António Costa Canas, João Caramalho Domingues, Luis Saraiva (Eds.)

Actas/Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática

Volume I

spm
SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA

2018

Actas/Anais
do
7.º Encontro Luso-Brasileiro
de
História da Matemática

Volume I

Actas/Anais
do
7.º Encontro Luso-Brasileiro
de
História da Matemática

(Óbidos, Portugal, 15 a 19 de Outubro de 2014)

Volume I

Editores:
António Costa Canas
João Caramalho Domingues
Luis Saraiva

spm
SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA

2018

Título	**Actas / Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática**
Editores	António Costa Canas João Caramalho Domingues Luis Saraiva
Edição	**Sociedade Portuguesa de Matemática** Av. da República, 45, 3.º esq. 1050–187 Lisboa www.spm.pt
Data de edição	2018
Paginação	João Caramalho Domingues (com colaboração de António Costa Canas)
Arquivo fotográfico	Luis Saraiva
Foto da capa	Município de Óbidos
Impressão	Copissaurio Repro, Lda. Universidade do Minho Campus de Gualtar, Ed. 2 4710–057 Braga
Depósito Legal	443493/18
ISBN	978-989-8243-07-2

Introdução

O 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática está inserido numa série iniciada em Coimbra em 1993, e que, regular e alternadamente, vai tendo lugar no Brasil e em Portugal, movimentando muitas dezenas de pesquisadores dos dois países, a que procuramos sempre agregar investigadores de outras nacionalidades.

Para além das conferências individuais, procurámos que se realizassem simpósios, organizados, sempre que possível, por brasileiros e portugueses em cooperação, sobre temas de interesse comum, e com oradores dos dois países.

Em 2014 houve três temas óbvios para simpósio, devido a efemérides cronológicas: nesse ano celebrou-se o centenário do nascimento de José Sebastião e Silva, com António Aniceto Monteiro talvez o matemático português mais importante do século XX, pelo relevo de que se revestiu a sua acção em Portugal, quer no campo da Matemática quer no do Ensino da Matemática; comemoraram-se igualmente os 150 anos do nascimento de Luciano Pereira da Silva, matemático que tem uma obra de imenso valor sobre a história da Náutica portuguesa, um dos pesquisadores portugueses que no início do século XX mais desenvolveu a investigação nessa área; e celebraram-se internacionalmente os 300 anos do primeiro Longitude Act, um importante facto que apressou a descoberta de um modo de medir a longitude no mar com uma precisão inferior a meio grau.

No 27.º Encontro do Seminário Nacional de História da Matemática, realizado em Junho desse ano na Escola Naval, tivemos uma perspectiva inglesa sobre este último acontecimento; em Óbidos realizou-se um simpósio onde foi igualmente expressa uma visão francesa sobre este tema.

Para além destes três simpósios tivemos um primeiro simpósio sobre a História dos Instrumentos Científicos, hoje uma área importante de pesquisa e divulgação, mas que tem estado omissa dos nossos Encontros, quer nacionais quer Luso-Brasileiros, e que deu indicações sobre o desenvolvimento que tem havido na investigação sobre este tema. Não houve palestrantes brasileiros neste simpósio, mas tratou-se de um facto meramente circunstancial, pois tem havido um intenso diálogo entre pesquisadores portugueses e brasileiros nesta área nos últimos dez anos, e espera-se que de futuro seja possível manter uma secção sobre este tema no Luso-Brasileiro, com uma expressão ajustada à sua importância. Houve igualmente simpósios sobre História da Lógica, História da Cartografia, sobre Henri Poincaré e ainda sobre a História do Ensino da Matemática, um simpósio que já tem tradição entre nós.

Como complemento houve três exposições, todas na Galeria do Pelourinho, sobre as Obras Pedagógica e Científica de José Sebastião e Silva, sobre George Pólya, e sobre Imagens Cartográficas na Amazónia no Século XVIII. Tudo isto enriqueceu o nosso Encontro, e temos, em nome da Comissão Científica, a agradecer uma vez mais a todos os que se prontificaram a organizar os simpósios e os que se ofereceram para trazer exposições para Óbidos, pois muito o valorizaram com o seu trabalho.

Agradecemos ainda à Comissão Organizadora local todo o esforço e dedicação que mostrou para tornar a estada de todos em Óbidos memorável, não só preparando toda a logística necessária a um encontro desta grandeza, mas também elaborando um programa social de grande valor.

Agradecemos também a todas as entidades que apoiaram este Encontro, quer monetariamente quer por outros meios, permitindo-lhe ter a expressão que efectivamente teve.

Muito em particular agradecemos à Sociedade Portuguesa de Matemática, que desde a integração do Seminário Nacional de História da Matemática na SPM, como sua secção autónoma, nos tem apoiado incondicionalmente nas nossas realizações, contribuindo assim para a investigação e a divulgação da História da Matemática em Portugal. A publicação destas Actas, levada a cabo pela Sociedade Portuguesa de Matemática, é possibilitada no seu essencial pelo saldo positivo que houve do Encontro de Óbidos.

Permitam-nos citar aqui os nomes dos presidentes da SPM que apoiaram a nossa actividade, desde a integração do SNHM na SPM: António St Aubyn, infelizmente já falecido, Graciano Neves de Oliveira, Anabela Cruzeiro, Nuno Crato, Miguel Abreu, Fernando Pestana da Costa e Jorge Buescu.

Uma palavra muito especial para a Sociedade Brasileira de História da Matemática, em relação à qual nos ligam muitos laços, profissionais e pessoais, numa caminhada conjunta que este ano faz a bonita idade de 25 anos, e cuja origem podemos localizar numa Escola de Verão realizada em Évora em 1990, em que participou o Professor Sérgio Nobre, o primeiro Presidente da SBHMat, e então aluno de doutoramento do Professor Hans Wussing em Leipzig, embora também encontremos raízes desta colaboração ainda mais longe, num colóquio internacional em Lisboa, durante as celebrações do bicentenário do falecimento do matemático português José Anastácio da Cunha, em 1987, onde participou o professor Ubiratan D'Ambrósio. Em todas as realizações da SBHMat no Brasil os portugueses têm sempre sido acolhidos de forma única. Espero bem que em Óbidos tenham sentido o mesmo carinho e atenção que os portugueses encontram nas realizações da SBHMat no Brasil.

Por fim agradecemos a todos os palestrantes e participantes que submeteram os seus artigos para inclusão nestas Actas, é um facto elementar que a grande riqueza destes encontros está nos seus participantes, e as Actas tentam deixar para a posteridade algo do que de mais importante teve lugar no Encontro, é um reportório de trabalhos de investigação que poderá ser utilizado produtivamente pelos pesquisadores nesta área ou por qualquer interessado em problemas de história e cultura científica.

Em relação aos palestrantes temos a assinalar com pesar o falecimento de dois dos autores de textos durante o processo da publicação destas Actas/ Anais: Maria de Lourdes Bacha e Miguel Jocélio Alves da Silva; o segundo ainda colaborou na revisão do seu texto.

Uma palavra muito especial para os meus colegas do Secretariado do SNHM, João Caramalho Domingues e António Costa Canas, bem como para o nosso colega Henrique Guimarães, do Conselho Geral do SNHM, que tiveram papel importante na elaboração e estruturação do programa do Encontro.

Por último é fundamental agradecer às duas Comissões que fizeram a revisão de todos os textos presentes nestas Actas. Foi um trabalho longo e trabalhoso, mas creio que o resultado final é altamente compensador, pois houve muitos artigos que foram substancialmente melhorados graças às sugestões e comentários dos seus revisores.

Luis Saraiva,
em nome da Comissão Científica (Portugal)

Ficha Técnica do 7.º ELBHM

Organização
Sociedade Portuguesa de Matemática / Seminário Nacional de História da Matemática
Sociedade Brasileira de História da Matemática

Organização Local
Câmara Municipal de Óbidos
Óbidos Criativa

Comissão Organizadora Local
Ana Calçada — Coordenadora local
Celeste Afonso
Humberto Marques
Paula Ganhão

Local
Auditório Municipal, Óbidos
Museu Abílio de Mattos e Silva
Museu Municipal de Óbidos

Apoios
Câmara Municipal de Óbidos
Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais
Centro de Matemática da Universidade de Coimbra
Fundação para a Ciência e a Tecnologia
Óbidos Criativa
Sociedade Brasileira de História da Matemática
Sociedade Portuguesa de Matemática
Transportes Aéreos Portugueses

Comissão Científica

Em Portugal:

António Costa Canas (Centro Inter-Universitário de História da Ciência e da Tecnologia, Centro de Investigação Naval e Escola Naval)

Helmuth Malonek (Centro de Investigação e Desenvolvimento em Matemática e Aplicações, Universidade de Aveiro)

Henrique Guimarães (Unidade de Investigação e Desenvolvimento em Educação e Formação, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa)

Jaime Carvalho e Silva (Centro de Matemática da Universidade de Coimbra)

João Caramalho Domingues (Centro de Matemática da Universidade do Minho)

José Francisco Rodrigues (Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais, Universidade de Lisboa)

Luís Saraiva (Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais, Universidade de Lisboa) — Coordenador em Portugal

No Brasil:

António Vicente Marafioti Garnica (Grupo de Pesquisa História Oral e Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Bauru/Rio Claro)

Carlos Henrique Gonçalves (Laboratório de História das Ciências, Tecnologia e Sociedade, UMR7219, Université Paris 7/CNRS, e Escola de Artes, Ciências e Humanidades da Universidade de São Paulo)

Iran Abreu Mendes (Grupo de Estudos da Complexidade, Universidade Federal do Rio Grande do Norte)

Lígia Arantes Sad (Instituto Federal do Espírito Santo, Universidade Federal do Espírito Santo)

Sérgio Nobre (Grupo de Pesquisa em História da Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro) — Coordenador no Brasil

Tatiana Roque (Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro)

Wagner Rodrigues Valente (Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática, e Universidade Federal de São Paulo)

Nota sobre a revisão científica

Todos os artigos destas actas foram sujeitos a revisão científica. Esta foi feita pela Comissão Científica Brasileira e por uma Comissão de Revisão Portuguesa, que foi constituída especialmente para este efeito e que incluía parte da Comissão Científica Portuguesa.

Comissão Científica Brasileira:
António Vicente Marafioti Garnica; Carlos Henrique Gonçalves; Iran Abreu Mendes; Lígia Arantes Sad; Sergio Nobre; Tatiana Roque; Wagner Rodrigues Valente.

Comissão de Revisão Portuguesa:
António Costa Canas; Carlota Simões; Fernando Ferreira; Fernando Figueiredo; Francisco Roque de Oliveira; Gerard Grimberg; Henrique Guimarães; João Caramalho Domingues; Luis Saraiva; Mária Almeida; Marta Lourenço; Paulo Crawford.

Estas comissões organizaram-se também em subcomissões, conforme se pode ver na informação da página de abertura de cada simpósio ou grupo de comunicações não integradas em simpósios.

Grupo de conferencistas frente ao Mosteiro de Alcobaça, passeio social, 17/10/14

Conferências plenárias não integradas em simpósios

Revisores científicos:
João Caramalho Domingues, Luis Saraiva

Os primeiros matemáticos formados em Coimbra e o Brasil

Silvino da Cruz Curado
Academia Portuguesa da História
silcurado@sapo.pt

Resumo: A Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra foi criada com estatutos exigentes, no âmbito da profunda reforma desta instituição em 1772. A maioria dos matemáticos inicialmente formados foi logo nomeada para as demarcações dos extensos limites do Brasil. O presente trabalho reúne alguns elementos de informação sobre a sua atuação como astrónomos, cartógrafos e administradores, os quais contribuem para uma avaliação positiva do curso que lhes fora ministrado.

Abstract: The Faculty of Mathematics, Coimbra University, was created with advanced statutes, under the broad reform of the Institution in 1772. Most initially trained mathematicians were soon appointed to the demarcation of the extensive limits of Brazil. The present paper brings together some pieces of information about their performance as astronomers, cartographers, researchers and administrators, pointing to a positive evaluation of the course they attended.

Existe um acordo generalizado quanto à extrema necessidade que se verificava, no século XVIII, de reforma da Universidade de Coimbra, problema que não era só português (Ferrão, 1926), sendo certo que os notáveis progressos da Ciência que se vinham desenvolvendo na Europa ocorriam, sobretudo, fora do âmbito universitário.

Entre nós, a Universidade tinha envelhecido e enchera-se de vícios, mas conservava um peso enorme na sociedade, o que lhe permitiu resistir às pressões da Coroa, até para preencher a vaga de professor da única cadeira de matemática prevista, a qual andava sem titular havia sessenta anos!

Só um ministro muito determinado, como o Marquês de Pombal, e com o total apoio de um monarca absoluto, a ponto de o nomear seu lugar-tenente com plenos poderes na "Nova Fundação da Universidade", seria capaz de levar a cabo uma obra de tal envergadura.

Alteraram-se as cadeiras e os programas das quatro Faculdades existentes — Teologia, Cânones, Leis e Medicina — e acrescentaram-se as de Matemática e de Filosofia, ocupando-se esta última, sobretudo, das Ciências Naturais. Dotou-se a Universidade de estabelecimentos que permitissem desenvolver a

Actas/Anais do 7º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, I, 3–24

prática, a investigação e o experimentalismo. E, procurando eliminar vícios e erros passados, substituiu-se a maioria dos professores, chegando a atingir-se a totalidade na Faculdade de Medicina.

Detenhamo-nos, sobretudo, no curso da Faculdade de Matemática, procurando apontar alguns elementos de avaliação da Reforma da Universidade de 1772, utilizando as demarcações de limites do Brasil, decorrentes do Tratado de Santo Ildefonso de 1777, como campo experimental de referência. Naturalmente, a difícil conjugação de tão vastos e variados assuntos não permitirá ir além de ligeiríssimos subsídios.

Na preparação dos avançados estatutos da Faculdade, particularmente difícil dada a gritante escassez de matemáticos, tiveram papel de relevo João Pereira Ramos de Azeredo Coutinho (1722–1799) e o irmão, o Bispo Dom Francisco de Lemos Faria Pereira Coutinho (1735–1822), Reitor da Universidade, ambos nascidos no Brasil e o antigo jesuíta do Colégio da Baía, José Monteiro da Rocha (1734–1819), já secular, que se fizera conhecido pelos seus conhecimentos na ciência dos números.

Antes de passar aos primeiros matemáticos, afinal o objeto desta conferência, considero conveniente recordar alguns elementos referentes à Faculdade que os formou, ao respetivo curso e diferentes graus, procurando dar uma ideia da "bagagem" destes novos profissionais.

Registe-se, ainda, a contribuição da Faculdade para levar a toda a Universidade os benefícios do rigor do método matemático. Assim, além dos alunos "ordinários", destinados à profissão, todos os alunos das restantes Faculdades passaram a frequentar, como "obrigados", ainda que sujeitos a menor rigor, o 1.º ano de Matemática, e os de Medicina também o 2.º e o 3.º. Foi criada a classe de ouvintes "voluntários", destinada aos que apenas se procurassem instruir, num aceno especial à nobreza.

Para ingressar na Faculdade eram exigidos, como preparatórios, o Latim, a Filosofia Racional e Moral e, pelo que se refere à Matemática, apenas o domínio das quatro operações, levando a que boa parte do curso fosse dedicada a matérias que atualmente são ministradas antes do ingresso na Universidade.

O curso tinha a duração de quatro anos, com um Lente por cada, sendo todas as lições dadas, sucessivamente, na mesma sala, pela ordem dos anos, com a duração diária de hora e meia. O 1.º ano, designado por Geometria, incluía também a Aritmética e a Trigonometria Plana. O 2.º ano ocupava-se da Álgebra e do Cálculo. O 3.º, designado então por Foronomia, tratava da Física Matemática. O 4.º ano era dedicado à Astronomia.

Para além destas cadeiras da sua Faculdade, os alunos frequentavam, na Faculdade de Filosofia, como "obrigados", a de História Natural e a de Física

Experimental. Estava ainda prevista uma cadeira de Desenho e Arquitetura Civil e Militar, que também incluía o "risco" de cartas geográficas e topográficas, a qual, em conjunto com um exame sobre ataque e defesa de praças, permitia a entrada na engenharia militar. Aconteceu, porém, que durante muitos anos, não foi possível conseguir professor adequado, pelo que nenhum dos matemáticos a seguir referidos recebeu tal formação, ainda que vários acabassem por ser nomeados engenheiros, desenhassem bem e soubessem elaborar cartas geográficas[1]. Era recomendado o Inglês e o Francês, para seguir o progresso das ciências, e obrigatório o Grego para quem aspirasse ir mais além.

O exame do 4.º ano conferia o grau de "Bacharel" e um exame de todas as cadeiras do curso, o de "Bacharel Formado". Poderia seguir-se um 5.º ano, de repetição, pelo menos, dos 3.º e 4.º anos e a realização dos Atos Grandes, compensados com a colação do grau de "Licenciado". Finalmente, poderia aspirar-se ao grau de "Doutor", a última e maior honra universitária, conferida em solene e luzida cerimónia.

O curso, ainda que parcialmente elementar, mostrava os princípios fundamentais e necessários para cada um, por si mesmo, poder depois fazer maiores progressos. Estimulavam-se os exercícios, a investigação e a incorporação no ensino das descobertas que se fossem verificando.

Para dar vida aos Estatutos eram necessários professores que, pelo que já se disse, não abundavam em Portugal. Em 1772 foram feitos doutores e nomeados lentes: de Álgebra, Miguel Franzini (ca. 1730–1810), professor de matemática na falhada experiência de ensino científico do Real Colégio dos Nobres; de Foronomia, o já referido José Monteiro da Rocha; e de Astronomia, Miguel António Ciera (?–1782), prefeito de estudos do referido Colégio, o qual, como matemático-astrónomo, tinha, anteriormente, prestado excelentes serviços na tentativa de demarcação de limites do Brasil, decorrente do Tratado de Madrid de 1750.

Como não tivesse sido encontrado professor para a Geometria, foi Franzini encarregado de ministrar o respetivo ensino, em 1772, auxiliado pelos outros professores que ainda não tinham alunos. Em 1773, o Marquês de Pombal fez doutorar o 1.º tenente de artilharia, José Anastácio da Cunha (1744–1787), e nomeou-o lente de Geometria. A obra deste militar, matemático autodidata, culto poliglota, poeta e livre-pensador, foi truncada pela Inquisição, desaproveitando-se a sua inegável capacidade de acompanhar e mesmo abrir os então novos caminhos da Matemática.

É altura de passar aos alunos, afinal os destinatários da "nova reformação académica". Ao contrário do que seria de esperar foi bem reduzido o número

[1] Depois de nomeados, receberam orientação específica para tais trabalhos.

de matrículas. Ainda assim, a Universidade formou, nestes primeiros anos da reforma, a elite dirigente do País na regência e reinado de D. João VI e, pouco depois, a que desencadeou a Revolução Liberal de 1820.

Pelo que respeita à Faculdade de Matemática, observe-se o quadro 1.

NOME	1776	1777	1778	DESTINO
José Simões de Carvalho	**Bacharel**	**Doutor**		**Brasil**
Francisco J. Lacerda e Almeida	**Bacharel**	**Doutor**		**Brasil**
António Pires da Silva Pontes	**Bacharel**	**Doutor**		**Brasil**
Manuel José Pereira da Silva	*Bacharel*	*Doutor*		*Lente U.C.*
Manuel Joaquim da Costa Maia	*Bacharel*	*Doutor*		*Lente U.C.*
Viturio Lopes Rocha	*Bacharel*	*Doutor*		*Lente U.C.*
António Francisco Leal	Bacharel			Medicina
Francisco de Oliveira Barbosa		**Bacharel**		**Brasil**
José Joaquim Victorio Costa		**Bacharel**	**Doutor**	**Brasil**
José de Saldanha			**Bacharel**	**Brasil**
D. José Maria de Sousa B. Mourão			Bacharel	Diplomata
Francisco Xavier Veiga			Bacharel	Doutor U.C.
Frei Alexandre Gouveia			Bacharel	Doutor Bispo
José Calheiros de M. e Andrade			Bacharel	Professor
Feliz de Sousa Cardoso e Meneses			Bacharel	?

Quadro 1: Primeiros “bacharéis formados” e “doutores“ em matemática, da Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra e seus destinos.

Assim, em 1776 houve sete bacharéis formados, dos quais seis foram doutorados no ano seguinte, numa decisão prudente e oportuna para assegurar a continuidade do ensino, e um seguiu medicina. Em 1777 houve dois bacharéis formados, um dos quais também se doutorou. Em 1778, quando surgiu a necessidade de nomear os matemáticos-astrónomos para as demarcações decorrentes do Tratado de Santo Ildefonso de 1777 (Tratado Preliminar de Paz e de Limites, na América Meridional), houve seis bacharéis formados, mas só um ficou disponível para o Brasil.

O quadro assinala a "negrito" os quatro doutores e os dois bacharéis formados nomeados para o Brasil e a "itálico" os 3 doutores que ficaram na Faculdade onde foram substituindo os lentes iniciais.

Como fossem necessários mais dois matemáticos-astrónomos recorreu-se à nomeação de Bento Sanches da Orta (Dorta), (1739–1794), que frequentara o curso como ouvinte "voluntário" e do tenente de artilharia, promovido a capitão no embarque, Joaquim Félix da Fonseca Manso (1751–1814) que, tendo concluído o terceiro ano, completou a sua formação com o estudo da astronomia já depois de nomeado, sem grau académico.

Estavam assim encontrados os oito matemáticos que seriam enviados para o Brasil. Aguardava-os uma longa, dura e arriscada aventura!

A avaliação dos cursos está na ordem do dia, incidindo sobre o que se passa na Universidade e, complementarmente, sobre a aceitação pelo *mercado*, dos seus formados. Proponho que sigamos estes matemáticos e, observando o princípio bíblico "pelos seus frutos os conhecereis", procuremos alguns elementos que indiciem se a sua formação era satisfatória para a sua profissão, para a iniciação à ciência e, ainda, para a pertença à elite dirigente do País.

Comecemos por dar uma ideia muito resumida dos acontecimentos que os levaram ao Brasil.

Em 1680, o Príncipe Regente D. Pedro (depois D. Pedro II)[2] ordenou a fundação da Colónia do Sacramento, em frente de Buenos Aires, na margem norte do Rio da Prata que se propunha povoar e integrar no Brasil. No imediato, esperava conseguir, por meio do contrabando, obter a prata das minas de Potosi, na atual Bolívia, de que o Reino desesperadamente carecia. Deu-se, assim, origem a um gravíssimo conflito com o território espanhol, marcado por repetidos episódios bélicos, alternados com insatisfatórios tratados de paz e de limites que, na verdade, só terminou em 1828, com o reconhecimento, já pelo Império do Brasil, da independência do Uruguai[3].

[2] Governou de 1668 a 1706.

[3] De ressaltar que, em 1750, poucos meses antes do falecimento de D. João V, foi assinado o tratado de Madrid a que se seguiu uma demorada e difícil tentativa de demarcação dos limites nele acordados. Porém, face à discordância quanto aos mesmos, quer do Conde de Oeiras e futuro marquês de Pombal, quer do novo Rei de Espanha, Carlos III (governou de 1759 a 1788),

Dessas contendas, e para o que aqui interessa, é de referir que, em 24 de Novembro de 1777, enquanto D. José se finava em Lisboa, D. Pedro de Cevallos, nomeado primeiro vice-rei do Rio da Prata, no comando de uma formidável expedição enviada de Espanha que incluía 17 navios de guerra e 100 navios de transporte artilhados, transportando uma força de desembarque de cerca de 9.000 homens, tomou, sem luta, a Ilha de Santa Catarina, no litoral brasileiro. Dali partiu, por mar, para efetuar a quarta tomada da Colónia do Sacramento, donde tencionava seguir, por terra, a recuperar o Rio Grande do Sul recentemente libertado pelos portugueses e a fazer a ligação com a Ilha de Santa Catarina que deixara guarnecida.

D. Maria I[4] iniciava, assim, o seu reinado numa hora bem difícil. O parentesco real — a rainha D. Mariana Vitória, viúva de D. José I e mãe de D. Maria I, era irmã do rei de Espanha Carlos III — e o afastamento do Marquês de Pombal fizeram o milagre do acordo para a suspensão das hostilidades, logo em 15 de Junho, e do Tratado de Paz e Preliminar de Limites, assinado em Santo Ildefonso, em 1 de Outubro de 1777.

Carlos III foi sensível aos desejos de paz da sobrinha mas, ao suspender as operações, não permitiu que as vitórias esperadas de Cevallos recuperassem o prestígio internacional das armas espanholas, muito afetado pelo recente desaire da grande expedição de Argel[5] e, por outro lado, a expedição à América acarretou custos enormes ao seu já desfalcado Tesouro.

Tornava-se, por isso, indispensável apresentar à nação espanhola alguns resultados que, de alguma forma, compensassem tão dispendiosa e afinal pouco gloriosa jornada. Foi assim que, tendo sido aceites com pequenas diferenças, na maior parte do seu traçado, os limites do Brasil do Tratado de Madrid de 1750, e depois anulados em 1761, foram os mesmos alterados no Sul, com graves prejuízos para Portugal[6] e para as populações locais que nunca se con-

foram tais limites anulados pelo tratado do Pardo de 1761. Um ano depois, no âmbito da Guerra dos Sete Anos, os espanhóis tomaram, pela terceira vez, a Colónia do Sacramento e apoderaram-se do Rio Grande do Sul até ao canal que liga a Lagoa dos Patos ao Oceano. Sem representação portuguesa, o tratado de Paris de 1763, que pôs fim à dita Guerra, estabeleceu a devolução das conquistas ocorridas mas os espanhóis só entregaram a Colónia, mantendo-se na posse do restante território que tinham ocupado. Ainda que amargurado por estas e outras afrontas, teve o marquês de Pombal que aguardar por 1776 para forçar pelas armas a libertação do Rio Grande, facto que deu origem a uma reação desmesurada de Carlos III.

[4]Governou efetivamente de 1777 a 1792. Atingida por doença mental, passou a governar em seu nome o príncipe D. João (futuro D. João VI) o qual, em 1799, se assumiu como príncipe regente.

[5]Tratou-se de uma operação contra Argel, ninho da violenta e poderosa pirataria que aterrorizava a navegação no Mediterrâneo e suas aproximações. Apesar dos vultosos meios navais e efetivos empregados, foi considerada um desastre desprestigiante, com mais de 5.000 mortos.

[6]No tratado de 1750, a entrega à Espanha da Colónia do Sacramento era compensada pelo

formaram com o sucedido. Salvara-se, contudo, o essencial da meritória obra do santista Alexandre Gusmão[7], fazendo-se letra morta do Tratado de Tordesilhas.

De Lisboa ainda foram indicadas ao nosso embaixador em Madrid e negociador do tratado de 1777 algumas alterações ao texto apresentado pelo governo espanhol, mas a premência da obtenção da paz era tal que logo se acrescentava não se dever arriscar a conclusão do ajuste por tais motivos. Para Aires de Sá e Melo, secretário de estado dos negócios estrangeiros (1777–1785), o que interessava era conseguir a paz, pouco importando mais ou menos umas tantas léguas de território onde este até parecia sobejar. Já para Martinho Melo e Castro, secretário de estado dos domínios ultramarinos (1770–1795), essas mesmas léguas poderiam, por exemplo, ser indispensáveis para a segurança da Vila do Rio Grande ou para a subsistência das populações e a criação do seu gado. E como foi este último a conduzir as demarcações, indicou aos subordinados os pontos em que se deveria procurar atenuar os inconvenientes do tratado e aqueles em que se deveria ser intransigente com exigências e interpretações espanholas que nos fossem desfavoráveis. Do lado oposto, o zelo e ambição de Buenos Aires faziam outro tanto. Nestas condições, as juras de harmonia e boa-fé feitas na Europa tiveram vida curta na América.

Se a negociação do tratado foi rápida, não sucedeu o mesmo com a demarcação dos limites que estabeleceu. Tratava-se de uma tarefa hercúlea, a levar a cabo num ambiente hostil, doentio e desprovido de quaisquer apoios. As distâncias a percorrer eram enormes, muitas vezes por selvas impenetráveis, por terrenos alagadiços, por rios com perigosas cachoeiras, traiçoeiras setas de índios bravios e deserção dos índios "mansos", já saturados de remar. E se eram raros os ataques de perigosos animais, como as onças ou as 61 variedades de cobras venenosas existentes em tal território, eram diários e implacáveis os das nuvens de mosquitos de diversos tipos que infernizavam a vida, transmitiam o paludismo e, por vezes, prostravam toda uma expedição, roubavam a vida a alguns dos seus elementos e forçavam o regresso à base dos restantes, levados apenas pela corrente, sem terem sido atingidos os objetivos.

Salto por cima das imensas dificuldades de comunicação da Península com a América e entre as autoridades dos dois lados da fronteira, envolvidas no processo; da necessidade de fazer chegar àqueles fins de mundo um sem número de artigos que iam dos instrumentos matemáticos e astronómicos ainda a fa-

considerável alargamento do território português até ao rio Uruguai, o que lhe conferia profundidade. Já no tratado de 1777, a fronteira passava muito mais próximo do Atlântico, o que representava considerável diminuição do território e espaço para a defesa.

[7]Diplomata e secretário particular de D. João V, foi o artífice do tratado de Madrid de 1750.

bricar em Inglaterra, aos papéis, tintas e penas de corvo para cartografia e relatórios, aos medicamentos, aos trens de cozinha, etc.; da falta de aceitação do espírito de concórdia do Tratado por protagonistas marcados pela memória de conflitos de séculos, quando não pelas frustrações recentes, por exemplo, do vice-rei Marquês de Lavradio que sonhara levar os limites do Brasil ao Rio da Prata e do vice-rei Cevallos, que fora privado da vitória retumbante que julgava ao seu alcance, os quais tiveram que ser substituídos por acordo das Cortes; e até pela falta de perceção, pelos secretários de estado dos dois países, da grandeza da odisseia, conjugada com a carência local de recursos e dos técnicos adequados para a levar a cabo.

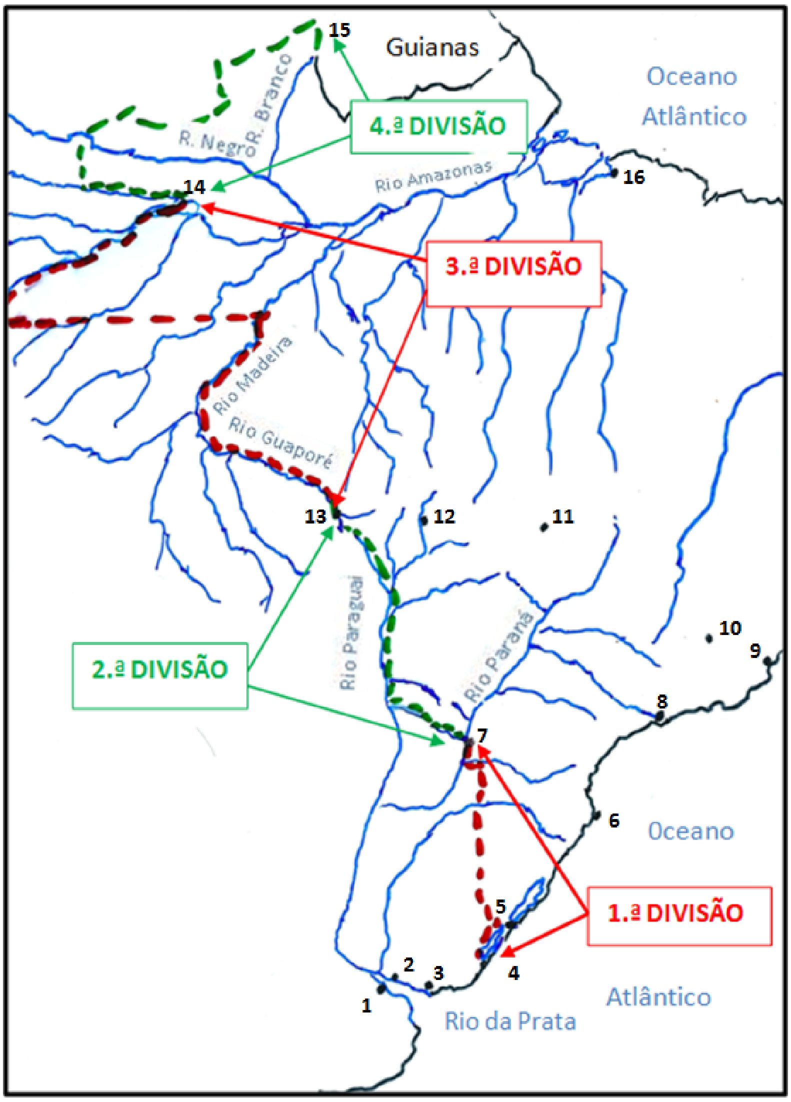
Para se ter uma ideia do que havia a percorrer, bastará referir que a fronteira terrestre do Brasil atual mede cerca de 17.000 Km, distância superior à que vai de Lisboa a Vladivostok. Dessa, a linha ou raia seca, isto é a que não se apoia em rios ou lagos, tem atualmente mais de 7.000 Km e é assinalada por cerca de 6.000 marcos.

Foi a fronteira dividida em quatro Divisões (ver esboço 1), cada uma atribuída a uma comissão de cada País, as quais deveriam trabalhar em conjunto, sob a direção dos governadores das confinantes capitanias ou equivalentes. Cada comissão era constituída por "dois comissários principais, dois engenheiros, dois geógrafos e dois práticos do país, com a comitiva proporcionada", o que permitia o desdobramento em duas subdivisões ou partidas. E é aqui que, finalmente, entram, como geógrafos, os já quase esquecidos matemáticos, a que me referi no início. Tinham a seu cargo a determinação, com instrumentos de difícil transporte e processos astronómicos ainda morosos, da longitude e latitude de pontos que permitissem conferir coerência aos processos topográficos expeditos que os engenheiros militares utilizavam para a elaboração das cartas a seu cargo e das que também passaram a executar.

Pela parte portuguesa foram nomeados, em 1778, os matemáticos constantes do quadro 2.

Apesar da escassez, foi possível preencher os lugares com "a prata da casa", o mesmo sucedendo com os engenheiros militares, diferentemente do que sucedera na tentativa de demarcações decorrentes do Tratado de Madrid de 1750, em que a totalidade dos matemáticos e a maioria dos engenheiros teve de ser contratada no estrangeiro, facto que tirava o sono a Sebastião José de Carvalho e Melo, por temer que se deixassem corromper pelos espanhóis ou indicassem a estranhos os caminhos para as minas.

Não o permite o espaço disponível, nem o bom senso o aconselha, referir os nomes exóticos de tantos acidentes geográficos necessários para descrever e pormenorizar os bem esforçados trabalhos destes homens que primeiro re-



Esboço 1: Sectores das Divisões de demarcação dos limites do Tratado de Santo Ildefonso de 1777.

Legenda

1 Buenos Aires	7 Foz do rio Igurei	13 Foz do rio Sararé
2 Colónia do Sacramento	8 São Paulo	14 Boca ocidental do Japurá
3 Montevideu	9 Rio de Janeiro	15 Fronteira com as Guianas
4 Foz do arroio Chui	10 Ouro Preto	16 Belém
5 Vila do Rio Grande	11 Vila Boa de Goiás	
6 Santa Catarina	12 Cuiabá	

NOME	GRAU	DIVISÃO
José Simões de Carvalho	Doutor	Quarta
José Joaquim Vitório da Costa	Doutor	Quarta
António Pires da Silva Pontes	Doutor	Terceira
Francisco José de Lacerda e Almeida	Doutor	Terceira
Francisco de Oliveira Barbosa	Bacharel formado	Segunda
Bento Sanches de Orta (Dorta)	Sem grau	Segunda
José de Saldanha	Bacharel formado	Primeira
Joaquim Félix da Fonseca Manso	Sem grau	Primeira

Quadro 2: Matemáticos nomeados, respetivos graus e divisões das demarcações

ceberam a borla e capelo de cor azul claro, este ornado com a esfera armilar, ou que, simplesmente fizeram o curso matemático. Duros trabalhos logo esquecidos e mal remunerados pelos ingratos que decidem em nome da Pátria. Por todos, escute-se o desabafo do Doutor José Simões de Carvalho, quando, ao fim de vinte e três anos de Amazónia, *dezasseis em penoso desterro nos sertões*, nem sequer lhe pagavam aquilo a que tinha direito. Depois de enumerar os seus valiosos serviços, escreveu:

> *Os penosos trabalhos, pelas desigualdades do tempo, sóis, chuvas, os riscos de vida por numerosas cachoeiras, subir montanhas do Rio Branco a passar, onde se ordenava, lagos de água nos seus campos. Trajectar matos e terrenos desiguais do Uaupés para ir ao Japurá, sobre os baixios da Tejoca e foz do Amazonas, mordido de impertinentes insectos: lembrado isto com o sossego que gozaria o suplicante na Universidade, aonde, por uma consequência natural lhe competia ser admitido e acomodado, pois foi o primeiro dos primeiros doutores graduados em matemática na nova reformada Universidade.*[8]

Farei seguidamente curtas referências à vida de cada um destes matemáticos, definitivamente marcadas pela Divisão a que foram destinados.

Começo pela Quarta Divisão ("da boca mais ocidental do Japurá" no Rio Amazonas até à atual Guiana), por ter sido também nela que se iniciaram os trabalhos, em 1780. O desentendimento entre o comissário espanhol Francisco

[8]AHU, Capitania do Pará, requerimento s. d. anexo ao doc. 9742, de 28-09-1803.

Requena e os portugueses foi imediato, no fundo devido à infeliz atribuição à Espanha de uma cunha em território português, constituída pela mesopotâmia formada pelos rios Solimões e Japurá e a várias opções que deveriam ser tomadas, por acordo, no terreno. As Cortes, ainda que determinassem que os problemas lhes fossem apresentados, preferiam não se confrontar face às queixas recíprocas que lhes chegavam da América, a fim de não interferir nos conflitos europeus ou noutros interesses como, por exemplo, as negociações que levaram a uma nova troca de princesas.

Pela nossa parte, o já referido secretário de estado dos domínios ultramarinos, Martinho de Melo e Castro, muito severo com as comissões portuguesas, obrigou a repetir penosas e perigosas diligências, sempre que não considerou os resultados satisfatórios. Demitiu o 1.º comissário por ter admitido o reconhecimento conjunto do rio Apaporis, que até nem pertence hoje ao Brasil, e passado tempos mandou-o realizar. Como poderiam os isolados sertanejos acompanhar os humores da distante política?

Os matemáticos desta divisão, José Simões de Carvalho e José Joaquim Vitório da Costa, foram sendo promovidos aos postos de capitão, sargento-mor e tenente-coronel engenheiro e desempenharam não só as funções de astrónomos como de cartógrafos. Levaram a cabo inúmeros e arriscados reconhecimentos de que deixaram abundante cartografia que viria a ser da maior utilidade para a fixação dos limites do Brasil independente. Em 1795, depois de muitos desentendimentos, o comissário Francisco Requena regressou a Espanha, ficando as demarcações suspensas sem qualquer documento que o declarasse. Apenas se tinham firmado dois marcos, um dos quais sob protesto dos espanhóis!

José Simões de Carvalho, entre outros trabalhos, ainda cartografou toda a imensa foz do Amazonas, reconheceu os rios que os franceses foram sucessivamente impondo como limites com a sua Guiana, comandou uma expedição, em 1797, àquele território, e foi apanhado pela morte quando, em 1805, subia uma vez mais o Amazonas, nomeado Governador da capitania do Rio Negro, equivalente ao atual gigantesco Estado do Amazonas.

José Joaquim Vitório da Costa, depois de numerosos reconhecimentos no rio Amazonas e seus afluentes e a elaboração das correspondentes cartas geográficas, transitou para a Marinha como capitão-de-fragata, a fim de desempenhar o cargo de Intendente da Marinha e Arsenais Reais da Capitania do Pará. Ainda governou a capitania do Rio Negro de 1806 a 1818 e regressou a Portugal por ocasião da Independência Brasileira, no elevado posto de Chefe de Divisão.

Passando à Terceira Divisão (do alto curso do Guaporé, próximo de Vila Bela, até à foz do Japurá no Amazonas), é de referir que os matemáticos António

Pires da Silva Pontes e Francisco José Lacerda e Almeida, ambos naturais do Brasil, e os correspondentes engenheiros militares começaram por executar reconhecimentos e cartografia nos rios Negro e Branco, afluente e subafluente do rio Amazonas, na área da quarta Divisão, uma vez que os espanhóis estavam atrasados no seu sector. Depois, partindo de Barcelos, levaram seis meses de penosa viagem para chegarem, em 28 de fevereiro de 1782, mais mortos que vivos, a Vila Bela, capital de Mato Grosso. No trajeto determinaram o ponto do rio Madeira a partir do qual o limite seguiria uma linha leste oeste até ao rio Javari, extenso trecho tão difícil de demarcar que, ainda hoje, não existe, na região, qualquer estrada digna desse nome, só havendo ali comunicação ao longo dos afluentes do Amazonas.

Nesta Divisão não chegou a haver contacto entre as comissões dos dois países devido, entre outras dificuldades dos espanhóis, à grande revolta índia de Túpac Amaru, à morte de um seu comissário, às enormes distâncias, difíceis acessos e alguma falta de empenho que consumiu dez anos em estéreis correspondências. Quando, finalmente, pareciam resolvidos a avançar para a fronteira, em 1790, tinha acabado de ser desmembrada a comissão portuguesa, a fim de evitar mais despesas.

Passaram, então, às reclamações contra a ocupação portuguesa de algumas posições que violariam o Tratado, as quais foram subindo de tom até chegar a vistosas mas ineficazes operações militares, por extensão ao Brasil da "Guerra das Laranjas" de 1801.

O problema não era fácil. O texto do tratado de 1777 seguia, ali, o de 1750, escrito este quando pouco se sabia da remota região que ainda não dispunha de povoações. Muito tinha mudado, sobretudo depois da chegada, em 1772, de Luís de Albuquerque Melo Pereira e Cáceres, o "fronteiro insigne", que governaria o Mato Grosso durante 17 anos. Com grande esforço e determinação fez construir povoações e fortificações que garantissem a navegação privativa de grandes troços dos rios Paraguai e Guaporé e conferissem segurança à capital e às indispensáveis comunicações fluviais com S. Paulo. Defendeu junto da Coroa, com grande empenhamento, que se aproveitassem algumas disposições do Tratado e o facto de este ser "preliminar" para alterar a linha nele estabelecida, por forma a dar cobertura ao que, de facto, já estava na posse dos portugueses. Foi esta posição firme que esteve na origem de ser hoje brasileira a faixa de terreno que, contrariando a geografia e a letra do tratado, fica a ocidente dos referidos rios, onde se situam, por exemplo, o lendário Forte Coimbra, Corumbá e Casal Vasco.

Não houve demarcações, como já referi, mas não foram perdidos os oito anos (1782–1790) que tão preparados técnicos passaram naquela ainda pouco conhecida região. António Pires da Silva Pontes e Francisco José de Lacerda e Almeida[9], quer isoladamente, quer sob o comando do capitão engenheiro Ricardo Franco de Almeida Serra, realizaram um notável trabalho de reconhecimento geográfico, sobretudo ao longo dos rios Guaporé, Paraguai e respetivos afluentes, traduzido num conjunto cartográfico impressionante[10], complementado por diários e memórias do maior interesse[11], naquele momento para o Governo distante, e mais tarde, para fundamentar os direitos do Brasil independente. Como tudo está relacionado, refiro que o engenheiro Ricardo Franco de Almeida Serra que, em 1801, se iria cobrir de glória na defesa do Forte Coimbra, e é hoje o patrono dos engenheiros militares brasileiros, tinha tido a seu cargo a condução de grandes obras na reforma da Universidade de Coimbra, enquanto os futuros matemáticos lá faziam o curso. Outro doutorado e contemporâneo em Coimbra, mas em filosofia natural, o baiano Alexandre Rodrigues Ferreira, encontrou-se com todos, em Mato Grosso, quando ali chegou, no decurso da sua Viagem Filosófica na Amazónia, longa de nove anos (1783–1792), que muito beneficiou dos elementos fornecidos pelos matemáticos e engenheiros das demarcações.

