, para ao lado de Mario da Silva Brito, dirigir a Coleção Saraiva (PAIXÃO, 1998), composta por romances de conhecidos autores nacionais e de outros países[2]. Com a intenção de divulgar a 11ª edição, de 1949, da obra *O Homem que Calculava* – publicada, anteriormente, pelas editoras ABC e Getúlio Costa, com uma tiragem de 40.000 exemplares (TAHAN, 1949) e, naquele ano, como o número oito da já referida Coleção, procurou o Sr. Santini e Oláo Rodrigues, respectivamente, gerente e secretário do jornal *A Tribuna de Santos* (SP), bem como, Moacir Correa, seu amigo, da *Folha da Manhã* (SP), em 1950, para propor-lhes a publicação dos contos de Malba Tahan na coluna de passatempo daqueles jornais. Colocava nessa iniciativa seu *desejo de bem servir e de difundir uma obra educativa e agradável* (ARQUIVO PESSOAL – IMT. SARAIVA. *A Tribuna de...*, 1950).

Dentre as obras tidas como de interesse para publicação pelos irmãos Saraiva - Paulino, Jorge e Joaquim – estavam os romances *Amor de Beduíno e O Terceiro Motivo*. A quantia estipulada para o primeiro foi de Cr$ 12.000, contra pronta entrega, em um prazo máximo de dois meses. Na opinião de Cassiano Nunes seria bastante interessante para ambas as partes caso a negociação fosse consolidada. No entanto, ela não chegou a ser concluída (ARQUIVO PESSOAL – IMT. SARAIVA. Correspondências acerca..., 1950).

Lendas do Bom Rabi, com uma tiragem de 40.000 exemplares, foi a obra escolhida para 1951 e, somente, nove anos mais tarde, em 1960, seriam feitos outros dois lançamentos em 1ª edição, o do livro *Antologia da Matemática*, 1º volume e Matemática Recreativa, também 1º volume. No ano seguinte, foram publicadas, em 1ª edição, as obras *Antologia da Matemática* – 2º volume e *Didática da Matemática* - 1º e 2º volumes. Acerca do romance *O Terceiro Motivo*, sua 1ª edição foi publicada,

[2] Os volumes da Coleção Saraiva publicados de julho de 1948 a fevereiro de 1949 foram: 1 – Pedro Calmon, O Rei Cavaleiro; 2 – Léo Vaz, O Professor Jeremias; 3 – Hermano Ribeiro da Silva, Nos Sertões do Araguais; 4 – Paulo Setúbal, Os Irmãos Leme; 5 – Lewis Wallace, Ben –Hur; 6 – Ondina Ferreira, Navio Ancorado; 7 – Dostoievski, Recordações da Casa dos Mortos e 8 – Malba Tahan, O Homem que Calculava (TAHAN, 1949, verso da página de rosto).

apenas, em 1962, juntamente com a 2ª edição do livro *Matemática Divertida e Delirante.*

A Editora Saraiva publicaria de 1964 a 1968 em torno de dezessete títulos em 1ª edição ou em outras edições, no caso de obras já lançadas anteriormente, por ela ou por outras editoras. O último lançamento foi o livro *Numerologia,* em 1971.

2.3. Sebastião de Oliveira Hersen - Editora Conquista

Hersen considerava ser seu *dever organizar bem [os] trabalhos, sistematizá-lo[s], não dissipar quaisquer elementos que [pudessem] servir de instrumento para a construção em que esta[vam] empenhados [...]* (ARQUIVO PESSOAL – IMT. CONQUISTA. Correspondência de..., 1950). Fora um editor cuidadoso e detalhista em suas revisões de português e de matemática, além de analisar e propor edições, traduções, novos títulos, tiragens, oficinas para publicação, direitos autorais. A Editora Conquista começaria timidamente a publicar obras de Malba Tahan, ainda na década de 1940 e ampliaria suas publicações a partir de 1950, ininterruptamente, até 1967. A partir de 1969, até meados da década de 1970, esta editora publicaria apenas a obra *O Homem que Calculava*.

Em 1950, foram lançados sete títulos: em 1ª edição, *Matemática* – série Admissão e *Dicionário Curioso e Recreativo da Matemática* – 3º volume, fascículo 1F; na 13ª edição, *O Homem que Calculava* e nas 6ª edições, os volumes 1, 2 e 3 do *A Sombra do Arco Íris*. Esta última era a obra que Malba Tahan mais gostava por ser, segundo ele, agradável e suave, apesar de ter-lhe dado trabalho para escrevê-la, em função da dificuldade em se ver, de fato, a sombra do arco íris, um fenômeno muito raro (MUSEU DA IMAGEM E DO SOM, 1973).

Na orelha da 11ª edição, do 1º volume, de 1963, do livro *A Sombra do Arco Íris*, o editor coloca um pronunciamento de Monteiro Lobato: *Só Malba Tahan faria obra assim, encarnação que êle é da sabedoria oriental – obra alta, das mais altas, e só necessitada de um país que devidamente a admire; obra que ficará a salvo da vassourada do tempo* (TAHAN, 1963, orelha). Essas palavras, no entanto, correspondem a um trecho de uma correspondência de Monteiro Lobato para Malba Tahan, datada de 14 de janeiro de 1939, na qual Lobato *tece elogiosas referências* à obra *O Homem que Calculava*, publicada em 1949 pela Editora Saraiva:

> *Malba Tahan:*
> *O "Homem que Calculava" já me encantou duas vez (sic) e ocupa lugar de honra entre os livros que conservo. Falta nele um problema – o calculo da soma de engenho necessária para a transformação do deserto da abstração matemática em tão repousante oásis:* **Só Malba Tahan faria obra assim, encarnação que ele é da sabedoria oriental – obra alta, das mais altas, e só necessitada de um país que devidamente a admire; obra que ficara a salvo da vassourada do tempo** *como a melhor expressão do binômio "ciência-imaginação". Que Alá nunca cesse de chover sobre Malba Tahan a luz que reserva para os eleitos (TAHAN, 1949, p. 207).*

Esta inclusão, talvez com a autorização de Malba Tahan, tenha sido uma estratégia encontrada pelos editores para valorizar o autor e sua obra e convencer ao leitor do valor literário daquela produção. A inclusão de fragmentos ou a íntegra de cartas de pessoas reconhecidas no cenário nacional, na apresentação de obras, foi uma estratégia muito utilizada no Brasil, desde o início do século XIX, com o início da impressão em nosso território.

Com a conclusão da revisão das provas do livro *Lendas do Céu e da Terra*[3], Hersen escreveu a Malba Tahan dizendo que havia encontrado cerca de mil erros entre ortografia, troca de letras, constatando que *o pior revisor é justamente o autor* (ARQUIVO PESSOAL – IMT. CONQUISTA. Correspondência de..., 1950).

Em outra oportunidade, sugeriu, em correspondência, as soluções de todos os exercícios propostos no livro *Matemática - série Admissão*, deixando a seu critério a quantidade de páginas que elas ocupariam, por

[3]A 1ª edição deste livro é de 1933 pela Calvino Filho; a 2ª em 1935 pela Borsoi e a 3ª, em 1938, pela ABC. A Editora Getúlio Costa também o publicou, em 1938 e, posteriormente, as 6ª e 8ª edições em 1948. A Conquista lançou, em 1950, a 9ª edição.

isso pediu agilidade no processo, pois pretendia *demonstrar* [a Malba Tahan] *que tipografias não* [lhes faltariam]. *Aliás, a Editora Nacional não possui oficinas..., nem a Civilização, nem a José Olimpio, nem..., chega*[4] (ARQUIVO PESSOAL – IMT. CONQUISTA. Correspondência de..., s.d).

Naquele período, em que várias editoras já haviam publicado seus títulos, agora de posse da Conquista, Hersen era muito detalhista e cuidadoso em seus contratos. Para a *publicação de todos os volumes do [...] Dicionário da Matemática, inclusive dos volumes já lançados*, esclarecia que, em 1940 a Editora Getúlio Costa lançou em 1ª edição o 1º volume, letras A e B; em 1942, o 2º volume, em dois fascículos, no 1º, letra C e no 2º, letras C e D. Em 1943, ainda fazendo parte do 2º volume, os fascículos 3, letras D e E e 4, letras E e F[5]. Naquele ano, 1950, seria, então, publicada a 1ª edição do fascículo 1, letra F, do 3º volume, e no ano seguinte a 1ª edição do fascículo 2, letras F e G, também do 3º volume do livro *Dicionário Curioso e Recreativo da Matemática*, pela Editora Conquista. A tiragem inicial contaria com 3.000 exemplares, para cada edição; 20 exemplares, ofertados gratuitamente, para uso pessoal; um percentual de 10%, sobre o preço de capa, referentes aos direitos autorais (ARQUIVO PESSOAL – IMT. CONQUISTA. Contrato do..., 1950).

Pensando em ampliar as temáticas abordadas pelo autor, bem como ampliar a divulgação de suas obras em outros países, propôs a Malba Tahan que escrevesse um bom trabalho sobre a vida e obra de Omar Khayan, enfatizando a discrição na interpretação da sua filosofia,

[4] Tanto a Editora Nacional quanto a José Olympio não adquiriram oficinas gráficas próprias, para não repetir o mesmo erro de Monteiro Lobato. A José Olympio nunca trabalhou com uma única gráfica, apesar da Bisordi ser responsável, desde os anos de 1960, por boa parte de seu trabalho (HALLEWELL, 2005). A São Paulo Editora fez serviços gráficos exclusivamente para a Nacional até 1973 (PAIXÂO, 1998).

[5] A tiragem desta obra estancou na letra F em função da deficiência de meios tipográficos para os sinais matemáticos.

privilegiando o aspecto romântico da vida do poeta, com a intenção de publicar esse trabalho como prefácio de uma tradução fictícia, feita por um escritor de mérito (ARQUIVO PESSOAL – IMT. CONQUISTA. Correspondência de..., 1950) e intencionou editar as obras *Céu de Alá, Lendas do Deserto, Maktub e Minha Vida Querida* em países de língua hispana.

No caso da proposta de um trabalho sobre Omar Khayan, Hersen recorrera a algo semelhante ao que Chartier (1999, p. 44) chamou de *autorizações tácitas*, isto é, um dispositivo responsável por fazer o leitor acreditar que determinada obra havia sido impressa no estrangeiro e sua distribuição permitida noutro país, prática essa muito utilizada por Malba Tahan, quando emprestara a Breno Alencar Bianco ou a Radiales kipling, por exemplo, a autoria da tradução de algumas de suas obras.

Decorridos alguns anos, a Editora Conquista propôs a Malba Tahan uma pequena alteração de contrato, mantido entre as partes há mais de dez anos: *seus direitos autorais sôbre os livros vendidos aos crediaristas (modalidade nova de vendas entre nós, em pleno desenvolvimento) serão de 10% (dez por cento) sôbre os preços reais das vendas, e não sôbre o preço de capa, que não existe*. Ou seja, os livros vendidos para os crediaristas, a partir de então, seriam apenas costurados, e não mais encapados. Em outras palavras, as encadernações ficariam por conta dos compradores, mas com relação às vendas feitas às livrarias, não haveria modificações contratuais (ARQUIVO PESSOAL – IMT. CONQUISTA. Alteração de contrato..., 1961).

Note-se que as cobranças, sugestões, intenções, colaborações, manifestadas por Hersen, ratificam, nas palavras de Bittencourt (1993, p. 105), que *o editor deixou de ser um técnico ou artista e transformou-se em um empreendedor de negócios*. A Editora Conquista havia publicado catorze títulos[6], até dezembro de 1951, e Hersen se orgulhava dessa *safra*

[6] [1] A Sombra do Arco-Íris - 6ª edição; [2] O Homem que Calculava – 13ª edição; [3] Lendas do Céu e da Terra – 9ª edição; [4] Matemática (Série

excepcional em tão curto prazo (ARQUIVO PESSOAL – IMT. CONQUISTA. Relação..., 1951).

2.4. Charles Frank - Charles Frank Publications, Inc

Embora apresentasse um número expressivo de obras publicadas e com grande prestígio nacional, Malba Tahan não havia, entretanto, conseguido entrar no mercado internacional. Suas únicas experiências com tradução estavam restritas à língua espanhola. Interessado em ampliar a sua inserção nesse mercado, pensou em investir no mercado norte-americano. Para isso, nomeou como seu bastante procurador o engenheiro Hélio Marcial de Faria Pereira, seu genro, para publicar, em inglês, ou editar, como ele achasse mais conveniente, nos Estados Unidos, qualquer um dos livros de sua autoria. Com isso, iniciou-se uma série de negociações com a empresa *Charles Frank Publications, Inc*.

Maktub e *O Homem que Calculava* foram os livros escolhidos para serem publicados nos Estados Unidos, em cujas traduções figuraram, respectivamente, os títulos: *Maktub – The Book of Destiny* e *The Man Who Calculated* (ARQUIVO PESSOAL – IMT. CHARLES FRANK PUBLICATIONS, Inc. Correspondência..., out.1964).

Dora Vasconcelos, responsável pela indicação do editor escolhido para o lançamento dos livros na América, e que sem o auxílio dela, segundo Malba Tahan, a rapidez com que fluíram os negócios estariam comprometidos e suas obras continuariam inéditas nos Estados Unidos, foi informada das primeiras combinações com o editor Charles Frank, as quais foram integralmente aceitas (ARQUIVO

Admissão) – 1ª edição; [5] Dicionário da Matemática – 3º vol/I fasc.; [6] Aventuras do Rei Baribê – 2ª edição; [7] Seleções – 2ª edição; [8] Dicionário da Matemática- 3ª vol/II fasc.; [9] Lendas do deserto – 7ª edição; [10] Céu de Allah, 8ª edição; [11] Minha Vida querida, 8ª edição; [12] Lendas do Povo de Deus – 5ª edição; [13] Maktub – 5ª edição; [14] Paca tatu – 4ª edição. Com relação às obras [6], [7] e [10] não encontrei nenhum registro que localizasse o ano em que foram publicadas.

PESSOAL – IMT. CHARLES FRANK PUBLICATIONS, Inc. Correspondência a..., nov.1964).

Como a tradução de *Maktub* ficara pronta, o editor pretendia, para atender a um pedido de Malba Tahan, incluí-lo em seu *Spring Catalogue* e, por essa razão, lançaria o livro na primavera de 1965. O mesmo aconteceria com a obra *O Homem que Calculava*, caso a tradução fosse entregue em tempo hábil.

Malba Tahan estava de acordo com os termos da carta-proposta e, então, solicitou a Charles Frank que preparasse o contrato definitivo, pois seu procurador estaria, na primeira quinzena de dezembro, em Nova York para assiná-lo (ARQUIVO PESSOAL – IMT. CHARLES FRANK PUBLICATIONS, Inc. Correspondência..., nov. 1964).

O contrato celebrava, entre o "Publisher" e o "Author", catorze artigos com as condições necessárias para que o livro *O Homem que Calculava* fosse publicado pela *Charles Frank Publications, Inc.* (ARQUIVO PESSOAL – IMT. CHARLES FRANK PUBLICATIONS, Inc. Minuta de Contrato..., dez.1964).

Diferentemente da redação de outros contratos assinados por Malba Tahan, neste se explicitava a venda dos direitos autorais do trabalho, do qual o "Publisher" se tornaria o único proprietário nos EUA ou em qualquer outro lugar, exceto no das edições em espanhol e português. O lucro do negócio lhe renderia 10% sobre o total bruto, depois de deduzidas as despesas envolvidas em publicidade e, o "Author" não poderia receber "Royalties" pelos exemplares, distribuídos gratuitamente pelo "Publisher", a críticos, nem pelos cinco exemplares dados a ele. Ao final de cinco anos, caso a publicação e vendas não correspondesse aos interesses do "Publisher", e três meses depois do "Author" ter sido devidamente avisado, em carta registrada, sobre este fato, estariam encerradas todas e quaisquer obrigações estipuladas no referido documento.

É possível encontrar nas obras *A Arte de Ler e Contar Histórias* [3ª edição, 1961] e *O mundo Precisa de ti, Professor* [2ª edição?, 1967], em sua folha de rosto, a informação de que *A Charles Frank Publications, Inc.* publicou o livro *Maktub – The Book of Destiny*. Com relação à obra *O Homem que Calculava*, vários são os autores [LORENZATO, 1995 e 2004; MEIDANI, 1997; OLIVEIRA, 2001; SOUZA, MAGALHÃES e FERNANDES, 2002; FARIA, 2004), que indicam sua tradução para o inglês, entretanto, não evidenciam a editora.

2.5. Editora Record

A década de 80 pareceria promissora. Os vinte anos de dominação militar seriam substituídos pelas novas perspectivas que reascenderiam as esperanças das classes não privilegiadas, entrávamos nos bem-vindos "Tempos da "Abertura" e em meio a maturidade da indústria editorial neles estabelecida, estava inserida a maior editora brasileira do setor não-didático, isto é, a Record, *cujas origens remonta a 1942, embora tenha sido constituída, em sua forma atual, em 1957, e vindo a publicar seu primeiro livro apenas em 1962* (HALLEWELL, 2005, p. 665).

A grandiosidade da Editora Record se mostrava por meio dos números: em 1980 a editora chegou à média de 25 edições de obras de ficção, sendo este segmento responsável por 75% de sua produção. Em agosto de 1983, esse número subiu para 47 edições, distribuídas em vinte títulos novos e 27 reedições. Seis anos mais tarde, ultrapassou a marca dos 2.500 títulos e, somente no ano de 1998, editou 270 livros, entre novos e reeditados, dos quais 54 eram de autores nacionais (HALLEWELL, 2005).

De acordo com Paixão (1998), o mercado editorial brasileiro, embora apresentando oscilações, chegou em 1985 com a produção de mais de 160 milhões de exemplares ao ano.

Depois de estagnada por quatro anos, a Editora Record passou a reeditar, a partir de 1982, alguns títulos de Malba Tahan. Iniciou com a 13ª edição do livro *Mil Histórias Sem Fim I*, presumivelmente, dando continuidade à 12ª edição, lançada pela Conquista em 1963.

Ainda, na década de 80 relançou os títulos: *Lendas do Céu e da Terra* (1985); *Lendas do Povo de Deus* (1985); *Maktub* (1986); *Céu de Alá* (1986); *A Caixa do Futuro* (1987); *O Guia Carajá* (1987); *Os Melhores Contos* (1989). Na década seguinte: *Aventuras do Rei Baribê* (1990); *Matemática Divertida e Curiosa* (1995); *Lendas do Deserto* (1996); *Minha Vida Querida* (1997); *Novas Lendas Orientais* (1997); *Leyendas del Cielo y de la Tierra* (1998); *Meu Anel de Sete Pedras* (1998); *Lendas do Oási* (1999); *Salim, O Mágico* (1999). E por fim, na década de 2000: *O Livro de Aladim* (2001).

As reedições das obras de Malba Tahan foram muito bem aceitas pelo público consumidor, uma vez que, em 1999, por exemplo, vendiam-se, em média, 151 exemplares por dia, perfazendo um montante de 54.360 mil exemplares por ano/comercial. Isto é, vinte e cinco anos depois de sua morte, ocorrida em 1974, seus livros estavam entre os mais vendidos (COSTA, 1999) e, *O Homem que Calculava*, figurava entre eles. Nos anos de 1984 e 2002, saíram, em cada ano, três edições, respectivamente, 29ª, 30ª, 31ª e 58ª, 59ª, 60ª. Em 2006 este livro chegou à 69ª edição.

Atualmente, a Record trabalha com dezenove títulos: *O Homem que Calculava [78ª edição em 2010]; Amor de Beduíno*; *Aventuras do Rei Baribê; A Caixa do Futuro; Céu de Alá; Lendas do Céu e da Terra; Lendas do Deserto; Lendas do Oásis; Lendas do Povo de Deus; O Livro de Aladim; Maktub!; Matemática Divertida e Curiosa*; *Os Melhores Contos; Meu Anel de Sete Pedras*; *Mil Histórias Sem Fim I* e *II*; *Minha Vida Querida*; *Novas Lendas Orientais*; *Salim*, *O Mágico* (EDITORA RECORD. Catálogos on line. ..., 2007)

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A retomada das obras de Malba Tahan, a partir dos anos 80, coincide com um período de acontecimentos bastante importantes na área da Educação Matemática: ocorreram dois Encontros Nacionais de

Educação Matemática - ENEM[7]; criou-se a Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM -; foram implantados núcleos de estudos na USP, UNICAMP, UNESP de Rio Claro/SP, Universidade Santa Úrsula – USU/RJ, cujos focos de pesquisa atinavam para as preocupações e inquietações a respeito do que e do como ensinar Matemática (LOPES, 2000).

Um período em que educadores matemáticos de todo o país, interessados em discutir questões relacionadas ao ensino da Matemática, em um momento de retorno à democracia, buscavam, por meio daqueles encontros e núcleos, alternativas que agregassem, de maneira mais significativa, melhorias no processo ensino-aprendizagem desta disciplina.

Algumas propostas para o ensino da Matemática se destacaram como "tendências" da Educação Matemática, a partir desta década, entre elas, a Etnomatemática, a Resolução de Problemas, a Modelagem Matemática, os Jogos Matemáticos, a História da e na Educação Matemática.

Muitas produções de Malba Tahan apresentam contextos históricos, o lado lúdico e recreativo da Matemática, seja por meio dos enredos criados ou adaptados, seja por meio dos problemas sugeridos, que inseridos em uma perspectiva de investigação, evitam a manipulação imediata de dados e fórmulas e favorecem tanto o desenvolvimento dos

---

[7] I ENEM – 1987 – PUC/ SP; II ENEM – 1988 - Universidade Estadual de Maringá/Maringá-SP. Seguiram-se a eles: III ENEM – 1990 – Universidade Federal do Rio Grande do Norte/Natal-RN; IV ENEM – 1993 – Fundação Universidade Regional de Blumenau/Blumenau-SC; V ENEM – 1995 – Universidade Federal de Sergipe/Aracaju-SE; VI ENEM – 1998 – UNISINOS/São Leopoldo-RS; VII ENEM – 2001 – Universidade Federal do Rio de Janeiro/Fundão-RJ; VIII ENEM – 2004 – Universidade Federal de Pernambuco/Recife-PE; IX ENEM – 2007 – Universidade de Belo Horizonte/Belo Horizonte-MG; X ENEM – Universidade Católica de Salvador/Pituaçu –BA.

processos de pensamento, quanto a formação de capacidades e de competências.

A rede de contatos que Mello e Souza tecera para a constituição e permanência no mercado editorial, por décadas, de seu personagem, advém do movimento de comercialização e divulgação de seus diversos editores com os quais trabalhou, como também, das estratégias e táticas utilizadas, no interior das práticas culturais, compreendidas à luz de um olhar movediço, dialético da história de um sujeito contestador, crítico, atropelador e, talvez, fragilizado pelas consequências de algumas atitudes que tomara, detectadas em meio às correspondências e aos contratos analisados.

Apoiado em Bourdieu, Le Goff (1999, p. 26) afirma que *o indivíduo não existe a não ser numa rede de relações sociais diversificadas, e essa diversidade lhe permite também desenvolver seu jogo*.

Talvez, não tenha sido à toa, a escolha feita por Mello e Souza para seu deleite e deleite de seus leitores, ou seja as histórias árabes. Os contos o manteria vivo, enquanto narrasse. O contista representaria o esforço necessário de todas as noites para conseguir afastar a morte do ciclo de sua existência, como também, o faria viajar por lugares nunca antes visitado, apenas imaginado. Havendo assim, a tentativa de poder conduzir o destino que lhe aprouvesse.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Fontes Primárias

ARQUIVO PESSOAL - IMT. *Recibo de consignação da Livraria Lealdade*. São Paulo: abril de 1926.

Documento sobre a vida e obra de Malba Tahan. Elaborado por MESENTIER, Humberto, s/d.

Jornal do Commercio, 28 de setembro de 1933 – Manaus/AM.

———. 29 de setembro de 1933 - Manaus/AM

MARIO COPPETTI. *Carta-convênio*. 17 de outubro de 1940.

MARIO COPPETTI. *Correspondências*. 08.12.1940; 14.02.1941; 27.03.1941; 28.05.1941; 24.07.1941; 21.08.1941; 11.12.1941; 07.01.1943; 10.10.1951.

SARAIVA. *Correspondências acerca dos livros Amor de Beduíno e O Terceiro Motivo*. 20 de março de 1950.

SARAIVA. *"A Tribuna" de Santos*. 31 de março de 1950.

CONQUISTA. *Contrato do livro Dicionário da Matemática*. 26 de maio de 1950.

CONQUISTA. *Correspondência de Hersen sobre o livro Lendas do Céu e da Terra*. 26 de junho de 1950.

CONQUISTA. *Correspondência de Hersen sobre o livro Matemática – série Admissão*. s.d.

CONQUISTA. *Relação dos livros publicados pela editora*.27 de dezembro de 1951.

CONQUISTA. *Alteração de contrato*. 06 de março de 1961

CHARLES FRANK PUBLICATIONS, Inc. *Correspondência*. 21 de outubro de 1964.

CHARLES FRANK PUBLICATIONS, Inc. *Correspondência a Dora Vasconcelos*. 09 de novembro de 1964.

CHARLES FRANK PUBLICATIONS, Inc. *Correspondência*. 16 de novembro de 1964.

CHARLES FRANK PUBLICATIONS, Inc. *Minuta de Contrato para publicação do livro de "O Homem que Calculava" nos EUA*. 15 de dezembro de 1964.

EDITORA RECORD. Catálogos on line. Disponível em: <www.record.com.br>. Acesso em: 25 abr.2007.

MUSEU DA IMAGEM E DO SOM – MIS. *Depoimento de Malba Tahan.* Rio de Janeiro: 1973

UFRJ - UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO - MUSEU DOM JOÃO VI. *Atas Sessões da Congregação da Escola Nacional de Belas Artes* –1931 a 1948 – Livro n. 6159, p.43 e verso; p. 44.

Fontes Secundárias

BITTENCOURT, C.M.F. *Livro didático e conhecimento histórico*: uma história do saber escolar. USP, 1993. (Tese de Doutorado)

COSTA, C. *Mil e uma Fábulas*: com uma série de lançamentos e reedições de clássicos como Malba ahan, será aberto ao público hoje o primeiro Salão do Livro Para Crianças e Jovens no MAM, *Jornal do Brasil*, 06.11.1999.

CHARTIER, Roger. *A aventura do livro*: do leitor ao navegador. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

FARIA, J.C. *A prática educativa de Júlio César de Mello e Souza Malba Tahan*: um olhar a partir da concepção de interdisciplinaridade de Ivani Fazenda. São Bernardo do Campo, SP: Universidade Metodista, 2004 (Dissertação de Mestrado).

HALLEWELL, L. *O livro no Brasil*: sua história. São Paulo : Edusp, 2.ed., rev. e ampl., 2005.

LOPES, M.L.M.L. In: *Educação Matemática em Revista*. Ano VII, n. 8, jun/2000.

LORENZATO, S. Um (re)encontro com Malba Tahan. In: *Zetetiké*. Uiversidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática, ano 3, n. 4, novembro (1995) – Campinas, SP : UNICAMP – FE – CEMPEM, 1995.

Malba Tahan, um precursor. In: *Educação Matemática em Revista*. Ano XI, n. 16, mai/2004.

MEIDANI, H. *Malba Tahan. Matemática, Literatura e Educação*. São Paulo: USP, 1997 (Dissertação de Mestrado).

OLIVEIRA, C.C. *Do menino "Julinho" a Malba Tahan*: uma viagem pelo Oásis do ensino da Matemática. UNESP, Rio Claro, 2001 (Dissertação de Mestrado).

PAIXÃO, F. *Momentos do livro no Brasil*. São Paulo : Àtica, 1998.

SOUZA, C.N. de; MAGALHÃES G.M.O. de; FERNANDES, I. da M.M. *Malba Tahan: um homem que educava*. UNI-BH, 2002 (Monografia: Especialização em Educação Matemática)

TAHAN, M. *Contos de Malba Tahan*. Rio de Janeiro: Braslux, 1925. [Documento consultado na FUNDAÇÃO BIBLIOTECA NACIONAL – FBN].

———. *O Homem que Calculava*. São Paulo: Saraiva, 1949.

———. A Sombra do Arco-Íris. 1º volume. 11º edição. Rio de Janeiro: Conquista, 1963.

EM BRANCO

USANDO HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E O APLICATIVO WINPLOT PARA ENSINAR LOGARITMOS NO ENSINO MÉDIO

ROSA MARIA MACHADO

Laboratório de Ensino de Matemática
Instituto de Matemática Estatística e Computação Científica – IMECC
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP
Campinas, SP

rmm@unicamp.br

Resumo: Estudos em diversas áreas do ensino de matemática ressaltam a importância de abordagens históricas na estruturação de métodos que favoreçam o processo de ensino e de aprendizagem. Neste trabalho propomos uma abordagem diferenciada relacionada ao conteúdo matemático Logaritmos, associando-o a História da Matemática com o aplicativo gráfico-numérico Winplot. Elaboramos atividades para os alunos compreenderem a evolução do conceito dos Logaritmos sob a forma de apresentação de slides. O desenvolvimento da abordagem sobre os Logaritmos baseou-se em três conceituações: o aritmético, o geométrico e o algébrico-funcional. Segundo relatos dos alunos-participantes do primeiro ano do ensino médio do Colégio Técnico de Limeira-Unicamp, a História da Matemática associada ao aplicativo gráfico-numérico Winplot contribuiu para a visualização e compreensão do conceito de Logaritmos. Os resultados mostraram que a aplicação da sequência didática adotada foi uma estratégia eficiente para atingir os nossos objetivos.

Palavras-chave: Matemática, História, Logaritmos, Winplot.

USING MATHEMATICS HISTORY AND THE APPLICATION WINPLOT TO TEACH LOGARITHMS IN HIGH SCHOOL

Abstract: Studies in several Mathematics areas emphasize the importance of historical approaches in structuring methods which encourage the teaching and learning process. The purpose of this paper is to show a different approach related to the mathematical content Logarithms, associated with the History of Mathematics together with the numerical graphic application, Winplot. We developed activities to the students to understand the concept of logarithms evolution based on slideshow. The Logarithms approach development was based on three concepts: the arithmetic, geometrical and the functional-algebraic. According to students' reports from first year of Technical School in Limeira COTIL-UNICAMP high school, the History of Mathematics associated with the numerical graphic application, Winplot, contributed to the visualization and understanding of the concept of logarithms. The results showed that application of the didactic sequence used was an effective strategy to achieve our goals.

Keywords: Mathematics, History, Logarithms, Winplot.

INTRODUÇÃO

Em geral, os professores de Matemática têm procurado articular diferentes recursos didáticos, elaboram atividades que contribuam no sentido de aguçar o interesse por parte dos alunos nesta disciplina como também estreitar a relação entre a educação e a vida. Há anos tem-se discutido sobre a hipótese de que é possível realizar um ensino de Matemática, com mais motivação na construção (ou reconstrução) dos conceitos elementares. Neste contexto, recomenda-se a elaboração de atividades cognitivas sobre aspectos importantes da realidade em que a Matemática intervém como instrumento de organização do conhecimento.

Concordamos com Cyrino (2003) ao ressaltar que é muito importante reaver os caminhos trilhados pela humanidade na constituição dos objetos matemáticos, analisando criticamente as trajetórias percorridas, as dificuldades encontradas, as alternativas tomadas em vista destas, os erros e acertos.

Cabe aqui ressaltar fragmentos poéticos de Mario Quintana, "o passado não reconhece o seu lugar, está sempre presente!". E por razões menos poética, Adorno (2006) afirma o mesmo ao discutir o que significa elaborar o passado, advertindo que "quando a humanidade se aliena da memória, esgotando-se sem folego na adaptação do existente, nisto reflete-se uma lei objetiva de desenvolvimento" (p.33). É possível que debates em torno do sentido da educação no futuro requeiram o retorno ás questões orgânicas.

Com essas ideias, temos em mente que, conhecer as formas com as quais o ser humano, ao longo de sua história, construiu e se apropriou de conhecimentos e construtos, podem, não somente ampliar o campo de visão da realidade de professores e futuros professores, como contribuir para uma (re)significação do modo como concebem a Matemática.

D'Ambrósio (1999) ressalta que é por meio da História da Matemática que podemos identificar as relações entre conteúdos matemáticos, que "*ao historiador das ciências e tecnologias cabe não apenas o relato dos grandiosos antecedentes e consequências das grandes descobertas científicas e tecnológicas, mas, sobretudo a análise crítica que revelará acertos e distorções nas fases que preparam os elementos essenciais para estas descobertas e para sua expropriação e utilização pelo poder estabelecido* (p.104). Ainda, neste sentido, Miorim e Miguel (2004) elucidam que muitas vezes as discussões ficam no nível da história de determinado conteúdo matemático, sem explorarem as potencialidades pedagógicas deste conteúdo perante o estudo de seu desenvolvimento histórico-epistemológico.

Essa preocupação se fez presente no ano de 1999, na reformulação curricular do Ensino Médio Brasileiro por meio dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio-PCNEM e corrobora a intenção de formar indivíduos conscientes e críticos para o século XXI. Na literatura há poucos trabalhos que discutem o currículo com enfoque histórico-filosofico e suas conseqüências na sala de aula. Para nós é fundamental que os alunos conheçam a evolução histórica do conteúdo a ser estudado, a fim de que se compreenda os limites e possibilidades dos conhecimentos construídos pelos homens que estruturaram aquele conhecimento num determinado momento da história.

Os logaritmos foi o conteúdo matemático escolhido porque constituem um assunto de reflexão e de ensino apaixonante e também faz parte da matriz curricular de Matemática do Ensino Médio. Trata-se de um instrumento útil na resolução de problemas matemáticos e, mesmo, em outros domínios como na Física, Química, Economia etc. Eles são instrumentos de resolução de diversos problemas matemáticos, que puderam ser qualificados como maravilhosos pelos matemáticos, permitindo ainda estabelecer conexões em diferentes domínios da matemática: aritméticos, álgebra, geometria e análise.

Neste trabalho, utilizaremos aspectos da História da Matemática sobre o tema, os quais orientaram na organização das atividades a serem propostas e promoveram a recontextualização de conceitos matemáticos com o auxílio da ferramenta computacional Winplot[1]. O Winplot é um dos aplicativos gráfico-numérico desenvolvido pelo professor Richard Parris, da Philips Exeter Academy-USA. No Brasil, a utilização deste aplicativo Winplot foi facilitada pela tradução para o português pelo Professor Adelmo Ribeiro de Jesus. É interessante ressaltar que este aplicativo gráfico-numérico foi desenvolvido para o ensino de Matemática e contribui na ação pedagógica para que os alunos sejam usuários ativos.

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM AMBIENTES COMPUTACIONAIS

A metodologia da resolução de problemas tem por objetivo favorecer o aluno a adquirir conhecimentos para desenvolver a sua autonomia. Acreditamos que esta metodologia contribua para que eles sejam capazes de utilizar a matemática como instrumento de interpretação, reflexão e de ação. De modo geral, na resolução de problemas, consideram-se dois aspectos: o processo que procura a solução e a solução. Tanto o processo como a solução são componentes essenciais da experiência da resolução de problemas, e um depende do outro.

A ferramenta computacional acrescenta ao ensino uma outra forma de se buscar a solução dos problemas. Os alunos, no ambiente computacional, se expressam de acordo com a exigência do aplicativo

[1] Winplot é um aplicativo freeware desenvolvido para o ensino de Matemática e se encontra disponível para o download no seguinte endereço: http://math.exeter.edu/rparris/peanut/wppr32z.exe.

computacional, elaborando uma descrição formal, precisa, da solução. Desta maneira, pode-se visualizar e verificar suas ideias e conceitos utilizados pela tela do computador. Observamos que, no ambiente computacional, a maioria dos alunos tenta solucionar o problema e não desiste enquanto não solucioná-lo, sem levar em consideração o tempo em que ele está na frente da tela do computador. Ressaltamos que há problemas matemáticos que são difíceis de serem solucionados através dos meios tradicionais de ensino (lápis e papel). Por exemplo, os problemas propostos a serem analisados nesta pesquisa, que exploram a função logarítmica.

Levando-se em conta que a matemática é uma forma de se comunicar, a utilização da ferramenta computacional na metodologia da resolução de problemas de matemática favorece a comunicação. O aluno que não é capaz de comunicar a solução de um problema não o resolveu completamente. A resolução de problemas no ambiente computacional possibilita a comunicação por meio da língua materna e/ou pela linguagem Matemática, na forma oral, escrita ou tomar uma variedade de formas. A avaliação da resolução de problemas em matemática, contudo, deve centrar-se nessa comunicação.

A nossa preocupação com a utilização da ferramenta computacional está centrado em que Postman (1994) afirma: *"O que precisamos para refletir sobre o computador nada tem a ver com sua eficiência como ferramenta de ensino. Precisamos saber de que maneira ele vai alterar nossa concepção de aprendizado"* (p. 28), pois altera as maneiras com que se ensina e se aprende, em particular, a Matemática. É sabido que o uso da ferramenta computacional como ambiente de aprendizagem contribui para o estabelecimento das relações entre as diferentes representações e para o surgimento de ideias que contribuem para formação de conceito. Além do que, favorece a visualização e a generalização, como também possibilita classificar, conjecturar, induzir, analisar, sintetizar, abstrair e formalizar.

Ao se construir um gráfico de uma função com o auxilio da ferramenta computacional, permite-se que o aluno visualize este gráfico como também é auxiliado na compreensão deste objeto. No caso da atividade de traçado de gráficos, o papel do professor muda porque antes de usar a ferramenta computacional, ele se preocupava com a demonstração de como construir um gráfico, no entanto, com o auxílio da ferramenta computacional ele passou a se preocupar com explicações e perguntas sobre o que é que o gráfico está dizendo.

ABORDAGEM DADA AOS LOGARITMOS

Iniciamos os estudos apresentando aos alunos sob a forma de slides, a biografia e as contribuições matemáticas de John Napier e Henry Briggs para a construção do conceito dos logaritmos. Ressalta-se que o termo logaritmo foi inventado por Napier e significa número proporcional. A seguir, faremos um breve relato sobre o método utilizado para que o conteúdo fosse desenvolvido na sala de aula.

Os logaritmos foram apresentados no ano de 1614 com a publicação do trabalho de John Napier (1550-1617) – *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* – (Descrição da maravilhosa tabela logarítmica e explicação de seu emprego, muito fácil e muito rápido). A Navegação, Astronomia e Economia tiveram grandes avanços, nesta época. Havia a necessidade de realizar grandes cálculos, principalmente em multiplicar e dividir números muito pequenos ou muito grandes. Devido a esse problema a Matemática precisou avançar para dar soluções aos problemas. Assim, Napier naquela época, se dispõe a determinar uma maneira para "facilitar" o algoritmo da multiplicação e da divisão, o que consegue por meio da invenção dos logaritmos, contribuindo com o desenvolvimento da Matemática. Entretanto, os seus fundamentos teóricos, até então não organizados, começaram muitos séculos atrás com o objetivo de simplificação de cálculos entre os navegadores, os astrônomos e os mercadores.

Figura 1: Mirifici logarithmorum canonis descriptio (1614).

Historicamente, na construção do conceito de logaritmos diversos caminhos foram trilhados e vários processos experimentados. Um desses caminhos buscou o auxílio da Trigonometria, para se evitar a multiplicação e divisão diretas reduzindo os cálculos para a adição e subtração. Algumas identidades trigonométricas, utilizadas foram:

(I) sen (A+B) = sen A . cos B + sen B . cos A

(II) sen (A-B) = sen A . cos B - sen B . cos A

(III) cos (A-B) = cos A . cos B + sen A. sen B

(IV) cos (A+B) = cos A . cos B - sen A. sen B

De (I) e (II), temos: sen A . cos B = ½. [sen (A+B) + sen (A-B)]. (V)

De (III) e (IV), temos: cos A . cos B = ½. [cos (A+B) + cos (A-B)]. (VI)[2]

Ressaltamos que as identidades (V) e (VI) possuem um produto no primeiro membro e uma soma no segundo membro denominada *prosthaphaeresis*[3]. Por exemplo, se desejarmos realizar o seguinte cálculo:

---

[2] Diversas literaturas atribuem as identidades acima, à Johannes Werner (1468 – 1528) que as utilizou para facilitar cálculos na Astronomia.

[3] União de duas palavras gregas: *prosthesis* (adição) e *apharesis* (subtração).

0,5592 x 0,9744

Com o auxílio das tábuas trigonométricas encontramos que 0,5592 corresponde ao valor do sen34º e 0,9744 ao valor do cos13º.

Assim, utilizaremos a identidade (V), pois ela nos dá o produto entre os valores.

sen a . cos b = ½.[sen (a+b) + sen (a-b)]

sen34º.cos13º=½[sen(34º+13º) +sen(34º-13º)]

sen34º.cos13º =½[sen47º + sen21º]

sen34º.cos13º =½[0,7314 + 0,3584]

sen34º.cos13º =½[1.0898]

Finalmente, teremos: 0,5592 x 0,9744=0,54488448

Entretanto, a aplicação dessas identidades para três ou mais fatores não era muito cômoda. Daí a necessidade de outro processo, para se efetuar multiplicações utilizando a seguinte identidade algébrica:

$$a.b = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

ou ainda,

$$a.\mathrm{b} = \frac{1}{4}[(a+b)^2 - (a-b)^2]$$

e uma tabela que fornecia, à direita de cada número N, o valor de $(N/2)^2$. Por exemplo, para efetuarmos o produto de 0,5592 x 0,9744, teríamos que efetuar a soma e a diferença deles.

$$\left(\frac{0{,}5592 + 0{,}9744}{2}\right)^2 = 0{,}58798224 \quad \text{e} \quad \left(\frac{0{,}5592 - 0{,}9744}{2}\right)^2 = 0{,}04309776$$

Logo,

0,5592 x 0,9744 = 0,58798224 – 0,04309776 = 0,54488448

Contudo, a primeira constatação de que é possível reduzir a multiplicação a uma adição, que é o principio fundamental da tábua de logaritmos, encontramos em Arquimedes (287 a.C- 212 a.C.). Na sua obra "O Arenário" (O contador de areia) ele elucida a criação de um sistema numérico capaz de expressar quantidades grandes como a miríade[4] e a generalização do conceito de potência. Interessante que Arquimedes somente usava seu sistema até 10^{64}.

O procedimento adotado por Arquimedes é trabalhar com duas proporções: a aritmetica e a geométrica, distruibuindo as assim:

P.A. = n	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
P.G. = 2^n	2^{-2}	2^{-1}	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16	32	64

Por exemplo:

1. Para efetuar 4x16, temos na coluna P.G. os valores 4 e 16 que correspondem na coluna P.A. aos números 2 e 4. A soma dos números 2 e 4 é igual ao número 6 que corresponde na coluna da P.G. ao valor 64.
   Logo 4x16=64

2. Para calcular $\frac{32}{4}$, temos que:

$$\frac{32}{4} = 32 \times \frac{1}{4} = 2^5 \times 2^{-2} = 2^3 = 8$$

Entretanto, tais processos, embora cumprindo a função de tornar mais simples os cálculos aritméticos complicados, estiveram sujeitos a diversas críticas e suas imperfeições serviram de impulso para novas buscas. Nesse sentido, no ano de 1544 tem-se a publicação da obra de Michel Stifel (1487-1567), em que ele demonstra que "ao se

[4] Miriáde é uma palavra grega que se utilizava para denotar M=10.000.

multiplicar dois termos quaisquer de uma progressão o produto será o termo cujo expoente é igual á soma dos expoentes dos dois termos iniciais" (propriedade conhecida por Arquimedes):

$$10^m \,.\, 10^n = 10^{m+n}$$

Observação: temos no primeiro membro um produto e, no segundo, uma soma.

Sabe-se que na idade Antiga, Diofanto de Alexandria (~221a.C.– 305a.C.) usou uma notação semelhante para representar números grandes.

A resolução de problemas utilizando essa fórmula requer que se consulte uma tabela que forneça, à direita de cada número **N**, o número **m** tal que $N = 10^m$ (Trotta et alli, 1979).

As ideias constituídas historicamente a respeito dos logaritmos, possibilitou aos alunos solucionarem problemas não-rotineiros, tanto no ambiente computacional, utilizando o Winplot, como no ambiente do lápis e papel. Procurou-se ainda, observar se entenderam o problema e se foram capazes de elaborar um plano de ação, pois de modo geral, a resolução de problemas é um meio para se desenvolver competências tanto de matemática como de comunicação.

A REALIZAÇÃO DA ATIVIDADE

De acordo com os objetivos deste trabalho, as atividades foram delineadas para serem solucionadas com a ferramenta computacional Winplot, proporcionando a interatividade e possibilitando aos alunos condições de explorar os conceitos, como também fazerem uma abordagem "experimental" da matemática, contribuindo para a fundamentação do conteúdo específico (logaritmos), tanto de um ponto de vista aplicado quanto formal.

A preparação das atividades desenvolvidas com os alunos em sala de aula, aconteceu no grupo de estudo SHEM com a participação ativa dos seus membros. Foram levados em consideração os conceitos fundamentais dos Logaritmos e seu desenvolvimento histórico. A atividade elaborada permitiu aos alunos interpretar, seguir caminhos próprios e descobrir que o uso da ferramenta computacional Winplot, favorecia a solução dos problemas através da visualização dos gráficos e da utilização de equações implícitas/explícitas disponíveis como ferramentas neste aplicativo computacional.

Inicialmente, reservamos a sala de aula do Laboratório de Informática do curso de Mecânica do Cotil da Unicamp. As aulas foram ministradas pelo professor em três dias diferentes (02 aulas na segunda-feria, 01 aula na terça-feira e 01 aula na quarta-feira de cinquenta minutos cada uma delas).

No início de cada aula, o professor recordava os conceitos envolvidos na aula anterior. Em seguida, o professor apresentava, não só a solução de alguns problemas propostos, mas também esclarecia as dúvidas surgidas e destacava a utilização dos conceitos envolvidos.

O conteúdo abordado na primeira aula explorou a definição de Logaritmo sob um olhar histórico segundo Napier e Arquimedes, abrangendo visualizações gráficas e as propriedades fundamentais. O objetivo da segunda aula foi conceituar o logaritmo natural a partir de uma análise gráfica que possibilitou comparar e explorar as características do logaritmo natural com o logaritmo decimal, e ainda, foi possível observar graficamente a continuidade dessas funções. E na terceira aula, foi possível visualizar graficamente a função e sua inversa, a sua simetria em relação a uma reta e algumas especificidades delas.

Todas as atividades que foram elaboradas e desenvolvidas com os alunos estão disponíveis no anexo.

Um fato interessante merece aqui ser mencionado. Ao iniciarmos uma aula após os três encontros mencionados acima, a professora apresentou aos alunos um livro muito antigo "Tables portatives de Logarithmes"- de François Callet, datado de 1795. Foi permitido aos alunos manuseá-lo e ficaram admirados por terem diante de si algo raro e ao mesmo tempo possibilitou uma discussão sobre a influência francesa na nossa educação.

CONCLUSÃO

Desenvolveu-se um trabalho diferenciado no ensino dos Logaritmos com o auxílio da História da Matemática e a ferramenta computacional Winplot. A metodologia utilizada – resolução de problemas em ambientes computacionais – foi um dos fatores fundamentais que corroborou para que o trabalho conseguisse atingir seus objetivos. Evidenciou-se também a possibilidade de se trabalhar a resolução de problemas no ensino do Logaritmo. Integrou-se, dessa forma, o uso da língua materna e da linguagem matemática, mostrando que o ambiente computacional pode favorecer a comunicação e organizar o pensamento matemático. E os alunos, para formalizarem os conceitos, precisaram representar, argumentar, comunicar, ou seja, precisaram construir um conhecimento. Por ser acessível e de fácil compreensão, a utilização do aplicativo Winplot favoreceu os alunos quanto à observação, reflexão e análise sobre os erros e acertos na resolução de problemas.

O papel do professor foi fundamental por ser marcado pela parceria, pela indagação, pelo estimulo, deixando sempre um questionamento para que os alunos fossem capazes de buscar informações que precisavam para concluir suas atividades.

De modo geral, a abordagem utilizada proporcionou tanto para o professor, quanto aos alunos a oportunidade de conhecer um software (Winplot), os quais aprenderam a trabalhar com uma ferramenta de apoio, visualizando os conceitos e estimulando a independência, a iniciativa e o questionamento, tudo isto envolvendo a História da Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADORNO, T.W. *Educação e emancipação.* 4a ed. São Paulo : Paz e Terra, 2006.

BARBIN, E. *Histoires de logarithmes,* Paris, Ellipses, 2006.

BOYER, C.B. *História da matemática*. 2. ed., São Paulo: Edgard Blücher, 2002.

CALLET, F. *Tables portatives de Logarithmes: contenant les logarithmes des nombres depuis 1 jusqu'à 108,000 les logarithmes des sinus et des tangentes,* Paris, Imprimeur Du Roi,1795 (Tirage 1879).

EVES, H. *Introdução à história da matemática.* Campinas: Unicamp, 2004.

DIJKSTERHUIS, E.J. *Archimedes.* Princeton: Princeton University Press, 1987.

FERREIRA, E.S. *Logaritmos: sua história.* Notas de aulas sem publicação, Campinas, 2000.

FREIRE, P. *Política e educação.* São Paulo: Cortez. 1998.

———. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à pratica educativa*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1997.

HOGBEN, L. *Maravilhas da matemática.* 2. ed. Porto Alegre: Globo, 1958.

LIMA, E.L. *Logaritmos.* Rio de Janeiro: IMPA/VITAE, 1991.

MACHADO. R.M. *A visualização na resolução de problemas de Cálculo Diferencial e Integral no ambiente computacional MPP.* Tese de Doutorado FE-Unicamp, 2008.

MAOR, E. *e: a história de um número.* 2a ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

MIORIM, M.A. & MIGUEL, A. *Os logaritmos na cultura escolar brasileira.* Natal: SBHMat, 2002.

POSTMAN, N. *TECNOPÓLIO: a rendição da cultura à tecnologia*. São Paulo: Nobel, 1994.

TROTTA, F. JAKUBOVIC, José & IMENES, Luiz Márcio Pereira. *Matemática Aplicada, 1ª. série, 2º. Grau.* São Paulo, Ed. Moderna, 1979.

ANEXOS

Atividades – Logaritmos (**"**LOGOS", razão, e "ARITHMOS", número).

Aula I

1 - Chamando de Nlog o logaritmo definido por Napier, isto é, se, $A = 10^7.(1 - \frac{1}{10^7})^L$ então, $\text{Nlog}\, A = L$ Calcular:

a) Nlog 10^7 = b) $\text{Nlog}10^7(1 - \frac{1}{10^7}) =$

2 - Sendo dada a tabela abaixo:

n	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	1/8	1/4	1/2	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

Calcular: $\frac{256}{8} = 256 \times \frac{1}{8} =$

Para as atividades 3 e 4 deve-se utilizar o programa gráfico "Winplot".

3- Plotar o gráfico da função que passa pelos números acima.

4- Se logN = 0,267 quanto vale N? Ou seja, 10^{267} =?

5- Mostrar as seguintes propriedades do logaritmo:

log(ab)= log a + log b

log (a/b) = log a – log b

log (a^n) = n log a,

sabendo que log a = d significa que 10^d = a.

Aula II

1. Plotar na mesma janela gráfica os seguintes gráficos:
   a) y=ln(x)
   b) y=3.

   Responda:
   (i) Qual a relação entre os gráficos? Comente.
   (ii) A função y=ln(x) é contínua?
   (iii) E o que acontece quando x= 0?
   (iv) E quando x=1?
   (v) Observando o gráfico y=ln(x) e sabendo que ln(e)=1, dê valores aproximados de e.

2. Plotar os gráficos de log (x) e ln (x). Qual a diferença entre os gráficos?

Aula III

1. Plotar na mesma janela gráfica os gráficos de ln(x) e sua inversa e^x. Mostrar que são simétricos em relação à reta y=x.