Regressados a Lisboa, Silva Pontes e Lacerda e Almeida ingressaram na Marinha como tenentes de mar e foram nomeados lentes da Real Academia de Guardas-Marinhas, origem das Escolas Navais do Brasil e de Portugal. Foram também sócios da Academia Real de Ciências, na qual apresentaram alguns dos seus trabalhos.

A chegada ao governo, em 1796, do contemporâneo em Coimbra, D. Rodrigo de Sousa Coutinho[12], decidiu dos seus destinos. Promoveu-os logo a capitão-de-fragata para, no ano seguinte, nomear Silva Pontes governador da capitania brasileira do Espírito Santo e Lacerda e Almeida governador dos Rios de Sena, em Moçambique. O primeiro ainda viu concluída, sobre sua direção, a primeira carta fiável de todo o Brasil, da maior importância[13], e publicada uma

[9]Diários de viagem em Almeida–Holanda, 1944.

[10]Ver Adonias, 1963; Cortesão, 1971 ou 2009; Garcia, 2002; e Nunes–Adonias 1985.

[11]Ferreira, 2013, relaciona 17 manuscritos e 4 publicações de Siva Pontes e 22 manuscritos e 4 publicações de Lacerda e Almeida referentes aos seus trabalhos, elaborados pelos próprios ou em colaboração entre si ou com outros demarcadores, cuja pormenorização não é possível neste texto.

[12]Tendo sido Embaixador em Turim (1779–1795), foi um influente e bem preparado secretário de estado da marinha e domínios ultramarinos (1796–1801), Presidente do Erário Público (1801–1803) e, já no Brasil, secretário de estado dos negócios estrangeiros e da guerra (1808–1812, ano da sua morte). Em 1808 foi elevado a 1.º conde de Linhares.

[13]"Carta Geographica de Projeção Espherica Orthogonal da Nova Lusitania ou America Portuguesa, e Estado do Brazil". Conhecida por "Nova Lusitania", não foi impressa, e só foram feitos 3 exemplares. Disponível na Internet.

sua tradução de obra inglesa sobre o emprego da geometria na construção naval[14]. Depois, exerceu com acerto o seu governo de 1800 a 1804, falecendo no Rio de Janeiro em1805.

Francisco José de Lacerda e Almeida é, de todos estes matemáticos, aquele de quem a História Pátria guarda memória. E também a teria na História Universal se a morte o não tivesse colhido, em 1798, ao realizar a primeira travessia científica de África, de Moçambique para Angola, quando, depois de muitos sacrifícios, já se aproximava dos afluentes do Rio Zaire que, facilmente, o conduziriam ao Atlântico. "Mártir da Ciência" lhe chamaram. Livingstone, que viria a colher os louros da travessia, mas em sentido contrário, só o conseguiu 55 anos mais tarde! Lacerda e Almeida, nascido e atuante no Brasil, recebeu o grau de doutor e ensinou em Portugal e foi cair, ao serviço da Coroa e da Ciência, no centro de África[15]. "Malhas que o Império tece", escreveu o poeta.

Regressemos ao Brasil, para dizer que também na Segunda Divisão (da foz do Igurei, na região das conhecidas cataratas do Iguaçu, até ao rio Guaporé) não houve demarcações. Toda a questão girou em volta da negação, pela Espanha, da existência do referido Igurei que constava do Tratado, pretendendo substituí-lo por outros rios mais a norte, o que punha em perigo a ligação de São Paulo com Mato Grosso e representava apreciável perda de território. Segundo os portugueses, só quando os demarcadores da Primeira Divisão concluíssem os seus trabalhos com a identificação da foz do Igurei no Paraná, poderia nela começar os seus a Segunda Divisão, sob a direção do Governador de S. Paulo.

Os matemáticos da Segunda Divisão só em 1781 chegaram ao Rio de Janeiro. Tratava-se do bacharel formado Francisco de Oliveira Barbosa, natural do Brasil, e de Bento Sanches de Orta que, tendo frequentado o curso como voluntário, como já se referiu, demonstrara os seus conhecimentos ao pretender ingressar no Exército como engenheiro. Tinham o mesmo vencimento que os doutores, o qual era superior ao de capitão engenheiro. Deveriam permanecer na capital, realizando observações, até que se considerasse próxima a demarcação que lhes competia. Lá permaneceram 7 anos, até 1788, quando seguiram para S. Paulo.

Os seus trabalhos distribuíram-se pela meteorologia, pela astronomia, pelo apoio à cartografia e, ainda pela utilização dos seus conhecimentos em aplicações práticas ou na investigação, tendo sido muitos deles publicados nas Me-

[14] Autor George Atwood. Título em português, "Construcção, e analyse de proposições geométricas, e experiências practicas, que servem de fundamento á architectura naval", Lisboa, 1798.

[15] ALMEIDA–MÚRIAS, 1936; EÇA, 1951.

mórias da Academia das Ciências[16] de que ambos foram sócios, enquanto outros se encontram, por exemplo, na Coleção Pombalina da Biblioteca Nacional[17].

Um texto da Universidade Federal do Rio de Janeiro afirma "que a Meteorologia Brasileira teve origem, cientificamente" com as campanhas de medidas meteorológicas destes dois astrónomos. Neste aspeto, foi sobretudo Sanches de Orta que, com uma paciência e perseverança excecionais, fez, durante muitos anos, as medições de variados elementos referentes ao clima e ao tempo, sete vezes por dia, de duas em duas horas, tendo registado longas séries que não serão vulgares, para a época, noutras paragens.

Pelo que toca à astronomia, para além das observações de rotina, fizeram, por exemplo, previsões de eclipses do sol e da lua e da passagem de um cometa, seus horários e desenhos mostrando a forma como iam ser vistos localmente, etc., cruzando depois os dados obtidos com os doutros astrónomos em Portugal.

Como exemplo da determinação da longitude e da latitude de vários pontos referem-se os destinados à elaboração da carta de "Parte da Costa do Brasil"[18], de São Paulo à Ilha de Santa Catarina. Oliveira Barbosa escreveu "Notícias da capitania de S. Paulo"[19], nas quais descreveu a navegação para Mato Grosso e seus rios, cachoeiras, peixes, aves, outros animais, etc.

Sanches de Orta leu na Sociedade Literária do Rio de Janeiro a "Memória sobre a produção do frio artificial", na qual referiu vários químicos e físicos estrangeiros e citou Franklin relativamente à dissolução de sais e à evaporação, mostrando, pelo menos, estar atualizado. De acordo com um professor da Universidade de São Paulo[20], devem-se-lhe as primeiras análises químicas, de âmbito científico, das águas daquela cidade, realizadas em doze fontes, determinando as que eram impróprias para consumo humano ou para outros fins. O seu elogio foi feito na Academia de Ciências pelo versátil matemático, Francisco de Borja Garção Stockler[21], sendo publicado com o de vultos como Martinho de Melo e Castro ou Guilherme de Valleré.

Falta, ainda, fazer referência à Primeira Divisão (da foz do Chuí à foz do Igurei) que foi, de facto, a única a ser percorrida pelas partidas portuguesas e es-

[16] Farrona, 2001, relaciona e comenta essas Memórias.

[17] Existem trabalhos destes matemáticos nos Códices 633, 642, 686, 721, 753 desta Coleção. No Arquivo Histórico Ultramarino, nos documentos das Capitanias do Rio de Janeiro e de São Paulo, também existem correspondência e trabalhos.

[18] Reproduzida em Nunes–Adonias, 1985, pp. 436–437.

[19] Revista do Instituto de História e Geografia Brasileiro, tomo V, 1863, pp. 22–35.

[20] Júlio César Bellingieri, Anais do Museu Paulista, v. 12, 2004.

[21] Stockler, 1805.

panholas, não sendo difícil adivinhar os graves desentendimentos verificados entre elas por ser ali que foi imposto um drástico recuo lusitano, em zona várias vezes disputada pelas armas e já ocupada por populações portuguesas muito ativas na procura das terras que permitissem a criação de gado. Martinho de Melo e Castro, ao contrário do que por vezes sucede no futebol, pretendia ganhar no “campo” das demarcações, parte do que se havia perdido na “secretaria” das negociações (ver esboço 2). Do lado espanhol, sobretudo a nível local, também houve ambições sem razão que criaram, posteriormente, problemas com a Argentina que o Brasil independente resolveu a seu contento, através de arbitragem internacional, com o precioso apoio da cartografia e diários dos matemáticos de Coimbra[22].

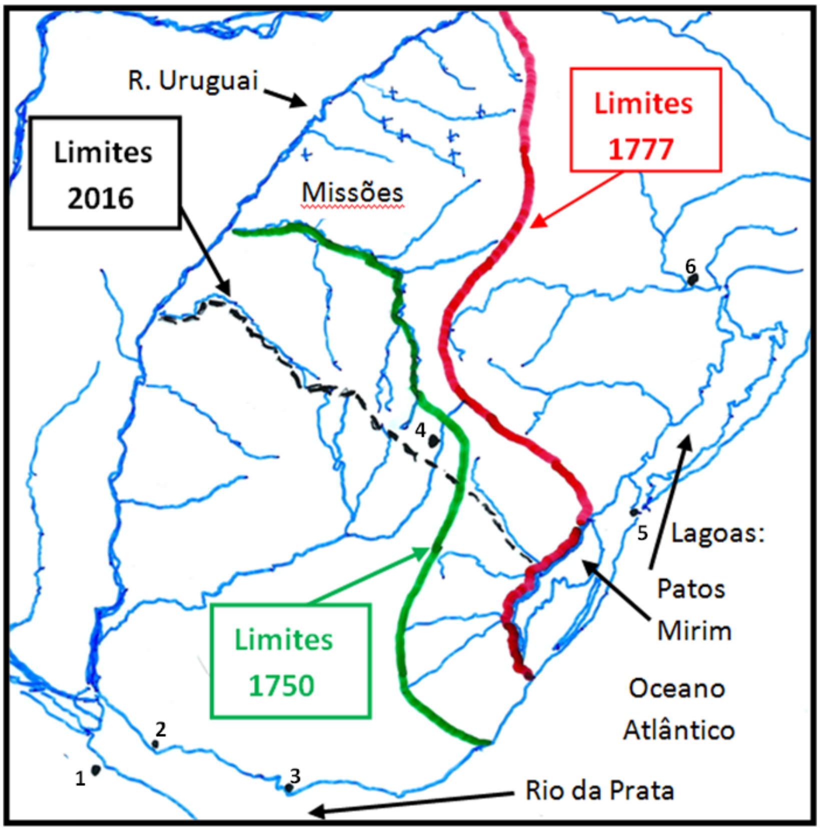
Foram eles o capitão de artilharia Joaquim Félix da Fonseca Manso que, não tendo formalmente terminado o curso, foi nomeado em igualdade de condições com os restantes, e o bacharel formado em matemática José de Saldanha, também bacharel em filosofia.

Só em 1784 tiveram início as demoradas demarcações. Saldanha, que ingressaria no Exército em 1790 como capitão engenheiro, dirigiu a sua partida durante a maior parte do tempo, acumulando as funções de comissário, cartógrafo e astrónomo, em condições de prolongado desconforto. Na outra partida, Fonseca Manso, também não teve uma missão mais cómoda nem mais rápida. Ainda por lá os apanhou a “Guerra das Laranjas” de 1801 da qual resultou a tomada, pelos portugueses, do território dos Sete Povos das Missões[23] e de outros que o Tratado lhes negava mas são hoje do Brasil. Já majores, tanto Saldanha como Fonseca Manso governaram e comandaram as Missões no período de grande tensão que se seguiu.

Fonseca Manso teve a seu cargo, nas demarcações, algumas expedições muito difíceis e perigosas. O facto de operar mais próximo do comissário da sua partida retirou-lhe visibilidade mas não os melhores elogios do Governa-

[22]Foi o caso da “Questão de Palmas”, disputa de uma área de 30.000 quilómetros, devido a diferente identificação dos dois rios que a limitavam. Tratava-se de uma inconveniente e perigosa cunha cravada no território brasileiro. Ver Rio-Branco, 1945, e várias entradas na Internet.

[23]O território das antigas Missões Orientais do Uruguai, administradas pelas autoridades espanholas a partir da expulsão dos jesuítas, em 1767, era atribuído a Portugal, contra a entrega da Colónia do Sacramento, pelo Tratado de Madrid, disposição anulada em 1761. Em 1777, a Espanha tomou a Colónia definitivamente e impôs limites desvantajosos no Rio Grande do Sul. Assim, logo que conhecida a invasão de Portugal pela Espanha, em 1801, forças locais de baixo escalão e irregulares ocuparam o referido território. Para lhe assegurar governo, montar e conduzir a defesa, foram sucessivamente nomeados os então majores Fonseca Manso e Saldanha que ali se distinguiram como militares. Ver Curado, 2001 e Curado, 2002, cujos textos poderão ser enviados por e-mail, a pedido.



Esboço 2: Ideia esquemática da "fronteira de vai e vem" do Sul do Brasil. De salientar o território perdido por Portugal no Tratado de Santo Ildefonso de 1777. A fronteira chegou a estar a norte do canal da Lagoa dos Patos, em 1763, e a apoiar-se no Rio da Prata, em 1818. Os limites atuais são tributários da Guerra de 1811 e da Campanha de Montevideu de 1818.

Legenda

1 Buenos Aires	4 Forte de Santa Tecla
2 Colónia do Sacramento	5 Vila do Rio Grande
3 Montevideu	6 Forte do Rio Pardo

dor, nas suas atestações de serviços. Faleceu com o posto de coronel, no Rio de Janeiro, em 1814.

José de Saldanha, com uma formação mais diversificada, por ser também bacharel em filosofia natural, e maior autonomia, por ausência do comissário e do engenheiro da sua partida, deixou uma marca melhor conhecida das suas atividades na cartografia, nos diários enriquecidos com referências à história natural e notas etnográficas relativas aos então ainda não estudados índios minuanos, na demarcação de sesmarias e em trabalhos científicos destinados à deteção de novos recursos. Destes são exemplos: uma memória sobre o sal de Glauber, o sulfato de sódio então utilizado na medicina, de que ele descobriu uma mina; trabalhos sobre nitreiras naturais e artificiais; e a pesquisa de madeiras indicadas para a construção naval[24]. O seu prolongado acampamento de 14 anos, no que até aí era um ermo, daria origem a Santa Maria, uma das maiores cidades do Rio Grande do Sul. E não seria justo encerrar estas referências sem mencionar o "Mapa Geral da Capitania"[25] que o erudito escritor local Aurélio Porto definiu como "um trabalho monumental, fortemente documentado por levantamentos geodésicos, e que constitui a pedra fundamental da cartografia rio-grandense". Foi sócio da Academia das Ciências.

Tendo feito jus às maiores recompensas, aliás propostas pelo Governador, foi vítima de uma sorte madrasta e de numerosos erros de uma burocracia incompetente. Faleceu, em 1808, em Porto Alegre, injustiçado em promoções e, até, em vencimentos.

É forçoso concluir.

Nas muitas centenas de páginas de correspondência sobre as demarcações que consultei, não encontrei a mais leve referência a falta de competência dos matemáticos para os trabalhos que lhe foram cometidos no âmbito da astronomia, da cartografia ou de aplicações práticas da ciência. Os comissários e os governadores atestaram-lhes, com entusiasmo, os duros, prolongados e perigosos serviços. A maioria foi chamada a desempenhar funções de governo e outras de grande responsabilidade e pertenceu à Academia Real das Ciências, à qual apresentou os seus trabalhos.

Mais tarde, ao firmar as suas extensas fronteiras com os dez países confi-

[24] Saldanha, 1938. Na extensa notícia biográfica do Dr. José Saldanha que antecede o Diário Resumido, Aurélio Porto, elucida-nos sobre os seguintes pontos: I As demarcações de limites; II Os demarcadores; III José Saldanha; IV Serviços e obras de Saldanha; V O comando das missões; VI Vida íntima de Saldanha. Barreto, 1976, lista os trabalhos de Saldanha, pp. 1194–1197.

O manuscrito da Memória sobre o Sal de Glauber está no AHU, Capitania do Rio Grande do Sul, doc. n.º 333, de 10 de maio de 1798.

[25] "Mappa corographico da capitania de S. Pedro (...)", disponível em: `objdigital.bn.br/objdigital2/acervo_digital/div_cartografia/car514619/514619.jpg`.

nantes, a competente diplomacia do Brasil tirou o maior proveito da cartografia, diários e memórias elaboradas pelos engenheiros militares e matemáticos das demarcações, aos quais ficou a dever boa parte dos êxitos que obteve nas negociações bilaterais e no recurso a arbitragens internacionais.

Parece, assim, poder concluir-se que, nas difíceis circunstâncias em que foi criada, a Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra teve Estatutos e Lentes iniciais adequados à formação dos técnicos de que a Coroa carecia. Nesse aspeto a Reforma satisfez. De acordo com o método do Livro de Ezequiel, os bons frutos indicavam ser boa a árvore. Já pelo que respeita à investigação, também prevista nos Estatutos, decisões exteriores afetaram-lhe a eficácia.

Obra de três raças, foi contudo aos portugueses, nascidos na Europa ou na América, a quem coube a direção dos penosos trabalhos que garantiram as dilatadas fronteiras do Gigante, quarto maior país do mundo de superfície contínua.

Salve Brasil!

Fontes e bibliografia

Fontes manuscritas

Consultada avultada documentação, que não é viável aqui relacionar, nas seguintes instituições: Arquivo Central de Marinha, Arquivo Histórico Ultramarino, Arquivo Nacional da Torre do Tombo, Arquivo da Universidade de Coimbra e Biblioteca Nacional (Reservados).

Fontes impressas

Coleção II Centenário da Reforma Pombalina, Por ordem da Universidade, Coimbra, 1972.

Tratado preliminar de paz, e de limites na América Meridional (...), Lisboa, Na Régia Officina Typografica, 1777.

Bibliografia

Adonias, Isa, *A cartografia da Região Amazónica, Catálogo descritivo (1500–1981)*, Rio de Janeiro, Instituto Nacional de Pesquisas da Amazónia, 2 vol., 1963.

Almeida, Francisco José Lacerda e, Holanda, Sérgio Buarque, *Diários de viagem de Francisco José de Lacerda e Almeida*, Rio de Janeiro, Imprensa Nacional, 1944.

Almeida, Francisco José de Lacerda e, Múrias, Manuel, *Travessia de África*, Lisboa, Agência Geral das Colónias, 1936.

Barreto, Abeilard, *As primeiras investigações científicas no Rio Grande do Sul*, Revista do IHGRGS, v. I, 1937, pp. 111–162.

——, *Bibliografia Sul-Riograndense*, Rio de Janeiro, Conselho Federal da Cultura, 1976.

Castro, Duarte Vaz Pinto F. S. Pereira e, *Subsídios para o estudo da execução do Tratado de Limites no Sul do Brasil e durante o governo de D. Maria I*, tese de licenciatura na Faculdade de Letras de Lisboa, policopiada, 1956.

Corrêa Filho, Virgílio, "Luiz de Albuquerque (Fronteiro Insigne)", *Anais do Terceiro Congresso de História Nacional 1938*, 5.º v., IHGB, 1941, pp. 169–251.

——, "Guaporé factor geopolítico", *Anais do Congresso Comemorativo (...) transferência da sede do Governo do Brasil (...)*, 2.º v., IHGB, 1966a, pp. 55–143.

——, "Fronteira Meridional. Frustrações de tentativas demarcatórias", *idem*, 1966b, pp. 146–255.

Cortesão, Jaime, *História do Brasil nos velhos mapas*, Rio de Janeiro, Instituto Rio Branco, tomo II, 1971.

——, *idem,* Lisboa, Imprensa Nacional Casa da Moeda, 2009.

Curado, Silvino da Cruz, "A Guerra de 1801 no Brasil", *Actas do XI Colóquio de História Militar*, Lisboa, CPHM, 2001.

——, "Alguns pontos polémicos na História da Guerra de 1801 no Brasil", *Revista do Instituto de Geografia e História Militar do Brasil*, n.º 88, 2002, pp. 100–118.

Domingues, Ângela, *Viagens de exploração geográfica na Amazónia em finais do século XVIII: política, ciência e aventura*, Lisboa, Região Autónoma da Madeira, 1991.

Domingos, Flávia Kurunczi, *Os diários de viagem de António Pires da Silva Pontes: ciência e diplomacia no interior da América Colonial portuguesa*, ANPUH, 2007. Disponível na Internet.

Eça, Filipe Gastão de Almeida, *Lacerda e Almeida, escravo do dever e mártir da ciência: apontamentos históricos, biográficos e genealógicos*, Lisboa, 1951.

Farrona, A. M. M., e outros, "The meteorological observations of Bento Sanches Dorta, Rio de Janeiro, Brazil: 1781–1788", *Climate Change*, 2012. Disponível na Internet.

Farrona, Ana Maria Marin, *Bento Sanches Dorta representante portugués del progresso científico de la Ilustración*, Dissertação de mestrado na FC/UL, 2011. Disponível na Internet.

Ferrão, António, *A reforma pombalina da Universidade de Coimbra e a sua apreciação por alguns eruditos espanhóis*, Coimbra, Imprensa da Universidade, 1926.

Ferreira, Nuno Alexandre Martins Ferreira, tese de doutoramento *A institucionalização do ensino da náutica em Portugal (1779–1807), Anexo V - Dicionário biobibliográfico da produção científica de professores das academias náuticas de Lisboa e Porto*, FL/UL, 2013, pp. 38–44. Disponível na Internet.

Garcia, João Carlos (Coord.), *A mais dilatada vista do Mundo. Inventário da colecção cartográfica da Casa da Ínsua*, Lisboa, CNPCDP, 2002.

Gesteira, Heloisa Meireles, "Observações astronómicas e físicas no Rio de Janeiro setecentista (1781–1787)", *Boletim 5 da SBHC*, 2016. Disponível na Internet.

Guerreiro, Inácio, "Fronteiras do Brasil Colonial. A cartografia dos limites na segunda metade do século XVIII, *Oceanos* 40, 1999a, pp. 32–42.

——, *Os tratados de delimitação do Brasil e a cartografia da época*, Lisboa, Chaves Ferreira Publicações, 1999a.

Magalhães, Joaquim Romero (coord.), *Cartografia e diplomacia no Brasil do século XVIII*, Lisboa, CNCDP, 1997.

Nunes, José Maria de Souza, Adonias, Isa, *Real Forte Príncipe da Beira*, Rio de Janeiro, Fundação Emílio Odebrecht, 1985.

Porto Seguro, Barão de (Francisco Adolfo de Varnhagen), "Dr. Francisco José de Lacerda e Almeida", *Revista do IHGB* 36, p. II, 1873, pp. 177–184.

——, "Dr. António Pires da Silva Pontes Leme, *Revista do IHGB* 36, p. II, 1873, pp. 184–187.

Reis, Arthur Cezar Ferreira, *Lobo d'Almada um estadista colonial*, Manaus, Estado do Amazonas, 1940.

——, "Limites e Demarcações na Amazónia Brasileira. A Fronteira com as Colónias Espanholas. O Tratado de S. Ildefonso", *Revista do IHGB*, v. 244, 1959, pp. 3–103.

RIO-BRANCO, Barão do, *Questões de limites: República Argentina*, Rio de Janeiro, Ministério das Relações Exteriores, 1945.

SALDANHA, José de, PORTO, Aurélio (notícia biográfica), "Diário resumido do Dr. José Saldanha", *Anais da Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro*, v. LI, 1938.

SOARES, José Carlos de Macedo, *Fronteiras do Brasil no regime colonial*, Rio de Janeiro, Imprensa Nacional, 1944.

STOCKLER, Francisco de Borja Garção, *Ensaio histórico sobre a origem e progressos das matemáticas em Portugal*, Paris, 1819.

——, "Elogio de Bento Sanches de Orta", *Obras*, Lisboa, Academia Real das Ciências, v. 1, 1805.

VAQUERO, J. M., TRIGO, R. M., "Results of the Rio de Janeiro magnetic observations 1781-1788", *Annales Geophysicae* 23, 2005. Disponível na Internet.

VEIGA, Afonso Costa Santos, *Luís de Albuquerque de Mello Pereira e Cáceres, Governador e Capitão-General de Cuiabá e Mato Grosso*, Arouca, Edição "R. I. R. S. M. A.", 2.ª ed., 2001.

Arquitectura e Matemática em Portugal no séc. XVI. Do *Tratado de Arquitectura* de António Rodrigues (c. 1576)

João Pedro Xavier
Faculdade de Arquitectura da U. Porto
jxavier@arq.up.pt

Resumo: O *Tratado de Arquitectura* (BN, códice 3675), atribuído a António Rodrigues e datado de 1576 e a sua 2.ª versão (BPMP, Ms. 95), datada de 1579 (Moreira, R., 1982), inscrevem-se na tradição dos tratados renascentistas, por sua vez referenciáveis ao texto fundacional de Vitrúvio, *De Architetura Libri Decem* (século I a. C.). Nestes tratados, para além da definição do arquitecto como um especialista do generalismo, implicando o domínio das variadas áreas disciplinares que concorriam e concorrem para o exercício do ofício, era obrigatória a existência de um livro (ou capítulo) sobre *geometria* e de outro sobre *perspectiva*, sendo esta última 'ciência' a grande novidade introduzida a partir das experiências pioneiras de Brunelleschi (1377–1446) e dos frescos de Masaccio (1401–1428). É objectivo desta comunicação dar conta dos temas fundamentais dos livros de geometria e perspectiva que, na linha da literatura congénere, integram o *Tratado de Arquitectura* de António Rodrigues. Alguns edifícios singulares, realizados em Portugal, ilustrarão a relevância do conhecimento da *geometria* — com destaque para o tema da proporção e da quadratura — e da perspectiva — instrumento de representação susceptível de evocar a experiência visual do espaço e a favor da afirmação da qualidade da sua estruturação geométrica — evidenciando a relevância da matemática na concepção e concretização da obra arquitectónica neste período particular da história da arquitectura.

A abordagem que propomos ao tema da relação da arquitectura com a matemática no século XVI terá como referencial a produção teórica e a obra arquitectónica de António Rodrigues (c. 1525?–1590).

A razão da escolha resulta da reavaliação do papel desta personagem, despoletada pela investigação de Rafael Moreira (*op. cit.*), que permitiu elevar o seu estatuto ao primeiro plano da arquitectura portuguesa. Na verdade, bastaria ter notado a excepcionalidade de ter sido arquitecto-mor do reino, com Dom Sebastião, em 1565, sucedendo a Miguel de Arruda, e, a partir de 1575, mestre das obras das fortificações, após a morte de Afonso Álvares, acumulando ambos os cargos durante 15 anos.

Mais do que isto, porém, lhe foi reconhecido. Em termos de obra começou a desenhar-se um quadro consistente de realizações, com destaque para a capela das Onze Mil Virgens de Alcácer do Sal, bem como a autoria, por proposta do mesmo Rafael Moreira, de um *Tratado de Arquitectura* — o códice 3675 da Biblioteca Nacional de Lisboa —, datável de 1576, e do manuscrito Ms. 95 da Biblioteca Pública Municipal do Porto, de 1579, denominado *Proposições Matemáticas*, podendo o segundo ser considerado uma versão, destinada ao prelo, do primeiro.

O códice da Biblioteca Nacional é um *Tratado* ligado "às origens do ensino e da teorização da Arquitectura no nosso país", tendo servido como suporte da "Lição de Arquitectura Militar", que terá começado a funcionar a partir de 1573, sob a responsabilidade do Mestre, no Paço da Ribeira (Moreira, 1982).

> "Paralelamente às lições de Matemática e Cosmografia de Pedro Nunes, António Rodrigues aí ensinaria aos jovens fidalgos, destinados à carreira das armas e da governação, as noções elementares de Geometria aplicada ao desenho arquitectónico e à perspectiva, os princípios teóricos da Engenharia e da Fortificação, os métodos e segredos da arte de edificar bem e barato como convinha ao serviço do rei" (Moreira, *op. cit.*, pp. 75–76).

Note-se que este conjunto de lições, onde também participava o humanista João Baptista Lavanha (1550–1624), terá inspirado o programa de estudos da Academia Real Mathematica, fundada por Filipe II em Madrid e dirigida por Juan de Herrera (1530–1597). Em 1594, por ordem deste soberano, então Filipe I de Portugal, as lições de arquitectura são retomadas no Paço da Ribeira, cabendo a Filippo Terzi (1520?–1597) e ao mesmo Lavanha a sua orientação, havendo no início apenas três "lugares de estudar arquitectura".

Como qualquer tratado de arquitectura da época, o códice da Biblioteca Nacional integra um "Livro de Geometria" e um "Livro de Perspectiva", sendo esta última matéria a grande novidade trazida com o Renascimento [Figura 1]. Ainda assim, será a partir do "Livro de Geometria" que estruturaremos o discurso, recorrendo ao "Livro de Perspectiva" quando for oportuno relevar a importância desta forma de representação do espaço na arte de projectar a "nova" arquitectura, a qual, se dizia à 'antiga', ou seja, à romana (clássica), por contraponto à 'moderna', a arquitectura tardo-gótica considerada caduca.

Ser esperto na Geometria, já que "não se pode fazer nada sem hela", e saber de Música, para entender as proporções das vozes, "porque por estas porposoyse etemdera as proposois que am de ter seus edefisios" são, segundo António Rodrigues, duas das condições indispensáveis, ou partes, para quem "hou-

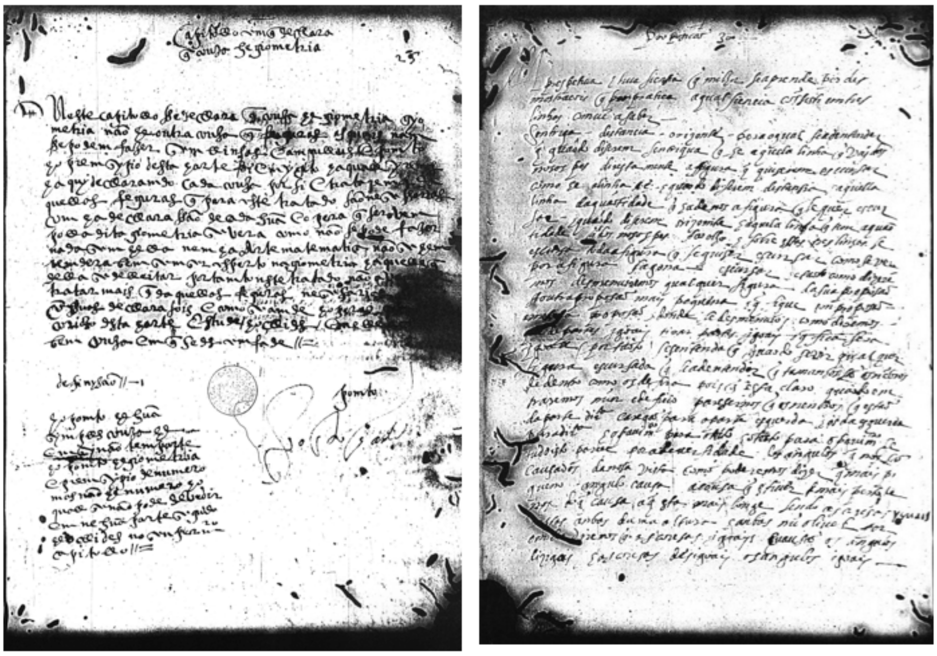


Figura 1: No códice 3675 da BN o "Livro de Geometria" (esquerda) ocupa os fólios 25r–44r e o "Livro de Perspectiva" (direita) os fólios 44v–68r.

ver de fazer profição de arquiteto" (BN, códice 3675).[1] Outras são as demais disciplinas do *quadrivium*, a Aritmética e a Astronomia, e que, com estas, compõem a Arte Matemática. Mas, de todas, é iniludível o primado da Geometria no conhecimento e exercício desta Arte.

"Gyometria não he outra couza que feguras, as quais nam se podem fazer sem linhas, e amgulos, e pomto..." — refere António Rodrigues. É precisamente pelo ponto que se iniciam as definições do *Capitolo* (ou Livro) em que se "declara que couza he Giometria". Depois a linha. A seguir, duas linhas... Que podem ser paralelas, mas que, caso o não sejam, formarão um ângulo. Note-se um caso particular: o ângulo direito (ou recto). Com três linhas, formando ângulos, chega-se ao triângulo, a primeira das figuras poligonais ou direitas. Porque há as convexas e as côncavas no âmbito das quais se enquadra o círculo. Este só será perfeito se obedecer a três condições: ter um centro, ser definido por uma circunferência ("ha qual não tem premsypio nẽ fim") e se desse centro

[1]Tanto estas, como as demais citações em português arcaico, são retiradas deste códice, com a excepção das assinaladas no texto como provenientes do Manuscrito *Proposições Matemáticas* (BPMP, Ms. 95).

a qualquer ponto da circunferência corresponder a mesma distância, ou seja, o raio. Perfeito será também o triângulo de três lados iguais e três ângulos iguais, bem como o quadrado, de quatro lados iguais e quatro ângulos iguais.

Porque o rombo (ou losango) já não o será, por não cumprir a condição da igualdade dos ângulos, nem tampouco o tetrágono longo (ou rectângulo), por falta de igualdade dos seus lados.

Mas relativamente às figuras, mais do que conhecê-las, importa saber construí-las com régua e compasso, primeiro no papel de desenho, depois, multiplicada a escala, sobre o terreno dando cumprimento à *pramta*, ou então, materializadas em traços desenhados sobre um plano vertical fictício que dará lugar a uma fachada delineada na *montea* e/ou à secção do edifício definida no *perfice*. Porque é a finalidade prática da Geometria, a arte de construir no caso, que comanda a ordenação dos saberes: "trataremos daquelas feguras que para este tratado são nesessarias com ha declarassão de cada hũa e o pera que servem". Geometria sim, mas quanto baste. Para quem quiser saber mais fica a recomendação: "quem for coriozo desta harte estude Hoclides, e nele achará bem couza em que se desemfade".

O círculo, sabemo-lo bem, define-se com uma volta completa do compasso. Assumimo-lo na mão de Deus enquanto arquitecto do universo (Murtinho, 2004, p. 107) e emprestámo-lo ao homem para, como arquitecto terreno, desenhar a cidade ideal e a casa divina. Assim terá desenhado Rodrigues, em planta, a projecção da cúpula, qual abóbada celeste, do espaço sepulcral da capela das Onze Mil Virgens, bem como o semicírculo correspondente à sua secção transversal [Figura 2]. Para atingir a translucidez que a torna mágica, terá sido decerto o corte ou perfil, a *parete di dentro* como diria Raffaello di Sanzio, que o ajudou a definir o calibre da concha de mármore rosa de Estremoz de que é feita, até mínimos quase impensáveis. Assim, também, Diogo de Castilho (finais do século XV–1574) e João de Ruão (1500–1580) prefiguraram a igreja de São Salvador dos Agostinhos da Serra do Pilar e o seu claustro, alinhando dois espaços cilíndricos, num sábio jogo de complementaridade, o primeiro coroado com uma cúpula celeste fictícia, feita à imagem do Panteão de Roma, o segundo aberto para o céu real, enquanto Diogo de Torralva (1500–1566) viria a preferir explorar a ambiguidade resultante da intersecção de dois espaços cilíndricos e respectivas cúpulas hemisféricas, na capela de Santo Amaro em Alcântara.

No círculo, como sabemos, podemos inscrever todo o polígono regular, que estará condenado à centralidade por filiação genética, desde um número infinito de lados, situação em que o polígono coincide com o próprio círculo, ao número mínimo de três, onde o polígono é o triângulo perfeito (ou equilátero).

Figura 2: Capela das Onze Mil Virgens, Alcácer do Sal (anterior a 1565), de António Rodrigues

Sabemos como é fácil inscrever o triângulo perfeito no círculo. Basta manter a abertura do compasso. Mas também é possível construí-lo a partir de um lado, conforme descreve António Rodrigues, seguindo Euclides (c. 360–300 a. C.), desenhando dois círculos com centro nos seus extremos e raio igual ao lado, garantindo, deste modo, a equidistância dos vértices. A forma resultante da intersecção desses círculos geradores do triângulo perfeito, que pode ser construído para um ou para o outro lado da base, veio a chamar-se *vesica piscis* tornando-se um símbolo de Deus, como o triângulo, aliás, se associou desde logo à Trindade. Daí que a *vesica* tenha servido para dar forma à nave de muitas basílicas, sobretudo medievais, através do rectângulo que a circunscreve, cuja relação dos lados é de $1:\sqrt{3}$, ou de espaços urbanos como é o caso paradigmático da Praça de São Pedro de Roma (Borsi, 1980), se bem que, genericamente, todas as configurações derivadas do triângulo equilátero e, em particular, as hexagonais, tenham sempre implícita esta razão. Não é o caso de nenhum dos templos projectados por Rodrigues. Mas, ainda assim, é possível detectar a presença significativa do triângulo equilátero na capela das Onze Mil

Virgens na definição do perfil do cone que circunscreve o zimbório que remata a cúpula do sepulcro.

A seguir ao triângulo vem o quadrado perfeito. Rodrigues não explica o procedimento para a sua inscrição no círculo. Talvez porque a construção, a partir das linhas deangulares (ou diagonais), decorre das anteriores. Curiosamente, vai ser a diagonal do quadrado que lhe vai servir para comprovar o teorema da geometria euclidiana referente à soma dos ângulos internos de um triângulo. Rodrigues diz-nos que uma diagonal corta um quadrado em dois triângulos. Tratam-se, na verdade, de dois triângulos rectângulos isósceles, diríamos hoje. Como a diagonal é a bissectriz do ângulo formado por dois lados do quadrado resulta que os ângulos iguais do triângulo terão necessariamente 45°, sendo a soma dos ângulos internos, $2 \times 45° + 90°$, igual a 180°. No caso geral, exposto na proposição imediatamente anterior, é interessante verificar que a prova é dada com base na transposição e soma das medidas dos três ângulos com o compasso para um semicírculo, de modo a perfazer dois ângulos rectos. Ou seja, a demonstração teórica, acessível nos *Elementos* de Euclides, é preterida face à comprovação empírica, colhida nos manuais de geometria prática. Nesta mesma linha se enquadra o recurso a construções aproximadas, inevitáveis quando se intenta dar solução a problemas insolúveis com régua e compasso, como sejam, a do traçado da figura heptágona inscrita numa circunferência ou da quadratura do círculo.

O quadrado, forma claustral por excelência e por regra (podendo ser a excepção que a confirma o claustro circular de Ruão e Castilho) e, por extensão, da praça central da cidade quando não da própria cidade, será porventura, também, a forma-base mais procurada para configurar templos de planta centralizada. Primeiro, devido à sua ligação especial com o círculo que começará, provavelmente, no mito da sua quadratura. Depois, devido à sua capacidade de articulação, sobretudo associativa, assumindo-se como módulo referencial de estruturas mais complexas. Todo o polígono regular se relaciona com o círculo, está visto. Tal como todo o poliedro regular (ou platónico) e semi-regular (ou arquimediano) se relaciona com a esfera. Mas o quadrado e o círculo, e as suas extensões tridimensionais, o cubo e a esfera, têm de facto uma ligação misteriosa e secreta que foi amplificada pela sua associação às dimensões do corpo humano, tendo sido Vitrúvio o transmissor desse vínculo que ganhou dimensão universal sobretudo com a tratadística do Renascimento e a sucessiva aparição de edições impressas, fatalmente interpretativas, do *De Architectura*, a que não faltavam figurações bem diversas para o homem vitruviano. De entre elas merece destaque a da majestosa edição de Cæsare Cesariano (1475–1543) de 1521, não só pela sua qualidade gráfica e pertinência geométrica como pelo

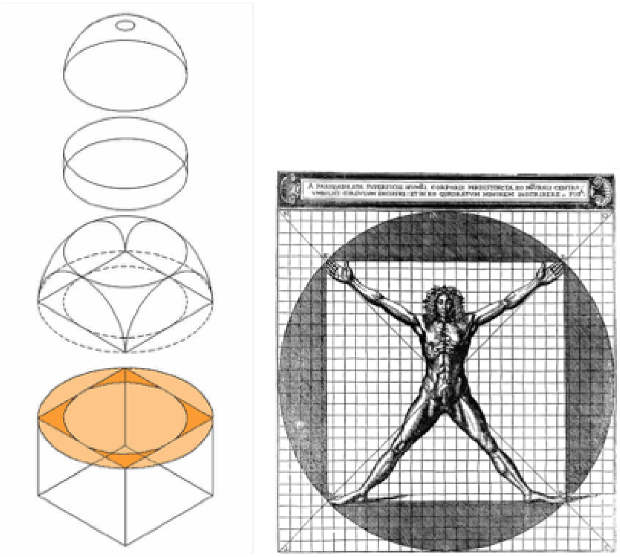


Figura 3: Decomposição volumétrica do espaço sepulcral da capela das Onze Mil Virgens e respectiva projecção horizontal |
Homem Vitruviano. Cesariano, 1521

comentário que a acompanha em que se afirma que, com a figura vitruviana, através da simetria dos membros do corpo humano, é possível medir todas as coisas do mundo e, naturalmente, o templo.

Ora a capela das Onze Mil Virgens e, concretamente, o espaço do sepulcro de Dom Pedro Mascarenhas, é um espécime perfeito de uma família de obras-primas — que inclui, entre outras, as capelas Medicis em San Lorenzo, de Brunelleschi e de Michelangelo (1475–1564) — comensuradas à exacta medida do corpo. Com efeito, a matriz *ad quadratum* e *ad circulum*, aferida ao homem, sinteticamente condensada no desenho de Cesariano, pode ser encarada como a tradução planimétrica da articulação de um volume cúbico com um volume esférico (ou hemisférico), através do sistema de pendentes (ou triângulos esféricos), expressa em projecção horizontal na relação do quadrado com o círculo e na sucessão proporcional que ela desencadeia [Figura 3]. Mas António Rodrigues não ficou por aqui e quis, realmente, que esta unidade tipológica marcante da arquitectura renascentista fosse perpetuada pelo seu Tratado. Assim, na Proposição 42 do seu "Livro de Perspectiva", apresenta-nos uma planta *escursada*, pela primeira regra, de um *edefício* quadrado, onde se denota a presença de uma elipse-círculo circunscrita ao trapézio-quadrado, que uma vez

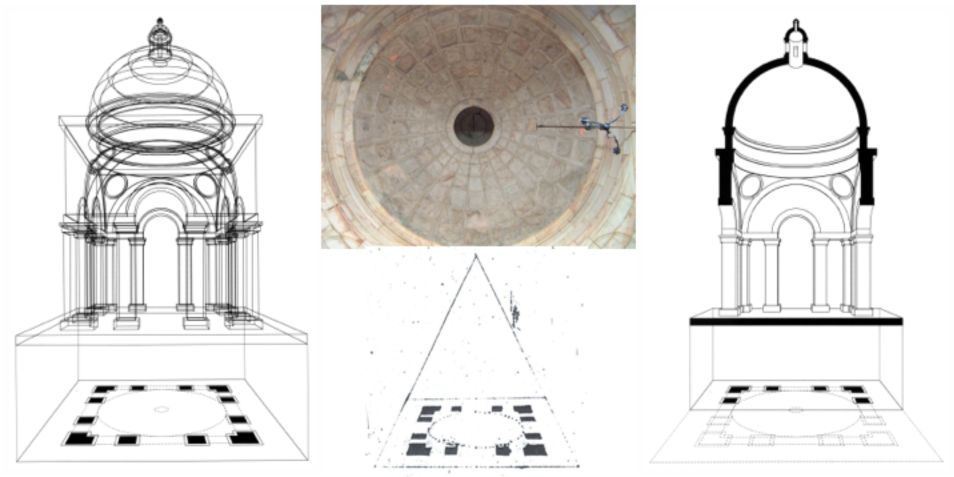


Figura 4: Reconstituição do *edeficio quadrado* da Proposição 42 do "Livro de Perspectiva", através do *escurso* da sua planta e fotografia *di sotto in su* da cúpula da capela das Onze Mil Virgens

elevado, nos revelaria, com a *forza* irresistível *delle linee e degli angoli* da perspectiva, um espaço centralizado, resultante da articulação de um cubo e de uma esfera, muito próximo, claro está, da capela sepulcral do templo de Alcácer (Xavier, 2006) [Figura 4].

Igualmente perfeitos são os quadrados das naves da igreja de Santa Maria do Castelo de Estremoz, da capela do Paço de Salvaterra, da Sala dos Reis do Mosteiro de Alcobaça ou do oratório do Convento de Cristo, réplica da sala quadrangular "tetrástila" vitruviana, entre outros exemplos que poderíamos ilustrar.

O reportório de polígonos regulares, constantes do "Livro de Geometria", construídos a partir da sua inscrição no círculo, conta ainda com o pentágono, o hexágono, o heptágono e o octógono. No "Livro de Perspectiva" aparece também o polígono regular de 16 lados, tal como no "Livro" homónimo de Sebastiano Serlio (1475–1554), cuja construção deriva do octógono.

Prioritariamente, o campo de aplicação destes polígonos deveria ser a arquitectura militar já que, inicialmente, o Tratado era destinado ao fortificador, ou seja, ao arquitecto ou engenheiro militar, sendo depois corrigido para se dirigir genericamente ao arquitecto, cujo perfil importava sedimentar. E, de facto, facilmente os encontramos, sem excepção, no desenho iconográfico de cidades fortificadas, cidadelas ou praças militares, tal como acontece com *I Quattro Primi Libri di Architettura* (1554) de Pietro Cataneo (1510–1574), uma das referências principais de Rodrigues, texto este que dá continuidade a uma tradição iniciada com Filarete (1400–1469) e Francesco di Giorgio Martini (1439–1501). Melhor prova obteríamos fazendo um périplo pelas cidades de colonização que fomos edificando nesse mundo que ajudámos a descobrir, onde reconheceríamos a pertinência deste reportório formal associado à ideia de cidade perfeita, superior e robusta, sedutora e ameaçadora, conforme ao estatuto do conquistador. A maior parte das vezes, porém, este ideal de cidade reflectido nesta pureza formal era corrompido pelos acidentes geográficos e topográficos do melhor lugar, situação com que o pragmatismo, bem português, soube lidar sem sobressalto e até com vantagem, acabando esta "arte" de adaptação ao sítio por ser objecto de teorização e definição metodológica, justamente no *Método lusitânico* (1680) do fundador da Aula de Fortificação, Luís Serrão Pimentel (1613–1679), onde para além das fortificações das praças regulares importava saber desenhar as irregulares.

Mas, como é sabido, talvez com a excepção do pentágono e do heptágono, não é difícil encontrar na arquitectura civil e religiosa exemplos de utilização destas formas na configuração de espaços centralizados, actuando isoladas ou em conjugação. Poderemos evocar, a título de exemplo, a igreja de São João da Foz, cuja capela-mor se individualiza como um pequeno templo de planta hexagonal, a igreja do convento de Bom Jesus de Valverde, cuja matriz planimétrica é uma malha semi-regular constituída por octógonos e quadrados ou a capela do Paço de Salvaterra onde a planta quadrada da nave circunscreve uma cúpula octogonal. Já exemplos de utilização da forma pentagonal, fora da arquitectura militar, só os encontraríamos no estrangeiro, recorrendo a Peruzzi (1481–1537), e a partir dele a Serlio, ou então, em Vignola (1507–1573), mas sempre em situações muito excepcionais.

É o próprio *Tratado* que desfaz quaisquer dúvidas relativamente ao uso preferencial do pentágono pela arquitectura militar, já que é essa a forma do forte de que se apresentam vários desenhos, mostrando diferentes detalhes de um baluarte, como facilmente se comprova verificando que os ângulos formados pelos seus lados são de 108°. Com efeito, a forma *petagona* para além de ter, sob o ponto de visto geométrico, propriedades singulares devido à sua conexão com a proporção áurea — divina para Luca Pacioli (1445–1510) — mereceu reconhecida preferência na construção de fortificações, mais por questões simbólicas, pelo ideal de perfeição que representava, do que propriamente funcionais. Sinal inequívoco da perenidade desta associação será o facto de o pentágono ser a forma-nome do edifício que serve nos dias de hoje de quartel-general da defesa americana.

De qualquer modo, o pentágono teria à época uma aura de inexpugnabi-

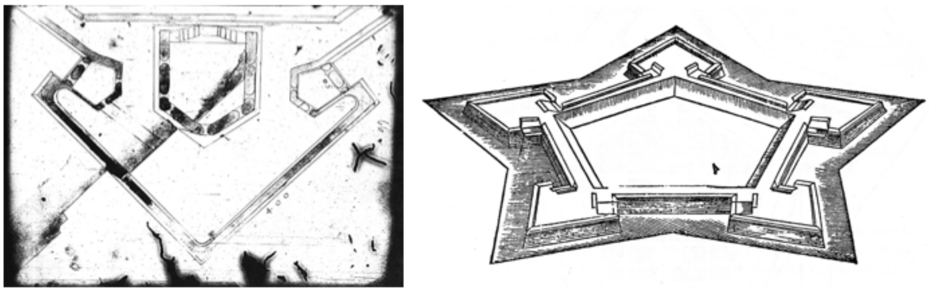


Figura 5: "Livro de Perspectiva", fol. 66r | *Alzato tirato per ordine di prospettiva* de uma *città pentagonale equilatera* — Pietro Cataneo, 1554

lidade decerto derivada das suas propriedades geométricas, que explicará a atenção particular que lhe é dada, quer no "Livro de Geometria", quer no de "Perspectiva". A construção do pentágono inscrito não é a de Euclides, mas sim a construção mais comum, que ainda usamos, e que também se encontra em Cataneo, Serlio, Dürer (1471–1528) ou Pacioli (1447?–1517)/Piero della Francesca (1415–1492). Não é feita qualquer menção à sua relação com a divina proporção, nem mesmo quando se utiliza para a determinação da amplitude dos ângulos dos lados do pentágono três triângulos inscritos isósceles, um com base igual ao lado do pentágono e dois lados correspondentes à diagonal, e os outros dois com base na diagonal e lados iguais ao lado do pentágono, ou seja, os dois triângulos conhecidos actualmente como triângulos de ouro.

No "Livro de Perspectiva" é ensaiada a perspectiva do pentágono e adivinha-se que a pretensão seria a de chegar a um resultado idêntico ao de Pietro Cataneo no *alzato tirato per ordine di prospettiva de uma città pentagonale equilatera*, afinal muito idêntica à que o próprio Tratado inclui conforme atestam as representações planimétricas que o integram [Figura 5].

Para Cataneo além das definições das figuras regulares mencionadas, que implicam os procedimentos construtivos para as desenhar no plano, há ainda uma outra família de figuras que também são alvo da atenção particular de António Rodrigues: os rectângulos. Segundo a definição, o rectângulo, ou tetrágono longo como lhe chama, é uma figura de direitos ângulos que não tem os lados iguais, "porque he mais cõprida que larga". Se os tivesse seria um quadrado perfeito, como é claro. Mas então, se, no rectângulo, há um excesso do comprimento face à largura, porque não quantificá-lo, elegendo o quadrado como módulo? E porque não cuidar especialmente daqueles rectângulos em que esse excesso corresponde a uma parte bem determinada do quadrado? Pois é justamente a partir desta filiação genética relativamente ao quadrado

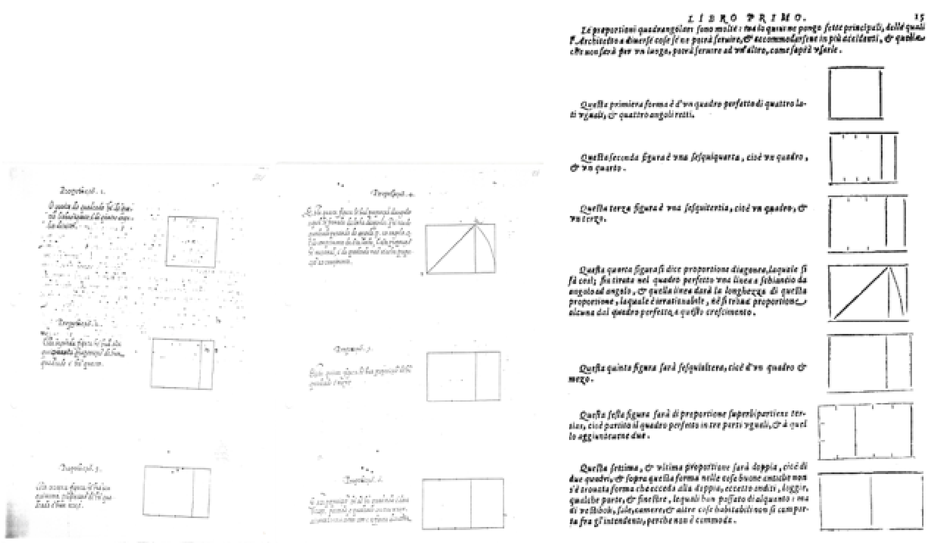


Figura 6: "Livro de Geometria", fol. 25v_fol. 26r (BPMP, Ms. 95), 1579 | Serlio — "Libro Primo", 1545

que os rectângulos serão classificados em função do excesso em causa. Era assim à época, e continua a ser. Aliás, a passagem do "Livro de Geometria" de 1579, onde constam as "proposições" sobre os rectângulos, é praticamente decalcada do "Livro de Geometria" de Serlio, um barómetro seguro do leque de saberes necessário ao "novo" arquitecto [Figura 6].

O ponto de partida é, então, o quadrado, cuja relação entre os lados se exprime matematicamente na razão de 1 : 1. O rectângulo que se lhe segue corresponde a uma "sexquiquarta proposição [*sic*] de hum quadrado e hũ quarto", ou seja, ao rectângulo 5 : 4. O terceiro é uma *sexquitertia* proporção de um quadrado e um terço: o rectângulo 4 : 3. O quarto é gerado tomando a deangular (diagonal) do quadrado como lado maior, ou seja, é o rectângulo $1 : \sqrt{2}$. Rodrigues dá nota da sua particularidade referindo que esta "proporção he razional, e do quadrado não se acha proporção ao crescimento". Trata-se, na verdade, de um irracional mas ainda não é dessa forma que se identifica. O quinto rectângulo é um quadrado e meio, o rectângulo 3 : 2. Curiosamente, a partir daqui deixa de seguir a terminologia anterior e, por conseguinte, não refere que esta seria uma proporção *sexquialtera*. O mesmo acontece no sexto caso, um quadrado e dois terços, ou seja, o rectângulo 5 : 3, que corresponderia a uma proporção *superbipartienstertias*. Conclui com o quadrado duplo, o rectângulo 2 : 1, que seria o *duplus*.

Aparte o rectângulo $\sqrt{2}$, cujas propriedades matemáticas são interessantes *per se* (depois do quadrado trata-se do primeiro elemento da série de rectângulos dinâmicos ou incomensuráveis), todos os demais rectângulos escolhidos (que são rectângulos estáticos ou comensuráveis) merecem destaque por serem passíveis de tradução em termos de intervalos musicais bem definidos, considerando que a relação do comprimento com a largura, expressa numa razão de dois números inteiros, corresponde a divisões inteiras do monocórdio. Concretamente, a relação de $1:1$, que realmente não é divisão nenhuma, corresponde ao uníssono; se pinçarmos a corda do monocórdio e, a seguir, a dividirmos numa relação de $3:2$ e a pinçarmos de novo, será produzido um som situado uma quinta, ou diapente, acima do primeiro; a divisão $4:3$ dará uma quarta, ou diatesserão; a $5:4$ uma terceira maior; a $5:3$ uma sexta maior; a $2:1$ uma oitava, ou diapasão.

É neste sentido que se percebe o apelo de Rodrigues para que o arquitecto fosse músico. Porque ao entender a proporção das vozes entenderia as proporções que haveriam de ter os seus edifícios! Era este o objectivo: dimensionar os espaços segundo determinados intervalos musicais. Desse modo se conferiria musicalidade aos edifícios, em linha com a tradição, que vai de Leon Battista Alberti (1404–1472) a Friedrich Schelling (1775–1854), de considerar a arquitectura como música congelada ou petrificada (Hersey, 2000), sendo esta musicalidade, ademais, um dos factores determinantes da sua beleza, por ser também a forma de reflectir a harmonia musical inerente ao próprio universo.

Se é indiscutível que a linguagem dos arquitectos era a dos músicos, e vice-versa, se não releia-se o *Memorandum* (Wittkower, 1995), do frade veneziano Francesco Giorgi (1466–1540) para San Francesco della Vigna (1535), a verdade é que, aparte aquele apelo, não se denota nos Livros de Rodrigues qualquer exploração explícita desta interdependência, se bem que exista uma referência reveladora, logo na primeira definição do "Livro de Geometria" de 79, ao famoso teórico renascentista da música Franchino Gaffurio (1451–1522), considerado um especialista em questões de arquitectura pelos seus contemporâneos. Lembre-se a sua requisição como consultor das obras da catedral de Milão. Da sua obra *Theorica musicae*, de 1492, ficou célebre a gravura quadripartida ilustrativa da descoberta das consonâncias musicais. Estas são as consonâncias que Alberti adoptou, no *Re Aedificatoria* (1550), no elenco das *areae* a seguir para garantir a consonância dos espaços, selando, por esta via, o casamento da música e da arquitectura. Note-se porém que, para além do uníssono, do diapasão, do diapente e do diatesserão que envolvem os números musicais, 1, 2, 3 e 4, e constituem o *tetractys* pitagórico (para os pitagóricos o *tetractys* é a figura numérica que expressa a soma dos quatro primeiros números, $1+2+3+4=10$, sendo entendida como a origem de todas as coisas), a que Platão (427–347 a.C.) emprestou toda a sua autoridade, Rodrigues considera também a terceira e a sexta maiores, que implicam o número 5, intervalos igualmente consonantes que não estão contemplados no sistema musical grego mas são facilmente explicáveis à luz dos novos desenvolvimentos da teoria musical ocorridos no século XVI.

A capela das Onze Mil Virgens é um excelente exemplo de aplicação destas consonâncias. Em primeiro lugar das consonâncias pitagórico-platónicas. De facto, é a partir dessas consonâncias que se joga o dimensionamento matricial da capela e, concretamente, a relação da nave com o sepulcro. De facto, atendendo a que a nave é um quadrado duplo e o sepulcro um quadrado, no que se pressente a sombra do Templo de Salomão, podemos dizer que estamos em presença de uma nave-diapasão e de um sepulcro-uníssono e de que a relação entre a nave e o sepulcro pode ser vista, ou ouvida, como um diapente, basta que consideremos o comprimento do templo, excluído o altar, como a corda de um monocórdio e a divisão desse comprimento a 2 : 3, como o momento de paragem, de um percurso iniciado à entrada, sob o arco triunfal. Das outras consonâncias tem pertinência o recurso à terceira maior, figurativamente o rectângulo 5 : 4, que encontramos na secção transversal da nave, na planimetria do altar e da sacristia, e no dimensionamento de algumas tabelas e vãos [Figura 7]. A sexta maior, o rectângulo 5 : 3, limita-se ao vão do pórtico de entrada.

Curiosamente, nem este, nem o pórtico principal da igreja de Santa Maria da Graça de Setúbal, têm a mesma proporção do pórtico que Rodrigues desenhou no "Livro de Geometria" de 79, o qual, por sua vez, é subsidiário do célebre pórtico que fecha o *Libro Primo* do Tratado de Serlio. Apesar das pequenas diferenças, a identificação do pórtico do Tratado de 79 com o de Serlio começa na construção geométrica que o estrutura e dita as relações proporcionais das suas medidas (Xavier, 2006). Trata-se do diagrama do *helicon* (o *helikon* era um antigo instrumento musical grego, cujo nome deriva do Monte Helikon, a Casa das Musas) de Cláudio Ptolomeo (c. 90–c. 168), um instrumento concebido para ilustrar a razão dos acordes aos iniciados na matemática (March, 1998). Permite a trissecção do quadrado e de qualquer figura rectangular, pelo que também pode servir para, num duplo quadrado, "fazer hũ olho para dar luz" num "templo dedicado a nosso senhor ou a qualquer dos seus sanctos". Aplicado ao pórtico inscrito no quadrado cujo lado se tomou para largura da nave, dita que a figura do vão seja um rectângulo 2 : 1, ou seja, um diapasão. E assim, "por esta regra, ficaraa em sua debita proporção, cõ tal que os mẽbros de que for

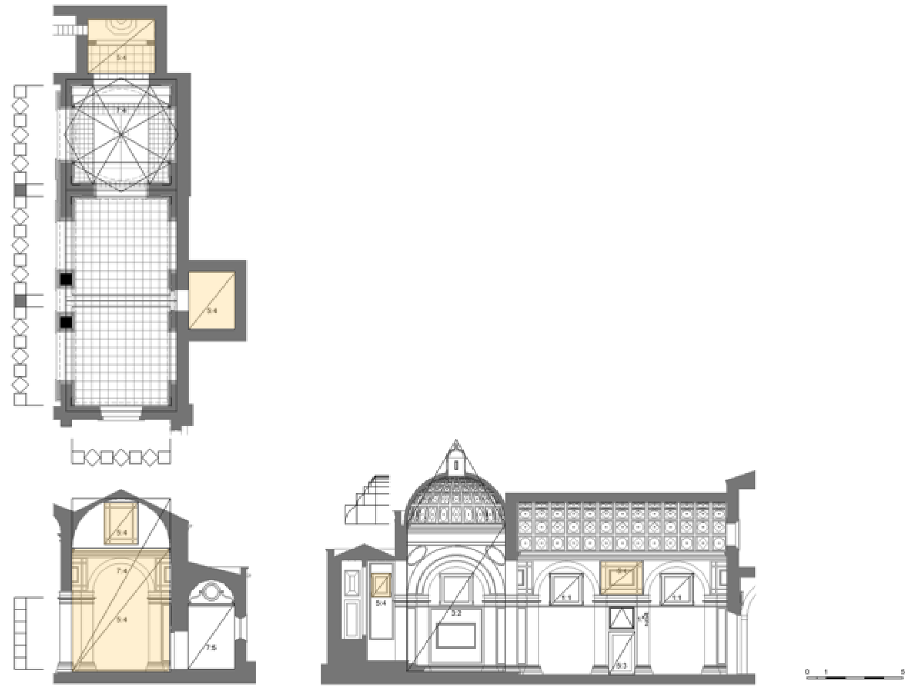


Figura 7: A presença do rectângulo 5 : 4 na dimensão de espaços e elementos arquitectónicos da capela das Onze Mil Virgens

ornado o portal não saya fora das linhas deãngulares .a.b.c.d, e o architeto não será vituperado das ruins lingoas" (BPMP, Ms. 95) [Figura 8].

Voltando a Alcácer, convém notar que as relações musicais não são exclusivas por que, como já mostrámos, existem relações *ad quadratum*, incomensuráveis, que nos levam até à dimensão do pilar, cuja secção quadrada constitui o módulo base do templo. Módulo a que se chega e de que se não parte, dada a necessidade de ajustamento à preexistente igreja do convento de Santo António. De qualquer modo, podemos dizer que a estrutura primária da capela das Onze Mil Virgens obedece a uma partitura musical de consonantes, à qual se sobrepõe uma estrutura secundária que envereda em relações estritamente matemáticas baseadas na duplicação do quadrado que, caso fosse lícito prolongar a analogia musical, seriam consideradas dissonâncias. Mas há, pelo menos, um tema e variações. Em Santa Maria da Graça, ao contrário, parece verosímil que seja o dimensionamento global do edifício que tem essa matriz *ad quadratum* [Figura 9].

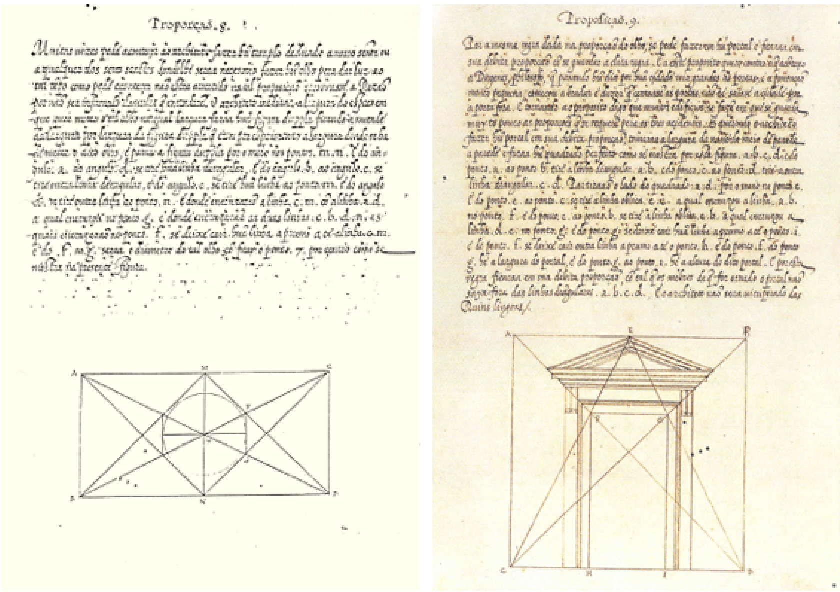


Figura 8: Proposições 8 e 9 (BPMP, Ms. 95)

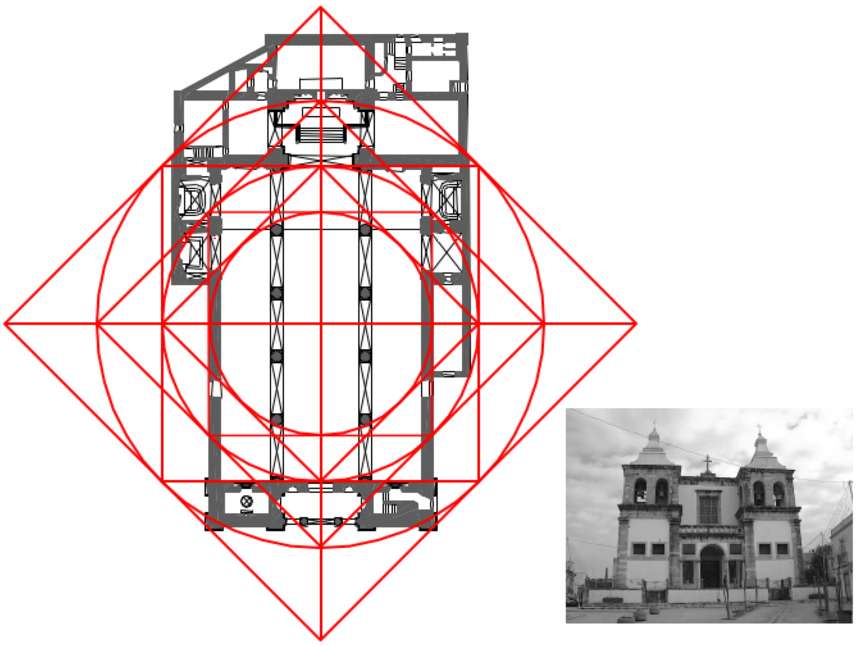


Figura 9: Igreja de Santa Maria da Graça, Setúbal, 1565 — António Rodrigues

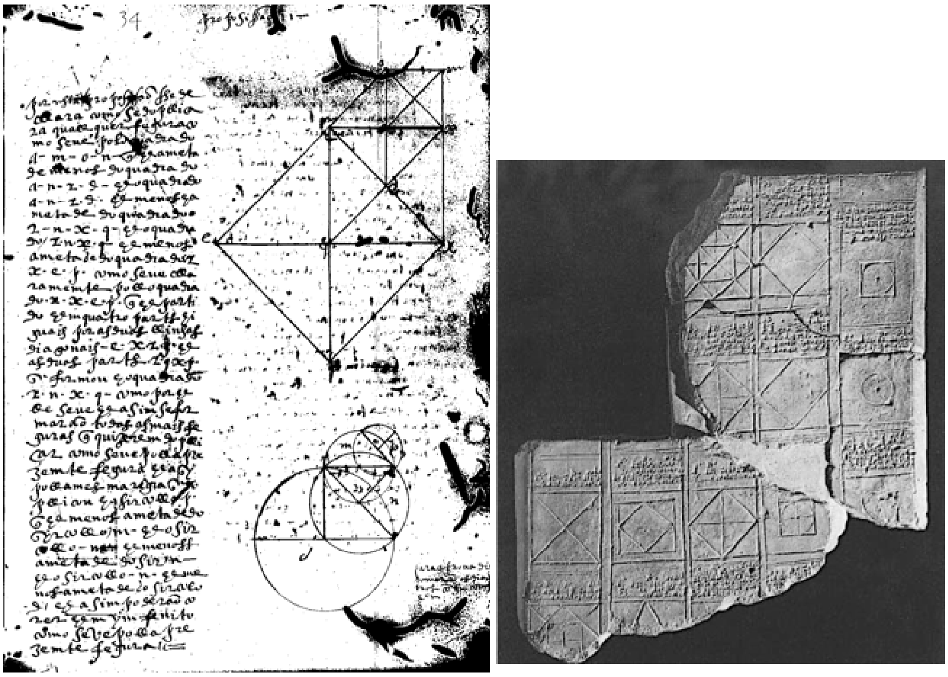


Figura 10: *Ad quadratum* e *ad circulum* no "Livro de Geometria", fol. 34r e numa terracota mesopotâmica (c. séc. XVIII a. C.)

A origem desta construção proporcional, tratada em três proposições do "Livro de Geometria" de 76, e em quatro do de 79, perde-se nos confins do tempo [Figura 10]. Pitágoras (séc. VI a. C.), aplicando o teorema que veio a ter o seu nome, constatou a impossibilidade de medir a diagonal do quadrado e, assim, abriu a porta aos números incomensuráveis. Vitrúvio diz que foi Platão, com um dos seus "muitos e utilíssimos raciocínios", quem nos deu a chave para duplicar a área do quadrado sem ter que medir a diagonal, já que "ninguém, com efeito, consegue aí chegar por números". Diversos monumentos e vilas romanas confirmam a presença recorrente desta construção geométrica. Villard de Honnecourt (séc. XIII) não a esquece e mostra-nos como se pode fazer a sua aplicação no dimensionamento de um claustro. E, naturalmente, não há tratado do Renascimento que não lhe faça referência, ou implicitamente a use, a começar em Alberti. Como tal, está patente em múltiplos edifícios, a variados níveis, com destaque para o pequeno templo de San Pietro in Montorio de Bramante (1444–1514).

Outro dos temas do "Livro de Geometria" de Rodrigues refere-se à quadra-

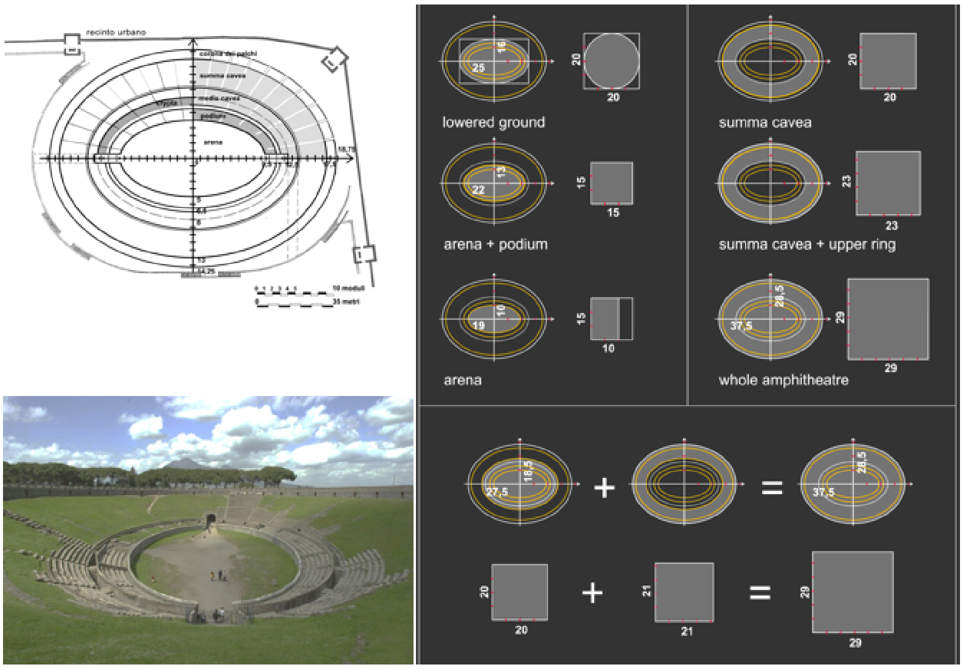


Figura 11: Anfiteatro de Pompeia, 65 a. C. — desenhos de Sylvie Duvernoy

tura, ou *redução* de uma superfície a outra superfície (para seguir a linguagem do autor), na linha da literatura coeva, a qual mais não faz do que reafirmar a centralidade desta questão no debate e na prática arquitectónicas.

Com efeito, desde a Antiguidade, são conhecidos exemplos de procura de igualdades de áreas de diferentes figuras, bem como da igualdade de volumes, assumindo, naturalmente, o quadrado e o cubo, o papel de unidade referencial e mesmo de medida.

Destes problemas sobressai a "quadratura do círculo", problema insolúvel com o uso estrito da régua e compasso, mas perfeitamente alcançável no plano prático através de construções aproximadas, a ponto de se poder considerar que, para um arquitecto, este problema nunca foi problema nenhum!

Um caso notável na história das quadraturas arquitectónicas será o anfiteatro de Pompeia, construído no ano 65 a.C., estudado por Sylvie Duvernoy (Duvernoy & Rosin, 2006). Segundo esta investigadora a área da elipse do anfiteatro pode ser decomposta na área da coroa elíptica correspondente à *summa cavea* e aos palcos e na área da elipse coincidente com a media cavea. Quadrando cada uma destas figuras obtemos quadrados de lado 29, 21 e 20, respectivamente. Ou seja: um terno pitagórico! [Figura 11].

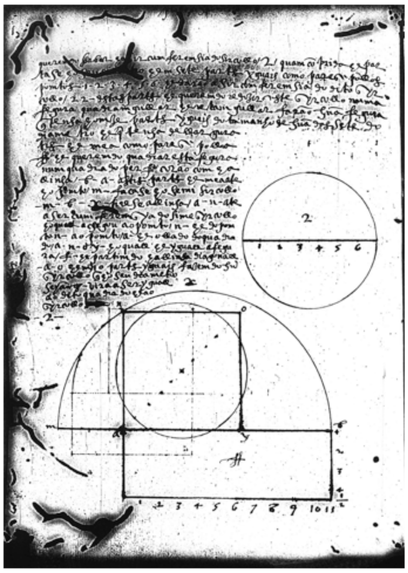


Figura 12: “Quadratura do círculo”, “Livro de Geometria”, fol. 36v

Na proposição 16, na sequência do tratamento de vários problemas de *redução* de figuras — de triângulo a rectângulo, de rectângulo a quadrado — António Rodrigues apresenta-nos uma das múltiplas soluções aproximadas para o famoso problema da “quadratura do círculo” [Figura 12].

Entre vários exemplos, colhidos na arquitectura portuguesas do século XVI, em que parece verosímil encontrar um quadrado com a mesma área de um círculo, um recurso poderoso para potenciar um filão de significações, destacamos a Ermida de Nossa Senhora do Monte da Quinta da Penha Verde, analisada em detalhe por Débora Moreira, na sua dissertação de mestrado (Moreira, D., 2010).

Com efeito, este templete de planta centralizada, erigido no Monte da Lua — Sintra — por Dom João Castro, para seu próprio mausoléu, revela, na relação da planta redonda da nave com a planta quadrangular da capela-mor, uma igualdade de áreas entre a forma circular correspondente ao limite interior da nave e o quadrado que circunscreve o corpo da capela-mor. Desta primeira quadratura derivam uma sucessão de outras que permitem definir o cilindro exterior do templete e o espaço interior da capela-mor [Figura 13].

Note-se que a quadratura de partida se cruza com a definição da estrela de David, definida pelas 6 semi-colunas que pontuam o espaço interior cilíndrico, coroado com cúpula hemisférica, indiciando que poderá ter sido este o cami-

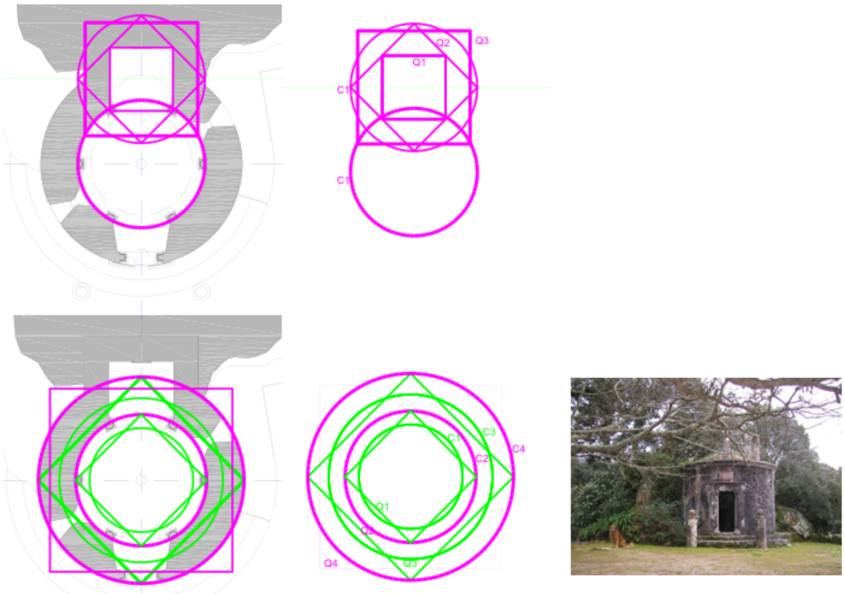


Figura 13: Ermida de Nossa Senhora do Monte da Quinta da Penha Verde, c. 1543; esquema compositivo baseado na quadratura, segundo Débora Moreira

nho para resolver o tal problema que, para um arquitecto, verdadeiramente nunca o foi!

Deste modo engenhoso se relaciona três figuras geométricas: círculo, triângulo e quadrado. Como explica Francisco de Holanda (1517–1585), “a fegura do triângulo cabe na semelhança da Divindade e assi a quadrada e a redonda, que é a mais capaz e perfeita” (Deswarte, 1987, p. 13, citado por Moreira, D., 2010, p. 107).

Bem revelador da pretensão deste monumento se afirmar como veículo da unificação do céu e da terra — a sua lápide comemorativa é inequívoca ao considerá-lo um “símbolo das regiões celestes e terrestres” — é a surpreendente coincidência, da sua estrutura geométrica com as gravuras do Primeiro e do Quarto Dia da Criação de Francisco de Holanda, um dos assíduos frequentadores do círculo neoplatónico que gravitava em torno do Infante Dom Luís e Dom João de Castro e se reunia neste local mágico, famoso, justamente, pela observação dos céus (Moreira, D., 2010, pp. 115–123).

Se já alguns historiadores apontavam que a autoria deste edifício poderia ser de Holanda, creio que após o estudo de Débora Moreira, poderemos estar certos dessa atribuição.

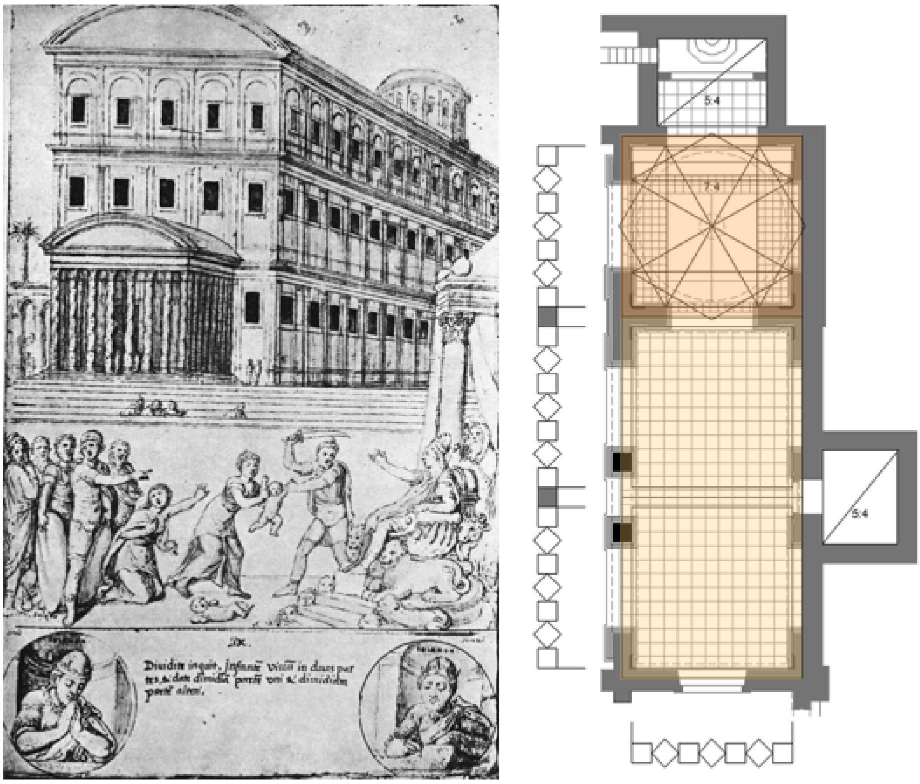


Figura 14: Francisco de Holanda — Templo de Salomão, *De Aetatibus Mundi Imagines*, fol. 30r, 1573 |
Capela das Onze Mil Virgens, nave (2) : (1) sepulcro

Francisco de Holanda, esse grande artista e teorizador, que de Roma trouxera registos das suas antigualhas e o perfume de Michelangelo, e que, sendo já António Rodrigues arquitecto-mor do reino, clamava junto de Dom Sebastião, pelas fábricas que faleciam à cidade de Lisboa. Algumas acabariam por chegar, não com Dom Sebastião que se perdeu no nevoeiro, mas... com Filipe I de Portugal, por obra de Juan de Herrera e Filippo Terzi: São Vicente de Fora e o perdido torreão do Paço.

Entretanto Holanda, com a sua religiosidade exacerbada pelo avançar da idade e a da desilusão, redireccionava o seu interesse para as antiguidades do mundo judaico, legando-nos a sua reinterpretação do templo de Salomão, com as mesmas proporções da esplêndida capela de Alcácer talhada em mármore de Estremoz pela mão inspirada de Rodrigues [Figura 14].

A mesma mão que, por escrito, deixara duas avisadas recomendações, a quem

> "houver de fazer profição de arquiteto: **he nesessario ser esperto na Giometria** e **hemtender a prespetiua pera que por hela amostre ho esterior he ho ymterior do edefisio!...**"

Bibliografia

Abreu, Susana, *A Docta Pietas ou a Arquitectura do Mosteiro de S. Salvador, também chamado Santo Agostinho da Serra (1537–1692): conteúdos, formas, métodos conceptuais*. Porto: FLUP, 1999. Dissertação de mestrado em História de Arte.

Alberti, Leon Battista, *Della Pittura*. Org. por Cecil Grayson. Bari: Laterza, 1980 (1.ª ed. 1436).

Alberti, Leon Battista, *L'Architettura* [*De Re Aedificatoria*]. Org. por Renato Monelli e Paolo Portoghesi. Milano: Edizioni il Polifilo, 1966 (Reprodução em fac-símile de *De Re Aedificatoria*. Florença: s/e, 1550).

Borsi, Franco, *Bernini Architetto*. Milão: Electra Editrice, 1980.

Cataneo, Pietro, *I quattro primi libri di architettura di Pietro Cataneo Senese*. Vinegia: In casa de figlivoli di Aldo, 1554.

Della Francesca, Piero, *De Prospectiva Pingendi*. Org. por G. Nicco-Fasola. Florença: Casa Editrice Le Lettere, 1984 (1.ª ed. in Libri, Guglielmo, *Histoire des Sciences Mathematiques en Italie*. Paris: s/e, 1841; reprodução anastática da edição Sansoni de 1942).

Deswarte, Sylvie, *As imagens das idades do mundo de Francisco de Holanda*. Trad. Maria Alice Chicó. Lisboa: INCM, 1987 (*De Aetatibus Mundi Imagines*, 1573).

Durero, Alberto, *De La Medida*. Org. por Jeanne Peiffer. Fuentes de Arte. Madrid: Ediciones Akal, 2000 (1.ª ed. *Unterweysung der Messung mit dem Zirkel und Richtscheyt in Linien, Ebenen und ganzen Körpern*. Nuremberga: s/e, 1525).

Duvernoy, Sylvie, Rosin, Paul L., "The Compass, the Straightedge, and the Computer". In *Nexus VI: Architecture and Mathematics*. Eds. Sylvie Duvernoy, Orietta Pedemonte. Turin: Kim Williams Books, 2006, pp. 21–34.

Gaffurio, Franchino, *Theorica musicae*. Milano: Philippium Mantegatium, 1492.

Hersey, George L., *Architecture and Geometry in the Age of the Baroque*. Chicago: The University of Chicago Press, 2000.

Holanda, Francisco de, *Álbum dos Desenhos das Antigualhas*. Org. por José da Felicidade Alves. Lisboa: Livros Horizonte, 1989.

Holanda, Francisco de, "Da Fabrica que falece ha cidade de Lysboa". In Segurado, Jorge, *Francisco D'Ollanda*. Lisboa: Edições Excelsior, 1970, pp. 67–128 (Reprodução em fac-símile da ed. de 1571).

Honnecourt, Villard, *Le carnet de Villard de Honnecourt*. S/d. Acessível em `http://classes.bnf.fr/villard/feuillet/`

March, Lionel, *Architectonics of Humanism. Essays on number in architecture*. Chichester: Academy Editions, 1998.

Moreira, Débora, *Ermida de Nossa Senhora do Monte da Quinta da Penha Verde*. Porto: FAUP, 2010. Dissertação de mestrado em Arquitectura.

Moreira, Rafael, *Um tratado português de arquitectura do séc. XVI (1576–1579)*. Lisboa: FCSH-UNL, 1982. Dissertação de mestrado em História de Arte.

Murtinho, Vítor, "Compasso e Prudência". In Tavares, Domingos, *Philibert Delorme. Profissão de Arquitecto*. Porto: Dafne Editora, 2004, pp. 103–117.

Pimentel, Luís Serrão, *Método lusitânico de desenhar fortificações das praças regulares e irregulares*. Dir. da Arma de Engenharia e do Serviço de Fortifiicações e Obras do Exército. Lisboa: Imprensa Nacional — Casa da Moeda, 1993 (Reprodução em *fac-símile* da ed. de Lisboa: Impressão de António Craesbeeck de Mello, 1680).

Proposições Matemáticas. BPMP, Ms. 95. Acessível em `http://arquivodigital.cm-porto.pt/Conteudos/Conteudos_BPMP/MS-95/MS-95.htm`

Serlio, Sebastiano, *Tutte l' Opere d'Architettura, et Prrospetiva di Sebastiano Serlio Bolognese. Diviso in sette Libri. Dam. Gio. Domenico Scamozzi Vicentino*. Org. por M. Morales Fernández e A. B. Santa-Eulalia. Oviedo: Colegio Oficial de Aparejadores y Arquitectos Técnicos de Asturias, 1986 (Reprodução em fac-símile de Vinegia: Presso Heredi F. de' Franceschi, 1600).