2. Mostrar pelo gráfico que a função $f(x)=(1+\frac{1}{x})^x$, tem como assíntota a reta y = *e*.

3. a) Porque qualquer número com exponencial zero é igual a 1?
   b) Existe logaritmo de números negativos?

EM BRANCO

COMO CONCRETIZAR A ABSTRATA MATEMÁTICA MODERNA? O ARQUIVO PESSOAL LUCÍLIA BECHARA SANCHEZ, A SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DE SÃO PAULO E A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES NOS ANOS 1970

NARA VILMA LIMA PINHEIRO

Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência
Universidade Federal de São Paulo – UNIFESP
São Paulo, SP

naravlp@yahoo.com.br

Resumo: A segunda metade do século XX, foi marcada por mudanças significativas em um tempo que poder-se-ia caracterizar como a era cognitivista no ensino de matemática na escola básica. Concomitantemente, as descobertas na área da Psicologia da aprendizagem e os estudos do grupo Bourbaki, o ensino de matemática encontrava fortes justificativas para a reforma que ficou conhecida como Movimento da Matemática Moderna-MMM. Tal Movimento tinha por finalidade alterar o modo tradicional de se pensar o ensino de Matemática. Neste contexto, os estudos do educador matemático húgaro Zoltan Dienes foram fundamentais na construção de um novo sentido para o ensino e aprendizagem da matemática nas séries iniciais. Influenciado pelas novas teorias do grupo Bourbaki e pelos estudos de Jean Piaget sobre a aprendizagem infantil, Dienes desenvolveu inúmeras experiências em vários paises, com a colaboração de pesquisadores que trabalhavam sob a égide do International Study Group for Mathematics Learning - ISGML. Este grupo, formado por professores de matemática, psicólogos e psicopedagogos, realizava experimentações sobre alguns assuntos da matemática elementar. Em meados da década de 1970, alguns dos integrantes do ISGML, vieram a São Paulo para divulgar essas experiências. A divulgação ocorreu em forma de um curso intitulado "Metodologia da Pesquisa no Ensino de Matemática", organizado pela Divisão de Assistência Pedagógica-DAP, através da Coordenadoria do Ensino Básico Normal-CEBN. Tratava-se de um curso resultante de uma parceria entre Secretaria da Educação de São Paulo e a Embaixada Francesa. As fontes para esta investigação constam do Arquivo Pessoal Lucília Bechara Sanchez-APBLS. O presente artigo nos permite conhecer em que medida, as orientações pedagógicas defendidas por Dienes foram divulgadas em cursos de formação continuada para professores do ensino primário.

Palavras-chave: chave: Matemática Moderna, Educação Matemática, Formação de professores.

HOW TO ACHIEVE A MODERN ABSTRACT MATHEMATICS? PERSONAL FILE LUCÍLIA BECHARA SANCHEZ, A DEPARTMENT OF EDUCATION OF SÃO PAULO AND TRAINING FOR TEACHERS IN YEAR 1970

Abstract: The second half of the20th century was marked by significant changes in a time that could be characterized as cognitive era of math teaching in elementary school. Together with, the findings in the field of learning psychology and studies from Bourbaki group, the teaching of mathematics found strong justification for a reform movement known as Modern Mathematics Movement –MMM. This movement intended to change the traditional way of thinking about mathematics teaching. In this context, study from mathematical educator Zoltan Dienes, a hungarian were fundamental in the construction of a new direction for teaching and learning of mathematics in the elementary grades. Influenced by Bourbaki group new theories and Jean Piaget's studies on children's learning, Dienes has developed innumerous number of experiments in several countries, with the collaboration of researches working under the aegis of the International Study Group for Mathematics Learning – ISGML. This group composed of math teachers, psychologists and educational psychologists, we performed experiments on some topics of elementary mathematics. In the mid 1970 some members of the ISGML came to São Paulo to disclose such experiences. The disclosure came in the form of a course entitled "Research Methodology in Mathematics Teaching", organized by the Divisião de Assistência Pedagógica - DAP, through the Coordenadoria do Ensino básico Normal - CEBN. It was a result of an ongoing partnership between the Secretaiat of Education of São Paulo and the French Embassy. The sources for this research are the documents from the Archive Staff Lucília Bechara Sanches – APLBS. We were interested in knowing to what extent pedagogical guidelines advocated by Dienes were released in continuous education, for mathematics teachers from primary school.

Keywords: Modern mathematics, Mathematics education, Teacher training.

INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, os documentos privados vêm despertando o interesse de pesquisadores, no âmbito da educação, na tentativa de entender os bastidores do cotidiano escolar. Segundo Valente (2004, p. 36), aos poucos "os arquivos pessoais vão ganhando importância como ingredientes fundamentais para a escrita do trajeto histórico que o ensino de Matemática seguiu em nosso país".

Neste sentido, torna-se de fundamental importância consultar os arquivos privados de professores de matemática, em especial, aqueles que tiveram uma participação mais ativa no desenvolvimento da educação matemática. Tais arquivos guardam uma diversidade de documentos, muitos produzidos pelo próprio proprietário do arquivo, que podem facilitar o trabalho do pesquisador, tais como: correspondências, diários íntimos, cadernetas e agendas, dossiês de trabalho, dossiês de imprensa, notas de toda espécie, entre outros. Desta forma, "esta documentação deve constituir uma base arquivística útil para a história da construção de uma obra ou de uma personalidade" (Prochasson, 1998, p. 107). Este tipo de fonte vem complementar aquilo que se pode obter dos arquivos das escolas, onde os professores exerceram sua prática docente, tornando-se valiosa fonte de pesquisa para a História da Educação.

O trabalho do pesquisador com essa documentação permite refletir sobre a cultura escolar e as modificações do ensino nas práticas dos docentes, por meio de documentos de elaboração de aulas dos professores; nos materiais dos alunos (cadernos, fichas entre outros); na docimologia escolar (exames, provas e testes de aferição da aprendizagem) dentre muitos outros documentos ligados ao funcionamento do cotidiano escolar atual e de outros tempos. Além disso, organizar e divulgar esta fonte de pesquisa permite reconstruir o contexto em que foram produzidos.

Nesta perspectiva, o interesse no Arquivo Pessoal Lucília Bechara Sanchez[1] – APLBS[2] é justamente entender o desenvolvimento

---

[1] Natural de Bragança Paulista, interior de São Paulo, formada pela PUC-CAMPINAS – Pontifícia Católica de Campinas, mestre e doutora pela Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, iniciou sua vida profissional na rede pública de ensino, em 1958. No âmbito brasileiro, teve um papel relevante na escolarização da Matemática nas séries iniciais, pois parece ter sido uma das primeiras a trazer, para as salas de aula paulistas, as concepções do educador Zoltan Dienes. Além disso, foi co-autora do primeiro livro didático de matemática para o ensino primário, que incluiu Matemática Moderna. O referido livro publicado, em 1967, pela Companhia Editora Nacional foi intitulado Curso Moderno de Matemática para a Escola elementar.

das novas propostas pedagógicas para a Matemática das séries iniciais divulgadas por esta professora. Nesta direção, Gomes (1998) reforça que:

> *"(...)A documentação dos arquivos privados permitiria, finalmente e de forma muito particular, dar vida à história, enchendo-a de homens e não de nomes, como numa historie evenementielle. Homens que têm a sua história de vida, as suas virtudes e defeitos e que os revelam exatamente neste tipo de material". (p.125)*

Dessa forma, os documentos de arquivos pessoais tornam-se objetos de investigação de grande importância, pois muitos procedimentos e comportamentos podem ser compreendidos e interpretados quando analisados sobre este ponto de vista.

Fazem parte do APLBS, livros, agendas, cadernos, trabalhos de alunos, correspondência de cunho profissional e pessoal, cartões, documentos institucionais relativos a sua profissão, como docente e autora de livro didático, recortes de jornais, apostilas de cursos, dentre outros.

A organização de tal arquivo deu inicio a este trabalho[3] por meio do qual procuramos investigar as influências, as representações e os sentidos atribuídos ao ensino-aprendizagem de matemática nas séries iniciais em tempos do Movimento da Matemática Moderna-MMM.

A análise da documentação será referente ao curso Metodologia da Pesquisa no Ensino de Matemática realizado em meados da década de 70. Trata-se de um curso para professores, desenvolvido pela Coordenadoria do Ensino Básico e Normal - CEBN.

---

[2] Arquivo pertencente ao Centro de documentação do GHEMAT, disponível em http://www.unifesp.br/centros/ghemat/paginas/arq_ pessoais.htm.

[3] Trata-se de resultados preliminares da investigação em desenvolvimento, junto ao Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil-GHEMAT, vinculada ao Projeto "O que é número? Passado e presente do ensino de matemática para as crianças", com financiamento do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico-CNPq, sob coordenação do prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente.

Num primeiro momento interessou-nos saber, em que medida, as orientações pedagógicas defendidas por Dienes foram divulgadas em cursos de formação continuada para professores do ensino primário? Que referências estão presentes nos documentos do arquivo Lucília Bechara, relativamente à formação de professores?

DO CONCRETO AO ABSTRATO: AS ORIENTAÇÕES DE ZOLTAN PAUL DIENES

A segunda metade do século XX foi marcada por mudanças significativas em um tempo que poder-se-ia caracterizar como a era cognitivista no ensino de matemática na escola básica. Concomitantemente, aos estudos na área da Psicologia da aprendizagem e os estudos do grupo Bourbaki, o ensino de matemática encontrava fortes justificativas para a reforma que ficou conhecida como Movimento da Matemática Moderna-MMM. Tal Movimento tinha por finalidade alterar o modo tradicional de se pensar o ensino de Matemática (VALENTE, 2010, p. 04).

Neste contexto, as propostas do educador matemático húgaro Zoltan Dienes foram fundamentais na construção de um novo sentido para o ensino e aprendizagem da matemática nas séries iniciais de escolarização. Para tanto, defendia uma reforma no programa de matemática para o ensino elementar, de modo a torná-lo coerente com as pesquisas nas áreas da Matemática, Psicologia e da Pedagogia. Pensando nisso, desenvolveu inúmeras experiências e pesquisas, em vários paises, com a colaboração de pesquisadores que trabalhavam sob a égide do International Study Group of Mathematics Learning- ISGML. Este grupo, formado por professores de matemática, psicólogos e psicopedagogos, realizava experimentações sobre alguns assuntos da matemática elementar, em especial, sobre as *estruturas matemáticas* para crianças. Tais experiências resultaram em uma proposta curricular para o ensino primário.

Do ponto de vista matemático, o trabalho de Dienes, sofreu influências dos estudos do Grupo Bourbaki. A intenção dos bourbakistas era unificar a Matemática por meio das estruturas fundamentais comuns aos seus diversos ramos.

Na área da Psicologia, Jean Piaget, verificou que as estruturas fundamentais da matemática, desenvolvidas pelos bourbakistas, correspondiam às mesmas estruturas do pensamento da criança. Então, baseado nestas concepções, Dienes, defendia o ensino das estruturas matemáticas no nível elementar.

Á luz da teoria piagetiana, Dienes dedicou-se a estudar a evolução da capacidade do desenvolvimento intelectual da criança, em especial, como a criança aprende matemática. Em seus estudos, defendia que a aprendizagem matemática desenvolvia-se pela participação ativa da criança na manipulação de uma grande variedade de materiais concretos. Neste sentido, as brincadeiras e os jogos desempenhavam um papel fundamental na formação e na compreensão de um conceito matemático. Inicialmente, a criança devia desenvolver seus conceitos intuitivamente por meio de suas próprias experiências.

Era a partir destas experiências que os conceitos matemáticos eram construídos, isto é, a aprendizagem de um conceito matemático só ocorria quando a criança era exposta a uma variedade de situações concretas. Entretanto, esta variedade de situações deveria variar quanto à aparência externa, devendo manter a mesma estrutura conceitual básica.

Uma das justificativas de Dienes para uma mudança na maneira de se ensinar os conceitos matemáticos, era que no ensino daquela época, as ideias matemáticas abstratas eram apresentadas, às crianças, antes que elas tivessem realizado suas próprias experiências de forma concreta. Como exemplo, Dienes cita o currículo do programa do ensino primário, que se limitava a abordar os rudimentos de cálculo baseados no treinamento e na memorização. Em contraposição, a este modelo de currículo, propunha um novo programa com uma estrutura e metodologia capaz de assegurar uma compreensão mais profunda destes conceitos (DIENES et al., 1969, p. 2).

O novo programa defendia o ensino das estruturas matemáticas no nível elementar. Mas não se tratava de ensinar tais estruturas do ponto de vista dos matemáticos da academia, ou seja, em nível formal, nem tampouco em "nível ingênuo familiar ao matemático". A aprendizagem matemática se dava por meio de "concretizações múltiplas" das estruturas mais fundamentais, apresentadas através de uma variedade de contextos: situações comuns da vida diária, jogos, contos matemáticos, manipulações de materiais concretos, gráficos, dentre outros. Aqui as crianças, seriam levadas a "manipular, essas concretizações e, em seguida, a construir isomorfismos entre elas" (DIENES et al., 1969, p.3). De acordo com esta teoria, trabalhar com uma variedade de atividades, aparentemente idênticas em sua estrutura, permitiria as crianças realizar a abstração de um conceito matemático. O processo de abstração de um conceito era descrito da seguinte maneira:

> "(...) *a partir de um certo número de situações, constrói-se mentalmente uma propriedade comum a essas situações, depois, em compreensão, a classe correspondente a essa propriedade. Nesse sentido, o processo de abstração conduz dos elementos a uma classe de elementos*". (DIENES et al., 1969, p.8)

Em outras palavras, a abstração matemática não estava no desenvolvimento de uma atividade individual, mas era considerada como sendo a variável comum a todas elas.

Baseado nestas ideias, Dienes propunha que fossem realizados vários jogos que tivessem as mesmas estruturas matemáticas com o intuito de que as crianças percebessem gradualmente as regras e a estrutura comuns entre eles. Este seria o primeiro processo de abstração proveniente das concretizações múltiplas.

Em seguida, as crianças eram levadas a descreverem os jogos por meio de tabelas que apresentassem certas operações binárias. Aqui o objetivo era que as crianças percebessem a semelhança entre as regras dos jogos e as tabelas, e se dessem conta que se tratava de uma mesma situação. Feito isto elas teriam realizado uma nova abstração.

Em seus estudos, Dienes distinguiu seis etapas para todo processo de abstração de um conceito matemático no nível elementar. A primeira etapa caracterizava-se como a fase preliminar onde as crianças, primeiramente, brincavam com o material concreto. Este primeiro contato com o material era considerado como uma fase natural e importante para o processo de aprendizagem. Em seguida, a criança era exposta a atividades mais estruturadas, neste momento, ela já estaria preparada para lidar com as restrições pré-estabelecidas. A terceira fase constituía-se pela manipulação de jogos com aspectos diferentes, mas com estruturas idênticas. Comparando estes jogos, as crianças perceberiam as semelhanças entre eles e assim surgiriam as primeiras abstrações. Esta fase caracterizava-se pela busca do isomorfismo. Quando as características irrelevantes destes jogos fossem descartadas, as crianças estariam prontas para a fase seguinte deveriam ser capazes de fazer uma representação gráfica do conceito ou de uma estrutura matemática comum aos jogos. Esta era uma maneira de registrar a abstração adquirida na fase anterior.

A quinta etapa seria analisar e descrever a representação construída pela própria criança. Para tanto, havia a necessidade de se criar uma linguagem. Esta era a fase da simbolização, que por intermédio da representação levava a uma "descrição parcial das concretizações que deram origem ao processo de aprendizagem" (DIENES, 1969, p. 13).

Entretanto, havia a dificuldade de se descrever completamente, a partir da representação feita, as propriedades características do conceito ou da estrutura. Diante disso, as crianças eram levadas a descobrirem as regras que permitiam deduzir propriedades a partir de outras já descritas. Esta fase era chamada de axiomatização, caracterizada como a sexta fase.

As seis etapas eram consideradas por Dienes, como um ciclo de aprendizagem que as crianças deveriam percorrer para a aprendizagem de cada novo conceito matemático.

Concomitantemente, ao processo de abstração, o de generalização, desempenhava um papel fundamental na aprendizagem matemática, pois, fazer uma criança generalizar um conceito matemático, segundo Dienes (1969), era muito mais difícil que o processo da abstração. No nível elementar, para facilitar o processo de generalização de um conceito matemático era necessário à construção de isomorfismos entre as diversas concretizações do conceito e de sua generalização. Assim como, no processo da abstração, a aprendizagem deveria ocorrer por meio de várias experiências elaboradas de maneira que as crianças percorressem todas as etapas deste processo. Neste sentido, as teorias de Dienes (1969, p.15), levaram-no a formular o princípio da variabilidade matemática, "o qual sublinha a necessidade de realizar o aprendizado dos conceitos matemáticos em contextos matemáticos diversos para atingir uma maior generalidade".

CURSOS DA DIVISÃO DE ASSISTÊNCIA PEDAGÓGICA

Nos anos finais da década de 60, a legislação estadual de São Paulo alterava a estrutura administrativa da Secretaria de Educação, por meio do Decreto 52.319/69. Criava-se a Coordenadoria do Ensino Básico e Normal – CEBN da Secretaria da Educação, dentre outros órgãos. Uma das atribuições da CEBN era a "promoção de estudos e pesquisas com vistas à melhoria do ensino primário secundário e normal" (Art. 2, inciso V do Decreto 52.319/69).

Ainda nesse mesmo ano, outro decreto 52.324/69, que dispunha sobre a organização da CEBN, criava a Divisão de Estudos Pedagógicos. Este órgão era responsável pela administração das escolas experimentais do Estado. Entretanto, a Divisão de Estudos Pedagógicos durou pouco tempo, um novo decreto 52.508/70 veio substituí-la pela Divisão de Assistência Pedagógica – DAP. Era de responsabilidade desse órgão a "função de desenvolvimento dos professores, tanto do ensino primário, como do ensino secundário" (SOUZA, 2005, p.59). Dentre as atribuições da DAP destacamos as seguintes:

I. *planejamento e execução de pesquisa destinadas a levantar a situação do ensino na Rede da Coordenadoria do Ensino Básico e Normal propor medidas para o aprimoramento e correção de suas eventuais deficiências;*

II. *planejamento e execução de programas sistemáticos de assistência técnico-pedagógica ao pessoal do ensino através de cursos, seminários, encontros e outras atividades com a colaboração dos Departamentos do Ensino Básico e do Ensino Secundário e Normal;*

III. *preparação e difusão de matérias de interesse da melhoria e atualização do ensino com a colaboração da Divisão de Documentos e Divulgação*; (Art. 9 do Decreto 52.508/1970)º

Acreditamos que, com vistas ao cumprimento do inciso II do artigo citado anteriormente, a DAP mantinha um intercâmbio cultural com a França, proveniente de um acordo entre a Secretaria de Educação e a embaixada francesa. Por meio desse intercâmbio, alguns professores franceses vieram para dar cursos aos professores e técnicos da Secretaria de Educação (PALMA FILHO apud SOUZA, 2005, p. 108). Um destes cursos foi intitulado "Metodologia da Pesquisa no Ensino de Matemática", realizado em 1972.

É importante lembrar que, segundo Lucília Bechara, em meados da década de 70 estavam sendo propostas novas diretrizes curriculares, que ficaram no meio educacional conhecidas como verdão. Relativamente ao curso de Metodologia, seu objetivo era "instrumentalizar as lideranças no acompanhamento das aprendizagens dos alunos, a verificar como aprendem o que aprendem os alunos, assim como orientar e capacitar os professores nesta direção" (mensagem pessoal).

O curso de cinco dias contou com a participação de 34 professores. Foi coordenado pela professora Lydia Lamparelli em intercâmbio com o grupo do Instituto Nacional de Pesquisas e Documentação Pedagógicas de Paris, o I.N.R.D.P (Institut National de Recherches et Documentation Pédagogiques), formados pelos pesquisadores: Jacques Colomb4, Chantal Cranney[5], Paule Errecalde[6] e Bernard Belouze[7]. (SOUZA, 2005, p.156)

A apostila elaborada para o curso é uma síntese, sem muitos detalhes, das pesquisas desenvolvidas pelos professores franceses. Trata-se de uma documentação de 35 páginas. Pela análise da apostila pode-se dizer que o curso foi dividido em três momentos.

Num primeiro momento, foi apresentado, pelo pesquisador Paule Arrecalde, um resumo sobre:

- *os órgãos responsáveis pela educação na França;*
- *a história da reforma do ensino francês;*
- *a originalidade das experiências iniciadas em 1966;*
- *a utilização de recursos áudio visuais nas experiências, tais como: rádio, televisão e filmes experimentais, além da emissão de livros;*
- *as experimentações que estavam sendo realizadas nas escolas francesas.*

Na segunda parte, os demais pesquisadores franceses, apresentaram algumas propostas e possibilidades de se trabalhar as

---

[4] Chefe da Universidade de Pesquisa Matemática no Ensino Elementar do I.N.R.D.P. Também era secretário do ISGML – International Study Group for Matematics Learning, grupo presidido por Zoltan Dienes. Trata-se de um grupo com colaboradores em várias partes do mundo.

[5] Professora da Escola Normal de Saint-Germain- en -Laye e encarregada de Pesquisa no Institut National de Recherches et Documentation Pedagógiques.

[6] Chefe da Seção de Matemática do I.N.R.D.P.

[7] Professor de Matemática Superior no Liceu Louis le Grand.

concretizações de alguns conteúdos matemáticos, com o intuito de serem adquiridos, transmitidos e desenvolvidos pelos professores no nível elementar.

O terceiro momento do curso caracterizou-se pela apresentação do trabalho desenvolvido nas escolas elementares franceses, apoiadas pelo INRDP - Institut National de la Recherche et de la Documentation Pédagogique.

Ao que tudo indica, tratava-se de um curso destinado aos professores de matemática que seriam responsáveis, posteriormente, por transmitir as novas propostas aos professores do ensino primário. Acreditamos que a proposta principal do curso era proporcionar aos professores a possibilidade de novos conhecimentos sobre a metodologia do ensino de matemática numa perspectiva da Teoria de Dienes.

ALGUMAS PROPOSTAS PARA CONCRETIZAR E ABSTRAIR CONCEITOS MATEMÁTICOS

A primeira atividade proposta sugeria a construção do conjunto dos Números Inteiros por meio de uma abordagem conjuntista, através do conceito de classes de equivalência, considerando-se a estrutura algébrica de Z como Anel abeliano[8].

Os Números Inteiros foram apresentados como um conjunto de classes de equivalência de uma relação definida sobre o conjunto IN, dos números naturais, pelo processo de simetrização da adição definida sobre IN, ou seja, diversas propriedades de IN em relação à adição são estendidas a Z (assim considera-se IN uma parte de Z). Neste primeiro momento foram discutidos o produto cartesiano, relação de equivalência e conjunto quociente. Em seguida, foram apresentados três modelos de concretizações diferentes para os conteúdos citados anteriormente.

---

[8] Esta estrutura algébrica diz respeito à duas operações usuais (adição e multiplicação).

É interessante notar que, em se tratando da definição da adição em Z, sempre eram apresentadas representações gráficas para este conceito. Tais como a figura abaixo:

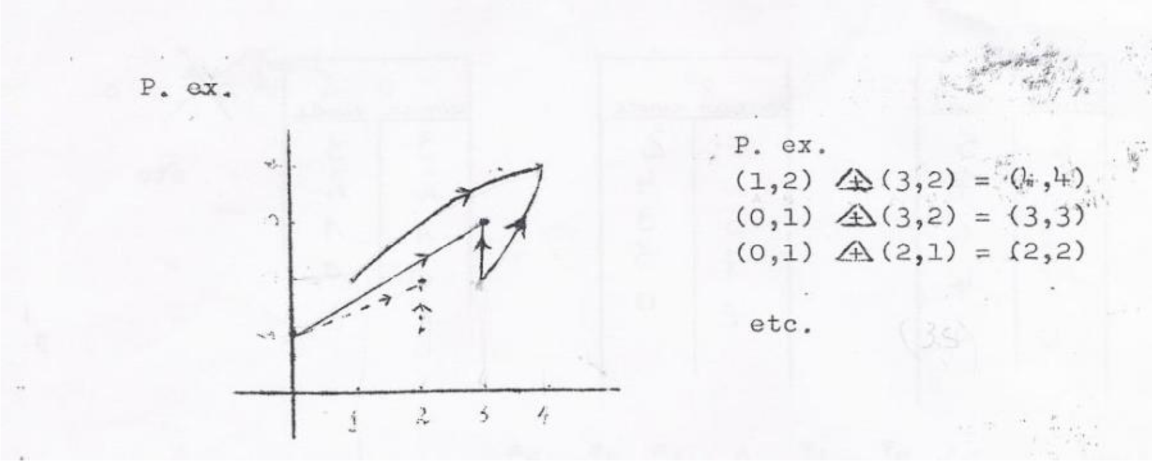


Figura 1: Exemplo da representação gráfica da adição.

Fonte: Síntese do curso Metodologia da Pesquisa no Ensino da Matemática, 1972, p. 9.

Em seguida, com a ideia de operação binária interna chegava-se à operação de adição em Z. Para tanto, foi definida a estrutura de grupo[9]. Aqui também havia a indicação de concretizar a operação de adição em Z.

Para se definir a multiplicação em Z era indicada a construção das tábuas aditivas, tanto para IN quanto para Z. Dessa forma, seria possível identificar a relação de IN com uma parte de Z. Com isto procurava-se estender ao conjunto Z as operações de adição e multiplicação definidas no conjunto dos números naturais. O estudo de tais propriedades das operações evidencia o estudo das estruturas algébricas. Nesse caso, as tábuas constituem uma boa e simples forma de identificar as propriedades referentes à operação definida. Por exemplo, se vale a comutativa, a tabela apresenta simetria em relação a diagonal principal.

[9] Na Matemática designa-se por Grupo um conjunto munido de uma lei de composição interna associativa para o qual existe o elemento neutro e na qual cada elemento admite um simétrico.

O tema Geometria é outro conteúdo abordado no curso. Nesse caso, foi apresentado o "estudo concreto do espaço" para alunos de 11-12 anos. Entretanto, aqui havia a observação que este era um conteúdo que brevemente seria transferido para o ensino primário. Para esse estudo era necessário realizar uma pesquisa de linguagem, de maneira que possibilitasse descrever o espaço graficamente ou literalmente. Descrever graficamente referia-se ao desenho em perspectiva, modelos planificados e representações gráficas planas. Já para a linguagem literal, em geral, usava-se como suporte a linguagem algébrica.

Um dos recursos indicados para auxiliar o professor no desenvolvimento das aulas de geometria era o papel quadriculado. As atividades desenvolvidas neste tipo de material visavam trabalhar com as transformações geométricas no plano (translação, composição de translação e simetria) e relações definidas em um grupo. Em específico, no estudo de simetria, foi desenvolvida uma atividade por meio da construção da tábua que mostra a composição de simetrias. Pela tabela obtida verifica-se a relação com o grupo Klein[10].

Na continuidade do curso, foram propostas "atividades preparatórias, para a apresentação da Geometria Afim[11] sobre R", visando uma preparação para o raciocínio dedutivo. No entanto, havia a preocupação de que o modelo não fosse único e que se evitasse começar por modelos infinitos. Inicialmente, são apresentados três modelos, que envolvem a mesma estrutura matemática. Como na Matemática "ter a mesma estrutura" corresponde ao isomorfismo, acreditamos que a intenção era chegar ao isomorfismo.

---

[10] Grupo de 4 elementos a, b, c, e e (elemento neutro), tais que se a operação do grupo é multiplicativa temos: aa=bb=cc;=e; ab=ba=c; ac=ca=b e bc=cb=a.

[11] É o estudo das propriedades das figuras que permanecem inalteradas quando os elementos dessa figura são submetidos às transformações do grupo afim (Leme da Silva, 2011, p. 20).

O primeiro modelo trata-se de uma atividade com os blocos lógicos. Ao término desta atividade chegava-se a uma primeira abstração. Em seguida, têm-se uma variação desta atividade, mas agora no lugar dos blocos lógicos, utilizam-se letras. A atividade consiste na criação de uma linguagem artificial, na qual se emprega um número reduzido de letras. Da mesma maneira, que na atividade anterior, chega-se também a uma abstração. O próximo passo era comparar as duas atividades e perceber que se tratava da mesma estrutura matemática, isto é, trata-se de um isomorfismo. A comparação entre estas duas atividades era ponto de partida para uma terceira abstração.

O caminho para a terceira abstração era uma reformulação das atividades, citadas anteriormente, com o objetivo de se extrair uma linguagem algébrica delas. Para tanto, foram construídas duas tábuas, uma aditiva e outra multiplicativa, para se trabalhar as estruturas do grupo de Klein. Ao final destes três modelos chega-se a dois axiomas de Euclides:

1- 2 pontos quaisquer pertencem a uma única reta

2- Dado na reta R e $p \notin R$ $\exists$ 1 só reta S tal que $p \notin S$ e $R \cap S = \emptyset$

Quanto a utilização de recursos áudios-visuais nas experiências francesas, foi apresentado o filme "Lunette et reseaux" com a finalidade de mostrar: "como se trabalhava em grupo" e "a possibilidade de trabalhar-se ao mesmo tempo com grupos lidando com materiais diferentes". Segundo os idealizadores do curso, o trabalho com a estrutura de grupo se justificava pelo fato da abstração de um conceito matemático se fazer progressivamente no espírito da criança, o que poderia levar anos para conseguir, então, a cada ano trabalhava-se um pouco com a noção de grupo (SÍNTESE..., 1972, p. 23).

Em relação ao tema Grupo, foram apresentados os grupos cíclicos, de Klein e o das simetrias de poliedros. Também foi realizada uma situação de concretização de "Grupo operando em um conjunto", com a seguinte observação: "no primário o importante é como concretizar. Faz diferente de Dienes" (SÍNTESE, 1972, p. 24). Talvez o que justifique esta observação, seja o fato de que até aqui o modo de se trabalhar a concretização é um pouco diferente do que se vinha trabalhando até então, ou seja, as atividades anteriores dão ênfase ao trabalho com materiais concretos para manipulação. Agora a atividade sugerida parte de uma situação de concretização, onde há uma situação problema e o primeiro passo consiste em criar um modelo matemático (codificação da situação). O passo seguinte é a exploração do modelo construído para que dessa forma possa chegar à resposta do problema.

Na última parte da apostila, destinada à apresentação das experimentações que estavam sendo realizadas nas escolas elementares francesas, foi apresentada uma síntese sobre os conteúdos matemáticos trabalhados, o desenvolvimento das propostas, as possíveis atividades a serem aplicadas referentes ao conteúdo matemático abordado e qual a linguagem utilizada.

Os conteúdos contemplados na apostila foram os seguintes: conjuntos, subconjuntos-partição, produto cartesiano, correspondência termo a termo, seriação, lei de combinação interna em conjuntos finitos não numéricos, cardinal-ordinal, numeração. Quanto à linguagem, foram feitos estudos sobre "o papel dos meios de expressão na aprendizagem matemática". Os meios de expressão estudados foram: linguagem oral, escrita (desenhos e gráficos) e gestos. Nesta parte da apostila, é mencionado que, no que se refere a metodologia de ensino, antes o trabalho não levava em consideração os estudos de Piaget, mas que naquele momento havia uma aproximação.

Quanto aos livros indicados na bibliografia do curso, a investigação revela que a maioria envolvia os estudos de Zoltan Dienes, N. Bourbaki, Papy e N. Picard.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A principio acreditávamos que a documentação do curso pouco nos revelava sobre o ensino de matemática. Tratava-se apenas de ensinar aos professores alguns conteúdos da matemática estruturalista defendida pelo Movimento da Matemática Moderna. Entretanto, com um olhar mais atento, fomos percebendo que junto ao modo de tratar os conteúdos, foram apresentados procedimentos metodológicos que estavam muitos dos estudos de Dienes. Tal assertiva foi confirmada quando em meio aos documentos do APBLS, encontramos as referências bibliográficas apresentadas para o curso.

Outra informação relevante foi o fato desse curso contar com a participação de Jacques Colomb, membro do ISGML, conforme já dito, grupo presidido por Dienes.

De posse destas informações as "peças" começavam a se encaixar e a análise seguiu um rumo diferente do previsto inicialmente.

Pelo título do curso, "Metodologia da Pesquisa do Ensino de Matemática" acreditamos que se tratava de um curso com finalidade de proporcionar bases teórico-metodológicas para o ensino de matemática, em tempos de divulgação da Matemática Moderna para o ensino primário. Em específico, pretendia-se divulgar as novas propostas metodológicas.

Em todas as atividades verificou-se uma ênfase ao trabalho com materiais concretos para a partir deles abstrair os conceitos matemáticos. Neste sentido, as orientações metodológicas sugeridas ao professor indicavam uma variedade de atividades estruturadas com ênfase à manipulação de materiais concretos, os quais deveriam proporcionar as descobertas das estruturas matemáticas e facilitar a passagem do concreto ao abstrato.

Verificamos também que as diferentes atividades estruturadas, para um mesmo conteúdo matemático, se inter-relacionavam e não tinham um sentido isoladamente. Foram pensadas de maneira a proporcionarem situações onde ocorressem as estruturas isomorfas. Para Dienes a aprendizagem baseada em atividades estruturadas era uma das maneiras mais eficientes de se ensinar matemática.

Pela variedade de concretizações múltiplas, percebemos que a intenção não era apenas ensinar aos professores alguns conteúdos matemáticos, mas mostrar o que eram e como se trabalhava com estas concretizações no ensino elementar. Tudo indica, que o papel destas concretizações na formação das estruturas constituíam a metodologia para se chegar às abstrações matemáticas. Neste sentido, Dienes, orienta que o processo de abstração matemática iniciava-se pelas concretizações múltiplas, por meio de atividades lúdicas para em momento posterior surgir uma linguagem algébrica, isto é, uma generalização. Ainda segundo Dienes, as primeiras abstrações poderiam se tornar objeto de novas abstrações e generalizações.

Um dos conceitos matemáticos mais abordados na apostila foi o de Grupo, com especial ênfase ao Grupo de Klein. Nesta direção, foram propostas várias atividades que tinham como pano de fundo o princípio do grupo de Klein. A ênfase neste conceito estava no fato de Dienes considerar fundamental o ensino deste tema na escola elementar, “é de fato difícil imaginar que alguém faça matemática moderna sem empregar a estrutura de grupo” (DIENES, 1975, p. 7). Atentando para o fato de que nesta fase escolar não era preciso falar da definição formal de Grupo, mas apenas introduzir atividades que mantivessem a mesma estrutura do Grupo Klein, num nível adaptado as crianças.

Em resumo, pode-se dizer que o curso defendeu uma proposta que seguia uma tendência internacional vivida àquela época. Em específico, esteve fundamentado, em grande medida, nas teorias de Dienes, sobre o processo de aprendizagem matemática.

Percebe-se ainda, que os professores deveriam ter um sólido conhecimento dos conteúdos matemáticos e da metodologia Dienes, para conseguirem acompanhar o curso. Além disso, para poderem encaminhar os alunos em direção à abstração dos conceitos matemáticos, era necessário que os próprios professores tivessem praticado esta metodologia.

Por se tratar de uma primeira análise, muitas são as hipóteses. Acreditamos que por este motivo o trabalho mereça um estudo mais aprofundado, sobretudo a partir do concurso de novos documentos a serem analisados no Arquivo Pessoal de Lucília Bechara Sanchez.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Decreto nº 51.319/69, de 27º de janeiro de 1969 de São Paulo. Dispõe sobre a estrutura administrativa da Secretaria da Educação e dá outras providencias. Legislação estadual, São Paulo. Disponível em: http://www.al.sp.gov.br/repositorio/legislacao/decreto/1969/decreto%20n.51.319,%20de%2027.01.1969.htm. Acesso em 17/05/2011.

BRASIL. Decreto nº 52.324/69, de 1º de dezembro de 1969 de São Paulo. Dispõe sobre a organização da Coordenadoria do Ensino Básico Normal da Secretaria da Educação e providencias correlatas. Legislação estadual, São Paulo. Disponível em http://www.al.sp.gov.br/repositorio/legislacao/decreto/1969/decreto%20n.52.324,%20de%2001.12.1969.htm. Acesso em 17/05/2011.

BRASIL. Decreto nº 52.508/70, de 29º de julho de 1970 de São Paulo. Altera dispositivos do Decreto 52.324 de 1º de dezembro de 1969. Legislação estadual, São Paulo.

DIENES, Z.P.; GAULIN, C.; LUNKENBEIN, D. Un programme de mathématique pour Le niveau Élementare (1ére partie). Bulletin de I'A.M.Q., automme-hiver, 1969.

GOLDING, E. W. A Geometria pelas transformações III: grupos e coordenadas. Tradução: Maria Pia Brito de Macedo Charlier e René François Joseph Charlier. São Paulo, EPU, Brasília. INL, 1975.

SANCHEZ, L.B. Informações: detailed study [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por: naravlp@yahoo.com.br em 11 jun. 2011.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria do Ensino Básico e Normal. Divisão de assistência Pedagógica. Síntese do Curso sobre Metodologia da Pesquisa no Ensino de Matemática. Arquivo Lucília Bechara Sanchez – APBLS, Doc. 249. São Paulo, 1972.

SOUZA, G.L.D. Educação Matemática na CENP: um estudo histórico sobre condições institucionais de produção cultural por parte de uma comunidade prática. (Tese de Doutoramento). Campinas: Universidade Estadual de São Paulo, 2005.

VALENTE, W.R. O que é o número? Passado e presente do ensino de matemática para crianças. Projeto de Pesquisa. CNPq. São Paulo, 2010.

O ENSINO PRIMÁRIO DE MATEMÁTICA NA PROVÍNCIA DO ESPÍRITO SANTO

EDUARDO VIANNA GAUDIO

DOCTUM
Universidade Federal do Espírito Santo – UFES
Vitória, ES

eduvgaudio@hotmail.com

Resumo: Este texto refere-se a um trecho de minha tese de doutorado em Educação na linha de Educação Matemática, que se encontra em fase de defesa no Programa de Pós-Graduação em Educação, da Universidade Federal do Espírito Santo. Esse trabalho tem como objetivo constituir uma identidade do Ensino Primário de Matemática no Espírito Santo no período 1840-1870. Partindo do método indiciário, buscamos, em documentos da província do Espírito Santo, indícios do Ensino Primário de Matemática. Na busca de um certo realismo na construção histórica, em nossa pesquisa, acreditamos não ter função saudosista, nem caráter misericordioso com o passado, mas acreditamos estar em busca de uma verdade, verdade esta que pode nos apontar outros olhares sobre a nossa identidade social, cultural, escolar. Uma busca um tanto árdua, pois poucos são os registros que conseguimos resgatar que apontam para a temática. Basicamente utilizamos as leis imperiais e as leis provinciais; os relatórios produzidos pelos presidentes da província do Espírito Santo; as comunicações entre os professores, os inspetores de ensino, e a diretoria geral de ensino da província; o texto de Levy Rocha que retrata a visita de D. Pedro II ao Espírito Santo em 1860; fragmentos do jornal "Correio da Victória". Dentre a consulta possível conseguimos apontar elementarmente: o currículo básico, a partir das designações legais ao que devia ser ensinado e para quem devia ser ensinado, também a partir das inquisições do Imperador, D. Pedro II, aos alunos das escolas que visitou em 1860; alguns indícios de metodologia a partir dos métodos de ensino indicados pelos regulamentos, pelos materiais disponíveis para a realização das aulas, e pela forma de apresentação dos conteúdos em alguns livros didáticos; os livros didáticos, compêndios, que eram destinados a estes estudos, dentre eles destacamos o compêndio de Monteverde e o compêndio do professor Coruja; a interlocução da sociedade com o ensino a partir do sistema de medidas e dos cálculos comerciais básicos, que estão presentes nas correspondências oficiais, e nos anúncios de jornal. Adiantamos as conclusões de nosso texto apontando um ensino incipiente, com experimentações diversas em metodologias, e professores não capacitados para tal investidura. Legalmente buscando encontrar parâmetros que pudessem gerar resultados satisfatórios, principalmente em prol do processo civilizatório, que acreditavam ser fundamento para a constituição de uma nação independente, porém com resistências fortes de uma sociedade provinciana que não vislumbrava mudanças significativas de seu modo de vida, e nem mesmo na educação como um projeto necessário para o desenvolvimento político, econômico e social.

Palavras-chave: educação matemática primária; educação no império; educação no Espírito Santo.

PRIMARY TEACHING OF MATHEMATICS IN THE PROVINCE OF THE ESPÍRITO SANTO

Abstract: This text refers to an excerpt from my doctoral thesis on Education in Mathematics Education line, which is in the process of defense in the Post-Graduate Program in Education, Federal University of Espírito Santo. This work is intended to constitute an identity of the Primary Mathematics in the Holy Spirit in the period 1840-1870. Based on the evidentiary method, we seek, in the documents of the province of the Espírito Santo, signs of Primary Mathematics. In search of a certain realism in the historic building, in our research, we believe did not feature nostalgic or merciful character from the past, but we believe we are in search of a truth, this truth that can point us another look at our social identity, cultural school. A search somewhat difficult because there are few records that we can recover that link to the topic. Basically we use the imperial laws and provincial laws, the reports produced by the presidents of the province of the Espírito Santo communication between teachers, school inspectors, and general manager of education in the province, the text of Levy Rocha that depicts the visit of D. Pedro II to the Espírito Santo in 1860, fragments of the newspaper "Correio da Victoria". Among the possible query can elementally point: the basic curriculum, from the legal descriptions of what should be taught and who should be taught, also from the inquisitions of the Emperor, D. Pedro II, to schoolchildren who visited in 1860, some evidence from the methodology of teaching methods specified by the regulations, the materials available to carry out the lessons, and how to present the content in some textbooks, the textbooks , textbooks, which were allocated to these studies, among them we highlight the compendium of Monteverde and the compendium of Professor Coruja, the dialogue between society and the education system from the measurements and calculations of basic business, which are present in official correspondence, and in newspaper ads. We have moved the findings of our text pointing a fledgling teaching, experimentation with different methodologies, and teachers are not qualified for such appointment. Legally seeking to find parameters that would produce satisfactory results, especially in favor of the civilizing process, they believed to be the basis for the establishment of an independent nation, but with strong resistance of a provincial society that does not see significant changes in their lifestyle, nor even in education as a necessary project for the political, economic and social development.

Keywords: primary mathematics education, education in the empire, education in the Espírito Santo.

Reler a história com um olhar contemporâneo é algo instigante, pois temos sempre a impressão mais imediata de estarmos nos vendo no passado, embora sejamos conscientes dessa impossibilidade de nos desnudarmos do presente. Em sentido semelhante, inúmeras leis e mudanças ocorreram no período imperial brasileiro na província do Espírito Santo, porém indícios do passado parecem estar fortemente marcados na educação da atualidade. É em busca desses indícios que nos propomos a realizar uma pesquisa histórico-documental, que não objetiva apenas escrever a respeito do processo de construção da educação, em especial do ensino básico de matemática no Espírito Santo – inserido no denominado oficialmente como instrução primária – mas também refletir sobre esse longo processo.

Como objetivo geral nossa pesquisa buscou: construir, a partir de indícios históricos, uma identidade do ensino primário de matemática na província do Espírito Santo durante o período imperial brasileiro. Especificamente tínhamos como intenção: Identificar os principais elementos contextuais da Educação no período imperial brasileiro, tendo como foco central o ensino primário de matemática da província do Espírito Santo; Caracterizar os processos didáticos utilizados no período e local referidos; Investigar e analisar elementos do cotidiano escolar, enfocando o ensino primário de matemática, a fim de construir uma memória histórica desse ensino; Investigar e estudar que Matemática compunha as bases da instrução escolar e quais as motivações políticas dessa composição; Construir uma história investigativa[1] que possa servir de suporte de pesquisa para questões historicamente relacionadas.

No percurso de investigação, o óbvio na pesquisa histórica faz parte da estrutura de pesquisa de um investigador, mas tem utilidade de servir como parâmetro de contraposição. Construir uma história para nós

---

[1] Entendemos "história investigativa" uma história construída a partir de leituras de fontes primárias, pelo pesquisador, confrontadas com outros textos construídos por outros pesquisadores, constituindo-se uma nova leitura, e uma nova história.

é desconstruir a partir dos documentos oficiais, e reconstruir a partir destes e de outros documentos de pesquisa que surjam no processo de busca investigativa. Um quebra-cabeça precisa ser montado numa tentativa de constituir um objeto real de pesquisa. Nesse momento, deve-se investigar textos que relatam pesquisas com proximidades à que pretende-se realizar. Nessas buscas, algumas luzes devem se acender. Os documentos oficiais devem se postar como fonte primeira, visto que é a partir deles que a história oficial foi construída. Outras fontes devem ser incorporadas a fim de buscar indícios menos óbvios do que os apresentados nos documentos oficiais. Nessa busca, deve-se procurar constituir inicialmente um elenco de documentos históricos que possa dar suporte para contar a história pretendida.

Além da tentativa de contar uma história a partir de documentos, na perspectiva de uma história cultural, deve-se buscar dar voz a "todos"[2] que não tiveram espaço dentro dos documentos oficias na história contada e narrada pelos historiadores positivistas.

> Para retomar um vocabulário antigo, que não mais corresponde a sua nova trajetória, poder-se-ia dizer que ela não mais parte de "raridades" (restos do passado) para chegar a uma síntese (compreensão presente), mas que parte de uma formalização (um sistema presente) para dar lugar aos "restos" (indícios de limites e, portanto, de um passado que é produto do trabalho) (CERTEAU, 2006, p.86).

Constituir-se como pesquisador-historiador é um desafio. Essa constituição deve dar-se a partir da constituição dos elementos aos quais se espera debruçar buscando extrair, com olhar de pesquisador, um maior número de informações, de indagações e de conclusões que se puder alcançar. De acordo com Miguel (2004, p. 112):

> A relação que se estabelece entre o pesquisador e o objeto da pesquisa é mediada pela atitude de busca, de desvendar o que não se sabe, de

[2] Consideramos "todos" aqueles que conseguimos, no processo de pesquisa e análise, alcançar na limitação de dados e interpretações.

> procurar explicações para o que ainda não está explicado, e neste processo, o contato com os dados e o modo como o pesquisador os indaga, bem como as indagações feitas, são fundamentais.

Nessa pesquisa que realizamos nos deparamos com inúmeros percalços. Nos foram reveladas características de pesquisador com formas sistêmicas, as quais produziam, como nos aponta Ginzburg (2002, p.145), com visão e atitude de detetive: "O conhecedor de arte é comparável ao detetive que descobre o autor do crime (do quadro) baseado em indícios imperceptíveis para a maioria". Com esse olhar, podemos perceber que:

> Em história, tudo começa com o gesto de *separar,* de reunir, de transformar em "documentos" certos objetos distribuídos de outra maneira. Esta nova distribuição cultural é o primeiro trabalho. Na realidade, ela consiste em *produzir* tais documentos, pelo simples fato de recopiar, transcrever ou fotografar estes objetos mudando ao mesmo tempo o seu lugar e o seu estatuto. Este gesto consiste em "isolar" um corpo, como se faz em física, e em "desfigurar" as coisas para constitui-las como peças que preencham lacunas de um conjunto, proposto *a priori.* Ele forma a "coleção". Constitui as coisas em um "sistema marginal", como diz Jean Baudrillard; ele as exila da prática para as estabelecer como objetos "abstratos" de um saber (CERTEAU, 2006, p.81).

Os documentos base de nossa pesquisa são delineados fundamentalmente nos relatórios imperiais da província do Espírito Santo, documentos esses que eram escritos pelos presidentes de província para o imperador a fim de informá-lo sobre o seu trabalho e ações políticas públicas – disponibilizados no site do Arquivo Público do Estado do Espírito Santo[3] (APEES); no jornal Correio da Victória,

---

[3] O Arquivo Público do Espírito Santo – APEES, apesar de não ter sido o único, foi de especial atenção na busca dos dados devida coletânea extensa de documentos do período imperial brasileiro, mesmo acreditando que esses são apenas amostras de uma vasta documentação produzida durante o período. Outras não pudemos acessar por inúmeros motivos como: inexistência, desconhecimento, entre outros. Acreditamos que com essa amostra e os

publicado durante o Império, no Espírito Santo, com peridiocidade diária, contendo informações variadas inclusive sendo meio informativo utilizado pelo governo – disponibilizados em micro-filmes no APEES; no diário do imperador Pedro II em sua visita à província do Espírito Santo em 1860, resgatado pelo historiador Levy Rocha (2008); e nos inúmeros documentos manuscritos – correspondências, atas, relatórios, entre outros relativos à inspetoria do ensino da província do Espírito Santo – disponibilizados em original no APEES. No processo de investigação, buscamos delinear elementos do panorama da época como nos aponta Miguel (2004, p. 116):

> A amplitude do olhar do pesquisador se dá ao levantar as fontes. Aí ele não identifica apenas objetos específicos, mas descobre outras questões sociais que demarcam um período [...] as fontes carregam em si a categoria da interpretação, pois o trabalho não se limita apenas a busca, seleção, levantamento e tratamento dessas fontes.

O processo de interpretação, no momento inicial de coleta de dados, se fez inicialmente de forma elementar, mas apresentava-se como um fator determinante, pois inúmeras eram as dificuldades encontradas. Os documentos manuscritos disponíveis no meu processo de busca de dados estavam na sua forma original, e em precário estado de conservação e armazenamento. Uma outra questão relevante é o estado de deteriorização ao qual encontram-se esses documentos.

O trabalho de coleta de dados nos retém num processo moroso de pesquisa. Além de manusear os documentos que havíamos previamente selecionado, durante o processo surgem outros aos nossos olhos, pois ao mesmo tempo, precisamos estar atento à novas possibilidades de fontes para a pesquisa. Segundo Luca (2005, p.132): "Historicizar a fonte requer ter em conta, portanto, as condições técnicas

---

demais dados possamos ter produzido uma história que possa ser contada, noticiada, pesquisada e refletida.

de produção vigentes e a averiguação, dentre tudo que se dispunha, do que foi escolhido e porquê".

As escolhas são diversas. Apesar de poucos documentos o universo de possibilidades é amplo. Dentre a diversidade é preciso fazer uma triagem e, ao mesmo tempo, ir coletando os dados do material já selecionado. Nesse processo não podemos esquecer que estamos realizando uma leitura atual de documentos do passado. Nesse ponto temos que estar sempre alertos sobre as condições que esses documentos foram construídos.

No momento posterior, de análise de dados, buscamos reificar discurso historiográfico construído desde a concepção dessa pesquisa. Sabemos que essa tarefa não é simples e requer do historiador desprendimento de seus anseios e desejos, ampliando os canais de conversação com as fontes, possivelmente permitindo que vozes ocultas ganhem espaço dentro do discurso.

Sabemos que a história positivista foi e é construída quase que exclusivamente a partir dos dados oficiais. Mesmo porque os documentos validados e preservados são, em grande parte, oficiais ou de posse resguardada oficialmente. Voltaremos mais tarde a esta questão. Na história da educação brasileira, esse fato é contundente.

> A história da educação brasileira continua sendo, dominantemente, baseada nas fontes do governo central, ou dos estados hegemônicos não tendo, por enquanto, maiores condições de refletir as especificidades regionais e locais (SAVIANI apud MIGUEL, 2004, p. 114).

Pudemos observar esse fato em nossa trajetória escolar e mais precisamente na historiografia construída em alguns documentos literários, aos quais tivemos acesso e dos quais pretendemos também lançar mão em nossa pesquisa, devido seu valor em quantidade de informações. Consideramos que esses documentos, mesmo com características de história positivista, poderão nos dar suporte à história que pretendemos contar.