Tratado de Arquitectura. BN, códice 3675. Acessível em `http://purl.pt/27112`

Vitruvio Polión, Marco, *De Architectura*. Trad., com., e ilustr. por Caesare Caesariano (1521). Org. por A. Bruschi, A. Carugo e F. Fiore. Libri Rari V. Milano: Edizioni il Polifilo, 1981. (Reprodução em fac-símile de *Vitruvio De Architectura translato commentato et affigurato da Caesare Caesariano*. Como: Gottardo da Ponte, 1521).

Watts, Carol Martin, "The Square and the Roman House: Architecture and Decoration at Pompeii and Herculaneum". In *Nexus. Architecture and Mathematics*. Ed. Kim Williams. Fuccechio: Edizioni dell'Erba, 1996, pp. 167–181.

Wilson-Jones, Mark, *Principles of roman architecture*. New Haven: Yale University Press, 2003.

Wittkower, Rudolf, *Los fundamentos de la arquitectura en la edad del humanismo*. Trad. de Adolfo Gómez Cedillo. Alianza Forma, 129. Madrid: Alianza Editorial, 1995 (1.ª Ed. *Architectural Principles in the Age of Humanism*. Academy Editions, 1949).

Xavier, João Pedro, "Geometria e Proporção". In Tavares, Domingos, *António Rodrigues. Renascimento em Portugal*. Porto: Dafne Editora, 2007, pp. 103–119.

Xavier, João Pedro, *Sobre as origens da perspectiva em Portugal. O* Liuro de Prespectiua *do Códice 3675 da Biblioteca Nacional, um* Tratado de Arquitectura *do século XVI*. Porto: FAUP Publicações, 2006.

Simpósio
José Sebastião e Silva

Organizadores:
Jaime Carvalho e Silva, José Francisco Rodrigues

Revisor científico:
Luis Saraiva

The birth of functional analysis: the contributions of Italian mathematicians

Angelo Guerraggio
Insubria University, Varese, and Bocconi University, Milan
`angelo.guerraggio@unibocconi.it`

Abstract: Vito Volterra (1860–1940) is one of the main pioneers of functional calculus. Volterra presented the notion of "functional" or — to use his own expression — of "functions that depend on other functions" and geometrically "functions of lines" in some Notes at the Accademia dei Lincei in 1887, where he also introduced the differential calculus for functionals which he developed up to the Taylor's formula.

What moved Volterra to undertake this innovative work is emblematic of his creativity and profound spirit of innovation that would accompany his research all throughout. However, even in his abstraction, Volterra never forgot his background in mathematical physics, and he was always moved by the desire to actualize his ideas.

Volterra was not the only mathematician contributing to the development of functional analysis at the end of 19th century in Italy. Still today we remember the inputs by Cesare Arzelà (1847–1912), Giulio Ascoli (1843–1896), Giuseppe Peano (1858–1932) and above all Salvatore Pincherle (1853–1936).

The golden age of Italian mathematics was harshly interrupted by the outbreak of First World War. Several reasons, both within and outside the research area, hampered the level of excellence that Italian mathematics had reached, between the end of 19th century and the beginning of 20th century, in the realm of real and functional analysis, algebraic geometry, and mathematical physics.

The study on the presence and relevance of these various causes is an interesting case-study of the ups and downs of a mathematics school. In the specific case of functional analysis, Volterra's choices on the direction of his research, the lack of any direct scholar, and his numerous political commitments all played any important role. In the 1920–30s, Italian mathematics looked quite far from the core of the discipline. It would re-emerge on the scene later, with a new generation of researchers.

Resumo: Vito Volterra (1860–1940) foi um dos principais pioneiros do cálculo funcional. Volterra apresentou a noção de "funcional" ou — para usar as suas próprias palavras — de "funções que dependem de outras funções" e em termos geométricos "funções de linhas" nalgumas Notas na Accademia dei Lincei em 1887, onde introduziu igualmente o cálculo diferencial para funcionais, que desenvolveu até à fórmula de Taylor.

Actas/Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, I, 51–63

O que levou Volterra a levar a cabo este trabalho inovador é representativo da sua creatividade e do profundo espírito de inovação que acompanharia a sua investigação, ao longo da sua vida. Contudo, apesar da sua capacidade de abstração, Volterra nunca se esqueceu da sua formação em física matemática, e foi constantemente movido pelo desejo de que as suas ideias fossem aplicáveis.

Volterra não foi o único matemático a contribuir para o desenvolvimento da análise funcional, no final do século XIX, na Itália. Ainda hoje em dia são recordados os contributos de Cesare Arzelà (1847–1912), Giulio Ascoli (1843–1896), Giuseppe Peano (1858–1932) e especialmente os de Salvatore Pincherle (1853–1936).

A Idade de Ouro da matemática italiana foi bruscamente interrompida pelo deflagrar da Primeira Guerra Mundial. Diversas razões, tanto internas como externas à investigação, reduziram o nível de excelência que a matemática italiana tinha atingido, entre o final do século XIX e o início do século XX, nas áreas da análise real e funcional, geometria algébrica, e física matemática.

O estudo da presença e da relevância destas diversas causas é um interessante estudo de caso acerca dos avanços e recuos de uma escola matemática. As opções de Volterra na forma como direcionou a sua investigação, a ausência de discípulo direto, e os seus diversos envolvimentos politicos; todos estes fatores desempenharam um papel importante, no caso específico da análise funcional. Nas décadas de 1920 e 1930, a matemática italiana encontrava-se muito mais afastada do cerne da disciplina. Voltaria a entrar em cena mais tarde, com uma nova geração de investigadores.

This paper stemmed from a survey on the origin and first developments of functional analysis in Italy, for the full understanding of which we would need to dig into some historical background. Italy became one country in 1861, when the Kingdom of Sardinia/Piedmont (a region which is located in the northwestern part of our country) extended to the rest of the peninsula, becoming the Kingdom of Italy. At that time, Rome (headquarters of the Papacy) and Veneto, a region in the north-east still under control of the Austrian-Hungarian Empire, were still not included: Veneto was conquered in 1866, and Rome became an integral part of the Italian kingdom (and later its capital) in 1870. Starting from the 1880s, Italy expanded its territory outside of Europe, through the first colonial adventures and the war against Turkey in 1911–12, through which Italy won Libya and the Dodecanese islands in the Aegean sea. In 1936, Italy also conquered Ethiopia, but this already occurred under the Fascist regime, which lasted from 1922 to 1943, when Mussolini lost his power and Italy disengaged itself from the alliance with Hitler's Germany.

When Italy became one country in 1861, Italian mathematics of course existed (Lagrange was actually born in Turin), but was not very developed. As such, we can actually make the beginning of Italian mathematics coincide with the end of the wars of Risorgimento and the creation of the new country with Turin (and later Florence and Rome) as the capital city. Mathematicians of the first generation in Italy were very few. We could mention, among others, Francesco Brioschi, Enrico Betti, Luigi Cremona, Eugenio Beltrami, Felice Casorati, Ulisse Dini and few others. Most of the first generation mathematicians had actually actively participated in the wars of Risorgimento against Austria, and applied the same passionate engagement to the civil and political arena, to build up — almost from scratch — the country after independence. They looked out at the other European countries — in particular France and Germany — as a model for the development and modernization of Italy, including for what concerns the scientific field. Italy at that time — we are talking about the 1860–1870s — was a poor rural country, where industrialization was moving its baby steps, students and professors were very few, and the literacy rate was less than 30% with even lower percentages in the less developed areas of the South.

The first generation of mathematicians, whose studies began to be appreciated also abroad, paved the ways for a second generation of scholars, which is also labelled as the "golden age of Italian mathematics". To frame it in time, we are talking about the decades between the 19th and 20th century. In this period, the Italian school can be considered the third most important in the world, after the German and French ones, reaching a high level of excellence in less than 50 years. Italian mathematicians became well known in various fields: algebraic geometry — with the very important inputs of Guido Castelnuovo, Federigo Enriques and Francesco Severi on algebraic surfaces and varieties; real analysis — with Vito Volterra, Giuseppe Peano, Giuseppe Vitali, Leonida Tonelli, Guido Fubini and their contributions towards a greater rigour with a focus on the theory of measure and integration, and the calculus of variations; differential geometry and the connection between mathematical physics — with Tullio Levi Civita who, following an invitation by Felix Klein, co-authored with Gregorio Ricci Curbastro an article in 1900 on the *Mathematische Annalen* which is considered as the manifesto of sensorial algebra. Besides the contributions by these mathematicians to the discipline, we should mention the role they played in the societal and cultural life of Italy at that time. The period between the end of 19th and the beginning of 20th century saw some outstanding mathematicians trying to export the power of their language and their scientific rationality outside the border of the discipline, sometimes far away from their fields.

Provided that comparing mathematicians coming out of different research areas is extremely challenging, we can claim Vito Volterra (1860–1940) to have been the most important and most influential Italian mathematician in the first decades of the 20th century until 1930s. It was thanks to him that the first pioneering studies on functional analysis occurred. Vito Volterra was the founder of this discipline or, if you prefer, was the first and most significant contributor to the origins of functional analysis. The three Notes entitled "Sopra le funzioni che dipendono da altre funzioni", which were published on the proceedings of the *Accademia dei Lincei* [Volterra 1887a], are particularly noteworthy. At that time, Volterra was 27 years old. He had graduated in Physics at the *Scuola Normale* of Pisa in 1882 and had become the year after full professor of Rational Mechanics there. As a student in his early years, Volterra was particularly fascinated by the lessons by Ulisse Dini, who had published in 1878 the *Fondamenti per la teorica delle funzioni di variabili reali* and who was committed to introduce in Italy the new rigour which featured the analytical studies in Germany. In this regard, we could look at the papers Volterra wrote when still a student (in February 1880 and April 1881 respectively) and published on the *Giornale di matematiche* by Battaglini. In these Notes, Volterra contributed to the definition of *small set*, using as an example a subset of $\mathbb{R}$ nowhere dense and at the same time with non-zero measure [Volterra 1881]. Volterra also wrote about the definition by Riemann of definite integral, showing — through an example of a derivable function with bounded but not integrable derivative — that in general the operations of derivation and integration are not one the opposite of the other [Volterra 1889]. Proceeding in his studies at the *Scuola Normale*, Volterra was increasingly accompanied by Enrico Betti, shifting thus his focus towards the field of mathematical physics. This admittedly also occurred because of the challenges that Volterra was facing to regularly meet Dini, who was more and more absorbed by his political engagement in Rome. In 1882, Volterra thus graduated with Betti with a dissertation on hydrodynamics.[1]

The three Notes of 1887, thanks to which studies on functional analysis started, do present the concept of functional as a generalization of the ordinary concept of function. Here, the correspondence is not anymore between two real numbers, but between a function and a real number, or again between a curve and a real number — as Volterra would point out later that year in two other articles still published on the proceedings by the *Accademia dei Lincei* and entitled "Sopra le funzioni dipendenti da linee" [Volterra 1887b]. Volterra introduced the functionals to deal with "those quantities which depend on all

[1]For more details about Volterra's life and his scientific activity, one can see the biography [Guerraggio and Paoloni 2012].

the values that one or more functions of one variable may assume in an interval". Volterra, however, did not use the term *functional*, which would be introduced only later, at the beginning of the following century, by Hadamard. As we understand from the titles of his articles, Volterra spoke of "function that depends on other functions" or "function that depends on lines", pointing out however the difference from the concept of "function of functions" or "composite function".

Volterra was driven to the definition of a functional by both internal and external motivations. The internal motivations are linked to the solution of partial differential equations and to some studies in complex analysis; the external motivations were given by "the many experiments in physics and mechanics" where the concept of functional can be spontaneously looked at. The first paper starts with the promise of "some considerations which help clarify some concepts which I believe important to introduce for an extension of the theory by Riemann on the function of complex variables, and that I think could help also in other research fields", to continue with "when dealing with a lot of questions of physics and mathematics, and in the integration of partial differential equations, we may have to consider some quantities which depend on all the values that one or more functions of some variables assume in an interval. For example, the temperature of a point on a conductor foil depends on all the values that the temperature assumes in the contour. This idea is familiar to the physicists. It comes out spontaneously when we think about some electrical phenomena".

Of course, Volterra did not stop at the definition of functionals. He intended to set up a calculus similar to the one that allows working with functions: the notions of limit and continuity, the definition and the calculation of derivatives and so forth, until Taylor's formula. In particular, the goal of the Notes in 1887 was to set up a differential calculus for functionals similar to the one known for the functions of one real variable, and that was at that time getting more precise also for the real functions of more real variables.

The shift from having the formula of the differential (in analogy with the differential $df = f'(x)\,dx$ of a real function $y = f(x)$) to the identification of the class of the differentiable functions will get us to the articles of 1911 by Fréchet, and the rigorous definition of the differential for functions of n variables. In the 1880s, the articles by the German mathematicians Harnack, Pasch and Holder started off with the formula of the differential, given for granted that the mere existence of first derivatives ensures its existence (as it occurs with the functions of one variable). Only later, they would infer the features of differentiable functions in terms of approximation, perhaps requiring the continuity of the first partial derivatives. Then it is no wonder that Volterra's goal is the extension to the functionals of the formula:

$$df(x) = \operatorname{grad} f(x) \cdot dx = \sum_{i=1}^{n} f'_{x_i}(x)\, dx_i$$

which gives the first differential of a function of n variables. Volterra gets this result by showing the equality:

$$\delta y\, [\varphi(x)] = \int_A^B y'\, [\varphi(x), t]\, \delta\varphi(x)\, dt$$

where $\delta y\, [\varphi]$ is labelled as the differential of the functional y (it is the first order term of its variation, generated from the variation $\delta\varphi$ of the function φ) and y' is what Volterra defines as the functional derivative of y. This functional derivative is defined as the limit for ε and h converging to 0 of $\Delta y/\sigma$, where σ is the area obtained through a variation attributed to the independent variable, ε is the upper bound of this variation, and h is the length of the neighbourhood of a generic point t. The analogy and the generalization of the related formula of the real analysis are visible at each step. The operation of integration generalizes the operation of sum, and the functional derivative plays the same role as the partial derivatives.

We could make some critical remarks about the procedure followed by Volterra. We can also note that the domain of functionals is not yet a generic set, but it is specifically defined by the continuous functions of one variable. The metric — although this term was, of course, not yet used at that time (the term *metric space* was introduced by Hausdorff in a book of 1914) — is exclusively the one of the upper bound. But in any case it was the first time that functionals (or functions that depend on other functions) were explicitly mentioned. It was also the first time that somebody developed a calculus on the functionals, which — already in the Notes of 1887 — was extended to the derivatives of higher order and got to the Taylor formula. It was, again, introduced for the first time what would come to be known as the variation/differential of Gâteaux or Gâteaux-Lévy, with the objective of defining the above quoted theorem of representation, and not really to study the formal properties of the differential, nor to specify the class of the differentiable functions. The variation/differential of Gâteaux or Gâteaux-Lévy is generated by a variation of the independent variable expressed as $y + \varepsilon\theta$, with the parameter ε converging to 0 and θ assigned, clearly evoked in its specific form by the calculus of the variations.

Less obvious, but equally interesting, is the fact that Volterra, after the Notes of 1887, did not deal anymore with the themes of the differential calculus of functionals. This happened because he was not interested in this analysis per se, but as a tool for other researches. Volterra elaborated a specific language, he made it its own, and used it every time he needed it, e. g. when studying differential equations, or extending the theory of Jacobi-Hamilton of the calculus of variations to double integrals, or again when he dealt with the theory of functions of several complex variables. Volterra — we could say — is different from Fréchet. He was not interested in an axiomatic and very generic study of functional spaces and of their structures. He did not really get the importance of specifying the concept of differentiability and the class of differentiable functions. He rather needed a language and a formula to solve specific problems. Volterra gently disputed with Fréchet, who had on his side the wider generality of his approach and of his own definition of differential. Volterra acknowledged the merit of Fréchet's approach, which would be universally acknowledged over time, but did not step back. Still, in the letter to Fréchet of November 17, 1913, he wrote: "of course, I had at that time (1887) so many problems (integral equations, equations with functional derivatives, etc.) that I could not stop at what I thought to be secondary issues such as the application of general concepts that I had posed". This is one of the aspects of the scientific personality of Volterra that more involve our sensibility nowadays. Considering him a pure mathematician rather than an applied mathematician would be very problematic. In Volterra we find the attention to the analytical development that is typical of an analyst, together with the attention of mathematical physics towards the applications. These come from other areas of mathematical research or from the modelling problems from physics or economics or biology. (Let's quote, for example, the pioneering study of the dynamics of populations by Volterra in the 1920s with the model prey-predator). Volterra's modernity is given by his continuous oscillation between these two poles: problems and theories.

Volterra was the main author behind the creation of functional analysis. However, in the same period, in Italy, other mathematicians gave significant contributions in the same direction. As in Volterra's case, all these scholars received their mathematical education at the *Scuola Normale* of Pisa, which played a very important role in the Italian history of mathematics. In 1884, Giulio Ascoli (born in 1843 and deceased in 1896), at that time Professor at the Polytechnic Institute of Milan, published an article on "Le curve limiti di una varietà data di curve" [Ascoli 1884] in the proceedings of the *Accademia dei Lincei*. Cesare Arzelà (born in 1847 and deceased in 1912) improved Ascoli's results in a following article. After a period spent teaching in secondary schools (he was also professor of Volterra at the Technical Institute in Florence), he started his academic career at the University of Palermo. In the period he published the article we are now talking about, he was already professor at the University of Bologna, which remained his final destination. Arzelà was interested in the generalization to functionals of Weierstrass's theorem about the existence of maximum and minimum points of continuous functions, in order to be able to use it for the demonstration of Dirichlet's principle. We are dealing with the first expressions of those methods which will be called *direct methods* in the calculus of variations. In particular, in the article mentioned above, Arzelà introduced the concept of equicontinuous functions and proved that the equicontinuity is a sufficient condition for the existence of a subsequence (of a sequence of equally bounded functions) which is uniformly convergent to a continuous function [Arzelà 1889]. This is the notion of compactness, which Fréchet would present 20 years later under this name. Arzelà himself proved later that the sufficient condition is also necessary. This today is known as Ascoli-Arzelà theorem.

Starting from 1880, Arzelà had been teaching at the University of Bologna, where he worked with Salvatore Pincherle, another Italian mathematician whose name is associated to the development of functional analysis. Before moving to him, in order to follow a more chronological order, I would like to talk a bit about the contribution by Giuseppe Peano (born in 1858 and deceased in 1932). To some extent, and looking in perspective at his development as a mathematician, functional analysis looked very distant from Peano's interests. Peano had been working increasingly more on logics, conceived as a clarifying tool of analysis principles. And when Peano talked about analysis, he meant 'real analysis'. For Peano, logic was instrumental as a solid and rigorous basis for its foundations. However, Peano at that time was still young: he had graduated in 1880 under the supervision of Angelo Genocchi, of whom he became the assistant, at the University of Torino and had not yet become full professor. In 1884, Peano had published the *Calcolo differenziale e i principi di calcolo integrale*, and in 1887 the *Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale*. The following year, he had published the volume in which we are most interested, which is *Calcolo geometrico secondo l'Ausdehnungslehre di H. Grassmann, preceduto dalle operazioni della logica deduttiva*. As Peano wrote in his introductory remarks, the goal was to start a calculus on the geometrical bodies, like algebra does with numbers, but a different calculus than the one used in analytical geometry. The goal was to realize an algebraic calculus directly on the geometrical bodies, and not to work on numbers associated to these bodies. Peano thus talked about geometric bodies of first, second, third and fourth type as linear combinations of points, lines, bi-dimensional and tridimensional surfaces. Peano observed that their algebra satisfies the properties of what we nowadays call *vector space*. This particular case brought Peano in his 9th chapter to give an explicit definition of vector space — he talked about linear spaces — not anymore on specific objects, but on systems of whatever bodies. The definition is followed by some examples of vector spaces of finite dimension, hinting at the possibility to have also vector spaces of infinite dimension. We are at the beginning of the study on structures, going from the single to the general, from the study of some specific cases to the general definition. Peano did not come back to this topic anymore in the future. As said, his interest would gravitate towards other directions (logics first), even though he still gave some important contributions to real analysis.

Let's now go back to Arzelà, and the time he was a colleague of Salvatore Pincherle (born in 1853 and deceased in 1936) in Bologna. To understand the development of Pincherle's research, it is worth noting that he had studied in Pisa first and then moved to Berlin to study with Weierstrass. Pincherle too conceived functional analysis as a generalization of the real one, and in particular of the study of linear transformations of vector spaces of finite dimension. In an article [Pincherle 1897] published on *Matematische Annalen* (and in a more organic and extensive way in the volume *Le operazioni distributive e le loro applicazioni all'analisi*, written in 1901 in collaboration with his scholar Ugo Amaldi), Pincherle studied the set of analytical functions. This type of function is defined by the coefficients of its series of powers, i.e. a countable infinity of numbers which can be seen as its coordinates. Pincherle defined *functional operation* any operation that produces an analytic function, when it is performed on an analytic function. Functional operation is an operator defined, and with values in, the infinite (but countable) dimension space of the analytical functions. In particular, Pincherle studied linear operators, which he called *distributive operators* starting from some basic functional operations (multiplication, derivative, substitution).

To some extent, Pincherle was a step ahead, in the direction of a bigger generality, compared to Volterra, for his functions of lines were replaced by more general operators. Pincherle introduced the term *calcolo funzionale,* and spoke in his book of the *geometria dello spazio funzionale*. His style, when describing the principles of functional analysis, is closer to an axiomatic approach. At the same time, the restrictions to analytical functions, to linear operators on them, and above all to the study of their algebraic structure with the clear goal of defining a symbolic calculus of operations, are strong. Those algorithmic features limited the attention devoted to Pincherle, as the focus was on topological structures, and his approach to functional analysis, which was very much linked to analytical functions on which linear operators work, was later set aside when functional analysis dealt with any sets and any correspondences between any sets. At that moment, however, his pioneering study got some attention, and Pincherle was invited to write an article for the German *Encyklopädie* [Pincherle 1906].

The contributions by Volterra, Ascoli, Arzelà, Peano, and Pincherle indicate that Italian mathematicians played a very important role in the first development of functional analysis. This happened until the First World War, and more precisely until Fréchet published his thesis. At that point, functional analysis took a different direction. After the First World War, in the 1920s–30s, Italian Mathematics lived a different course. With one exception, the studies on functional or general analysis declined — or, if you prefer, stagnated —, and in any case did not show any more the great creativity shown a few decades before. There is only one article of this period which is of some interest for us. It was written by Guido Ascoli (born in 1887 and deceased in 1957), former student of the University of Pisa too, then Professor at the University of Pisa and Milan before being chased out from the university in 1938 because of racial issues, and ending his career after the Second World War in Torino. The article by Ascoli, titled "Sugli spazi lineari metrici e le loro varieta' lineari" and published in 1932 in the *Annali di matematica pura e applicata* [Ascoli 1932], dealt with normed spaces and convex bodies and proved mainly a theorem of separation.

Luigi Fantappié (born in 1901 and deceased in 1956) was maybe the only exception to this stagnating situation. Fantappié, who studied at the *Scuola Normale* of Pisa, started his academic career in Rome, where he had the chance to study with Volterra e Severi. In the following years, he taught at the University of Florence, Cagliari, Palermo and Bologna. In 1934, in the context of the agreements by the Fascist regime for the divulgation of the Italian culture in the world, Fantappié moved to Brazil to develop the University of São Paulo and its Institute of Mathematics. When he came back to Italy in 1940, he was involved in the work of the Center INDAM directed by Severi in Rome.

In the mid-20s, Fantappié elaborated his theory of analytical functionals, i. e. functionals which depend on an analytical function (according to Weierstrass) and on a parameter, and which end up being an analytical function of this parameter. Fantappié intended to use these functionals to study a series of problems derived, for example, from the partial derivative equations. He used a classic approach for differential equations: the principle of superposition. Starting from the value of the functional in correspondence of a curve with one singular point only and from the consideration of its indicator function, Fantappié was able to demonstrate a general theorem of integral representation for linear analytical functionals. After that, in the '30s, he developed his theory foremost towards symbolic calculus, taking advantage of the analogies between the calculus of linear analytical functionals and the one of ordinary algebraic quantities. We could make use of the adjective 'algorithmic' to label the approach that Fantappié followed, as we did for Pincherle. In the meanwhile, however, the thesis by Fréchet had significantly contributed to move the attention especially towards the topological structures. It is no wonder then that the importance of Fantappié's approach had been slowly acknowledged. In Italy, in the aftermath of the Second World War, the proximity to Severi and the latter's political and religious opinions, as the interest for more ample subjects — such as the philosophy of the relativity theory or the search for a unitary theory for physical and biological worlds — which always make mathematicians suspicious (or at least at that time they did) damaged Fantappié's reputation.

Going to a general evaluation of the contributions by the Italian school to the creation and to development of functional analysis, Fréchet was not entirely wrong when he observed, during the International Congress of Mathematicians in Bologna in 1928, that general analysis had not yet found any adept in our country. Some form of courtesy and historical truth brought him in any case to acknowledge that functional analysis, from which the general one was created, was a fantastic creation of the Italian wit. Looking specifically at functional analysis, the situation that Fréchet observed appeared to have been strongly influenced by the professional choices of Volterra, who had progressively developed other interests in which he significantly invested his time and who decided any way not to create a school around him. In Italy nobody followed Volterra's ideas for a nonlinear analysis, where theoretical studies could be expanded but were somehow always driven by the problems (mathematical or not) that one has to solve. Nobody even sniffed the new air with the passage from the analysis of functionals to functional (or general) analysis. Functional analysis had become an autonomous discipline, and in the 1930s saw the publication of monographs by Banach, von Neumann, Stone. The next generation of Italian mathematicians — the *Picone's boys*, the scholars in the school created by Mauro Picone and particularly Renato Caccioppoli — would align to this new trend.

Overall, Italian mathematics between the two World Wars was not particularly bright, compared to the beginning of the century. Italian mathematicians were still very few and thus, when the leaders grew inevitably old or started to decrease their productivity, the change to the next generation was slow and uncertain. In a still mainly rural country (as Italy was in the first half of the century) and with an underdeveloped social structure compared to other nations, mathematics did not receive specific inputs and pressures to accelerate its development and renewal. Not even from the productive sectors, which were still weak and which did not count on the technological innovation for their development.

On top of all this, there was the Fascism. The regime was maybe not specifically and directly responsible for the decreased scientific maturity of the country, for it lasted 'only 20 years'. However, the regime's responsibilities are evident: as it superficially and roughly made its own a utilitarian vision of science. This occurred at a time when mathematics and theories were living a quite exciting and promising period. The regime also promoted nationalism, translating into an uncritical exaltation of the Italian genius, which would not need to confront itself anymore with realism and humility against what was occurring in other countries. Through the primacy of politics, and the political class in power, the regime switched off — even in the community of mathematicians — any intellectual stimulus, and tended to transform the scholars into diligent State bureaucrats. In 1931, the regime forced all the university professors to declare their loyalty, unless they wanted to be fired. Only 12, including Volterra as the only mathematician, decided not to. That moment, and the 1938 racial laws and the dismissal from teaching of all the Jewish professors, are among the darkest pages of our national history. These are also some of the saddest pages of the history of the Italian intellectual movement, for the voices of those who were able to break the silence of the consensus and the fear were very few.

References

Arzelà, C., 1889. "Funzioni di linee", *Rendiconti Accademia dei Lincei*", 1889, pp. 342–348.

Ascoli, Giulio, 1884. "Le curve limiti di una varietà data di curve", *Atti Accademia dei Lincei*, 1883–4, pp. 521–586.

Ascoli, Guido, 1932. "Sugli spazi lineari metrici e le loro varietà lineari", *Annali di matematica pura e applicata*, 1932, pp. 33–81, 203–232.

Guerraggio, A. and Paoloni, G., 2012. *Vito Volterra*, Springer, Heidelberg.

Pincherle, S., 1897. "Mémoire sur le calcul fonctionnel distributif", *Mathematische Annalen*, 1897, pp. 325–382.

Pincherle, S., 1906. "Funktionaloperationen und Gleichungen", *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, II, 1906.

Volterra, V., 1881. "Alcune osservazioni sulle funzioni punteggiate discontinue", *Giornale di matematiche*, 1881, pp. 76–87.

Volterra, V.,, 1887a. "Sopra le funzioni che dipendono da altre funzioni", *Rendiconti Accademia dei Lincei*, 1887, pp. 97–105, 141–146, 153–158.

Volterra, V., 1887b. "Sopra le funzioni dipendenti da linee", *Rendiconti Accademia dei Lincei*", 1887, pp. 225–230, 274–289.

Volterra, V., 1889. "Sui principi del calcolo integrale", *Giornale di matematiche*, 1889, pp. 333–372.

Some relations of José Sebastião e Silva with Belgian mathematicians

Jean Mawhin
Institut de Recherche en Mathématique et Physique
Université Catholique de Louvain
jean.mawhin@uclouvain.be

Abstract: We initiate a study of the relations of José Sebastião e Silva with the Belgian mathematicians Lucien Waelbroeck (Université Libre de Bruxelles), René Matagne (Université de Liège), Marc De Wilde (Université de Liège) and Dominique Meeús (Université Catholique de Louvain). The importance of a conference held in Louvain in 1960 is emphasized, and the mutual influences of the relation are analyzed in the publications of the various authors.

Resumo: Começamos um estudo das relações de José Sebastião e Silva com os matemáticos belgas Lucien Waelbroeck (Universidade Livre de Bruxelas), René Matagne (Universidade de Liège), Marc De Wilde (Universidade de Liège) e Dominique Meéus (Universidade Católica de Lovaina). É enfatizada a importância de uma conferência realizada em Lovaina em 1960, e as influências mútuas desta relação são analizadas nas publicações dos diversos autores.

1 Silva's contributions related to the work of Belgian mathematicians

José Sebastião e Silva (1914–1972) has contributed to various areas of algebra, topology, functional analysis, mathematical education and mathematical history.

Among his many contributions, those connected with the work of some Belgian mathematicians are the following ones:

1. Topological algebras with empty or unbounded elementary spectrum and the corresponding generalized functional calculus
2. Importance of bornology with respect to topology in some problems on function spaces
3. Silva spaces and dual Silva spaces
4. Differential calculus in locally convex spaces

The Belgian mathematicians considered here, whose work is related to or inspired by some of Silva's papers, are Lucien Waelbroeck (especially in the area of topological algebras and bornology), René Matagne (Silva spaces), Marc De Wilde (Silva spaces) and Dominique Meeús (differential calculus in locally convex spaces).

2 Lucien Waelbroeck

2.1 Lucien Waelbroeck's early contributions to topological algebras and symbolic calculus

Lucien Waelbroeck was born near Geneva in 1929, and deceased in Brussels in 2009. After graduating in 1950 in mathematics at the Université Libre de Bruxelles (ULB), he followed in 1950–52 the lectures of Jean Leray at the Collège de France (Paris). In 1954, he defended his PhD thesis at the ULB. During the period 1954–58, he made his military service before becoming a researcher at ULB, and an assistant in the period 1958–60. In 1960, he obtained his habilitation in the same institution. Associate professor at the ULB in 1960–62, he was promoted to full professor in 1962, and retired in 1994. Lucien Waelbroeck was an internationally recognized mathematician, the author of 67 articles or memoirs and 4 lecture notes. He organized many seminars at the ULB and edited several proceedings of international conferences or schools.

In his 1954 PhD thesis *Le calcul symbolique dans les algèbres commutatives* [Waelbroeck, 1954] published in the *Journal de mathématiques pures et appliquées*, Waelbroeck extended Gelfand's spectral analysis of normed algebra to locally convex algebra and symbolic calculus to holomorphic functions of several variables, by using Oka-Cartan's results on functions of several complex variables. His results were presented by Henri Cartan in the famous Bourbaki seminar [Cartan, 1957].

In his 1960 habilitation's thesis *Théorie spectrale des algèbres complètes* [Waelbroeck 1960], published in the *Mémoires in 8.º of the Académie royale de Belgique*, Waelbroeck introduced a new concept of spectrum covering the important cases of non-empty or non-compact spectrum. The corresponding symbolic calculus included Leray's extension of Heaviside's symbolic calculus.

2.2 The *Colloque du CBRM sur l'analyse fonctionnelle* in Louvain

The *Centre Belge de Recherches Mathématiques (CBRM)* was created in 1948 by the Belgian geometer Lucien Godeaux (1887–1975), professor at the University of Liège. Its main activity was the organization of international conferences on selected topics, like algebraic geometry, algebraic topology, differential geometry, functions of several variables, partial differential equations, statistical analysis, number theory, sequences, algebra, functional analysis, ... The conferences took place in various Belgian universities, and the proceedings were published. The corresponding series of proceedings gives an interesting picture of the development of mathematics in the period 1950–1970. The participation was on invitation only and the majority of participants consisted in the most famous mathematicians in the area of the conference, completed by a very small selection of Belgian experts or promising researchers in the area. A partial list of participants includes Severi, van der Waerden, H. Hopf, H. Cartan, Leray, Schouten, Lichnerowicz, Kähler, Behnke, Lelong, Serre, Doetsch, Picone, Schwartz, J.L. Lions, Brelot, Choquet, de Rham, Fantappiè, Darmois, Montel, Haupt, Fenchel, Santaló, Mordell, Erdös, Roth, Davenport, Hilton, Thom, Eckmann, Mac Lane, Adams, Whitehead, and shows the high level of the selection.

In May 1960, was organized at the *Université Catholique de Louvain* a *Colloque sur l'analyse fonctionnelle*, to which participated Heinz König, Gottfried Köthe, Jean Leray, José Sebastião e Silva, Guido Stampacchia, Adriaan C. Zaanen, and, for Belgium, Lucien Waelbroeck. This seems to have been the first personal meeting between Silva and Waelbroeck, who reported on his new concept of spectrum, possibly non compact, for some algebras of operators [Waelbroeck, 1960], in a lecture entitled *Étude spectrale de certaines algèbres complètes* [Waelbroeck, 1961a]. The text of this lecture did not mention Silva's contributions to the problem; its bibliography was limited to the books of Gelfand and of Naimark on normed rings, a paper of Leray on fonctions of complex variables and four papers of the author.

In [Waelbroeck, 1960], Waelbroeck had introduced the concept of *b-complete algebra A (algèbre à bornés complète)*, whose structure is defined on the underlying vector space to A in such a way that the product of two complete bounded subsets of A is bounded in A (for example a locally convex quasi-complete algebra). In this more general setting, the spectrum of $a \in A$ cannot be anymore defined, like in Gelfand's theory of Banach algebras, as the complement set of the $s \in \mathbb{C}$ such that $(a-s)^{-1}$ is defined. If $\delta_0(s) = (1+|s|^2)^{-1/2}$, Waelbroeck called $\Theta(s;\delta_0;A)$ the algebra of locally bounded functions from $\mathbb{C}$ to A, having polynomial growth at infinity. The function $a - s \in \Theta(s;\delta_0;A)$ and has no inverse in this algebra; in other words $a - s$ generates in $\Theta(s;\delta_0;A)$ a proper ideal. A real nonnegative bounded function $\delta(s)$ is said to belong to the *spectrum* $\Delta(a;A)$ if the ideal generated by $a - s$, $\delta(s)$ in $\Theta(s;\delta_0;A)$ is the improper ideal. Waelbroeck proved that $\Delta(a;A)$ is a filter on the lattice of real nonnegative functions, and this filter is proper (i.e. the spectrum is not empty).

The new spectrum is related to the classical one in the following way. For each $\delta \in \Delta(a;A)$, let $S_\delta = \{s \in \mathbb{C} : \delta(s) > 0\}$. The family $\{S_\delta\}_{\delta\in\Delta(a;A)}$ is a filter of subsets of $\mathbb{C}$, with an open basis. S belongs to this filter if and only if there exists $u \in \Theta(s;\delta_0;A)$ such that $(a-s)u(s) = 1$ outside of S. So, to $\Delta(a;A)$ is associated a filter $\sigma(a;A)$ whose elements are the subsets S of $\mathbb{C}$ such that equation $(a-s)u(s) = 1$ is solvable with u sufficiently regular. Waelbroeck extended in a similar way the concept of spectrum to the case where a is replaced by a finite family $\{a_1, \ldots, a_n\}$.

In the proceedings, published in 1961, Silva reacted to Waelbroeck's lecture on spectrum in his contribution *La définition de spectre d'un opérateur et les opérateurs à spectre élémentaire non borné* [Silva, 1961a]. Given a locally convex separated vector space E on $\mathbb{C}$, and a linear mapping $\Delta : E_\Delta \subset E \to E$, Silva called *elementary spectrum* of Δ the set of $s \in \mathbb{C}$ such that $\Delta - s$ is not a bijection from E_Δ onto E. Silva wrote [Silva, 1961a, 47, 50]:

> M. Waelbroeck has observed that this notion of spectrum does not allow a generalization of the classical spectral theory, as developed in the case of Banach algebras, and presents as typical example of operators to which one never can apply this theory, the differential operators, whose elementary spectrum is either unbounded or empty (depending upon the spaces they are defined).
>
> The question is now to see how the definition of M. Waelbroeck applies to those operators and, more generally, to the operators Δ with unbounded or empty spectrum, that I have considered in some forms of operational calculus. [...]
>
> M. Waelbroeck has accepted to explain us in detail, how his definition can be adapted to the special case where Δ is the operator D of differentiation, defined in the space of distributions (of one variable) with limited support on the left, and to which applies the operational calculus corresponding to Laplace transform. In the work "Sur le calcul symbolique à une ou plusieurs variables", to appear in *Annali di Matematica*, I use a few ideas of M. Waelbroeck on spectral theory, which allow me to arrive to a synthesis of all types of symbolic calculus that I had considered before.

Köthe's lecture [Köthe, 1961] at the CBRM conference was devoted to a characterization of bornological spaces, that he defined as follows:

> A locally convex space E with topology $\mathcal{T}$ is called *bornological* if every convex subset M of E, which absorbs all the bounded sets of

> E is a neighborhood of zero for the topology $\mathcal{T}$. [...] The property for the strong dual E' of E to be complete is necessary for $E[\mathcal{T}]$ to be bornological. [...] We intend to give a caracterization for the bornological spaces.

Köthe's characterization was stated as:

> A locally convex space $E[\mathcal{T}]$ is bornological if and only if $\mathcal{T}$ is the Mackey topology and the dual space E' is complete for the topology $\mathcal{T}_{C_0}(E)$.

Waelbroeck reacted to Köthe's lecture on bornological spaces in a second contribution *Les espaces à bornés complets* to the proceedings [Waelbroeck, 1961a, 51]:

> In the spectral study of topological algebra, I have been led to introduce some spaces, and some algebras, with bounded sets and with complete bounded sets (*b-spaces, complete b-spaces*). Given their definition, one is naturally led to consider some problems related to the theory of bornological spaces. Allow me to state those problems here.

Silva reacted to Waelbroeck's reaction in his second contribution *Les espaces à bornés et la notion de fonction différentiable* to the proceedings [Silva, 1961b, 57]:

> The remarks of M. Waelbroeck concerning the lecture of M. Köthe are of special interest for me, because I have been led myself to analogous conclusions, in trying to extend to locally convex spaces, real or complex, the notion of differentiable function, as well as the fundamental theorems of differential and integral calculus, and of the theory of functions of several complex variables.
>
> I have convinced myself that, for this generalization, it is the notion of bounded set, more than that of neighborhood (or of semi-norm), which must play an essential role.

Indeed, in the introduction of his seminal paper on differentiable functions between locally convex spaces, Silva had written [Silva, 1956, 743]:

> We convinced ourself that, to obtain a good generalization of the concept of "differentiable function", one must renounce, in the general case, to the continuity condition. [...] It is well known that,

> in locally convex spaces, the property to be bounded, for linear functions, is more general than the property to be continuous. Indeed, it is the notion of *bounded* linear function, which has led us, in a natural way, to the notion of analytical function and, in last analysis, to that of differentiable function.

One can guess from those papers that the discussions during the conference must have been animated between the young passionate Waelbroeck and the established mathematicians Köthe and Silva.

2.3 Waelbroeck's influence on Silva's work

The *Colloque du CBRM* had an important influence on Silva's subsequent work on symbolic calculus. In a memoir published in 1962 [Silva, 1962], and anounced in [Silva, 1961c; Silva, 1961d; Silva 1961e], Silva developed a synthesis of several types of symbolic calculus considered previously, and proposed a "generalization suggested recently by a conference of L. Waelbroeck". If $\mathbf{A}$ is a locally convex algebra with unit and separately continuous product; a *spectral set* of $\mathbf{a} \in \mathbf{A}$ is any set S of complex numbers such that $(\mathbf{a} - \lambda)^{-1}$ exists for each $\lambda \notin S$ and $\lambda \to (a - \lambda)^{-1}$, $\mathbb{C} \to \mathbf{A}$ is bounded on $\mathbb{C} \setminus S$. The family of all spectral sets of $\mathbf{a}$ is a filter, the *spectral filter of* $\mathbf{a}$ and any spectral set of $\mathbf{a}$ contains Silva's elementary spectrum. Furthermore, in this paper, Silva emphasized the role of bounded sets in the application of symbolic calculus [Silva, 1962, 221]:

> The application of symbolic calculus is often embarrassed by topological problems, in general very difficult, which are completely foreign to the aims of this calculus. To get rid of those superfluous difficulties, it suffices to replace the structures of "locally convex spaces" and of "locally convex algebra" by the much more simple and handy of "b-spaces" and of "b-algebras", proposed by M. Waelbroeck at the Colloque of Louvain.

Silva and Waelbroeck met again at the end of September 1961 at the *Deuxième Réunion du Groupement des Mathematiciens d'expression latine* in Firenze and Bologna. In his lecture *Sur le calcul symbolique des opérateurs à spectre non borné ou vide*, Silva underlined again the influence of Waelbroeck's ideas on his work [Silva, 1961c, 111]:

> The researches of M. Waelbroeck on symbolic calculus have for me a special interest, not only because of the originality and deepness of his results, but also because they have several points of contact

> with my experiences on the same subject. I realized it last year at the occasion of the Colloque sur l'Analyse Fonctionnelle in Louvain.
>
> I have considered some forms of symbolic calculus, concerning operators with unbounded or empty spectrum (in classical sense), which can be subordinated to the very general symbolic calculus of M. Waelbroeck.
>
> On the other hand, the notion of "spectral set", introduced by M. Waelbroeck, allows to formulate, in a rather simple and suggestive way, the symbolic calculi that I have considered.

By contrast, in his lecture *Étude spectrale des b-algèbres* [Waelbroeck, 1961c] at the same conference, Waelbroeck did not mention Silva and made no reference to his work.

A subsequent publication of Silva in 1963 was devoted to an analysis of b-spaces and a comparison with notions introduced by other authors [Silva, 1963]. Once more, Silva acknowledged Waelbroeck's influence.

On the other hand, the references of Waelbroeck to Silva's work only came later and remained rather scarce. The 1967 paper [Waelbroeck 1967] on bounded structures only quotes Silva's 1955 paper on Silva spaces [Silva, 1955]. In his 1971 lecture notes on topological vector spaces and algebras, Waelbroeck just mentioned that [Waelbroeck, 1971, 41]:

> Silva [Silva, 1962] studied the Gateaux and Fréchet differentials in topological vector spaces. He showed they involved some structures similar to those defined here.

and [Waelbroeck, 1971, 58]:

> A b-space with a countable boundedness of type $\mathcal{S}$ is called a "Silva" space, after J. Sebastião e Silva introduced these spaces and showed their importance in applications [Silva, 1955].

In a type of scientifical autobiography of 1982, Waelbroeck just observed that [Waelbroeck, 1982, 547]:

> Silva [Silva, 1956; Silva, 1959, Silva, 1960; Silva, 1962] has constructed operational calculi involving spectral sets with smooth boundaries. What follows could be a technique for constructing such calculi.

The last citations of Waelbroeck about Silva are a short mention in his ultimate work of 2005 [Waelbroeck, 2005, 66–67]:

> J. Sebastião e Silva [Silva, 1955] has considered topological vector spaces E which are unions of increasing sequences of Banach spaces E_n such that for all n the injection $E_n \subset E_{n+1}$ is a compact mapping of Banach spaces. On the union, he has placed the direct limit topology. We redefine his spaces:
> DEFINITION 1.3.9. *A Silva space is a Schwartz b-space whose boundedness has a countable basis.*
>
> Although Silva does not consider bornological vector spaces but topological vector spaces, the two definitions are morally equivalent.

In the bibliography of [Waelbroeck, 2005], there is also an unquoted reference to [Silva, 1962].

Summarizing, after the CBRM conference in Louvain, Silva very often acknowledged, commented, and quoted very explicitly the influence of Waelbroeck's work on his own research. On the other hand, and somewhat surprisingly, Waelbroeck, before the single quotation in [Waelbroeck, 1982, 547] mentioned above, never explicitely mention the use made of his work by Silva. Indeed, Waelbroeck in general favorized quoting and emphasizing his own work in the bibliographies of his papers and books, following the general line clearly expressed in the introduction of his monograph [Waelbroeck, 1971], and which we leave to the reflexion of historians of mathematics:

> Most chapters are concluded by a section "Notes and Remarks", in which the author speaks about the history, the development of the subject. These notes are not 100 percent reliable. But the author belongs to the old-fashioned school, he believes that the history of a subject is part of the context in which the subject should be placed. An unreliable historical survey is better than none. The amount of work that goes into the writing of reliable historical survey is incompatible with the "Lecture Note" idea.

3 Functional analysis at the *Université de Liège* and Silva spaces

3.1 René Matagne

René Matagne was born in 1941 and deceased in 2014. In 1963, he graduated in mathematics at the *Université de Liège (ULg)*, where he became in 1963 an assistant in the department of mathematics. Between 1971 and his early retirement in 2001, he was first assistant in the department of applied mathematics of ULg. He devoted much time to his teaching and his mathematical production was limited to seven papers, all published, with one exception, in the *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*.

Three research papers of Matagne were related to Schwartz and Silva spaces. In [Matagne, 1964a], Matagne developed the theory of Schwartz spaces in the setting of Henri-Georges Garnir's approach of locally convex spaces based upon semi-norms and using only the countable axiom of choice (see [Garnir-De Wilde-Schmets, 1968–1973, 1, v]). Recall that a *Schwartz space* is a separated locally convex topological vector space E such that, for every circled neighborhood U of 0, there exists a circled neighborhood V of 0 precompact for the topology defined by the semi-norm associated to U. This is equivalent to say that, given any neighborhood U of 0, there exists a neighborhood B of 0 such that, for each $\lambda > 0$, V can be covered by a finite number of translations of λU. On the other hand, if $(E_k)_{k\in\mathbb{N}}$ is a sequence of normed spaces and $(T_{k+1,k})_{k\in\mathbb{N}}$ a sequence of bounded linear operators between E_{k+1} and E_k, the *projective limit* $\{E_k, T_{k+1,k}\}$ of the spaces E_k for the operators $T_{k+1,k}$ is the closed vector subspace of $\prod_{k=1}^{\infty} E_k$ defined by

$$E = \{(x_1, x_2, \ldots) \in \prod_{k=1}^{\infty} E_k : x_k = T_{k+1,k}(x_{k+1}) \ (k \in \mathbb{N})\}.$$

A projective limit $\{E_k, T_{k+1,k}\}$ is called a *Silva's dual* if each $T_{k+1,k}$ is compact ($k \in \mathbb{N}$). Matagne showed that a dual Silva's space is a Schwartz space [Matagne, 1964a].

A *Silva space*, a concept introduced by Silva in [Silva, 1955a], is a topological vector space E which is the inductive limit of an increasing sequence of Banach spaces E_n such that, for each n, the injection $E_n \subset E_{n+1}$ is compact. In [Matagne, 1964b], Matagne, according to the main philosophy of Garnir's school, proved the main properties of Silva spaces and of their strong dual by techniques without proving that a space has some property by showing that its dual has the dual property, when this approach required the use of the full Zorn's axiom of choice. The paper [Matagne, 1966] completed, simplified or modified the results of the two previous ones.

3.2 Marc De Wilde

Born in 1940, Marc De Wilde graduated in mathematics at the *Université de Liège* in 1962, and was assistant of Garnir between 1962 and 1969. In 1965, he defended his PhD in Mathematics at ULg [De Wilde, 1965], and his habilitation in the same institution in 1970 [De Wilde, 1969]. First assistant at ULg from 1969 till 1973, he became full professor there in 1973, in the chair of differential geometry, a position held untill his early retirement in 2000. An internationally recognized mathematician, he is the author of some 75 papers in functional analysis and differential geometry, and of several books on functional analysis.

In the course of his researches in functional analysis, De Wilde introduced in 1966 [De Wilde, 1966] a generalization of Silva spaces, by considering the inductive limit of a sequence of locally convex topological vector spaces (E_i) such that the injection $E_i \subset E_{i+1}$ is weakly compact. He proved that

(a) A is weakly compact in $E \Leftrightarrow A \subset E_i$ for some i and is weakly compact there.

(b) A sequence weakly converges in $E \Leftrightarrow$ it belongs to some E_i and weakly converges there.

(c) E is reflexive.

(d) $F \subset E$, $F \cap E_i$ weakly closed in E_i forall $i \Rightarrow F$ is closed in E.

(e) any linear functional on a linear closed subspace L of E, bounded in $L \cap E_i$ for all i is bounded in L for the semi-norms induced by E. In particular, Hahn-Banach theorem applies to such a functional.

Analogous results had been obtained by B. M. Makarov [Makarov, 1958].

In an Appendix to his 1969 habilitation dissertation [De Wilde, 1969], De Wilde developed a theory of countable inductive limits general enough to encompass

1. the strict inductive limits of Dieudonné-Schwartz [Dieudonné-Schwartz, 1949]

2. the inductive limits of Silva [Silva, 1955]

3. their generalizations by Raikov [Raikov, 1957] and Makarov [Makarov, 1958].

4 Dominique Meeùs and Silva's concept of differential

Born in 1943, Dominique Meeùs graduated in mathematics in 1965 at the *Université Catholique de Louvain (UCL)*, and was an assistant at the Department of Mathematics of this institution between 1965 and 1970, the year where he defended his PhD in mathematics with an (unpublished) dissertation on the *Calcul différentiel dans les espaces localement convexes.* After teaching calculus in the first year of mathematics, physics and engineering, he left the university in 1971, for ideological reasons, to become worker in a factory, where he had also an intensive trade union activity until his retirement. This explains why his mathematical production justs consists, besides his thesis, in four short papers.

Silva's concept of derivative for functions defined in a locally convex space, introduced and developed in [Silva, 1956; Silva, 1957; Silva, 1961b] was fundamental for Meeús' work. Let X, Y be locally convex topological vector spaces, and $\mathcal{B}$ an arbitrary collection of bounded subsets of X such that

1. $B \in \mathcal{B} \Rightarrow$ the circled convex envelope $\widehat{B}$ of $B \in \mathcal{B}$
2. $x \in X \Rightarrow \{x\} \in \mathcal{B}$

For any $B \in \mathcal{B}$, denote by X_B the vector subspace of X generated by B with the norm $\|x\|_B = \inf\{\delta; \delta > 0,\ x \in \delta\widehat{B}\}$. The function $f : D \subset X \to Y$, with D open, is called $(\mathcal{B})$*-differentiable at* $a \in D$ if there exists $\Phi : X \to Y$ linear such that for each $B \in \mathcal{B}$, there exists $C \subset Y$ such that $\Phi(B) \subset C$ and

$$\lim_{\|h\|_B \to 0} \frac{\|f(a+h) - f(a) - \Phi h\|_C}{\|h\|_B} = 0.$$

Φ is unique and called the $(\mathcal{B})$-derivative of f at a, and one writes $\Phi := f'(a)$.

In his thesis [Meeús, 1970a] and short note [Meeús, 1970b], Meeús showed how Silva's definition of derivative for functions between locally convex spaces could be seen as a specialization of Frölicher-Bucher's definition given in their monograph *Calculus in vector spaces without norms* [Frölicher-Bucher, 1966], applied to associated spaces with convex bounded sets. He also extended Silva's definition to non open domains. Meeús acknowledged the influence of Silva's work in the Introduction of [Meeús, 1970a, 2]:

> José Sebastião e Silva, in his "Calcul", grounds the definition of derivative of a function between locally convex spaces on the bounded sets of those spaces. This corresponds indeed, as he observed later in "Espaces à bornés et fonction différentiable", to use the structure of convex bounded sets associated to those spaces. If E and F are locally convex spaces, one can define a space with convex bounded sets $L(E, F)$ adapted to our problem of composition [...]. We will see how the spaces with convex bounded sets can be, like the locally convex spaces, considered as special cases of

> pseudo-topological spaces in the line of the "Calculus" of Frölicher and Bucher. Furthermore, Silva's definition for the derivative of a function between locally convex spaces then appears like the specialization of Frölicher and Bucher's definition, not to locally convex spaces themselves, but to their associated spaces with convex bounded sets.

Meeús also gave a reciprocal to Taylor's theorem in the setting of Silva's derivative.

In [Meeús, 1971], after noticing that the classical local implicit function theorem does not extend to locally convex spaces, even metrizable and complete, has considered nonlocal versions, and has used Silva's differentiability in one result on the differentiability of the corresponding explicit function.

In the tradition of the notes in the *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, the papers [Meeús, 1970b] and [Meeús, 1971] do not provide any proof. They can be found only in the unpublished thesis [Meeús, 1970a].

5 Conclusions

The material of the present paper, which is essentially based on published articles or proceedings of conferences, must be seen only as a partial introduction to the relations of José Sebastão da Silva with Belgian mathematicians and their work. It is far from giving a complete description, and leaves many questions open for the historian of mathematics.

For example, it would be interesting to find informations about the following questions:

1. Were there other visits of Silva in Belgium, and in which circumstances?
2. Did some of the mentioned Belgian mathematicians visit Silva in Lisbon?
3. Where there further meetings of Silva with Waelbreock?
4. Does it exist letters between Silva and Waelbroeck?
5. Does it exist letters between Silva and Meeús, Matagne or De Wilde?

Answers to those questions would give a better and more complete picture of the relations of Silva with Belgian mathematicians.

References

Cartan H., 1957, Théorie spectrale des C-algèbres commutatives (d'après L. Waelbroeck [3]), Séminaire Bourbaki 3 (1954–1956), Exposé No. 125, 13 p., Février 1956.

De Wilde, M., 1965, Espaces de fonctions à valeurs dans un espace linéaire à semi-normes, Mém. Soc. Roy. Sci. Liège Coll. in-8.º (5) 13, No. 2.

De Wilde, M., 1966, Sur un type particulier de limite inductive. Bull. Soc. Roy. Sci. Liège 35, 545–551.

De Wilde, M., 1969, Réseaux dans les espaces linéaires à semi-normes. Mém. Soc. Roy. Sci. Liège Coll. in-8.º (5) 18, No. 2.

Dieudonné, J. and Schwartz, L., 1949. La dualité dans les espaces $(\mathcal{F})$ et $(\mathcal{L}F)$, Ann. Inst. Fourier Grenoble 1, 61–101.

Frölicher, A. and Bucher, W., 1966, Calculus in vector spaces without norms. Lecture Notes in Math. No. 30, Springer, Berlin.

Garnir, H.G., De Wilde, M., Schmets, J., 1968–1973, Analyse fonctionnelle, 3 vol. Birkhäuser, Basel, 1968, 1972, 1973.

Köthe, G., 1961, Une caractérisation des espaces bornologiques. In: Colloque sur l'analyse fonctionnelle (Louvain, 25–28 mai 1960), CBRM, Librairie Universitaire, Louvain; Gauthier-Villars, Paris. 39–45.

Makarov, B.M., 1958, Inductive limits of normed spaces. (Russian). Dokl. Akad. Nauk SSSR 119, 1092–1094.

Matagne, R., 1964a, Les espaces de Schwartz. Bull. Soc. R. Sci. Liège 33, 650–665.

Matagne, R., 1964b, Les espaces de Silva. Bull. Soc. R. Sci. Liège 33, 754–768.

Matagne, R., 1966, Les espaces de Schwartz et de Silva. Bull. Soc. R. Sci. Liège 35, 195–201.

Meeús, D., 1970a, Le calcul différentiel et intégral dans les espaces localement convexes, unpublished PhD thesis, Université Catholique de Louvain, Louvain, 125 pp.

Meeús, D., 1970b, Sur la dérivée d'une fonction entre parties d'espaces localement convexes. Comptes Rendus Acad. Sci. Paris A-B 271, A1250–A1253.

Meeús, D., 1971, Fonctions implicites, non locales, dans les espaces localement convexes. Comptes Rendus Acad. Sci. Paris A-B 272, A724–A726.

Raikov, D.A., 1957, Inductive and projective limits with completely continuous mappings. (Russian). Dokl. Akad. Nauk SSSR (N.S.) 113, 984–986.

Sebastião e Silva, J., 1955a, Su certe classi di spazi localmente convessi importanti per le applicazioni. Rend. Mat. e Appl. (5) 14, 388–410. Also in [Silva, Obras II, 183–205].

Sebastião e Silva, J., 1955b, Le calcul opérationnel au point de vue des distributions. Portugal. Math. 14, 105–132. Also in [Silva, Obras II, 315–342].

Sebastião e Silva, J., 1956a, Le calcul différentiel et intégral dans les espaces localement convexes. I, II. Atti Accad. Naz. Lincei. Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Nat. (8) 20, 743–750; 21, 40–46. Also in [Silva, Obras II, 351–365].

Sebastião e Silva, J., 1957, Conceitos de função diferenciável em espaços localmente convexos. Publicações do Centro de Estudos Matemáticos de Lisboa, Instituto de Alta Cultura, Lisbon, 65 pp. (multigraphed). Also in [Silva, Obras II, 369–433].

Sebastião e Silva, J., 1959, Sur le calcul symbolique des opérateurs différentiels à coefficients variables. I, II. Atti Accad. Naz. Lincei. Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Nat. (8) 27, 42–47, 118–122. Also in [Silva, Obras III, 49–59].

Sebastião e Silva, J., 1960, Le calcul opérationnel pour des opérateurs à spectre non borné. Atti Accad. Naz. Lincei. Mem. Cl. Sci. Fis. Mat. Nat. Sez. I (8) 6 (1960), 3–13. Also in [Silva, Obras III, 154–164].

Sebastião e Silva, J., 1961a, La définition de spectre d'un opérateur et les opérateurs à spectre élémentaire non borné, Colloque sur l'analyse fonctionnelle (Louvain, 25–28 mai 1960), CBRM, Librairie Universitaire, Louvain; Gauthier-Villars, Paris, 47–50. Also in [Silva, Obras III, 171–174].

Sebastião e Silva, J., 1961b, Les espaces à bornés et la notion de fonction différentiable, Colloque sur l'analyse fonctionnelle (Louvain, 25–28 mai 1960), CBRM, Librairie Universitaire, Louvain; Gauthier-Villars, Paris, 57–61. Also in [Silva, Obras III, 165–169].

Sebastião e Silva, J., 1961c, Sobre o cálculo simbólico relativo a uma álgebra localmente convexa, Bol. Acad. Cien. Lisboa 33. Also in [Silva, Obras III, 175–181].

Sebastião e Silva, J., 1961d, Sur le calcul symbolique des opérateurs à spectre non borné ou vide, Atti della 2ª Riunione del Groupement de Mathématiciens d'expression latine, Firenze-Bologna (26–30 settembre – 1–3 ottobre 1961), 111–115. Also in [Silva, Obras III, 205–209].

Sebastião e Silva, J., 1961e, Sur le calcul symbolique à une ou plusieurs variables, pour une algèbre localement convexe, Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Nat. 30, 167–172. Also in [Silva, Obras III, 199–204].

Sebastião e Silva, J., 1962, Sur le calcul symbolique d'opérateurs permutables à spectre vide ou non borné, Ann. Mat. Pura Appl. (4) 58, 219–275. Also in [Silva, Obras III, 221–277].

Sebastião e Silva, J., 1963, Les espaces à bornés et les réunions d'espaces normés, Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) 34, 134–137. Also in [Silva, Obras III, 289–292].

Sebastião e Silva, J., 1985, Obras de José Sebastião e Silva, 3 vol., Instituto Nacional de Investigação Cientifica, Lisbon.

Waelbroeck, L., 1954, Le calcul symbolique dans les algèbres commutatives. J. Math. Pures Appl. (9) 33, 147–186.

Waelbroeck, L., 1960, Étude spectrale des algèbres complètes. Acad. Roy. Belg. Cl. Sci. Mém. Coll. in-8 (2) 31, No. 7.

Waelbroeck, L., 1961a, Étude spectrale de certaines algèbres complètes. In: Colloque sur l'analyse fonctionnelle (Louvain, 25–28 mai 1960), CBRM, Librairie Universitaire, Louvain; Gauthier-Villars, Paris, 29–38.

Waelbroeck, L., 1961b, Les espaces à bornés complets. In: Colloque sur l'analyse fonctionnelle (Louvain, 25–28 mai 1960), CBRM, Librairie Universitaire, Louvain; Gauthier-Villars, Paris, 51–55.

Waelbroeck, L., 1967, Some theorems about bounded structures. J. Functional Analysis 1 (1967), 392–408.

Waelbroeck, L., 1971, Topological Vector Spaces and Algebras. Lecture Notes in Mathematics No. 230. Springer-Verlag, Berlin-New York.

Waelbroeck, L., 1982, The holomorphic functional calculus as an operational calculus. In: Spectral theory (Warsaw, 1977). Banach Center Publ., 8, PWN, Warsaw, 513–552.

Waelbroeck, L., 2005, Bornological quotients. With the collaboration of Guy Noël. Acad. Roy. Belgique. Mém. Cl. Sci. Coll. in-4.º (3) 7.

ACERCA DA TESE INÉDITA DE JOSÉ SEBASTIÃO E SILVA

António M. Fernandes
IST
amfern@math.tecnico.ulisboa.pt

Resumo: Durante a sua permanência em Roma (1942–1946), JOSÉ SEBASTIÃO E SILVA escreveu aquilo que, pouco antes de regressar a Portugal, ainda considerava ser a sua *tese*. O conteúdo dessa *tese*, intitulada *Para uma teoria geral dos homomorfismos* (1944) e que nunca chegou a ser defendida publicamente, corresponde à concretização de uma atitude típica em SEBASTIÃO E SILVA: a procura da máxima generalidade. Neste caso concreto trata-se de generalizar a estruturas arbitrárias a teoria de GALOIS.

O propósito deste artigo é o de isolar alguns aspectos envolvendo este trabalho de SEBASTIÃO E SILVA, esperando que possam despertar interesse historiográfico.

JOSÉ SEBASTIÃO E SILVA (JSS) permaneceu em Roma entre 1943 e 1946 na qualidade de bolseiro do *Instituto para a Alta Cultura* (IpAC). Durante esse período, em que se dedicou essencialmente a trabalhar no âmbito da análise funcional terminou, até ao final de 1944, o manuscrito daquela que chegou a pensar seria a sua tese de doutoramento. Essa *tese* permaneceria inédita até à sua publicação, nas *Obras* de JSS, sob o título *Para uma teoria geral dos homomorfismos*.[1] Numa carta endereçada a HUGO RIBEIRO, datada de Julho de 1945, JSS dá conta do propósito da *tese inédita*.

> Você já deve saber que enviei dois exemplares da tese para o Instituto. Trata-se ali de estender ao domínio mais amplo possível as ideias de Felix Klein contidas no Programa de Erlanger, efectuando ao mesmo tempo uma natural generalização da Teoria de Galois, com os métodos da Lógica Matemática. A Teoria de Galois trata dos automorfismos das extensões algébricas dos corpos; a classificação de Klein refere-se aos automorfismos dos espaços geométricos, em relação com a Teoria dos grupos de Lie. Pois bem: na minha tese trata-se dos automorfismos de um sistema matemático qualquer.
>
> — Carta de JSS a HUGO RIBEIRO, Roma, Julho de 1945[2]

[1]JSS referiu em diversas ocasiões a quase impossibilidade de trabalhar durante o primeiro ano da sua estadia em Roma, pelo que muito provavelmente, os resultados fundamentais desta *tese* já estariam estabelecidos antes da viagem para Itália.

[2]O acesso a esta carta foi-me facultado pela Dra. Anabela Teixeira, a quem agradeço.

Por esta ocasião já JSS havia enviado para o IpAC dois exemplares da *tese inédita*. Nunca chegou a obter nenhuma apreciação do seu trabalho, provavelmente ninguém o leu.[3]

Nesta mesma carta, JSS revela que deu, a pedido de FANTAPPIÉ e de PICONE, duas conferências acerca dos resultados da *tese* (Abril de 1945).

> Depois das conferências, o Severi pediu-me que escrevesse em italiano um resumo da minha tese, sem demonstrações, para o comunicar à Academia Pontificia. Enquanto o redigia, surgiram-me novas ideias que comecei a desenvolver, de modo que a tese se encontra agora completamente superada: só agora se pode dizer que as minhas ideias sobre o assunto atingiram a fase de maturação. Aperfeiçoei os conceitos de definição lógica; simplifiquei as demonstrações; melhorei alguns resultados; corrigi algumas inexatidões que deixei passar, na pressa com que redigi a tese, e, sobretudo, resolvi o problema de que é o caso particular o problema de Wiener: Dado um grupo H de transformações biunívocas dum conjunto U em si mesmo, introduzir em U uma organização, de modo que H seja o grupo dos automorfismos do sistema assim obtido.
>
> — Carta de JSS a HUGO RIBEIRO, Roma, Julho de 1945

As alterações anunciadas são suficientemente importantes para que SEBASTIÃO E SILVA tencione substituir uma parte da *tese* que, entretanto, já havia enviado para Portugal,

> Além disso, vou ver se, aproveitando a partida do Secretário da Legação, consigo substituir uma parte da tese.
>
> — Carta de JSS a HUGO RIBEIRO, Roma, Julho de 1945

A *tese* que integra as suas *Obras* é certamente aquela que corresponde à primeira versão já que se encontra datada de 1944. Não se sabe se as correcções e adendas que planeou fazer terão chegado a Lisboa. O que se sabe é que esta tese nunca chegou a ser defendida. Que apesar de o assunto possuir potencialidade para atrair o interesse generalizado da comunidade matemática, isso nunca aconteceu e que, finalmente, o próprio JSS parece ter abandonado definitivamente este assunto tão logo regressou a Lisboa.

[3] Embora existisse algum contacto com a Lógica no contexto da Filosofia, não existia, no mais ténue dos sentidos, qualquer abordagem à Lógica no contexto matemático. Consequentemente, é praticamente impossível que alguém se encontrasse em posição de se interessar e, sobretudo, de compreender os resultados contidos na *tese inédita*.

Porque não teve a tese inédita verdadeiro impacto?

Os resultados estabelecidos na *tese inédita*, justificariam um impacto científico que, na realidade, ela não teve. Estava em causa a generalização da teoria de GALOIS a estruturas arbitrárias, mesmo que de cariz não algébrico. Além disso, anunciava-se a resolução parcial de um problema que suscitou grande interesse no início do século XX: o problema de determinar uma estrutura a partir da sua geometria, mais precisamente, fixado um tipo de estruturas e dado um grupo G, determinar uma estrutura daquele tipo cujo grupo de automorfismos fosse isomorfo a G. Que razões podem então explicar a ausência de impacto que este trabalho veio a ter no seio da comunidade matemática?

Uma análise historiográfica competente (certamente além das possibilidades do autor deste artigo) acabará por isolar os motivos que justificam este cenário. Apesar disso, gostaria de expôr duas hipóteses que isolada ou conjuntamente, poderão justificar esta circunstância.

A divulgação da tese inédita

Uma razão que eventualmente justifica a ausência de impacto científico da *tese inédita* pode ser encontrada na sua deficiente divulgação. O resumo da *tese*, que acabou por ser submetido à Academia Pontificia, foi alvo de uma recensão da autoria de ALBERT A. BENNETT, publicada no *The Journal of Symbolic Logic*, em Junho de 1949.

Trata-se de um pequeno texto que não excede as 30 linhas. Constitui uma descrição muito resumida (daquilo que já em si era um resumo), que não consegue dar sequer uma pálida ideia dos resultados contidos na *tese*. Apenas são referidos os propósitos do autor e o assunto da *tese*, de uma forma geral. Além disso, apenas se coloca alguma ênfase no tipo de formalismo utilizado — uma teoria de *tipos transfinitos*.

> Uma teoria geral de tipos é introduzida concretamente através da referência ao conceito Cls U que se refere à totalidade dos subconjuntos de um dado universo, U. Apesar de se referirem tipos de ordem transfinita, a ênfase é colocada em tipos de ordem não superior a 2.
>
> — ALBERT A. BENNETT, *The Journal of Symbolic Logic*, Vol. 14, N.º 2, p. 127

É preciso avançar até 1984, para encontrar algo de verdadeiramente substancial no que respeita à divulgação destes resultados. Trata-se do texto de A. J. FRANCO DE OLIVEIRA, publicado na *History and Philosophy of Logic*.[4]

Até esta data, os matemáticos capazes de ler italiano poderiam, eventualmente, ter acesso ao resumo publicado na Academia Pontificia, os outros apenas à recensão de BENNETT que, como já se disse, não podia fornecer senão uma pálida imagem do trabalho de JSS.

Como se depreende a divulgação da tese não foi de molde a tornar o trabalho conhecido. Ainda assim, considerando simplesmente a recensão de BENNETT, o simples facto de estar em causa a plena generalização da teoria de GALOIS, justificaria por si só algum interesse, algo que verdadeiramente parece não ter existido.

Mesmo depois do artigo de FRANCO DE OLIVEIRA ter sido publicado (este sim um verdadeiro esforço de divulgação) só o lógico brasileiro NEWTON DA COSTA revelou algum interesse pelo conteúdo da tese, chegando a publicar um artigo sobre o tema.[5] Mas este episódio isolado não integra nenhum processo tendente a inverter a atitude de indiferença que a comunidade matemática dirigiu ao conteúdo da *tese inédita*. Importa pois complementar esta eventual explicação e procurar razões para além da divulgação que tendo peso, numa primeira fase, deixaria de o ter a partir de certa altura.

De facto, uma segunda razão, esta de carácter mais intrínseco à própria Matemática, pode ter contribuído para a marginalização da tese inédita: o formalismo adoptado por SEBASTIÃO E SILVA.

O formalismo adoptado na tese inédita

Os resultados da tese inédita assentam sobre uma noção básica, a noção de *definibilidade*. Esta noção só pode ser caracterizada convenientemente face a uma linguagem formal. SEBASTIÃO E SILVA adopta uma linguagem de tipos, inspirada (de acordo com o próprio) na teoria de tipos de RUSSELL, que com ela possui necessariamente pontos de contacto mas, ao mesmo tempo, diver-

[4]Num artigo publicado em 1970 na revista *Annals of Mathematical Logic*, GONZALO E. REYS, obtém resultados semelhantes aos de JSS, num contexto muito particular e numa linguagem muito mais fraca que aquela utilizada por Sebastião e Silva — a linguagem de primeira ordem associada à lógica $L_{\omega_1,\omega}$. Ele menciona o resumo da *tese inédita*, descrevendo o trabalho de JSS como sendo um programa semelhante ao seu. Existem contudo diferenças significativas: enquanto JSS buscava a máxima generalidade, tendo por isso recorrido a uma linguagem do máximo poder expressivo, REYES procedia tentando generalizar os resultados de BETH para as linguagens de primeira ordem que, do ponto de vista da expressividade se situam precisamente no extremo oposto.

[5]N. C. A. DA COSTA e A. A. M. RODRIGUES. *Definability and Invariance*, Studia Logica, **86**, pp. 1–30, 2007

gências essenciais. Uma dessas diferenças reside no facto de o formalismo de SEBASTIÃO E SILVA ser altamente infinitário.[6] Outra consiste no facto de JSS utilizar uma teoria de tipos simples (não ramificada) ao contrário do que sucede com o formalismo *russelliano*.

Em Junho de 1902, BERTRAND RUSSELL comunicou a GOTLOB FREGE a inconsistência do sistema formal descrito no seu *Grundgesetze*, consubstanciada na famosa antinomia conhecida como *Paradoxo de* RUSSELL. O efeito da notícia devastou FREGE tanto mais que o segundo volume do *Grundgesetze* já se encontrava numa fase de impressão. Apesar disso, FREGE ainda teve a oportunidade de acrescentar um apêndice contendo algumas contramedidas, numa última tentativa de salvar a integridade lógica do seu sistema.[7]

A comunicação de RUSSELL determinou o fim do programa logicista, na forma concebida por Frege.[8]

Isso não significava, porém que RUSSELL divergisse de FREGE quanto à possibilidade de fundar a Matemática na Lógica, pelo que ele próprio retoma o programa, concebendo um novo formalismo, sem os defeitos do de FREGE. Através da análise da natureza dos paradoxos, num percurso não linear, Russell acabou por se fixar numa teoria de tipos ramificados, um aparato formal que tinha em consideração o denominado *princípio do círculo vicioso*.[9] De acordo com Russell «Aquilo que envolve a totalidade de uma colecção não deve fazer parte dessa colecção».

A resposta de RUSSELL foi, como já se referiu, a teoria de tipos ramificados. Uma teoria onde as relações envolvendo indivíduos de um universo U são classificadas não apenas pelo seu tipo mas, em cada tipo, é-lhes atribuída uma dada *ordem*. O papel desta noção de ordem é precisamente a de restringir a quantificação universal nos termos do princípio do círculo vicioso. Apenas se pode quantificar sobre a totalidade dos objectos de uma dada ordem, de cada

[6]Em todos os aspectos: predicados envolvendo sequências infinitas de objectos; quantificações de sequências infinitas de variáveis; conjunções e disjunções de sequências infinitas de fórmulas. Necessariamente, tudo isto envolve fórmulas de comprimento transfinito.

[7]Viria a revelar-se uma tentativa vã, uma vez que sob a suposição de existirem pelo menos dois objectos, o novo sistema é contraditório. (QUINE, 1955)

[8]O logicismo de FREGE tem origem na sua discordância relativamente à posição de KANT de acordo com a qual a Matemática não seria analítica a priori. FREGE considerava que a classificação de KANT era formulada em termos demasiado vagos e, por isso, desenvolveu os aspectos ligados às linguagens formais e em particular os aspectos relacionados com a noção de quantificador (produzindo a interpretação que, ainda hoje, á a utilizada). Na sequência destas especificações, ele redefine *analítico a priori* como significando *derivável da lógica*, iniciando a partir deste ponto o seu programa logicista.

[9]No artigo *Mathematical Logic as based on the theory of Types* (RUSSELL, 1908), o princípio é isolado depois de uma sistemática análise de uma variedade de paradoxos.

tipo. Esta injecção de *predicatividade* asseguraria, segundo RUSSELL a consistência do sistema. A questão é que esta noção de ordem e, em última análise, a teoria de tipos ramificados na sua versão original, não permitia desenvolver a Matemática.[10] Para contornar esta dificuldade RUSSELL introduziu um axioma que se revelaria extremamente polémico — o *axioma da reducibilidade*. O axioma estabelece simplesmente que dada uma relação de um certo tipo σ e de ordem n, digamos $R^{\sigma,n}$ existe uma relação $S^{\sigma,1}$ do mesmo tipo mas de ordem 1, satisfeita, exactamente, pelos mesmos objectos que satisfazem $R^{\sigma,n}$.[11]

SEBASTIÃO E SILVA adopta uma versão deste *formalismo russelliano*. Contudo adopta desde logo, e sem qualquer tipo de explicação, uma teoria de tipos simples, sem ramificação. Isto apesar de, para RUSSELL, a ramificação constituir um aspecto fundamental do seu formalismo. Estranhamente, JSS que não hesita noutras ocasiões a fornecer explicações e interpretações, sobre esta questão, não explica a sua opção por uma versão não ramificada.

Se por um lado implementou uma versão simplificada do formalismo de RUSSELL, por outro, tornou o sistema mais complexo com a introdução de um carácter infinitário absoluto.

A lógica infinitária tal como a entendemos hoje, enquanto extensão da lógica de primeira ordem é algo que só se desenvolve a partir de 1955. Isto não significa que considerações infinitárias de vários tipos não tivessem ocorrido previamente. Recuando ao *Mathematical Analysis of Logic* (GEORGE BOOLE, 1847), aí recorre-se a uma série infinita para estabelecer a identidade $f(x) = f(1)x + f(0)(1-x)$ (para qualquer função booleana f).[12] BOOLE, que estabelece esta conclusão por outra via, acaba por considerar este argumento mais fraco, dada a impossibilidade de justificar a validade da série.[13] Este exemplo não revela ainda um carácter infinitário intrínseco e estrutural, antes surge como um mecanismo heurístico. Essa natureza é mais clara quando analisamos a linha de SCHRÖDER e PEIRCE. Um e outro entendiam os quantificadores como formas

[10]Em particular, não permite estabelecer a existência do conjunto dos números naturais. (MYHILL, 1974)

[11]O *carácter lógico* do axioma da reducibilidade foi sempre altamente contestado e juntamente com o axioma do infinito acabaram por constituir os principais motivos da falência do programa logicista de RUSSELL e WHITEHEAD.

[12]O argumento é depois repetido no *An Investigation of the Laws of Thought* (GEORGE BOOLE, 1854).

[13]A ideia é simples e consiste em assumir que mesmo neste contexto (o das álgebras de BOOLE) uma função f possui o desenvolvimento $f(x) = f(0) + f'(0)x + (f''(0)/2!)x^2 + (f'''(0)/3!)x^3 + \cdots$. Como numa álgebra deste tipo se tem $x^n = x$, daí resulta: $f(x) = f(0) + x(f'(0) + f''(0)/2! + f'''(0)/3! + \cdots)$. Considerando $x = 1$ na primeira equação, resulta $f(1) - f(0) = f'(0) + f''(0)/2! + f'''(0)/3! + \cdots$. Substituindo na segunda equação, obtemos $f(x) = f(0) + (f(1) - f(0))x$, ou seja, o resultado pretendido.

generalizadas de conjunção e disjunção: fixado um domínio $X = \{ x_i \mid i \in I \}$ o quantificador $(\forall x)\zeta(x)$, por exemplo, é interpretado como:

$$\zeta(x_1) \wedge \zeta(x_2) \wedge \cdots \wedge \zeta(x_i) \wedge \cdots .$$

Analogamente para o quantificador existencial, onde $(\exists x)\zeta(x)$, é interpretado como uma disjunção infinita:

$$\zeta(x_1) \vee \zeta(x_2) \vee \cdots \vee \zeta(x_i) \vee \cdots .$$

Este tipo de interpretação mantém-se pelo menos durante as duas primeiras décadas do século 20. LEWIS (1918), apresenta os quantificadores (seguindo a concepção de PEIRCE) da seguinte forma:

> A expressão $\sum_x \phi x$ representa $\phi x_1 + \phi x_2 + \phi x_3 + \cdots$, com tantos termos quantos os distintos valores de x em ϕ. A expressão $\prod_x \phi x$ representa $\phi x_1 \cdot \phi x_2 \cdot \phi x_3 \cdots$, com tantos termos quantos os distintos valores de x em ϕ. O facto de poderem existir infinitos valores de x em ϕx não afecta a adequação teórica das nossas definições.
>
> — C. I. LEWIS. *A Survey of Symbolic Logic*, 1918

Uma tal postura não era imune a dificuldades, em particular, não era claro o sentido a dar a uma fórmula de comprimento infinito que poderia até envolver uma quantidade não numerável de objectos. LEWIS tenta livrar-se dessas dificuldades, apelando a uma forma de *compacidade*, considerando que qualquer lei algébrica, válida independentemente do número finito de elementos que se considere, permanece válida independentemente do número de elementos envolvidos, mesmo que infinito.

RAMSEY (em 1925), na sequência das suas críticas ao axioma da reducibilidade de RUSSELL, propõe uma teoria dos tipos simples onde é possível considerar funções proposicionais envolvendo um número infinito de argumentos. Neste ponto RAMSEY seguia a opinião de WITTGENSTEIN que considerava legítimas tais funções. A necessidade de uma lógica intrinsecamente infinitária é defendida mais tarde, em 1937, por ZERMELO. Reagindo ao famoso paradoxo de SKOLEM, ele defende que uma lógica finitária é inapropriada para descrever a Matemática já que esta, segundo ele, possui um carácter intrinsecamente infinitário.[14]

[14] O paradoxo de SKOLEM não é um verdadeiro paradoxo mas reflecte uma consequência de certo modo contra-intuitiva que resulta da consideração de linguagem de primeira ordem, em cuja metateoria vale o teorema de Löwenheim-Skolem-Tarski descendente: *se uma teoria T tem um modelo infinito tem modelos de todas as cardinalidades infinitas.* Como consequência a teo-

Apesar da opinião de ZERMELO e da sempre influente opinião de HILBERT, que via na lógica de segunda-ordem o formalismo adequado para proceder à formalização da Matemática, a verdade é que um sistema mais simples — a lógica de primeira-ordem — começava a emergir como um sistema autónomo, ganhando gradualmente protagonismo. De facto, muito pela acção influente de SKOLEM e GÖDEL, tal sistema formal acabaria por se identificar essencialmente com *a Lógica*.

O abandono de sistemas de ordem superior não é um movimento sem consequências. Por um lado perdem-se propriedades como a *categoricidade*.[15] Além disso, são introduzidos, um certo relativismo testemunhado pelo próprio paradoxo de SKOLEM e o fenómeno da incompletude, isolado por GÖDEL. Contudo, este é o único formalismo que possui uma metateoria satisfatória e, consequência disso, uma teoria de modelos substancial. Ora, precisamente, a teoria de modelos constitui o contexto natural para os resultados de JSS. Contudo, ele acabou por adoptar um formalismo onde essa teoria é débil (para não dizer inexistente).

Este é precisamente um aspecto associado à *tese inédita* que merece alguma atenção. É interessante tentar esclarecer as motivações de JSS, primeiro ao escolher um formalismo de tipos, e segundo ao optar por incorporar um carácter infinitário absoluto. Ao descrever a opção por um formalismo de tipos JSS refere-se a essa opção com algum detalhe, referindo a inspiração *russelliana*. A sua escolha é uma teoria de tipos simples, não ramificada. Não deixa de ser curioso que, fora das suas discussões esteja um aspecto central desse formalismo: o *axioma da reducibilidade*. Também não se ocupa com as críticas que entretanto se foram produzindo relativamente a esse axioma, que poderiam de alguma forma justificar a sua opção.

Quanto ao carácter infinitário, que se manifesta duplamente, quer através da consideração de tipos transfinitos, quer da consideração de quantificadores e conectivos infinitários, este parece resultar do desejo de trabalhar na máxima generalidade. JSS não parece consciente das dificuldades que, quer uma linguagem de tipos quer o carácter infinitário do formalismo podem introduzir. Sem estas dificuldades pela frente, a generalização em si mesma não oferece

ria de conjuntos tem um modelo contável M. Os reais desta estrututa, que denotamos por $\mathbb{R}^M$, sendo uma parte da estrutura constituem uma família igualmente contável. Ora isto contraria CANTOR pois este já havia demonstrado que o conjunto dos reais não é contável. A contradição é apenas aparente na medida em que em M não existe nenhuma bijecção entre $\mathbb{R}^M$ e os naturais, logo do ponto de vista de M os reais não são uma família contável.

[15]É possível produzir axiomáticas de segunda ordem que caracterizam tanto os naturais como os reais a menos de isomorfismo (por isso se dizem *categóricas*). Isso, não é possível com linguagens de primeira ordem.

dificuldades e ele fá-la. De qualquer forma, o carácter infinitário teria sempre que ser considerado: da mesma forma que certos espaços lineares têm dimensão infinita também no contexto da *tese inédita*, em certos casos, uma *base lógica* tem que ser infinita e consequentemente, o *predicado irredutível* que a caracteriza, infinitário.

De qualquer forma, quando Bennett produz a sua recensão do resumo da *tese inédita* a lógica de primeira ordem já era dominante e a teoria de tipos uma relíquia histórica. Pior era o cenário em 1984, quando Franco de Oliveira publicou o seu artigo. Não só a lógica de primeira ordem já era *a lógica*, como se encontrava perfeitamente estabelecido que era a única a possuir uma teoria de modelos satisfatória. Nesta altura, muito dificilmente o tipo de formalismo adoptado na *tese inédita* permitiria que ela captasse a atenção da comunidade de lógicos matemáticos.[16]

Porque parece o autor ter esquecido a sua obra?

Não só JSS continuou, pelo menos até ao seu regresso a Portugal, a referir-se à *tese inédita* como «a sua tese», como a considerava um trabalho da mais elevada relevância. Como o próprio referiu, culminando a descrição do conteúdo da sua tese, na carta já mencionada a Hugo Ribeiro: «[c]omo vê, a máxima qualidade.» É sabido que Sebastião e Silva acabaria por defender uma outra tese, num assunto diverso do abordado na *tese inédita*. Não existem senão especulações acerca das razões que o levaram a proceder desta forma. As verdadeiras razões emergiram certamente da necessidade de se doutorar rapidamente, do seu desejo de obter estabilidade (um facto mencionado em inúmeras cartas) e da total inaptidão por parte da comunidade matemática em Portugal, para apreciar um tal assunto. Durante a sua estadia em Roma, ele terá conseguido reunir os resultados suficientes para a segunda tese e uma atitude pragmática terá ditado o desfecho final.

[16]As lógicas de ordem superior não possuem, como se disse uma metateoria aceitável do ponto de vista da produção intencional de estruturas. Além disso, basta considerar a lógica de segunda ordem (plena) para que o conjunto $\mathcal{V}$ das proposições verdadeiras em qualquer estrutura, seja altamente variável, consoante o universo de conjuntos onde essas estruturas são produzidas. (Dificilmente se poderá considerar como *Lógica* algo que possui um tal grau de entrelaçamento com uma estrutura matemática como é um universo de conjuntos.) Por outro lado, as lógicas infinitárias que, inicialmente, pareciam aceitáveis revelar-se-iam tão problemáticas como as lógicas de ordem superior. Apenas a lógica $\mathrm{L}_{\omega_1,\omega}$ onde o carácter infinitário é mantido num nível mínimo ou então fragmentos admissíveis $\mathrm{L}_{\mathcal{A}}$, onde as fórmulas consideradas se limitam àquelas que se podem descrever recursivamente, se podem considerar razoáveis. (Contudo, como se mencionou, JSS acabou por introduzir no seu sistema um carácter infinitário absoluto, transcendendo assim toda a possibilidade de razoabilidade.)

Contudo, esta solução pontual, destinada a resolver uma questão do momento, não justifica que JSS nunca mais tenha tentado reabilitar a sua *tese inédita*. Não houve, que se saiba, nenhum esforço de publicação posterior.[17] Porquê?

A *tese inédita* merece seguramente uma análise mais detalhada do seu conteúdo matemático. Em particular, a determinação da potência do formalismo descrito por JSS constitui seguramente uma questão importante.