Cabe destacar que nosso objeto de pesquisa está centrado na Província do Espírito Santo, século XIX. Mesmo com esse olhar pretendemos contribuir não apenas com a história da educação do Espírito Santo, mas com a do Brasil. Porque, segundo Miguel (2004, p. 114):

> [...] as diversidades e peculiaridades regionais são capazes de contribuir para complementar ou enriquecer a história da educação, permitindo que a identificação das mesmas e sua compreensão no contexto nacional possibilitam uma nova síntese.

Na busca de uma contextualização e mesmo de dados específicos de pesquisa, resgatamos novamente os documentos iniciais de nossa investigação: os "Relatórios de Presidente de Província". Realizamos esse destaque em função de valorar esses documentos não só no estágio inicial de pesquisa, mas como em todos os estágios. Os dados registrados estimulam a busca dos indícios, de outras vozes, e de contraponto com a história oficial, de cunho positivista.

No elencar das fontes, mesmo que por fontes oficializadas, não poderíamos deixar à margem de nossas buscas e análises a legislação vigente. Destacamos aqui as legislações do Império como a Constituição de 1827, o Ato Adicional de 1834, e outras as quais lançamos mão. No caso específico da Província do Espírito Santo, relacionamos: Lei nº 4 de 1835, Presidente Manoel Jose Pires da Silva Pontes; Decreto provincial nº 5 de 1835; Regulamento da Instrução Pública de 1843; Regulamento da lei nº 6 de 1848; Regulamento da Instrução Primária e Secundária do Município da Corte de 11 de fevereiro de 1854; e Regulamento da Instrução Pública da Província do Espírito Santo de 1861.

As fontes não se esgotam nos documentos citados que lançamos mão. A literatura sobre a história da educação constituída até os dias atuais também integra as fontes de pesquisa. Dentre ela destacamos livros editados, teses de doutorado, dissertações de mestrado, relatos de pesquisa, artigos científicos, dentre outros documentos, que colaboram com elementos constitutivos para nosso discurso.

Mesmo não tendo como primícia de análise a construção sequencial, cronológica instituída pela análise historiográfica oficial, o texto final de nossa investigação foi construído em duas partes centrais: A primeira parte centrada no Primeiro Reinado (1822–1831) e no Período Regencial (1831–1840) – intitulada: Uma tentativa de construção de um Império; e a segunda centrada no Segundo Reinado – intitulada: A consolidação e demolição de um Império Brasileiro. Em cada uma dessas seções do texto buscamos apontar elementos característicos de cada período. Sub-secções foram necessárias a fim de construir um texto científico e didático. Em algumas dessas secções desenvolvemos conceitos que consideramos significativos para entendimento e análises relacionadas aos objetivos desta pesquisa.

Conforme nos referimos, a primeira parte foi construída com base em pesquisas já realizadas, pois raras são as fontes documentais primárias, que permitem uma investigação mais ampla. Na segunda parte tivemos uma quantidade significativa de fontes documentais primárias, entre outras, que nos permitiram análises primeiras sobre esses documentos, considerando a pesquisa de caráter inédito em nível de análise. No segundo momento acreditamos que iremos nos deparar com um momento de análise documental mais rica, pois poderemos debruçar sobre fontes documentais mais diversificadas, e uma quantidade maior de fontes primárias.

Gostaríamos de destacar que a coleta de dados não tem limites iniciais, a não ser da própria existência de fontes. Nos colocamos num lugar incansável de detetive, pesquisador e historiador em busca da informação que possa constituir-se elemento de suporte para uma história que pretendemos contar, com caráter indiciário, e que pretende revelar o oculto e dar vozes às personagens que construíram **uma identidade do ensino primário de matemática na província do Espírito Santo durante o período imperial brasileiro, que circunda as reformas promovidas por Couto Ferraz**.

A fim de constituir um povo civilizado, o projeto educativo era fundamento básico. "Como uma invenção imperial, em grande parte dos discursos a aprendizagem da leitura, da escrita, das contas, bem como a frequência à escola se apresentava como fator condicional de edificação de uma nova sociedade". (VEIGA, 2008, p. 502). Para construir esta nova sociedade era preciso que os cidadãos possuíssem alguns conteúdos acadêmicos, e estes deveriam ser aprendidos na escola. Valente (1999) aponta uma discussão sobre a existência da geometria no ensino primário, que segue resumidamente:

> De fato, o que vai ocorrer é que a escola primária, conhecida como de primeiras letras, terá seu conteúdo definido como escola de aprender a ler, escrever e contar. Entendendo-se por "contar" o conhecimento das quatro operações fundamentais da Aritmética. A Geometria, como já havia objetado o Arcebispo da Bahia, deveria ser reservada ao ensino secundário (VALENTE, 1999, p. 113).

No caso da província do Espírito Santo, pelo menos no "Regime interno das escolas: para se observar provisioramente" constituído a partir do Regulamento de 1848, também elaborado e assinado por Coutto Ferraz o ensino de matemática se estendia ao simplorismo acadêmico constituído a partir das discussões políticas do início do período imperial, como podemos apreciar em um treco do já citado documento, publicado no Jornal Correio da Victória de 28 de outubro de 1849.

> [...] Na 3ª sala estão em 1º banco os que estudão a grammatica nacional, e a aritmética mercantil em 1as operações: no 2º banco os que estudão a grammatica, proporções arithmeticas e geométricas: no 3º banco os que continuão nestes mesmos exercícios e com especialidade na syntaxe, orthografia, elementos de geographia, e historia. Victoria 28 de outubro de 1849. – O director, Luiz da Silva Alves d' Azambujo Susano (CORREIO DA VICTÓRIA, 1849, p.2-3).

No relatório governamental de 1859, o presidente Pedro Leão Velloso, determina os conteúdos a serem ensinados nas escolas de primeiras letras e sua organização entre as classes.

> Adoptando a idea consignada no art. 1º da lei Franceza de 28 de junho de 1833, que a copiou da respectiva lei Prussiana, e está hoje geralmente acceita, o nosso regulamento dividio as escolas em duas classes, ensinando-se nas de primeira classe: – a leitura, a escripta, os rudimentos de grammatica de língua nacional, a theoria e pratica da arithimetica até proporções inclusive, as noções geraes de geometria pratica, a moral christã, e a doutrina da religião do estado; nas de segunda classe: – o mesmo, excepto a geometria, e limitando a arithmetica á teoria e pratica das quatro operações dos números inteiros (ESPÍRITO SANTO, 1859, p. 48-49).

Vale lembrar que a divisão de classes, que apresenta Velloso, não é a mesma do regimento apresentado. No regimento todas as escolas têm a mesma constituição independente da localidade que estão situadas, ou mesmo da quantidade de alunos que a frequentam. No caso da escola apoiada em ideias da lei francesa, as duas classes são categorias que diferenciam o nível de conteúdos para as escolas primárias.

No caso do ensino da matemática, nas escolas de primeira classe o ensino ia além da aritmética básica, incluindo aplicações práticas desta, proporções e geometria prática. Ressaltamos que estas escolas, estavam estabelecidas em lugares de população mais volumosa, consequentemente regiões mais urbanizadas. Naquelas onde o grupo de alunos em estado de aprender estiver na faixa de 20 alunos, as de segunda classe, o ensino deveria-se restringir às quatro operações de aritmética de forma teórica e prática.

Como pensar uma escola primária que tenha uma largo aprendizado em matemática, pois os alunos nem sabem ler? Faria Filho (2000, p. 140) relata, a partir de um documento de 1839:

> Certa ocasião, um professor fez as contas e chegou à conclusão de que com uma jornada de 4 horas diárias de aula, mesmo [...] "supondo uma multidão de circunstâncias favoráveis, que nunca jamais se podem encontrar, temos que, no sistema individual, cada aluno tem por dia 4 ½ minutos de lição de leitura, 3 de escrita e ½ de cálculo".

Nos métodos mútuo ou simultâneo que mais poderiam dar resultados de aprendizagem, não tinham lentes capazes de aplicá-los, daí os resultados continuam insatisfatórios. Mas podemos referencia Faria Filho no sentido de refletir que o tempo de aquisição da língua pátria deveria ser realmente extenso, devidas argumentações que realizamos, daí podemos concluir que a matemática e/ou a aritmética, talvez também a geometria, pouco deveria ser trabalhada.

Observamos poucos indícios de ensino de geometria, mas declaradamente existia a solicitação de material para prática de aritmética. No mesmo relatório podemos observar que o mesmo professor tem se esforçado, com alunos de sofrível instrução, o conteúdo básico de aritmética, extendendo-se ao sistema métrico, limitado aos pesos e medidas. Continuando seu relatório o Dr. José Ortiz, professor da 2ª cadeira de instrução primária de Vitória, relata:

> Com os de 3ª categoria tenho envidado e continuo a envidar todas as forças que me dão a vocação e amor á profissão que exerço. E muito me ufano em poder affirmar a V. S. que d'entre elles alguns de 8 e 11 annos de idade apresentão soffrivel instrucção nas matérias seguintes: [...] 9º mostrar na taboada de multiplicar as quatro espécies fundamentais e de arithmetica; 10º ler e escrever numeros com com algarismos, dando a razão do valor de cada um; 11º ler e escrever numeros com letras de conta romana e do alphabeto; 12º definir o que àe somar e applicar a definição a qualquer exemplo dado; 13º praticar a 1ª operação de arithmetica; dizer os nomes dos números que a compõe; e tirar a prova dos 9 fora e as duas provas reaes; 14º pesos e medidas [...] (ESPÍRITO SANTO, 1861, APENSO, p.4-3).

Concluímos que talvez Valente (1999) estava certo em sua argumentação, que a geometria restringia-se para um nível de ensino mais avançado, o secundário, que na província do Espírito Santo só existia na capital. Ao nível primário o conteúdo restringia-se, pela natureza do ensino, à aritmética sua teoria e aplicações, e aos pesos e medidas. Nas inquisições feitas pelo Imperador, na sua visita, em 1860, vimos que a aritmética se comportava nas escolas de forma mais teórica do que prática, ainda com muita dificuldade.

Em outro texto Valente (2006, 2010, p. 3372) resume discussões, presentes em Moacyr (1936), onde os políticos buscavam definir os conteúdos de matemática a serem ensinados nas escolas primárias, de primeiras letras, e a conclusão é que:

> [...] a matemática a ser ensinada no primário: sobretudo as quatro operações fundamentais da aritmética. A geometria não deve integrar os ensinos rudimentares da matemática na escola de primeiras letras. O contar fica ligado diretamente ao aprendizado das tabuadas que sintetizam as operações de soma, subtração, multiplicação e divisão.

Concluímos esta discussão acreditando que a este povo tão humilde e "ignorante" cabiam apenas estudos rudimentares de aritmética, pois os saberes necessários a sobrevivência nesta sociedade ainda são elementares, visto que o desenvolvimento urbano e industrial ainda era incipiente na sociedade brasileira quiçá na sociedade espírito-santense.

Além de servir ao propósito escolar, e ser utilizada nas escolas, acreditamos que a tabuada tenha sido utilizada pelo povo em geral como recurso para fazer contas, assim como hoje se utilizam a calculadora. Detalhe curioso é o anúncio desta sem jornais, e vendidas em promoção – quando em grande quantidade –, e vendidas até em padaria. Deveria ser bastante popular o seu uso entre a população. Segundo Zuin (2007, p. 265):

> Como em Portugal, as escolas brasileiras também utilizavam as *taboadas*. Menores, mais práticas e com um preço mais módico do que manuais, este tipo de impresso tinha ampla aceitação. Embora fosse natural que houvesse um grande número de publicações desse tipo, apenas encontramos duas delas. O fato mais provável é que, por ser um impresso barato, muito elementar e facilmente encontrado, não haveria uma preocupação com a sua preservação.

Não conseguimos decifrar completamente o paralelo que faremos, pois não encontramos nenhum exemplar de tabuada que tenha circulado na província do Espírito Santo, mas um compêndio chamado "Taboada ou princípios de Arithmética e Systema Métrico" que circulou na província de Pernambuco deveria ser semelhante às demais taboadas que circularam no Brasil imperial, e no Espírito Santo.

Pela simplicidade, ou não complexibilidade, do ensino primário, devidas diversas questões as quais realizamos antecipadamente, estes livros não devem ter chegado à escola primária. E se chegaram não foram utilizados, ou até mesmo rejeitados devido seu grau de complexibilidade. No relatório de João dos Santos Neves, diretor da instrução pública do Espírito Santo, anexo ao relatório governamental de 25 de maio de 1859, encontramos indícios do que acabamos de comentar.

> Arithmetica se pretende ensinar em taes escolas, por um compendio d'ensino secundário, Besout! [...] o ensino primário n'esta província está abaixo de zero, é um ensino negativo, que sem dar nada, ou dando pouco, gasta, e estraga muito. Além de outras rasões [...] e falta de compêndios appropriados [...] o uso adoptado n'esta província de só haver aula uma vez ao dia (ESPÍRITO SANTO, 1859, p. 6).

Os compêndios chegavam às escolas por meio da presidência, que:

> Tanto em Portugal, como no Brasil, os livros passavam por uma análise; os aprovados eram indicados para utilização nas escolas. Registravam-se, nessas determinações, não apenas a preocupação com a qualidade dos manuais, mas também uma forma de assegurar um maior controle sobre os conteúdos e práticas escolares (ZUIN, 2007, p.202-203).

As comissões, e ou a quem de direito examinava os livros a serem adotados na escola elegiam critérios para esta escolha. Segundo Galvão (2005, 2010, p.8) estes deveriam atender às necessidades básicas da população.

> Além de útil, o livro escolar também deveria ser bem organizado. Para ser aprovado, o manual deveria apresentar uma sequência lógica, não ser confuso, ser claro/breve, ser metodicamente planejado, ser adequado ao uso escolar. Na segunda metade dos oitocentos, os manuais também deveriam se basear nos preceitos do método intuitivo:

> suas páginas deveriam coadunar-se com um espírito mais prático do que teórico e, entre os recursos possíveis para que isso ocorresse, recomendava-se o uso de desenhos, de exercícios, de quadros. Percebe-se, nesse aspecto, a consciência que tinham os que estavam à frente das instâncias de instrução pública provinciais de que o conhecimento científico era distinto do conhecimento escolar. Cabia ao manual mediar essas duas instâncias: se, como vimos, o manual deveria estar isento de imprecisões e inexatidões científicas, também deveria adequar-se ao uso cotidiano da escola e ao público ao qual se destinava.

O livro devia servir ao professor como guia na instrução. Cabia ao mesmo a função de organizar o processo educativo em torno do que se tinha como conhecimento nos livros e o que se desejava como conhecimento que os alunos deveriam saber a partir dos processos educativos.

Em nosso texto não temos a intencionalidade de realizar análise de livros didáticos, mas realizaremos discussões sobre alguns deles, que foram utilizados na província do Espírito Santo, como documentos. Estes servirão como elementos investigativos na tentativa de construirmos uma identidade no ensino primário de matemática nesta província.

Um dos compêndios utilizados na província do Espírito Santo era o "*Método facílimo para aprender a ler e escrever tanto a letra redonda como a manuscrita no mais curto espaço de tempo*" que segundo (ZUIN, 2007, p. 145) também era utilizado em outras províncias no Brasil, e este era consagrado no território português.

Figura 1: Capa e folha de rosto da 10ª e 11ª edição do Methodo Facílimo de Monteverde – Lisboa, 1870 e 1874.
Fontes: http://www.sg.min-edu.pt/pt/patrimonio-educativo/museu-virtual/exposicoes/ensino-e-praticas-de-leitura-2/manuais/ e Zuin (2007, p. 145).

Apesar de não ser um livro somente de matemática, este

> [...] pode ser considerado o mais utilizado pelos estudantes das escolas primárias portuguesas. Embora este seja um livro introdutório para a infância, além de leitura e escrita, seu objetivo principal, traz informações sobre algarismos hindu-arábicos e romanos, tabuada de multiplicação e "uma noção clara sobre o systema métrico decimal, adoptado para as novas medidas de Portugal", bem como "dinheiro português legal". O texto é composto de perguntas, que vão conduzir o leitor a se aprofundar no tema (ZUIN, 2007, p. 145).

Apontamos de forma correlata à inquisição feita pelo Imperador em sua visita às escolas espírito-santenses, e á falta de recursos pedagógicos, devida escassez orçamentária, que o ensino era feito primordialmente de forma oralizada. Então acreditamos que este tipo de manual, que dialoga com os sujeitos aprendentes, sejam eles alunos das escolas, ou população não escolarizada, seja um veículo interessante para a aprendizagem também de matemática. Segundo Zuin (2007), este manual sofreu inúmeras reimpressões, com novas edições e modificações, com uma quantidade grande de volumes impressos e distribuídos por Portugal e Brasil.

Após constatarmos a presença deste manual nas escolas primárias espírito-santenses apontaremos outros livros e/ou manuais que foram utilizados no ensino primário de matemática na província do Espírito Santo. Iniciamos o destaque do livro "Thesouro de Meninos" de Pedro Blanchard, traduzida para o português por Mattheus José da Costa. Segundo Sena (2010, p. 256):

> Embora se desconheça o registro da sua primeira edição, suponho que seja uma produção do século XVIII. A presença dessa obra no Brasil é datada do ano de 1808, tendo sido traduzida para a língua portuguesa pelo português Matheus José da Costa, já que a presença dessa obra no Brasil ocorreu em 1808, registrada através do pedido a Real Mesa Censória[4].

A edição que tivemos acesso é a sexta de 1851. Como nossos indícios de uso no Espírito Santo são posteriores a esta data, acreditamos ser possível que esta edição tenha sido utilizada nas escolas primárias espírito-santenses, não uma similar, ou próxima a ela.

Como intitula na capa do referido manual o livro é dividida em três partes: moral, virtude e civilidade. Talvez esta tenha sido a composição inicial do texto. Esta edição, a sexta, é:

---

[4] A real Criada a Mesa Censória foi criada a de Abril de 1768, pelo Marquês de Pombal, com o fim de reformar o sistema de censura de livros que circulavam em Portugal e seus domínios. Três anos depois será atribuída à Real Mesa Censória a administração e direcção dos estudos das escolas menores, incluindo o Colégio dos Nobres e todos os outros colégios existentes ou que viessem a ser criados, e que até aí tinham estado sob a responsabilidade da Direcção Geral dos Estudos (http://www2.warwick.ac.uk/fac/soc/wie/eubuildit/educational/reformapombalina/censoria/).

> [...] emendada, ornada com16 estampas, e enriquecida de extractos de poesia para facilitar a leitura dos versos, de noções preliminares de arithmetica ou as quatro operações, de um compendio de historia sagrada, de breves noções de geographia, e da tabella dos reis de Portugal (BLANCHARD, 1851, 2010, capa).

Como intitula na capa do referido manual o livro é dividida em três partes: moral, virtude e civilidade. Talvez esta tenha sido a composição inicial do texto. Esta edição, a sexta, é

> [...] emendada, ornada com16 estampas, e enriquecida de extractos de poesia para facilitar a leitura dos versos, de noções preliminares de arithmetica ou as quatro operações, de um compendio de historia sagrada, de breves noções de geographia, e da tabella dos reis de Portugal (BLANCHARD, 1851, 2010, capa).

THESOURO DE MENINOS.
OBRA CLASSICA
DIVIDIDA EM TRES PARTES,
MORAL, VIRTUDE, CIVILIDADE.
COMPOSTA EM FRANCEZ
POR
PEDRO BLANCHARD,
VERTIDA EM PORTUGUEZ,
E OFFERECIDA
A MOCIDADE PORTUGUEZA,
E
BRASILEIRA.
POR
Mattheus José da Costa.

SEXTA EDIÇÃO, EMENDADA, ORNADA COM 16 ESTAMPAS, E ENRIQUECIDA DE EXTRACTOS DE POESIA PARA FACILITAR A LEITURA DOS VERSOS, DE NOÇÕES PRELIMINARES DE ARITHMETICA OU AS QUATRO OPERAÇÕES, DE UM COMPENDIO DE HISTORIA SAGRADA, DE BREVES NOÇÕES DE GEOGRAPHIA, E DA TABELLA DOS REIS DE PORTUGAL.

LISBOA:
TYPOGRAPHIA DE ANTONIO JOSÉ DA ROCHA,
RUA DA VINHA N.º 38 (AO BAIRRO ALTO).
1851.

Vende-se na loja de Borel Borel & C.ª aos Martyres n.º 14.

Figura 2: Capa da 6ª edição do Thesouro de Meninos de Pedro Blanchard – Lisboa, 1851, 2010.
Fonte: http://www.caminhosdoromance.iel.unicamp.br.

Consideramos que o referido livro não tinha como gênese de existência ser um livro de uso escolar. O formato, a linguagem didática se dá em função de ser um livro de caráter civilizatório, moralizador. O trecho do livro destinado à matemática, se restringe ao cálculo aritmético e a uma tabela de conversão de pesos e medidas. Não tem nenhuma pretensão de der um compêndio de matemática escolar, apesar de ter sido amplamente utilizado, como já comprovamos.

O livro de Pedro Blanchard, "Tesouro de Meninos", tem texto com linguagem simples, para pessoas simples. Talvez esta tenha sido a motivação de utilizá-lo em escolas, principalmente primárias, onde os alunos pouco sabiam e precisavam, aos poucos, ir se tornando civilizados, pois eram crianças, e no pensamento da época, precisavam ser docilizados. Mesmo assim não podemos descartar a possibilidade deste ter sido utilizado pelas famílias, fora da escola, na educação doméstica de seus filhos.

Outra obra didática utilizada foi: "Aritmética para meninos, contendo unicamente o que é indispensável e se pode ensinar nas escolas de primeiras letras". Publicada em 1852 este livro, escrito por um professor, Antônio Álvares Pereira Coruja (1806-1889), tinha destino próprio a escola de primeiras letras.

Desta obra não tivemos a sorte de conseguir apreciá-la em seu original, nem tivemos acesso a nenhum detalhamento de seu conteúdo, mas sabemos que a mesma foi amplamente utilizada na província em estudo, e que provavelmente a mesma deve ter um caráter muito mais didático, e de mais proveitosa utilização nas escolas primárias.

Finalizando a reflexão sobre as obras, para ensino de matemática, que tivemos referência de uso nas escolas primárias retomamos uma questão já apontada neste mesmo capítulo: a construção de compêndios didáticos para as escolas brasileiras por autores brasileiros, como era no caso o Professor Coruja, natural de Porto Alegre, Província do Rio Grande do Sul, e o caso do cidadão Luiz da Silva Alves de Azambuja

Suzano, que segundo Cláudio (1912, 2010, p. 140): "Nasceo no Rio de Janeiro em 1785".

> O velho fluminense, comtemporaneo de Innoscencio da Silva e por elle admirado pela extensão e variedade de sua cultura, na província [do Espírito Santo] foi político, prosador, grammatico, professor de humanidades, funccionario publico e advogado (CLAUDIO, 1912, 2010, p. 140).

Visualizamos, no documento que segue, a adoção e destinação de uso de seu livro "Arithmetica Mercantil" nas escolas, numa determinação da presidência para o diretor de instrução pública para que encaderne de distribua nas escolas 500 exemplares.

> Palácio da Província do Espírito Santo 5 de Fevereiro de 1861 = Tendo resolvido adoptar para uso das escolas de 1as letras desta Província, o compendio de Arithmetica Mercantil composto pelo cidadão Luiz da Silva Alves de Azambuja Suzano assim o comunico a Vossa Mercê para sua inteligência, e para que receba do mesmo Suzano quinhentos exemplares do referido compendio, afim de que depois de encadernados, sejas distribuídos pelas mesmas escolas. = Deus Guarde Vossa Mercê = Antonio Alves de Souza Carvalho = V. Director da instrucção publica (ESPIRITO SANTO, 1861, p. 125).

Acreditamos que este linho tenha sido impresso na própria província em estudo, mas não tivemos acesso a nenhum exemplar, e nem mesmo ao seu conteúdo. Mas gostaríamos de apontar que seu autor, segundo Cláudio (1912) assumiu inúmeros cargos públicos de expressão e poder na província do Espírito Santo, e "sua contribuição, porem nem por isso deve ser esquecida, principalmente na parte referente ao ensino publico que nelle teve um docente competentíssimo, convindo observar que por mais de 50 anos habitou o Espírito Santo, tendo deixado o berço ainda muito jovem (CLAUDIO, 1912, 2010, p. 141-142).

Em outra passagem Claudio (1912, 2010, p. 141-142) aponta que:

> Livros didacticos e de praxe forense compôs não poucos que jamais tiveram publicidade; versando nas línguas grega, latina, italiana e franceza,

> desses indiomas transplantou para o nosso grande cópia de curiosidades litterarias úteis.

O discurso de Affonso Cláudio, talvez nos conduz a pensar que a impressão do livro de aritmética adotado nas escolas públicas, escrito por Suzano, tenha sido impresso de forma não editorial, em gráfica comum, e encadernado aqui mesmo como nos aponta a correspondência supra descrita. Quanto à este livro não temos mais a declarar, deixamos ele para o fim de nossas considerações sobre os livros utilizados nas escolas públicas de primeiras letras do Espírito Santo por ser um livro de autoria de um cidadão erradicado nesta província, e que nela fez história.

Acreditamos que o ensino primário de matemática na província do Espírito Santo tenha sido bastante incipiente por motivos aos quais já temos discutidos anteriormente: a falta de docentes qualificados, e/ou habilitados para a envergadura do cargo; as condições precárias das escolas primárias; materiais (dentre eles os livros) inadequados para tal nível de instrução; descaso da população com a instrução pública; dentre outros motivos.

A matemática que era efetivamente ensinada nas escolas primárias pode ser resumida, a partir de nossas investigações, nos seguintes conteúdos: as quatro operações básicas, sendo elas adição, subtração, multiplicação e divisão; princípios de proporção, através da regra de três; e o sistema de pesos e medidas, e sua conversão dos sistemas antigos para o novo sistema adotado no império brasileiro. Esta não apresentava bons resultados, em geral, assim como todo o ensino primário da província durante o período em que nos dedicamos a estudar.

Acreditamos que essa pesquisa poderá fornecer indícios e argumentos que possam oportunizar novas orientações para educadores e pesquisadores, tendo como pressuposto que a formação docente e prática pedagógica é retroalimentada pelas experiências acadêmicas – construídas ao longo da história –, a fim de renovar e refletir sobre conceitos didáticos e metodológicos no ensino da matemática, partindo da formação inicial do academicismo pedagógico no Espírito Santo, que se estabelece oficialmente a partir do século XIX com a regulamentação dos processos de ensino e constituição da escola oficial.

Em nossa pesquisa buscamos apontar a questão do ensino primário de matemática, e consideramos que este foi incipiente, e não conseguiu construir grandes feitos sobre a população que participava dele. A escola de primeiras letras era muito mais um espaço de aprender a ler e escrever, e se tornar cidadão civilizado, do que um espaço de aprendizagem de conceitos matemáticos, e/ou outros quaisquer. A matemática ensinada, e que era pouco aprendida, não passava de conceitos aritméticos básicos, que poderiam ser aprendidos na prática cotidiana necessária no comércio, nas repartições públicas, e até mesmo nas atividades agro-pastoris ou de pesca, estas base da economia espírito-santense.

Ao povo, em geral, pouco interessava conhecimentos mais avançados, pois onde aplicá-los? As perspectivas desenvolvimentistas, principalmente de uma indústria nascente, como ocorria na Europa, eram praticamente inexistentes. O Brasil ainda se comportava, economicamente, como uma periferia do "velho mundo". Para que ir à escola? "De que me interessa a instrução, se dela, pouco, ou nada, iria aproveitar?" O desejo pela instrução estava registrado nos relatórios de frequência e aproveitamento escolares, inspetoriais, governamentais.

Acreditamos que nosso principal papel, como construtores desta pesquisa, foi de iniciar uma caminhada em busca de "novas possíveis histórias" sobre o ensino primário de matemática na província do Espírito Santo. Como pioneiros nesta discussão acreditamos que muito nos escorregou entre os dedos, e que precisa ser resgatado, (re)lido, (re)olhado, (re)refletido, e, até mesmo, reconstruído. A quem seguir este rumo, dispomos carinhosamente a nossa pesquisa e análises, que tentamos realizar na perspectiva de construir uma história de um ensino primário de matemática, permeado pelas ações legislativas de Coutto Ferraz. Expressamos os nossos profundos anseios de que outros trilhem estes caminhos, que, apesar de seus percalços, tem o seu lirismo e poesia, pois, guarda, para nós, um significativo capítulo da história da educação do Espírito Santo. Por fim, concluímos que ter feito essa caminhada, lançou-nos, na alma, um novo olhar e ampliou a compreensão de muitos fatos, que encontram ecos no presente, buscando uma resignificação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BLANCHARD, P. **Tesouro de Meninos**. Trad. Mattheus José da Costa. 6 ed., Lisboa: Typografia de Antonio José da Rocha, 1851. Disponível em: http://www.caminhosdoromance.iel.unicamp.br/. Acesso em: 11 de outubro de 2010.

CERTEAU, M. de. **A escrita da história**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2006.

CLAUDIO, A. **Historia da literatura espírito–santense**: com um prólogo por Clovis Bevilaqua. Porto: Officinas do "Comercio do Porto", 1912. Disponível em: http://www.ape.es.gov.br/ index2.htm. Acesso em: 14 de out. de 2010.

FARIA FILHO, L.M. de. Instrução elementar no século XIX. In: LOPES, Eliane M.T. , FARIA FILHO, L.M.V., Cyntia G. (orgs). **500 anos de educação no Brasil**. Belo Horizonte: Autêntica, 2000.

GALVÃO, A.M.O. A circulação do livro escolar no Brasil oitocentista. In: Reunião Anual da ANPED, 8., 2005, Caxambu. **Anais.** Disponível em: http://www.anped.org.br/reunioes/28/textos/ GT02/GT02-194--Int.doc. Acesso em: 07 de setembro de 2010.

GINZBURG, C. Sinais: raízes de um paradigma indiciário. In: GINZBURG, Carlo. **Mitos, emblemas, sinais**: morfologia e história. 2 ed. São Paulo: Cia. das Letras, 2002.

LUCA, T.R. de. História dos, nos e por meio dos periódicos. In: PINSKY, Carla Bassanesi. **Fontes históricas**. São Paulo: Contexto, 2005.

MIGUEL, M.E.B. Do levantamento de fontes à construção da historiografia: uma tentativa de sistematização. In: LOMBARDI, José Claudinei; NASCIMENTO, Maria Isabel Moura (orgs.). **Fontes, história e historiografia da educação**. Campinas: Autores Associados, 2004.

MOACYR, P. **A instrução e o Império** – subsídios para a história da educação no Brasil: 1823-1853. v.1 São Paulo: Companhia da Editora Nacional, 1936.

ROCHA, L. **Viagem de Pedro II ao Espírito Santo**. 3. ed. Vitória: Arquivo Público do Estado do Espírito Santo: Secretaria de Estado da Cultura; Secretaria de Estado da Educação, 2008.

SENA, Fabiana. A conversação como modo de distinção no império: tesouro de meninos e código de bom-tom nas escolas brasileiras. **Revista HISTEDBR On-line**, Campinas, n.37, p.253-265, mar. 2010.

VALENTE, W.R. A matemática na escola de primeiras letras: o que devem saber os meninos nos primeiros tempos de império. In: CONGRESSO LUSO-BRASILEIRO DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO, 6., 2006, Uberlândia. **Anais**... Disponível em: http://www.faced.ufu.br/colubhe06/anais/arquivos/301WagnerRodriguesValente.pdf. Acesso em: 15 ago. 2010.

———. **Uma história da matemática escolar no Brasil, 1730-1930**. São Paulo: Amablume: FAPESP, 1999.

VEIGA, C.G. Escola Pública para os negros e os pobres no Brasil: uma invenção imperial. **Revista Brasileira de Educação**, v. 13, n. 39, set/dez, 2008.

ZUIN, E. de S.L. **O sistema métrico decimal nas escolas primárias brasileiras**. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2007. 318 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

RELATÓRIOS DOS PRESIDENTES DE PROVÍNCIA

ESPÍRITO SANTO (Província). Presidente da Província. **Relatorio do presidente da provincia do Espirito Santo, o bacharel Pedro Leão Velloso, na abertura da Assembléa Legislativa Provincial no dia 25 de maio de 1859**. Vitctoria: Typografia Capitaniense de Pedro Antonio D'Azeredo, 1859.

RELATÓRIOS DOS DIRETORES DE INSTRUÇÃO PÚBLICA

ESPÍRITO SANTO (Província). **Relatório apresentado ao Presidente de Provincia do Espírito Santo Bacharel Pedro Leão Velloso pelo Diretor da Instrucção Pública Sr. João dos Santos Neves em 25 de maio de 1859**. Vitctoria: TYP. Capitaniense de P.A. de Azeredo, 1859a.

ESPÍRITO SANTO (Província). Presidente da Província. **Relatório apresentado ao Presidente de Provincia do Espírito Santo José Fernandes da Costa Pereira Junior pelo Diretor da Instrucção Pública Sr. Antonio Rodrigues de Souza Brandão em 30 de abril de 1861**. Vitctoria: Typografia Capitaniese de Pedro Antonio de D'Azeredo, 1861.

JORNAIS – ARQUIVO PÚBLICO DO ESPÍRITO SANTO – APEES

CORREIO DA VICTÓRIA. **Ao mesmo**. Vitória: Typografia Capitaniense, de 07 de julho de 1849.

EM BRANCO

QUANTO É 1/0? ALGUMAS CONCEPÇÕES HISTÓRICAS DE AUTORES DE LIVROS DIDÁTICOS BRASILEIROS SOBRE A QUESTÃO

TERCIO GIRELLI KILL

Universidade Federal do Espírito Santo – UFES
Vitória, ES

tercio.kill@gmail.com

Resumo: O texto retrata a maneira como alguns autores de livros didáticos brasileiros e professores concebiam a divisão de um número não nulo por zero. As fontes de investigação consistiram basicamente em uma nota publicada pelo professor Américo Monteiro de Barros (1836-1899) no ano de 1863, publicações didáticas de expressão para a matemática escolar brasileira de meados do século XIX e primeiras décadas do século XX, além de algumas concepções externadas por Joaquim Inácio Almeida Lisboa, professor do Colégio Pedro II. A análise teve como aportes teóricos os pressupostos da história cultural e se envereda no âmbito da história das disciplinas escolares, assumindo os livros didáticos como fontes privilegiadas de investigação. Nesse sentido, as contribuições deste trabalho residem em fornecer indícios para o entendimento de algumas mudanças de mentalidade relativas à matemática no decorrer dos tempos.

Palavras-chave: Matemática, História, livros didáticos, divisões por zero.

HOW MUCH IS 1/0? SOME HISTORICAL CONCEPTIONS OF AUTHORS OF BRAZILIAN SCHOOLBOOKS ABOUT THE QUESTION

Abstract: The text expresses the way some authors of Brazilian schoolbooks and teachers viewed the division of a non-zero number by zero. The sources consisted primarily of a research note published by Professor Américo Monteiro de Barros (1836-1899) in the year 1863, educational publications of mathematical expression for the Brazilian school of mid- nineteenth century and first decades of the twentieth century, and some conceptions wrote by Joaquim Inácio Almeida Lisboa, a teacher at the Colégio Pedro II. The analysis was theoretical support the assumptions of cultural history and is appealing in the history of school subjects, assuming the textbooks as privileged sources of research. In this sense, the contribution of this work resides in providing clues to the understanding of some changes of mind on math throughout the ages.

Keywords: Mathematics, History, Textbooks, Division by zero.

INTRODUÇÃO

Os livros didáticos constituem-se em importantes fontes históricas para quem deseja investigar formas assumidas pela matemática escolar ao longo dos tempos. Num intervalo de pouco mais de cem anos, a partir de meados do século XIX, é possível identificar pelo menos três períodos, nos quais as publicações didáticas brasileiras apresentaram caracterísiticas marcantes e afeitas ao seu tempo. Num primeiro grupo estão as produções segmentadas de aritmética, álgebra e geometria; num grupo intermediário as publicações de matemática, oriundas da fusão das disciplinas de aritmética, álgebra e geometria e, por fim os livros de matemática moderna. Cada um desses grupos portava concepções intrínsecas relativas a abordagens, métodos, conceituações e representações. No entanto, nem mesmo em livros pertencentes a um mesmo período havia consenso conceitual. É o que se constata, por exemplo, quando analisamos as diferentes concepções externalizadas por autores e professores de matemática a respeito da divisão de um número não-nulo por zero. Este estudo deteve-se a investigar, entre alguns autores que vivenciaram tempos de aritmética, álgebra e geometria, os significados atribuídos à relação $a/0$, com $a \neq 0$.

Todas as obras didáticas que serviram à escrita deste trabalho pertencem ao acervo particular da Professora Circe Dynnikov e a seleção delas não foi aleatória. A importãncia dos autores para o seu tempo, a circulação de suas obras e as instituições de referência onde lecionaram foram critérios necessários, mas não suficientes, para que as suas concepções constassem neste texto. Bloch (2001) nos alertava que "nenhum objeto tem movimento na sociedade humana, exceto pela significação que os homens lhe atribuem, e são as questões que condicionam os objetos e não o oposto" (p. 8). Deste modo, além da relevância dos autores, os vestígios que indiciavam suas concepções, sobre a relação $a/0$, deveriam ter sobrevivido ao tempo.

Dentro desse espírito, a primeira obra visitada era assinada pelo mineiro Christiano Benedicto Ottoni (1811-1896). A importância do autor é destacada por Valente (1999): "um personagem fundamental para a organização e estruturação da matemática escolar no Brasil, durante quase meio século" (p. 131). Os livros de álgebra de Ottoni serviram de referência para renomadas instituições de ensino durante um longo tempo. Nos programas de ensino do Colégio Pedro II do ano de 1856, seus livros de Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria constam como única referência para as respectivas disciplinas e assim continuam nos programas de 1858 e 1862 (VECHIA; LORENZ, 1998, p. 41-67). As várias edições, bem como os diversos registros de referência dos livros de Ottoni em cursos preparatórios de capitais brasileiras, atestam o sucesso dos compêndios na segunda metade do século XIX. O autor ministrou aulas na Academia de Marinha do Rio de Janeiro e obteve sucesso também na política. Ocupou o posto de Deputado Geral por várias vezes e por duas oportunidades fez jus ao mandato de Senador, a primeira pela Província do Espírito Santo, e a segunda por Minas Gerais.

A investigação também consultou outras obras didáticas adotadas no Brasil, escritas por autores portugueses, como José Adelino Serrasqueiro (1835-?). Os livros de Serrasqueiro ganham espaço no cenário educacional brasileiro a partir de 1891, quando as obras de aritmética e álgebra constam como indicadas pelos programas de ensino do Colégio Pedro II (Ginásio Nacional). Nascido em Castelo Branco na data de 22/12/1835, era Bacharel em Medicina e Filosofia pela Universidade de Coimbra, instituição na qual conseguiu grande destaque como estudante. Lecionou matemática no Liceu de Coimbra.

As obras de outro autor lusitano, Antonio Bandeira Trajano (1843-1921), não figuram como recomendadas pelos programas curriculares do Colégio Pedro II, mas adquirem notoriedade pela adoção e permanência nos níveis primário e secundário de ensino[1]. Trajano nasceu em Portugal na localidade de Vila Pouca de Aguiar em

[1] De acordo com Valente (1999) algumas obras de Trajano datadas de 1879 e 1880 serviram de referência até meados do século XX.

30/08/1843. Veio para o Brasil em 1859, e foi um dos fundadores da Igreja Presbiteriana de São Paulo. Lecionou geografia e aritmética nas escolas das igrejas presbiterianas de São Paulo e Rio de Janeiro, tendo sido ordenado presbítero em 1875. Assume, no ano seguinte, a função de primeiro pastor nacional de cidade do Rio de Janeiro. Em 1877 assume o cargo de professor de matemática na Escola Americana de São Paulo.

A amostra de livros analisados se completa com a Álgebra Gymnasial (1917), escrita pelo francês Carlos Arthur Thiré (1853-1924). De acordo com Thiengo (2008), Thiré nasceu em Caen na data de 11 de novembro de 1853 e dedicou seus estudos à Matemática Superior e à Engenharia de Minas, na Escola de Minas de Paris. Veio para o Brasil em 1878, convidado pelo Imperador D. Pedro II, para assumir a cátedra de Mecânica Aplicada na Escola de Minas de Ouro Preto. Lecionou em várias instituições de ensino de renome, incluindo o Colégio Pedro II, no período de 1910 até 1924.

As concepções do professor Américo Monteiro de Barros (1836-1899), no que diz respeito às relações do tipo $a/0$, estão contidas na publicação intitulada: *Nota sobre o emprego do infinito no ensino das Mathematicas Elementares*, datada de 1863. De acordo com Silva (2011), o professor Barros era maranhense e lecionou Economia Política, Estatística e Princípios do Direito Administrativo na Escola Central, inicialmente como professor substituto e posteriormente como catedrático. A publicação trata de um juízo crítico aos livros didáticos escritos à época, explicitamente aos compêndios de Ottoni. Seguindo a mesma linha das críticas tecidas às obras didáticas, está o parecer emitido por Joaquim Inácio Almeida Lisboa, catedrático do Colégio Pedro II, sobre as obras didáticas do Professor Arthur Thiré.

Tais documentos são importantes registros e complementam as obras didáticas, no sentido de lançar luzes sobre a seguinte questão: quais significados eram atribuídos à relação $a/0$, com $a \neq 0$, de acordo com os livros didáticos de álgebra e concepções de professores que influenciaram a educação matemática brasileira entre meados do século XIX e primeiras décadas do século XX? A menção da questão orientadora adquire importância, uma vez que ela complementa a escolha dos documentos. Novamente conforme Bloch (2001), "[...] os textos ou documentos arqueológicos, mesmo os aparentemente mais claros e mais complacentes, não falam senão quando sabemos interrogá-los" (p. 79). Procederemos, portanto, à oitiva de nossos depoentes.

OS ELEMENTOS DE ÁLGEBRA POR OTTONI

O livro *Elementos de Álgebra,* compilado por Ottoni, tem a primeira edição datada de 1852. A obra pauta-se na publicação "Eléments d'Algèbre" de Louis Pierre Marie Bourdon, que fora publicado de acordo com os programas da École Polytechnique de Paris. O estudo se serviu de um exemplar da 4ª edição, do ano de 1879. Ao todo são seis capítulos assim divididos: Operações Algébricas, Problemas do Primeiro Grau, Problemas Indeterminados, Resolução dos Problemas e Equações do Segundo Grau, Potências e Raízes de Todos os Graus e Aplicações dos Princípios de Álgebra às Progressões. No segundo capítulo o autor promove uma discussão sobre o clássico problema dos correios[2]. Como o livro não apresenta exercícios, as lições são problemas resolvidos e comentados pelo autor. Algumas condições são admitidas e a resolução do problema envolve determinadas discussões algébricas, uma vez que os dados do problema são literais. Reveladora é a questão referente à relação $a/0$, quando o autor considera a possibilidade dos dois correios terem a mesma velocidade, ou seja, $m=n$:

[2] Um correio parte de A e caminha na direção AR, fazendo m léguas por hora; no mesmo instante outro parte de B na mesma direcção, caminhando n léguas por hora. Pergunta-se, a que distância dos pontos A e B terão de encontrar-se (OTTONI, 1879, p. 88).

> *"Seja agora m = n, ou m – n = 0; os valores das incógnitas serão* $x = \frac{am}{0}, y = \frac{an}{0}$ *símbolos do infinito, que revelam impossibilidade do problema, como ficou provado. Recorrendo ao enunciado o mesmo se descobre, pois, sendo m = n, os dois correios têm igual velocidade, e assim, partindo de pontos diversos na mesma direcção, e pois, nunca se encontram.*
> *O infinito se apresenta também pelo sinal ∞; pelo que uma quantidade menor do que qualquer grandeza dada, ou 0, pode também representar-se por* $\frac{A}{\infty}$. *Assim* $\frac{A}{0} = \infty; \frac{A}{\infty} = 0$ *".* (OTTONI, 1879, p. 90-91)

Na álgebra de Ottoni a divisão de um número (não nulo)[3] por zero, constituía um símbolo para o infinito e, especificamente, no contexto do problema proposto, indicava a impossibilidade de encontro dos correios, segundo os pressupostos de mesma velocidade assumidos. Por fim, a lição cunha representações simbólicas equivalentes para o infinito e para o zero. As relações de equivalência estabelecidas por Ottoni remetem imediatamente a um questionamento: De que maneira o autor as justificava? Numa outra passagem do livro didático, precisamente na página 81, existem pistas que auxiliam numa interpretação para a questão.

> *"Procuraremos agora interpretar as expressões da forma* $\frac{A}{0}$.
> *Em primeiro lugar seja a equação a uma incógnita ax = b, donde x =* $\frac{b}{a}$. *Se de alguma hipótese particular acerca dos dados resulta a =0, o valor de x será x =* $\frac{b}{0}$.
> *Ora, neste caso a equação se muda em 0 X x = b, que nenhum número determinado pode verificar. O problema, pois, é impossível. É, porém, de notar que, podendo a equação última reduzir-se a forma 0 =* $\frac{b}{x}$, *se dermos a x valores crescentes indefinidamente, quanto maiores forem, mais a fração* $\frac{b}{x}$ *se aproximará de 0, e assim a equação será proximamente exacta. Podemos, pois, tomar para*

[3] Para o caso de *m-n=0*, as incógnitas assumiriam respectivamente os valores 0/0 que para Ottoni (1879) significava um "problema indeterminado", ou o problema "ter uma infinidade de soluções" (p. 91).

> *valor de x um número tão grande, que torne a fração $\frac{b}{x}$ menor que qualquer fracção que se determine por pequena que seja. Por esta razão se diz que o infinito satisfaz neste caso a equação, ou que o valor de x é infinito. Tal é a significação do valor de $\frac{b}{0}$. Este valor em algum caso constitue verdadeira solução, do que se verão exemplos nos problemas de Geometria; mas, é certo que a equação não admite valor algum determinado, ou finito".* (OTTONI, 1879, p. 81-82)

Ao que parece, o autor submete as suas conclusões a dois contextos distintos. De acordo com um primeiro prisma, busca-se estabelecer significado para a relação $x = b/0$ no âmbito de um problema, cuja estratégia de resolução se serviu da álgebra, especficamente das equações algébricas. Para esse caso, o valor de x encontrado não "constitui verdadeira solução". Expressa, tão somente, a impossibilidade de se alcançar solução para o problema. Por outro lado, numa análise puramente algébrica, restrita ao estudo da relação $x = b/0$, Ottoni se vale da intuição para atribuir a x "valores crescentes indefinidamente" e, em seguida, compará-los à constante b, de acordo com a relação b/x. O resultado é uma fração menor do que qualquer outra, ou zero. Assim $b/x = 0$, desde que x assuma valor infinito e, consequentemente $b/0 = \infty$.

A maneira como Ottoni concebia a divisão de um número não nulo por zero foi compartilhada também por outros autores de livros didáticos de tempos posteriores, com as suas respectivas peculiaridades. A respeito de tais distinções nos orienta Choppin (2004): "Os autores dos livros didáticos não são simples espectadores do seu tempo: eles reivindicam um outro status, o de agente" (p.557). Vejamos, então, como agiram os autores "luso-brasileiros" quando abordaram a questão da divisão por zero em seus manuais didáticos.

AS ÁLGEBRAS DE SERRASQUEIRO E TRAJANO

O primeiro livro dedicado à matemática, publicado por Serrasqueiro, foi o Tratado de Arithmética no ano de 1869. A grande inovação dessa publicação, de acordo com Valente (1999), é a inclusão de exercícios nos finais das seções. Ainda de acordo com Valente, as publicações de Serrasqueiro provavelmente basearam-se nos livros do francês Joseph Louis François Bertrand. A coleção de Serrasqueiro para o ensino secundário completa-se nos anos de 1878 e 1879 com as publicações dos Tratados de Álgebra e Geometria Elementar, respectivamente. A obra analisada foi o Tratado de Algebra Elementar integrante da 6ª edição do ano de 1893. O Tratado é dividido em cinco tópicos: Cálculo Algébrico, Equações e desigualdades do primeiro grau, Equações e desigualdades do segundo grau. Equações redutíveis ao segundo grau, Potências e raízes dos polinômios. Frações contínuas. Logaritmos e Determinantes. Aplicação à resolução e discussão das equações de primeiro grau.

Assim como na obra de Ottoni a menção de infinito na álgebra de Serrasqueiro ocorre quando da justificativa de algumas expressões algébricas. Ao interpretar símbolos do tipo $\frac{m}{0}$ Serrasqueiro (1893) escreve:

> "*Esta expressão provém de um quebrado, cujo denominador se tornou nulo em virtude de certas hipóteses. Para interpretar consideremos um quebrado* $\frac{m}{n}$*, cujo numerador é constante e cujo denominador pode tornar-se menor do que qualquer grandeza; será* $\frac{m}{0}$ *o valor limite para que tende* $\frac{m}{n}$*, quando n tende a zero. Suponhamos que n toma os valores decrescentes 0,1, 0,01, 0,001, 0,0001: o valor quebrado* $\frac{m}{n}$ *tomará valores crescentes.(...). É esta a razão, por que ao valor limite* $\frac{m}{0}$ *se dá o nome de valor infinito, pois que ele é maior do que toda a grandeza dada. Para exprimir o infinito emprega-se o signal* ∞*; e deste modo temos* $\frac{m}{0}=\infty$ ". (p. 91-92)

A argumentação utilizada por Serrasqueiro para convencer ao leitor que o valor limite das frações de denominador zero resulta em valor infinito segue uma abordagem mais palpável. O autor toma valores numéricos decrescentes para o denominador, encaminhando o estudante para a conclusão de que quanto menor o denominador, mantendo constante o numerador, maior seria o valor resultante do "numero quebrado". Além disso, existe menção de termos como"limite" e "tende" que indicia, pelo menos em termos de nomenclatura, uma espécie de advento do que conhecemos hodiernamente como teoria dos limites.

Serrasqueiro também aborda a questão da divisão por zero em meio a problemas tipicamente escolares:

> *"Achar um numero, cujos $\frac{2}{3}$ aumentado de 4 produzam um resultado igual a metade da soma 12 com $\frac{4}{3}$ do mesmo numero. Designando por x o numero procurado, temos:* $\frac{2}{3}x+4=\frac{1}{2}\left(12+\frac{4}{3}x\right)$
>
> *Resolvendo esta equação, acha-se:*
>
> $\frac{2}{3}x+4=6+\frac{4}{6}x$, *ou* $\left(\frac{2}{3}-\frac{4}{6}\right)x=2$, $x=\frac{2}{\frac{2}{3}-\frac{4}{6}}=\frac{2}{0}=\infty$
>
> *Única solução que admite a equação: e como ela é uma tradução fiel e completa do enunciado do problema, segue-se que nenhum valor numérico satisfaz as condições do problema. Logo, a solução infinita indica em geral a impossibilidade das equações e dos problemas que lhe deram origem".* (SERRASQUEIRO, 1893, p. 168)

Da mesma maneira como na obra de Ottoni, o infinito é solução para a equação, mas não contempla a questão, enquanto resposta. Embora o infinito se origine da divisão entre um número não nulo por zero, ele não constitui "valor numérico" capaz de satisfazer ao problema proposto.