Convém notar que este tipo de formalismo nunca foi estudado. O próprio SEBASTIÃO E SILVA só o descreve muito informalmente e em muitos aspectos de forma vaga. Não se sabe se um formalismo com um tal poder expressivo não induz uma trivialização indesejada: designadamente fazendo com que todos os objectos sejam definíveis, reduzindo a noção de automorfismo à condição de uma inutilidade. Um exemplo:[18] considerando um universo da teoria de conjuntos (M, E) todos os ordinais seriam, neste formalismo, definíveis. Se fosse possível considerar o menor ordinal não definível α_0, então depois de fixarmos o conjunto $\{\, \xi_\beta(x) \mid \beta < \alpha_0 \,\}$ das fórmulas que definem os ordinais $\beta < \alpha_0$ ter-se-ia que a fórmula:

$$\eta(x) \equiv (\forall y)\left[\neg \bigvee_{\beta<\alpha_0} \xi_\beta(y) \Rightarrow x \leq y\right]$$

define o ordinal α_0, originando uma contradição. Não custa extrapolar a partir deste exemplo e avançar para conjuntos de ordinais e, a partir daí codificando apropriadamente os fechos transitivos de cada conjunto, definir cada um deles em última instância. A verificar-se esta situação o formalismo de JSS induz uma trivialização que não ocorre se considerarmos linguagens mais simples.[19] Claro que se considerarmos uma estrutura adequada à teoria pura da igualdade, i.e., cada estrutura é apenas um conjunto com a relação de igualdade, cada permutação induz um automorfismo mas, neste caso um formalismo com a complexidade do de JSS é totalmente desnecessário à constatação deste facto.

Seguramente, a possibilidade de SEBASTIÃO E SILVA ter tomado consciência destas dificuldades justificaria, na impossibilidade de completar a sua teoria

[17] Existe até uma lista de material científico por ele produzido, que não contém qualquer menção à *tese inédita*.

[18] Apresento desde já as minhas desculpas aos leitores menos interessados em detalhes que possam considerar excessivamente técnicos.

[19] De facto, restringindo-nos a um formalismo mais simples, de uma linguagem de primeira ordem, existem modelos de ZF que possuem automorfismos e, abdicando da propriedade de *boa-fundação* podemos recorrer a certas técnicas (ultrapotências) para obter modelos de ZFC com automorfismos.

com os detalhes necessários a um tratamento formal, que ele tivesse abandonado este trabalho. Mas não se conhece nenhuma evidência deste facto.

Nenhuma das objeções especulativas aqui apresentadas deve ser tomada como uma indicação de que as ideias de SEBASTIÃO E SILVA não possam ser, pelo menos em certos casos, recuperadas. Isso poderá ocorrer por duas vias. Em primeiro lugar, fixando para cada tipo de estrutura uma linguagem muito mais modesta que a adoptada por JSS, de modo a que seja possível extrair informação estrutural do tipo de análise que ele propõe (é o que se passa na teoria de GALOIS, por exemplo). Outra via será a da simplificação do formalismo, reduzindo-o a uma linguagem de primeira ordem, mas complicando a estrutura e, tendo esta via alguma utilidade a exploração de universos de conjuntos admissíveis sobre uma estrutura tal como foram descritos por BARWAISE poderá revelar-se interessante.

Conclusão

Este artigo contém questões, mas nada que se pareça com respostas definitivas a essas questões. Como se constata, subsiste muito trabalho por fazer a respeito da *tese inédita* que. Sob certos aspectos este parece constituir o maior desafio historiográfico envolvendo a obra de JOSÉ SEBASTIÃO E SILVA.

Agradecimentos

Agradeço aos Profs. Luís Saraiva e João Caramalho Domingues a revisão e edição deste artigo e as várias sugestões que contribuíram para a sua melhoria.

Bibliografia

[1] JON BARWISE. *Admissible Sets and Structures.* Springer-Verlag, 1975

[2] ALBERT A. BENNET. *Review of Sugli Automorfismi di un Sistema Matematico Qualunque by José Sebastião e Silva.* The Journal of Symbolic Logic, Vol. 14, N. 2, 1949

[3] GEORGE BOOLE. *The Mathematical Analysis of Logic.* Cambridge University Press, 2009

[4] N. C. A. DA COSTA e A. A. M. RODRIGUES. *Definability and Invariance.* Studia Logica, **86**, pp. 1–30, 2007

[5] HEINZ-DIETER EBBINGHAUS e VOLKER PECKHAUS. *Ernst Zermelo — An Approach to His Life and Work*. Springer, 2007

[6] MATTI EKLUND. *On How Logic Became First-Order*, Nordic Journal of Philosophical Logic, **1**, pp. 147–167, 1996

[7] FREDERIC B. FITCH. Towards Proving the Consistency of Principia Mathematica. In *Bertrand Russell's Philosophy*, editado por GEORGE NAKHNIKIAN. Duckworth, pp. 1–18, 1974

[8] AKIHIRO KANAMORI. *Zermelo and Set Theory*. The bulletin of Symbolic Logic, Vol. 10, N. 4, 2004

[9] H. JEROME KEISLER. *Model Theory for Infinitary Logic*. North-Holland, 1971

[10] C. I. LEWIS. *A survey of Symbolic Logic*. University of California Press, Berkeley, 1918

[11] BERNARD LINSKY. *Was the Axiom of Reducibility a Principle of Logic?*. Russell: The Journal of the Bertrand Russell Archives 10, Winter 1990–91, 125–40.

[12] GREGORY H. MOORE. The emergence of first-order logic. Em *History and Philosophy of Modern Mathematics* editado por William Aspray e Philip Kitcher, pp. 95–135. University of Minnesota Press, Minneapolis, 1988

[13] JOHN MYHILL. The Undefinability of the Set of Natural Numbers in the Ramified *Principia*. In *Bertrand Russell's Philosophy*, editado por George Nakhnikian. Duckworth, pp. 19–28, 1974

[14] W. V. QUINE. On Frege's Way Out. Cap. XII de *Selected Logic Papers*. Harvard University Press, Cambridge, Massachussetts, London, 1995

[15] W. V. QUINE. *On the Axiom of Reducibility*. Mind, **45**, n. 180, pp. 498–500, 1936

[16] GONZALO E. REYES. *Local definability theory*. Annals of Mathematical Logic, vol. 1, n. 1, 1970, pp. 95-137

[17] BERTRAND RUSSELL. Mathematical Logic as Based on The Theory of Types. In *Logic and Knowledge: Essays 1901–1950* editado por ROBERT MARSH, The Macmillan Company, NY, 1956.

[18] JOSÉ SEBASTIÃO E SILVA. Para uma teoria geral dos homomorfismos. In *Obras de José Sebastião e Silva*, editado por J. Campos Ferreira, J. Santos Guerreiro e J. Silva Oliveira: INIC, 1985, pp. 135–367

[19] José Sebastião e Silva. Sugli Automorfismi di un Sistema Matematico Qualunque. In *Obras de José Sebastião e Silva*, editado por J. Campos Ferreira, J. Santos Guerreiro e J. Silva Oliveira: INIC, 1985, pp. 105–134

[20] José Sebastião e Silva. *Carta a Hugo Ribeiro* (não catalogada). Roma, Julho de 1945

[21] José Sebastião e Silva e A. J. Franco de Oliveira. *On automorphisms of arbitrary mathematical systems*. History and Philosophy of Logic, Vol. 6, N. 1, 1985

[22] Thoralf Skolem. *Some remarks on axiomatized set theory*. Reimpresso em *From Frege to Gödel*, van Heijenoort, 1967, na versão inglesa traduzida por Stefan Bauer-Mengelberg, pp. 290–301.

Sebastião e Silva: do Cálculo Simbólico às Ultradistribuições

Luis Loura
Instituto Superior de Engenharia de Lisboa
cantoloura@gmail.com

Luísa Ribeiro
Departamento de Matemática, Instituto Superior Técnico
lribeiro@math.tecnico.ulisboa.pt

Francisco Viegas
Departamento de Matemática, Instituto Superior Técnico

Resumo: Nesta comunicação faremos um breve resumo das contribuições de Sebastião e Silva que consideramos mais significativas na área da Análise Funcional.

Começamos, naturalmente, pelo Cálculo Simbólico ("operational calculus" — funções de operadores) que foi a linha condutora que gerou quase toda a investigação de Sebastião e Silva. Em primeiro lugar temos o espaço dos funcionais analíticos e as álgebras de Banach. O facto daquele espaço ter apenas uma noção de convergência que não provém de uma norma levou Sebastião e Silva ao estudo dos espaços localmente convexos, introduzindo ele próprio uma classe importante destes espaços, hoje chamados espaços de Silva.

O operador D de derivação leva Sebastião e Silva ao estudo da recém-criada teoria das distribuições de Laurent Schwartz. Sebastião e Silva introduz as distribuições de forma original, por via axiomática e, na sequência dos trabalhos de Stanisław Łojasiewicz, introduz noções de valor, fixação de variáveis, limite e integral de uma distribuição.

A necessidade de translações complexas e a correspondente necessidade de dar sentido a expressões da forma e^{ihD} (com h real) levou Sebastião e Silva à criação de espaços de ultradistribuições.

Abstract: In this talk we present a brief view of the works of Sebastião e Silva that we consider most important in the Functional Analysis field.

We obviously begin with the Operational Calculus (functions of operators) because it was the guide line for almost all the research of Sebastião e Silva. First we have the space of Analytical Functionals and the Banach Algebras. As that space have a convergence notion that does not comme from a norm, Sebastião e Silva was led to the study of Locally Convex Spaces and he himself introduced a new class of convex spaces, nowadays known as Silva spaces.

Actas/Anais do 7º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, I, 95–103

The derivative operator D leads Sebastião e Silva to the study of the new Distribution Theory created by Laurent Schwartz. Sebastião e Silva define the distributions in an original way, axiomatically, and, following the works of Stanisław Łojasiewicz, defines the notions of value, variable fixation, limit and integral of a distribution.

The need of complex translations and consequently the need to give a sense to expressions of the form e^{ihD} (with h real) lead Sebastião e Silva to the creation of spaces of ultradistributions.

1 Introdução

A obra científica do matemático português José Sebastião e Silva[1] é vasta e incide sobre temas diversos: Lógica, Equações Algébricas, Topologia Geral e Análise Funcional. O acesso a esta obra encontra-se muito facilitado devido à publicação pelo Instituto Nacional de Investigação Científica, em 1985, de três volumes intitulados *Obras de José Sebastião e Silva* que contêm fac-símiles de todos os trabalhos científicos deste matemático.

Nesta apresentação debruçar-nos-emos exclusivamente sobre os trabalhos científicos de Sebastião e Silva na área da Análise Funcional, que foi a sua principal área de investigação, procurando salientar as contribuições que nos parecem mais relevantes. Fá-lo-emos não numa perspectiva histórica para a qual não somos competentes, mas sim na qualidade de professores universitários que, tendo trabalhado com discípulos directos de Sebastião e Silva, estudaram a obra deste autor e publicaram artigos científicos com ela relacionados.

Na nossa opinião a investigação de Sebastião e Silva na área da Análise Funcional foi sempre motivada pela criação de um Cálculo Simbólico[2] cada vez mais eficiente. Desta preocupação decorrem os trabalhos sobre os funcionais analíticos, alterando a noção de Fantappiè, e sobre as distribuições e ultradistribuições. Nas secções seguintes faremos uma breve apresentação das contribuições de Sebastião e Silva para cada um destes temas. As nossas referências serão os artigos de Sebastião e Silva reunidos em [4] e o artigo[3] de Gottfried

[1]José Sebastião e Silva nasceu em Mértola a 12 de Dezembro de 1914 e faleceu em Lisboa a 25 de Maio de 1972. Doutorou-se em Ciências Matemáticas na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa no ano de 1949. Foi professor catedrático no Instituto Superior de Agronomia da Universidade Técnica de Lisboa e na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Dirigiu o Centro de Estudos Matemáticos de Lisboa de 1952 a 1972. Foi eleito sócio efectivo da Academia de Ciências de Lisboa a 21 de Abril de 1966.

[2]Cálculo Simbólico é aqui utilizado no sentido de "Operational Calculus" em inglês, ou seja, realização de funções de operadores.

[3]Agradecemos ao Professor José Francisco Rodrigues o ter-nos facultado este trabalho.

Köthe [1] publicado em homenagem a Sebastião e Silva quando do seu falecimento.

2 Funcionais analíticos

Na sequência dos trabalhos de Fantappiè, Sebastião e Silva define o espaço $\mathfrak{F}[C]$. Seja C um subconjunto compacto não vazio de $\mathbb{C}$; duas funções complexas analíticas definidas em abertos de $\mathbb{C}$ contendo C são equivalentes sse coincidirem numa vizinhança aberta de C. O espaço $\mathfrak{F}[C]$ é o conjunto quociente obtido por esta relação de equivalência. Trata-se de um espaço vectorial no qual Sebastião e Silva introduz a seguinte noção de convergência de sucessões: uma sucessão de termo geral φ_n converge para φ em $\mathfrak{F}[C]$ sse existir uma vizinhança aberta de C na qual φ_n converge uniformemente para φ. Com esta noção de convergência a adição, a multiplicação por escalares e o operador de derivação são contínuos.

Seja $\mathcal{A}$ uma álgebra de Banach e seja $\mathbf{a}$ um elemento de $\mathcal{A}$. O objectivo do Cálculo Simbólico é dar sentido a um novo operador $\varphi(\mathbf{a})$, onde φ pertence a $\mathfrak{F}[C]$.

Teorema. Seja $\mathbf{a}$ um elemento de $\mathcal{A}$. Para que exista uma transformação linear contínua F de $\mathfrak{F}[C]$ sobre $\mathcal{A}$ verificando as três condições seguintes

$$\forall_{\varphi,\psi\in\mathfrak{F}[C]} \quad F(\varphi\psi) = F\varphi.F\psi$$

$$F1 = \mathbf{1}$$

$$Fz = \mathbf{a}$$

é necessário e suficiente que o espectro de $\mathbf{a}$ esteja contido em C. Nessas condições a transformação F é única e dada pela fórmula[4]

$$F\varphi = \frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma \frac{\varphi(\lambda)}{\lambda - \mathbf{a}}d\lambda$$

onde Γ é a fronteira orientada no sentido positivo de um conveniente domínio de holomorfia de φ.

Este resultado, embora muito interessante, levantava duas questões a Sebastião e Silva. Em primeiro lugar qual a topologia adequada ao $\mathfrak{F}[C]$? Em segundo lugar como estender o Cálculo Simbólico por forma a dar sentido a

[4]Nesta fórmula $\frac{\varphi(\lambda)}{\lambda-\mathbf{a}}$ designa o elemento $\varphi(\lambda)(\lambda.\mathbf{1}-\mathbf{a})^{-1}$ da álgebra $\mathcal{A}$.

funções do operador de derivação? Tratava-se de questões próprias daquele tempo (segunda metade da década de 40 do século XX) como se comprova pelo facto da Teoria dos Espaços Localmente Convexos e da Teoria das Distribuições de Laurent Schwartz terem aparecido nessa época. Em 1954 Sebastião e Silva publica dois artigos importantes: um sobre certos limites indutivos e projectivos de sucessões de espaços normados que vieram a ser conhecidos por espaços de Silva, espaços LN^* no caso dos limites indutivos e espaços M^* no caso dos limites projectivos; outro sobre uma nova formulação da Teoria das Distribuições, onde os espaços LN^* e M^* desempenham um papel importante.

3 Espaços LN^* e M^*

Nesta secção descreveremos brevemente os espaços LN^* e M^* e as suas boas propriedades.

Para cada n natural seja E_n um espaço normado; suponhamos que E_n está contido em E_{n+1} com injecção compacta. Seja E o limite indutivo da sucessão de termo geral E_n. Diremos que E é um espaço LN^*. Dentre as propriedades destes espaços destacamos as seguintes: um subconjunto X de E é fechado sse a intersecção de X com cada um dos E_n for fechada em E_n; uma sucessão é convergente em E sse pertencer a um dos E_n e for convergente nesse E_n; E é um espaço de Montel (portanto reflexivo e separado); embora E não seja metrizável no caso da dimensão infinita, toda a aplicação linear de E num espaço vectorial topológico é contínua sse for sequencialmente contínua. O espaço $\mathfrak{F}[C]$, a cujos elementos Köthe sugeriu chamar funções localmente analíticas em C e que Sebastião e Silva passou a designar por $\mathcal{A}[C]$, é um espaço LN^*.

Para cada n natural seja B_n um espaço normado e seja g_n uma aplicação linear compacta de B_{n+1} em B_n. Seja B o limite projectivo correspondente. Diremos que B é um espaço M^*.

Os espaços LN^* e M^* estão intimamente relacionados: o dual forte de um espaço LN^* é um espaço M^* e o dual forte de um M^* é um LN^*.

4 Distribuições

Laurent Schwartz criou a Teoria das Distribuições com a publicação de [3]. Para Schwartz uma distribuição é um funcional linear contínuo sobre o espaço $\mathcal{D}(\Omega)$ das funções complexas definidas num aberto Ω de $\mathbb{R}^N$, indefinidamente diferenciáveis e de suporte compacto. O espaço das distribuições é o dual topológico $\mathcal{D}'(\Omega)$ de $\mathcal{D}(\Omega)$. Embora esta definição seja muito simples, esconde uma dificuldade grande: a topologia do espaço $\mathcal{D}(\Omega)$. Aliás a criação da Teoria das Distribuições só foi possível na sequência de importantes desenvolvimentos na Teoria dos Espaços Localmente Convexos.

Sebastião e Silva necessitava, para o seu Cálculo Simbólico, das distribuições[5] uma vez que o operador de derivação D é linear contínuo de $\mathcal{D}'$ em $\mathcal{D}'$, mas era de opinião que a teoria estabelecida por Schwartz era pouco acessível para físicos e mesmo para alguns matemáticos. Por outro lado a existência de outros modelos de distribuições, para além do de Schwartz, leva Sebastião e Silva a pensar que a melhor forma de introduzir as distribuições é a axiomática. Nesse sentido, passamos a citá-lo (páginas 184–185 do volume 3 de [4]):

> Dans le cas de la théorie des distributions, comme dans d'autres cas, les modèles se sont présentés avant l'axiomatique. Et c'est justement la pluralité de concepts concrets, *ontologiques*, de distribution (comme fonctionnelles, comme séries formelles, comme classes de suites de fonctions, comme couples de fonctions analytiques, etc.), qui suggère d'en extraire la *forme abstraite*, par axiomatisation. Une définition en plus? Oui et non: il s'agit alors de faire une synthèse des définitions "concrètes"; ce qui en résulte sera plutôt *la* vraie définition.

A ideia da axiomática de Sebastião e Silva provém de um resultado de Schwartz: toda a distribuição é localmente a derivada de alguma ordem de uma função contínua. Por outras palavras, dada uma distribuição T e um intervalo aberto e limitado I, existem um inteiro $n \geq 0$ e uma função contínua F tais que $T = D^n F$ em I. Nem todas as distribuições de Schwartz são derivadas de alguma ordem de uma função contínua; mas localmente são-no. Schwartz apelidou de distribuições de ordem finita aquelas que (globalmente) são derivadas de alguma ordem de uma função contínua.

Sebastião e Silva constatou que uma distribuição de ordem finita T não é mais do que um inteiro não negativo n e uma função contínua F, escrevendo $T = D^n F$. Podemos então pensar no produto cartesiano $\mathbb{N}_0 \times C$, onde $\mathbb{N}_0$ é o conjunto dos inteiros não negativos e C é o conjunto das funções complexas definidas e contínuas em $\mathbb{R}$. Mas cuidado: por exemplo, já no caso clássico, $D^2 x^3$ e $D^2(x^3 - x + 1)$ designam a mesma função contínua. Este facto levou Sebastião e Silva a introduzir uma relação de equivalência conveniente em $\mathbb{N}_0 \times C$ e em passar ao quociente desse conjunto por essa relação de equivalência. Mais uma vez, tal como no caso dos funcionais analíticos, surge a necessidade de passagem ao quociente.

[5] Por comodidade de notação consideraremos apenas o caso das distribuições definidas em toda a recta real; a generalização a um aberto do espaço $\mathbb{R}^N$ não tem grandes dificuldades.

Para axiomatizar o espaço das distribuições de ordem finita, em que um modelo possível é o que sugerimos no parágrafo anterior, Sebastião e Silva introduziu os quatro axiomas seguintes:

Axioma 1. Toda a função complexa F definida e contínua em $\mathbb{R}$ é uma distribuição.

Axioma 2. Existe um operador D que a cada distribuição T associa uma distribuição DT, chamada derivada de T, de tal forma que, se T é uma função de classe C^1, então DT coincide com a derivada usual de T.

Axioma 3. Para toda a distribuição T existem um inteiro $n \geq 0$ e uma função contínua F tais que $T = D^n F$, onde D^n é o operador definido por $D^0 T = T$ e $D^n T = D^{n-1}(DT)$ para todo o natural n.

Axioma 4. Seja n um inteiro não negativo e sejam F e G duas funções contínuas tais que $D^n F = D^n G$; então $F - G$ é um polinómio de grau estritamente inferior a n.

Chamamos a atenção para o facto destes axiomas serem naturais para definir axiomaticamente um espaço do qual um possível modelo é o descrito anteriormente. O axioma 1 garante que a noção de distribuição generaliza a noção de função contínua. O axioma 2 garante a possibilidade de derivar qualquer distribuição; no caso de funções que admitam derivada usual contínua, ela coincide com a derivada acabada de definir. O axioma 3 garante que a ampliação do conjunto das funções contínuas foi feita da forma mais económica possível para possibilitar a derivação; não há outros entes para além das derivadas das funções contínuas. O axioma 4 garante que o núcleo do novo operador de derivação D^n coincide com o núcleo do correspondente operador de derivação usual.

As distribuições que não são de ordem finita foram obtidas por Sebastião e Silva usando o princípio da colagem, segundo uma sugestão de Laurent Schwartz, tal como é descrito em [4] (página 216 do volume 2):

> Nous tenons aussi à remercier vivement Monsieur L. Schwartz des renseignements et des conseils éclairés qu'il a été bien aimable de nous donner. C'est lui qui, dans une lettre, nous a suggéré le recollement des morceaux comme moyen pour gagner les distributions d'ordre infini en partant des distributions d'ordre fini. Nous avions essayé de le faire par complétion topologique, ce qui est possible, mais moins naturel.

Para além da axiomática, Sebastião e Silva deu algumas contribuições originais para a Teoria das Distribuições, das quais gostaríamos de destacar as seguintes:

- Definição de limite de uma distribuição num ponto e em $+\infty$ e $-\infty$
- Definição de valor de uma distribuição num ponto
- Os símbolos O e o para distribuições
- Definição de integral de uma distribuição
- Definição da convolução através da fórmula integral
- Definição da transformação de Fourier através da fórmula integral
- Distribuições vectoriais

5 Ultradistribuições

Em problemas relativos a equações diferenciais surge uma questão que não tem solução no quadro das distribuições. Como exemplo consideremos o problema

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} - i\dfrac{\partial u}{\partial y} = 0 \\ u(0, y) = \varphi \end{cases}$$

onde φ é uma distribuição. Formalmente obteríamos

$$u(x, y) = e^{ixD}\varphi = \tau_{-ix}\varphi = \varphi(y + ix)$$

Acontece que, para x diferente de zero, o operador de translação τ_{-ix} não está definido no espaço das distribuições.

Uma vez mais surge o nome de Sebastião e Silva que, em 1958, com a publicação do primeiro artigo do volume 3 de [4], introduz dois novos espaços: o das ultradistribuições temperadas $\mathfrak{U}$ e o das ultradistribuições de crescimento exponencial $\mathfrak{B}$, contendo os respectivos espaços homónimos de distribuições.

Para construir o espaço $\mathfrak{U}$ Sebastião e Silva começa por considerar uma função F definida e contínua em $\mathbb{R}$, de crescimento polinomial, e associar-lhe uma função φ holomorfa no complementar da recta real definida por

$$\varphi(z) = \frac{p(z)}{2\pi i} \int_{\mathbb{R}} \frac{F(t)}{p(t)(t-z)}\, dt$$

onde p é um polinómio sem zeros reais para o qual o integral acima é convergente. Considerando outro polinómio q em condições análogas obtém-se uma outra função ψ tal que $\varphi - \psi$ é um polinómio. Pode então definir-se uma aplicação linear injectiva S do espaço das funções contínuas de crescimento polinomial no espaço $\mathcal{H}(\mathbb{C}\backslash\mathbb{R})/\Pi$ quociente das funções holomorfas no complementar da recta real pelo espaço Π dos polinómios (mais uma vez surge a necessidade de um quociente nos espaços de Sebastião e Silva). Esta aplicação tem uma propriedade importante:

$$S(DF) = D(SF)$$

supondo F e DF funções contínuas de crescimento polinomial. Tendo em conta que toda a distribuição temperada T se pode escrever na forma $T = D^n F$, com F contínua de crescimento exponencial e n inteiro não negativo, Sebastião e Silva define a transformada de Stieltjes S de T por

$$S(T) = D^n(SF)$$

Sebastião e Silva estabelece as seguintes propriedades:

- S é uma aplicação linear injectiva;
- S comuta com as translações reais;
- S comuta com o operador derivação;
- S comuta com o produto por polinómios;
- $[\varphi] = S(T)$ sse: $\quad \exists_{C>0}\exists_{m,n\in\mathbb{N}_0} \quad \forall_{z\in\mathbb{C}\backslash\mathbb{R}} \quad |\varphi(z)| \le C\frac{(1+|z|)^m}{|\operatorname{Im} Z|^n}$;
- $S(\delta) = [-\frac{1}{2\pi i z}]$.

Para cada $n \in \mathbb{N}_0$ seja H_n o espaço vectorial complexo das funções φ definidas e holomorfas em $\{z \in \mathbb{C}; |\operatorname{Im} z| > n\}$ tais que $z^{-n}\varphi$ é uma função limitada. Trata-se de um espaço de Banach para a norma $\sup_{|\operatorname{Im} z|>n} |z^{-n}\varphi(z)|$. Seja H_∞ o limite indutivo dos espaços H_n; trata-se de um espaço LN^*. Por outro lado, designando por Π_n o espaço dos polinómios de grau inferior ou igual a n, o limite indutivo dos espaços $H_n\backslash\Pi_n$ coincide com o espaço $H_\infty\backslash\Pi$ e é também um espaço LN^*. Sebastião e Silva chama a este espaço o espaço das ultradistribuições temperadas, designa-o por $\mathfrak{U}$ e identifica $\mathcal{S}'$ com o subespaço $S(\mathcal{S}')$ de $\mathfrak{U}$. Os operadores de derivação, de translação complexa e de produto por um polinómio definem-se de modo natural em $\mathfrak{U}$. Assim, por exemplo

$$\tau_i\delta = \left[-\frac{1}{2\pi i(z-i)}\right].$$

O dual topológico de $\mathfrak{U}$ é o espaço das funções complexas inteiras de decrescimento polinomial nas faixas horizontais.

Consideremos agora os elementos de $\mathfrak{U}$ que têm um representante φ que se prolonga como analítica ao complementar de uma bola centrada na origem e que é nulo no infinito. É imediato ver que esse representante é único. Designemos então por $\mathfrak{U}_0$ o subespaço de $\mathfrak{U}$ formado por tais elementos; Sebastião e Silva designou-o por espaço das ultradistribuições de suporte compacto visto ter provado que ele contém o espaço das distribuições de suporte compacto. Com a topologia adequada (que não é a induzida pela de $\mathfrak{U}$) é um espaço LN^*.

O espaço $\mathfrak{U}_0$ relaciona-se com as séries de multipolos

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n \delta^{(n)}$$

Sebastião e Silva afirmou que as ultradistribuições de suporte compacto são os elementos de $\mathfrak{U}$ representáveis como séries de multipolos em que os coeficientes verificam a condição

$$\limsup \sqrt[n]{n!|c_n|} < +\infty$$

resultado que veio a ser demonstrado posteriormente por Silva Oliveira [2]. As séries de multipolos verificando esta condição são, aliás, as únicas convergentes em $\mathfrak{U}$.

Quanto ao espaço $\mathfrak{B}$ das ultradistribuições de tipo exponencial, de que $\mathfrak{U}$ é um subespaço, e embora não detalhemos a sua construção, não podemos deixar de assinalar que a transformação de Fourier (convenientemente definida nesse espaço e que generaliza a transformação usual) é um isomorfismo vectorial e topológico de $\mathfrak{B}$ em $\mathfrak{B}$.

Bibliografia

[1] KÖTHE, G.: "J. Sebastião e Silva et l'analyse fonctionnelle". *An. Fac. Ci. Univ. Porto* **56** (4), (1973), 339–349.

[2] OLIVEIRA, J. S.: *Sobre certos espaços de ultradistribuições e uma noção generalizada de produto multiplicativo*. CMAF, Textos e notas 29, Lisboa, 1983.

[3] SCHWARTZ, L.: *Théorie des Distributions*, vol. 1 e 2. Hermann, Paris, 1951.

[4] SILVA, J. S.: *Obras de José Sebastião e Silva*, vol. I, II e III. Instituto Nacional de Investigação Científica, Lisboa, 1985.

A polêmica entre Bento Caraça e Sebastião e Silva

João Tomas do Amaral
Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo
jamaral.cosin@uol.com.br

Resumo: Trataremos da polêmica entre dois dos maiores vultos da cultura e da ciência portuguesa do século XX, ocorrida nos anos de 1942 e 1943, nas páginas da revista Gazeta de Matemática, atualmente publicada pela Sociedade Portuguesa de Matemática. Essa polêmica contrapõe e alinha Bento de Jesus Caraça — a grande referência da cultura em Portugal — e José Sebastião e Silva — o maior matemático português do século XX — ao discutirem sobre o ensino de logaritmos no ensino secundário [médio].

Na revista Gazeta de Matemática foram publicados os artigos em que Bento Caraça e Sebastião e Silva abordaram concepções, conceitos e ideias que desfilaram com respeito e elegância sobre a teoria dos logaritmos no ensino secundário [médio]. A origem da polêmica surge com a publicação do artigo de Sebastião e Silva ao argumentar sobre a importância da aprendizagem das tábuas de logaritmos, mas Bento Caraça propõe que esse ensino pode ser desenvolvido pela utilização da calculadora.

A partir das divergências iniciais até o final da polêmica, constata-se a existência de um alinhamento de concepções sobre os fins do ensino e da aprendizagem de Matemática na formação dos educandos do ensino secundário. Portanto, essa polêmica constitui-se numa importante viagem intelectual e cultural. Uma possibilidade para compreendermos quanto menor é a divergência — tábuas de logaritmos ou calculadoras — em detrimento da convergência sobre a importância da cultura matemática para todos, tão bem expresso na obra "Conceitos Fundamentais da Matemática", de Bento Caraça.

Introdução

Bento de Jesus Caraça, ao longo de sua trajetória de vida, esteve envolvido em várias controvérsias e polêmicas. Nesses momentos — desgastantes e produtivos —, sempre, estiveram, como partícipes, desafetos, admiradores e amigos. Algumas dessas controvérsias e polêmicas estão registradas em cartas, jornais e revistas da época, e se apresentam como uma grande oportunidade de aprendizagem por estabelecerem-se num diálogo que buscava a consolidação de um ponto de vista diferente, bem como na tentativa de conciliação quanto ao alinhamento de teses opostas. O conflito estabelecido entre aqueles que possuem posições diferentes, tendo em vista as suas mais variadas razões, sempre se constitui em solo fértil para a geração de campos de confronto sobre concepções, conceitos e ideias, pois é intrínseco e próprio da natureza da controvérsia e da polêmica. Assim, aconteceu com Bento de Jesus Caraça e o seu mais importante livro — "Conceitos Fundamentais da Matemática" —, pois, após a publicação de seus dois primeiros volumes, no âmbito da coleção denominada de Biblioteca Cosmos, surgiram algumas análises e posicionamentos que se concretizaram em questões de base para alguns debates como o ocorrido no Jornal Novidades. Bento Caraça manteve outros confrontos intelectuais com leitores, articulistas de jornais, autores da Biblioteca Cosmos, autoridades políticas do governo da época, e ainda, entre outros com alguns fraternos admiradores e amigos como António Sergio (Filosofia Platônica abordada, nos volumes I e II, da obra "Conceitos Fundamentais da Matemática"), Gago Coutinho (Teoria da Relatividade), Germano Rocha (Matemática Elementar), Hugo Baptista Ribeiro (Formação de Professores — centrado nos Conceitos Fundamentais da Matemática ou Matemática Abstrata) e José Sebastião e Silva (Ensino de Logaritmos).

Trataremos dessas circunstâncias de confronto intelectual e cultural, de uma das controvérsias e polêmicas, que desencadearam importante discussão teórica que, direta ou indiretamente, está vinculada ao livro "Conceitos Fundamentais da Matemática", na qual Bento Caraça trilhou a sua argumentação no sentido de apresentar elementos esclarecedores aos pontos agudos dessa polêmica. Bento de Jesus Caraça, sempre que o fez, buscou transformar a discussão em um ponto fortemente pedagógico para que se constituísse não em perda de tempo, mas em um processo que viabilizasse as condições necessárias para a ampliação da cultura geral — tanto para os envolvidos diretamente na controvérsia quanto para os leitores que, atentos, acompanhassem o desenrolar das ideias. Certamente, as referidas controvérsias e polêmicas não fecharam as questões discutidas, porém, possibilitaram aos leitores formar uma opinião mais consistente acerca dos temas discutidos, pois situações de embates são importantes e têm a sua utilidade como elementos para consolidar uma trajetória para todos na conquista de melhor qualidade intelectual e social.

A polêmica

A polêmica que abordaremos, na qual Bento Caraça está diretamente envolvido, ocorreu com o amigo e matemático José Sebastião e Silva. Essa polêmica teve início e desenvolvimento na revista Gazeta de Matemática, entre julho de 1942 e janeiro de 1943. Assim, Sebastião e Silva, ao publicar, no volume 11 dessa revista, em julho de 1942, o artigo "POR QUÊ? ...", detona o início de um importante debate de ideias entre dois expressivos professores de matemática do século XX, com intensa atuação tanto nos caminhos da cultura quanto no ensino de Matemática em Portugal. Esse artigo tem, como alvo, a busca de explicações para certos fatos que estão relacionados, de maneira direta ou indireta, com o ensino da matemática e, para os quais, a procura pelas justificativas tem se constituído em uma trajetória completamente inútil. José Sebastião e Silva apresenta seis questionamentos, dos quais abordaremos somente aquele que, de fato, desencadeia toda a polêmica com Bento Caraça. Os argumentos de Caraça, nesse episódio, reforçam o seu compromisso com o conteúdo e a formatação pedagógica e metodológica contida no livro "Conceitos Fundamentais da Matemática", bem como a sua concepção de que a Matemática deva ser um elemento da cultura geral e acessível a todas as pessoas. É com este intuito que destacaremos alguns pontos desta polêmica, cujo tema central é o ensino de logaritmos para o ensino liceal português, equivalente ao atual ensino médio brasileiro. A discussão tem início com a proposta formulada por Sebastião e Silva na questão III, tendo em vista que os alunos do ensino médio deveriam aprender a construir uma tábua de logaritmos, como trajetória para uma compreensão deste conteúdo, principalmente quando os resultados não são números inteiros. Essa polêmica inicia-se com os questionamentos apontados a seguir contidos na questão III:

> Por que não é ensinado nos liceus [ensino médio] um processo elementar de construção duma tábua de logaritmos? Pois não é verdade que, só deste modo, o aluno pode adquirir uma noção exata de logaritmo dum número, no caso (e este é o que mais interessa) em que o logaritmo não é inteiro? E não é também verdade que se desfaz assim aquele *mistério*, tão nocivo à formação mental do aluno, duma tábua cuja utilidade se conhece, mas que *não se sabe* como pode ser construída? (SILVA, 2002, p. 232, acréscimo nosso).

José Sebastião e Silva acrescenta a esta questão uma nota de rodapé acerca dos cálculos referentes aos logaritmos com três ou quatro decimais, que entende ser um bom pretexto para se discutir com os alunos sobre as noções de aproximação nos cálculos numéricos. Essa nota afirma que:

> Podíamos indicar um processo muito simples, constituindo em sucessivas extrações de raízes quadradas. Os cálculos não são muito trabalhosos desde que se disponha duma tábua de quadrados. Conviria que os alunos fizessem, pelo menos, o cálculo direto do logaritmo dum número dado, com 3 ou 4 decimais — ótimo pre-

> texto, também, para ministrar noções concretas a respeito da aproximação nos cálculos numéricos. (SILVA, 2002, p. 232).

Bento Caraça, na revista Gazeta de Matemática, volume 11, julho de 1942, na secção Pedagogia, publica uma "NOTA" em resposta ao inicial artigo de Sebastião e Silva. Nessa nota, Caraça esclarece que as indagações realizadas por Sebastião e Silva são importantes por se constituírem em um depoimento crítico acerca de algumas particularidades relativas ao ensino secundário. Caraça acrescenta que a atitude de Sebastião e Silva deveria ser seguida por outros professores, contando com as páginas da referida revista como veiculo de divulgação e ponto de convergência das discussões no sentido de uma futura reforma, absolutamente necessária, do denominado novo sistema de ensino. Além desta tentativa de despertar as reflexões acerca da qualidade do ensino secundário, Bento Caraça também vai ao ponto nevrálgico da polêmica, pois discorda de Sebastião e Silva, propondo algumas questões para reflexão, nas quais estão presentes, inicialmente, as suas discordâncias, ao afirmar que:

> Como começo de discussão, devemos manifestar a nossa discordância da orientação mostrada pelo Dr. Sebastião e Silva na sua 3.ª interrogação. Está porventura ao alcance dos alunos do Liceu [ensino médio] o processo pelo qual *efetivamente* se constroem as tábuas de logaritmos? Ainda que estivesse, que vantagem haveria em mostrar como se pode construir um instrumento que encontramos já construído no mercado? Quantos são os alunos do liceu [ensino médio] que mais tarde se ocuparão da *construção* de tábuas de logaritmos? (SILVA, 2002, p. 233, acréscimo nosso).

Caraça, a partir destas questões, busca reflexões que respondam e orientem aos efetivos interesses sobre o ensino de Matemática na formação das pessoas. Enfatiza que os conteúdos, os métodos e a finalidade do ensino da matemática escolar devem atender as particularidades de cada época. Nesta discussão, aborda, também, a importância de se ensinar temas necessários, sem perder tempo com conteúdos que não acrescentam elementos para a formação das pessoas por intermédio da ampliação da cultura geral com ênfase na apresentação das ideias fundamentais. Cita, como exemplo de conteúdo necessário, a significância, na época, de se manusear uma régua de cálculo, o que se apresentava como uma técnica significativa para a vida cotidiana. Assim, Bento Caraça expunha argumentos que colocavam em dúvida a forma como se ensinavam os logaritmos e apontava o declínio das tábuas de logaritmos, o que, atualmente, encontra-se em total desuso, sendo, muitas vezes uma nobre desconhecida da maioria das pessoas, inclusive de professores de Matemática.

Do mesmo modo, discorreu sobre a necessidade de o conhecimento estar acessível para todos, como elemento da cultura geral. Neste sentido, Bento Caraça apresentou os seus argumentos:

> [...] duvidamos de que as tábuas de logaritmos, como instrumento de trabalho, conservem por muito tempo a soberania que tiveram. Em certos ramos de **aplicação da Matemática à vida corrente** [cotidiana], a **tábua de logaritmos está hoje de largo ultrapassada pela máquina de calcular** (nos cálculos atuariais, por exemplo). **Cada época cria e usa os seus instrumentos de trabalho conforme o que a técnica lhe permite**; a técnica do século XX é muito diferente da do século XVI, quando os logaritmos apareceram como necessários para efetuar certos cálculos. O ensino do Liceu [ensino médio] que é, ou deve ser, ***para todos***, deve ser orientado no sentido de proporcionar a ***todos*** o manejo do instrumento que a técnica nova permite. (CARAÇA, 2002, p. 234, grifo e acréscimo nosso e itálico do autor).

José Sebastião e Silva publica na revista Gazeta de Matemática, número 12, de outubro de 1942, novo artigo denominado "A TEORIA DOS LOGARITMOS NO ENSINO LICEAL" apresentando resposta à "NOTA", de Bento de Jesus Caraça. Neste artigo, seus argumentos concordam com os de Bento Caraça sobre o valor formativo da Matemática para a totalidade dos alunos, mas discordam quando discorre sobre a importância da teoria dos logaritmos no ensino liceal [ensino médio], mantendo o foco sobre a importância de se ensinar aos alunos a construção de tábuas de logaritmos com três ou quatro casas decimais; ainda ao final, em nota, reforça sua discordância quanto ao tema central da polêmica, mas declara o seu apoio a Bento Caraça na atitude de se estabelecer uma reforma no ensino de matemática em Portugal. Sebastião e Silva, neste artigo, apresenta reflexões contrárias às de Caraça, ao afirmar que:

> [...] é indiscutível que a Matemática deve desempenhar no ensino liceal [ensino médio] um papel essencialmente formativo. Pouco interessa que o aluno fique a conhecer muitos teoremas e os processos de resolução de muitas classes de problemas [...]. Exige-se, evidentemente, um mínimo de informação matemática, a aquisição duma técnica segura de cálculo elementar (numérico algébrico); mas isso pouco deverá ser, comparado com o trabalho de criação dos hábitos de raciocínio, de abstração, de disciplina mental, que distinguem a formação matemática. E é ainda manifesto que esse mínimo de informação se refere quase exclusivamente

> aos alunos que vão seguir determinados cursos, enquanto os benefícios da formação matemática interessam à ***totalidade*** dos alunos. (SILVA, 2002, p. 238–239, grifo e acréscimo nosso, itálico do autor).

José Sebastião e Silva, ao argumentar sobre a importância da construção das tábuas de logaritmos, assevera que, mesmo que o aluno não chegue a construir uma dessas tábuas, terá a convicção de ser capaz de concretizar essa execução, apesar de ser uma atividade cansativa; representa uma oportunidade para consolidar o sentido de autoconfiança e compreensão de que a Matemática e seus instrumentos não são produtos resultantes de magia ou de entes sobrenaturais, mas sim um resultado produzido pelo homem para o homem, ou seja, a Matemática é uma produção essencialmente humana. Afirma, também, que esse exercício de produção dos materiais didáticos é um dos mais poderosos agentes do ensino e da aprendizagem, produzindo, no aluno, o mesmo sentimento de satisfação quanto ao de um investigador na busca de um resultado em sua trajetória de pesquisa. Sebastião e Silva, mesmo que indiretamente, de certa maneira converge para a intencionalidade de Bento Caraça — desenvolvimento de uma abordagem da Matemática que se constitua em um imprescindível elemento da cultura geral para todos os alunos, ao assumir que:

> Mesmo que o aluno não chegue a construir uma dessas tábuas, ficará (e é isto o fundamental) a ter a legítima convicção de que ***seria capaz de a construir, se tanto quizesse***, — e deste modo se evita o seu complexo de inferioridade, perante um instrumento que não se deve, positivamente, a artes mágicas — que não foi criado por entes sobrenaturais, mas ***por homens***! [...] o prazer que fruirá, trabalhando com seus aparelhos, é um dos mais poderosos agentes de que pode socorrer-se a boa pedagogia. Esse prazer tem algo de semelhante à emoção que se apodera do investigador (pensamos em Pasteur, neste momento ...), ao pressentir o êxito das suas pesquisas — mesmo que daí não venha a resultar nada que possa exprimir-se em unidades do sistema monetário. Ai da Ciência, ai da Humanidade — se deixasse de haver gente ***sonhadora***, capaz de sentir emoção! (SILVA, 2002, p. 244–245, grifo e acréscimo nosso, itálico do autor).