As obras de Antônio Bandeira Trajano apresentam outro diferencial, além do grande número de edições. De acordo com Silva (2000), tratava-se de uma exceção dentre os demais autores, uma vez que "(...) procurava esclarecer sempre o publico-alvo a quem o livro se destinava, o seu nível, suas principais características. (...) foi o primeiro autor de livros-texto a dedicar um livro com a chave de respostas para o professor (p. 127-128)". A Álgebra Elementar de Trajano é representada neste estudo por um exemplar integrante da quinta edição, datada de 1905. No que concerne à "preparação do terreno" para uma posterior abordagem das divisões por zero ele adverte:

> *"A palavra infinito tem diversos sentidos, conforme a acepção em que é tomada. Em álgebra, ela tem uma significação particular que não pode ser facilmente compreendida senão depois de termos uma ideia clara da matéria da sua aplicação. É pois conveniente estudarmos primeiro o caso em que este termo é aplicado, para depois compreendermos facilmente a definição que se lhe dá no sentido algébrico".* (TRAJANO, 1905, p. 114)

O sentido algébrico aludido por Trajano é exposto mediante a adoção de valores muito pequenos (um milionésimo) para uma divisão, cujo dividendo é constante para concluir que: "E se o divisor descer a zero, limite sem valor algum, o quociente tocará no extremo oposto que é infinito, e se tornará uma *quantidade infinita*" (idem, p. 114). A relação *a/0* é tomada como um símbolo para o infinito:

> *"Para se exprimir em Algebra este quociente, emprega-se o symbolo* ∞ *que se chama infinito.*
>
> *De sorte que* $\frac{a}{0}=\infty$ *lê -se: A quantidade a dividida por zero é igual ao infinito.*
>
> *Em Álgebra pois, uma quantidade infinita quer dizer: uma grandeza maior do que qualquer outra grandeza assinalável da mesma espécie".* (idem, p. 114-115)

O autor reporta-se exclusivamente à álgebra para conceber a divisão de uma quantidade por zero como símbolo do infinito. Além disso, proclama uma cisão existente entre a linguagem matemática que acata o infinito como eventual resultado para equações e outras situações, e a linguagem comum que interpreta o infinito como impossibilidade. Tal concepção é indiciável a partir do fragmento no qual Antonio Trajano, assim como na obra de Ottoni, enfoca o problema dos correios, especificamente o caso em que eles apresentam a mesma velocidade:

> *"Em linguagem matemática, diz-se que os correios ficarão juntos a uma distancia infinita do ponto de partida. Mas esta expressão quer simplesmente dizer em*

> *linguagem comum, que eles nunca se encontrarão, ou que é impossível encontrarem-se. São desta natureza todos os casos que, em Álgebra, apresentam uma solução infinita".* (idem, 1905, p. 120)

A relação $a/0 = \infty$ foi encontrada em todos os manuais didáticos consultados até o momento. Tal relação apresenta-se de forma emblemática nos livros de álgebra de três importantes autores que influenciaram consideravelmente a educação matemática brasileira. No entanto, uma outra questão se faz presente: Tal fato era uma unanimidade entre os professores da época? A questão emerge alicerçada nas considerações de Choppin (2004) a respeito de pesquisas envolvendo livros didáticos:

> *"Escrever a história dos livros escolares – ou simplesmente analisar o conteúdo de uma obra – sem levar em conta as regras que o poder político, ou religioso, impõe aos diversos agentes de seu sistema educativo, quer seja no domínio político, econômico, linguístico, editorial, pedagógico ou financeiro, não faz qualquer sentido". (p. 561)*

As divergências públicas entre professores a respeito das divisões por zero são o enfoque da próxima seção.

DOIS JUÍZOS CRÍTICOS

Celeumas envolvendo professores e estudiosos em matemática não são incomuns. Por conta do contexto, cabe relembrar uma passagem da autobriografia de Christiano Ottoni, na qual ele relata uma publicação no ano de 1845 - um "juízo crítico" sobre o livro de Geometria escrito pelo Marquês de Paranaguá.

> *"(...) o Ministro da Marinha, o Marquês de Paranaguá, o mesmo casmurro que em 1830 me privara de ir estudar Direito em São Paulo. Por isso houve quem atribuísse a sentimento de vingança um juízo crítico que sobre a Geometria dele publiquei em 1845 e que, modéstia a parte, matou o livro. Não duvido que fosse a vingança um dos meus motivos: mas não foi o único nem o principal. Escrevi conscienciosamente o que pensava do tal compêndio que em verdade tinha pouco*

> *mérito e fora imposto à academia, onde em 1844 fui empossado na cadeira do primeiro ano".* (OTTONI, 1983, p. 32)

Poucos anos mais tarde, é o próprio Ottoni quem ingressa no mercado editorial. Jogos de força, conflitos e tensões observados a partir de registros, constituem num "prato cheio" para o interessado que deseja analisar diferentes concepções acerca de um objeto matemático, ou outro objeto de interesse. É importante ressaltar que, por vezes, as motivações determinantes para o embate não são restritas à esfera científica, contudo este texto estará meramente resrtrito à análise da circulação de ideias a respeito da temática em foco.

No ano de 1863, uma publicação assinada pelo professor Américo Monteiro de Barros, criticava o emprego do infinito no ensino das matemáticas elementares com a alegação de que tal fato era a causa de "gravíssimos inconvenientes" geradores de "perigos e desordens", os quais:

> *"(...) dão-se em grande escala nas escolas de matemáticas do Brasil, onde são adotados compêndios franceses que fazem uso do infinito no ensino das matemáticas elementares, ou compilados dos franceses por professores brasileiros, entre os quais não podemos deixar de citar o Sr. Ottoni (conselheiro) atualmente adotado por todos os estabelecimentos de instrução secundária e superior, maxime o de geometria".* (BARROS, 1863, p. 5)

As ponderações de Barros, como ele mesmo reporta, eram respaldadas por pronunciamentos proferidos pela Faculdade de Ciências de Paris no ano de 1847. Especificamente no que diz respeito à divisão de uma quantidade por zero, ele considera que expressões da forma $x = A/0$, caso particular de uma "equação do primeiro grau a duas incógnitas" do tipo $x = A/a$, expressam uma impossibilidade, decorrência de uma equação "incompatível". Segundo o seu juízo, até esse ponto tudo era "exato e suficientemente rigoroso" (p.12). Os incovenientes se instalavam no desenrolar da abordagem, quando o denominador da expressão $x = A/a$, convergindo para zero, proporcionava a x valores cada vez maiores. O caso particular $a = 0$ implicava num valor infinitamente grande para x.

Américo de Barros assinala que caso fosse imposto rigor algébrico para a questão, as expressões $ax = A$ e $x = A/a$ seriam equivalentes apenas para os casos em que a quantidade a não fosse nula e, em decorrência:

> *"(...) não se pode obter para a incógnita um valor da forma $A/0$ senão em virtude de uma hipótese falsa, consistindo em ter-se considerado como possíveis uma divisão e uma substituição que não o eram. Advertido pelo sinal indicador de uma operação não só inexecutável como ininteligível, deve-se retificar a hipótese de onde se partiu, e não se tem outra significação direta ao atribuir ao símbolo $A/0$, senão o da impossibilidade. Não será isso melhor do que deixar supor que um zero repetido uma infinidade de vezes pode adquirir toda a sorte de valores?"* (idem, 1863, p. 13)

As ponderações de Barros representavam, além de uma crítica aos manuais didáticos franceses e suas compilações, discordância relativa a uma abordagem conceitual da matemática elementar daquele período. De acordo com as obras de Serrasqueiro e Trajano publicadas após o *manifesto contra o emprego do infinito*, percebe-se que a relação $A/0 = \infty$ continuou cunhada nos livros didáticos e chancelada por importantes professores, dentre eles o catedrático do Colégio Pedro II - Joaquim Inácio de Almeida Lisboa.

Thiengo (2008) exibe um trecho do parecer[4] do Professor Joaquim Inácio Almeida Lisbôa, apresentado à Congregação do Colégio Pedro II intitulada: "Os Livros de Mathematica do Snr. Thiré". Tal fragmento é bastante oportuno para a discussão em tela:

> *"Ignoramos que razões tem o Snr. Thiré para dizer (pg. 190) ser evidente que não se pode dividir um número por zero. Ora, esta divisão conduz-nos à noção de um*

[4] Parecer redigido a pedido da Congregação do Colégio Pedro II, em razão do pedido de dispensa do concurso para professor, protocolado por Arthur Thiré, conforme legislação da época. O professor Joaquim Almeida Lisboa tece duras críticas aos livros e rejeita o pedido de dispensa do concurso.

> *número maior de que qualquer outro, e o infinito é muitas vezes uma solução perfeitamente admissível"* (p. 179).

Consultando um exemplar da álgebra de Thiré (1917), percebe-se que ele aparentemente destoava dos outros livros de álgebra analisados e atribuía um outro significado para as divisões por zero, no contexto das equações do 1º grau do tipo $ax = b$:

> *"(...) uma solução única e determinada, quando a e b forem ambos diferentes de zero. (...) nenhuma solução (impossibilidade), quando a for nullo, b não sendo nullo. (...) uma infinidade se soluções, quando a e b forem ambos nullos. (...)".* (THIRÉ, 1917, p. 169)

Num outro momento, ele reserva um parágrafo para esclarecer a questão:

> *"Este quociente b/0, como já vimos, não tem significação por si, porque não se pode compreender o que é a divisão de um número por zero. Esta é a forma b/0 do valor de x, quando há impossibilidade. Isto quer dizer que, quando o valor de x, na resolução da equação aparece na forma b/0, este símbolo da impossibilidade b/0 é o sinal que não há solução". (p. 170)*

A obra de Thiré (1917) apresentava algum diferencial em relação aos outros. Aparenta que seu intuito era o de romper com uma realidade vigente ao interior dos manuais didáticos daquele tempo. Para Choppin (2004, p.557), aí reside o interesse do historiador, ou seja, em refletir sobre "intenção dos autores". A estratégia de Thiré em promover uma mudança de mentalidade não era tão radical. Como "observação" nas páginas seguintes, ele indica uma outra interpretação para o "símbolo da impossibilidade b/0". Após atribuir valores positivos cada vez menores para o denominador ele conclui:

> *"Diz-se também que a fracção b/a toma um valor infinito quando a = 0. A expressão b/0 é chamada o símbolo do infinito, e representa-se convencionalmente pelo signal [...] que tem a fórma do algarismo 8 deitado: b/0 = ∞". (p. 172)*

Thiré propõe uma mudança de mentalidade gradativa, que não rompe totalmente com as abordagens tradicionais. Em sua obra não existe menção do infinito, enquanto solução para equações que assumiram a forma $x = a/0$, com $a \neq 0$. Ao que parece, como o intuito de evitar maiores celeumas sobre o assunto, indica na forma de uma deslocada "observação" a emblemática relação $b/0 = \infty$.

CONCLUSÕES

Não havia uma unânimidade entre professores e autores de livros didáticos adotados no Brasil, no que diz respeito às concepções envolvendo a divisão de um número, não nulo, por zero. Todos os livros de álgebra analisados invariavelmente estamparam a relação $a/0=\infty$, porém com diferenças de abordagem e visibilidade. Na obra de Ottoni, a divisão de uma quantidade por zero era uma indeterminação, no contexto de um problema, e um símbolo para o infinito no âmbito das equações algébricas. Assim também se pronunciavam os autores Serrasqueiro e Trajano.

No que concerne ao significado atribuído à divisão de uma quantidade por zero, Ottoni se utiliza da comparação entre numerador e denominador em suas abordagens, tendo as equações como cenário. Nesse contexto, as alusões aos termos "valores crescentes indefinidamente" ou "um número tão grande que", são alicerces fundamentais para as conclusões. Serrasqueiro e Trajano analisam a relação a/b, atribuindo valores numéricos cada vez menores para b, com o propósito de convencer ao leitor de que a anulação do denominador implica um valor maior do qualquer outro para a divisão. A mesma estratégia de convencimento é utilizada por Thiré, porém como mera observação. O infinito, oriundo da divisão de um número não nulo por zero, não figura dentre as opções de solução de equações em sua Álgebra Gymnasial. A relação $b/0 = \infty$ é apresentada de maneira desconectada do texto, com uma tímida visibilidade aparente.

As críticas relativas ao significado atribuído às expressões da forma *a/0* aparentemente não repercutiram nos livros didáticos de Trajano e Serrasqueiro. Edições de suas obras, publicadas mais de três décadas após a elaboração do *manifesto* assinado por Américo Monteiro de Barros, ainda interpretavam as divisões por zero como um símbolo para o infinito, da mesma maneira como fizera Ottoni. Cabe ressaltar que as críticas de Barros pautavam-se, segundo ele, em posições externadas pela Faculdade de Ciências de Paris e, curiosamente, foram as obras de um autor francês condenadas, segundo o juízo de Almeida Lisboa, por não se permitirem dividir um número por zero[5].

A análise das atribuições de significado para as divisões por zero revelam índícios de posicionamentos opostos sobre temas que permearam a cultura escolar em diferentes períodos. Bloch (2001) concebia a história como: "um esforço para o conhecer melhor: por conseguinte, uma coisa em movimento" (p. 46). Tal pressuposto sintetiza o propósito desse estudo histórico, que foi o de compreender a dinâmica argumentativa que fundamentava posições antagônicas acerca de uma relação matemática particular.

Uma primeira incursão nos livros didáticos integrantes dessa análise sugere algumas interessantes pistas. A divisão de um número não nulo por zero era objeto de divergências públicas entre professores que expressavam suas opiniões em favor de distintas atribuições de significado. O diálogo com os testemunhos históricos revela algo sobre o processo dinâmico que é inerente à construção do pensar humano, da qual a matemática é parte. O reencontro com remotas controvérsias é mais um indicativo da não linearidade histórica da formação de concepções e ideias matemáticas, contrariando impressões deixadas por

---

[5] O parecer de Almeida Lisboa não é datado e existe menção sobre a edição da Álgebra gymnasial que foi analisada. O exemplar utilizado neste estudo pertence a 4ª edição. Não foi possível constatar se a "observação", na qual figura a relação $b/0 = \infty$, foi acrescentada após as críticas apresentadas à Congregação do Colégio Pedro II.

produções e exposições didáticas que ainda oferecem uma matemática como uma "construção" harmoniosa e universal. A história comprova que não havia completa unanimidade em relação a tal projeto de "construção".

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARROS. A.M. *Nota sobre o emprego do infinito no ensino das mathematicas elementares*. Rio de Janeiro: Typographia de N. Lobo Vianna, 1863.

BLOCH, M. *Apologia da história ou o ofício do historiador*. Rio de Janeiro: J. Zahar, 2001.

CHOPPIN, A. História dos Livros e das edições didáticas: sobre o estudo da arte. *Revista da Faculdade de Educação da USP*. Educação & Pesquisa. Set/dez 2004. p.549-566.

———. O historiador e o livro escolar. *História da Educação*. Pelotas: ASPHE, n.11, abril. 2002. p.5-24.

OTTONI C.B. *Elementos de Álgebra*. Rio de janeiro: Livraria Francisco Alves, 1879.

SERRASQUEIRO, J.A. *Tratado de Algebra Elementar*. Coimbra: Imprensa da Universidade, 1893.

SILVA, C.M.S. Um longo reinado do livro didático. *Anais do V Encontro Capixaba de Educação Matemática*. 2000, p. 28-47.

———. Os Espinhos da álgebra para Lacroix. *Educação Matemática. Pesquisa*. São Paulo, v.13, n.1, pp.219-237, 2011

THIRÉ, A. *Algebra gymnasial*. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1917.

THIENGO, E.R. *Arthur Thiré*: História, Política, Educação e Matemática. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-

Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, ES, 2008.

TRAJANO, A. *Algebra Elementar*. Rio de Janeiro: Tip. G. Leuzinger, 1905.

VALENTE, W.R. *Uma historia da matemática escolar no Brasil*, 1730-1930. São Paulo: Annablume, 1999.

VECHIA, A., LORENZ, K. *Programa de ensino da escola secundária brasileira*, 1850-1951. Curitiba: Edição dos Organizadores, 1998.

LOCALIZANDO A MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES À SOCIOLOGIA DA MATEMÁTICA A PARTIR DA ANÁLISE DE *"ON COMPUTABLE NUMBERS WITH AN APPLICATION TO THE ENTSCHEIDUNGPROBLEM"*

ISABEL CAFEZEIRO[1]

Departamento de Computação
Universidade Federal Fluminense – UFF
Niterói, RJ

isabel@dcc.ic.uff.br

IVAN DA COSTA MARQUES

Departamento de Computação
Universidade Federal de Rio de Janeiro – UFRJ
Rio de Janeiro, RJ

imarques@nce.ufrj.br

Resumo: Em seu famoso artigo de 1936, "On computable numbers with an application to the entscheidungproblem", Alan Turing faz uma descrição detalhada do processo que configurou sua proposta de uma contrapartida formal para a noção intuitiva de Computabilidade. Uma análise deste texto nos leva a focalizar dois momentos no processo de construção do conhecimento matemático: primeiro, o momento em que o aparato matemático se desprende de seus vínculos com a materialidade (ou, mais rigorosamente, muda sua materialidade) tomando rumo em direção ao que é comumente entendido como sua "universalidade" (corpus universal); e, segundo, o momento em que o corpo universal se re-localiza, ou seja, muda novamente seus vínculos materiais de modo a adaptar-se às exigências do uso. Identificamos elementos extra-matemáticos que participam da configuração do que se considera "conteúdo puramente matemático." Esta compreensão desloca o eixo da autoridade da matemática, abrindo caminho a novas possibilidades de construção de conhecimento.

Palavras-chave: Matemática, História da Computação, Sociologia do Conhecimento.

1 Este trabalho foi desenvolvido durante o estágio pós-doutoral de Isabel Cafezeiro com Ivan da Costa Marques no Programa de Pós-Graduação em História das Ciências e das Técnicas da UFRJ.

LOCALIZING MATHEMATICS: CONTRIBUTIONS TO THE SOCIOLOGY OF MATHEMATICS FROM THE ANALYSIS OF *"ON COMPUTABLE NUMBERS WITH AN APPLICATION TO THE ENTSCHEIDUNGPROBLEM"*

Abstract: In his famous article of 1936, "On Computable Numbers with an application to the entscheidungproblem", Alan Turing provides a detailed description of the process that configured his proposal of a formal counterpart to the intuitive notion of computability. An analyses of Turing's text led us to focus on two moments on the process of constructing mathematical knowledge: first, when the mathematical apparatus breaks its ties with materiality (or, more rigorously said, changes its materiality) towards what is commonly known as its "universality" (universal corpus); and, second, when the universal body re-localizes itself, that is, again changes its material ties in order to adapt to the requirements of use. We identify extra-mathematical elements that participate in the configuration of what is considered "purely mathematical content". This understanding shifts the axis of mathematical authority, paving the way for new possibilities of knowledge construction.

Keywords: Mathematics, History of Computation, Sociology of Knowledge.

1. APRESENTAÇÃO

No artigo "On computable numbers with an application to the entscheidungproblem", publicado em 1936, Alan Turing (1912-1954) apresenta uma proposta de formalização do conceito de procedimento mecânico pelo que chamamos hoje de "Máquina de Turing" utilizando-a para provar a impossibilidade de existência de uma solução computável para o "problema de decisão" (entscheidungproblem) na forma expressa por Hilbert. Ao relatar seus resultados, Turing deixa transparecer muito de sua forma peculiar de *fazer matemática*. Dizemos *peculiar* porque contrasta com a prática da época no eixo Estados Unidos/Europa, onde se atribuía ao raciocínio puramente dedutivo a segurança dos resultados e a confiança nas provas. Ainda hoje, no discurso usual dos cientistas da computação, o raciocínio indutivo, os testes e as abordagens empíricas são frequentemente rejeitados, principalmente em sistemas de risco. Observa-se, inclusive, o surgimento, na década de 70, de todo um campo de estudos, os métodos formais, que estabelecem uma ponte matemática entre as ideias e sua representação visando a geração automática de provas de corretude dos programas e dos teoremas.

Para Turing, fatores empíricos e o pensamento indutivo pareciam ser claros desde o início, o que nos surpreendeu, já que ele atuava em um meio onde a dedução matemática era tomada como garantia de pensamento correto. Isso nos conduziu à uma apreciação mais concentrada em sua forma de trabalhar que, vamos argumentar, considera a natureza social e humana dos fatos e artefatos. Os Estudos Sociais de Ciência e Tecnologia, ao considerarem a natureza sociotécnica dos conhecimentos científicos (e tecnológicos), fornecem um olhar diferente para o conhecimento matemático.[2]

Neste texto, analisando a forma de trabalhar de Turing em "On computable numbers with an application to the entscheidungproblem," interessa-nos o processo de construção do conhecimento matemático precisamente no ponto em que o aparato matemático se desprende de aparentemente todos os seus vínculos com as materialidades que lhes serviram de inspiração, e toma um rumo em direção ao "abstrato", à dita universalidade. O estudo deste ponto, a que o pragmatista Willian James se refere como "salto mortal", leva à problematização de como as entidades matemáticas se apresentam no mundo-da-vida[3], estabelecem relações de autoridade e resistem a questionamentos. Ao localizarmos o conhecimento matemático, ou seja, ao mantê-lo fortemente aderente às suas materialidades, configuramos componentes "sociais" que fazem parte de forma definitiva do que se considera "conteúdo puramente matemático". A partir desta compreensão, abala-se o eixo da autoridade da matemática/lógica/computação. Abre-se espaço a novas possibilidades de construção de conhecimento, possivelmente permitindo matemáticas, lógicas ou computações

2 Uma boa introdução às especificidades da sociologia da matemática encontra-se em (BLOOR, 1976/2008).

3 Tomando emprestada a alusão de (HURSSERL, 1954/1991).

situadas, que entram em cena vinculadas ao local, inclusive ao que se faz e se vive fora dos grandes centros.

2. UMA BREVÍSSIMA DESCRIÇÃO HISTÓRICA

Na virada do século XIX para o XX havia um grande envolvimento de matemáticos com as questões de fundamentação da matemática, no sentido de garantir a exatidão e confiança absoluta nos resultados matemáticos. Alguns matemáticos da época consideraram importante tornar precisas algumas questões na base do conhecimento matemático. Em 1900, no 2º Congresso Internacional de Matemática, em Paris, David Hilbert convocou matemáticos para um esforço conjunto em busca da solução de 23 problemas em aberto. Mais tarde, em 1928, esta iniciativa tomou corpo no chamado "Programa de Hilbert", que propunha a formalização da matemática visando garantir exatidão a toda construção matemática de modo que, a toda sentença escrita em uma linguagem formal, fosse possível encontrar a prova de sua veracidade ou falsidade.

O programa de Hilbert estabelecia-se como uma forte opção, dentre outras abordagens de fundamentação da matemática. Porém, em 1930/31 o matemático Kurt Gödel publicou seus Teoremas da Incompletude, que indicavam a impossibilidade de um sistema formal (de certo tipo) ser ao mesmo tempo completo e consistente. Por completo entende-se: ter a capacidade de demonstrar todas as asserções verdadeiras expressas na linguagem do sistema. Por consistente entende-se: impossibilitar a derivação de uma contradição. Para alguns matemáticos da época os Teoremas de Gödel representaram a "catástrofe"[4], pois desmantelavam o sonho da matemática completamente segura e controlada, e destituíam do matemático o poder de dominar toda a

4 Retomamos, aqui, o termo *catástrofe,* usado por Hermann Weyl (WEYL, 1945) discípulo de Hilbert, ao se referir ao impacto causado pelas ideias de Gödel ao Programa de Hilbert.

matemática. Para outros, considerando a abrangência técnica em que o próprio Gödel localizou seus resultados, "as ciências matemáticas [cresciam] em completa segurança e harmonia."[5] (BERNAYS, 1935,p.1) Anos mais tarde, surgiram novas leituras do Teoremas de Gödel, que hoje tende a ser tomado como um resultado otimista para a matemática da seguinte forma: a incompletude, ou seja, a existência de alguma sentença sabidamente verdadeira formalizada no sistema, que, no entanto, não pode ser provada no próprio sistema, pode representar, para a matemática, um moto contínuo. Faz-se necessário buscar outros sistemas, matemáticas alternativas, capazes abraçar a tal sentença. Nessa "nova matemática", no entanto, haverá uma outra sentença sabidamente verdadeira e incapaz de ser provada no novo sistema.

Na década de 30, alguns matemáticos passaram então a tentar estabelecer em bases precisas o conceito de "procedimento mecânico" ou "calculabilidade" no sentido de definir o alcance dos sistemas formais considerados na época. Havia um consenso intuitivo sobre o significado deste conceito, o que foi logo percebido pois as diversas propostas de formalização foram provadas equivalentes. No entanto, dada a característica intuitiva do conceito de calculabilidade em questão, não havia como provar que qualquer uma das propostas realmente correspondia ao significado pretendido.[6] Iniciaram-se controvérsias a respeito de qual proposta seria "convincente", "persuasiva", "fiel ao que os matemáticos tinham em mente", enfim, uma discussão altamente subjetiva. Em meio a abordagens formais, envolvendo muita abstração matemática, Turing apresentou, no artigo de 1936, uma proposta que, embora fosse equivalente às demais, se mostrava diferente.

---

5 "The truth is that the mathematical sciences are growing in complete security and harmony" (BERNAYS,1935).

6 Por seu próprio caráter, uma prova formal só pode relacionar duas entidades formais, e não poderá consequentemente estabelecer uma equivalência entre um conceito intuitivo e uma definição formal. Ver, por exemplo, (ROGERS, 1967).

3. ALAN TURING, O ETNÓGRAFO

Para fornecer aos matemáticos um argumento convincente do que seja "mecânico", Turing definiu um dispositivo extremamente simples, partindo da materialidade do arranjo humano+lápis+papel e mantendo-se aderente aos processos materiais observados no ato de calcular. "Podemos agora construir uma máquina para fazer o trabalho deste computador"[7]: como um etnógrafo que segue rastros e comportamentos, observando o que se diz que se faz e o que se está concretamente fazendo, Turing levou em conta detalhes da atividade do "computador", termo que adotou para designar o arranjo homem+lápis+papel no ato do cálculo, para definir a máquina de computar. Resultou deste processo uma concepção abstrata, isto é, desprovida de materialidade, que está, entretanto, decididamente materializada nos computadores surgidos pouco tempo depois. Embora nunca tenha usado este termo, seu modo de abordar as questões matemáticas, e particularmente a questão do que é "ser calculável ou computável", é precisamente etnográfico.

3.1 A máquina de Turing

Turing buscava definir um dispositivo extremamente simples, evitando incorporar qualquer elemento que tornasse obscura sua íntima correspondência com o mecanismo humano de calcular. Definiu "computing machine" como um dispositivo composto por uma fita móvel, dividida em quadras adjacentes, sobre as quais podia ser escrito o algarismo "zero" ou o algarismo "um" (Figura 1). A máquina funcionava numa sucessão de passos que podia ter um final (a máquina se desligava) ou não (a máquina continuava a funcionar indefinidamente). A cada passo a máquina teria a capacidade de "ler" o algarismo da quadra abaixo dela, escrever nessa mesma quadra um

7 "We may now construct a machine to do the work of this computer" (TURING, 1936).

"zero" ou um "um" e deslocar a fita uma posição para a quadra adjacente, à esquerda ou à direita. A fita não tinha fim, no sentido de que a máquina podia sempre avançar mais uma quadra à direita ou à esquerda. E nada mais. Posta a funcionar a partir de uma fita contendo escrita em suas quadras uma sequência de "zeros" e "uns", a máquina, ao parar, se parasse, teria possivelmente transformado a sequência inicial em uma outra sequência de "zeros" e "uns".

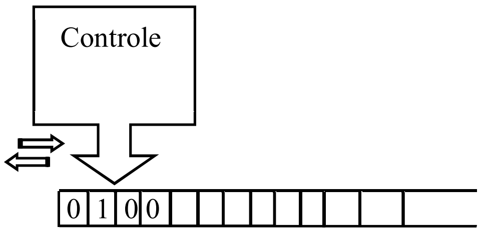


Figura 1: Representação idealizada da máquina de Turing.

Se uma máquina de Turing F inicia seu funcionamento com uma sequência de zeros e uns denominada X, e termina com uma sequência Y de zeros e uns, então, F(X) = Y. Diz-se em linguagem computacional que X é o *input* e Y é o *output* da máquina de Turing que calcula a função F. Aceita a proposição de Turing, uma função será computável ou calculável se e somente se houver uma máquina de Turing (um programa) que a compute ou calcule. A noção informal de cálculo corresponde em linguagem matemática à noção informal de algoritmo, isto é, um procedimento intuitivamente "mecânico", um procedimento que resolve um problema progredindo passo a passo para chegar a um final em um número finito de passos.

$$q_i \; S \; G \; M \; q_f$$

Figura 2: Descrição proposta por Turing de uma instrução de movimento da máquina. A instrução ilustrada deve ser lida da seguinte forma: estando a máquina no estado q_i tendo o símbolo S no cabeçote de leitura, escreva em seu lugar o símbolo G e efetue o movimento M (esquerda ou direita), passando, em seguida para o estado q_f.

Especificada dessa maneira, a máquina é uma descrição formal (precisa e rigidamente aderente a protocolos rigorosamente definidos e independente de significados que lhe possam ser atribuídos) da transformação que ela executa sobre a fita, ou seja, provê uma contrapartida formal satisfatória para a noção informal de algoritmo. Várias outras caracterizações equivalentes foram propostas por diversos matemáticos. Embora seja possível provar a equivalência entre as diversas propostas consensualmente aceitas, os matemáticos concordam que a equivalência entre qualquer destas caracterizações formais e a noção informal de algoritmo não pode ser provada, "precisa ser aceita ou rejeitada em bases que são, em grande parte, empíricas."[8] (ROGERS, 1967,p.20). Em seu artigo de 1936, Turing argumentou a favor da equivalência entre a "máquina de computar" e o mecanismo humano de calcular estabelecendo uma correspondência direta a partir de suas observações do arranjo homem+lápis+papel e o funcionamento que propunha para a máquina.

4. ALAN TURING, O EMPIRISTA

"Para o empirista, o conhecimento vem da experiência. Assim, para o empirista consistente, se matemática é conhecimento, ela também vem necessariamente da experiência" (BLOOR, 2008, p.136), e assim, "deve ser possível exibir os fatos empíricos que supostamente atuam como modelos para os processos de pensamento matemático." (BLOOR, 2008,p.139). Turing "faz" a matemática como um empirista: a partir de um fato vivido, tira conclusões e toma decisões sobre a construção abstrata que propõe: "Isto está de acordo com a experiência. Não podemos dizer só de uma olhada se 9999999999999999 e

8 "It must be accepted or rejected on grounds that are, in large part, empirical." (ROGERS, 1967, p.20)

999999999999999 são o mesmo”[9]. Da constatação da impossibilidade de diferenciar as duas sequências em uma única olhada, Turing decide que seria suficiente que a máquina levasse em conta um símbolo de cada vez.

Podemos também ver que Turing percebeu que a matemática e um tipo de experiência imediata só se sobrepõem limitadamente. Ao mesmo tempo que reconhece que “não podemos dizer um uma olhada se 9999999999999999 e 999999999999999 são o mesmo” ele parte da experiência imediata, levando em conta que a desigualdade entre 99 e 999, por exemplo, é imediatamente (isto é, sem mediação) experimentável ou percebida, o que leva à máquina por definição perceber direta ou imediatamente somente um caracter.

Transparece aqui a abordagem de J. S. Mill, no final do século XIX, segundo o qual, o conhecimento parte da experiência (MILL, 1848). Quase cem anos após o trabalho de Mill intitulado “A System of Logics”, e cerca de duas décadas após a publicação de Turing, o logicista Willard Quine também se dirige à questão da relação entre conhecimento e experiência e argumenta que:

> “[a] totalidade de nossos ditos conhecimentos ou crenças, desde as questões mais casuais de geografia e história até as mais profundas leis da física atômica ou mesmo da matemática pura e da lógica, é uma estrutura feita pelo homem que se impinge à experiência apenas nas bordas. Ou, para mudar de figura, a ciência total é como um campo de força cujas condições de contorno são a experiência. Um conflito com a experiência na periferia ocasiona reajustes no interior do campo”[10] (QUINE,1951, p.39).

---

9 “This is in accordance with experience. We cannot tell at a glance whether 9999999999999999 and 999999999999999 are the same.” (TURING, 1936).

10 “The totality of our so-called knowledge or beliefs, from the most casual matters of geography and history to the profoundest laws of atomic physics or even of pure mathematics and logic, is a man-made fabric which impinges on experience only along the edges. Or, to change the figure, total science is like a field of force whose boundary conditions are experience. A conflict with experience at the periphery occasions readjustments in the interior of the field.”(QUINE, 1951, p.39)

O empirista Quine rejeitou dicotomias no entendimento da ciência, (como, por exemplo a separação entre fatores linguísticos e extra linguísticos e enunciados analíticos e sintéticos) e apontou a necessidade de considerar a ciência como um corpo único, onde valores de verdade dependem da experiência como condições de borda, estando sujeitos a constantes revisões. Quine também rejeitou "[a] crença de que cada afirmação significativa é equivalente a alguma construção lógica sobre termos que se referem à experiência imediata."[11] (QUINE, 1951, p.20) Para ele, "nenhuma experiência particular está ligada a nenhum enunciado particular no interior do campo, exceto, indiretamente, através de considerações de equilíbrio afetando o campo como um todo."[12] (QUINE, 1951, p.40)

5. A MATEMÁTICA DE TURING E SUAS APROXIMAÇÕES ÀS PROPOSTAS DE BASES EMPÍRICAS

Para estabelecer a correspondência exata entre o que pretendia definir (a ideia intuitiva do que seja computável) e a definição que propunha (a Máquina de Turing), Turing assumiu a tripla estratégia de: (a) apelar à intuição; (b) estabelecer correspondências com outras definições que se proponham a definir o mesmo objeto; e (c) usar exemplos convincentes[13]. Em (a), Turing deixa claro a impossibilidade da prova formal entre a intuição e a definição formal. Em (b), Turing

---

11 "The belief that each meaningful statement is equivalent to some logical construct upon terms which refer to immediate experience." (QUINE, 1951, p.20)

12 "No particular experiences are linked with any particular statements in the interior of the field, except indirectly through considerations of equilibrium affecting the field as a whole." (QUINE, 1951, p.40)

13 "The arguments which I shall use are of three kinds. a. A direct appeal to intuition. b. A proof of the equivalence of two definitions (in case the new definition has a greater intuitive appeal). c. Giving examples of large classes of numbers which are computable." (TURING, 1936)

evidencia o fato de que os matemáticos da época tinham o mesmo entendimento sobre o que chamavam de *mecânico*, ou, nos termos de Turing, *computável*. Em se tratando de definições formais, não haveria grandes dificuldades em provar a equivalência entre as propostas. Por fim, em (c), assumindo a informalidade, Turing espera que seus exemplos convincentes sejam convincentes também ao leitor e justifica: "Todos os argumentos que podem ser dados estão limitados a ser, fundamentalmente, apelos à intuição, e por esta razão bastante insatisfatórios matematicamente."[14]

Esta postura de permanente aderência aos processos "humanos" mobiliza Alan Turing entre o racionalismo e o empirismo nas discussões sobre as bases do conhecimento matemático. Por um lado, a proposta de Turing deu origem a um campo ontológico habitado por entidades matemáticas tomadas como epítomes de pura dedução cerebral - o campo da calculabilidade ou computabilidade efetiva. Por outro lado, sua forma de abordar a matemática dribla o que William James se referiu como "salto mortal": "A ideia, 'significando' um objeto separado de si mesmo por um 'corte epistemológico'" (JAMES, 1907, p. VI)[15]. Ou seja, por esse outro lado, a matemática de Turing se aproxima do que John Stuart Mill chamou de ciência indutiva, atrelada à experiência e à intuição, em oposição à ciência dedutiva que se diz puramente apoiada no raciocínio:

> "Por que são a certeza matemática, e as provas de demonstração, frases comuns para expressar o mais alto grau de garantia alcançável pela razão? Por que é a matemática, por quase todos os filósofos e, (por muitos) mesmo aqueles ramos da filosofia que, por meio da

---

14 "All arguments which can be given are bound to be, fundamentally, appeals to intuition, and for this reason rather unsatisfactory mathematically" (TURING, 1936).

15 "The idea, in 'meaning' an object separated by an 'epistemological chasm' from itself, now executes what Professor Ladd calls a 'salto mortale' (JAMES, 1907, p.VI).

> matemática, foram convertidos em ciências dedutivas, considerada independente da evidência, da experiência e observação, e caracterizada como Sistemas de Verdades Necessárias?"(MILL, 1848: II, V, 1, 148)[16]

Embora transitando em um meio de forte acolhimento à tradição racionalista, diversos depoimentos indicam que a ampla aceitação da computabilidade de Turing pela comunidade de matemáticos deveu-se precisamente à seu caráter altamente intuitivo. Conforme aponta (SOARE, 1996, p.12),

> "A Máquina de Turing e a análise de Turing foram entusiasticamente aceitas pelos fundadores do assunto, Gödel, Church e Kleene, como a correta definição de computabilidade. (...) Gödel escreveu a respeito das definições formais de computabilidade, 'Turing estabeleceu acima de qualquer dúvida que esta é realmente a definição correta de computabilidade mecânica'. Gödel não deixou dúvida de que ele considerava a abordagem de Turing como superior a todas as outras definições anteriores (inclusive suas próprias funções recursivas) (...)"[17]

Soare transcreve também o comentário de Kleene comparando as três abordagens: "'A computabilidade de Turing é intrisecamente persuasiva', mas a 'λ-definibilidade não é intrinsecamente persuasiva' e a

---

16 "Why are mathematical certainty, and the evidence of demonstration common phrases to express the very highest degree of assurance attainable by reason? Why are mathematics by almost all philosophers and, (by many) even those branches of philosophy which, through the medium of mathematics, have been converted to deductive sciences, considered to be independent of the evidence of experience and observation, and characterized as Systems of Necessary Truth?" (MILL, 1848: II, V, 1, p.148)

17 "Turing machines and Turing's analysis were enthusiastically accepted by the founders of the subject, Gödel, Church, and Kleene as the correct definition of computability. (...) Gödel wrote regarding the formal definitions of computability, 'That this really is the correct definition of mechanical computability was established beyond any doubt by Turing.' Gödel left no doubt that he regarded Turing's approach as superior to all other previous definitions (including his own recursive functions) (...)" (SOARE, 1996, p.12)

'recursividade geral quase nada (seu autor Gödel não estava, a esta época, de todo persuadido)'"[18] (SOARE, 1996, p.12-13).

6. REFERÊNCIA CIRCULANTE E UM EXEMPLO NO ARTIGO DE TURING

De acordo com Latour, o conhecimento é construído em uma cadeia reversível de curtos passos, a que chama de Referência Circulante (LATOUR, 2001, p.86). A "referência circulante" difere essencialmente da concepção de "referência" de Frege, para quem a referência é um ponteiro para algo no mundo exterior:

> "É, pois, plausível pensar que exista, unido a um sinal (nome, combinação de palavras, letra), além daquilo por ele designado, que pode ser chamado de sua referência (*Bedeutung*), ainda o que eu gostaria de chamar de o sentido (*Sinn*) do sinal, onde está contido o modo de apresentação do objeto. (...) A referência de 'estrela da tarde' e 'estrela da manhã', é a mesma, mas não o sentido." (FREGE, 1892/2009).

Para Latour, a cada passo intermediário na construção do conhecimento há somente um pequeno hiato entre a matéria (coisa) e a forma (ideia), e portanto uma quase continuidade entre a coisa e a ideia. Nesta cadeia, o que serve como matéria (coisa) em um passo torna-se forma (ideia), e esta forma (ideia) torna-se matéria (coisa) para o passo seguinte. Ao longo destes passos algo permanece invariável: está aí a referência.

A partir da experiência vivida da computação de um número, Turing idealizou o "computador" (*computer*), que não era a máquina que chamamos hoje de computador, ainda inexistente naqueles dias, mas o arranjo homem+lápis+papel, na tarefa de computar um número. A partir da materialidade deste arranjo, ele concebeu a noção de "estado da

---

18 "'Turing's computability is intrinsically persuasive' but 'λ-definability is not intrinsically persuasive' and 'general recursiveness scarcely so (its author Gödel being at the time not at all persuaded)'" (SOARE, 1996, p. 12-13).

mente" (*state of mind*), ou seja, a "imagem" da mente do "computador", enquanto calculava. Assim, o arranjo computador, que era originalmente coisa (matéria) tornou-se estado da mente, ou seja, tornou-se ideia (forma) na cadeia de construção do conhecimento. Daí, Turing decidiu adotar uma "contrapartida mais física e definitiva"[19] do estado da mente. Turing explica: "Se ele faz isso [o computador suspende momentaneamente sua atividade] ele deve deixar uma nota de instruções (escrita em alguma forma padrão) explicando como o trabalho deve ser continuado. Esta nota é a contrapartida do 'estado da mente'"[20] (TURING, 1936) Ou seja, o que era a forma na etapa anterior - o estado da mente, tornou-se coisa para esta etapa, e deu origem a uma nova forma: "nota de instruções" (*note of instructions*). Finalmente, a coisa "nota de instruções", virou forma: uma tabela mais parecida com os programas dos computadores surgidos alguns anos mais tarde: "q1 S0 PS1, R q2 q2 S0 PS0, R q3q3 S0 PS0, R q4 q4 S0 PS0, R q1" (TURING, 1936). Ao longo desta cadeia de "pequenos passos" (LATOUR 2001, p.88), desde o "humano computador" até a máquina de computação, algo permanece inalterado, permitindo o rastreamento passo a passo para trás e para frente, entre a forma (ideia) de um "estado da mente" e a matéria (coisa) que é sua "contrapartida mais física e definitiva". O que permanece inalterado, apesar das transformações, é a referência: a calculabidade.

7. LOCALIZANDO A MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES PARA A SOCIOLOGIA DA MATEMÁTICA

Algumas vezes ocorre que, ao saltarmos etapas quando tratamos a cadeia de referências circulantes, a proximidade entre a coisa e a ideia presente em cada etapa da referência circulante deixa de ser tão evidente

---

19 "a more physical and definite counterpart" (TURING, 1936).

20 "If he does this [the computer breaks off] he must leave a note of instructions (written in some standard form) explaining how the work is to be continued. This note is the counterpart of the 'state of mind" (TURING, 1936).

e entre em cena a imponência de uma "representação" que termina por ofuscar aquela quase continuidade (os saltos muito pequenos) entre as ideias e as coisas. Este vínculo ou quase continuidade, então, se perde na trajetória da construção do conhecimento dando a impressão de que ideias ditas abstratas podem surgir não se sabe bem de onde, originando o que o jornalista John Tierney chamou de "paradoxo da matemática": "Não importa quão resolutamente [os matemáticos] ignorem o mundo, eles consistentemente produzem as melhores ferramentas para entendê-lo"[21] (TIERNEY, 1984)

William James identifica este momento da construção do conhecimento como o "salto mortal": prender-se à conformidade[22] entre a coisa, em um extremo, e a ideia, em outro, é dar um salto em direção ao simbólico. É mortal porque esconde uma cadeia de vínculos entre uma ideia (forma) e o mundo-da-vida (matéria, coisa, objeto).

> "Pois primeiro esvaziamos a ideia, objeto e intermediários de todas as suas particularidades, de forma a reter apenas um esquema geral, e depois, consideramos o último somente na sua função de dar um resultado, e não no seu caráter de ser um processo. Neste tratamento, os intermediários murcham na forma de um mero espaço de separação, enquanto que a ideia e o objeto retêm apenas a distinção lógica de serem termos finais que são separados." (JAMES, 1907, p.VI)[23]

"Por vezes é útil pedir à evidência que se justifique", diria (BENVENISTE 1992, p.49). O salto mortal confere à representação,

---

21 "No matter how determinedly its practitioners ignore the world, they consistently produce the best tools for understanding it." (TIERNEY, 1984)

22 Conformidade: 3.Geologia. Sucessão paralela e contínua dos depósitos estratificados; concordância. (Novo Dicionário Eletrônico Aurélio versão 5.11 a)

23 "For we first empty idea, object and intermediaries of all their particularities, in order to retain only a general scheme, and then we consider the latter only in its function of giving a result, and not in its character of being a process. In this treatment the intermediaries shrivel into the form of a mere space of separation, while the idea and object retain only the logical distinctness of being the end-terms that are separated." (JAMES, 1907, p.VI)

no caso, à matemática, a autoridade daquilo que dispensa explicações. De início, por ser evidente (mesmo que somente para alguns) e, mais tarde, por força do uso, naturaliza-se. Ao pedir à evidência que se justifique, recupera-se os vínculos com as materialidades, facilitando a compreensão e destituindo as verdades do caracter absoluto que podem ganhar ao darem o salto mortal desprendo-se do mundo.

> "Por nenhuma razão particular os gregos decidem estudar uma curva chamada elipse. Dois mil anos depois os astrônomos descobrem que esta curva descreve a maneira dos planetas se moverem ao redor do Sol. Novamente, por nenhuma razão, em 1854, um matemático alemão, Bernhard Riemann, especula sobre o que aconteceria se ele descartasse um dos postulados sagrados da geometria plana de Euclides. Ele faz uma hipótese aparentemente absurda de que não é possível traçar duas linhas paralelas. Seu plano não-euclideano substitui o de Euclides com uma abstração bizarra chamada espaço curvo, e então, sessenta anos depois, Alberto Einstein anuncia que esta é a forma do universo." (MARQUES, 2008, p.251)

Embora, para o senso comum, a matemática não trate diretamente de coisas materiais, para os empiristas, como Mill, ocorre, na construção do conhecimento matemático, uma associação dos processos matemáticos com as coisas. Bloor (2008, p.157-158) explica que quando entram em cena "objetos não materiais," como na matemática ou no caso das emoções, falamos de ideias como se elas fossem objetos, o que ele chama de "metáfora do objeto". A matemática constrói-se a partir dessa "metáfora do objeto", isto é, da capacidade dos atores de falarem de ideias como se elas fossem objetos que podem ser apontados com o dedo. Além disso, percebe-se que a matemática e um tipo de experiência imediata só se sobrepõem limitadamente (o que, como observamos acima, não escapou a Turing). É o limite desta sobreposição que configura o salto mortal na matemática – a ideia matemática desvinculada da coisa, a percepção da matemática como sem relação com qualquer "coisa-matéria" ou experiência imediata, a forma matemática sem uma sequência de pequenos passos que a vincule ao seu (ou até mesmo a qualquer) "objeto material".

7.1 Saltos mortais e máquinas de Turing

A medida da diagonal do quadrado de lado 1, assim como a raíz da equação $x^2-2=0$, nos indicam um único objeto matemático, "não material", que denominamos $\sqrt{2}$. Entretanto, duas calculadoras diferentes possivelmente nos fornecerão resultados diferentes para o cálculo do mesmo objeto $\sqrt{2}$: cada uma tomará um certo número de casas decimais, de acordo com suas representações internas. Sabemos que não há algoritmo (não há máquina de Turing que pare completando um cálculo) que calcule $\sqrt{2}$ com precisão absoluta e completa (com um número infinito de algarismos) e, portanto, as precisões das calculadoras provém de acordos: decisões tomadas a respeito da arquitetura de tais máquinas. Mesmo assim, dizemos que as calculadoras nos fornecem o resultado de $\sqrt{2}$, ou, em outras palavras, há máquinas de Turing calculam $\sqrt{2}$. Pode-se ver aí a configuração de um salto mortal: a ideia matemática de $\sqrt{2}$ se desprende de sua coisa, do objeto material que, fala-se, faz a aproximação ou chega perto de $\sqrt{2}$ (como se $\sqrt{2}$ fosse algo apontável com o dedo) com um número finito de algarismos. Nos termos de James ou Latour ficamos aprisionados pela conformidade entre a coisa material (a calculadora finita) em um extremo e a ideia ou forma "não material" (infinita) de $\sqrt{2}$ em outro. Uma vez saltadas, as ideias (embora sempre apoiadas em outras materialidades, como a do colegas-papel-lápis-conversas), traduzem-se em novas ideias, que já nascem sem que se possa visualizar a referência circulante que sobrepõe suas antecessoras e o tipo de experiência imediata a elas vinculado. É o que acontece por exemplo quando, atribuindo-se um índice (de Gödel) a cada máquina de Turing pode-se falar de funções que podem ser rigorosamente definidas mas provadamente não calculáveis (Rogers 1967:32-45) ou de graus de insolubilidade (Rogers 1967:254-300), ou outros objetos ditos puramente matemáticos cuja existência é "uma consequência direta e quase trivial da caracterização formal [da calculabilidade]." (Rogers 1967:39)

A sociologia da matemática mostra que questões matemáticas manifestadas através da computação são decididas por fatores extra-matemáticos, como, por exemplo ocorreu nas controvérsias e acordos realizados na década de 1970 para a definição de uma aritmética computacional. "Em 1987, E. Peláez, J. Fleck e [D. MacKenzie] previram que a demanda por provas da correção de sistemas de computadores levaria inevitavelmente a um tribunal governar sobre a natureza da prova matemática." (MACKENZIE, 1996:166) Um caso prático surgiu já na década de 1970 em controvérsias em torno da definição de uma aritmética computacional decorrentes do confronto da expansão infinita de certos números reais e o tamanho finito da representação computacional, o que certamente impõe alguma forma de truncamento do número. Uma comparação entre os diversos algoritmos usados por diferentes empresas fabricantes de computadores na época evidencia que há muitas decisões a serem tomadas quanto à representação e tratamento dos números fracionários. E os diversos algoritmos usados por diferentes empresas (IBM, Digital, HP, Intel, Texas) apresentavam resultados diferentes.

> "Um especialista cit[ou] um problema de cálculo de juros compostos que teve quatro resultados diferentes quando feito em computadores de quatro diferentes tipos: \$331,667.00, \$293,539.16, \$334,858.18 e \$331,559.38. Ele identifica máquinas nas quais *a/1* não é igual a *a* (como, na aritmética humana, deveria sempre ser) e $e\pi - \pi e$ não é zero." (MACKENZIE, 1996:168)

Negociar a aritmética se provou ser um processo longo. Um comitê começou a trabalhar em setembro de 1977 e o padrão IEEE 754, Aritmética Binária de Números Fracionários, só foi adotado em 1985. O ponto crucial, destacado por (MACKENZIE, 1996:182) é que

> "havia uma aritmética humana consensual e estável perante a qual a aritmética computacional poderia ser julgada. A aritmética humana foi, contudo, insuficiente para determinar a melhor forma da aritmética computacional. (...) a aritmética humana proveu um recurso, ao qual os diferentes participantes recorreram diferentemente, e não um conjunto de regras que poderia simplesmente ser aplicado na aritmética dos computadores."

Tornou-se necessário que entrassem em cena fatores extra-matemáticos, e a negociação de um acordo sobrepôs a autoridade matemática.

Vemos, então, que para algumas questões do "mundo-da-vida" em que se necessita apelar aos modelos matemáticos, estes não dão conta de apontar um "caminho correto", e as controvérsias permanecem em aberto, ou são resolvidas por acordos. Entram em cena outros elementos, heterogêneos, aparentemente apartes do mundo abstrato da matemática, atrelados ao "mundo-da-vida". E então, os "tribunais da matemática"[24] cedem lugar a outros tribunais onde atores locais, como por exemplo, a configuração de uma arquitetura de computador, agem efetuando traduções – fazem a matemática daquele local, daquele tempo. Recupera-se o vínculo (não necessariamente o vínculo original) entre coisas e representações, desfaz-se o "salto mortal", desfaz-se o paradoxo da matemática:

> "tudo o que precisamos é restaurar alguma parte, não importa o quão pequena, do que havíamos jogado fora. No caso do abismo epistemológico o primeiro passo razoável é lembrar que o abismo foi preenchido por ALGUM material empírico, seja ideacional ou sensacional, que performou ALGUMA função ligadora e nos salvou do salto mortal. Restaurando então o indispensável modicum de realidade para o assunto de nossa discussão, achamos nosso tratamento abstrato

24 Fazemos referência à alusão Hilbertiana à matemática como suprema corte em discurso proferido em 1925: "(...) mathematics has become a court of arbitration, a supreme tribunal to decide fundamental questions – on a concrete basis on which everyone can agree and where every statement can be controlled." (HILBERT, 1925)

> genuinamente útil. Escapamos do envolvimento com casos especiais, sem, ao mesmo tempo, cair em paradoxos gratuitos."[25] (JAMES, 1907, p.VI)

A impossibilidade ou a falta de pertinência (interesse para fazer o investimento) de recuperar as referências circulantes que levam a uma ideia dita abstrata facilitam que essa ideia-forma-aparato desvinculado da materialidade de onde se originou possa aterrissar em outra materialidade, de onde decorrem novas associações, e de onde resulta a construção de novos conhecimentos. Desfaz-se o salto mortal, localiza-se a matemática. Equilíbrio instável, que possibilitará novos saltos mortais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BENVENISTE, E. *O homem na Linguagem*. Lisboa, Editora veja Ltda., 1992.

BERNAYS, P. *Platonism in mathematics*. 1935. Bernays Project, texto 13. Acessado em julho 2011. Disponível em: http://www.phil.cmu.edu/projects/bernays/Pdf/platonism.pdf

BLOOR, D. *Conhecimento e Imaginário Social*. São Paulo. Editora UNESP. 1976/2008.

CAFEZEIRO, I., MARQUES, I. et al, *Recontando a Computabilidade*. In: Revista Brasileira de História das Ciências, v.3. n.2, pp. 231-251, 2010.

25 "all we need is to restore some part, no matter how small, of what we have taken away. In the case of the epistemological chasm the first reasonable step is to remember that the chasm was filled with SOME empirical material, whether ideational or sensational, which performed SOME bridging function and saved us from the mortal leap. Restoring thus the indispensable modicum of reality to the matter of our discussion, we find our abstract treatment genuinely useful. We escape entanglement with special cases without at the same time falling into gratuitous paradoxes." (JAMES, 1907, p.VI)

CAFEZEIRO, I., MARQUES, I., *Alan Turing, lápis, papel e a calculabilidade: uma etnografia do conhecimento matemático*. In: XXVI Simpósio Nacional de História - Associação Nacional de História - ANPUH, 2011, São Paulo, SP. ANAIS ANPUH 2011 - 50 ANOS, 2011.

FREGE, G. *Sobre sentido e a referência* In: Lógica e Filosofia da Linguagem. São Paulo-EDUSP, 1892/2009.

HILBERT, D. On the infinite. In: Philosophy of mathematics. Eds. Benacerraf, P., Putnam, H. Cambridge University Press. Disponível em: http://www.math.dartmouth.edu/~matc/Readers/HowManyAngels/Philosophy/Philosophy.html. Acessado em outubro de 2011.

HUSSERL, E. *La crisis de las ciencias europeas y la fenomelogía transcendental - una introducción a la filosofia fenomelógica*. Barcelona: Editorial Crítica. 1954/1991. ix, 366 p.

JAMES, William. *The Meaning of Truth. A Sequel to 'Pragmatism' by William James*. 1907 Disponível em http://ebooks.adelaide.edu.au/j/james/william/meaning/. Acessado em outubro de 2011.

LATOUR, B. *A Esperança de Pandora*. São Paulo, EDUSC. 2001.

MACKENZIE, D. *Negotiating Arithmetic, Constructing Proof*. In: D. Mackenzie (Ed.). Knowing Machines - Essays on Technical Change. Cambridge, MA: The MIT Press, 1996.

MARQUES, I. D. C. *Metáforas matemáticas e enquadramentos políticos*. In: L. M. Carvalho, H. N. Cury, et al (Ed.). História e Tecnologia no Ensino da Matemática - Vol. II. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., v.II, 2008. Metáforas matemáticas e enquadramentos políticos, p.241-268.

MILL, J.S. *A System of Logic, Raciocinative and Inductive: Being a Connected View of the Principles of Evidence and the Methods of Scientific Investigation*, Londres, 1848.

QUINE, W. *Two dogmas of empiricism.* Philosophical Review, 60(1): 20-43, January 1951.

ROGERS, H. *Theory of recursive functions and effective computability*. New York, McGraw-Hill. 1967. xix, 482 p.p. (McGraw-Hill series in higher mathematics).

SOARE, R.I. *Computability and recursion.* In: Bull. Symbolic Logic, 2, 284-321. 1996.

TIERNEY, J. *Paul Erdös is in town: his brain is open*. Science 5(8) 84.

TURING, A. *On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem.* In: Proceedings of the London Mathematical Society, Series 2, n.42, p. 230-265,1936.

WEYL, H. *David Hilbert and his Mathematical work*. Bull. Amer. Math. Soc. v.50, n.9, 1944, p. 612-654.

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA: *UMA ANÁLISE DAS EXPERIÊNCIAS PUBLICADAS EM PERIÓDICOS NACIONAIS E INTERNACIONAIS*

JOSÉ LAMARTINE DA COSTA BARBOSA

Departamento de Matemática – DM – Campus de Campina Grande
Universidade Estadual da Paraíba – UEPB
Paraíba, PB

lamartine.barbosa@uol.com.br

RÔMULO MARINHO DO RÊGO

Departamento de Matemática – DM – Campus de Campina Grande
Universidade Estadual da Paraíba – UEPB
Paraíba, PB

romulomate@gmail.com

JONEI CERQUEIRA BARBOSA

Departamento II da Faculdade de Educação – Campus de Canela
Universidade Federal da Bahia – UFBA
Salvador, BA

joneib@uol.com.br

Resumo: Este artigo é uma *revisão sistemática* de estudos sobre a participação da História da Matemática no ensino e aprendizagem matemática, publicados em alguns periódicos no Brasil e em outros países, nos últimos dez anos. Identificamos os estudos que fazem reflexões teóricas, apresentam propostas e relatam experiências sobre o possível apoio da História da Matemática. Nas análises feitas, observamos que a grande maioria dos artigos contempla reflexões teóricas. No entanto, os trabalhos que relatam experiências de como utilizá-la ainda é pouco expressivo no período e nos periódicos considerados. Observamos que, nos últimos dez anos, a defesa da potencialidade didática da História da Matemática, há muito disseminada por professores, em publicações, nos livros didáticos e nas recomendações oficiais, ainda não se concretizaram em experiências ou investigações que promovam efetivamente essa articulação.

Palavras-chave: História da Matemática, Revisão Sistemática, Ensino e Aprendizagem matemática.

HISTORY OF MATHEMATICS LEARNING IN MATHEMATICS: *AN ANALYSIS OF PUBLISHED IN NATIONAL AND INTERNATIONAL EXPERIMENTS JOURNALS*

Abstract: This article is a systematic review of studies on the participation of the History of Mathematics in teaching and learning mathematics, published in some journals in Brazil and other countries in the last ten years. We identified studies that make theoretical reflections, present proposals and report experiments on the possible support of History of Mathematics. In the analysis carried out found that the vast majority of articles includes theoretical reflections, but papers that have reported experiences of how to use it is weak in the period considered and newspapers. We note that in the last ten years, the defense of the didactic potential of HM, there is widespread for teachers, publications, textbooks and official recommendations have not been realized in experiments and investigations to promote effectively the link.

Keywords: History of Mathematics, Systematic Review, Teaching and Learning mathematics.

INTRODUÇÃO

Introduzimos a nossa temática afirmando:

> *No âmbito internacional, as relações entre História, Educação Matemática e Matemática têm sido objeto de interesses e investigação de um conjunto de pesquisadores que vêm se organizando desde os anos finais da década de 1970. No 3º. Congresso Internacional de Educação Matemática, realizado em 1976, foi criado o International Study Group on the Relations between the History and Pedagogy of Mathematics (HPM), filiado à Comissão Internacional de Ensino de Matemática (ICMI).* (**SOUTO, 2010, p.521)**

No Brasil, no mesmo período, a História da Matemática começa a se delinear como área de pesquisa. A realização dos primeiros doutoramentos na área, por brasileiros, foi de fundamental importância para impulsionar o movimento em torno do tema que, especialmente nos últimos quinze anos, vêm se consolidando e apresenta progressos notáveis. Segundo Souto (2010), a História da Matemática passa a ser tema de vários estudos relacionando-a com a Educação, com uma expressiva participação de pesquisadores brasileiros.

Sem sombra de dúvida, o avanço da pesquisa na área, em nosso país, tem apresentado inúmeros reflexos na Educação Matemática. Podemos afirmar, uma participação fundamental no desenvolvimento científico da Matemática no País.

Segundo Souto (2010), fundamentada em Miguel (2004), devemos considerar essa participação e a diversificação do movimento em torno da História da Matemática no Brasil atualmente, em seis campos de pesquisa no interior da prática social de investigação em História da Matemática: História da Matemática, História da Educação Matemática, História na Educação Matemática, Estudos Historiográficos, Teoria da História na ou da Educação Matemática e campos afins.

Para efeitos do levantamento a que nos propusemos realizar, consideramos apenas o terceiro dos campos acima citados. Mesmo cientes de que as fronteiras entre eles não podem ser rígidas e de que, em alguns trabalhos, se entrelaçam de tal maneira a tornar difícil o enquadramento em uma única categoria, adotamos essa classificação para os artigos publicados em periódicos nacionais e internacionais e focamos nossa análise naqueles inseridos no campo da História na Educação Matemática, especificamente naqueles os quais relataram experiências.

Adotamos a caracterização dada por Miguel e Miorim (2004) e Jankivist (2009) para identificar as pesquisas nesse campo e, portanto, consideramos os estudos que tratam das inserções efetivas da História da Matemática a formação inicial ou continuada de professores de Matemática; na formação matemática de estudantes de quaisquer níveis; em programas ou propostas curriculares oficiais de ensino da Matemática; na investigação em Educação Matemática.

Por isso, indagamos: Como está o campo atual da História da Matemática como possibilidade de participação no ensino e aprendizagem da matemática? Esta pergunta geral será abordada a partir das seguintes subquestões: 1. Quais países originaram os artigos? 2. Quais os conteúdos trabalhados? 3. Quais os objetivos dos estudos? 4. Como a HM é usada no ensino de matemática? 5. Qual o tempo de aplicação das experiências realizadas? 6. Quais os níveis de ensino em que elas foram realizadas? 7. Quais as estratégias de ensino desenvolvidas? 8. Nas experiências realizadas, existia conhecimento prévio sobre o conteúdo a ser trabalhado? Quais abordagens foram adotadas?

Os trabalhos enquadrados nessas questões foram alvo de uma análise mais detalhada, de cunho qualitativo. Procuramos observar a persistência dos discursos em favor de inserções históricas no ensino da Matemática e o reflexo desses discursos nas novas investigações empreendidas. Mais especificamente, interessava-nos descobrir se as pesquisas mais recentes mostravam preocupações com maneiras possíveis de efetivar a relação da História com a Educação Matemática. Por isso, dentre todos os artigos, procuramos dimensionar a participação daqueles que realizaram experiências históricas no ensino e aprendizagem da Matemática.

Assim, dividimos o nosso trabalho em duas etapas: Inicialmente, fizemos um levantamento quantitativo dessas publicações de forma geral para, em seguida, apresentarmos inúmeras informações, comentando seus interesses, ou seja, suas reflexões teóricas, suas propostas e suas experiências. Encontramos, nesse percurso, um total de 56 artigos. Os periódicos em que foram publicados esses artigos constituem, atualmente, uns mais outros menos, um *fórum* privilegiado para divulgação de investigações na área.

Antes de tratar dos procedimentos e de alguns resultados da pesquisa, é importante citarmos alguns estudos anteriores, que também investigaram a produção científica em HM no Brasil e em outros países, e cujos resultados podem ser complementados pela investigação que empreendemos. Nesse sentido, compartilhamos das iniciativas feitas em vários trabalhos realizados no Brasil por Miguel e Miorim (2004), Mendes (2004), Sad (2005), Teixeira, Greca e Junior (2009) e, em nível internacional, do que observado nos artigos de Guliker e Blom (2001), Lerman, Xu e Tsataroni (2002) e Jankvist (2009).

Nosso objetivo é contribuir no sentido de evidenciar alguns traços das pesquisas que tratam da História da Matemática em situações de ensino e aprendizagem da matemática, ainda não discutidos nos estudos anteriores e, também, no sentido de atualizar informações, visto que nos debruçamos em um período e em alguns periódicos não alcançados por outras investigações.

Nesse sentido, conduzimos nosso estudo procurando verificar o quanto tem persistido o discurso acerca das possibilidades pedagógicas da História na Educação Matemática, buscando perceber até que ponto esse discurso tem se materializado em investigações sobre inserções efetivas da HM no ensino e aprendizagem matemática.

Esse trabalho trouxe importantes elementos para nossa reflexão das relações da História com a Educação Matemática. Sendo assim, esperamos que o panorama aqui traçado possa contribuir a outros pesquisadores interessados no tema.

METODOLOGIA

Os artigos inseridos na revisão sistemática foram selecionados face uma consulta às seguintes bases de dados: *Educational Studies in Mathematics* (ESM), *International Journal of Science and Mathematical Education*, *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, *International Journal for the History of Mathematics Education*, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *Revista Latinoamericana de Investigación en Mat*emática: *Acta Scientiae*, Revista SimposiuM, *Revista História & Educação Matemática*, *RPM-Revista do professor de Matemática*, *BOLEMA – Boletim de Educação Matemática*, *Zetetik*é, *GEPEM*, *SBEM - Educação Matemática em Revista.*

Após a leitura dos títulos, palavras-chave, resumos e referências, 56 artigos diretamente relacionados à participação da HM, foram selecionados. Após isso, os artigos foram submetidos aos critérios de exclusão. Assim, após a aplicação desses critérios, treze artigos com um perfil adequado à revisão em profundidade permaneceram.

O número limitado de artigos, face os critérios de exclusão, oferece uma visão preliminar da situação atual da área de investigação. Isto demonstra a relativa escassez de pesquisas publicadas relatando experiências sobre a participação da HM no ensino e aprendizagem da matemática. Contudo, o âmbito da pesquisa realizada, em conjunto com os critérios utilizados durante todo o processo dessa análise, permite a confiança necessária para considerá-lo um bom indicador do estado da arte dessa área de investigação.

ALGUNS RESULTADOS E COMENTÁRIOS: VISÃO GERAL DO ESTUDO

Após a seleção de 56 artigos, traçamos um quadro geral da evolução da produção na área de pesquisa sobre a participação da HM no processo de ensino e aprendizagem da matemática. A Figura 1, a seguir, apresenta um resumo dos resultados quantitativos dos artigos selecionados, registrando o número de artigos por periódico e o número de artigos por ano.

Ano / Periódico	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	Artigos no período
ESM			1		3	2	8	2			**16**
IJSME						1			1		**2**
MJRME				10							**10**
IJHME											
RELIME	1							1	1		**3**
ACTA S		1		1	1		1				**4**
ZDM									1	2	**3**
REVEMAT							1				**1**
RHEM	1										**1**
RPM								2			**2**
RS			1								**1**
BOLEMA		1							1		**2**
ZETETKE					1	1	1	1			**4**
B. GEPEM							1		1		**2**
EMR	1		1			1	2				**5**
Artigos por ano	**3**	**2**	**3**	**11**	**5**	**5**	**14**	**6**	**5**	**2**	**56**

Figura 1: Resumo do estudo obtido pela seleção do ano e periódico

Já na Figura 2 abaixo, complementando e ilustrando a Figura 1, percebemos a evolução de publicações no período considerado na nossa pesquisa explicitamente os picos e a oscilação da produção em termos de publicação por ano. Observamos uma curva assimétrica à direita, que representa um aumento e um decréscimo menos acentuado.

Explicando: Apesar de identificarmos, a partir de 2004, picos acentuados, há uma ligeira queda comparando-se ao período anterior, com certa diferença no início da década e no seu final.

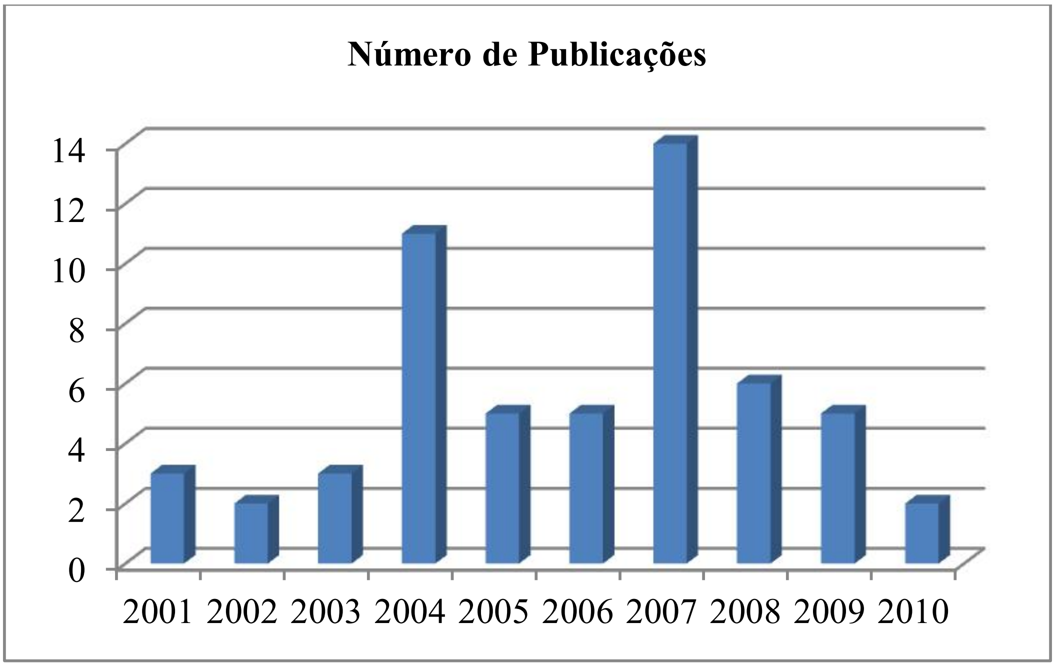


Figura 2: Número de publicações por ano

Na **Figura 2**, portanto, indicam-se os picos, localizados em 2004 e 2007. Nesses casos, os resultados ocorreram em virtude de uma edição especial dedicada ao assunto, publicada no periódico *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, e a outra, face ao periódico *Educational Studies in Mathematics,* ter sido um dos espaços científicos mais considerados pelos publicadores sobre a área em questão.

DESCRIÇÃO GERAL DE ESTUDOS

Levando em consideração os critérios de seleção, uma descrição dos 13 artigos selecionados para análise foi realizada de acordo com os seguintes aspectos: país em que o estudo foi realizado; os objetivos gerais do estudo; conteúdo desenvolvido; como a HM foi utilizada no

Ensino de Matemática; nível de ensino; tempo de intervenção didática; estratégia de ensino empregada na intervenção didática; e, se o conhecimento prévio dos alunos foi levado em consideração, quer em relação ao assunto da matemática dentro da intervenção ou em relação à HM . A descrição foi codificada e resumida pelo estilo do sistema de numeração **romana I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X, XI, XII e XIII .**

A Figura 3 constitui o quadro dos artigos que foram mais detalhadamente analisados. Vejamos:

Artigo	Autor	Título	Ano
I	Abraham Arcavi e Masami Isoda	'Learning to listen: from historical sources to classroom practice'	2007
II	Giorgio Tomato Bagni	La Introducción de la historia de las matemáticas em La enseñanza de los números complejos. Uma investigación experimental desempeñada em La educación media superior.	2001
III	Charalambos Y. Charalambous, Areti Panaoura e George Philippou	Using the history of mathematics to induce changesin preservice teachers' beliefs and attitudes: insights from evaluating a teacher education program.	2009
IV	Fulvia Furinghetti	Teacher education through the history of mathematics.	2007
V	Uffe Thomas Jankvist	An empirical study of using history as a 'goal'.	2010
VI	Tinne Hoff Kjeldsen e Morten Blomhøj	'Integrating history and philosophy in mathematics education at university level through problem-oriented project work'.	2009
VII	Ng Wee Leng	Effects of an ancient chinese mathematics enrichment programme on secondary school students_ achievement in mathematics.	2006
VIII	Po-Hung Liu	History as a platform for developing college students' epistemological beliefs of mathematics	2009
IX	Alejandro S. González-Martín	Dimensión histórico-epistemológica de la integral impropia como guía para nuevas prácticas de enseñanza.	2009
X	Luis Radford e Luis Puig	Syntax and meaning as sensuous, visual, historical forms of algebraic thinking.	2007
XI	Maria do Carmo de Sousa	.Quando professores têm a oportunidade de elaborar atividades de ensino de Matemática na perspectiva lógico-histórica.	2009
XII	Uffe Thomas	On Empirical Research in the Field of Using History	2009

	Jankvist	in Mathematics Education'.	
XIII	Yannis Thomaidis e Constantinos Tzanakis	The notion of historical "parallelism" revisited: historical evolution and students' conception of the order relation on the number line.	2007

Figura 3: Resumo dos artigos selecionados para análise detalhada

É interessante notar que os treze artigos selecionados para a revisão mais detalhadamente vêm de uma variedade dos países em quase todos os continentes: oito publicações são provenientes da Europa; 1, da América do Sul; 1, da América do Norte; 1, da África; e 3, do Oriente Médio. Há também uma variedade de conteúdos abordados nas experiências relatadas aplicando a HM, sendo o de álgebra predominante.

Globalmente, os objetivos propõe-se a investigar a utilização de textos e/ou estratégias de ensino com base na HM em termos de uma melhor compreensão de conceitos, e as atitudes dos sujeitos em relação à matemática. Na maioria dos estudos, esses objetivos estão associados à ideia da construção conceitual. Os artigos revelaram uma variedade de níveis de ensino, e examinam os sujeitos da pesquisa em três níveis de ensino (primário, secundário e superior) e em programa de formação de educadores. No entanto, a maioria das experiências é concentrada nas fases superior e média, demonstrando a necessidade de se explorar esse assunto em nível fundamental, nomeadamente, estudos envolvendo estudantes imaturos com pouca capacidade de compreender as questões histórico-epistemológicas.

O Artigo **I** descreve e analisa uma abordagem para desenvolver a capacidade produtiva de escuta dos professores. Uma atividade didática com várias questões sobre equações lineares e quadráticas foi realizada com uma turma do ensino superior. Houve a realização de *workshops*, nos quais textos históricos explicativos do desenvolvimento de conceitos foram lidos e discutidos, bem como foram relatadas experiências próprias, além de constantes exibições, levando em consideração as mudanças no estilo de experiência ocorridas na antiga Matemática do Egito. Em consequência, houve a possibilidade de os alunos ampliarem suas experiências pessoais. Como equação linear é o assunto obrigatório, o ensino da história da matemática pode ser visto, segundo os autores, na perspectiva sugerida por uma abordagem didática integrada com a História da Matemática.

O Artigo **II** envolve um estudo qualitativo com um grupo de alunos do ensino médio, com o objetivo de analisar a efetividade em introduzir números complexos a partir de um exemplo histórico. A iniciativa dessa experiência foi feita através de uma prova (fichas) seguida de questões propostas. Após a leitura de textos históricos, foram realizadas atividades nas quais os alunos discutiram o assunto, tendo em vista uma melhor compreensão dos aspectos essenciais da matemática, bem como aprender a desenvolver argumentos e apreciar as atitudes quanto à direção da matemática.

O Artigo **III** (realizado no Chipre) apresenta a eficácia de um programa preparatório de professores de matemática com base na história de matemática visando reforçar as crenças e as eficácias epistemológicas e suas atitudes em relação à matemática. O HM foi introduzida através de palestras, resoluções de problemas e discussões de como algumas ideias matemáticas foram colocadas nos manuais escolares e currículo. Para tanto, foi desenvolvida uma sequência de dois cursos sobre o conteúdo ensinado: Sistema de numeração prova sistemática, problemas famosos da antiguidade, Geometria Euclidiana e não Euclidianas, renomados matemáticos, álgebra, cálculo e lógica matemática.

O foco principal do Artigo **IV** é considerar o problema de concepção de estratégias para programas de formação de professores que podem promover um estilo consciente de ensino. Nesse caso, a história da matemática ocorre através da utilização de materiais históricos, como biografias, artigos originais. Nesse artigo, há o relato de uma experiência realizada em uma escola superior, durante dois anos, constituída de três fases usando o Laboratório de Educação Matemática, espaço em que foram criados grupos de discussões mediados por um instrutor para trabalhar álgebra, em especial equações de segundo grau. Essa experiência pode contribuir para uma melhor percepção da matemática, bem como uma melhor valorização da matemática pelos futuros profesores. Segundo Furingheti (2007), apoiada na citação de *Loria*, afirma que a HM é uma *maravilha como um germe* em vez de *monstros como um feto*.

O Artigo **V** descreve um estudo empírico sobre o uso da HM como meta, mais especificamente, segundo Jankvist (2007), utilizando-a no campo do *meta-ssunto*. Ao lidar com a História da correção de erros em três grupos com o objetivo de alcançar uma compreensão sobre o código binário de *Hamming* e Criptografia de Chave-pública, o estudo faz uso da leitura de textos originais proporcionando uma melhor apreciação da matemática aplicada pelos alunos, ao mesmo tempo em que introduz a categoria de História da Matemática como Meta, *enquanto meta-assunto*.

A estratégia de ensino envolvia uma estrutura modular com leitura e discussão de textos originais de História da Matemática, utilizando-se textos históricos, juntamente com experimentos e exercícios relativos aos casos. Durante as cinco sessões de 90 minutos em que a investigação foi realizada pelos grupos, foi observada a História da correção de erros, matemática discreta, o Código binário *Hamming* e a Criptografia de chave-pública.

O Artigo **VI** tem como objetivo fornecer evidências empíricas, analisando três relatórios de projetos, escritos pelos alunos, e reivindicatórios de que a História e a Filosofia da matemática beneficiam a aprendizagem dos estudantes. Esses projetos preocupados com as meta questões realizam-se através de uma ação interdisciplinar utilizando episódios históricos, textos e livros didáticos. Segundo Kjeldsen e Blomhøj (2009: 100) essa ação pode ser configurada como fenômeno cultural e social interagindo com o conhecimento

O Artigo **VII** examinou os efeitos de um Programa de Enriquecimento da Matemática Chinesa Antiga (ACMEP) sobre o desempenho escolar dos alunos do segundo ano de uma escola secundária em Singapura. Além disso, determinou se há diferença significativa entre os alunos que participam do ACMEP e os que não participam. Para isso, recorreu a leituras e discussões de textos originais. Os grupos experimentais e o de controle foram divididos em quatro classes supervisionadas por professores distintos. Foram trabalhadas gráficas estatísticas e trigonometria em termos de conteúdos.

O Artigo **VIII** teve como objetivo propor a criação de um ambiente experimental para observar o efeito de um curso de cálculo baseado na história sobre o desenvolvimento das crenças epistemológicas dos alunos sobre a matemática. Como a estratégia de ensino base envolve somente estudantes universitários, a análise atual contém apenas os resultados pertinentes a elas. O estudo utilizou uma estratégia de HM incorporando o assunto através da leitura e discussões em grupo sobre uma variedade de biografias de alguns matemáticos.

O Artigo **IX** apresentou os fundamentos da construção de uma sequência didática para o conceito de integral própria utilizando exemplos históricos extraídos de textos antigos. Na sequência didática, foi utilizada uma estratégia de ensino recorrendo a discussões, exemplos e contraexemplos.

O Artigo **X** aborda a questão da forma como os alunos fazem sentido do simbolismo algébrico. Para isso, traz o Princípio da **Integração** (ligação entre ontogênese e filogênise) e textos históricos como recurso para atingir seu objetivo. As atividades realizadas em grupo foram mediadas pelo professor. Embora a ideia de paralelismo entre os dois processos, *ontogenético* e *filogenético*, já ter sido bastante criticada na literatura Matheus (1994), Schubring, 1994, Moreira e Greca (2003),; Radford, Furinghetti e Katz, (2007), continua presente nos argumentos de pesquisadores que exploram o uso didático da HM.

O Artigo **XI** apresentou elaborações feitas por professores quando têm oportunidade de frequentar espaços universitários que promovam a vivência e a elaboração de atividades de ensino na perspectiva lógico-histórica. Os textos históricos sobre o conteúdo função, o uso de materiais didáticos, textos teóricos que sinalizavam potencialidades pedagógicas da HM e a vivência de atividades de ensino na perspectiva lógico-histórica constituíram a estratégia de ensino utilizada.

O Artigo **XII** possibilitou aos participantes refletirem sobre o significado dos objetos matemáticos através de experiências em momentos históricos de sua construção, trabalhar a álgebra, em especial a equação de segundo grau.

O Artigo **XIII,** além de ter examinado criticamente a polêmica entre a evolução histórica dos conceitos matemáticos e seu processo de ensino e aprendizagem, tratou a relação de ordem sobre a sequência de número e da álgebra das desigualdades, tentando elucidar o desenvolvimento e funcionamento desse conhecimento no mundo acadêmico da atividade matemática e do mundo do ensino e aprendizagem da matemática no ensino da educação secundária.

Portanto, os artigos demonstram uma variedade de objetivos, estratégias, em relação à participação da HM em experiências de matemática.

DOS COMENTÁRIOS DOS *PORQUÊS* E DO *COMO* ABORDAR A HM

A Figura 4 nos revela que os treze artigos analisados são fundamentados nas categorias dos *porquês* e dos *como* a HM pode participar no processo de ensino e aprendizagem matemática propostas pelo Jankvist (2009)[1]. As cores representam as categorias sugeridas pelo autor, ou seja: Com relação ao por que aplicar a HM, a Verde representa a ferramenta motivacional, a Cinza a ferramenta como Meta.

---

[1] História como *Ferramenta* (motivacional e cognitiva) e como *Meta* para justificar *o por que* da participação da HM e de como colocá-la para participar usando as categorias *Iluminação*, *Modular* e *Baseada na História*.

No tocante ao *como* abordar a HM, a cor Amarela representa a Abordagem por Iluminação; a Azul, por módulos; a Laranja, a abordagem Baseada na História.

Fica claro pela **Figura 4** que há diversas maneiras de justificar a participação da HM no processo ensino e aprendizagem matemática, assim como diversas maneiras de inseri-la.

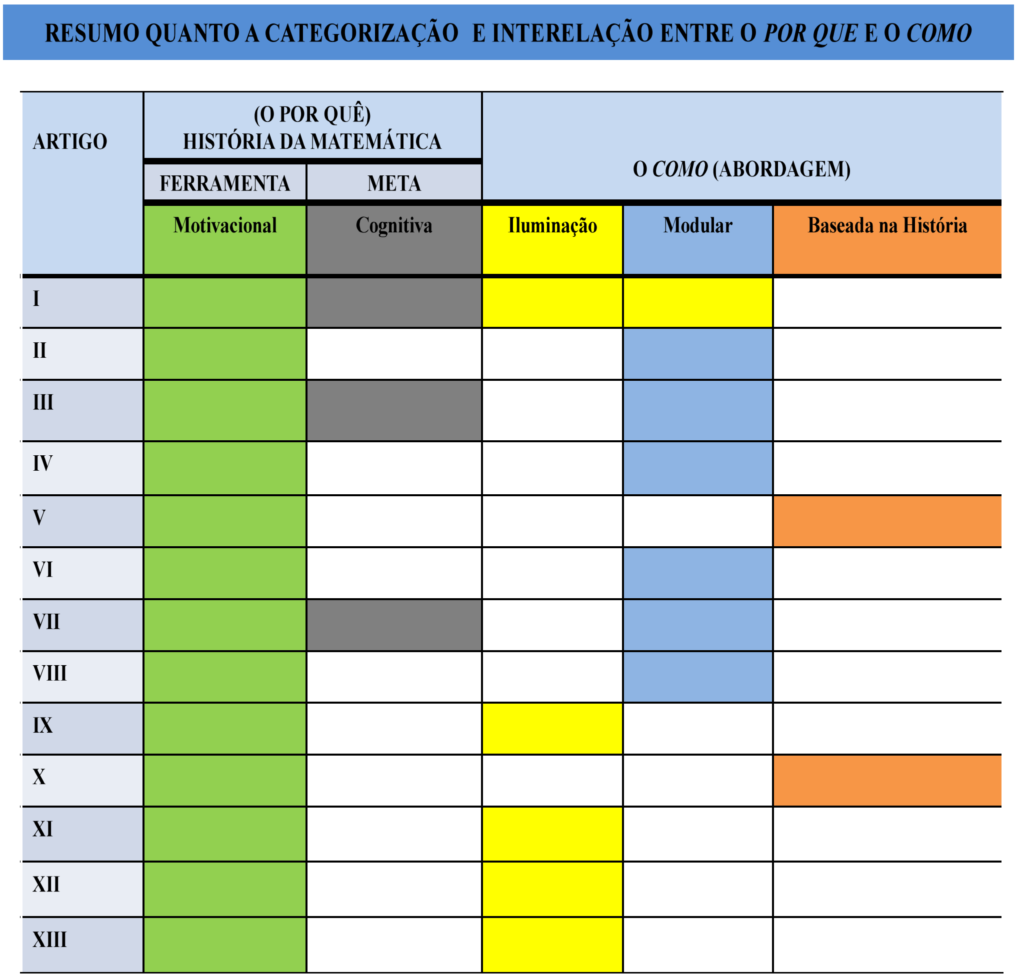


Figura 4: O *porque* e o *como* utilizar a HM

Usando a classificação proposta por Jankvist (2009) sobre o *porquê* e o *como* abordar a HM no ensino e aprendizagem da matemática, percebemos, em todos os artigos, o lado motivador da HM. Já os artigos I, III, VII, no tocante ao *por que* utilizar a HM, se identificam com a categoria da HM como Meta.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Antes de fazermos nossas ponderações finais, desejamos ressaltar que os resultados a que chegamos são parciais, tanto no sentido da impossibilidade (intencional) de ser gerais e definitivos, quanto no sentido da impossibilidade de separação entre sujeito e objeto. A tentativa de compreender a configuração do campo "História na Educação Matemática", por meio dos estudos analisados, são fruto de nossa particular compreensão e interpretação dos dados, articulada com nossas crenças, concepções e experiências pessoais e profissionais.

Os dados a que tivemos acesso, sem sombra de dúvida, são, pois, passíveis de novas abordagens e diferentes interpretações, e as que registramos aqui não pretendem ser únicas nem abrangentes. O estudo aqui exposto nos mostrou que a participação da História da Matemática no ensino e aprendizagem Matemática em nosso país e em muitos outros países, em se tratando de experiências realizadas, é um campo ainda pouco explorado. No entanto, essa participação tem sido insistentemente recomendada, especialmente quando se trata da Educação Básica.

Conforme mencionamos, essas recomendações têm aparecido no discurso dos responsáveis pela elaboração de currículos e vem intensificando-se desde a divulgação dos novos documentos reguladores da educação básica nos diferentes níveis de ensino (PCN e DCN), em 1997. Apesar disso, podemos afirmar que a produção acadêmico-científica é ainda incipiente no que tange à participação efetiva da História no ensino- aprendizagem da Matemática.

Outro ponto a ser considerado é que os caminhos usados nesse estudo parece ser razoavelmente um modo efetivo de empreender uma revisão sistemática da literatura que aborda a participação da HM no ensino e aprendizagem da matemática. O resumo da pesquisa informada aqui nos permitiu esboçar, com a ajuda de tabelas e gráficos, uma avaliação geral da pesquisa estudada sobre o assunto, e também colher e proporcionar informação crítica de uma maneira segura, a qual pode ser de valor para essa área de pesquisa.

Os artigos presentes analisaram vários modos de como utilizar HM no ensino de matemática: em relação a objetivos pedagógicos (aprendendo conceitos, atitudes, argumentação); em relação a estratégias pedagógicas (integrado com o assunto de matemática, integrado com outra estratégia pedagógica); em relação a materiais didáticos (narrativas históricas, biografias, réplicas de experiências históricas, problemas contextualizados historicamente e histórias de vidas de matemáticos).

Os resultados informam a ocorrência de efeitos positivos na participação didática da HM na aprendizagem de conceitos de matemáticos. Todavia, pesquisas são necessárias para investigar esses aspectos. Não está explícito como a HM promove melhorias nas atitudes dos alunos em relação à matemática, o que nos leva a concluir que esse assunto precisa de investigação adicional.

Por outro lado, as experiências observadas, poucas ou quase nenhuma, têm análise mais aprofundada. Parecem mais uma narrativa. Nada contra a narrativa, contudo precisamos de mais argumentos que nos levem a acreditar poder a HM participar com eficiência da aprendizagem matemática, seja motivando, seja efetivamente na compreensão de determinados conceitos.

Em suma, apesar do número limitado de estudos incluído na análise final, a extensão atual da pesquisa, como também a seleção e critérios de exclusão e a detalhada análise guiada pela pergunta de pesquisa nos permitem considerar que essa pesquisa é uma síntese indicadora segura do estado de arte dessa área particular de pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARCAVI, A.; ISODA, M. 'Learning to listen: from historical sources to classroom practice'. *Educational Studies in Mathematics*. 66, P. 111-129, 2007.

BAGNI, G.T. La Introducción de la historia de las matemáticas em La enseñanza de los números complejos. Uma investigación experimental desempeñada em La educación media superior. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Volume 4, número 1, p. 45-61, 2001.

CHARALAMBOUS, C.Y.; PANAOURA, A.; PHILIPPOU, G. Using the history of mathematics to induce changesin preservice teachers' beliefs and attitudes: insights from evaluating a teacher education program, *Educational Studies in Mathematics,* 71, p.161-180, 2008.

FURINGHETTI, F. Teacher education through the history of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *66*, p.131-143, 2007.

GONZÁLEZ-MARTÍN, A.S. Dimensión histórico-epistemológica de la integral impropia como guía para nuevas prácticas de enseñanza. Boletim GEPEM, 54 - JAN./JUN., p.53-75, 2009.

GULIKERS, I.; BLOM, K. "A Historical Angle", A Survey of Recent Literature on the Use and Value of the History in Geometrical Education'. *Educational Studies in Mathematics* 47, p.223-258, 2001.

JANKVIST, U.T. On Empirical Research in the Field of Using History in Mathematics Education. *ReLIME* 12(1), p. 67-101, 2009.

JANKVIST, U.T. 'A categorization of the 'whys' and 'hows' of using history in mathematicseducation'. *Educational Studies in Mathematics* 71(3), p. 235-26, 2009.

KJELDSEN, T.H.; BLOMHØJ, M. 'Integrating history and philosophy in mathematics education at university level through problem-oriented project work'. *ZDM MathematicsEducation* 41, 87–103, 2009.

LERMAN, S., XU, G.; TSATSARONI. Developing Theories of Mathematics Education Researchch the ESM Story. *Educational Studies in Mathematics*, 51:23-40, 2002.

LENG, N.W. Effects of an ancient chinese mathematics enrichment programme on secondary school students achievement in mathematics. International Journal of Science and Mathematical Education, 4, p.485-511, 2006.

LIU, P-H. History as a platform for developing college students' epistemological beliefs of mathematics, International Journal of Science and Mathematics Education, (7), p.473-499, 2009.

MENDES, I.A. Uma radiografia dos textos publicados nos anais dos SNHM. In: MIGUEL, A.; MIORIM, M.A. História na Educação Matemática: propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 200p. (Tendências em Educação Matemática, 10), 2004.

MIGUEL, A. (2005). História, filosofia e sociologia da educação matemática na formação do professor: um programa de pesquisa, *Educação e Pesquisa*, São Paulo, (31)1, p. 137-152.

RADFORD, L.; PUIG, L. Syntax and meaning as sensuous, visual, historical forms of algebraic thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 66, p. 145-164, 2007.

SOUSA, M.C. Quando professores têm a oportunidade de elaborar atividades de ensino de Matemática na perspectiva lógico-histórica. *Bolema,* Rio Claro (SP)*,* Ano 22, nº 32, p. 83-99, 2009.

SOUTO, R.M.A. História na Educação Matemática – um estudo sobre trabalhos publicados no Brasil nos últimos cinco anos. BOLEMA, v.23, n.35B, abr. 2010.

THOMAIDIS, Y.; TZANAKIS, C. The notion of historical "parallelism" revisited: historical evolution and students' conception of the order relation on the number line. *Educational Studies in Mathematics*, 66, p.165-183, 2007.

SAD, L.A. Comunidade científica de História da Matemática: uma trajetória de sua difusão e de eventos produtores. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, VI, Brasília, Anais. Rio Claro: L.A.S, p. i-vi, 2005.

TEIXEIRA, E.S; GRECA, I.M.; JUNIOR, O.F. The History and Philosophy of Science in Physics Teaching: A Research Synthesis of Didactic Interventions. Sci & Educ, 2009.

OS GUARANI DO ESPÍRITO SANTO:
UM ESTUDO DE MOTIVOS GRÁFICOS DA CESTARIA

CLAUDIA A. C. DE ARAUJO LORENZONI

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, IFES
Vitória, ES

araujocl@ig.com.br

Resumo: Analisa motivos gráficos encontrados na cestaria dos Guarani de Aracruz, Espírito Santo. Os motivos estão divididos em três grupos: de origem sagrada, padrões zoomorfos e designações morfológicas. O artigo aborda aspectos morfológicos, tecnológicos e mitológicos com o objetivo de apresentar elementos da história e da cultura guarani por meio de seus grafismos. O texto é um fragmento da tese de doutorado "Cestaria guarani do Espírito Santo numa perspectiva etnomatemática" que investiga, de um ponto de vista etnomatemático, saberes/fazeres desse grupo quanto à sua cestaria, buscando possíveis relações com a educação escolar indígena. A perspectiva etnomatemática adotada considera que cada cultura, ao longo da sua história, constrói maneiras próprias de saber e fazer segundo suas necessidades e seu contexto natural e social, inclusive no que se refere a comparar, classificar, representar, medir, contar, etc. Tal perspectiva demanda uma etnografia orientada para o estudo do significado e do simbolismo, o que se buscou por meio de observações, diálogos e entrevistas, realizados no período de dezembro de 2007 a abril de 2010, com artesãos, educadores, lideranças e demais moradores das aldeias guarani do Espírito Santo. Os registros foram coletados por meio de caderno de campo, fotografias, gravações em áudio e em vídeo e da organização de uma coleção particular de cestos. A análise de motivos gráficos da cestaria guarani aponta para os cestos tanto como modalidade de afirmação étnica, quanto como expressão de particularidades dos artesãos, como idade, religiosidade e domínio da técnica. A cestaria guarani traduz uma identidade étnica, uma especialização tecnológica e padrões estéticos de uma realidade na qual ela se constitui e ajuda a constituir. Destacam-se a relação da mulher com o cesto-cargueiro; o emprego como matéria-prima de talas de gramíneas, particularmente, o taquaruçu e o bambu; e a predominância na ornamentação de padrões do tipo *ipara kora*, em forma de losango, ou suas variações. Esses elementos são ricos em significados que ajudam os Guarani a contar e construir sua própria história, tão ligada à natureza, à coletividade e à busca por uma Terra sem Males.

Palavras-chave: Etnomatemática. Índios guarani. Cestaria. Motivos gráficos.

THE GUARANI OF ESPÍRITO SANTO: A STUDY OF GRAPHICS MOTIFS OF THE BASKETRY

Abstract: Analyzes graphic motifs found in the guarani basketry of Aracruz, Espírito Santo. The graphic motifs are divided into three groups: those of sacred origin, zoomorphic patterns and morphological descriptions. The article focuses on morphological, technological and mythological aspects with the aim of presenting the history and elements of the guarani culture through their artwork. The text is a fragment of the doctoral thesis "Cestaria guarani do Espírito Santo numa perspectiva etnomatemática", that investigate, in a ethnomathematical view, knowing/doing of this group as to their baskets, seeking possible links with the indigenous education. The ethnomathematics perspective adopted believes that every culture throughout its history, built their own ways of knowing and doing according to their needs and their natural and social context, including with regard to compare, classify, represent, measure, count, etc. This perspective demands an ethnography oriented to study of meaning and symbolism, which is sought through observations, conversations and interviews, conducted from December 2007 to April 2010, with artisans, teachers, community leaders and other residents of guarani villages of the Espírito Santo. The records were collected through field notebooks, photographs, audio and video and organization of a private collection of baskets. The analysis of graphic motifs of the guarani basketry points for the baskets both as a form of ethnic affirmation and as an expression of particularities of craftsmen, such as age, religiosity, and mastery of technique. Guarani basketry reflects an ethnic identity, a technological expertise and a esthetic standards of a reality in which it is and helps to constitute. Highlight the relationship of the woman with the basket, the use as raw material of splints grasses, particularly the Taquaruçu and bamboo, and the predominance in the ornamentation of the type *ipara kora* patterns, parallelogram-shaped, or its variations. These elements are rich in meanings that help the Guarani to tell and to build their own story, as related to nature, society and the search for a Land without evil.

Keywords: Ethnomathematics. Indians Guarani. Basketry. Graphic motifs.

INTRODUÇÃO

No ano de 2008, com a Lei 11.645, foi incluída no currículo oficial da rede de ensino a obrigatoriedade da temática "História e Cultura Afro-Brasileira e Indígena". Em seus artigos, a Lei prevê que aspectos da história e da cultura que caracterizam a formação da população brasileira, tais como o papel do negro e do índio, sejam ministrados no âmbito de todo o currículo escolar e, não somente, nas disciplinas de artes, história e literatura, como interpretam alguns. De que forma a disciplina de matemática pode contribuir nesse sentido?

O presente artigo propõe um olhar sobre desenhos e formas encontradas na cestaria guarani, investigando suas características morfológicas e tecnológicas, buscando referências na própria cultura guarani, apontadas por seus indivíduos. Uma perspectiva etnomatemática como essa contempla perfeitamente a proposta de "História e Cultura Indígena" nas aulas de matemática.

Como D'Ambrosio (2005, 2008) e outros autores têm proposto, a matemática escolar é uma produção humana. Embora traga reflexos de outras culturas, por exemplo, árabe e hindu, sua estrutura tem raízes no Ocidente, na sua história e na sua cultura. Analogamente, é possível afirmar que a maneira como os Guarani desenvolvem, comunicam e perpetuam seus conhecimentos de ordem quantitativa ou espacial também se refere à sua própria cultura, entendida aqui a partir de Geertz (1989), como um sistema de concepções herdadas, expressas em formas simbólicas, dentre elas, os motivos ornamentais da cestaria.

As terras indígenas no Estado do Espírito Santo, Comboios e Tupiniquim, estão localizadas no município de Aracruz, ao norte do Estado, e abrigam cerca de 2500 indígenas, entre tupiniquim e guarani. Em novembro de 2010, foram publicados no diário oficial os decretos de homologação dessas terras indígenas totalizando uma superfície em torno de 18 mil hectares.[1] Os Guarani, em número bem menor que os Tupiniquim, vivem no distrito de Santa Cruz, nas aldeias de Boa Esperança (*Tekoa Porã*), Três Palmeiras (*Boapy Pĩdo*) e Piraquê-açu, situadas na terra indígena Tupiniquim. De janeiro de 2008 a abril de 2010 – entre visitas semanais, atuação na formação continuada de professores e uma semana de permanência contínua – estive nessas aldeias buscando entre os Guarani elementos pelos quais eles próprios caracterizassem a sua cestaria e idéias matemáticas que pudessem estar

[1] Disponível em: http://www.funai.gov.br/ultimas/noticias/2_semestre_2010 /novembro/un2010_04.html. Acesso em: 24 ago. 2010.

associadas a tais elementos. Os motivos gráficos foram uma categoria a considerar, juntamente com os usos, formas, cores, matérias-primas, estrutura de trançado e técnicas de confecção.

Apresento uma análise de desenhos encontrados nos cestos, a partir do trabalho de campo (registrado por meio de caderno de campo, fotografias, gravações em áudio e em vídeo e da organização de uma coleção particular de cestos) e de referências como Schaden (1962) e Nimuendaju (1987) sobre a cultura guarani, Ciccarone (2001) sobre os Guarani do Espírito Santo, Ribeiro (1985) sobre cultura material indígena, e Nogueira (2005) e Garcia (2008) sobre cestaria guarani.

MOTIVOS GRÁFICOS DA CESTARIA GUARANI

Em língua guarani, o ato de trançar desenhos ou motivos gráficos no bojo de um cesto é dito *nhabopara*. O verbo *nhabopara* tem também o significado de escrever. Ao longo deste texto, a expressão "motivos gráficos" será designada também por outros termos como "desenhos", "padrões ornamentais", "grafismos" e "representações", justamente para preservar seu sentido de escrita, de sistema de comunicação, e para não lhe impor um significado único.

Estudar os motivos gráficos guarani, mesmo que do ponto de vista de características matemáticas, requer um olhar sob as narrativas míticas desse povo, com ênfase nos significados, no simbolismo e na interpretação. Em seus grafismos, os Guarani imprimem sua própria identidade. "[...] Os desenhos esboçados no trançado não são improvisados. Derivam da técnica do entrançamento e se sedimentam na tradição tribal, sendo transmitidos de geração a geração" (RIBEIRO, 1985, p. 89).

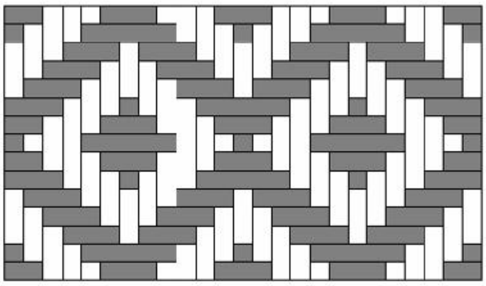
A seguir, registro os padrões gráficos encontrados em campo. Estão divididos em três grupos que retratam a forma como estabeleci as fontes desta pesquisa: com atenção a características técnicas e morfológicas dos artefatos, à religião, à história guarani e à possibilidade de se estabelecer uma relação entre cestaria guarani e matemática escolar.

PADRÕES DE ORIGEM SAGRADA

Encontrei o termo "sagrado" usado pelos Guarani em situações diversas, por exemplo, "A mulher é sagrado porque vai dar nenezinho" (**TUPÃ KWARAY**, liderança religiosa). O alimento à base de milho (*awatxi ete*), a carne de queixada (*kotxi*) e o uso do cesto cargueiro (*adjaka ete*) são igualmente sagrados. É sagrado tudo que é próprio ao Guarani segundo a vontade de Deus. Dessa forma, meus interlocutores descreveram os padrões que apresento a seguir, também como sagrados, de inspiração divina.[2]

Para **Tupã Kwaray**, padrões ornamentais empregados na cestaria que são diferentes dos citados nesta seção não têm significado especial na cultura guarani. Para ele, alguns padrões são invenção de artesãos ou professores, não-índios provavelmente. Os desenhos inventados[3] só podem ser usados se forem para ornamentação de objetos destinados à venda.

Ipara kora



Desenho 1: *Ipara kora*

---

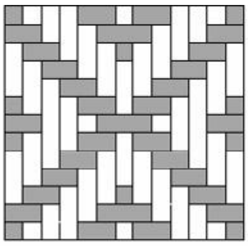
[2] Entre dois grupos mbya do Rio Grande do Sul, Silva (2001, p. 225) encontrou, como padrão de origem sagrada, o *ipara rytxy* e o *ipara pirarãinhykã*. Não identifiquei, entre os Guarani do Espírito Santo, nenhuma denominação semelhante a essa última.

[3] Os interlocutores de Silva (2001, p. 228) apontaram como "inventados" os padrões: "[...] *ipara korá* (desenho fechado, pode ser quadrado, losango, redondo), *iparápanambi pepó* (desenho da asa da mariposa), *mboitini ipará* (desenho da cascavel), *ipará karena* (desenho da corrente), *ipará kurusú* (desenho da cruz), *ipará joaçá* (desenho cruzado)".

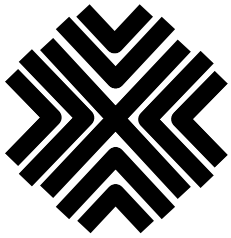
Em língua guarani, a expressão *ipara kora* significa "desenho ou figura cercada", de *kora*, "cerca". Por exemplo, *ipara kora djere* significa "figura circular redonda". Na cestaria, um *ipara kora* tem forma de losango ou quadrado (Desenho 1).