José Sebastião e Silva, ao finalizar o seu artigo, reforça a sua discordância com Bento Caraça no que tange ao ensino das tábuas de logaritmos no ensino liceal, mas mantém o seu apoio à atitude de seu oponente quanto à necessária reforma do ensino de Matemática, bem como aborda o manejo de instrumentos como régua de cálculo e a sua gradual substituição pelas máquinas de calcular. Afirma que:

> As considerações precedentes são, em grande parte, o produto da nossa legítima reação, a várias críticas que nos foram dirigidas a propósito da nossa 3.ª interrogação, formulada na secção pedagógica do n.º 11 da "G. M." [revista Gazeta de Matemática]. Em especial, referir-nos-emos às observações feitas no mesmo número, pelo Sr. Prof. Bento Caraça, com quem estamos em desacordo neste ponto — mas a quem apoiamos na enérgica atitude que tem mantido a favor duma reforma do ensino das matemáticas em Portugal. Algumas de suas observações acerca do nosso ponto de vista referem-se à necessidade de ensinar, a alunos do ensino liceal [ensino médio], o manejo da régua de cálculo, e à gradual substituição dos logaritmos pela máquina de calcular. (SILVA, 2002, p. 245, acréscimo nosso).

Durante a polêmica Sebastião e Silva comenta que seu posicionamento estava embasado na opinião de Félix Klein (1849–1925) ao sugerir, em artigo publicado na revista Gazeta de Matemática, número 12 (nesta edição há artigo de Dirk Struik sobre logaritmos extraído de sua obra "Concerning Mathematics"), que os alunos deveriam aprender a construir uma tábua de logaritmos, e também recomendou para construção de tábuas de logaritmos a leitura do livro "Les Mathématiques pour tous" (1939), de Lancelot Hogben, no capítulo "Coment furent découverts les logarithmes". Sebastião e Silva, também, reforçou seus argumentos a partir de citações de alguns matemáticos e cientistas referenciais, entre outros, como Leibniz, P. Dirac, e Darwin. Bento Caraça publica na Gazeta de Matemática, número 12, de outubro de 1942, "RESPOSTA ÀS CONSIDERAÇÕES ANTERIORES" como retorno aos fatos de Sebastião e Silva por seu artigo "A TEORIA DOS LOGARITMOS NO ENSINO LICEAL", mas incialmente refutando o jogo das citações e propondo um novo caminho para a continuidade das discussões nos seguintes termos:

> É pouco do meu gosto esse jogo da *citaçãozinha.* [...] Por isso, vou propor ao Dr. Sebastião e Silva outro jogo: que deixemos em paz o Leibniz, e o Pasteur, e o Klein e que, como homens do nosso tempo e do nosso meio, analisemos, com cuidado e sentido das realidades, o problema em questão. (CARAÇA, 2002, p. 246, itálico do autor).

Neste artigo, Bento Caraça apresenta, pedagogicamente, argumentos em que há concordância com o seu oponente, principalmente sobre o valor formativo da Matemática para a totalidade dos alunos; mas mantém o ponto discordante em torno da importância de se ensinar aos alunos do ensino liceal [ensino médio] a construção de tábuas de logaritmos com três ou quatro casas decimais. Discorda que, em algum momento, tenha solicitado a retirada do ensino de logaritmos do ensino secundário, bem como indica que este conteúdo deve ser ensinado sob os aspectos teórico, cultura geral e prático; ainda ao final, em nota, registra a sua satisfação pelo declarado apoio de seu oponente quanto à necessidade de reforma do ensino de matemática. Bento Caraça, neste artigo, apresenta argumentos contrários a certos posicionamentos de Sebastião e Silva ao afirmar que:

> O ensino liceal [ensino médio] é dirigido a ***todos***, quer vão ou não frequentar mais tarde cursos superiores e deve ter, consequentemente, por objetivo fornecer os elementos da cultura geral e a capacidade de atuação indispensável a todo o cidadão. Esta me parece que deve ser a sua finalidade — ***formar cidadãos*** — e não formar matemáticos, ou físicos, ou geógrafos, ou alfaiates [especialistas]. Nessa formação, a matemática desempenha um papel de primeiro plano quer pela disciplina mental que pode contribuir para criar, quer pela **cultura geral** que o conhecimento dos seus conceitos e métodos proporciona, quer ainda pelas suas aplicações práticas imediatas à vida corrente [cotidiana]. (CARAÇA, 2002, p. 246–247, grifo e acréscimo nosso e itálico do autor).

Bento Caraça, adiante, acrescenta argumentos nos quais concorda com o seu oponente, quando este aponta o aspecto formativo da Matemática, mas não o acompanha quanto a conduzir ao hábito de pensar matematicamente e no estudo do desenvolvimento lógico das teorias, pois são alunos do curso liceal [ensino médio] que apresentam uma capacidade de recepção e de sensibilidade ao fato matemático limitado por um condicionamento próprio desta faixa etária. Ele argumenta que:

> [...] quando o Dr. Sebastião e Silva diz que o ensino liceal [ensino secundário] da Matemática deve ter um objetivo essencialmente formativo, concordo com ele [Sebastião e Silva], mas já o não posso acompanhar quando pretende que ele [ensino liceal da Matemática] deve levar ao hábito de ***pensar matematicamente*** e ao estudo do ***desenvolvimento lógico das teorias***. [...] em face de mentalidades médias de menos de 17 anos. (CARAÇA, 2002, p. 247, grifo e acréscimo nosso, itálico do autor).

Bento Caraça, em seu artigo "Respostas às Considerações Anteriores" (1942), elenca uma trajetória pedagógica para a apresentação dos logaritmos no ensino secundário, bem como esclarece, em nota final, sobre a sua satisfação quanto ao fato de Sebastião e Silva registrar o seu apoio ao movimento de reforma do ensino de Matemática, tendo em vista o fato de nunca lhe ter explicitado esse importante apoio, embora tenham desfrutado de várias circunstâncias e locais. Argumenta que:

> O Dr. Sebastião e Silva diz na nota final do seu artigo que **apoia na atitude que tenho tomado dentro da Comissão Pedagógica da Sociedade Portuguesa de Matemática por uma reforma do ensino secundário** [de Matemática]. Como nunca tinha dado por isso, apesar de nos termos muitas vezes encontrado em ocasiões e locais em que ele [Sebastião e Silva] poderia ter dado a esse movimento a cota parte do seu esforço, registro agora o fato com satisfação. (CARAÇA, 2002, p. 255, grifo e acréscimo nosso).

Bento Caraça, no mesmo artigo, encerra a sua participação nesta polêmica com Sebastião e Silva acerca do ensino de logaritmos no ensino secundário calcada na importância da construção de tábuas de logaritmos com três ou quatro decimais, conforme o desejo de defesa de seu oponente; porém, Sebastião e Silva publica na revista Gazeta de Matemática, número 13, de janeiro de 1943, o artigo "ACERCA DO ENSINO DOS LOGARITMOS" em resposta ao referido artigo de Caraça. Este artigo, de fato, encerra a polêmica entre ambos, embora o conteúdo deste diálogo continue a suscitar interesse pela qualidade e nível dos argumentos apresentados durante todo o processo por ambos oponentes, tanto pelo ponto de vista do conteúdo quanto por seus aspectos didáticos e pedagógicos — não só dos logaritmos, mas também, de outros conteúdos matemáticos. Sebastião e Silva desenvolve argumentos, sem a companhia de seu interlocutor, sustentando isoladamente consistentes ideias sem as significativas e certamente esperadas contra-argumentações. Essa atitude de Bento Caraça permite entendermos que não havia mais nada a acrescentar à polêmica, pois tivera acesso antecipado ao artigo de Sebastião e Silva, por ser responsável pela secção de Pedagogia na referida revista. Essa postura é enfatizada por Bento Caraça na revista Gazeta de Matemática, número 14, de março de 1943, na secção de Pedagogia, em descrição de rodapé junto à "NOTA", conforme os seguintes argumentos:

> Publicamos no último número [n.º 13] da "Gazeta" [revista Gazeta de Matemática] um extenso artigo [ACERCA DO ENSINO DE LOGARITMOS] do Dr. Sebastião e Silva sobre o ensino de logaritmos

> no Liceu [ensino secundário]. **Como nele** [ACERCA DO ENSINO DOS LOGARITMOS] **não vejo nenhum facto novo que permita avançar ou esclarecer a discussão do problema pedagógico que aqui** [revista Gazeta de Matemática] **debatera, abstenho-me de o comentar**. (CARAÇA, 1943, p. 12, grifo e acréscimo nosso)

Assim, ao retornarmos para o conteúdo do artigo "ACERCA DO ENSINO DE LOGARITMOS", destacaremos alguns dos argumentos assumidos e desenvolvidos por José Sebastião e Silva neste seu último artigo, cita o artigo "Como estudar Matemática" publicado na revista The American Mathematical Monthly, e traduzido na Gazeta de Matemática n.º 12, de fato sem a companhia intelectual de Caraça, com posicionamento supostamente contrário às reflexões de Bento Caraça, mas certamente com um excelente nível de convergência de concepções, conceitos e ideias, ao afirmar que:

> A intervenção crescente da Matemática na vida moderna e a influência decisiva no progresso dos povos constituem realidades a que não podem manter-se estranhos regimes de ensino. "***Se o Mundo não precisa dum número muito grande de professores de Matemática, precisa, no entanto de muitíssimas pessoas que possam fazer uso inteligentemente da Matemática***". Sim, é cada vez maior o número de profissões que, em países civilizados, requerem uma **sólida cultura matemática**, e a capacidade de aplicar inteligentemente a Matemática. Mas tal **cultura** e tal capacidade não se adquirem facilmente — é esta a verdade — sem uma preparação liceal [ensino médio], em que seja banida toda a estreiteza de vistas tendente a formar ***indivíduos automatizados na aplicação de receitas***. (SILVA, 2002, p. 259–260, grifo e acréscimo nosso, itálico do autor).

Mais adiante, José Sebastião e Silva apresenta uma reflexão em que defende um ensino que favoreça as aptidões individuais objetivando melhorar a qualidade de vida das pessoas — para o bem de todos. Postura não que deve ser entendida como desprezo pela cultura geral; admite que convém estimular o interesse por questões de ordem geral e favorecer o hábito pela leitura — sem exageros. Afirma que seu pensamento está em consonância com sua atuação, considerando o seu contexto para enfrentar os problemas do seu tempo e espaço. Assim, Sebastião e Silva e Bento Caraça parecem não estar tão distantes em muitos pontos de vista — entre eles a importância da cultura Matemática para todos. São argumentos de Sebastião e Silva que:

> ***Ensino idêntico para todos***, é um princípio talvez muito cômodo para o professor; mas, ***para o bem de todos***, há que substituí-lo por este outro: ***ensino que favoreça, tanto quanto possível, às aptidões de cada um.***[...]. Não quer isto dizer que se deva desprezar a **cultura geral**. Convém estimular, em certa medida, o interesse por questões de ordem geral, e, sobretudo, favorecer hábitos de leitura. Mas não exageremos! Subsiste entre nós um culto perigoso pelo enciclopedismo, e da multiplicidade de aptidões — como se fossemos felizes contemporâneos de Descartes ou de Leonardo da Vinci. Será preciso lembrar que não é esse culto a maneira mais adequada de evitar o acréscimo de incompetência? [...]. E é pensando assim que julgo ser ***homem do meu tempo, virado para os problemas do meu tempo e do meio em que vivo***. (SILVA, 2002, p. 261–262, grifo nosso e itálico do autor).

Sebastião e Silva, ao se encaminhar para o final de seu artigo "Acerca do Ensino dos Logaritmos" (1943), certamente, apresenta novos pontos de convergência para com as intenções de Bento Caraça quanto à importância de a Matemática ser integrante da cultura geral das pessoas. Seus argumentos também se identificam com os de Caraça quando da apresentação do prefácio do livro "Conceitos Fundamentais da Matemática", pois afirma:

> A Matemática não se constrói dum bloco [...]. E é bom que o aluno se habitue a considerar esta ciência como um "evoluir" e não como qualquer coisa de acabado e perfeito; como "obra de homens para homens", em que ele [homem] poderá vir a colaborar, e não como generosa dádiva dos deuses. Só assim o "caráter convencional de toda definição" matemática deixará de repugnar ao espírito do principiante, porque foi preparado o terreno psicológico, favorável à aceitação de tais convenções, ***adaptadas a um certo fim***. Só deste modo conseguirá por termo [fim] à lenda, que se criou, **da aridez e do tecnicismo** estreito da Matemática. Só então deixaremos de ouvir a pessoas cultas esta impertinente pergunta: "Pois ainda há que descobrir em Matemática?" A Matemática não é então um assunto esgotado? (SILVA, 2002, p. 271–272, grifo e acréscimo nosso, itálico do autor).

Bento Caraça e Sebastião e Silva encerram a polêmica, divergindo quanto ao ensino das tábuas de logaritmos no ensino secundário, mas demonstrando grande região de contato quanto ao ponto de vista pedagógico da Matemática, bem como de sua importância para a formação da cultura geral de todas as pessoas. Certamente, existe uma enorme região de contato pedagógico e metodológico entre ambos, apesar das divergências, contudo, os argumentos de Sebastião e Silva, no artigo "Bento Caraça e o ensino da Matemática em Portugal", publicado na revista Vértice, números 412, 413, e 414, expressam uma análise sobre a importância da atuação do amigo e oponente — Bento Caraça — para o ensino e a aprendizagem de Matemática, ao destacar que:

> Na verdade, ele [Bento Caraça] não foi um investigador, isto é, não foi um criador de ciência. [...]. O que devemos admirar, sim, é o seu esforço de autodidata, as suas invulgares qualidades de trabalho, [...]. E sinto-me inclinado a admitir que, sob esse aspecto, a sua atividade foi realmente criadora; isto é, sou levado a pensar que Bento Caraça criou, efetivamente um ***estilo de ensino de matemática***, de que eu próprio sou beneficiário. [...]. Um seu primeiro aspecto que chamava a atenção era o de apresentar a Matemática, como se fosse uma obra de arte, numa nova linguagem — viva, clara, incisiva, cativante. (SILVA, 2002, p. 274, grifo e acréscimo nosso e itálico do autor).

A polêmica entre Bento de Jesus Caraça e José Sebastião e Silva a partir das divergências sobre a forma de apresentação — tábua de logaritmos, régua de cálculo ou calculadora — da teoria logarítmica no ensino secundário desaguou ironicamente na constatação da existência de significativos pontos de convergência sobre o ensino de Matemática. Esse diálogo intelectual e pedagógico, entre duas das mais importantes figuras da cultura e da ciência portuguesa do século XX, embasado na maneira de se apresentar a teoria dos logaritmos, é um expressivo momento de forte sentido humanista fundamentado no respeito e na maturidade acadêmica.

Conclusão

O desenvolvimento dos argumentos expressos na polêmica entre Bento de Jesus Caraça e José Sebastião e Silva também se apresenta como importante instrumento para comprovar que Caraça e a obra "Conceitos Fundamentais da Matemática", desde a sua publicação inicial, conseguiram despertar inspirações pedagógicas e didáticas. Esta obra de Bento Caraça apresenta fundamentos pedagógicos que se coadunam com argumentos encontrados na referida polêmica acerca do ensino de logaritmos, pois em ambas estão presentes traços de sua convicção no tocante ao ensino de Matemática integrar de forma significativa a cultura geral das pessoas. Tal posicionamento pedagógico deve enfocar as ideias fundamentais da Matemática com embasamento em seus aspectos históricos e filosóficos em detrimento de um ensino preponderantemente técnico. A polêmica tem seu centro de discordância no âmbito da construção das tábuas de logaritmos e do uso de réguas de cálculo e/ou calculadoras. Indiscutivelmente, houve períodos em que as tábuas de logaritmos tiveram o seu apogeu como instrumento obrigatório no ensino deste conteúdo, bem como encontraram o seu declínio em virtude do surgimento e do uso crescente das réguas de cálculo. Este instrumento de cálculo, também importante em sua época, teve o seu período de apogeu entrando em desuso com o surgimento e a popularização das máquinas de calcular e na sequência com as calculadoras eletrônicas. Nesse sentido, indiscutivelmente, o tempo se fez e faz senhor colocando as coisas no devido lugar, e ainda por sedimentar a clareza de visão e convicção de Bento Caraça que assertiva e frontalmente afirmou que "Cada época cria e usa os seus instrumentos de trabalho conforme o que técnica [tecnologia] lhe permite.". Esta assertiva caraciana, assinalada durante a polêmica com José Sebastião e Silva, bem como o conjunto de convicções apresentado permitem constatar que o debate honesto e de alto nível entre intelectuais desta envergadura moral é significativamente contributivo para o bom desenvolvimento e aprimoramento cultural e das ideias que cercam o tema central. A discussão de concepção ao abranger o cerne da divergência, e ainda os vários pontos de convergências, tornasse em um importante instrumento de diálogo intelectual tendo em vista a troca de ideias e de experiências, a vontade de evolução dos conhecimentos e a disponibilidade para aprender com o seu interlocutor gerou este significativo momento da história da cultura e da matemática em Portugal.

Bibliografia

AMARAL, J. T. *Bento de Jesus Caraça — Uma Visão Sobre o Valor Humano e o Valor Social da Matemática e Suas Implicações no Ensino.* 2014. Tese (Doutorado). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo.

CARAÇA, B. J. Pedagogia — Nota. *Gazeta de Matemática*, n.º 11, Lisboa, p. 16, 1942.

CARAÇA, B. J. Pedagogia — Resposta às Considerações Anteriores. *Gazeta de Matemática*, n.º 12, Lisboa, p. 14–17, 1942.

SEBASTIÃO E SILVA, J. Bento Caraça e o Ensino da Matemática em Portugal. *Diário de Lisboa*, Lisboa, 25 de junho de 1968, pp. 19–20.

SEBASTIÃO E SILVA, J. *Textos Didácticos.* Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2002, v. 3.

Simpósio
Henri Poincaré

Organizadora:
Tatiana Roque

Revisores científicos:
Gerard Grimberg, Paulo Crawford, Tatiana Roque

Henri Poincaré: analogias e reducionismo mecanicista, mecânica celeste e os fundamentos da mecânica estatística, 1888–1894

João Príncipe
IHC / CEHFCi — Universidade de Évora
jpps@uevora.pt

Resumo: O objectivo principal deste artigo é mostrar a evolução da opinião de Poincaré sobre a redução mecanicista da termodinâmica, evolução, com resultados notáveis para a física, que ocorre num período curto em torno do ano de 1890. Poincaré começou por se interessar pela termodinâmica e sua relação com a mecânica, inspirando-se nas analogias de Helmholtz dos sistemas monocíclicos. Após um período de cepticismo em relação à teoria cinética, estudou atentamente algumas das memórias de Maxwell e contribuiu para os fundamentos da mecânica estatística. Aqui mostramos que as contribuições de Poincaré para os fundamentos da mecânica estatística estão intimamente relacionadas com o estabelecimento de analogias com seus trabalhos em mecânica celeste e com seu interesse pelas probabilidades e seu papel na física.

1 Introdução

Em 1909 Émile Borel afirmou que a atitude de Poincaré enquanto investigador ficava bem caracterizada ao o descrever como um conquistador e não como um colonizador. Os tempos rápidos destas conquistas ficam bem exemplificados ao se estudar uma pequena porção da obra científica de Poincaré, durante um curto período de tempo. É o caso que aqui vos trago, ao considerar o interesse de Poincaré pela relação entre a termodinâmica e a mecânica, considerando o curto período compreendido entre 1888 e 1894. Quando, no quadro dos seus cursos na Sorbonne, Poincaré vai ensinar pela primeira vez termodinâmica ele ignora os trabalhos de Maxwell e de Boltzmann sobre mecânica estatística. Ao considerar as relações entre a mecânica e a termodinâmica, em particular a questão da redução mecanicista do príncipio do aumento de entropia ele apresentará as analogias de Helmholtz e concluirá pela incompatibilidade entre mecânica e irreversibilidade; o seu cepticismo em relação à teoria cinética irá rapidamente modificar-se e Poincaré irá dar importantes contributos para os fundamentos da mecânica estatística estabelecendo pontes inusitadas com os seus trabalhos em mecânica celeste.

2 Poincaré e os sistemas monocíclicos

Em Março de 1885 Poincaré é nomeado para a cadeira de mecânica física e experimental da Faculdade de Ciências de Paris (Sorbonne). Em Agosto de 1886, ele sucede a Gabriel Lippmann na cadeira de física matemática e de cálculo das probabilidades. Isso representa um ponto de viragem na sua pesquisa. O curso do primeiro semestre de 1887–88 é dedicado às teorias matemáticas da luz, muito em especial às várias teorias do éter. No curso do segundo semestre de 1888 ele aborda as teorias electrodinâmicas e a teoria electromagnética da luz de Maxwell; em 1890, no seu curso de electricidade e de óptica tratará da teoria de Helmholtz e das experiências de Hertz. Com efeito, Poincaré abordou sempre tópicos recentes nos seus cursos, demonstrando uma grande abertura em relação à física estrangeira, atitude relativamente pouco comum no contexto parisiense, e portanto francês. Sempre que possível, foi apresentando teorias alternativas e estabelecendo comparações entre as mesmas, numa perspectiva de pluralismo téorico, atitude que decerto lhe foi inspirada por Maxwell.[1]

A posição inicial de Poincaré, relativamente à questão do reducionismo mecânico dos princípios da termodinâmica, que era a de desconfiança em relação às explicações baseadas em hipóteses atómicas, fica bem resumida nas palavras seguintes do prefácio do seu tratado de termodinâmica:

> '[As] teorias ambiciosas de há 40 anos atrás, carregadas com hipóteses moleculares... O longo espectáculo das tentativas pelas quais o homem chega à verdade é muito instrutivo em si. Observe-se o importante papel desempenhado pelas várias ideias teóricas ou mesmo metafísicas, agora abandonadas ou consideradas como duvidosas... Os dois princípios [da termodinâmica: conservação da energia e aumento da entropia em sistemas naturais isolados], apoiados agora em sólidas experiências, sobreviveram a essas frágeis hipóteses, sem as quais eles talvez não tivessem sido ainda descobertos. Assim, o arco é libertado desses andaimes quando ele está completamente construído.' [Poincaré, 1892a, V, XIV]

Poincaré refere-se aqui sobretudo à física laplaciana, baseada na suposição de que a matéria é constituída por átomos centros-de-força. O programa laplaciano foi bem sucedido no caso da mecânica dos meios continuos, na hidrodinâmica e na teoria do éter luminoso, além de que permitia uma cosmovisão, uma

[1] Ver Príncipe, 2012.

visão unitária da física; ele contou com geómetras distintos, ao longo de todo o século XIX, como Laplace, Poisson, Cauchy, Navier, Saint-Venant, Boussinesq.[2]

No fim do seu curso de termodinâmica, no ano lectivo de 1888–89, Poincaré considera a questão da compatibilidade entre o mecanismo e a termodinâmica, analisando as analogias mecânicas, propostas por Hermann von Helmholtz entre o segundo princípio e os sistemas monocíclicos descritos no formalismo hamiltoniano. Helmholtz, a partir de meados da década de 1880 passou a considerar o princípio da menor acção como o princípio fundador de toda a física, vendo no método de Lagrange da teoria electromagnética de Maxwell (para obter as equações sem detalhar o modelo do éter) um exemplo paradigmático disso, visão compartilhada por Poincaré. O uso do princípio da menor acção permite não postular modelos atómicos específicos, uma vez que ele determina a evolução do sistema sem introduzir explicitamente mecanismos não observáveis. O uso de analogias em física, nomeadamente a sua importância heurística, tinha sido posto em relevo por Maxwell nas várias considerações epistemológicas insertas nos seus artigos; o derradeiro Helmholtz deu também especial relevo ao carácter parcial do nosso conhecimento, designando por imagens, 'bild', aquelas representações que não correspondem à realidade porque são analogias parciais (uma imagem representa o semelhante pelo semelhante, enquanto que um signo tem carácter arbitrário).[3]

Helmholtz, em memórias publicadas em 1884 e 1886, distingue dois grupos de coordenadas generalizadas: aquelas que mudam muito lentamente as q_a, e aquelas que variam muito rapidamente, as q_b. Os parâmetros que variam muito lentamente podem ser controlados por um observador macroscópico (por exemplo, o volume, ou o centro de gravidade de um corpo). Num sistema monocíclico, admite-se a existência de determinadas relações entre as velocidades das diferentes partes do sistema, de modo que esses movimentos periódicos são descritos por uma única coordenada; os movimentos rápidos que prosseguem sem alterar a configuração do sistema são semelhantes às rotações de piões, ou a vórtices em fluidos. Esta teoria fornece um análogo da segunda lei da termodinâmica (para processos reversíveis) se for assumido que a temperatura corresponde à energia cinética. Isto é sugerido pela teoria cinética dos gases, como Helmholtz observou em seu primeiro artigo.[4] A analogia com

[2]Ver Príncipe, 2008, Conclusions.

[3]Sobre 'bild' ver Schiemann, 2009, 196–198. Sobre Maxwell e as analogias ver Príncipe, 2010. O interesse de Poincaré por Helmholtz remonta pelo menos a 1887, estando ligado ao interesse comum pelo estatuto epistemológico das geometrias métricas que permitem a livre mobilidade dos corpos sólidos, tema sobre o qual é habito, no contexto da filosofia das ciências, referir a posição de Poincaré como 'convencionalismo geométrico'.

[4]'Hier tritt die Analogie mit der kinetischen Gastheorie schon sehr deutlich heraus. Die Tem-

a irreversibilidade resulta de comparar os movimentos térmicos das moléculas a movimentos estacionários escondidos (correspondendo a sistemas ditos incompletos, onde a energia cinética contém potências ímpares das velocidades generalizadas). No caso dos piões, o pião que está a rodar distingue-se de um pião parado devido à sua capacidade de suportar a acção de forças externas que tendem a alterar a direcção do eixo de rotação. Helmholtz imagina que um pião que roda possa estar encerrado em uma concha, mantendo-se, assim, invisível e inviolável por seres humanos.[5]

Não se deve confundir as analogias mecânicas entre o segundo princípio e os sistemas mecânicos periódicos monicíclicos, desenvolvidas por Boltzmann, Clausius e Helmholtz, com modelos concretos de movimento térmico, em especial o da teoria cinética. Essas analogias são analogias formais e nada implicam sobre a natureza precisa do movimento que é o calor.[6]

No fim do ultimo capítulo do seu tratado de termodinâmica, cujo título é 'Redução dos princípios da termodinâmica aos princípios gerais da mecânica', Poincaré, através de um argumento bastante geral, mostra que a analogia criada por Helmholtz não pode explicar os fenómenos irreversíveis.[7] Na sua nota aos *Comptes Rendus* 'Sobre as tentativas de explicação mecânica dos princípios da termodinâmica', ele pergunta: 'Podemos ... ao representar o mundo como composto de átomos ... explicar porque o calor não pode passar de um corpo frio para um corpo quente?' [Poincaré, 1889, 550] A sua resposta será implicitamente negativa. Poincaré, no seu raciocínio admite que, se os processos naturais obedecem simultaneamente às equações da mecânica e ao princípio de Carnot, então deve haver uma função $S(q, p)$ 'que deve ir constantemente aumentando e que nós chamamos entropia'. Portanto deve-se verificar:

$$\frac{dS}{dt} = \sum \left(\frac{\partial S}{\partial q} \frac{dq}{dt} + \frac{\partial S}{\partial p} \frac{dp}{dt} \right) = \sum \left(\frac{\partial S}{\partial q} \frac{\partial H}{\partial p} - \frac{\partial S}{\partial p} \frac{\partial H}{\partial q} \right) > 0.$$

peratur θ ist der lebendigen Kraft proportional', Helmholtz, 1884a, fim do §3. Martin Klein nota que Helmholtz tinha reconhecido que o movimento térmico não é estritamente monocíclico: 'Eu afirmei desde o princípio que o movimento térmico não é estritamente monocíclico', tradução do Helmholtz, 1884a, 757; ver Klein, 1972, 67.

[5]Poincaré 1892a, 442. Um exemplo em que a força viva deixa de ser proporcional ao quadrado da velocidade é o de uma roda que pode rodar em torno de um eixo e que está equipada com um regulador de força centrífuga; se a velocidade angular for aumentada, as bolas do regulador afastam-se do eixo aumentando o momento de inércia: Poincaré, 1892a, 431.

[6]Boltzmann foi o primeiro a desenvolver estas ideias num artigo publicado em 1866; ver Boltzmann 1866. Um resumo destes ideias é dada por Truesdell, 1975, 59–60.

[7]As memórias de Helmholtz são explicitamente citadas no início da Nota. A demonstração é retomada no tratado Poincaré, 1892a, § 328 e seguintes.

Ou ainda, utilizando os parênteses de Poisson,

$$\frac{dS}{dt} = \{S, H\} > 0.$$

Poincaré acredita ser possível provar a impossibilidade de tal desigualdade admitindo que 'o sistema, permanecendo isento de qualquer acção externa, está sujeito a ligações tais que a entropia é capaz de atingir um máximo'. Poincaré termina a nota com a seguinte conclusão:

> 'Devemos, portanto, concluir que os dois princípios, o do aumento da entropia e o da menor acção (compreendido no sentido Hamiltoniano) são irreconciliáveis. Se Helmholtz mostrou, com admirável clareza, que as leis de fenómenos reversíveis podem ser consequência da dinâmica, parece provável ser necessário ir procurar noutro lugar a explicação dos fenómenos irreversíveis, renunciando pois às hipóteses familiares de mecânica racional a partir das quais obtivemos as equações de Lagrange e de Hamilton'. [Poincaré, 1889, 553]

Poincaré irá mudar rapidamente de opinião.

3 Poincaré e a teoria cinética dos gases de Maxwell

Poincaré começou a se interessar pela teoria cinética dos gases através da leitura das memórias de Maxwell, o que provavelmente está relacionado com o seu interesse pelas teorias iónicas do eletromagnetismo (incluindo a de Lorentz), uma vez que o desenvolvimento de uma microfísica teórica e experimental favorecia as teorias atomísticas de calor. Em 1893, Poincaré lê atentamente a memória de Maxwell de 1866 (na qual se obtém a equação de Boltzmann) e formula uma objecção correcta ao raciocínio de Maxwell que justificava a lei da expansão adiabática de um gás.[8] Este interesse crítico incidirá rapidamente sobre os fundamentos da mecânica estatística. Poincaré vai estar principalmente preocupado com as justificações mais abstractas da distribuição de equilíbrio, da equipartição e da tendência para o equilíbrio. Ou seja, vai favorecer a abordagem dos *ensembles* através da formulação de Hamilton da mecânica e da hipótese ergódica e ele vai rapidamente encontrar a relação com um teorema sobre o problema dos três corpos.

[8]Trata-se do Poincaré, 1893b; ver a referência a esta crítica em Boltzmann, 1896, nota à fórmula (187), também Príncipe, 2008, § 10.4.1. Sobre as contribuições de Poincaré para o electromagnetismo e para a teoria dos electrões ver Darrigol, 2000, cap. 9, sobretudo § 9.3.3.

3.1 O artigo 'Le mécanisme et l'expérience'

Poincaré fala pela primeira vez da importância do seu teorema de recorrência para as tentativas mecanicistas de redução do princípio de Carnot no artigo 'O mecanismo e experiência' (1893), publicado na edição inaugural da *Revue de Métaphysique et de Morale*. A experiência mostra que na natureza há 'um monte de fenómenos irreversíveis' que parecem difíceis de conciliar com a redução mecanicista. Poincaré divide os mecanicistas em dois grupos. De um lado Helmholtz, que não usa raciocínio estatístico e do outro os ingleses partidários da teoria cinética dos gases de Clausius-Maxwell. Falando de Maxwell, ele observa:

> 'A irreversibilidade aparente dos fenómenos naturais seria o resultado de que as moléculas são muito pequenas e demasiado numerosas para o carácter grosseiro dos nossos sentidos… Maxwell introduziu a ficção de um 'demónio', cujos olhos são subtis o suficiente para distinguir as moléculas, e cujas mãos são pequenas e rápidas o suficiente para as detectar e mover. Para um tal demónio… não haveria dificuldade em conseguir fazer passar o calor de um corpo frio para um corpo quente… A teoria cinética dos gases é até agora a mais séria tentativa de conciliação entre o mecanismo e experiência'. [Poincaré, 1893a, 536]

Poincaré acrescenta que a teoria cinética não é incompatível com o seu teorema de recorrência:

> 'Um teorema fácil de estabelecer diz-nos que um mundo limitado sujeito apenas às leis da mecânica, retornará sempre a um estado muito próximo do seu estado inicial. Pelo contrário, de acordo com as leis experimentais aceites (se lhes for dado um valor absoluto e se se quiser levar as suas consequências até ao extremo), o universo tende para um estado final, do qual ele não poderá escapar. Neste estado final… todos os corpos estarão… à mesma temperatura. Será que se notou que as teorias cinéticas inglesas podem escapar a esta contradição? O mundo, de acordo com elas, tende inicialmente para um estado onde ele vai ficar um longo tempo sem aparente mudança… mas ele não ficará aí para sempre… ele permanecerá aí apenas durante um tempo enorme, tanto maior quanto mais numerosas forem as moléculas. Este estado não será a morte definitiva do universo, mas uma espécie de sono, do qual ele acordará depois de milhões de milhões de séculos'. [Poincaré, 1893a, 536]

Este teorema e o estatuto do mecanismo serão discutidos por Zermelo e Boltzmann em 1896. Este último afirmará, como Poincaré, que os retornos, para os sistemas macroscópicos habituais, estão para além de nossa experiência.[9]

3.2 O teorema da recorrência

O famoso teorema da recorrência de Poincaré surge formulado na célebre memória 'Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique', coroada pelo prémio do rei Oscar II da Suécia a 21 de Janeiro de 1899.

3.2.1 O problema dos três corpos

O problema dos três corpos é um dos mais famosos da mecânica: três pontos materiais interagem gravitacionalmente, estando livres de se mover no espaço; temos de encontrar os seus movimentos para determinadas condições iniciais. Entre 1750 e o final do século XIX, centenas de artigos foram publicados sobre este assunto. A memória premiada de Poincaré teve duas formulações (1889 e 1890), apenas a segunda tendo sido publicada. O conceito de estabilidade de um sistema, inicialmente definido pelo confinamento das variáveis que definem o sistema foi substituído, em 1890, pela de Poisson: o ponto móvel, P, (que descreve por exemplo um planeta) deve retornar, ao fim de um tempo suficientemente longo, senão à sua posição inicial, pelo menos, a uma posição tão próxima quanto se deseje da sua posição inicial (é este o sentido de recorrência).[10]

Algumas soluções periódicas já eram conhecidas. Poincaré estudou soluções não periódicas (soluções assintóticas e duplamente assintóticas) e desenvolveu métodos qualitativos. Essas soluções não periódicas são infinitamente improváveis, mas 'tomadas em conjunto com as soluções periódicas… formam por assim dizer a trama do tecido muito denso constituído pela totalidade das órbitas gerais'. [Von Zeipel, 1921, 308][11]

[9] Ver Brush, 1976, § 14.7, 632–640.

[10] Sobre a história do problema, ver Whittaker, 1899 e Barrow-Green, 1997. A primeira versão, de 1889, foi impressa, mas não publicada devido à detecção de um erro crucial na prova de estabilidade; sobre a evolução do conceito de estabilidade dos sistemas de equações em Poincaré ver Roque, 2011. É na segunda versão que o teorema de recorrência desempenha um papel decisivo na economia de memória, consultar Robadey, 2006.

[11] Eis um exemplo de órbita assintótica, em um sistema que é composto por um Sol, a Terra e por duas luas de massa infinitesimais: 'Suponha-se um observador na Terra e, lentamente, girando sobre si mesmo, a fim de olhar constantemente para o Sol. O Sol vai aparecer-lhe imóvel e a Lua L_1 cujo movimento é periódico parecer-lhe-á descrever uma curva fechada C. A Lua

3.2.2 A noção de invariante integral

A demonstração do teorema de recorrência usa a noção de invariante integral, que foi criado por Poincaré no contexto de sua pesquisa sobre equações diferenciais de sistemas hamiltonianos. Recordemos a sua definição. Seja $\frac{dx_1}{X_1} = \frac{dx_2}{X_2} = \cdots = \frac{dx_n}{X_n} = dt$, um sistema de equações diferenciais. Seja $x_1^0, \ldots, x_n^0$ um ponto qualquer de um domínio $D(0)$ com k dimensões. Este conjunto de pontos ocupará num outro instante t um outro domínio a k dimensões, $D(t)$. Um integral k-dimensional sobre o domínio $D(t)$ é um invariante integral de ordem k do sistema de equações se o valor deste integral for independente de t. O exemplo típico é o do volume constante de uma parte específica de um fluido incompressível. Para um sistema Hamiltoniano com n graus de liberdade, Poincaré mostrou que:

$$I_1 = \int \sum_i dq_i dp_i, \quad I_2 = \int \sum_{i,k} dq_i dp_i dq_k dp_k, \ \ldots,$$
$$\ldots, \quad I_n = \int dq_1 dp_1 dq_2 dp_2 \ldots dq_n dp_n,$$

são invariantes integrais. Em particular o integral I_n é um invariante integral correspondente à condição de incompressibilidade do fluido no espaço de fases (teorema de Liouville).

Poincaré começa por provar o seguinte teorema. Seja um espaço N-dimensional e admitamos que o hipervolume é um invariante integral; se o ponto P *permanece a distância finita* e se se considerar uma região g_0 qualquer deste espaço, por mais pequena que seja esta região, haverá trajectórias que a atravessarão uma infinidade de vezes.[12]

De acordo com o seu estudo das soluções assintóticas, Poincaré conhecia trajectórias possíveis sem a propriedade de recorrência. A prova do teorema acima parece não deixar espaço para essas trajectórias. É necessário harmonizar os dois resultados; Poincaré irá estabelecer a natureza excepcional destas soluções instáveis: 'Haverá um número infinito de soluções específicas do problema que não serão estáveis… no sentido de Poisson; mas haverá uma infinidade que serão estáveis. Acrescento que as primeiras podem ser consideradas

L_2 então descreverá para ele uma espécie de espiral cujas espiras vão ficando cada vez mais apertadas, aproximando-se indefinidamente da curva C'. Poincaré, 1891, *Œuvres* 8, 532–533.

[12]A demonstração mostra que o volume total da sequência das regiões do espaço que são as sucessoras na época t_0+nt dos pontos contidos na época t_0 na região g_0 se torna infinita caso não haja recorrência (ver Poincaré, 1890, Œuvres vol. 7, 316). O cálculo dos tempos de recorrência é um problema delicado sobre o qual Poincaré, que eu saiba, nada publicou.

excepcionais'. [Poincaré, 1890, Œuvres 7, 313–314] Poincaré exprimiu isso utilizando o conceito de probabilidade definida como fornecendo a medida de uma região. As trajectórias excepcionais têm probabilidade zero; isto é, o carácter quase periódico está quase sempre presente na evolução de um sistema conservativo.

A demonstração do teorema de recorrência (e do seu corolário), que tem uma natureza não-construtiva, é, na história de teoremas em matemática, um dos primeiros exemplos em que uma propriedade é demonstrada como sendo válida para 'quase todos' os objetos de uma classe. Hoje traduz-se o carácter excepcional das trajectórias sem recorrência, dizendo que elas são um conjunto de medida nula. A teoria da medida que foi desenvolvido por Borel, Lebesgue e outros, é posterior à memória de Poincaré. A evolução da teoria ergódica está intimamente ligada a estes desenvolvimentos.[13]

Poincaré fará uso de outros resultados das suas pesquisas em mecânica celeste para iluminar os fundamentos da mecânica estatística. Aqui eu limitar-me-ei à consideração de um seu teorema sobre o carácter excepcional desempenhado pela energia enquanto integral das equações de um sistema conservativo.

3.3 Um teorema sobre os integrais não uniformes

O teorema de Liouville implica que o movimento do ponto representativo define uma transformação pontual contínua que conserva a extensão em fase. Na abordagem dos *ensembles*, isto implica que a função de distribuição correspondente ao estado estacionário deve permanecer constante ao longo de cada trajectória. Assim, a distribuição de equilíbrio deve, de maneira geral, ter a forma

$$\rho_0(q,\, p) = F\,(E,\, y_2,\, \ldots,\, y_{2n-1}),$$

F sendo uma função arbitrária dos integrais y_i (que são funções dos p e dos q que permanecem constantes ao longo de cada trajectória) do sistema das $2n$ equações de Hamilton para um sistema conservativo. Maxwell, em 1879, crê que é a hipótese ergódica que justifica que a função F só dependa da energia.

[13]Veja-se, por exemplo, Boyer e Merzbach, 1968 e von Plato, 1994. Para mais detalhes sobre a relação entre a teoria da medida e a teoria da integração, ver o texto Hawkins, 1980. George Birkhoff, um dos matemáticos que mais contribuíram para a teoria da ergodicidade, em uma conferência intitulada 'Probabilidade e sistemas físicos' (1931), considerando o problema das trajectórias excepcionais (e a falta de sentido físico, uma vez que é impossível determinar com rigor as condições iniciais), elogiou Poincaré por ter sido o primeiro a ter, de modo intuitivo, feito considerações sobre acontecimentos 'de probabilidade 1'; isto é, de ter considerado, em problemas de mecânica teórica, conjuntos de medida nula; ver von Plato, 1994, 110.

Boltzmann e Maxwell estavam conscientes do carácter problemático desta hipótese. Boltzmann reflectiu muito sobre a justificação da hipótese ergódica e portanto sobre o 'desaparecimento' dos $2n-2$ integrais primários, e é provável que essas reflexões o tenham feito pôr em dúvida a validade desta hipótese para o caso geral dos gases compostos de moléculas poliatómicas.[14]

Cerca de 1890, Poincaré formulou um teorema afirmando a não uniformidade dos integrais, excepção feita para o da energia, das equações canónicas da mecânica celeste. Este resultado diz respeito aos métodos perturbativos para resolver as equações de Hamilton. Este teorema ilumina um dos principais problemas relativos aos fundamentos da mecânica estatística clássica — a justificação do papel da energia na função de distribuição. Estamos diante de uma questão difícil e muitas vezes ignorada.[15] O capítulo V do primeiro volume dos *Nouvelles méthodes de la Mécanique céleste* (1892) é dedicado à não-existência de integrais uniformes das equações canónicas. Consideremos um sistema mecânico conservativo, descrito por $2n$ parâmetros: n coordenadas q e n momentos conjugados p. Poincaré admite que o sistema mecânico é estável no sentido de que nenhuma partícula abandona uma zona limitada do espaço. É fácil definir energia cinética, energia potencial e energia total. As $2n$ equações canónicas admitem $2n-1$ integrais independentes do tempo. Estes integrais são funções geralmente não uniformes: 'As equações canónicas da mecânica celeste só admitem (com excepção para alguns casos excepcionais que serão discutidas separadamente) o integral da energia como integral analítico e uniforme'. [Poincaré, 1892b, 8 e 253] Um integral uniforme das equações de Hamilton é uma função dos p e dos q que permanece constante no decurso da evolução do sistema. Pelo teorema, a energia é o único integral 'bem-comportado'; os outros são funções não-analíticas com descontinuidades e comportamentos 'bizarros'. Um integral não uniforme das equações canónicas pode tomar um valor infinitamente próximo de um valor dado na vizinhança de qualquer ponto do espaço de fases.[16]

Este resultado figurava já na memória sobre o problema dos três corpos (1889–1890). Poincaré considerou aí as tentativas para integrar as equações

[14]Boltzmann duvidou desde cedo da validade da hipótese ergódica, razão pela qual ele preferiu voltar em 1871 a uma generalização da *Ansatz* de Maxwell. Ao adoptar os ensembles, ele preferiu não os justificar pela ergodicidade mas pelo facto empírico de que o comportamento termodinâmico de um sistema não depende das condições iniciais para condições externas termodinâmicas dadas; ver: Gallavotti, 1995, § 3, Barberousse, 2000, cap. V, 158.