Algumas lideranças entrevistadas associaram o *ipara kora*, ou a bifurcação de dois desses padrões (Desenho 2), à cobra cascavel (Fotografia 1), que consideram invencível entre as demais cobras. Aliando a essa informação o fato de que, na pintura corporal, um desenho semelhante (Desenho 3) pode significar " guerreiro", " lutador", é possível pensar que os Guarani se identificam, por meio do padrão *ipara kora*, como um povo guerreiro, não no sentido de quem faz guerra, a que se dizem bastante contrários, mas no sentido de quem é batalhador e perseverante. São especialmente guerreiros na sua busca pela "Terra sem males", caracterizada pela proximidade à Mata Atlântica, a mar e em sentido leste. Um lugar apropriado a seu modo de vida, reservado a eles por Deus (**Nhãderu**), rica em recursos naturais e livre dos males desta terra, como doenças e injustiças.

Fotografia 1: Cascavel[4]



Desenho 2: Bifurcação de padrões *ipara kora*



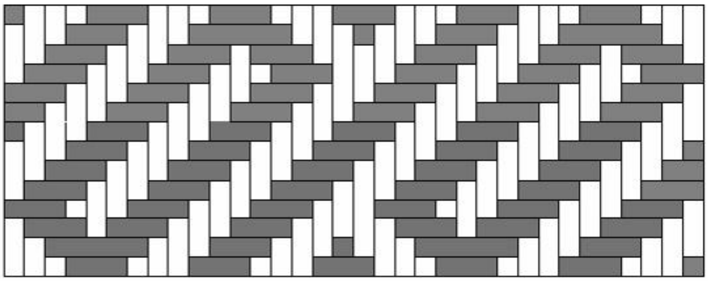
Desenho 3: Padrão de pintura corporal guarani

A relação entre o *ipara kora* e a origem do povo guarani transparece em suas narrativas. **Tupã Kwaray**, liderança religiosa nas aldeias do Espírito Santo, conta que a mulher foi criada por Deus a partir de um cesto, o qual estava sendo ornamentado com um *ipara*

4 Disponível em: <http://www.vivaterra.org.br/cascavel_25.2.jpg>. Acesso em: 19 ago. 2009.

kora'i (LORENZONI, 2009). A versão de **Para**, prima distante de **Tupã Kwaray**, associa o *ipara kora* a uma cobra diferente da cascavel, de aproximadamente dois palmos de comprimento, preta e com os desenhos em cinza. Essa cobra seria uma das primeiras criações de Deus. Embora seja venenosa, não oferece perigo ao homem, uma vez que "Ela só pica quando a vida da pessoa já está com seu limite marcado por Deus" (**KARAI**, filho de **Para**).

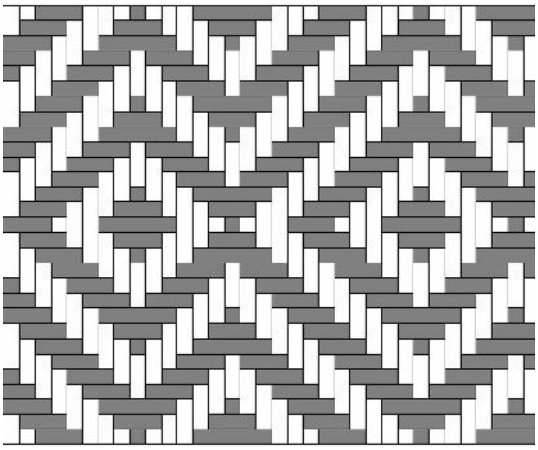
A expressão *ipara kora* pode ganhar outros sentidos quando acrescida de atributos. *Ipara kora puku* é a descrição que alguns Guarani dão para figuras retangulares desenhadas na cestaria (Desenho 4). O vocábulo *puku* tem o sentido de "comprido", "esticado" ou "alongado", o que sugere a compreensão do retângulo como um "quadrado comprido".



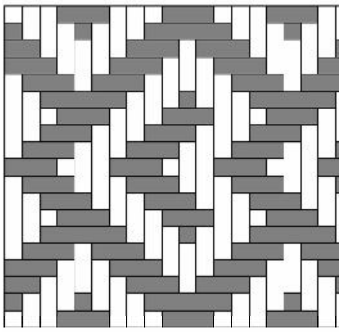
Desenho 4: *Ipara kora puku*

Na narrativa das lideranças, da família de **Tupã Kwaray**, a presença do *ipara kora puku* em cestos guarani é fruto do contato com os Kaingang no Sul do País. Os desenhos 7 e 8 apresentam outros exemplos desse suposto contato.[5] Com materiais e cores que seguem um senso estético guarani, esses motivos gráficos "tornam-se guarani", como argumentou um dos meus interlocutores.

[5] Em Nogueira (2005, p. 94), aparece um padrão semelhante ao desenho 7 com o nome de *ipara nhakã nina* (desenho da cobra caninana), mas **Tupã Kwaray** e a irmã não concordaram com essa denominação.

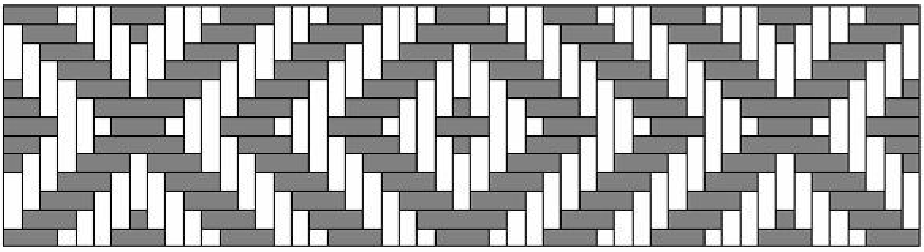


Desenho 5: Padrão sem denominação



Desenho 6: Padrão sem denominação

Ipara kora djo'a



Desenho 7: *Ipara kora djo'a*

O padrão *ipara kora djo'a* (Desenho 7) é especialmente admirado pelos Guarani. Encontrei grafismos correspondentes a ele em camisas, cadernos e paredes. A pequena cruz que aparece no padrão corresponde a um círculo no grafismo fora do trançado.

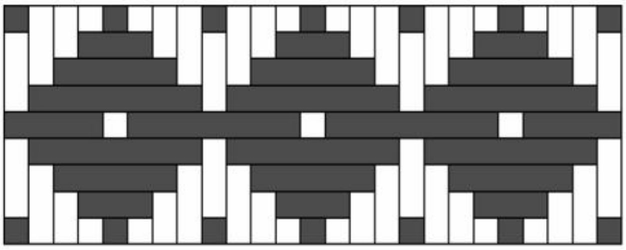
No que diz respeito à confecção, o *ipara kora djo'a* parece requerer maior domínio das técnicas de trançado. Só os artesãos mais experientes costumam empregá-lo em seus trabalhos. O termo *djo'a*, significando "contornado" ou "repetido",[6] dá destaque ao padrão *ipara kora*, como ilustro com os desenhos a seguir.

---

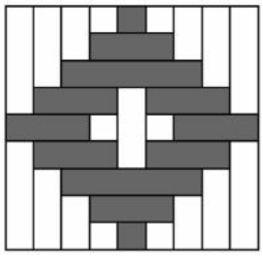
6 *Joa* – indica lugar, ou lugares num sentido recíproco. *Joa katy* – na mesma direção. *Joa rupi* – pelo mesmo rumo (DOOLEY, 2006).

Desenho 8: *Ipara kora* **Desenho 9:** *Ipara kora djo'a*

Ipara kurutxu



Desenho 10: *Ipara kurutxu*



Desenho 11: *Ipara kurutxu'i*

O *ipara kurutxu* (Desenho 10) é um desenho em cruz. *Ipara kurutxu'i* significa desenho de uma cruz pequena (em branco no Desenho 11). Encontrei também o termo *Ipara kora gwatxu* para o Desenho 10, de *gwatxu* que pode significar grande, forte ou valente. No caso do motivo gráfico, o termo dá um sentido de *ipara kora* preenchido. Além do fato de implicar duas direções perpendiculares, não encontrei consenso sobre a forma, o tamanho ou a técnica de confecção do *ipara kurutxu.* Ele parece ser mais usado na decoração de objetos, como zarabatanas e arcos. Só encontrei nos cestos o padrão *ipara kurutxu'i* como componente de um desenho maior.

Para **Nhamãdu**, educador guarani, a cruz tem um sentido de proteção. Quando seu filho ainda não havia completado um ano de idade, **Nhamãdu** costumava ornamentar os objetos trançados que confeccionava com o *ipara kurutxu'i.* Tinha por objetivo proteger a criança de males espirituais e de saúde. Ainda segundo ele, como pintura corporal, a cruz é usada na testa dos pais de bebês recém-nascidos, para protegerem-se a si e aos filhos.

A cruz aparece no mito da origem, contado pelos Guarani: "[...] no começo do mundo, **Nhaderu Tenõdegwa** (Geova) fez uma cruz para criar o céu e a terra" (MUGRABI, 1999, p. 25). O texto é acompanhado de uma ilustração com um homem diante de uma cruz em pé, como a cruz de Cristo. Entretanto, uma análise mais atenciosa do mito da origem aponta para a cruz guarani como a representação dos pontos cardeais. Tocchetto (apud SILVA, 2001, p. 224) "[...] relaciona a criação e destruição da terra *Apapocúva-Guarani*, particularmente a 'escora da terra' (*yvy-itá*), com o grafismo em forma de 'cruz'". Para Nimuendaju (1987, p. 115),

> A cruz eterna de madeira (***yvyra joaçá recó ypý***) orientada pelos pontos cardeais, que ***Ñanderuvuçú*** emprega como base da terra, parece compartilhar apenas a forma e o material com a cruz dos cristãos. Ela corresponde à cruz que nos ornamentos norte-americanos se encontra como símbolo frequente das quatro direções celestes.

Sobre a criação do mundo, **Tupã Kwaray** conta que, para criar a Terra, Deus criou, primeiramente, uma árvore bastante grossa para escorá-la. Com as raízes, apontou nos sentidos leste, oeste, norte e sul. Forrou e, por cima, colocou terra. Essa Terra acabou no primeiro dilúvio. A árvore da escora não foi destruída. A nova Terra dura até hoje, porque **Nhãderu** colocou forro, pedra e terra.

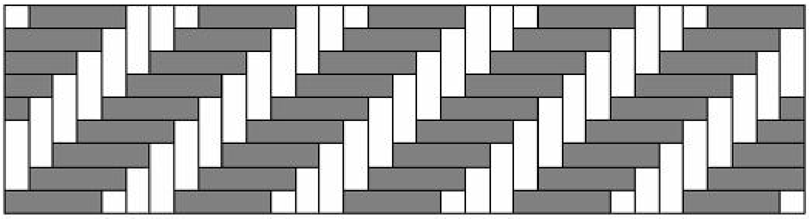
Para ilustrar a disposição em forma de cruz das raízes da árvore de escora na criação da mundo, **Tupã Kwaray** referiu-se também à "cruz que tem no céu", falando da constelação do Cruzeiro do Sul.[7] Afonso (2006, acesso em 26 ago. 2008) apresenta uma interessante relação que os Guarani estabelecem entre o Cruzeiro do Sul e o mito da Ema. No Céu, a Ema é representada por uma constelação (Rhea americana alba), cuja observação indica aos índios uma das mudanças de estação do ano. A constelação da Ema se localiza numa região do céu limitada pelo Cruzeiro do Sul e por Escorpião. Conta o mito guarani que a constelação do Cruzeiro do Sul segura a cabeça da Ema. Caso ela se solte, beberá toda a água da Terra e morreremos de seca e sede.

---

[7] Em Barros et al. (2005, p. 74), o Cruzeiro do Sul, na representação do céu da aldeia de Itatxĩ, é traduzido como *kurutxu*.

A cruz guarani, em algumas situações é associada à cruz cristã, como no caso de **Tupã Kwaray** ao argumentar que "Não pode usar cruz dentro de casa. Foi ali naquela cruz que botaram Jesus sofrendo. Então, não pode botar cruz na casa de reza". Contudo, os indícios apontam uma relação forte da religiosidade em torno da cruz guarani com seus saberes de astronomia.

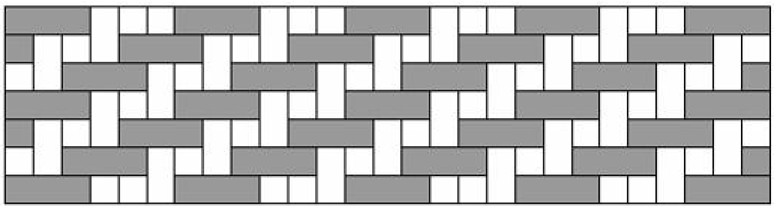
Ipara rytxy



Desenho 12: *Ipara rytxy*

Em guarani, ao termo *rytxy* deriva de *ytxy*, que significa fila ou fileira (DOOLEY, 2006). Nas palavras de **Nhamãdu**, *ipara rytxy* (Desenho 12) é um desenho em forma de "escadinha". A escrita de uma palavra, com suas letras "enfileiradas", também se descreve como *ipara rytxy*.

Este tipo de trançado aparece em cestos coletados por Schaden (SILVA et al., 2004). A técnica se distingue pelo trançado de cada tala horizontal que se inicia com o deslocamento de exatamente uma tala do início da tala horizontal anterior. Em cestos para fins de comercialização, o *ipara rytxy* vem sendo substituído por um trançado como no Desenho 13.



Desenho 13: Trançado distinto do *ipara rytxy*

Esta última técnica parece pemitir maior agilidade ao artesão por oferecer menos resistência das talas, geralmente, extraídas de gramíneas como a taquaruçu ou o bambu.

Nas narrativas de uma das famílias de artesãos, o *ipara rytxy* representa a disposição de um cardume de lambaris nadando, "correndo" pelo rio. O lambari é um dos poucos peixes permitidos na dieta dos Guarani que seguem as tradições.

Um mito colhido por Silva (2001, p. 227) entre dois grupos guarani do Rio Grande do Sul conta que o padrão *ipara rytxy* foi o primeiro revelado por Deus, em alusão à pintura facial da mulher, criada do cesto: "E fez aquela *adjaká*. Mas bem pintadinha como aquela moça que bota *ysy* [*ytxy*] no rosto, assim (o narrador indica, com três dedos, três linhas inclinadas em cada face)".

Quando consegue matéria-prima, **Para** ainda usa a *ytxy*, pintura tradicional guarani, feita com uma tinta preta confeccionada de cera de abelha jataí com carvão de folha de taquara socada. Entretanto a pintura descrita em Silva, para os Guarani do Espírito Santo, é de gênero masculino, exclusiva dos religiosos, o que afasta, de certa forma, esse significado de *ipara rytxy* para esse grupo.

PADRÕES ZOOMORFOS

Na narrativa de **Nhamãdu**, o deus **Kwaray Papa** criou as cobras sem veneno, como a cobra verde, a caninana e a curiju. As cobras com veneno (cascavel, urutu, etc.) e insetos foram criados por **Txarynhã**, que não era deus, mas também tinha poderes.

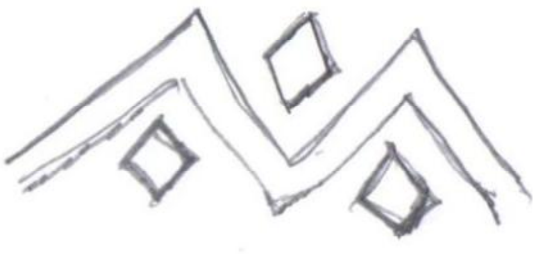
A relação das cobras sem veneno com o divino se repete nas palavras de outros informantes. De acordo com **Tatatxĩ** e **Ywa**, respectivamente, irmã e sobrinha de **Tupã Kwaray**, os motivos ornamentais dos cestos para uso na casa de reza só podem imitar cobras que "não são bravas", como a caninana e a curiju. Elas contam que as cobras caninana e curiju, quando envoltas vivas na barriga de uma mulher, têm efeito profilático para que a mulher "não fique brava" e para que tenha bons partos.

Ipara txa'i

Fotografia 2: *Ipara txa'i*
Zarabatana. Boa Esperança, 2008.

O padrão *ipara txa'i* (Fotografia 2) é um caso particular do tipo *ipara rytxy* e se caracteriza pelas talas trançadas segundo a regra "1 sobre, 1 sob". Por isso, recebe também o nome de *ipara peteĩ-teĩ* (de um em um). De acordo com **Tatatxĩ**, esse desenho lembra o couro da cobra curiju. Encontrei esse padrão na ornamentação de zarabatanas, paus de chuva e cestos.

Ipara bopi pepo



Desenho 14: *Ipara bopi pepo*
Autor: Cacique **Wera Kwaray**, 2009.[8]

[8] Cacique de Boa Esperança e irmão de **Tupã Kwaray**.

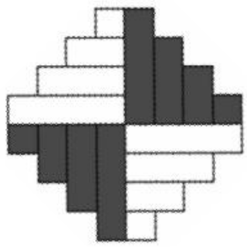
Em guarani, *bopi pepo* significa asa de morcego e *ipara bopi pepo* (Desenho 14), desenho da asa do morcego. Os Morcegos Eternos aparecem no mito da criação em Nimuendaju (1987, p. 143). Os Guarani contam que os Morcegos Eternos (*Bopigwatxu*) são como cachorros amarrados. No fim do mundo, eles serão soltos e devorarão os que não seguirem os ensinamentos de **Nhãderu**.

Não encontrei nas aldeias nenhum cesto ornamentado com este padrão.

Ipara tanãbi pepo

Ipara tanãbi pepo (Desenho 15 e Desenho 16) é o desenho da asa (*pepo*) de mariposa (*tanãbi*), "[...] um bicho que fica em casa" (**NHAMÃDU)**, mas do qual os Guarani preferem manter certa distância. Ao serem tocadas, as escamas da mariposa, que saem em forma de pó, como de qualquer lepidóptero, podem provocar irritação nos olhos e até conjuntivite em função da sensibilidade dos indivíduos. As escamas de certas mariposas causam também irritação na pele (SOUSA, acesso em 28 jun. 2010).

Desenho 15: *Ipara tanãbi pepo*

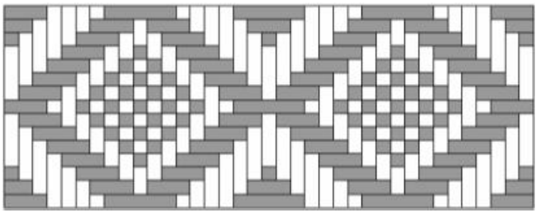


Desenho 16: *Ipara tanãbi pepo*

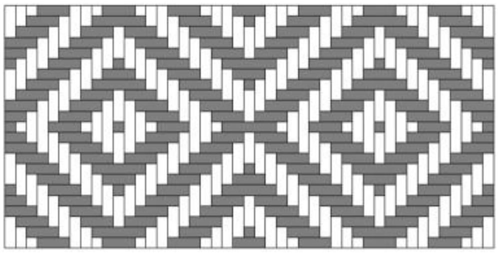
Segundo depoimentos, na cestaria, o padrão *ipara tanãbi pepo* pode ser como no Desenho 15, que aparece em cestos kaingang,[9] ou como no Desenho 16, devido à técnica tradicional de confecção dos cestos guarani.

[9] Ver Silva (2001, p.228).

Ipara tedjurowa pe



Desenho 17: *Ipara tedjurowa pe*

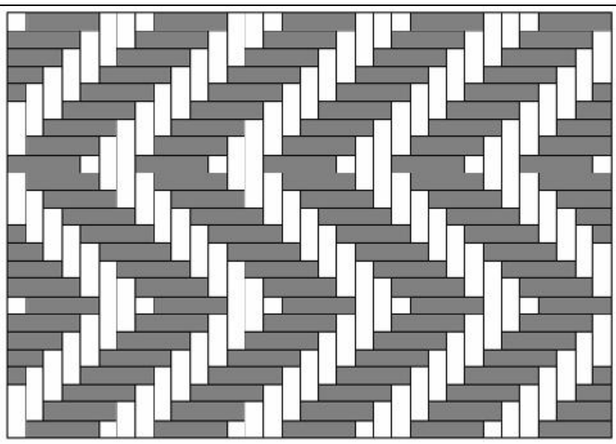


Desenho 18: *Ipara tedjurowa pe*

Uma característica do padrão *ipara tedjurowa pe* (desenho da cara achatado do lagarto teju ou teiu) é ser formado por quadrados concêntricos, como mostram os Desenhos 17 e 18. O Teju é o maior lagarto das Américas e figura em contos populares no Brasil. Na mitologia guarani, Tejú-Jaguá era um grande lagarto com sete cabeças de cachorro, olhos fosforescentes que habitava as selvas, os ervais e as águas profundas; emitia ferozes e aterradores latidos durante a noite; devorava os que caíssem em suas garras. Era o senhor das cavernas e protetor das frutas (MAIA, 2002). Uma pesquisa sobre o teju na cultura dos Guarani do Espírito Santo ainda deve ser aprofundada.

DESIGNAÇÕES MORFOLÓGICAS

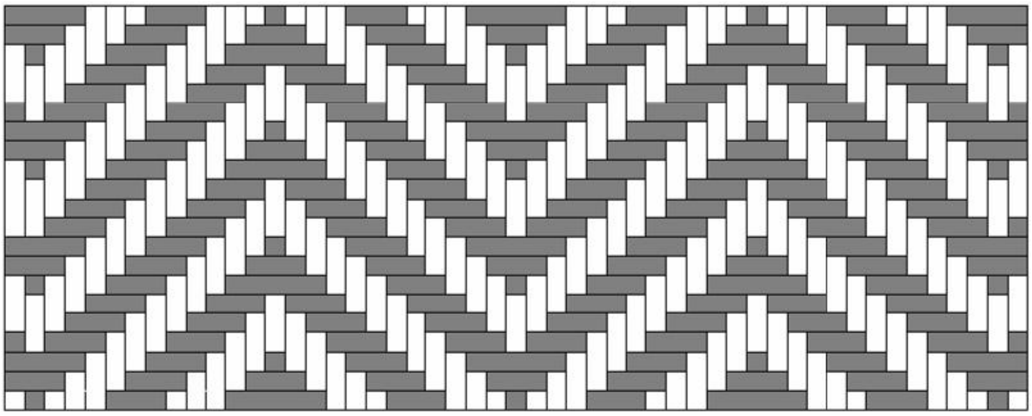
Ipara rytxy karẽ wa'e



Desenho 19: *Ipara rytxy karẽ wa'e*

O termo *karẽ* significa "ficar ou ser torto, tortuoso" (DOOLEY, 2006), o que atribui ao padrão *ipara rytxy karẽ wa'e* (Desenho 18), no caso da cestaria, o sentido de "linhas com quebras", semirretas fazendo ângulo.

Nas palavras do cacique **Wera Kwaray**, o *ipara rytxy karẽ wa'e* "É na vertical". Assim, o Desenho 19 não seria um *ipara rytxy karẽ wa'e*.



Desenho 20: Sem denominação

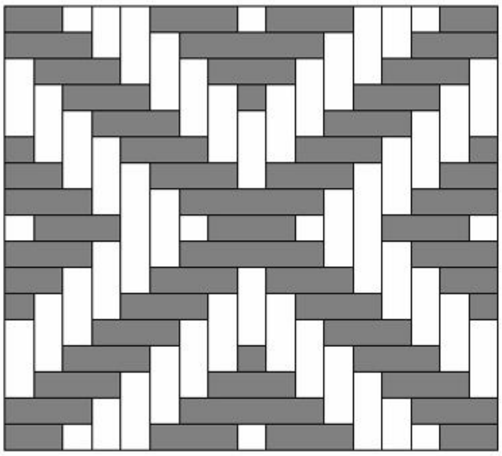
Uma hipótese plausível para a afirmação do cacique é que o *ipara rytxy karẽ wa'e* esteja associado ao rastro de algum animal, como mostra Macedo (2007) na cultura dos Waiãpi, e também afirma Nogueira (2005) sobre os Guarani Mbya do Rio de Janeiro: "Este movimento de zig-zague que imita o movimento das cobras foi denominado pelos M'byá de *yapará Ixy* ou *yapará rysy*".[10] Contudo, não encontrei confirmação de tal hipótese entre os Guarani do Espírito Santo.

Ipara djoatxa

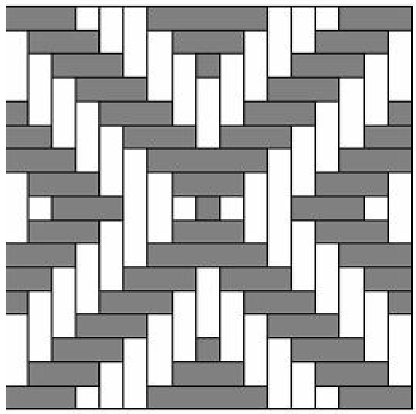
Em guarani, *ipara djoatxa* significa "desenho cruzado", num sentido de transversalidade, porém não perpendicularidade (associado ao padrão *ipara kurutxu*).

[10] Disponível em: <http://www2.dbd.puc-rio.br/pergamum/tesesabertas/0310206_05_cap_04.pdf>. Acesso em: 15 nov. 2009.

A denominação dos padrões de ornamentação nos cestos designa não só o efeito visual, mas também a técnica de manufatura. Os Desenhos 20 e 21 simulam, respectivamente, um *ipara djoatxa*, com "retas transversais", e uma situação em que, apesar do aparente "X" obtido com as fibras escuras no Desenho 20, não há "retas transversais", consequentemente, não há *ipara djoatxa*.

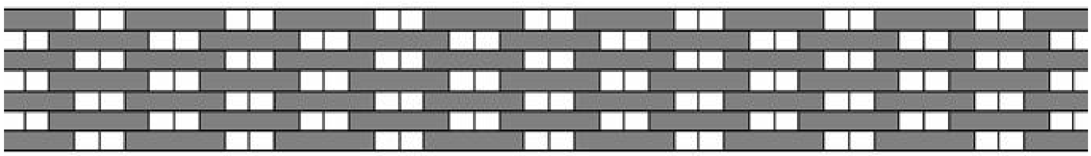


Desenho 21: *Ipara djoatxa*



Desenho 22: Sem denominação

Ipara karena



Desenho 23: *Ipara karena*

O padrão *ipara karena* (Desenho 22) ou correntinha, como é dito em português pelos Guarani, é comumente usado na parte final do bojo dos cestos. Ajuda a fixar as talas para o arremate das fibras e trançado da borda.

O *ipara karena* é um dos padrões permitidos na ornamentação de cestos com fins rituais. Não encontrei explicação para a relação das correntes com a cultura Guarani. Para **Tatatxĩ**, uma razão possível pode ser a presença de correntes nas casas de pedra (*tawa*), construções com características jesuíticas, cuja autoria os Guarani atribuem aos "encantados", antepassados que alcançaram a plenitude da vida espiritual.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para além das formas, a análise de motivos gráficos da cestaria guarani aponta para um sistema de significados que atua, de maneira dinâmica e aberta, tanto como modalidade de afirmação étnica como expressão de particularidades do artesão, como idade, religiosidade e domínio da técnica. A cestaria guarani traduz uma identidade étnica, uma especialização tecnológica e padrões estéticos de uma realidade na qual ela se constitui e ajuda a constituir.

As denominações e descrições de muitos desenhos encontrados nos cestos guarani dizem respeito também a características morfológicas, como fechado, cruzado, repetido, em zigue-zague, em escada, etc. Tais características podem ser exploradas em aulas de matemática na introdução ou exploração de conceitos de geometria com reflexões como: Afinal, o que é um quadrado? Que propriedades se destacam nas formas quadradas desenhadas nos cestos guarani? Que propriedades estão ausentes? O *ipara djoatxa* pode ser uma boa fonte de investigação sobre retas. Que critério pode explicar a diferença entre os Desenhos 20 e 21?

Com essas reflexões, não se trata de reduzir os saberes guarani sobre cestaria a um punhado de observações matemáticas, mas apontar possibilidades de práticas para a sala de aula que devem ser acompanhadas de uma reflexão madura do professor sobre o valor e respeito que se deve a culturas distintas à sua. Se a implementação da Lei nº 11.645/2008 tornou obrigatório o estudo da cultura indígena nos estabelecimentos do País, na escola, é o olhar sobre essas culturas, de forma atenta, interessada e aberta à diferença, que pode estabelecer o lugar devido do índio na história e na nossa sociedade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARROS, A.M.; MONTSERRAT, R.; SILVA, A.; CASTRO, R.P. (Org.). **Ara reko**: memória e temporalidade guarani. 2. ed. Rio de Janeiro: E-Papers Serviços Editoriais, 2005.

BRASIL. Lei n° 11.645, de 10 de março de 2008. Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, modificada pela Lei n.º 10.639, de 9 de janerio de 2003, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para incluir no currículo oficial da rede de ensino a obrigatoriedade da temática "história e cultura afro-brasileira e indígena". **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 2008.

CICCARONE, C. **Drama e sensibilidade**: migração, xamanismo e mulheres mbyá guarani. 2001. Tese (Doutorado) - Programa de Estudos de Pós-Graduação em Ciências Sociais, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática**: da teoria à prática. 12. ed. Campinas, SP: Papirus, 2005.

———. Etnomatemática e história da matemática. In: Congresso Brasileiro de Etnomatemática**,** 3., 2008, Niterói. **Anais**. Niterói: UFF, 2008. 1 CD-ROM.

DOOLEY, R.A. **Léxico guarani, dialeto mbyá**. 2006. SIL Brazil Technical Publications. Dallas, Tex.: SIL International. Online. Disponível em: http://www.sil.org/americas/brasil/porttcpb.htm. Acesso: 16 out. 2009.

GARCIA, M.L. **A mediação intercultural da cestaria guarani**: a aldeia de Itaxï. 2008. 127 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Educação, Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2008.

GEERTZ, C. **A interpretação das culturas**. Rio de Janeiro: LTC, 1989.

LORENZONI, C.A.C.A. "A história do cesto é assim": etnomatemática dos Guarani do Espírito Santo. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 8., 2009, Belém. **Anais**. Natal: SBHMat, 2009. p. 20. 1 CD-ROM.

———. **Cestaria guarani do Espírito Santo numa perspectiva etnomatemática**. 2010. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2010.

MAIA, M.A.G. (Org.). **Astronomia para Poetas 2002**. Casa da Ciência da UFRJ e Grupo de Estudos em Astronomia do Observatório do Valongo da UFRJ: Rio de Janeiro, 2002. CDROM. Disponível em: http://www.ov.ufrj.br/AstroPoetas/Tuparetama/arqueoastronomia/arquivos/74.html. Acesso em: 26 ago. 2011.

MACEDO, S.L.S. O belo expressivo: a comunicabilidade dos padrões gráficos ameríndios. **Espaço Ameríndio**, Porto Alegre, v.1, n.1, p.62-72, jul./dez. 2007. Disponível em: http://www.seer.ufrgs.br/index.php/EspacoAmerindio. Acesso em: 1 out. 2008.

MUGRABI, E. (Org.). **Os Tupinikim e Guarani contam.** Vitória: MEC/FNDE, SEDU/ES, SEMED/Aracruz, 1999.

NIMUENDAJU, K. **Lendas da criação e destruição do mundo como fundamentos da religião apapucúva-guarani**. São Paulo: HUCITEC; Editora da Universidade de São Paulo, 1987.

NOGUEIRA, J.F.S. **Etnodesign**: um estudo do grafismo das cestarias dos M'byá guarani de Paraty-Mirim. 2005. 133 f. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

RIBEIRO, B.G. **A arte do trançado dos índios do Brasil**: um estudo taxonômico. Belém: Museu Paraense Emílio Goeldi; Rio de Janeiro: Instituto Nacional do Folclore, 1985.

SCHADEN, E. **Aspectos fundamentais da cultura guarani**. São Paulo: EDUSP, 1962.

SILVA, F.A.; NEVES, E.G.; BLASIS, P.A.D. **Brasil Tupi**: beleza, rigor e dignidade: a cultura material tupi no tempo e no espaço. São Paulo: Conjunto Cultural da Caixa, 2004. Disponível em: http://www.marajoara.com/files/catalogo.pdf. Acesso em: 25 abr. 2010.

SILVA, S.B. **Etnoarqueologia dos grafismos kaingang**: um modelo para a compreensão das sociedades Proto-Jê meridionais. 2001. 366 f. Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.

SOUSA, E.S. **Borboletas e mariposas**. Agência de informação Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária. Disponível em: http://www.agencia.cnptia.embrapa.br. Acesso em: 28 jun. 2010.

EM BRANCO

A ÁRVORE DA SUMMA BRASILIENSIS MATHEMATICAE[1]

PONCIO MINEIRO[2]

Instituto de Matemática
Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ
Rio de Janeiro, RJ

poncio@im.ufrj.br

Resumo: António Monteiro junto com um grupo de matemáticos liderados por Lélio Gama e Leopoldo Nachbin, fundou, em 1945, a *Summa Brasiliensis Mathematicae,* a primeira revista de Matemática Superior, no Rio de Janeiro, com projeção internacional. Colaboraram com artigos para a *Summa* figuras importantes para as gerações atuais como Maurício Mattos Peixoto, Leopoldo Nachbin, Maria Laura Mouzinho Leite Lopes, Elon Lages Lima, André Weil, Jean Dieudonné, Laurent Schwartz, Paul Erdos, dentre outros. Este trabalho pretende mostrar como se deu o surgimento da *Summa*; a importância da existência de uma revista com projeção internacional no Rio de Janeiro e a "descendência" da *Summa* para o corpo docente do PEMAT-UFRJ.

Palavras-Chave: História da Matemática, Pesquisa Matemática no Rio de Janeiro; Summa Brasiliensis Mathematicae.

Abstract: António Monteiro with a group of mathematicians led by Lelio Gama and Leopoldo Nachbin, founded in 1945, Summa Brasiliensis Mathematicae, the first magazine of Superior Mathematics in Rio de Janeiro, with international projection. Illustrious personalities for the current generation contributed with important articles to Summa, as Mauricio Peixoto Mattos, Nachbin Leopoldo, Maria Laura Leite Lopes Mouzinho, Elon Lages Lima, André Weil, Jean Dieudonné, Laurent Schwartz, Paul Erdos, among others. This study aims to show how was the emergence of the Summa, the importance of a magazine with international projection in Rio de Janeiro and the "offspring" of the Summa to the faculty PEMAT-UFRJ.

Key Words: History of the Mathematics, Researches Mathematics in Rio de Janeiro; Summa Brasiliensis Mathematicae.

---

[1] Trabalho apresentado em formato de pôster no VI Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, em agosto de 2011, na UFSJ.

[2] Mestrando – com previsão de conclusão para o 2º semestre de 2011 - do Programa de Ensino de Matemática (PEMAT-UFRJ), sendo orientado pela Profª Drª Maria Laura Mouzinho Leite Lopes.

INTRODUÇÃO

Aquele que estuda História da Matemática (sobretudo a Matemática desenvolvida no Brasil), certamente percebe que entender o contexto histórico da Matemática no Brasil é compreender sua própria prática como professor de Matemática. É fato que os Institutos de pesquisas em Matemática que surgiram ao longo do século passado tiveram forte influência de seus fundadores, que por sua vez, foram influenciados por matemáticos que trouxeram – em especial ao Rio de Janeiro e São Paulo – contribuições recentes no cenário matemático da Europa e Estados Unidos. Discutir as origens da Matemática no Brasil é, portanto, compreender o que produzimos hoje. Esse resgate histórico é fundamental para a apropriação da Matemática produzida. John Fossa escreve:

> "A Matemática é construída, incessantemente, sobre as bases já construídas. Em consequência, o aluno precisa, no processo de aprendizagem, repensar o que foi pensado por outros – ou seja, é necessário que o aluno se aproprie do que já foi elaborado por matemáticos anteriores. Esse processo de apropriação é semelhante à atividade de escalar uma montanha, pois o professor pode indicar quais são as trilhas mais apropriadas ou mais fáceis, mas é o aluno que tem de subi-la com seus próprios esforços. Em consequência, a história da Matemática é, talvez, mais relevante ao ensino da Matemática do que para a maioria das outras disciplinas".

Nas páginas que se seguem, comentaremos sobre a origem da Summa Brasiliensis Mathematicae, sua importância como efeito do início da institucionalização da pesquisa em Matemática no Rio de Janeiro e sua relação com parte do corpo docente do Programa de Mestrado em Ensino de Matemática (PEMAT) da UFRJ.

A SUMMA

No Rio de Janeiro, até 1945, não havia uma publicação internacional voltada exclusivamente para o público de Matemática

Superior. O matemático português António Aniceto Monteiro e um grupo de jovens professores de Matemática, liderados por Lélio Gama e contando com o apoio de Paulo de Assis Ribeiro, da Fundação Getúlio Vargas (FGV), criaram em 1945 uma publicação destinada exclusivamente à pesquisa em Matemática Superior no Rio de Janeiro. Por sugestão de D. Hélder Câmara – integrante da Fundação Getúlio Vargas (FGV), onde alguns membros da Summa também atuavam – o periódico recebe o nome de Summa Brasiliensis Mathematicae.

Integram a Comissão de Redação da Summa, Lélio Gama (Diretor), António Aniceto Monteiro, Francisco Mendes de Oliveira Castro, José Leite Lopes e Leopoldo Nachbin.

Além da Comissão de Redação, a Summa contava com uma equipe de colaboradores permanentes do Brasil e de mais oito países. No Brasil, os colaboradores permanentes eram Mário Schoenberg, Maurício Matos Peixoto, Omar Catunda, Paulo Ribenboim, Fernando Furquim de Almeida, Cândido da Silva Dias e Alvercio Moreira Gomes. Os oito países com seus respectivos colaboradores permanentes eram: Estados Unidos (M. Stone, A. Albert, Zariski, J.

Von Neumann e W. Ambrose); França (André Weil e Jean Dieudonné); Itália (Achille Bassi, Luigi Sobrero e Luigi Fantappie); Portugal (Hugo Ribeiro e Ruy Luís Gomes); Argentina (Beppo Levi e L. Santaló); Peru (Godofredo Garcia); Espanha (Sixto Rios) e Uruguai (Rafael Laguardia e J. L.Massera).

O volume 1 da Summa (com 14 fascículos) referente aos anos de 1945 e 1946 conta com os seguintes artigos:

- Monteiro e H. Ribeiro, *De la notion de fonction continue*
- O. Catunda, *Sobre uma modificação da fórmula de Cauchy*
- L. Nachbin, *On linear expansions*
- Weil, *Sur quelques résultats de Siegel*
- M. Schönberg, *Classical theory of the point electron (Part I)*

- M. Schönberg, *Classical theory of the point electron (Part II)*
- L. Gama, *Limites d'ensembles dans les espaces abstraite*
- O. Zariski, *Generalized semi-local rings*
- G. Garcia, *El problema de los tres cuerpos en los casos de Lagrange y de Euler tratados en la teoria general de la relatividad*
- F. Furquim, *Sobre uma fórmula de Cipolla*
- L. Santaló, *Sobre figuras planas hiperconvexas*
- Rosenblatt, *On the gradient of Geen's function in the plane*
- Rosenblatt, *On the unicity of solutions of a system of two ordinary differential equations of the first order satisfying given initial conditions in the real domain*
- Rosenblatt, *Sobre el metodo de las aproximaciones sucessivas de E.Picard en el caso de un sistema de dos ecuaciones diferenciales ordinaries del primer orden.*

O volume 2 da Summa (com 10 fascículos) referente aos anos de 1947 a 1951 traz os seguintes artigos:

- J. Dieudonné, *Sur les extensions transcendentes séparables*
- A.A.Albert, *On the power-associativity of rings*
- M.Matos Peixoto, *On the existence of derivative of generalized convex functions*
- P. Ribenboim, *Characterization of the sup-complement in a distributive lattice with last element*
- A. Zygmund, *On the theorem of Littlewood*
- J. Dieudonné, *Sur les systèms maximaux d'involutions conjuguées et permutables done les groupes projectifs*

- M.L.Mouzinho, *Modular and projective lattices*
- P. Erdos, *On integers of the form 2k + p and some related problems*
- P. Halmos, *Normal dilations and extensions of operators*
- L. Nachbin, *Linear continuous functionals positive on the increasing continuous functions*
- J. Dixmier, *Sur certains espaces considérés por M. H. Stone*
- A.A.Albert, *New simple power-associative algebras*
- I. Kaplansky and G. Mackey, *A generalization of Ulm's theorem*

O volume 3 da Summa (com 10 fascículos) referente aos anos de 1952 a 1956 traz os seguintes artigos:

- L. Santaló, *Measure of sets of geodesics in a Riemannian space and applications to integral formulas in elliptic and hyperbolic spaces*
- C. Yang, *On Borsuk's problem*
- P. Ribenboim, *Modules sur les anneaux de Dedekind*
- E. Farah, *Sur lê bom ordre de l'ensemble dês puissances dês parties d'um ensemble donné*
- A. Wallace, *Cohomology, dimension and mobs*
- A. Grothendieck, *Sur les espaces (F) et (DF)*
- A. Weinstein, *The generalized radiation problem and the Euler-Poisson-Darboux equation*
- J. Dieudonné, *Sur les générateurs dés groupes classiques*
- Laurent Schwartz, *Division par une fonction holomorphe sur une varieté analytique complexe*
- P. Ribenboim, *Anneaux normaux reels à caractère fini*

O quarto e último volume da Summa (com 7 fascículos) referente aos anos de 1957 a 1960 traz os seguintes artigos:

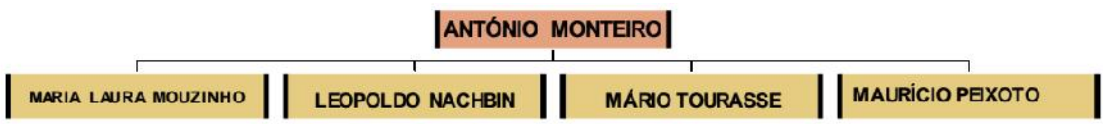
- P. Ribenboim, *Sur les groupes totalement ordonnés et l'arithmétique des anneaux de valuation*
- P. Ribenboim, *Sur quelques constructios de groupes reticules et l'équivalence logique entre l'affinement de filtres et d'ordres*
- E.L.Lima, *The Spanier – Whitehead duality in two new categories*
- O. Endler, *Modules and rings or fractione*
- Felix Browder, *On continuity of fixed points under deformations of continuous mappings*
- E.L.Lima, *Stable Postnikow invariants and their duals*
- Felix Browder, *On the fixed point index for continuous mappings of connected spaces.*

Nota-se que todo o esforço engendrado pelos integrantes da Summa – em especial Leopoldo Nachbin – é direcionado para um objetivo maior: possibilitar que o Rio de Janeiro seja reconhecido internacionalmente como um local propício a se desenvolver pesquisa de qualidade em Matemática.

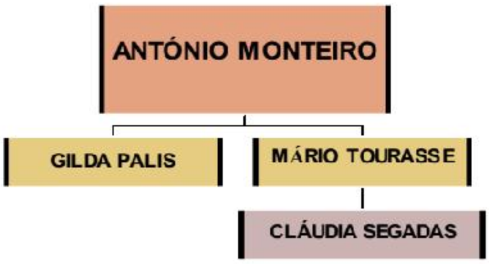
A ÁRVORE DA SUMMA

Mesmo concordando com as observações feitas pelo Prof. Maurício Peixoto de que a *Summa* era uma revista com múltiplas direções não tendo, portanto, determinado uma corrente matemática, é possível observar uma ligação entre aqueles que hoje estão envolvidos com pesquisa em Matemática (ou Ensino de Matemática) e os autores da *Summa*. Como essa ligação é muito ampla, reservar-me-ei analisar tal conexão com os integrantes do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PEMAT) da UFRJ. Para tal, apresento o que passo a chamar de *Árvore da Summa*. Essas *árvores* irão representar as *"descendências"* de alguns autores da *Summa*. Por *descendência* entende-se alguma orientação de trabalho de Mestrado ou Doutorado. Percebe-se, nitidamente, a maior influência de António Monteiro e Leopoldo Nachbin.

Em 1948, Leopoldo Nachbin recebe o título de doutor após aprovação em concurso de livre docência em Análise com o trabalho intitulado *Combinação de Topologias Pseudo Metrizáveis e Metrizáveis. De modo semelhante, através do* concurso de livre docência em Mecânica Racional da Escola Nacional de Engenharia da UB, Maurício Peixoto recebe o grau de doutor com o trabalho *Princípios Variacionais de Hamilton e da Menor Ação.* Em 1949, sob a orientação de António Monteiro, Maria Laura Mouzinho obteve o título de doutora através de concurso de livre docência da FNFi da UB, com o título *Espaços Projetivos Reticulados de seus Subespaços.* Houve uma enorme influência de Monteiro a alguns matemáticos brasileiros, mesmo não estando mais no Brasil. Na década de 1960, já em Bahia Blanca, orientou a tese de doutorado de um grande expoente da Educação Matemática brasileira, o Prof. Mário Tourasse Teixeira. Segundo Romélia Mara Alves Souto, em seu trabalho *"O Professor Mário Tourasse Teixeira e a Educação Matemática em Rio Claro"*, deixa claro tal associação*: "Nos anos de 1960 e 1961 o Prof. Mário Tourasse realizou estágio de especialização em álgebra da lógica e funções recursivas na Universidad Nacional del Sur, em Bahia Blanca e no Centro Atômico de Bariloche, na Argentina, sob orientação dos Profs. Antônio Aniceto Ribeiro Monteiro e Jean Porte. O trabalho de pesquisa iniciado nessa ocasião, sob a orientação do Prof. Antonio Monteiro, culminou com a tese de doutorado "M-Álgebras", defendida em 1965 na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP, em São Paulo".*

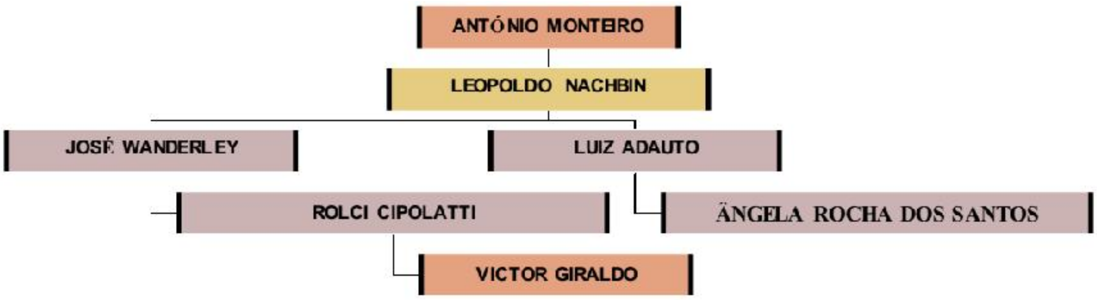


Maurício Peixoto, em 1974, no IMPA, orienta Gilda de La Rocque Palis, com a tese de doutorado intitulada *Campos Vetoriais e ações em R2 linearmente induzidas em esferas*. Foram algumas dezenas de orientados que Maurício e Leopoldo tiveram no IMPA. Em 1988, na UNESP, Mário Tourasse orienta Cláudia Segadas em seu doutorado, com a tese *O papel do raciocínio dedutivo no Ensino da Matemática.*

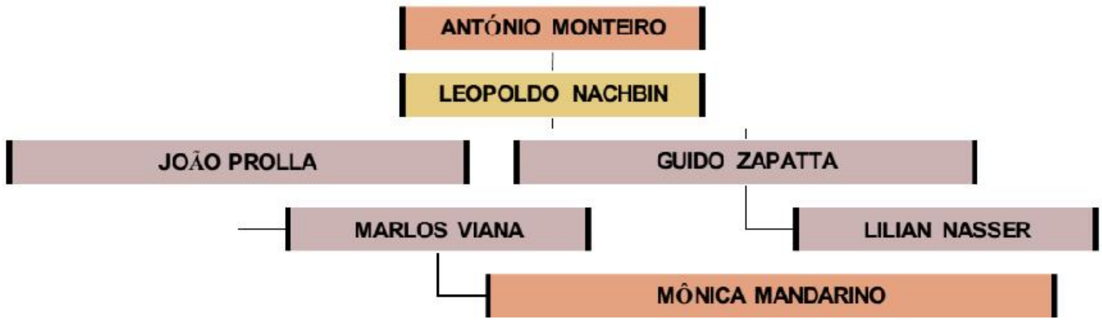


Em relação a Leopoldo, temos dois orientandos importantes na história da UFRJ: José Augusto Maurício Wanderley e Luiz Adauto da Justa Medeiros. Em 1965, no IMPA, com a tese *Equação de Onda não-linear temporariamente não-homogênea no Espaço de Hilbert*, Luiz Adauto recebeu seu doutorado. Em 1974, na própria UFRJ, José Augusto Maurício Wanderley obteve seu doutoramento em Matemática com a tese *Germes de aplicações holomorfas em Espaços Localmente Convexos.* Curiosamente, José Augusto Wanderley fora ainda orientado, em 1968, pelo próprio Luiz Adauto em sua dissertação de mestrado intitulada *O Problema de Dirichlet N-Dimensional.* A descendência de Wanderley e Luiz Adauto foi muito produtiva. Sendo orientado por Wanderley, em 1976, Rolci Cipolatti obtém seu mestrado com a dissertação *Uma aplicação do teorema de Lions-Stampacchia a um problema de elasticidade.* Em 1994, Victor Giraldo, então Mestrando em Matemática pela UFRJ, é orientado por Rolci com a dissertação *Existência de ondas estacionárias para uma Equação de Schroedinger não Linear.* Victor já foi coordenador do PEMAT. Já Luiz Adauto, em 1996, orienta o doutorado de Ângela Rocha dos Santos, ex-Decana do Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza (CCMN), além de membro do PEMAT. Ângela recebeu seu título de doutora em

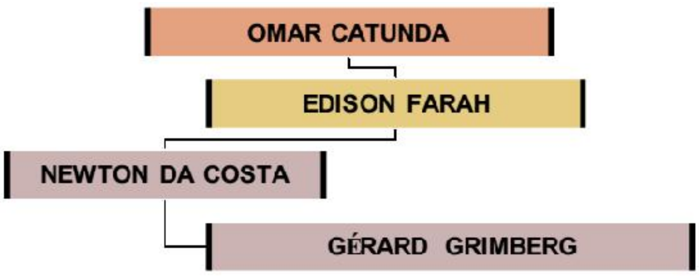
Matemática com a tese *Controlabilidade Exata das Equações Dinâmicas de Elasticidade para Materiais Incompressíveis.*



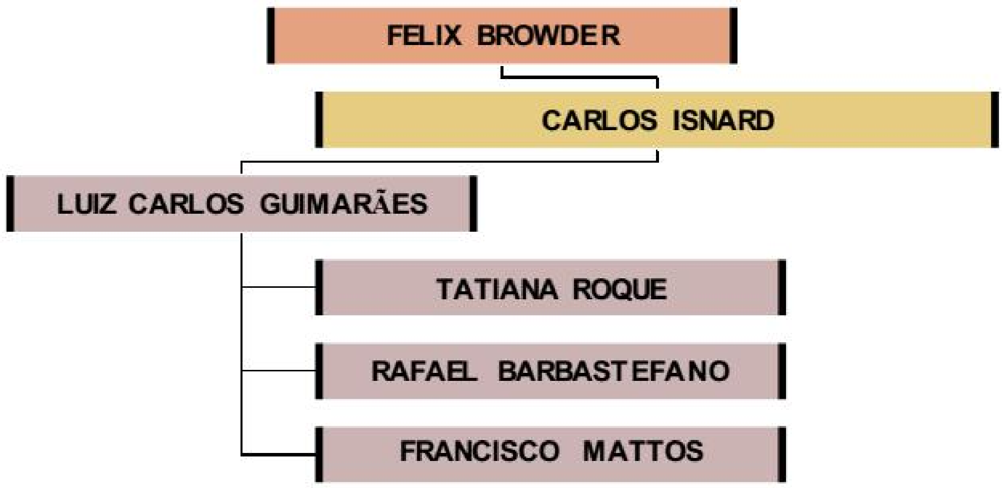
Ainda no IMPA, em 1967, Leopoldo orienta a tese de doutorado de João Bosco Prolla, sob o título *Aproximação Ponderada e Álgebra de Operadores.* Na UFRJ, em 1972, Prolla orienta a dissertação de Marlos Viana intitulada *A solução de Mergelyan para o problema de Bernstein.* Já em 1984, também na UFRJ, Marlos Viana orienta a dissertação de Mestrado em Estatística de Mônica Mandarino, com o título *Intervalos de Credibilidade com Densidade Máxima.* Leopoldo também orientou a tese de doutorado de Guido Zapatta. Ocorreu no IMPA, em 1971 e chamou-se *Aproximação Ponderada para Funções Diferenciáveis.* Seis anos antes, ainda no IMPA, Leopoldo orientou o mestrado de Zapatta. Sua dissertação chamou-se *Aplicação do Conceito de Categoria.* Novamente na UFRJ, Zapatta orienta a dissertação *Alguns Teoremas do Tipo Banach-Stone*, defendida por Lílian Nasser, em 1976. Lílian Nasser é Professora do PEMAT e junto a Maria Laura e Lúcia Tinoco, uma das fundadoras e mais atuantes integrantes do Projeto Fundão. O Projeto Fundão, desde 1982, realiza pesquisas em Educação Matemática e atividades de formação continuada para professores da escola básica.



No volume 3 da *Summa* figura um artigo de autoria de E. Farah. Farah foi um dos matemáticos de grande importância, sobretudo, no estado de São Paulo. Foi um dos sócios fundadores da Sociedade Paulista de Matemática, em 1945. Em 1950, sob orientação de Omar Catunda, Farah recebe o título de Doutor com a tese *Sobre a medida de* Lebesgue. Em 1954 recebe o grau de doutor em Ciências (Matemática) na USP, pela segunda vez, ao defender a tese *Algumas Proposições Equivalentes ao Axioma da Escolha*, devido a aprovação em concurso para provimento de Cátedra na FFCL da USP. Farah atuou também na UFPR, onde em 1961, orientou o doutorado em Matemática de Newton Carneiro Affonso da Costa, com a tese *Análise Matemática e Análise Superior*. Já em 2001, Newton Costa, como Professor da USP orienta o doutorado em Filosofia de Gérard Grimberg, com a tese *A Constituição da Teoria das Funções de Várias Variáveis no século XVIII: O Início da Análise Moderna*.

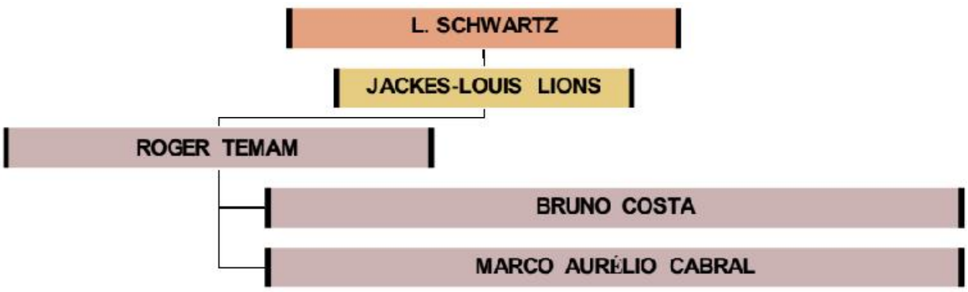


Felix Brouwder escreveu alguns artigos para a *Summa* e foi também responsável pela orientação de Luiz Adauto. Browder também orientou Carlos Isnard na Universidade de Chicago, em 1972, com a tese *Degree Theory in Banach Manifold*. Já no IMPA, em 1974, Isnard orienta o doutorado de Luiz Carlos Guimarães, atualmente membro da Comissão de Coordenação do PEMAT. Luiz Carlos passa a orientar um grande número de estudantes na UFRJ. Dentre seus orientados estão Tatiana Roque – atual coordenadora do PEMAT-UFRJ - que defende, em 1994, seu doutorado com a tese *Sobre a Conjectura de Thom para trajetórias de um Campo Gradiente em R3*. Em 1997 é orientador da tese de Rafael Barbastefano, intitulada *Observabilidade como propriedade genérica de sistemas não lineares*. Francisco Mattos, em 2001, com a dissertação *Números Construtíveis por dobraduras ou reflexões* obtém o título de Mestre em Matemática Aplicada pela UFRJ, sendo também orientado por Luiz Carlos.

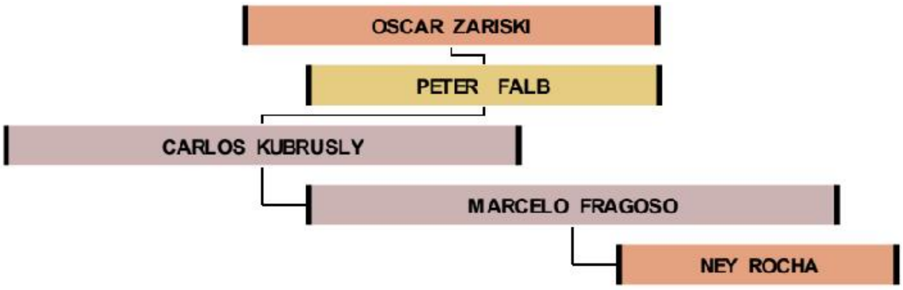


Em 1955, Elon Lages Lima é orientado pelo matemático canadense I. Kaplansky em seu Mestrado na Universidade de Chicago. Vinte e dois anos depois, Elon teve como seu orientando de mestrado, no IMPA, Felipe Acker que, posteriormente, orientaria alguns alunos na UFRJ. Felipe ainda orientou, em 1993, Marco Aurélio Cabral com a dissertação *Comportamento qualitativo de soluções de uma equação de viga não linear*.

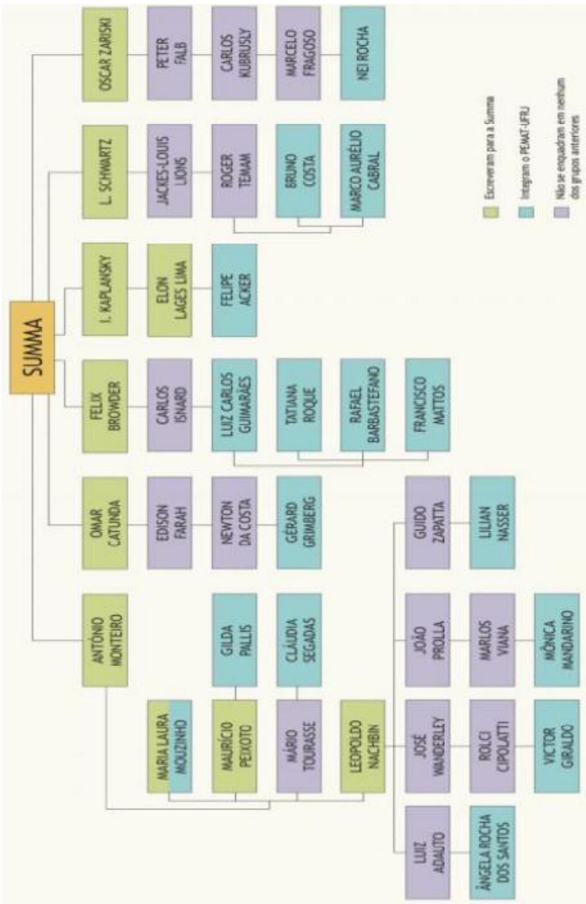
Laurent Schwartz também deixou seus "descendentes" via *Summa*. Em 1954, orienta Jacques-Louis Lion na Université Henri Poincaré. Por sua vez, em 1967, na *Université de Paris*, Lion orienta Roger Temam, com a tese *Sur La Stabilite Et La Convergence De La Methode Dês Pás Fractionnaires*. Temam orienta Bruno Costa e Marco Aurélio Cabral, em 1998 e 2002, respectivamente. Bruno defende a tese *Time Marching Techniques for the nonlinear Galerkin Method.* Cabral tem a tese intitulada *Numerical and Analytical for some Navier-Stokes Related Equations*. Bruno e Cabral defendem seus doutorados pela *Indiana University*. Ainda enquanto Professor em Paris, Temam também orienta, em 1982, Rolci Cipolatti.



Zariski foi, sem dúvida, uma das figuras mais importantes que passou pela *Summa*. Em 1961, na Universidade de Harvard, orientou o doutorado de Peter Falb, com a tese *On Differentials in Function Fields*. Por sua vez, em 1969, na *Brown University,* Falb orienta Ruth Curtain, com a tese *Stochastic Differential Equations In a Hilbert Space*. Curtain orienta, na Universidade de Warwick, em 1976, Carlos Kubrusly com a tese *Identification of Distributed Parameter Systems*. Carlos Kubrusly orienta o mestrado de Marcelo Fragoso, em 1978 na PUC-RJ, com a dissertação *Estruturas CA k-Identificáveis*. Já em 1996 e 2004, na UFRJ, Marcelo Fragoso orienta o mestrado e doutorado de Nei Rocha, respectivamente. A dissertação defendida foi *Contribuições ao Problema de Filtragem Estocástica*. Já a tese foi *Filtragem para Sistemas Lineares a Tempo Contínuo com Saltos Markovianos nos Parâmetros*.



A seguir, um panorama da Árvore da Summa:



CONCLUSÕES

É possível extrairmos algumas reflexões a respeito do papel histórico que a Summa assumiu para a Matemática no Rio de Janeiro. Como bem definiu o Prof. Maurício Peixoto, a Summa foi o efeito pelo qual se pode vislumbrar o início de uma atividade de pesquisa em Matemática superior no Rio de Janeiro. A partir da Summa, houve um intenso compartilhamento de informações – em nível internacional – tão necessário para a consolidação de uma chamada comunidade matemática. Fica claro o envolvimento direto de integrantes da Summa – como Leopoldo Nachbin; Maurício Peixoto e José Leite Lopes, por exemplo – com a concepção de órgãos como o IMPA e o CBPF. Também, através da Summa, muitos matemáticos tiveram a oportunidade de um aperfeiçoamento técnico no exterior. Além de Leopoldo Nachbin – incontestavelmente a figura mais importante da Summa – não se pode esquecer da atuação marcante de António Aniceto Monteiro, mostrando-se um verdadeiro gigante diante de toda sorte de perseguições políticas sofridas por sua aversão ao salazarismo. Monteiro foi fundamental para despertar – principalmente junto a Leopoldo, Maurício e Maria Laura – a necessidade de conectar-se com assuntos ditos atuais à época, amplamente divulgados na Europa e Estados Unidos. Monteiro foi, para a Matemática no Rio de Janeiro, a expressão da determinação, da esperança e, sobretudo, da mudança.

Uma outra observação de destaque é a apropriação que leitores de artigos da Summa podem ter com assuntos tão atuais para a Matemática e que foram lá discutidos. Há artigos passíveis de uma exploração maior, devido a importância histórica de seus autores, como é o caso de Zariski, por exemplo. A Summa, enquanto fonte de pesquisas futuras, continua muita rica!

Creio que o bem maior que tivemos com toda essa história, tenha sido a consciência de que nossa própria existência no Instituto de Matemática da UFRJ não está exilada de todo esse processo. A história da Matemática na UFRJ se confunde com os passos seguidos por

Leopoldo Nachbin, Maurício Peixoto e Maria Laura Mouzinho Leite Lopes. Com a árvore da Summa podemos notar um envolvimento de grande parte dos docentes do PEMAT-UFRJ, através de suas "descendências". É uma forma de perceber que o objetivo inicial da Summa em sistematizar e divulgar conhecimentos de Matemática pura e aplicada sobrevive até nossos dias. Oxalá que tal objetivo continue sendo vivido à permanente espera de novas conexões com o presente; com a eterna certeza de que a epopeia vivida por aquelas pessoas continue sendo exaltada por todos que sonham e acreditam ser possível o desenvolvimento de uma Matemática de grande qualidade em nosso país. Pessoas que vivem, cotidianamente, o compromisso com um futuro ainda maior para o Brasil!

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

D'AMBROSIO, U. Uma história concisa da Matemática no Brasil, Ed. Vozes, Petrópolis, 2008.

FOSSA, J. et. Ali. A História como um agente de cognição na Educação Matemática, Ed. Sulina, Porto Alegre, 2006.

MENDES, I.A. O uso da História no Ensino da Matemática – Reflexões Teóricas e experiências, Ed. UEPA, Belém, 2001.

SILVA, C.P. Início e Consolidação da Pesquisa Matemática no Brasil, 1ª Ed., Brasília, Edições do Senado Federal, 2008.

VIDEIRA, A.A.P. António Aniceto Monteiro no Brasil (1945-1949): Uma breve passagem, mas com resultados duradouros. In: COLÓQUIO ANTÓNIO ANICETO MONTEIRO, Ciência e Sociedade, Lisboa, 2007.

EM BRANCO

SOBRE AS FORMALIZAÇÕES SILOGÍSTICAS DOS *ELEMENTOS*, EFETUADAS POR HERLINUS, DASYPODIUS, CLAVIUS E HÉRIGONE

FÁBIO MAIA BERTATO

Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência
UNICAMP
Campinas, SP

fmbertato@cle.unicamp.br

Resumo: A partir da leitura de certos textos de Aristóteles e de seus comentadores, estabeleceu-se entre os autores medievais a convicção acerca da *certeza* da Matemática. Alessandro Piccolomini (1508-1578), em sua obra *Commentarium de Certitudine Mathematicarum disciplinarum* (1547), questiona o estatuto epistemológico da Matemática, argumentando que suas demonstrações não são *potissimae*. Sua obra reacendeu a polêmica acerca da natureza das demonstrações e objetos da Matemática e originou a bem conhecida *Quaestio de Certitudine Mathematicarum*. Nosso objetivo é apresentar a abordagem silogística efetuada por autores que não se envolveram diretamente na *Quaestio*, mas cujas posições podem ser inferidas baseando-se em suas práticas e pressupostos subjacentes.

Palavras-chave: Silogismos, Certeza, Elementos, Euclides, Matemática, Lógica, séc. XVI, séc. XVII.

ON THE SYLLOGISTIC FORMALIZATIONS OF THE *ELEMENTS*, MADE BY HERLINUS, DASYPODIUS, CLAVIUS AND HÉRIGONE

Abstract: From the reading of certain texts of Aristotle and his commentators, the conviction of the certainty of Mathematics has established among medieval authors. Alessandro Piccolomini (1508-1578), in his *Commentarium de Certitudine Mathematicarum disciplinarum* (1547), defies the epistemological status of mathematics, arguing that their demonstrations are not *potissimae*. His work has rekindled the controversy about the nature of the demonstrations and objects of mathematics and originated the well known *Quaestio de Certitudine Mathematicarum*. Our goal is to present the syllogistic approach made by authors who were not directly involved in *Quaestio*, but whose positions can be inferred based on their practices and underlying assumptions.

Keywords: Syllogisms, Certainty, Elements, Euclid, Mathematics, Logic, 16th century, 17th century.

1 – Introdução

Em sua *Analytica Posteriora*, Aristóteles propõe que o conhecimento **do fato** (*ὅτι*, *hóti*, "o quê"; *quia*) é diferente do conhecimento da **razão do fato** (*διότι*, *dióti*, "porquê"; *propter quid*).[1] O Estagirita desenvolve uma teoria do **conhecimento científico** (*ἐπιστήμη*, *epistémê*); conhecimento este que é obtido por meio de **demonstração** (*ἀπόδειξις*, *apódeixis*) **dedutiva** ou **silogística** (*συλλογισμός*, *sullogismós*, "dedução").[2] Portanto, há na doutrina aristotélica dois tipos importantes de demonstração: a **demonstração do fato** (*ἀπόδειξις τοῦ ὅτι*, *apódeixis tou hóti*; *demonstratio quia*) e **demonstração da razão do fato** (*ἀπόδειξις τοῦ διότι*, *apódeixis tou dióti*; *demonstratio propter quid*).[3]

Averróis, em seu comentário sobre a referida obra de Aristóteles, afirma que as demonstrações matemáticas são digníssimas, pois são demonstrações *quia* e *propter quid*. Tal proposição permite evidenciar a posição assumida por diversos autores medievais e renascentistas, de que a matemática está "no primeiro grau de certeza".[4]

Alessandro Piccolomini (1508 - 1578) propõe que o tipo mais excelente de demonstração deveria ser ao mesmo tempo uma *demonstratio*

---

[1] *"Conhecer* [*cientificamente*] *o quê difere de conhecer* [*cientificamente*] *o porquê"* (*"Tò δ' ὅτι διαφέρει καὶ τὸ διότι ἐπίστασθαι"* – *Analytica Posteriora*, I, 13, 78a22).

[2] Para Aristóteles, *"Silogismo é um raciocínio no qual, postos determinados (supostos), se segue necessariamente, em virtude desses supostos, outra coisa distinta deles. Demonstração é, pois, quando o silogismo consta de (premissas) verdadeiras e primeiras* [...]*"* (*" Ἔστι δὴ συλλογισμὸς λόγος ἐν ᾧ τεθέντων τινῶν ἕτερόν τι τῶν κειμένων ἐξ ἀναγκης συμβαίνει διὰ τῶν κειμένων. Ἀπόδειξις μέν οὖν ἐστίν ὅταν ἐξ ἀληθῶν καὶ πρώτων ὁ συλλογισμὸς ᾖ* [...]*"*) – *Topica* 100a25 – 28 (cf. *Analytica Priora*, I, 1, 24b18).

[3] A distinção entre elas se dá do seguinte modo: a *demonstratio quia* procede dos efeitos para suas causas e a *demonstratio propter quid* explana os efeitos por meio de suas causas (cf. *Analytica Posteriora*, I, 13).

[4] *"As demonstrações matemáticas estão na primeira ordem de certeza e as demonstrações naturais são seguem-nas nisso"* (*"Demonstrationes .n. Mathematicę sūt in primo ordine certitudinis: & demōstrationes Naturales consequūtur eas ĩ hoc"* - ARISTÓTELES, 1562, f. 35v).

quia e uma *demonstratio propter quid*. Tal demonstração é denominada por ele uma *demonstratio potissima*. Em sua obra *Commentarium de certitudine mathematicarum disciplinarum* (1547), Piccolomini argumenta que a certeza da matemática não decorre de suas demonstrações, posto que estas não são ***"potissimae"***. Para ele, a certeza da matemática é ontológica, isto é, depende da natureza de seus objetos.[5]

Tal posicionamento resgatou a antiga discussão sobre o estatuto epistemológico das matemáticas e que ficou conhecida como a *Quaestio de certitudine mathematicarum* ("Questão sobre a certeza das matemáticas").[6] Em BERTATO, 2011, propomos que tal querela apresentou três importantes consequências para o desenvolvimento das ciências e da própria matemática:

> 1. Posicionar-se favoravelmente à certeza das demonstrações matemáticas garantia seu estatuto epistemológico e, conseqüentemente, garantia a boa fundamentação das ciências naturais, especialmente, da Física;
> 2. Estando a Matemática em grau elevado, impulsionava-se a pesquisa matemática como fim em si mesma;
> 3. Promoveu a aproximação da Lógica à Matemática e vice-versa, prenunciando os desenvolvimentos realizados a partir dos trabalhos de Leibniz, Frege e outros.

---

[5] *"Conclui-se, portanto, a partir de Aristóteles e de seus mais antigos intérpretes, não sem razão, que as disciplinas matemáticas sejam certas, não por força da demonstração, mas a partir da própria natureza de seu objeto."* (*"Concluditur igitur ex Arift. & eius antiquis Interpretibus, non abfq[ue] caufa, mathematicas difciplinas effe certas, non vi demonftrationis, fed ex fubiecti ipfius ratione"*). V. COZZOLI, 2007.

[6] Cf. MANCOSU, 1999; CAROLINO, 2007. Referência essencial para compreensão do problema é MOTTA, 2011. Havia, por um lado, as demonstrações dos Lógicos ou Dialéticos, que tentavam seguir o paradigma aristotélico, por meio de silogismos, e por outro, as demonstrações da prática usual dos matemáticos, cujo paradigma era dado pelas demonstrações euclidianas. A polêmica se estenderia em discussões sobre quais delas apresentavam o maior grau de certeza, se tais demonstrações se identificavam/equivaliam ou não, se a certeza das matemáticas decorria ou não das demonstrações ou da natureza de seus objetos, etc.

Como exemplo da terceira consequência, mencionamos a obra de **Conradus Dasypodius** (c. 1530 - 1600) e **Christianus Herlinus** (m. 1562), denominada *Analyseis geometricae sex Librorum Euclidis*, publicada em 1566, como indicador de uma possível posição indireta com respeito à *Quaestio*, tendo em vista que os autores apresentam os seis primeiros livros dos *Elementos* de Euclides na forma silogística. Também havíamos indicado que o jesuíta **Christophorus Clavius** (1538 - 1612) havia feito algo nesse sentido, em sua edição dos *Elementos*, de 1574. Além disso, merece atenção a consideração similar, efetuada por **Pierre Hérigone** (1580 - 1643), em seu *Cursus mathematicus*, publicado em 1634.

Apresentamos, a seguir, a abordagem silogística dada pelos referidos autores à Proposição 1 do Livro I dos *Elementos* de Euclides.[7] Curiosamente, tal proposição (justamente a primeira!) apresenta diversas fragilidades e por isso tem sido alvo de críticas e análises ao longo dos séculos. Muitos foram os autores que a discutiram. Não nos ocuparemos, neste texto, dos detalhes dessas fragilidades, nem nos deteremos a respeito da precisão das "traduções" silogísticas das demonstrações euclidianas, isto é, se estas podem ou não ser assumidas como satisfazendo a Silogística aristotélica ou se são ou não demonstrações dos tipos supracitados.[8] O que gostaríamos de destacar é que nas três obras consideradas, podemos identificar um testemunho mais ou menos tácito do **pressuposto de que as demonstrações matemáticas podem ser**

---

[7] Doravante será chamada apenas de "Proposição 1".

[8] Naturalmente, utilizamos no presente texto, o termo "silogismo" em um sentido lato, posto que não se pode identificar acordo universal na interpretações antigas, medievais, renascentistas ou contemporâneas do conceito de "silogismo". O termo refere-se primariamente a algum tipo de dedução, que se pretende apresentar por silogismo aristotélico, como contemplado nos *Analytica Priora* e *Analytica Posteriora*, ou de acordo com extensões da Silogística. Por exemplo, uma extensão da Silogística aristotélica é obtida da aceitação de termos e premissas singulares, como consideradas por Guilherme de Ockham e Sexto Empírico. Mesmo que uma "dedução" não seja um silogismo categórico em sentido estrito, denominaremos aqui como silogismo, se assim for considerado pelos autores estudados.

formalizadas, o que no contexto em questão equivale a dizer que podem ser expressas por meio de silogismos. Para tanto, apresentaremos os trechos correspondentes à Proposição em questão, transcrevendo-os e traduzindo-os ao português (exceto o excerto de Hérigone, que também o apresenta em francês) e faremos algumas considerações a respeito dos silogismos empregados.

2 – *Analyseis Geometricae* (1566)

Conradus Dasypodius cuidou de publicar diversos volumes contendo os livros dos *Elementos* de Euclides. No prefácio de sua edição do Livro I (1564), afirma que já há vinte seis anos era regra, em seu Ginásio, que para serem promovidos às leituras públicas, os estudantes deveriam aprender o referido livro dos *Elementos*. [9] Todavia, havia certa escassez de volumes que pudessem ser estudados, o que ele pretendia prover com suas publicações. Dasypodius publicou em conjunto com seu mestre, **Christianus Herlinus**, a obra *Analyseis Geometricae*. Nesta, como já mencionado, os autores apresentam os seis primeiros livros de Euclides com demonstrações silogísticas. Os Livros I e V ficaram aos cuidados de Herlinus. Os demais são de autoria de Dasypodius. Sua preocupação era especialmente didática. Os estudantes, após os estudos de Retórica e Dialética, "eram levados à geometria, descendo à arena dos matemáticos, onde eles mesmos se exercitariam"[10] e, para os animar nesse estudo, prepararam cuidadosamente cada proposição com a explícita divisão de Proclus[11] e a respectiva demonstração silogística. Eis

---

[9] *"Nos últimos vinte e seis anos, tem sido costume de nosso Ginásio que para ser promovido das aulas às lições públicas, aquele deve primeiro ouvir o livro de Euclides* [...]*"* (*"Annis viginti sex noſtri Gymnaſij cõſuetudo fuit: vt qui ex claſsibus ad publicas lectiones promouentur, primum audiant Euclidis librum* [...]").

[10] *"nostris discipulis qui ex classibus post cognitionem linguarum, adhenc Rhetoricem et Dialecticem: deducuntur ad geometras, et descendunt in arenam geometrarum, ut ibi se exerceant"* (DASYPODIUS & HERLINUS, 1566, *Prefatio* aiii, recto).

[11] Proclus fornece o esquema geral de uma prova euclidiana, em seu Comentário ao Primeiro Livro dos *Elementos*: *"Todo problema e todo teorema, que é perfeitamente completo, com todas suas partes, deve conter em si: enunciado, exposição, distinção,*

o esquema geral dos problemas e teoremas: a *propositio* ("proposição") que corresponde a *πρότασις* (*prótasis*, "enunciado") em grego e latim; e apenas em latim a estrutura composta por *ἔκθεσις* (*ekthesis*, "exposição"), *διορισμός* (*diorismós*, "distinção" ou "definição" da coisa a ser provada), *κατασκευή* (*kataskeué*, "construção" ou "preparação") e a correspondente *ἀπόδειξις* (*apódeixis*, "demonstração"), como uma sequência de silogismos que culmina na *συμπέρασμα* (*sumpérasma*, "conclusão").[12] Também em sua versão do Livro I dos *Elementos*, Dasypodius dá as indicações da divisão de Proclus, tanto em grego quanto em latim (DASYPODIUS, 1564).

A seguir, apresentamos o texto grego da primeira proposição dos *Elementos*, na versão de Heiberg, e a respectiva tradução ao português, devida a Bicudo, destacando as partes indicadas por Proclus (EUCLIDES, 1883, pp. 10-13; BICUDO, 2009, p. 99):

πρότασις	***Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.***	**"Construir um triângulo eqüilátero sobre a reta limitada dada.**	*enunciado*

construção, demonstração e conclusão." ("*πᾶν δὲ πρόβλημα καὶ πᾶν θεώρημα τὸ ἐκ τελείων τῶν ἑαυτοῦ μερῶν συμπεπληρωμένον βούλεται πάντα ἔχειν ἐν ἑαυτῷ· πρότασιν, ἔκθεσιν, διορισμόν, κατασκευήν, ἀπόδειξιν, συμπέρασμα*" ou na tradução latina de Francesco Barozzi: "*Omne autem Problema, omneque Theorema, quod perfectis ſuis completum eſt partibus, hæc omnia in ſe habere debet, Propoſitionem, Expoſitionem, Determinationem, Conſtructionē, Demonſtrationem, & Concluſionem.*" – PROCLUS, 1873, p. 203; PROCLUS, 1560, p. 116).

12 Parece que há certo tipo de correspondência entre as partes do esquema euclidiano e os conceitos tratados por Aristóteles. Segundo David Ross: "*Euclid was only a generation later than Aristotle, and there were already in Aristotle's time* Elements of Geometry *which Euclid simply augmented and recast. It is noteworthy that almost all the examples of presuppositions and proofs in the first book of the* Posterior Analytics *are taken from mathematics. The word 'axiom' is expressly said to be borrowed from mathematics. Aristotle's Axioms answer to Euclid's Common Notions, and his favourite example of an axiom, 'if equals are taken from equals equals remain,' is one of the three Common Notions which seem to go back to the time of Euclid*" (ROSS, 1995, pp.43-44).

ἔκθεσις	*Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ ΑΒ.*	Seja a reta limitada dada AB.	*exposição*
διορισμός	*Δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς ΑΒ εὐθείας τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.*	É preciso, então, sobre a reta AB construir um triângulo eqüilátero.	*distinção*
κατασκευή	*Κέντρῳ μὲν τῷ Α διαστήματι δὲ τῷ ΑΒ κύκλος γεγράφθω ὁ ΒΓΔ, καὶ πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ Β διαστήματι δὲ τῷ ΒΑ κύκλος γεγράφθω ὁ ΑΓΕ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου, καθ' ὃ τέμνουσιν ἀλλήλους οἱ κύκλοι, ἐπὶ τὰ Α, Β σημεῖα ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ΓΑ, ΓΒ.*	Fique descrito, por um lado, com o centro A, e, por outro lado, com a distância AB, o círculo BCD [Post. 3], e, de novo, fique descrito, por um lado, com o centro B, e, por outro lado, com a distância BA, o círculo ACE [Post. 3], e, a partir do ponto C, no qual os círculos se cortam, até os pontos A, B, fiquem ligadas as retas CA, CB [Post. 1].	*construção*
ἀπόδειξις	*Καὶ ἐπεὶ τὸ Α σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΔΒ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ· πάλιν, ἐπεὶ τὸ Β σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΑΕ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΒΑ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΓΑ τῇ ΑΒ ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΓΑ, ΓΒ τῇ ΑΒ ἐστὶν ἴση.τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ ἡ ΓΑ ἄρα τῇ ΓΒ ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΓΑ, ΑΒ, ΒΓ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.*	E, como o ponto A é centro do círculo CDB, a AC é igual à AB [Def. 15]; de novo, como o ponto B é centro do círculo CAE, a BC é igual à BA [Def. 15]. Mas a CA foi também provada igual à AB; portanto, cada uma das CA, CB é igual à AB. Mas as coisas iguais à mesma coisa são também iguais entre si [NC. 1]; portanto, também a CA é igual à CB, portanto, as três CA, AB, BC são iguais entre si.	*Demonstração*

συμπέρασμα	*Ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, καὶ συνέσταται ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τῆς ΑΒ. [Ἐπὶ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συνέσταται]· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.*	Portanto, o triângulo ABC é eqüilátero, e foi construído sobre a reta limitada dada AB. [Portanto, sobre a reta limitada dada, foi construído um triângulo eqüilátero]; o que era preciso fazer."	*Conclusão*

Em que,

[Post. 1]: *"Fique postulado traçar uma reta a partir de todo ponto até todo ponto"*;
[Post. 3]: *"E, com todo centro e distância, descrever um círculo."*;
[Def. 15]: *"Círculo é uma figura plana contida por uma linha* [*que é chamada circunferência*], *em relação à qual todas as retas que a encontram* [*até a circunferência do círculo*], *a partir de um ponto dos postos no interior da figura, são iguais entre si"*;
[NC. 1]: *"As coisas iguais à mesma coisa são também iguais entre si"*;

são, respectivamente, o Postulado 1, o Postulado 3, a Definição 15 e a Noção Comum 1 dos *Elementos*, apresentadas aqui ainda segundo a tradução de Bicudo e, que não são indicadas por ele no corpo da Proposição 1, como acima. A Figura 1, abaixo, indica a construção considerada.

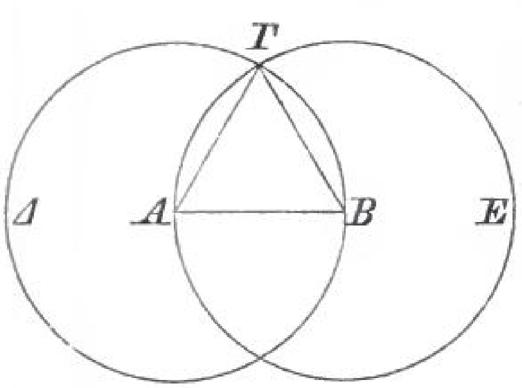


Figura 1.

Tal proposição é um **problema** e ensina a construir algo, neste caso, um triângulo equilátero. É um lema utilizado nas duas proposições seguintes e indica o uso devido da régua e compasso nos *Elementos*, o que o torna uma proposição fundamental. Não há todavia, postulado anterior que garanta que os círculos se intersectem. É exatamente esta uma das mais tradicionais críticas efetuadas.[13] Considerando que um silogismo estabelece que de uma relação entre duas proposições (*premissas*), que contém um termo em comum (*termo médio*), se conclui uma terceira proposição (*conclusão*), que não contém o termo médio, nota-se facilmente que a demonstração apresentada por *Euclides* não é silogística. Observe-se que, enquanto outros elementos da transcrição acima seriam considerados, do ponto de vista atual, parte da demonstração ou prova da proposição em questão, do ponto de vista grego, ao menos daqueles que concordavam com a divisão de Proclus, a demonstração da proposição era apenas a correspondente à *ἀπόδειξις*, como demonstração de que a construção apresentada estava correta. É exatamente esta *ἀπόδειξις* que se tentará evidenciar como passível de reescrita ou tradução silogística.

Como já mencionado, a concepção de que as demonstrações, que conduziam ao conhecimento científico, deveriam ser dadas por meio de silogismos, era fundamental na visão aristotélica. Como não era possível uma constatação literal nas demonstrações euclidianas, autores do séc. XVI acreditavam que as demonstrações poderiam não ser do próprio Euclides, sendo acréscimos posteriores e/ou notações simplificadas de editores, como Théon de Alexandria (c. 335 – c. 405).[14]

---

[13] Sobre as críticas que tal problema recebeu e outras fragilidades, v. EUCLIDES, 2006, pp. 89-91.

[14] Angelo Caiani, em sua edição dos *Elementos* (1545), publicou apenas os enunciados, omitindo as demonstrações. Foi Johannes Buteo (1492 – 1572?), quem pela primeira vez deu argumentos bem fundamentados sobre a autoria euclidiana das referidas demonstrações, em 1559. Outras considerações errôneas da época a respeito podem ser mencionadas. Por exemplo, confundiam Euclides de Alexandria com Euclides de Mégara, filósofo socrático, e atribuíam 15 livros aos *Elementos*.

No contexto do debate sobre o estatuto epistemológico das Matemáticas, amparado sobre o aparato conceitual aristotélico, uma condição fundamental para que as suas demonstrações pudessem ser consideradas *potissimae*, *quid* ou *propter quid*, seria a de evidenciar que eram dadas, ou poderiam ser reapresentadas, silogisticamente. Participando explicitamente ou não do debate acerca da certeza das matemáticas, assumir a possibilidade de ou exibir tais demonstrações silogísticas, implicava favoravelmente nesse sentido. Esta é a situação dos quatro autores considerados neste artigo: não argumentaram diretamente em prol da certeza das demonstrações matemáticas, mas ao apresentar as sequências de silogismos correspondentes às demonstrações das proposições de Euclides, defendendo que o mesmo se poderia fazer com todas as demonstrações matemáticas (como no caso de Clavius), indicaram a sua possível posição do debate direto. Nesse ponto, o maior trabalho, dada a quantidade de traduções silogísticas, deve ser atribuído a Herlinus e Dasypodius.

Na sequência, transcrevemos a mesma proposição, apresentada em *Analyseis Geometricae* e que foi efetuada por Herlinus, juntamente com nossa tradução:[15]

PROPOSITIO I. *Problema.*	*PROPOSIÇÃO I.* *Problema.*
ΕΠὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης: τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.	Construir um triângulo equilátero sobre a reta limitada dada.
Super data linea recta finita, triangulum æquilaterum conſtituire.	Construir um triângulo equilátero sobre a dada linha reta finita.

[15] DASYPODIUS & HERLINUS, 1566, f. IIr. Todas as transcrições efetuadas neste artigo, são transcrições quase-diplomáticas, isto é, exceto pelo comprimento das linhas, divisão em células e por algumas ligaturas omitidas, são transcrições exatas dos textos originais, na medida em que foi possível utilizar as equivalentes fontes (letras e ligaturas) disponíveis.

ἡ ἔκθεσις.	*Ékthesis.*
Sit data linea recta finita $\bar{\alpha}\beta$.	Seja AB a dada linha reta finita.
O διορισμὸς.	*Diorismós.*
Orpotet ſuper linea recta $\bar{\alpha}$ϐ: triangulum ęquilaterū conſtituere.	É necessário construir um triângulo equilátero sobre a dada linha reta AB.
ἡ κατασκευὴ.	*Kataskeué.*
Centro $\bar{\alpha}$, interuallo $\bar{\alpha}\beta$, deſcribatur circulus $\beta\bar{\gamma}\delta$. Itē, Cētro $\bar{\beta}$, interuallo $\beta\bar{\alpha}$, deſcribatur circulus $\alpha\bar{\gamma}\epsilon$. Ducātur lineæ rectæ $\bar{\alpha}\gamma$, $\bar{\gamma}\beta$.	Com centro em A e distância AB é descrito o círculo BCD. Do mesmo modo, com centro em B e distância BA é descrito o círculo ACE. São traçadas as linhas retas AC e CB.
ὁ διορισμὸς.	*Diorismós.*
Dico quod triangulus $\alpha\bar{\gamma}\beta$, eſt æquilaterus.	Digo que o triângulo ACB é equilátero.
ἡ απόδειξις.	*Apódeixis.*
Syllogiſmi quatuor.	*Quatro Silogismos*
Primus.	*Primeiro.*
In omni circulo rectæ à centro, ad circumferentiam ductæ: ſunt æquales. Figura $\beta\bar{\gamma}\delta$, eſt circulus, eius centrum $\bar{\alpha}$. Ergo, Recta $\bar{\alpha}\gamma$, eſt æqualis rectae $\bar{\alpha}\beta$.	Em todo círculo, as retas tiradas do centro para a circunferência são iguais. A Figura BCD é um círculo, cujo centro é A. Portanto, a reta AC é igual à reta AB.
Explicatio.	*Explicação.*
Maior eſt nota definitio circuli. Minor eſt nota ἐκ τῆς κατασκευῆς.	A [premissa] maior é a definição do círculo. A menor é conhecida pela

	kataskeué.
Secundus.	*Segundo.*
In omni circulo. &c. ut ſupra. Figura $\alpha\bar{\gamma}\epsilon$, eſt circulus: centrum eius $\bar{\beta}$. Ergo, Recta $\bar{\gamma}\beta$, eſt æqualis rectae $\beta\bar{\alpha}$.	Em todo círculo etc, como acima. A figura ACE é um círculo, cujo centro é B. Portanto, a reta CB é igual à reta BA.
Explicatio. Ut ſupra.	*Explicação*. Como acima.
Tertius.	*Terceiro.*
Quæ eidem ſunt æqualia: illa etiam inter ſe ſunt æqualia. Vtraque rectarum $\alpha\bar{\gamma}$, $\bar{\gamma}\beta$, eſt æqualis rectæ $\bar{\alpha}\beta$. Ergo, Recta $\alpha\bar{\gamma}$, eſt æqualis rectæ $\bar{\gamma}\beta$.	Coisas iguais à mesma coisa são também iguais entre si. Ambas as retas AC e CB são iguais à reta AB. Portanto, a reta AC é igual à reta CB.
Explicatio.	*Explicação.*
Maior eſt κοινὴ ἔννοια. Minoris pars prior eſt concluſio ſyllogiſmi primi. Poſterior eſt concluſio ſyllogiſmi ſecundi.	A maior é koinê énnoia. A primeira parte da menor é a conclusão do primeiro silogismo. A segunda é a conclusão do segundo silogismo.
Quartus.	*Quarto.*
Quicumque triangulus continetur tribus lineis rectis æqualibus: is eſt triangulus æquilaterus. Triangulus $\alpha\bar{\gamma}\beta$, continetur tribus rectis lineis æqualibus. Ergo, Triangulus $\alpha\bar{\gamma}\beta$, eſt æquilaterus.	Qualquer triângulo limitado por três linhas retas iguais é um triângulo equilátero. O triângulo ACB é limitado por três linhas retas iguais. Portanto, o triângulo ACB é equilátero.
Explicatio.	*Explicação*

Maior eſt definitio trianguli æquilateri. Minor eſt concluſio ſyllogiſmi tertij.	A maior é a definição de triângulo equilátero. A menor é a conclusão do terceiro silogismo.
Τό *συμϖέρασμα*.	*Sumpérasma*.
Triangulus $\alpha\bar{\gamma}\beta$, eſt æquilaterus, & conſiſtit ſuper data recta linea $\bar{\alpha}\beta$. Super data igitur recta linea $\bar{\alpha}\beta$, cōſtitutus eſt triangulus æquilaterus. *ὅπερ ἔδει ϖοιῆσαι.*	O triângulo ACB é equilátero e construído sobre a dada linha reta AB. Logo, sobre a dada linha reta AB, foi construído um triângulo equilátero. *óper édei poiêsai.*

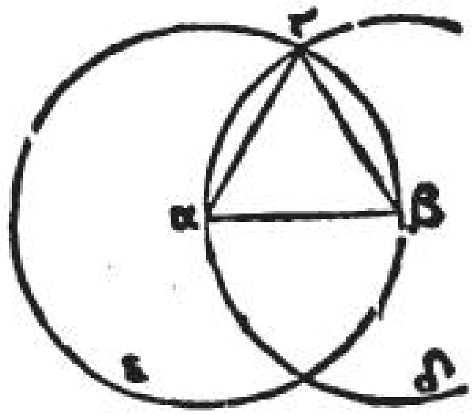


Figura 2.

Os textos grego e latino apresentados por Dasypodius, em sua versão do Livro I dos *Elementos* (DASYPODIUS, 1564), correspondem exatamente aos textos do *Analyseis Geometricae*, exceto por alguns detalhes, como nomes de pontos e, naturalmente, o texto da *ἀπόδειξις*, nesta apresentada em silogismos. Portanto, para comparação entre o texto euclidiano e a versão silogística, faremos uso da versão latina de Dasypodius. Inclusive os diagramas preparados para a impressão das figuras correspondentes à Proposições parecem ser reaproveitados na impressão da última. É o caso, da figura 2, apresentada acima.

3 – Algumas considerações sobre os silogismos apresentados por Herlinus.

Analisaremos, a seguir, os quatro silogismos apresentados por Herlinus:

Primeiro Silogimo.

P. Maior: *In omni circulo rectæ à centro, ad circumferentiam ductæ: ſunt æquales.*
P. Menor: *Figura* $\beta\bar{\gamma}\delta$*, eſt circulus, eius centrum* $\bar{\alpha}$*.*
Conclusão: *Recta* $\bar{\alpha}\gamma$*, eſt æqualis rectae* $\bar{\alpha}\beta$*.*

O primeiro silogismo corresponde ao seguinte trecho da *ἀπόδειξις*:

Bicudo: *"E, como o ponto A é centro do círculo CDB, a AC é igual à AB".*

Dasypodius: *"Quoniam punctum* α*, est centrum circuli* $\gamma\epsilon\beta$ *: idcirco recta* $\alpha\gamma$*, est æqualis rectæ* $\alpha\beta$*".*

A **premissa maior** é uma tentativa de reescrita da definição do círculo [Def. 15], assumida mas não indicada no texto euclidiano. A **premissa menor**, é a reescrita da sentença sublinhada acima. A **conclusão** é precisamente a parte com sublinhado pontilhado acima. Como escrito, percebe-se facilmente a dificuldade em se identificar o termo médio. O mesmo se dá no segundo silogismo.

Segundo Silogimo.

P. Maior: *In omni circulo rectæ à centro, ad circumferentiam ductæ: ſunt æquales.*
P. Menor: *Figura* $\alpha\bar{\gamma}\epsilon$*, eſt circulus: centrum eius* β ¯.
Conclusão: *Recta* $\bar{\gamma}\beta$*, eſt æqualis rectae* $\beta\bar{\alpha}$*.*

O segundo silogismo, aqui apresentado de forma completa, é **análogo ao primeiro** e corresponde ao seguinte trecho da *ἀπόδειξις*:

Bicudo: "[...], *como o ponto B é centro do círculo CAE, a BC é igual à BA".*

Dasypodius: "[...], *rurſusquoniam punctum β, eſt centrum circuli γαδ: idcirco recta βγ, æqualis est rectæ βα".*

Terceiro Silogimo.

P. Maior: *Quæ eidem ſunt æqualia: illa etiam inter ſe ſunt æqualia.*
P. Menor: *Vtraque rectarum* $\alpha\bar{\gamma}$, $\bar{\gamma}\beta$, *eſt æqualis rectæ* $\bar{\alpha}\beta$.

Conclusão: *Recta* $\alpha\bar{\gamma}$, *eſt æqualis rectæ* $\bar{\gamma}\beta$.

O terceiro silogismo corresponde ao seguinte trecho da *ἀπόδειξις*:

Bicudo: "[...] *a BC é igual à BA. Mas a CA foi também provada igual à AB; portanto, cada uma das CA, CB é igual à AB. Mas as coisas iguais à mesma coisa são também iguais entre si; portanto, também a CA é igual à CB, portanto, as três CA, AB, BC são iguais entre si."*

Dasypodius: "[...] *recta βγ, æqualis est rectæ βα. Verum demonſtratum est, quod recta γα, etiam æqualis ſit rectæ αβ. Ergo, vtraq; rectarum γα, γβ, est æqualis rectæ αβ. Quæ verò eidem ſunt æqualia, illa etiam inter ſe ſunt æqualia. Ergo, γα recta, etiam æqualis est rectæ γβ. Tres igitur lineæ rectæ γα, αβ, βγ, ſunt inter ſe æquales."*

A **premissa maior** é uma tentativa de reescrita da Noção Comum 1 [NC. 1], explicitamente enunciada e que está sublinhada na transcrição acima.

A **premissa menor**, é a reescrita da sentença em sublinhado duplo. Na *Explicatio* apresentada, esclarece-se que a "**primeira parte"** da **menor** (*"recta* $\alpha\bar{\gamma}$, *eſt æqualis rectæ* $\bar{\alpha}\beta$.*"*) é a **conclusão** do **primeiro silogismo** e sua "**segunda parte**" (*"recta* $\bar{\gamma}\beta$, *eſt æqualis rectæ* $\beta\bar{\alpha}$*"*) é a conclusão do **segundo**. Note-se que há uma conjunção indicada por *"vtraque rectarum"* (*"cada uma das retas"*), seguida da expressão no singular *"eſt æqualis rectæ ᾱβ"* (*"é igual à reta ᾱβ"*), como no original grego.

A **conclusão** é a parte com sublinhado pontilhado. A sentença seguinte; isto é, *"tres igitur lineæ rectæ γα, αβ, βγ, ſunt inter ſe æquales"*, servirá como fundamento para a premissa menor do quarto silogismo, cuja conclusão corresponde à parte da *συμπέρασμα* e não da *ἀπόδειξις* propriamente dita.

Quarto Silogimo.

P. Maior: *Quicumque triangulus continetur tribus lineis rectis æqualibus: is eſt triangulus æquilaterus.*
P. Menor: *Triangulus αγ̄β, continetur tribus rectis lineis æqualibus.*
Conclusão: *Triangulus αγ̄β, eſt æquilaterus.*

O trecho correspondente da *ἀπόδειξις* e da *συμπέρασμα* euclidianas é:

Bicudo: "[...] *as três CA, AB, BC são iguais entre si. Portanto, o triângulo ABC é eqüilátero,* [...]".

Dasypodius: "[...] *lineæ rectæ γα, αβ, βγ, ſunt inter ſe æquales. (Concluſio) Triangulus itaq̧ αβγ, est æquilaterus:* [...]".

A **premissa maior** é uma tentativa de reescrita da Definição de triângulo equilátero [Def. 20], que na versão de Dasypodius é dada do seguinte modo: *"Ex trilateris autẽ figuris. Triangulus æquilaterus eſt, qui tria habet æqualia latera"*.

A **premissa menor**, é a reescrita da sentença sublinhada acima. Diferentemente dos demais silogismos, o verbo utilizado na **menor** não é o "ser" (*"esse"*; *"est"* ou *"sunt"*). A **conclusão** é a parte com sublinhado pontilhado.

Naturalmente, podemos indagar se os silogismos acima são de fato silogismos no sentido aristotélico. Vê-se que não é fácil encontrar os termos de alguns deles e também não deixa de ser difícil aceitar os silogismos como tais. Uma breve leitura das demais traduções silogísticas, efetuadas por Herlinus e Dasypodius, confirma a suspeita de que os silogismos não são apresentados com o rigor necessário. Em um sentido mais amplo de silogismo, que o próprio Aristóteles parece aceitar em algumas ocasiões, poder-se-ia aceitá-los como tal. Os silogismos apresentados parecem de acordo com os quesitos necessários para alguns autores da época. São ao mesmo tempo demasiadamente longos e didaticamente claros. Devem ter agradado ao público-alvo, que deveria demandar apenas uma sequência com a estrutura argumentativa apresentada; cada uma com duas premissas e uma conclusão, que lhes parecesse mais evidentes que as demonstrações euclidianas, com suas omissões.

É fácil imaginar a dificuldade de se traduzir todas as demonstrações dos seis primeiros livros dos *Elementos* na forma silogística. É uma empreita não desprezível, todavia não necessária na opinião de alguns. Gottfried Leibniz (1646 - 1716), em seu texto intitulado *"Meditationes de Cognitione, Veritate & Ideis"*, de 1684, ao tratar da prova ontológica da existência de Deus, dada por Descartes, afirma:

> Ademais, não se deve menosprezar que são critérios de verdade de enunciados as regras da *Lógica comum*, que são utilizadas pelos Geômetras, como por exemplo, que não se admita como certo, nada que não tenha sido provado por uma acurada experiência ou dado por uma demonstração sólida. Ora, uma demonstração sólida é aquela que observa a forma prescrita pela Lógica, não que sejam sempre necessários silogismos ordenados segundo o costume das escolas (como os que *Christianus Herlinus* e *Conradus Dasypodius* exibiram nos seis primeiros livros de *Euclides*), mas ao menos que o argumento se conclua por virtude de sua forma; um exemplo de tal *argumentação na forma* devida concebida pode ser encontrado em qualquer cálculo legítimo.[16]

[16] *"De cætero non contemnenda veritatis enuntiationum criteria ſunt regulæ* communis Logicæ*, quibus & Geometræ utuntur, ut ſcilicet nihil admittatur pro certo, niſi accurata experientia, vel firma demonſtratione probatum; firma autem demonſtratio eſt, quæ præſcriptam a Logica formam ſervat, non quaſi ſemper ordinatis ſcholarum more ſyllogiſmis opus ſit (quales* Chriſtianus Herlinus*, &* Conradus Daſypodius *in ſex priores* Euclidis *libros exhibuerunt) ſed ita ſaltem ut argumentatio concludat vi formaæ, qualis* argumentationis in forma *debita conceptæ exemplum etiam calculum aliquem legitimum eſſe dixeris;* [...]" LEIBNIZ, 1768, *Opera*, Tomo II, p.17.

Podemos ver no trecho acima, que Leibniz era da opinião de que uma demonstração sólida observa as formas lógicas, não sendo necessário todavia, que essa seja expressa estritamente por meio de silogismos. A não-necessidade neste caso, parece indicar a possibilidade, isto é, a posição de que, em princípio, toda demonstração poderia ser reduzida às formas silogísticas, prescritas pela Lógica aristotélica. Mas, sendo uma demonstração apresentada *more geometrico*, isto é, seguindo as regras da "Lógica comum", utilizada pelos geômetras, já seria esta uma garantia da validade do argumento.[17]

O lógico escocês *Sir* William Hamilton (1788 - 1856) também parece aceitar que as traduções silogísticas consideradas eram satisfatórias, ainda que desnecessárias, posto que menciona Herlinus e Dasypodius como "dois lógicos zelosos, mas obtusos", e suas traduções silogísticas em uma nota de um artigo do *Edinburgh Review*:

> Leibnitz [...] commemorates the notable expoit of two zealous, but thick-headed logicians - Herlinus and Dasypodius by name - who actually reduced the first six books of Euclid into formal syllogisms (HAMILTON, 1861, p. 279).

Ainda hoje, há quem considere que a obra euclidiana é um exemplo por excelência de aplicação da Lógica aristotélica. Se tal consideração não decorre do desconhecimento da Silogística ou das demonstrações euclidianas, tal posição indica o mesmo pressuposto de possibilidade de se traduzir as demonstrações geométricas em uma sequência de silogismos ou em alguma extensão da Silogística.

[17] Vale a pena lembrar que, para Immanuel Kant (1724 - 1804), a Lógica era uma ciência completa, no sentido de não ser possível desenvolvimentos posteriores de grande relevância, e que a Lógica Aristotélica continha basicamente todo o conhecimento necessário sobre o assunto. Tal posição foi considerada praticamente inquestionável por um grande número de autores até a publicação do *Begriffsschrift* de Frege, em 1879. Um dos críticos do método silogístico foi Francis Bacon, como pode ser conferido em sua principal obra, *Novum Organum* (1620). Dentre os autores que consideravam impossível encontrar silogismos nas demonstrações euclidianas, podemos citar Francisco Patrizio (1529 - 1597) e Petrus Ramus (1515 - 1572).

Aparentemente, as traduções silogísticas de Herlinus e Dasypodius, satisfizeram autores da estatura de Leibniz e Hamilton, como evidências que comprovariam tal pressuposto.[18]

Todavia, como Ian Mueller argumentou, analisando logicamente a Proposição 1 dos *Elementos*, a Lógica subjacente, tacitamente assumida por Euclides, é no mínimo a Lógica de Predicados de 1ª ordem, o que impossibilita o apelo apenas a silogismos categóricos (MUELLER, 1974). Segundo Mueller, o ponto problemático reside na utilização do argumento que foi considerado o "paradigma de argumento matemático" na Antiguidade tardia e que corresponde ao **terceiro silogismo** acima, a saber, o argumento que em notação moderna pode ser expresso do seguinte modo:

(1) $\forall x \forall y \forall z\, (x = z \wedge y = z \rightarrow x = y)$
(2) AC = AB
(3) BC = AB
∴ (4) AC = BC

Apesar de o argumento não parecer estar estritamente de acordo com a concepção aristotélica,[19] autores como Alexandre de

---

[18] Também poderíamos acrescentar à lista de autores que aceitaram as demonstrações silogísticas de Herlinus e Dasypodius o matemático e lógico Augustus De Morgan (1806 - 1871). O matemático James Maurice Wilson (1836 - 1931), em objeção ao uso dos *Elementos* pelos estudantes britânicos, afirma que *"The real objections to Euclid as a text-book are his artificiality, the invariably syllogistic form of his reasoning, the lenght of his demonstrations, and his unsuggestiveness"* (WILSON, 1868, *Preface*). De Morgan, em um *review* do livro de Wilson, replica ironicamente: *"Euclid a book of syllogistic form! We stared. We never heard of such a book, except the edition of Herlinus and Dasypodius (1566), who, quite ignorant that Euclid was syllogistic already, made him so, and reckoned up the syllogisms"* (*The Athenaeum*, Vol. 3027, No 2125, July 1868, p. 71; cf. DOGDSON, 1885, pp. 246-247).

[19] Analisando um silogismo equivalente ao terceiro silogismo de Herlinus, Mueller afirma: *"What is the minor term of this 'syllogism'? Presumably 'CA and CB', i.e., the pair (CA, CB). The modern analysis, according to which the minor premiss and the conclusion each assert that a certain relation holds between two subjects CA and CB, seems*

Afrodísias (séc. II d.C) parecem aceitar que o argumento euclidiano poderia ser expresso silogisticamente.[20]

A este respeito, escreveu o filósofo escocês Thomas Reid (1710 - 1796):

> We observed before that this conversion, *A is greater than B, therefore B is less than A*, does not fall within the rules of conversion given by Aristotle or the Logicians; and we now add, that this simple reasoning, *A is equal to B, and B to C, therefore A is equal to C*, cannot be brought into any syllogism in figure and mode. (REID, 1872, p. 702)

Ao que Hamilton, observou em nota-de-rodapé:

> Not as it stands, for, as expressed, this reasoning is elliptical. Explicitly stated, it is as follows:-
> *What are equal to the same, are equal to each other ;*
> *A and C are equal to the same (B);*
> *Therefore, A and C are equal to each other.*
> Dr. Reid could have found a rare work in the College Library of Glasgow, which it might have been profitable for him to consult – viz., an edition of the first six books of Euclid, by Herlinus and Dasypodius, in which every demonstration is developed in regular syllogisms. But this developement did not render syllogistic what was not syllogistic from the beginning - it only shews that it was always so. A Reasoning is not the less syllogistic, because not formally enounced in two orderly premises and a conclusion. This, however, is the notion that many of those who have written about and against logic, seem to have entertained.-H. (*idem*).

---

more natural than one according to which the premiss and the conclusion each assert a property of a pair taken as a single thing."

[20] Em seu Comentário aos *Analytica Priora* 1.1-7, Alexandre de Afrodísias afirma (em tradução inglesa):

"The same sort of argument occurs in the first book of Euclid's Elements*, viz:*

This is equal to this.

But this is equal to this.

Therefore: this is equal to this.

This is indeed true - but there is need of a universal premiss if it is to be deduced syllogistically. The premiss is this:

Things equal to the same thing are also equal to one another." (ALEXANDRE DE AFRODÍSIAS, 1991, p. 73).

Como podemos ver, é possível encontrar tanto autores, separados ou unidos pelos séculos, que aceitam a possibilidade de se reduzir as demonstrações matemáticas (em particular as euclidianas) a silogismos, quanto autores que negam essa possibilidade, o que é bastante natural. Em especial, o argumento que utiliza a primeira noção comum dos *Elementos* não parece problemática para muitos deles. Donde as demonstrações silogísticas de Herlinus e Dasypodius puderam ser consideradas argumentos a favor de tal possibilidade, apesar da carência de rigor lógico (para nossos padrões atuais).

Veremos a seguir, que os silogismos apresentados por Clavius foram concebidos de forma muito mais cuidadosa.

4 – Clavius e Hérigone

O jesuíta **Christophorus Clavius**, reconhecido matemático (foi chamado de o "Euclides do século XVI"), não se envolveu diretamente na polêmica da *Quaestio de certitudine mathematicarum*, isto é, ele não apresentou uma série de argumentos contrários às posições de que as demonstrações matemáticas não satisfaziam os critérios necessários para garantir o seu estatuto epistemológico. Sua atuação argumentativa foi marginal se comparada a de outros autores, incluindo alguns de seus irmãos da Companhia, como a de seu discípulo Giuseppe Biancani (1566 - 1624), por exemplo, em contraposição a Benito Pereira (1536 - 1610) e aos Comentadores Conimbricenses.[21] Não obstante, seu papel institucional parece ter sido de suma importância, principalmente na configuração dos estudos matemáticos na *Ratio Studiorum*, seja a sua ênfase literal ou na prática,[22] especialmente na organização dos estudos no *Collegium Romanum*. A posição de Clavius a favor das Matemáticas, contrária a dos filósofos naturais da Companhia, pode ser verificada em suas próprias palavras:

---

[21] Cf. MANCOSU, 1999, pp. 15 – 19; PEREIRA, 1679.

[22] A consulta às versões da *Ratio Studiorum* para constatação da tão celebrada ênfase aos estudos de Matemática pode ser decepcionante. Isso não implica que na prática não tenha sido consolidada.

> E a partir disso, sucederá que os discípulos compreenderão melhor a necessidade dessas ciências. Para este fim, muito contribuirá, se os professores de filosofia absterem-se daquelas questões, que pouco ajudam no entendimento das coisas naturais, e muito detratam a autoridade das disciplinas matemáticas aos ouvintes, tais como aquelas em que se ensinam que as ciências matemáticas não são ciências, que não têm demonstrações, que abstraem do ser e do bom, etc.; pois a experiência ensina que muitas dessas questões são empecilhos para os ouvintes, não trazendo benefício algum; especialmente porque dificilmente os professores poderão ensinar tais questões sem levar estas ciências ao escárnio (o que não é conhecido apenas de se ouvir falar). Seria melhor, ainda, que os mestres, nas conversas privadas, exortassem os discípulos a que aprendessem essas ciências, insistindo em sua utilidade, [...] (RODELES, 1901, p. 473).[23]

Ademais, em oposição aos detratantes das disciplinas matemáticas, Clavius defendia que as demonstrações matemáticas poderiam ser expressas por meio de silogismos e que os matemáticos evitavam essa prática, em favor da brevidade e da facilidade das demonstrações matemáticas habituais.

Na sequência, apresentamos a transcrição e tradução do *Scholium* acrescentado por Clavius, após a Proposição 1, em sua versão latina dos *Elementos*:

---

[23] *"Ex quo etiam fiet ut discipuli magis intelligant harum scientiarum necessitatem. Ad hoc etiam multum conferet, si praeceptores philosophiae ab illis quaestionibus abstineant, quae parum iuuant ad res naturales intelligendas, et plurimum auctoritatis disciplinis mathematicis apud auditores detrahunt, quales sunt illae, in quibus docent scientias mathematicas non esse scientias, non habere demonstrationes, abstrahere ab ente et bono etc; nam experientia docet multum haec obesse auditoribus, prodesse autem nihil; praesertim quia praeceptores ea vix (quod non semel ex relatione aliorum cognitum est) sine derisione harum scientiarum docere possunt. Expediret etiam ut magistri in priuatis colloquiis discipulos hortarentur ad has scientias perdiscendas, inculcando earum utilitatem,* [...]*"*; trecho de documento sob o título de *Modus quo disciplinae Mathematicae in Scholis Societatis possent promoueri* (*Ex cod. Rom. stud., II, ff 350 et 351 r.*)

Vt autem videas, plures demonſtrationes in vna propoſitione contineri, placuit primam hanc propoſitionem reſoluere in prima ſua principia, initio facto ab vltimo ſyllogiſmo demonſtratiuo. Si quis igitur probare velit, triangulum A B C, conſtructum methodo prædicta, eſſe æquilaterum, vtetur hoc ſyllogiſmo demonstrante.	Para que possas ver que várias demonstrações estão contidas em uma proposição, decidi resolver primeiro esta proposição em seus primeiros princípios, começando por seu último silogismo demonstrativo. Portanto, se alguém quiser provar que o triângulo ABC, construído pelo método descrito, é equilátero, utilize o seguinte silogismo demonstrante.
Omne triangulum habens tria latera æqualia,[d] est æquilaterum. Triangulum ABC, tria habet æqualia latera. Triangulum igitur ABC, est æquilaterum.	Todo triângulo que tem três lados iguais, é equilátero. O triângulo ABC tem três lados iguais. Logo, o triângulo ABC é equilátero.
Minorem confirmabit hoc alio ſyllogiſmo.	Confirmará a [premissa] menor este outro silogismo.
Quæ eidem æqualia ſunt,[e] inter ſe quoque ſunt æqualia. Duo latera AC, BC, æqualia ſunt eidem lateri AB. Igitur & duo latera AC, BC, inter ſe æqualia sunt. Ac propterea omnia tria latera AB, BC, AC, æqualia exiſtunt.	Coisas que são iguais a uma mesma coisa, também são iguais entre si. Os lados AC e BC são iguais ao mesmo lado AB. Logo, os dois lados AC e BC são iguais entre si. E por esta razão os três lados AB, BC e AC existem iguais.
Minorem vero huius ſyllogiſmi hac ratione colliget:	Por outro lado, a [premissa] menor deste silogismo conclui-se do seguinte modo:
Lineæ rectæ à centro ductæ ad circumferentiam circuli,[f] inter ſe ſunt æquales. Lineæ AB, AC, ſunt ductæ à	Linhas retas traçadas a partir do centro até a circunferência de um círculo são iguais entre si. As linhas AB e AC são traçadas a

centro A, ad circumferentiam CBD. Sunt igitur lineæ AB, AC, æquales inter ſe.	partir do centro A até a circunferência CBD. Portanto, as linhas AB e AC são iguais entre si.
Eademque ratione erunt lineæ AB, BC, æquales, cum ducantur à centro B, ad circumferentiam CAD. Quamobrem minor præcedentis ſyllogismi tota confirmata erit.	Pela mesma razão, as linhas AB e BC serão iguais, uma vez que são traçadas a partir do centro B até a circunferência CAD. Por conseguinte, a [premissa] menor do silogismo precedente será plenamente confirmada.
Non aliter reſolui poterunt omnes aliæ propoſitiones non ſolum Euclidis, verum etiam cæterorum Mathematicorum. Negligunt tamen Mathematici reſolutionem iſtam in ſuis demonſtrationibus, eo quod breuius ac facilius ſine ea demonſtrent id, quod proponitur, vt perspicuum eſſe potest ex ſuperiori demonſtratione.	Não só é possível resolver todas as outras proposições de Euclides, mas também as de outros matemáticos. Porém os matemáticos negligenciam esta resolução em suas demonstrações, porque se demonstra mais breve e facilmente, o que é proposto, sem ela, como pode ser visto na demonstração mais acima.

Em que,

[d] 23.def. (indica a definição de triângulo equilátero [Def. 20]);
[e] I. pron. (indica a Noção Comum 1 – *Pronunciata* – [NC. 1]);
[f] 15.def. (indica a definição do círculo[Def. 15]).

Analisaremos, a seguir, os quatro silogismos apresentados por Clavius (dados na ordem inversa da dada por Herlinus):

Primeiro Silogimo.

P. Maior: *Omne triangulum habens tria latera æqualia, est æquilaterum.*
P. Menor: *Triangulum ABC, tria habet æqualia latera.*
Conclusão: *Triangulum* [...] *ABC, est æquilaterum.*

Tal silogismo corresponde ao quarto silogismo de Herlinus. Portanto, as premissas e a conclusão do primeiro silogismo de Clavius correspondem aos mesmos trechos da *ἀπόδειξις* euclidiana, como indicado na discussão mais acima, estando os mesmos de acordo com a tradução latina de Clavius, que aqui omitiremos.

Vê-se claramente a superioridade da redação do silogismo de Clavius, que respeita as condições de escrita de um silogismo como aceito na época. No contexto em que foi concebido, pode-se inferir que tal silogismo é um BARBARA (MaP; SaM ∴ SaP), um **silogismo de primeira figura** (o mais científico, segundo Aristóteles), cujo **termo médio** é *"triangulum habens tria latera æqualia"*.

A premissa menor decorre da sentença *"Ac propterea omnia tria latera AB, BC, AC, æqualia exiſtunt"*, que depende da conclusão do segundo silogismo.

Segundo Silogimo.

P. Maior: *Quæ eidem æqualia ſunt, inter ſe quoque ſunt æqualia.*
P. Menor: *Duo latera AC, BC, æqualia ſunt eidem lateri AB.*
Conclusão: *Duo latera AC, BC, inter ſe æqualia sunt.*

Tal silogismo corresponde ao terceiro silogismo de Herlinus e também apresenta uma redação mais precisa. Também é um silogismo de primeira figura. O termo médio é *"quæ eidem æqualia ſunt"*.

A premissa menor depende das conclusões dos seguintes silogismos, que também podem ser considerados como dados na primeira figura:

Terceiro Silogimo.

P. Maior: *Lineæ rectæ à centro ductæ ad circumferentiam circuli, inter ſe ſunt æquales.*
P. Menor: *Lineæ AB, AC, ſunt ductæ à centro A, ad circumferentiam CBD.*
Conclusão: *Sunt* [...] *lineæ AB, AC, æquales inter ſe.*

Quarto Silogimo (por analogia).

P. Maior: *Lineæ rectæ à centro ductæ ad circumferentiam circuli, inter ſe ſunt æquales.*
P. Menor: *Lineæ AB, BC, ſunt ductæ à centro B, ad circumferentiam CAD.*
Conclusão: *Sunt lineæ AB, BC, æquales inter ſe.*

Ambos os silogismos são expressos com mais cuidado do que os dados por Herlinus. Se aqueles puderam ser considerados como satisfazendo os critérios de constituição de um silogismo, estes com muito mais razão.

Talvez seja exagero afirmar, mas parece que Clavius quis apresentar uma sequência de silogismos que indicasse simultaneamente uma abordagem analítica e sintética, tendo em vista que é uma demonstração dedutiva (sintética) e está na ordem inversa, como dos efeitos às causas ou do fato à razão do fato (analítica).[24]

É eloquente (e merece destaque) o testemunho de sua posição a respeito da possibilidade de se efetuar as demonstrações matemáticas por meio de silogismos:

> Não só é possível resolver todas as outras proposições de Euclides, mas também as de outros matemáticos.
> Porém os matemáticos negligenciam esta resolução em suas demonstrações, porque se demonstra mais breve e facilmente, o que é proposto, sem ela, como pode ser visto na demonstração mais acima.

Podemos ver que Clavius expressa uma posição pragmática, isto é, apesar de assumir a equivalência ou a tradutibilidade silogística das demonstrações matemáticas, aquelas não são práticas em comparação a essas, posto que nelas "se demonstra mais breve e facilmente" o que se deseja demonstrar. Essa característica, de brevidade e facilidade, das referidas demonstrações também é exaltada por **Pierre Hérigone**, como podemos verificar no *Ad Lectorem* de sua obra *Cursus Mathematicus* (1634):

---

[24] Note-se a sentença de Clavius: *"reſoluere in prima ſua principia"*. O verbo *"resolvere"* era frequentemente utilizado no contexto do método sintético.

> Car on ne doute point, que la meilleure methode d'enſeigner les ſciences eſt celle en laquelle la briefueté ſe trouue conjoincte auec la facilité: mais il n'eſt pas aisé de pouuoir obtenir l'vne & l'autre, principalement aux Mathematiques, leſquelles comme teſmoigne Ciceron, ſont grandement obſcures (HÉRIGONE, 1634, *Av Lectevr.*).[25]

A referida obra de Hérigone é um curso de Matemática (em seis tomos, bilíngue: latim e francês) por meio de um "método novo, breve e claro", que pudesse ser entendido sem o recurso de qualquer idioma, a não ser das notações por ele empregadas. É realmente fascinante o programa de Hérigone de reescrita das proposições e demonstrações matemáticas de modo puramente simbólico. Certamente, tal iniciativa merece atenção, especialmente dos historiadores da Matemática e da Lógica, por ser uma das mais antigas tentativas de "formalização" da Matemática. Obviamente, não se pode esperar que seus esforços tenham atingido o mesmo nível de maturidade das teorias formais da Lógica Matemática, mas as semelhanças de objetivos e métodos empregados em trabalhos como os de Frege e de Peano são inegáveis, ainda que a abordagem de Hérigone possa ser considerada bastante elementar.

A respeito da possibilidade de demonstrações silogísticas na Matemática, afirma o referido autor:

> Et parce que chaque conſequence depend immediatement de la propoſition citée, la demonſtration s'entretient depuis ſon commencemẽt iuſques à la concluſion, par vne ſuite continue de conſequences legitimes, neceſſaires & immediates, contenues chacune en vne petite ligne, leſquelles ſe peuuens reſoudre facilement en syllogiſmes, à cauſe qu'en la proposition citèe, & en celle qui correſpond à la citation, ſe trouuent toutes les parties du syllogiſme: comme on peut voir en la premiere demonſtration du premier liure, qui a eſté reduicte en syllogiſmes (*idem*).[26]

---

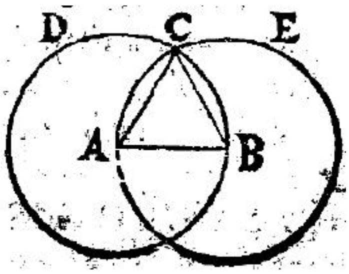
[25] *"Nam extra controuerſiam eſt, optimam methodum tradenti ſcientias, eſſe eam, in qua breuitas perſpicuitati coniungitur, ſed vtramque aſſequi hoc opus hic labor eſt, præſertim in Mathematis diſciplinis, quæ teſte Cicerone, in maxima verſantur difficultate"* (HÉRIGONE, 1634, *Ad Lectorem.*).

[26] *"Et quoniam ſingulæ conſequentiæ ex propoſitionibus allegatis immediate pendent, demonſtratio ab initio ad finem, ſerie continua, legitimarũ, neceſſariarumque conſecutionum immediatarum, ſingulis lineolis comprenſarum aptè cohæret: quarum vnaquæque nullo negotio in ſyllogiſmum poteſt conuerti, quòd in propoſitione citata, & in ea quæ citationi reſpondet, omnes ſyllogiſmi partes reperiãtur: vt videre eſt in prima libri primi demonſtratione, quæ in ſyllogiſmos eſt conuersa"* (*idem*).

Hérigone considera indispensável a indicação de "proposições" (inclui proposições propriamente ditas, postulados, noções comuns e definições) utilizadas nas demonstrações. Por isso, indica cada uma dessas proposições em uma coluna lateral esquerda (bem como a indicação da justificativa pela *symperasma*, ou por *constructio* e a *conclusio*), como pode ser visto na transcrição abaixo:

ELEM.. EVCLID. LI.I.
PROBL. I. PROPOS. I.

SVPER data recta linea terminata, triangulum æquilaterum conſtituere.
Sur vne ligne droicte donnée & terminée, deſcrire vn triangle equilateral.



Hypoth.
ab *eſt* — D.
Req. π. fa.
Δabc *æquilat.*
Conſtr.
3.p.I. abcd *eſt* ⊙,
3.p.I. bace *eſt* ⊙,
I.p.I. ac & bc, *ſnt* —,
ſymp. Δabc *eſt æquilat.*
Demonſtr.
conſtr. abcd & bace *ſnt* ⊙,
15.d.I. ac $2 \mid 2$ ab,
15.d.I. bc $2 \mid 2$ ba,
I.d.I. ac $2 \mid 2$ bc,
concl. 23.d.I. Δabc *eſt æquilat.*

Em que,
'*Hypoth.*' indica "Hipótese(s)";
'— D' significa "uma reta dada";
'*Req. π. fa.*' indica "O que é preciso fazer";
'*æquilat.*' significa "equilátero";
'*Conſtr.*' indica a "Construção";
'*eſt* ⊙' e '*ſnt* ⊙' significam "é um círculo" e "são círculos", respectivamente;
'*Demonſtr.*' indica a "Demonstração";
'ac $2 \mid 2$ ab' significa "ac é igual a ab";

I.p.I é o 1º Postulado (*"Fique postulado traçar uma reta a partir de todo ponto até todo ponto"*);
3.p.I. é o 3º Postulado (*"E, com todo centro e distância, descrever um círculo"*);
15.d.I é a Definição de Círculo;
23.d.I é a Definição de Triângulo Equilátero;
1.a.1 é a Primeira Noção Comum.

Hérigone afirma que cada "consequência" (*"conſequence"*) da demonstração pode ser obtido facilmente por silogismo (*"leſquelles ſe peuuens reſoudre facilement en syllogiſmes"*), a partir das "citações" (*"propoſition citée"*) que se encontram na coluna à esquerda e na própria "consequência". Na prática, para se obter o silogismo necessário, cada "citação" indica a **premissa maior** e a "consequência" corresponde à **conclusão**. Cada **premissa menor** é obtida das informações da própria resolução do Problema em questão, como pode ser visto na transcrição abaixo:

SCHOLIVM.	SCHOLIE
Hæc demonſtratio fit quatnot ſyllogiſmis, vt perſpicuum eſt ex numero citationum.	*Cette demonſtration ſe fait par quatre ſyllogiſmes, comme il appert du nombre des citations.*
I. SYLLOGISMVS.	I. SYLLOGISME.
Rectæ lineæ quæ ducuntur à centro ad circunferentiam, ſunt inter ſe æquales. Sed rectæ AC & AB ducuntur à centro ad circunferentiam. Igitur rectæ AC & AB ſunt inter ſe æquales.	*Les lignes droictes menées du centre à la circonference, ſont égales entr'elles.* *Mais les lignes droictes AC & AB ſont menées du centre à la circonference.* *Donc les lignes droictes AC & AB ſont égales entr'elles.*
Secundus ſyllogiſmus non difert à primo, quod eandem habeat citationem quam primus.	*Le ſecond ſyllogiſme ne differe point du premier, à cauſe qu'il a la meſme citation que le premier.*
III. SYLLOGISMVS.	III. SYLLOGISME.
Quæ eidem æqualia ſunt, inter ſe ſunt æqualia.	*Les choſes égales à vne meſme, ſont égales entr'elles.*

Sed rectæ AC & BC ſunt eidem rectæ æquales. Igitur rectæ AC & BC ſunt inter ſe æquales.	*Mais les lignes droictes AC & CB ſont égales à vne meſme ligne droicte.* *Donc les lignes droictes AC & BC ſont égales entr'elles.*
IV. SYLLOGISMVS.	IV. SYLLOGISME.
Omne triangulum habens tria latera æqualia, eſt æquilaterum. Sed triangulum ABC tria habet æqualia latera. Igitur triangulum ABC eſt æquilaterum.	*Tout triangle qui a trois coſtez égaux, eſt equilateral.* *Mais les triangle ABC a trios coſtez égaux.* *Donc Le triangle ABC eſt equilateral.*

Pode-se perceber que os silogismos apresentados por Hérigone são muito semelhantes aos expostos por Clavius, dados na ordem inversa. Isso sugere que Hérigone poderia ter se baseado no texto do jesuíta. De fato, como indicado na Introdução de sua obra, Hérigone utiliza como referência a versão dos *Elementos* preparada por Clavius. Donde, os silogismos de ambos os autores são praticamente os mesmos.

Podemos notar, que o motivo para se utilizar quatro silogismos é atribuído às quatro "citações" (*"comme il appert du nombre des citations"*), a saber, as duas instâncias de 15.d.I, 1.a.1 e 23.d.I. Para auxiliar no entendimento da abordagem apresentada no *Cursus Mathematicus*, consideremos apenas o primeiro silogismo:

Primeiro Silogismo.

P. Maior: *Rectæ lineæ quæ ducuntur à centro ad circunferentiam, ſunt inter ſe æquales.*
P. Menor: *Sed rectæ AC & AB ducuntur à centro ad circunferentiam.*
Conclusão: [...] *rectæ AC & AB ſunt inter ſe æquales.*

A **premissa maior** é dada pela "citação" "15.d.I", a **premissa menor** é dado pela construção e a **conclusão** é obtida da "consequência" "ac 2 | 2 ab".

A discussão dos demais silogismos é análoga e será aqui omitida. Tanto Clavius, quanto Hérigone consideram suficiente a tradução silogística da Proposição 1 dos *Elementos* como evidência da universalidade de tais traduções. No resto da obra, Hérigone dedica-se exclusivamente à formalização simbólica por ele proposta.

5 – Considerações Finais.

Procuramos apresentar três **versões silogísticas** da demonstração da **Proposição 1** dos *Elementos* de Euclides, como testemunho da posição aceita por boa parte dos autores dos séculos XVI e seguintes, de que as **demonstrações matemáticas podem ser expressas por meio de silogismos**, isto é, uma versão mais simples do pressuposto de que todas as demonstrações matemáticas podem ser formalizadas. No contexto da *Quaestio de certitudine mathematicarum*, podemos verificar que não é necessário que um autor tenha se manifestado explicitamente sobre tal querela, sendo possível identificar a sua posição a respeito da certeza das demonstrações matemáticas, de modo colateral ou mais ou menos direto em sua prática, bem como na produção de textos com finalidade didática.

Herlinus e Dasypodius se dedicaram a um labor considerado desnecessário por alguns autores, mas foram algumas vezes invocados em favor da tese sobre o estatuto epistemológico das matemáticas e da tradutibilidade silogística de suas demonstrações, como evidenciado acima. Aparentemente, a preocupação dos dois autores era didática, a fim de prover material aos estudantes de sua escola em Estrasburgo, que sendo introduzidos nas artes do Trivium, a saber, Gramática, Retórica e Dialética, seguindo tradição aristotélica, especialmente na última, tinham dificuldades de cumprir a obrigatoriedade da leitura de Euclides, por suas demonstrações não estarem de acordo com o rigor silogístico esperado.

Clavius, que também tinha preocupações didáticas, ao lado de suas investigações próprias de um matemático e religioso, participa institucionalmente nas questões acerca da natureza das matemáticas. Ele se opõe aos filósofos naturais de sua Ordem e infere que é um desfavor aos estudantes levantar tais polêmicas sobre as demonstrações e objetos da Matemática. Ademais, fica evidente a sua posição acerca das demonstrações silogísticas, dadas as suas afirmações e prática, especialmente indicadas na sua versão dos *Elementos*. Para ele, a brevidade e facilidade das demonstrações usuais dos matemáticos eram razões suficientes para se omitir a abordagem silogística. É digno de nota que os quatro silogismos por ele apresentados, amplamente aceitos no contexto em questão, podem ser considerados silogismos de primeira figura, os quais, segundo Aristóteles, são os mais científicos dos silogismos. Tal característica é um forte fator em prol da tese de que as demonstrações matemáticas seriam demonstrações *potissimae*.

Hérigone herda de Clavius a versão silogística da Proposição 1 dos *Elementos*, incorporando-a em sua obra. Indica, ademais, por meio das justificativas dos passos de uma demonstração, o modo de se obter "facilmente" a sua versão silogística. Hérigone também indica que o melhor método de se ensinar uma ciência é aquele em que a brevidade se junta à facilidade. Constata-se a preocupação didática do referido autor.

Ainda que a polêmica da *Quaestio* tenha sido e continue a ser amplamente estudada, com especial atenção aos autores que dela participaram com argumentos filosóficos, amparado por tradições aristotélicas, parece-nos relevante a consideração das iniciativas dos matemáticos e professores tratados neste artigo. Tendo em vista que o desenvolvimento da ciência ocidental está atrelado à matematização da realidade, a "vitória" da posição pró-Matemática torna-se essencial. Ainda que as disputas filosóficas diretas tenham a sua grande relevância, não se pode ignorar a contribuição de obras e autores que ajudaram a delinear as concepções dos estudantes, futuros matemáticos e filósofos, que beberam dessas fontes.

Bibliografia

ALEXANDRE DE AFRODÍSIAS. *On Aristotle's Prior analytics 1.1-7*. Trans. by Jonathan Branes *et al*. Ithaca: Cornell Univ. Press, 1991.

ARISTÓTELES. *Aristotelis opera cum Averrois commentariis*. Frankfurt am Main: Minerva G.m.b.H., 1962. v. VIII: Metaphysicorum Libri XIIII. [Reprodução da edição de Venitiis: Junctas, 1562].

ARISTÓTELES; BARNES, Jonathan (ed.). *The Complete Works of Aristotle*. The revised Oxford translation. Vol. 1. Princeton: Princeton University Press, 1995.

BERTATO, Fábio Maia. Contribuições dos pensamentos medieval e renascentista para o desenvolvimento da Matemática. In: *Revista Brasileira de História da Matemática*. Vol. 11, nº 23, 2012, pp. 27-38.

BICUDO, Irineu; EUCLIDES. *Os Elementos*. São Paulo: Ed. Unesp, 2009.

BOCHEŃSKI, I. M. *Historia de la Lógica Formal*. Ed. Española de Millán Bravo Lozano. Madrid: Editorial Gredos, 1985.

CAROLINO, Luís Miguel. Cristoforo Borri and the epistemological status of mathematics in seventeenth-century Portugal. In: *Historia Mathematica*, vol. 34, Issue 2, May, pp. 185-205, 2007.

CLAVIUS, Christophorus; EUCLIDES. *Euclidis Elementorum libri XV: accessit XVI de solidorum regularium comparatione*. Romae: apud Vincentium Accoltum, 1574.

COZZOLI, Daniele. Alessandro Piccolomini and the certitude of mathematics. *History and Philosophy of Logic*, 28:2, 151 — 171, 2007.

DASYPODIUS, Conradus; EUCLIDES. *ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΝΤΕ ΚΑΙ ΔΕΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΕΚ ΤΩΥ ΘΕΩΝΟΣ συνουσιῶν δεύτερον*. Argentorati [Estrasburgo]: Mylius, 1564.

DASYPODIUS, Conradus; HERLINUS, Christianus; EUCLIDES. *Analyseis Geometricae sex librorum Euclidis*. Argentorati [Estrasburgo]: Rihelius, 1566.

DODGSON, Charles L. *Euclid and His Modern Rivals*. 2nd ed. London: MacMillan and Co., 1885.

EUCLIDES; HEIBERG, I. L.; MENGE; H. *Euclidis Opera Omnia*. Teubner: Lipsiae, 1883.

EUCLIDES. *The Elements*. Books I-XIII. Transl. *Sir* Thomas L. Heath. New York: Barnes & Noble, 2006.

HAMILTON, William. *On the Study of Mathematics as an exercise of Mind* (Jan., 1836). In: HAMILTON, William. *Discussions on Philosophy and Literature, Education and University Reform*. New York: Harper & Brothers, 1861.

HÉRIGONE, PIERRE. *Cvrsvs Mathematicvs, nova, brevi, et clara methodo demonstratvs per notas reales & vniuersales, citra vsvm cuiuscunque idiomatis intellectu faciles – Covrs Mathematique, demonstré d'vne novvelle, briefve, et claire methode, par notes reelles & uniuerselles, qui peuuent estre entenduës facilement sans l'vsage d'aucune langue*. Paris, 1634.

LEIBNIZ, Gottfried. *Gothofredi Guillelmi Leibnitii Opera Omnia*. Tomus Secundus. Genevae: Fratres de Tournes, 1768.

MANCOSU, Paolo. *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century*. New York: Oxford University Press, 1999.

MOTTA, Bernardo Machado. *O estatuto das matemáticas em Portugal nos séculos XVI e XVII*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2011.

MUELLER, Ian. *Greek Mathematics and Greek Logic*. In: CORCORAN, John. Ancient Logic and its Modern Interpretations. Synthese Historical Library, Vol. 9. Dordrecht: D. Reidel Publ. Co., 1974, pp. 35 - 70.

MUGNAI, Massimo. Logic and Mathematics in the Seventeenth Century. In: *History and Philosophy of Logic*, vol. 31, Issue 4, pp. 297-314, 2010.

PEREIRA, Benito. *De communibus omnium rerum naturalium principiis et affectionibus*. Parisiis: Micaëlem Sonnium, 1579.

PICCOLOMINI, Alessandro. *Alexandri Piccolominei In mechanicas quaestiones Aristotelis paraphrasis paulo quidem plenior : eiusdem Commentarium de certitudine mathematicarum disciplinarum : In quo, de resolutione, diffinitione, & demonstratione necnon de materia, et in fine logicae facultatis, quamplura continentur ad rem ipsam, tum mathematicam, tum logicam, maximè pertinentia*. Venetiis: Apud Traianum Curtium, 1565.

PROCLUS; BAROZZI, Francesco. *Procli Diadochi Lycii Philosophi Platonici ac Mathematici Probatissimi in Primvm Evclidis Elementorum librum Commentariorvm*. Patavii (Pádua): Perchacinus, 1560.

PROCLUS; FRIEDLEIN, G. *Procli Diadochi in Primum Euclidis Elementorum Librum Commentarii*. Lipsiae: Teubner, 1873.

REID, Thomas; HAMILTON, William. *The Works of Thomas Reid*. Vol. II. 7th Ed. Edinburgh: MacLachlan and Stewart, 1872.

RODELES, Cecilio Gómez *et al. Monumenta Pedagogica Societatis Jesu*. Volume 50 do Monumenta Historica Societatis Iesu. Madrid: Typis A. Avrial, 1901.

ROSS, David. *Aristotle*. 6th Ed. New York: Routledge, 1995.

WILSON, James M. *Elementary Geometry*. Part I. Cambridge: MacMillan and Co., 1868.

EM BRANCO

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A "MÉMOIRE SUR LES MÉTHODES GÉNÉRALES D'INTEGRACION" DE JOAQUIM GOMES DE SOUZA

MARCOS VIEIRA TEIXEIRA

Departamento de Matemática
IGCE - Instituto de Geociências e Ciências Exatas
UNESP – Rio Claro, SP

marti@rc.unesp.br

Resumo: Neste trabalho tecemos algumas considerações a respeito dessa memória de Joaquim Gomes de Souza, mais conhecido como Souzinha. A fonte da pesquisa é a memória e algumas das referências que nela aparecem ou que foram localizadas a partir delas. A memória foi enviada, em junho de 1855, à Academia de Ciências de Paris. Submetida a uma comissão formada por M.M. Bienaumé, Lamé e tendo Liouville como relator, Souzinha nunca obteve resposta sobre a aceitação ou não.

Palavras-chave: História da Matemática no Brasil; Joaquim Gomes de Souza; Souzinha.

SOME CONSIDERATIONS ON JOAQUIM GOMES DE SOUZA'S "MÉMOIRE SUR LES MÉTHODES GÉNÉRALES D'INTEGRACION"

Abstract: In this work we present some considerations about this Memory of Joaquim Gomes de Souza, as known as Souzinha. The source of the research is the Memory and some of the references that appear in it or were located from them. The Memory was sent in June 1855, to the Academy of Sciences in Paris. It was submitted to a committee formed by M. M. Bienaumé, Lamé and having Liouville as rapporteur, Souzinha obtained no response on acceptance or not.

Keywords: History of Mathematics in Brazil; Joaquim Gomes de Souza; Souzinha.

INTRODUÇÃO

Em junho de 1855 Joaquim Gomes de Souza apresenta à Academia de Ciências de Paris sua "Mémoire sur les méthodes générales d'integrátion". Enviada a uma comissão formadas por M.M.

Bienaumé, Lamé e tendo Liouville como relator, Souzinha nunca obteve resposta sobre a aceitação ou não de sua memória. Esta memória juntamente com outras também apresentadas à Academia de Paris foram publicadas postumamente sob o título "Melanges de Calcul Integral, em 1882, pela Editora Brockhaus, de Leipzig na Alemanha, sob encomenda do governo Brasileiro. Ela é a primeira que aparece no Melanges. Joaquim Gomes de Souza nasceu em 1 de fevereiro de 1929 no município de Itapecuru-mirim na província do Maranhão, no Brasil. Em Junho de 1848 recebeu o título de Bacharel em Ciências Físicas e Matemáticas da Escola Militar do Rio de Janeiro. Ainda no ano de 1848, no mês de outubro, defende, também na escola Militar, tese de doutorado com o título "O modo de indagar novos astros sem o auxílio de observação direta". Foi o primeiro doutorado, em matemática, defendido no Brasil.

A MEMÓRIA

Essa memória é constituída de 69 páginas e está dividida em 57 seções, numeradas em algarismos romanos. Ela está escrita em francês e as citações que aqui aparecem foram traduzidas pelo autor desse artigo.

A numeração das equações escritas por Souzinha e que aparecem aqui neste trabalho é a mesma que de sua obra, razão pela qual aqui essa numeração dá grandes saltos.

Iniciando a memória, na seção I, ele escreve: "*Em uma memória apresentada ao instituto da França, eu me propus a determinar a função* $\phi(x)$ *que satisfaça as equações de condição:*

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(\theta)\phi(\theta + x)d\theta = F(x) \qquad (1)$$

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(\theta)\phi(\theta x)d\theta = F(x) \qquad (2)$$

$$\int_{\alpha}^{\beta}(f(\theta)+xf_1(\theta))\,\phi(\theta+x)d\theta = F(x) \qquad (3)$$

$$\int_{\alpha}^{\beta}(f(\theta)+xf_1(\theta))\,\phi(\theta+x)d\theta = F(x) \qquad (4)$$

Onde as funções $f(\theta)$ *e* $f_1(\theta)$*, são duas funções quaisquer de* θ*;* $F(x)$*uma função de* x*; dadas como as precedentes;* α *e* β*duas constantes arbitrárias e independentes..."*

Mais a frente ele escreve: *Se prestarmos atenção apenas naqueles gênero de problemas que foram resolvidos, são eles*

$$\int_0^{\infty} \quad \theta^{(\mu-1)}\phi(\theta+x)d\theta = F(x), \qquad (5)$$

$$\int_0^{1} \quad (1-\theta)^f\phi(\tfrac{\theta}{x})d\theta = F(x), \qquad (6)$$

tratados por Abel e M. Liouville, ...

Em uma nota de rodapé ele observa: *No Cambridge and Dublin Mathematical Journal*[1] *encontra-se um artigo do professor George Boole, de Lincoln, contendo algumas observações sobre a transformação de diferenciais a índices fracionários ou de integrais definidas, sobre a solução de M. Liouville dada à equação (5); mas, lá, não há nenhum outro caso que não seja este aqui em questão.*

No vol. 4 daquele periódico, pag. 82 a 87, há um artigo de Boole, intitulado "On the Inverse Calculus of Definite Integrals" onde ele

---

[1] O "Cambridge Mathematical Journal" foi lançado em 1836 e após 4 volumes mudou o seu nome para "Cambridge and Dublin Mathematical Journal" tendo sido publicado outros 9 volumes com esse título, volumes esses que carregam uma numeração dual. Esse periódico foi fundado pelos escoceses Scots Duncan Gregory and Archibald Smith (1813–1872) e pelo inglês S.S. Greatheed então alunos de Cambridge e com a idade de vinte e quatro anos. Em 1855 foi lançado o "The Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics" como uma continuação do "Cambridge Mathematical Journal".

afirma que M. Liouville forneceu o teorema a seguir como base de um calculo inverso da integral definida, isto é:

$$\int_0^\infty \quad x^{n-1}\Phi(x+a) = (-1)^n\Gamma(n)(\frac{d}{da})^{-n}\Phi(a).$$

E acrescenta que uma demonstração desse teorema pode ser encontrada no vol. I 113 do Cambridge[2]. Essa demonstração encontra-se no artigo intitulado "On General Diferentation nº II", cujo autor é S. S. Greatheed[3]. Nesse artigo não há referência sobre o periódico onde o resultdo de Liouville foi publicado, mas, no artigo On General Differentiation publicado por Greatheed nesse mesmo volume do Cambridge, na página 11, da qual o anterior é continuação, consta que Liouville em três artigos publicados no XIII volume do "Jounal de l'Ecole Polytechnique", do ano de 1932, apresenta, o que lhe parece ser, a primeira tentativa de reduzir a um sistema o calculo de diferenciais a índices não inteiros.

No primeiro desses artigos, intitulado *"Sur quelques Questions de Géométrie et de Mécanique, et sur un nouveau genre de Calcul pour résoudre ces Questions",* é que Liouville apresenta seu teorema (sua fórmula). Essa fórmula foi deduzida para definir o que seria a derivada de ordem $-n$ ou a integral de ordem $n$da função $\Phi(x)$ e desse modo não serve para calcular a integral que Souzinha diz que Liouville havia resolvido. Isso me leva a crer que Souzinha não teve acesso a esse artigo de Liouville quando escreveu essa sua memória[4].

---

[2] Essa numeração se refere à 1ª edição do Cambridge Mathematical Journal. Quando esse periódico passa a ser denominado Cambridge and Dublin Mathematical Journal, os quatro volumes anteriores são relançados e nessa nona edição esse artigo encontra-se na página 120.

[3] Samuel Stephansen Greatheed nasceu em 22 de fevereiro de 1813 em Lympsham, Somerset, e faleceu em Corringham, Essex, na Inglaterra.

[4] Nesses três trabalhos Liouville estava interessado em desenvolver as bases de um cálculo diferencia e integral a índices não inteiros. O seu teorema

E Souzinha continua, Nesta Mémoire eu me proponho ir bem mais longe, porque eu vou dar a solução da equação mais geral

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x,\theta)\phi(x+\theta)d\theta = F(x); \qquad (7)$$

onde $f(x,\theta)$ *é uma função qualquer de* x *e* $\theta, F(x)$ *uma função de x,* α *e* β *duas constantes ou mesmo duas funções de* x*. Mas se os métodos de que fiz uso na Mémoire citada são inteiramente rigorosos, não podemos dizer o mesmo de todos aqueles que faremos uso aqui, porque me servi de certos desenvolvimentos em série cuja convergência não está demonstrada, e cujo emprego, por conseguinte, segundo qualquer geômetra, não é muito legítimo.*

Mais a frente, na página 2, ele observa: *Eu devo ainda acrescentar que após ter deduzido da equação (7) diversas soluções fundadas sobre o desenvolvimento em séries, cheguei ao fim da resolução, colocando completamente as séries de lado, me apoiando somente sobre as integrais definidas, e, por consequência, dando à solução todo o rigor desejável.*

Depois de deduzir essas diversas soluções, como afirmou Souzinha, nas seções II a XXXIII, páginas 2 a 41, ele escreve no início da seção XXXIV, pág. 41. *Nós nos apoiamos até o presente nas séries, para resolver o problema de determinar a função* $\phi(x)$ *que satisfaça a equação (7). Mostraremos agora como evitar todas as séries.*

Para isso, colocamos:

$$\phi(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{x\Phi(w\sqrt{-1})}\phi_1(w\sqrt{-1})dw \qquad (257)$$

(sua fórmula) foi apresentado da seguinte forma $\int_0^{\infty} \Phi(x+a)\alpha^{\mu-1}d\alpha = (-1)^{\mu}\Gamma(\mu)\int^{\mu} \Phi(x)dx^{\mu}$, o índice μ é positivo, mas não necessariamente um número inteiro. A integral de ordem μ é a inversa da derivada de ordem μ. No caso do índice ser inteiro, essa integral de ordem μ coincide com a integração da função μ vezes em relação a x.

$\Phi(w\sqrt{-1}), \phi_1(w\sqrt{-1})$, *sendo duas funções incógnitas que se deve determinar para que a equação:*

$$\int_\alpha^\beta f(x,\theta)\phi(x+\theta)d\theta = F(x) \qquad (258)$$

seja satisfeita ao se adotar a expressão precedente de $\phi(x)$. *Fazendo-se a substituição, esta equação torna-se:*

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{x\Phi(w\sqrt{-1})}\phi_1(w\sqrt{-1})\,dw \int_\alpha^\beta e^{\theta\Phi(w\sqrt{-1})} f(x,\theta)d\theta = F(x) \qquad (259)$$

determinamos $\Phi(w\sqrt{-1})$ *pela equação*

$$\frac{1}{\int_\alpha^\beta f(w\sqrt{-1},\theta)e^{\theta\Phi(w\sqrt{-1})}d\theta} = 0\,; \qquad (260)$$

e fazendo-se, para abreviar

$$(x - w\sqrt{-1})e^{x\Phi(w\sqrt{-1})}\int_\alpha^\beta f(x,\theta)e^{\theta\Phi(w\sqrt{-1})}d\theta = {}_1f(x,w\sqrt{-1}) \qquad (261)$$

obtêm-se

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{{}_1f(x,w\sqrt{-1})\phi_1(w\sqrt{-1})}{x-w\sqrt{-1}}dw = F(x) \qquad (262)$$

Agora observo que a equação (88)[5] *tem lugar se a função contém uma constante indeterminada* y; *e como essa constante pode ser qualquer uma, a equação deve ainda subsistir se a supusermos igual à* x. *Isto é, demonstrada a exatidão da equação:*

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\phi(y,\chi\sqrt{-1})}{x-\chi\sqrt{-1}}d\chi = \phi(y,x), \qquad (263)$$

---

5 $\frac{d^n\phi(x)}{dx^n} = (-1)^n\frac{\Gamma(n+1)}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\phi(\chi\sqrt{-1})}{[x-\chi\sqrt{-1}]^{n+1}}d\chi$ (88)

ter-se-á

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\phi(x,\chi\sqrt{-1})}{x-\chi\sqrt{-1}}d\chi = \phi(x,x) \qquad (264)$$

ao fazer-se $y = x$ *em* y.

Aplicando-se essa fórmula à equação (262), ter-se-á

$$\cdot_1 f(x,x)\phi_1(x) = F(x) \qquad (265)$$

de onde deduz-se que

$$\phi_1(x) = \frac{F(x)}{\cdot_1 f(x,x)}; \qquad (266)$$

a equação (257) torna-se

$$\phi(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{x\Phi(w\sqrt{-1})}\frac{F_1(w\sqrt{-1})}{\cdot_1 f(w\sqrt{-1},w\sqrt{-1})}dw \qquad (267)$$

para os valores procurados de $\phi(x)$ *que satisfaçam a equação (258).*

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x,\theta)e^{\theta\Phi(w\sqrt{-1})}d\theta \qquad (268)$$

ALGUMAS OBSERVAÇÕES

Do visto acima podemos notar que Souzinha via o uso das séries, muitas vezes divergentes, como um modo de obter soluções para um problema, mas, como esse uso era feito junto com diversas outras manipulações, sem justificativa, um outro tipo de demonstração deveria ser fornecido. Isso pode parecer estranho para nós e até mesmo para a época em que ele desenvolveu o seu trabalho. Contudo podemos olhar isso de modo um pouco diferente. Já faz mais de um século que o convencional é que a matemática seja apresentada de forma sistematizada de tal modo que vemos os enunciados dos problemas e suas demonstrações de acordo com o rigor exigido no momento, pouco importando a forma como os resultados foram descobertos. Isso tem sido feito até para manter desconhecido o "promissor" método de obtenção da solução. Souzinha, ao contrário, apresenta o seu "método" de descoberta, sua heurística.

Souzinha não diz qual foi a inspiração para sua tentativa de resolver essas equações integrais, nem se seu método de descoberta está baseado em algum outro matemático, e as diversas referencias que faz a outros são muito imprecisas:

> "...em virtude de um teorema devido a M. Murphey...."
> "...devido a Burmann..."

Como vimos, Souzinha diz que os únicos problemas, do mesmo gênero do que ele resolveu que sabia terem sido resolvidos eram os da equação (5) tratados por Abel e da equação (6) resolvido por Liouville. À solução de Abel essa é a única observação que ele faz, sem dizer onde obteve tal informação. Falta-nos ainda verificar na obra de Abel qual é a solução que ele dá. A referência a Liouville é feita de forma indireta, através de referência a um artigo de George Boole no Cambridge and Dublin Mathematical Journals, em que não é especificado páginas, volume e número em que o artigo foi publicado.

O artigo de Liouville onde se encontra tal solução é segundo Greatheed, o que lhe o que lhe parece ser a primeira tentativa de sistematizar o cálculo de derivadas e integrais de ordem não inteira. Ainda segundo Greatheed a ideia de coeficientes diferenciais com índices gerais não era moderna, pois Leibnitz já a havia expresso em correspondência a Jean Bernouilli; Euler havia escrito poucas páginas que foram copiadas por Lacroix em sua grande obra sobre cálculo diferencial; Fórmulas para expressar coeficientes diferenciais de funções por meio de integrais tinham sido dadas por Laplace em sua Théorie des Probabilités, à, pag. 85, 3rd edição; por, Fourier em sua obra Théorie de la Chaleur à pág. 561 e; por; Mr. Murphy no Cambridge Phil. Transaction, vol. V. Ao que me parece Souzinha conhecia essas obras, exceto a correspondência entre Leibnitz e Bernouilli.

Sobre Souzinha e o uso das séries divergentes pode-se consultar o artigo de Carlos Sanches e Cícero Monteiro.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFIAS

BOOLE, G. On the Transformation of Definite Integrals. Cambridge Mathematical Journal, vol. 3 (1843), pp. 216-224.

CRILLY, T. The Cambridge Mathematical Journal and its descendants: the linchpin of a research community in the early and mid-Victorian Age. Historia Mathematica 31 (2004), pp. 455-497.

GREATHEED, S.S. On General Diderentation, Cambridge Mathematical Journal, vol. 1, segunda edição (1846), pp. 12-23.

———. On General Diderentation II, Cambridge Mathematical Journal, vol. 1, segunda edição (1846), pp. 120-128.

LIOUVILLE, J. Sur quelques Questions de Géométrie et de Mécanique, et sur un nouveau genre de Calcul pour résoudre ces Questions. Journal de Lécole Polytechnique, tome 13 (1832), pp. 1-69.

———. Sur le Calcul des Différentielles à Indices quelconques, Journal de Lécole Polytechnique, tome 13 (1832), pp. 71-162.

SANCHES, C.F. & SOUZA, C.M. El caso Souzinha y la Polemica sobre el uso Legitimo de las Series Divergentes em el Siglo XIX. LLULL – Revista de la Sociedade Espanõla de Historia de las Ciências y de las Técnlicas, vol. 20, 1997, pp. 293-310.

SOUZA, J.G. Mémoire sur les méthodes générales d'Integration Mélanges de Calcul Intégral, (1882) pp. 1-70. Impriere de F.A. Brockhaus.

*   *   *

Veritas fatigari potest, vinci autem et falli non potest.

MMXIV