[15]Max Born, no seu livro sobre a mecânica dos átomos, de 1925, cita este teorema como evidência da existência de uma contradição no uso da teoria das perturbações. Brillouin, 1964, cap. IX, discute a importância deste teorema. Ver também Arnold, 1979, Anexo 8.

[16]Ver também Brillouin, 1964, 109.

da mecânica celeste por séries trigonométricas cuja convergência não estava comprovada. Ele mostrou que as séries introduzidas por Hugo Gyldén e Anders Lindstedt eram divergentes. Esta divergência era consequência do resultado geral acima: a ausência de outro integral analítico e uniforme que não o integral das forças vivas para as equações da dinâmica.[17]

Léon Brillouin nota que a não-analiticidade está intimamente ligada à não separabilidade:

> 'Esta condição [estabelecida pelo teorema de Poincaré] resulta em descontinuidades nas soluções obtidas pelo método de Hamilton--Jacobi. Isto pode ser explicado pela seguinte afirmação: Para um determinado problema mecânico com conservação da energia e sem dissipação, pode-se encontrar algumas variáveis que podem ser separadas no sistema. Quando isso tiver sido feito, fica-se com o núcleo duro de variáveis não-separáveis. É aqui que se aplica o teorema de Poincaré, que especifica que a energia total é a única expressão representada por uma função matemática bem-comportada. Muitas outras quantidades podem aparecer como 'constantes' de um certo movimento, mas elas não podem ser expressas como integrais analíticos e uniformes. Isto significa que qualquer tipo de modificações no problema pode provocar uma mudança abrupta e repentina dessas 'constantes'. Esta descontinuidade pode ser o resultado de uma mudança muito pequena em qualquer dos parâmetros das equações mecânicas, ou, igualmente, resultar de pequenas alterações das condições iniciais'. [Brillouin, 1964, 128]

Para Léon Brillouin: 'O teorema de Poincaré contém a justificação da mecânica estatística de Boltzmann, que deve ser aplicada quando (e apenas quando) a energia total é o único integral primário bem-comportado'. [Brillouin, 1964, 125–126] De facto, é razoável supor que as forças entre as moléculas e as interacções com as paredes são distúrbios que suprimem qualquer degenerescência num desenvolvimento nas variáveis acção-ângulo.

[17]Consultar Robadey, 2006, 22, 25–26, 31 e Barrow-Green, 1997, § 5.9. A prova que Poincaré dá do seu teorema supõe a existência de soluções perturbativas multi-periódicas não degeneradas pelo método de Delauney (variáveis acção-ângulo). Ele mostra por absurdo que se houvesse um outro integral uniforme, que não o da energia, a nulidade do parêntesis de Poisson conduziria a relações impossíveis para os seus coeficientes de Fourier nas sucessivas ordens de perturbação. Note-se que a validade do teorema de Poincaré tem sido questionada por autores modernos. Kolmogorov publicou em 1954 um teorema contrário ao de Poincaré. Arnold e Moser generalizaram o resultado de Kolmogorov e formularam um teorema conhecido pela sigla KAM. Ver: Moser, 1962; Arnold, 1963; Cercignani, 1998, 158.

Poincaré nada fez para que este seu teorema fosse conhecido pelos físicos. A sua discussão sobre o significado e alcance do princípio da conservação da energia, no prefácio do seu tratado de Termodinâmica (1892) não menciona este resultado. Apenas no seu artigo de 1894 sobre a teoria cinética há uma alusão breve quando afirma que a energia é o único integral uniforme completo para o tipo de sistemas para os quais o postulado de Maxwell, de que o ponto representativo percorre toda a extensão em fase acessível, é razoável [Poincaré, 1894, 253]. Este resultado permaneceu nas sombra durante décadas, pelo menos até aos anos de 1920, e é ignorado na maioria dos tratados de mecânica estatística.[18] Ele diz também respeito ao problema dos limites da capacidade de previsão em mecânica clássica.

Referências e bibliografia seleccionada

Arnold, V. I., 1978/1989. Mathematical methods of classical mechanics, Springer-Verlag, Berlin. 2.ª edição de 1989.

Barberousse, A., 2000. La Physique face à la probabilité, Paris, Vrin.

Barrow-Green, J., 1997. Poincaré and the three body problem, The American Mathematical Society and the London Mathematical Society, New-York and London.

Bierhalter, G., 1993. Helmholtz's mechanical foundation of thermodynamics. In Cahan, 1993, 432–458.

Boltzmann, L., 1866. Über die mechanische Bedeutung des zweiten Haupsatzes der Wärmetheorie. Kaiserliche Akademie der Wissenschaften zu Wien, matematisch-naturwissenschafliche Klasse, Sitzungsberichte, 53 (2), 195–220.

Boltzmann, L., 1896. Vorlesungen über Gastheorie I. Theil, Leipzig, Barth. A edição francesa, de 1902, é: Leçons sur la théorie des gaz, première partie, traduites par A. Gallotti avec une introduction et des notes de M. Brillouin, professeur au Collège de France, Gauthier-Villars, Paris.

Borel, E., 1925. Mécanique statistique classique, Gauthier-Villars, Paris.

Born, M., 1925/1927. Vorlesungen über Atommechanik, vol. 2, Springer, Berlin; tradução inglesa de 1927, The mechanics of the atom, Bell, London.

[18] Borel é um dos raros autores que enunciou este teorema no seu tratado de mecânica estatística, Borel, 1925, 20.

Boyer, C. B. e Merzbach, U. C., 1968. A History of Mathematics, 2nd ed., Wiley, New York.

De Broglie, L., 1948. Diverses questions de mécanique et de thermodynamique classiques et relativistes, texte manuscrit d'un cours avec une préface par George Lochak, Springer, Berlin.

Brillouin, L., 1956. Science and Information theory, Academic Press, New York.

Brillouin, L., 1964. Scientific Uncertainty and Information, Academic Press, New York.

Brush, S. G., 1965–1972. Kinetic Theory, vols. 1, 2, 3, Pergamon, Oxford.

Brush, S. G., 1976. The kind of motion we call heat, 2 vols., Elsevier Science Publishers — North Holland, Amsterdam.

Cahan, D. (ed.), 1993. Hermann von Helmholtz and the foundations of nineteenth-century science, University of California Press, Berkeley.

Darrigol, O., 2000. Electrodynamics from Ampère to Einstein, Oxford University Press, Oxford.

Darrigol, O. e Renn, J., 2000. The emergence of statistical mechanics. Contribution to the Enciclopedia Italiana.

Gallavotti, G., 1994. Ergodicity, ensembles, irreversibility in Boltzmann's and beyond. Journal of statistical physics, 78, 1571–1589.

Grattan-Guinness, I, 1980/1984. From the calculus to set theory, 1630–1910: an introductory history, Princeton University Press; tradução castelhana de 1984 por M. M. Perez, Alianza editorial, Madrid.

Hawkins, T., 1980. The origins of modern integration theory. In Grattan-Guinness, 1984, 194–234.

Helmholtz, H. 1882–95. Wissenschaftliche Abhandlungen, 3 volumes, Barth, Leipzig.

Helmholtz, H., 1884a. Studien zur Statik monocyklisher Systeme. Sitzungsberichte der Akademie der Wissenchaften zu Berlin, 6 März 1884, 159–177; texto n.º 115 de Abhandlungen.

Helmholtz, H., 1884b. Principien der Statik monocyklisher Systeme. Journal für die reine und angwandte Mathematik, 97, 111–140 e 317–336; texto n.º 116 de Abhandlungen.

Helmholtz, H., 1886. Ueber die physikalische Bedeutung des Princips der kleinsten Wirkung. Journal de Crelle, 100, 137–166 e 213–222; texto n.º 120 de Abhandlungen.

Klein, M. J. 1972. Mechanical explanation at the end of the nineteenth century. Centaurus, 17, 58–82.

Maxwell, J. C., 1866. On the dynamical theory of gases. Philosophical Magazine, 32; também in Philosophical Transactions 157 (1867) 49–88. In Maxwell, J. C., 1890. The collected papers of J. C. Maxwell, Cambridge University Press, Cambridge, n.º XXVIII, 26–78.

Von Plato, J., 1994. Creating modern probability, Cambridge University Press, Cambridge.

Poincaré, H., 1887. Sur les hypothèses fondamentales de la géométrie, Bulletin de la Société Mathématique de France, 15, 203–216.

Poincaré, H., 1889. Sur les tentatives d'explication mécanique des principes de la thermodynamique. Académie des Sciences. Compte rendus hebdomadaires des séances, 108, 550–553; Œuvres 10, 231–233.

Poincaré, H., 1890. Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique. Acta Math. 13, 1; Œuvres 7, 262.

Poincaré, H., 1891. Le problème des trois corps, publié le 15 janvier 1891. Revue Générale des Sciences, 2, 1–5; Œuvres 8, 529.

Poincaré, H., 1892a. Thermodynamique, leçons professées pendant le premier semestre de 1888–89, (1.ª ed. de 1892; 2.ª de 1908) George Carré ed., Paris.

Poincaré, H., 1892b. Les nouvelles méthodes de la mécanique céleste, volume 1 (os vários volumes são publicados entre 1892 e 1899); trad. inglesa da Dover, New York; reedição Albert Blanchard, Paris.

Poincaré, H., 1893a. Le mécanisme et l'expérience. Revue de Métaphysique et de Morale, 1, 534–537.

Poincaré, H., 1893b. Sur une objection à la théorie cinétique des gaz. Académie des Sciences. Compte rendus hebdomadaires des séances, 116, 1017–1021; Œuvres vol. 10, 240–243.

Poincaré, H., 1893c. Sur la théorie cinétique des gaz. Académie des Sciences. Compte rendus hebdomadaires des séances, 116, 1165–1166; Œuvres 10, 244–245.

Poincaré, H., 1894. Sur la théorie cinétique des gaz, Revue Générale des Sciences, 5, 513–521; Œuvres 10, 246–263.

Poincaré, H., 1954. Oeuvres de Henri Poincaré, 11 volumes, Paris.

Principe, J., 2008. La réception française de la mécanique statistique, thèse doctorale dirigée par Olivier Darrigol, Université Paris Diderot (Paris 7), Paris.

Principe, J., 2010. L'analogie et le pluralisme méthodologique chez James Clerk Maxwell. Kairos Journal of philosophy and science, 1, 55–74.

Principe, J., 2012. Sources et nature de la philosophie de la physique de Henri Poincaré. Philosophia Scientiae, 16 (2), 197–222.

Robadey, A., 2006. Élaboration d'un énoncé qui porte sur le degré de généralité d'une propriété: le travail de Poincaré autour du théorème de récurrence, REHSEIS, Paris.

Roque, T., 2011. Stability of trajectories from Poincaré to Birkhoff: approaching a qualitative definition. Arch. Hist. Exact Sci. 65, 295–342.

Schiemann, G., 2009. Hermann von Helmholtz's Mechanism: The Loss of Certainty. A Study on the Transition from Classical to Modern Philosophy of Nature. Translated by Cynthia Klohr. Archimedes. New Studies in the History and Philosophy of Science and Technology, Vol. 17, Milton Keynes: Springer Science + Business Media B.V. Trata-se da tradução da tese de doutoramento do autor de 1997, em alemão.

Truesdell, C., 1975. Early kinetic theory of gases. Arch. Hist. Exact Sci., 15, 1–66.

Whittaker, E. 1899. Report on the progress of the solution of the problem of three bodies. Reports of the British Association.

Von Zeipel, H., 1921. L'œuvre astronomique de Henri Poincaré. Acta Mathematica 38, 309–385; também in Œuvres de Poincaré 11, 262.

Zermelo, E. 1896. Über einen satz der Dynamik und die mecanische Warmetheorie. Annalen der Physik, 57, 485–494; trad. inglesa in Brush, 1966, vol. 2, 208–217.

Poincaré e os limites da lei de Newton: o desafio empírico das anomalias observacionais

María de Paz
Universidad de Sevilla
maria.depaz@hotmail.com

Resumo: Este artigo considera o problema da gravitação na transição do século XIX para o XX, analisando o curso de Poincaré "Les limites de la loi de Newton". Neste artigo expõem-se apenas as principais anomalias observacionais que questionaram a lei do inverso do quadrado e as soluções mais populares tal como apresentadas pelo próprio Poincaré. Esta apresentação dos limites da lei de Newton mostra que a obra de Poincaré não só constitui um contributo para a análise do problema mas é também uma ferramenta de indubitável valor histórico porquanto dá a conhecer as dificuldades relativas à lei, bem como as soluções de vários autores. Além disso, o conhecimento dos problemas observacionais é indispensável para compreender o desenvolvimento posterior deste importante tema da gravitação e contestar histórias mais comuns da ciência que apresentam de um modo radical a transição entre a física newtoniana e a teoria da relatividade geral.

Abstract: This paper considers the problem of gravitation in the transition from 19th to 20th century, through the analysis of Poincaré's course "Les limites de la loi de Newton". Here I will only describe the main observational anomalies that put into question the inverse square law. This characterization of the limits of Newton's law illustrates that Poincaré's work is not only a contribution to study the problem, but also an undoubtedly useful historical tool given the scrutiny of difficulties and solutions provided by several authors that he offered in that course. Besides, the awareness of the observational problems is essential to understand the later development of such an important topic as gravitation and also to challenge common histories of science that present the transition from Newtonian to relativistic physics as a radical change.

1 Introdução

Dado o seu caráter de *força de atração à distância*, poucos conceitos foram tão problemáticos e polémicos como o de gravitação, e logo aquando da publicação dos *Principia* de Newton em 1687. O século XVIII esteve marcado pelos debates entre cartesianos e newtonianos no que diz respeito ao estatuto da força de gravitação por um lado e, das condições de universalização da lei de Newton, pelo outro lado, de modo que pudesse garantir-se a sua aplicabilidade ao mundo estelar e não só planetário. Assim, se por um lado, se pensavam as dificuldades mecânicas de uma possível generalização da gravitação para os corpos que se encontram fora do sistema solar, por outro, os partidários e detratores de Newton e Descartes discutiam o estatuto ontológico e epistemológico de um conceito físico que, embora fosse de indubitável utilidade para dar razão dinâmica às leis de Kepler, desafiava abertamente os mais básicos pressupostos de uma descrição ortodoxamente mecânica do mundo.

Um dos principais triunfos da mecânica foi, sem dúvida, mediante a aplicação da lei de gravitação newtoniana, a explicação e predição dos fenómenos astronómicos na disciplina denominada mecânica celeste. A teoria de Newton explicava o funcionamento da gravitação sem descrever exatamente a causa da atração dos corpos, mas durante o século XIX e com o sucesso das obras de Laplace e Lagrange, a polémica que tinha existido entre newtonianos e cartesianos sobre o estatuto desta força apagou-se. Contudo, este estatuto não ficou clarificado, de forma que, após a introdução da teoria eletromagnética na qual as ações são explicadas por contiguidade, houve quem propusesse uma analogia para o tratamento de fenómenos gravitacionais. Consequentemente, no último terço do século XIX produziu-se uma proliferação de teorias gravitacionais que voltaram a questionar o estatuto desta força.

Assim, na época de Poincaré, a gravitação é um conceito polémico por várias razões. Primeiro, o caráter de 'força de atração à distância' é sempre problemático e desde 1850 propõem-se teorias mecânicas da gravitação que implicam a ação de um meio (ação contínua) ou a existência de partículas que transmitem a força por contato (ação descontínua). Segundo, na teoria eletromagnética de Lorentz, a de maior sucesso naquele momento, o princípio de relatividade funciona para forças de origem eletromagnética. Mas se a gravitação não for uma de elas, pode existir uma diferença entre a força eletromagnética e a gravítica, assim como nos seus respetivos campos e isto poderia pôr em perigo esse princípio. Para que a gravitação possa entrar neste esquema será preciso elaborar uma teoria de campo que modifique o seu estatuto enquanto ação à distância e que possa ser afetada pelas mesmas transformações que permitem deixar invariantes as equações de Maxwell para o campo eletromagnético (as transformações de Lorentz)[1]. Ora, isto não pode ser feito sem modificar a lei de Newton. Por último, existe uma razão observacional que põe em perigo o estatuto desta lei: trata-se da existência de várias anomalias astronómicas, en-

[1]Cf. Lorentz (1900), pp. 559–574.

tre as quais a mais grave é o avanço secular do periélio de Mercúrio[2]. Naquela época foram propostas numerosas teorias para dar conta desta perturbação, das quais discutiremos as principais.

Assim, a análise dos limites da lei de Newton situa-se no ponto de intersecção de duas disciplinas: a matemática e a física. Em primeiro lugar, durante todo o século XIX, a mecânica celeste, enquanto ciência que se ocupa do cálculo das posições e movimentos dos astros, é uma disciplina puramente matemática, desenvolvida a partir do cálculo racional lagrangiano. Em segundo lugar, esta deve conjugar-se com a astronomia de posição ou observacional, disciplina mais empírica, levada a cabo nos observatórios astronómicos, e consistente na recolha de dados a partir da observação do céu e na elaboração de mapas sobre a localização dos astros. Em último lugar, qual a natureza da força de atração que governa os movimentos dos planetas é uma questão completamente física, ou seja, a compreensão da gravitação em termos de força de ação à distância ou ação por contato, assim como no que diz respeito ao seu mecanismo de transmissão (se existir), é da mesma índole daquela associada à força eletromagnética e, neste sentido, foram principalmente os físicos que trataram esta questão.

Para não alargar o presente artigo, focaremos a nossa atenção exclusivamente numa das questões assinaladas, a saber, os problemas observacionais e as possíveis soluções aos mesmos.

No seu curso *Os limites da lei de Newton*, Poincaré começa por perguntar pelo objetivo da mecânica celeste, sendo este a curto prazo «prever as posições dos astros para os astrónomos e navegadores»[3]. Além disso, o seu objetivo final «é resolver esta grande questão e saber se a lei de Newton explica, por si própria, todos os fenómenos astronómicos»[4]. Trata-se, definitivamente, de determinar a sua validade e campo de aplicação, para o qual é preciso examinar, em primeiro lugar, as principais divergências entre esta lei e a observação. Neste sentido, Poincaré decide não considerar algumas anomalias que afetam os pequenos planetas (planetoides) e centrar-se nos grandes planetas, em particular, aqueles que estão mais próximos do Sol. Assim, assinala o avanço do periélio de Mercúrio, do periélio de Marte e dos nodos de Vénus. Acrescenta a estas discrepâncias a aceleração secular do movimento médio da Lua e a ace-

[2]As perturbações seculares são aquelas alterações nas órbitas planetárias que se somam indefinidamente não dando lugar a compensações. Em contraposição a estas existem as perturbações periódicas que são aquelas que não constituem uma variação fundamental dado que são compensadas após um certo período de tempo.

[3]Poincaré (1953), p. 122.

[4]Poincaré (1953), p. 122.

leração do cometa de Encke[5]. Poincaré considera que os problemas mais urgentes que a teoria newtoniana não consegue explicar são o movimento do periélio de Mercúrio, a aceleração secular da Lua e a aceleração irregular do cometa de Encke. Cada um destes problemas ocupará uma secção do artigo, sendo a última a conclusão.

2 O avanço do periélio de Mercúrio

Por volta de 1850 o estado de perfeição e capacidade de previsão da mecânica celeste era tal que não se sonhava em corrigi-la. A teoria newtoniana da gravitação exigia que as órbitas dos planetas não fossem estacionárias, pois eram perturbadas por corpos vizinhos. Graças ao cálculo e ao aumento da precisão das técnicas de observação, cada desvio orbital podia ser medido com grande exatidão ou ser deduzido da teoria[6]. É deste modo que a mecânica celeste e a astronomia de posição se conjugam pois, por vezes, eram os matemáticos que proporcionavam aos astrónomos os cálculos necessários de forma que pudessem orientar os seus instrumentos na direção indicada pelas coordenadas deduzidas, como no caso da descoberta de Neptuno em 1846. Outras vezes eram as observações que guiavam os matemáticos de forma a que pudessem corrigir os seus cálculos.

Porém, este estado de perfeição viu-se ameaçado a partir de 1859 quando o diretor do Observatório de Paris, Urbain Le Verrier, publicou a descoberta do avanço anómalo do periélio de Mercúrio[7]. Efetivamente, no seu ponto mais próximo do Sol a órbita deste planeta move-se na mesma direção que este, em princípio, por causa da interação de Mercúrio com o resto dos corpos do sistema solar. Contudo, o avanço da órbita é considerado anómalo porque, mesmo tomando em conta a influência gravítica dos astros próximos, especialmente de Vénus, existe uma discrepância entre os cálculos e a observação de $38''$ de arco por século. Em 1882 os cálculos de Le Verrier foram corrigidos pelo astrónomo americano Simon Newcomb aumentando o excesso de precessão do periélio de Mercúrio a quase $43''$ de arco por século[8].

Com a precisão técnica da altura, tal diferença entre o cálculo e a observação dificilmente poderia dever-se a erros observacionais[9], pelo que eram re-

[5] Poincaré (1953), p. 124.

[6] Cf. Roseveare (1982), p. 16.

[7] Cf. Le Verrier (1859), pp. 1–195.

[8] Newcomb (1882), p. 473.

[9] Segundo Roseveare (1982), p. 21, os erros observacionais admissíveis nos meados do século XIX eram cerca de um segundo de arco na medição da posição de um planeta.

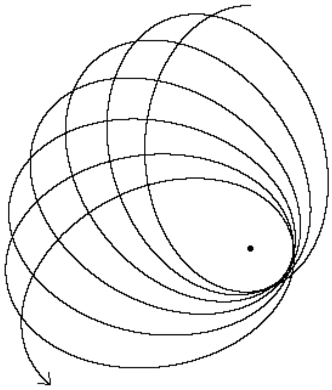


Figura 1: Desenho de órbita elíptica com precessão.

queridas explicações alternativas. Estas poderiam ser de dois tipos: ou bem tentava-se encaixar esta discrepância dentro do esquema conceptual newtoniano, ou bem era proposta uma alternativa a este esquema, ou seja, uma modificação da lei de Newton. Este é o modo em que Poincaré divide estas duas classes de explicação: newtonianas e extra-newtonianas[10]. No presente artigo limitar-nos-emos apenas às hipóteses que não pretendem desviar-se da mecânica newtoniana. Estamos assim perante um processo de incorporação de novos factos experimentais a uma teoria já constituída, e este é precisamente o procedimento escolhido por Le Verrier. Tomando em conta este objetivo, é preciso utilizar o esquema conceptual de que dispomos. Em primeiro lugar, contamos com a linguagem matemática adequada, ou seja, o cálculo lagrangiano que permite comparar as coordenadas calculadas com as observadas. Em segundo lugar, contamos com um princípio que se considera bem estabelecido: a lei do inverso do quadrado. Assim, Le Verrier propõe:

> «Se as Tábuas [astronómicas] assim constituídas não concordam rigorosamente com o conjunto das observações, de modo nenhum estaremos tentados a acusar a insuficiência da lei de gravitação universal. Nos nossos dias, este princípio tem adquirido um grau tal de certeza que já não é permitido alterá-lo; e, se encontrarmos um fenómeno que este não explique completamente, não se pode

[10]Cf. Poincaré (1953), p. 124.

> culpar o próprio princípio, senão alguma inexatidão na sua aplicação ou alguma causa material cuja existência nos tem escapado»[11].

Efetivamente, Le Verrier pensou que modificar a lei de Newton não era uma opção teórica aceitável, pelo que preferiu considerar hipóteses alternativas, tais como a possível inexatidão em alguns cálculos ou 'uma causa material'. Tomando em conta a primeira destas duas ideias, examina a possibilidade de ampliar a massa de Vénus. Este planeta, por ser o mais próximo de Mercúrio, é o causador de grande parte das perturbações da sua órbita, pelo que um erro no cálculo da sua massa poderia ser o responsável pelas discrepâncias no avanço do periélio daquele. No entanto, para que esta alteração funcionasse, seria preciso que não produzisse perturbações adicionais noutros planetas, tais como na órbita da Terra, o que não acontece, pelo que Le Verrier abandona esta primeira opção e, de modo análogo ao que tinha sucedido nas perturbações anómalas de Urano que levaram à descoberta de Neptuno, este astrónomo considera a hipótese de um planeta intramercurial.

A possibilidade de existir um planeta entre a órbita de Mercúrio e a do Sol tinha já sido proposta anteriormente por razões diferentes. A primeira proposta é a partir da observação de algumas protuberâncias no disco solar durante um eclipse em 1842. O astrónomo francês Jacques Babinet interpretou estas protuberâncias, as quais denominou 'nuvens ígneas', como massas planetárias[12], e considerou a maior delas como um planeta e as outras como planetoides. Foi Babinet quem pela primeira vez chamou Vulcano ao suposto planeta intramercurial.

Perante a possível existência de um novo corpo celeste, Le Verrier propõe-se a tarefa de calcular a sua massa de modo que possa ser responsável pela perturbação secular na órbita de Mercúrio. No entanto, o valor obtido era demasiado grande para um corpo que não tivesse sido já avistado e, dada a controvérsia no que diz respeito aos dados obtidos por Babinet que eram, em princípio, os únicos, Le Verrier afirma:

> «Tais são as objeções que podemos fazer à hipótese da existência de um planeta único, comparável a Mercúrio pelas suas dimensões e circulando dentro da órbita deste último planeta. Aqueles a quem estas objeções parecerem demasiado graves, serão conduzidos a substituir este planeta único por uma série de asteroides cujas ações produzirão, em suma, o efeito total do periélio de Mercúrio»[13].

[11] Le Verrier (1849), p. 2.
[12] Cf. Babinet (1846), p. 282.
[13] Le Verrier (1859), p. 105.

Contudo, a história de Vulcano não termina aqui pois, posteriormente, Le Verrier teve notícia de que um astrónomo amador, Edmond Lescarbault, tinha observado tal planeta[14]. O diretor do observatório de Paris comprovou a fiabilidade destas observações. Após ficar satisfeito, dedicou-se à investigação da órbita de Vulcano e em 1876 publicou um estudo detalhado da mesma que predizia os futuros trânsitos[15]. No entanto, Vulcano não voltou a ser avistado. Embora a procura deste planeta continuasse ainda durante algum tempo, as objeções à sua existência eram numerosas, principalmente acerca do seu tamanho e falta de observação. Assim, em 1882, Félix Tisserand, sucessor de Le Verrier na direção do observatório de Paris, escreve:

> «Convém assim voltar à ideia dada primeiro por Le Verrier, a saber: que existe um anel de asteroides entre Mercúrio e o Sol; as razões teóricas que militam em favor da existência deste anel não perderam nada da sua força»[16].

Tanto Le Verrier como Tisserand consideraram esta hipótese como a alternativa possível a Vulcano. Contudo, manifesta algumas objeções teóricas que são apresentadas por Poincaré:

> «Se o anel estivesse no plano da eclíptica, deveria alterar o movimento do nodo [de Mercúrio]; portanto, haverá que admitir que o plano do anel é o da órbita de Mercúrio aproximadamente: explicaria assim o movimento do nodo de Vénus.
>
> Mas Newcomb considera que um anel que tenha uma tal inclinação não poderá subsistir; os elementos osciladores deste anel sofrerão perturbações que tenderão a afastá-lo do plano da órbita de Mercúrio»[17].

O plano da eclíptica é o plano da órbita da Terra em torno do Sol, sendo a eclíptica a curva que descreve a trajetória solar, supondo assim que o movimento aparente do Sol é coplanar com o da órbita da terra. Portanto, se a órbita do anel estivesse situada nesse plano, significaria que seria coplanar à do nosso planeta. Mas Mercúrio não está situado nesse plano, pelo que uma cintura ou anel de matéria com a massa necessária para produzir a perturbação do periélio e localizado nessas coordenadas deveria alterar também o movimento

[14]Cf. Lescarbault (1860), pp. 40–45.
[15]Cf. Le Verrier (1876).
[16]Tisserand (1882), p. 771.
[17]Poincaré (1953), p. 147.

dos nodos de Mercúrio. No entanto, de acordo com a teoria newtoniana estes carecem de avanço anómalo. Em consequência, o anel de asteroides deve ser coplanar à órbita de Mercúrio para não produzir uma nova perturbação da qual a teoria não consiga dar conta. Contudo, Simon Newcomb encontrou uma objeção fundamental a este anel de asteroides:

> «Se o plano médio do grupo [de asteroides] fosse coincidente em alguma época com o de Mercúrio, não poderia permanecer assim permanentemente, senão que os planetas de diferentes órbitas agrupar-se-iam com o tempo perto do plano invariável do sistema planetário. De novo, se a coincidência tivesse lugar com a órbita de Mercúrio, não teria lugar em relação ao plano de Vénus, e o plano do movimento desse planeta estaria sujeito à variação secular»[18].

Definitivamente, o anel tenderia a situar-se no plano da eclíptica devido à influência do resto de planetas. Nesta posição perturbaria os nodos de Mercúrio, o que já sabemos que não acontece.

Após rejeitar esta opção para explicar o avanço do periélio de Mercúrio, Newcomb propõe a possibilidade de que o Sol não seja uma esfera perfeita, senão um elipsoide cujos pólos estejam ligeiramente achatados[19]. Esta hipótese tem duas explicações possíveis: ou bem é a própria matéria interior do Sol a responsável desta elipticidade, ou bem é devida à massa da coroa solar. Contudo, tanto Newcomb como Poincaré mostram o fracasso de ambas as conjeturas, dado que na época podia ser medida com precisão a diferença entre os raios polar e equatorial do Sol, sendo o resultado desta medida um achatamento demasiado ligeiro para dar conta dos 43 segundos de arco requeridos[20].

Newcomb considera ainda uma última possibilidade como causa material desta anomalia. Trata-se de uma cintura de matéria situada entre Mercúrio e Vénus. Um anel nesta posição poderia também dar conta das anomalias dos nodos de Vénus, sempre que tivesse a inclinação precisa para explicar estas e não produzisse novas perturbações nos nodos de Mercúrio. No entanto, um grupo de corpos do tamanho requerido e com a inclinação necessária, em lugar de explicar o avanço dos nodos de Vénus, produziria um movimento retrógrado dos mesmos, o que invalida esta possibilidade[21].

Outra solução analisada por Poincaré é a hipótese da luz zodiacal. Trata-se de um fenómeno observável: consiste numa luz leve e difusa, percetível no céu

[18]Newcomb (1882), p. 475.
[19]Cf. Newcomb (1882), p. 476.
[20]Cf. Poincaré (1953), p. 144.
[21]Newcomb (1895), p. 117.

noturno, que parece estender-se desde o Sol até à órbita da Terra. Considerava-se que esta luz resultava de uma certa quantidade de matéria em torno do Sol. No entanto, Poincaré descartou esta hipótese:

> «O efeito da luz zodiacal, que se estende para além da órbita de Mercúrio, seria assimilável ao efeito de um conjunto de anéis: a parte situada entre o afélio e o periélio de Mercúrio seria prejudicial, dado que produziria um movimento retrógrado; a outra parte seria útil. Mas encontramos as mesmas objeções que para o anel intramercurial»[22].

Ou seja, considerou que a matéria responsável pela luz zodiacal ou bem se encontrava no plano da eclíptica, em cujo caso perturbaria os nodos de Mercúrio, ou bem se situava no plano da órbita deste planeta, cuja posição seria instável por causa das perturbações dos outros planetas. Contudo, em dezembro de 1906 o astrónomo diretor do observatório de Munique, Hugo von Seeliger, publicou um artigo no qual retomava a ideia da luz zodiacal como responsável tanto do avanço do periélio de Mercúrio como do dos nodos de Vénus e além disso dava conta da conhecida 'objeção cosmológica'[23]. Esta objeção relaciona-se com a aplicabilidade da lei de Newton ao conjunto do universo para além do sistema solar. E, embora não referida por Poincaré, é relevante por duas razões. A primeira é que foi uma objeção importante discutida na época, pertinente para o estado da questão astronómica que estamos a expor. A segunda tem que ver com a questão proposta por Poincaré no início do seu curso de astronomia: quais é que são os limites da lei de Newton, isto é, se é ou não aplicável ao conjunto do universo.

De acordo com a teoria newtoniana, a matéria encontra-se uniformemente distribuída no universo. Ora, se este é infinito, como se pensava na altura, então, em função da lei de gravitação universal, os corpos estariam submetidos a infinitas atrações, o que causaria, em último termo, um colapso gravitacional[24]. Esta é a 'objeção cosmológica'. Este problema foi assinalado por Seeliger em 1895 e levou-o a propor uma alteração à lei de Newton[25]. Porém, em 1906 considerou que a hipótese da luz zodiacal, combinada com algumas suposições adicionais, poderia explicá-lo sem modificar a lei. Analisou a possibilidade de existirem vários anéis de matéria em diferentes pontos do sistema solar. Ao calcular as inclinações adequadas para não produzir novas anomalias, propôs em última instancia a existência de dois elipsoides de pequenas

[22] Poincaré (1953), p. 147.
[23] Cf. Seeliger (1906), pp. 595–622.
[24] Cf. Norton (1999), p. 307.
[25] Cf. Seeliger (1895), pp. 129–136.

partículas matérias, um deles no interior da órbita de Mercúrio e outro exterior a este planeta, o qual se estendia até à Terra. As provas observacionais (a existência da luz zodiacal) encaixavam com esta dupla solução.

O maior problema desta hipótese era saber se a luz zodiacal, sendo de baixa luminosidade, poderia ser causada pela quantidade de matéria requerida para dar conta das anomalias nas posições de Vénus e Mercúrio[26]. No entanto a controvérsia desta questão não impediu o sucesso da hipótese, aliás considerada como a mais plausível nos anos anteriores ao aparecimento da teoria einsteiniana da relatividade geral[27].

Seeliger tentou dar resposta à objeção cosmológica em 1909, num artigo no qual analisava a aplicabilidade da teoria newtoniana a todo o universo. Para evitar o colapso gravitacional, propôs um coeficiente de absorção para a gravitação, do qual seriam responsáveis corpos mais massivos do que a Terra[28]. Deste modo, evitava o facto de que os corpos tivessem que estar submetidos a infinitas atrações, mas ao mesmo tempo a introdução de um coeficiente de absorção implicava uma certa modificação da teoria newtoniana, embora não da própria lei do inverso do quadrado, pelo que Seeliger considerou que a sua proposta continuava dentro do esquema newtoniano.

Apesar da aceitação geral desta hipótese pelos astrónomos, Poincaré rejeitou a possibilidade de que a luz zodiacal explicasse o avanço do periélio de Mercúrio por causa da difícil inclinação do anel na posição requerida[29].

A última hipótese para a anomalia mercurial discutida por Poincaré é a da luz zodiacal, mas, antes de expormos os problemas relativos ao movimento da Lua, destaquemos a solução de Poincaré para o problema de Mercúrio:

> «Nenhuma destas hipóteses dá conta dos fenómenos observados de uma maneira satisfatória. É preciso, portanto, retomar a hipótese de um anel que circula entre Mercúrio e Vénus e admitir que Marte é perturbado por outro anel ou pelos pequenos planetas»[30].

Em consequência, a hipótese que tinha sido descartada por Newcomb é a escolhida por Poincaré como a melhor explicação. A razão desta escolha é que Poincaré postulou uma opção diferente a respeito da posição da órbita deste grupo de asteroides. Em vez de se encontrar no exterior da órbita de Mercúrio, a cintura material estaria situada no mesmo plano, entrelaçada com ela e o seu

[26]Cf. Roseveare (1982), p. 71.

[27]Cf. Eisenstaedt (2003), p. 155.

[28]Cf. Seeliger (1909), pp. 260–280.

[29]Provavelmente Poincaré não conhecia a obra de Seeliger, dado que o seu curso é de 1906–1907 e o artigo de Seeliger foi publicado em dezembro de 1906.

[30]Poincaré (1953), p. 149.

raio seria o semieixo maior da mesma e teria pouca excentricidade em relação a ela[31]. Nesta posição poderia dar conta do avanço do periélio de Mercúrio sem provocar a retrogradação dos nodos de Vénus.

3 A aceleração secular da Lua

O movimento da Lua preocupou astrónomos de todos os tempos. Em primeiro lugar, porque se trata do nosso satélite, especialmente relevante para o cálculo dos movimentos do nosso planeta. Em segundo lugar, sendo um corpo pequeno, seria difícil computar a sua órbita com exatidão, dado que não só é afetada pela influência gravítica do nosso planeta, mas também pela dos outros corpos, principalmente pelo Sol. Desde os tempos de Halley conhecia-se a existência de uma certa aceleração no movimento deste satélite, aproximadamente de doze segundos. Laplace pensou que a perturbação se devia a duas desigualdades periódicas: uma causada pelo Sol, a outra pela assimetria da Terra no equador[32]. No entanto, entre 1853 e 1859 o astrónomo britânico John Couch Adams manifestou um erro nos cálculos de Laplace, concluindo que as perturbações só podiam explicar a metade da aceleração lunar, faltando assim seis segundos por explicar[33]. É da discussão destes seis segundos que se ocupa Poincaré.

Entre as soluções propostas, Poincaré estuda primeiro a teoria das marés de Cowell. Dado que a Lua tinha um efeito nas marés, Cowell pensou que este efeito seria significativo como causa de uma desaceleração do movimento da Terra, o qual provocaria pela sua vez um efeito sobre a Lua, sendo o seu movimento médio mais lento[34]. Consequentemente, a anomalia é justificada a partir de uma 'aceleração aparente' da Lua; isto significa que o valor medido se deve à posição do observador na Terra, e dado que esta sofre uma desaceleração do seu movimento por efeito da Lua sobre as marés, então pareceria que o nosso satélite tem um movimento médio mais rápido. No entanto, esta solução não é satisfatória, porque a diminuição do movimento terrestre para obter os seis segundos requeridos de aceleração lunar deveria ser o dobro do que Cowell calculou, pelo que além de considerar o efeito das marés oceânicas seria preciso tomar em conta as marés internas do globo terrestre. Esta é precisamente a solução do matemático e astrónomo inglês George Darwin.

[31]Cf. Poincaré (1953), p. 144.
[32]Cf. Roseveare (1982), p. 18.
[33]Cf. Poincaré (1953), p. 149.
[34]Poincaré (1953), p. 155.

Nos dois primeiros volumes dos seus *Scientific Papers*[35], Darwin realiza um estudo pormenorizado da relação entre as marés e a influência gravítica da Lua e do Sol nelas. Na altura não era fácil medir com precisão os efeitos das marés, pelo que decide combinar dois métodos para o cálculo destes. O primeiro consiste no que denomina 'teoria do equilíbrio', baseado na suposição de que a água na Terra teria a mesma posição em cada instante se os centros da Terra e da Lua estivessem nesse instante nas suas posições reais mas em repouso relativo[36]. O problema deste método é que a sua aplicação é difícil por causa do efeito produzido na hora e altitude das marés pela distribuição da terra e da água no nosso planeta[37]. Para resolver este obstáculo, Darwin utiliza um segundo método a que denomina 'teoria corrigida do equilíbrio', segundo o qual se trata de ter em conta essa distribuição. Para isto estabelece os limites da terra a partir das altitudes e longitudes conhecidas nos distintos portos e determina uma série de constantes que são as mesmas para um mesmo porto em todo tempo, baseando-se nas observações das marés durante um ano ou mais nesse porto. Graças a estas constantes, pode determinar aproximadamente a posição da maré[38].

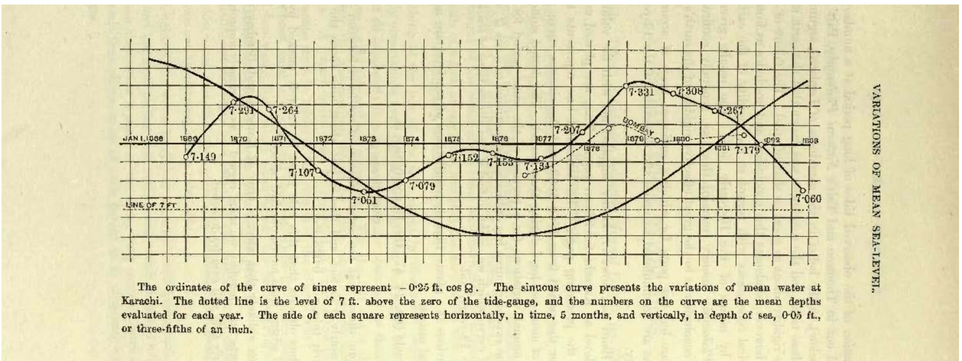


Figura 2: Variações médias do nível do mar. Cf. Darwin (1907), p. 117.

Com estes elementos determina as atrações das marés pela Lua e pelo Sol, que causam um aumento no período de rotação da Terra e também na traslação da Lua em torno da Terra. Por causa da insuficiência desta solução, postula ainda a teoria de que a Terra tem um núcleo viscoso e imperfeitamente elástico

[35]Cf. Darwin (1907) e Darwin (1908). Estas obras são uma compilação de artigos publicados anteriormente por este autor. O primeiro é intitulado *Oceanic tides and lunar disturbance of gravity* e o segundo *Tidal friction and cosmogony.*
[36]Cf. Darwin (1907), p. VI.
[37]Cf. Brown (1909), p. 74.
[38]Cf. Darwin (1908), p. VII.

com marés internas[39]. Embora Darwin reconheça a impossibilidade de testar empiricamente esta hipótese, considera que o grau de correção dos resultados matemáticos justifica a sua plausibilidade[40].

Ainda que Poincaré julgue justificado o procedimento de Darwin, além de aceitar esta possibilidade, aponta outras duas:

> «Poderíamos ainda considerar o facto de que a Terra é um íman e a Lua provavelmente também; sendo os dois corpos condutores. Quando os ímanes se movem na proximidade dos condutores, dão lugar a correntes de Foucault que jogam o papel de travões; também haveria assim uma diminuição da rotação da Terra.
>
> Suponhamos os corpos celestes reduzidos a pontos e que não exista nenhum meio resistente; não haveria perda de energia: o princípio de Carnot não encontraria aplicação. Mas os corpos celestes não são pontos materiais, e as diferentes partes não podem agir umas sobre as outras sem perda de energia. Igualmente, se os fenómenos físicos fossem independentes da posição respetiva dos astros, também não haveria perda de energia»[41].

Ou seja, Poincaré propõe uma tripla solução. Primeiro examina a ideia de Darwin de que sejam as marés (lunares e solares, externas e internas) as responsáveis pela anomalia, mas perante a impossibilidade da demonstração empírica da hipótese suplementar a respeito da viscosidade do núcleo do nosso planeta (para explicar as marés internas), estima que há outras opções. A segunda alternativa consiste em ponderar os efeitos do magnetismo terrestre e lunar na desaceleração do movimento terrestre, a qual poderia ser responsável pelo aumento aparente da velocidade da Lua. O efeito do campo magnético da Terra é difícil de computar e no momento em que Poincaré escreve não existiam ainda resultados definitivos sobre ele, pelo que a ideia de que a força magnética que interage entre a Lua e a Terra seja a responsável da anomalia no movimento médio era perfeitamente razoável[42].

A última das opções refere a relação entre astronomia matemática e física. Na mecânica celeste, enquanto disciplina matemática, o tratamento dos corpos é em termos de pontos-massa. No entanto, isto é só uma ficção matemática e os astros são, de facto, corpos físicos, pelo que é preciso admitir que no

[39] Cf. Poincaré (1953), p. 161.

[40] Cf. Darwin (1908), p. VI

[41] Poincaré (1953), pp. 168–169.

[42] Em 1910, o britânico Ernest Brown estudou este efeito em detalhe, demostrando que era de facto insuficiente. Cf. Brown (1910), pp. 529–539.

seu movimento perdem uma certa quantidade de energia. É no cálculo desta energia que entra em jogo o princípio de Carnot ou princípio da degradação da energia, segundo o qual não é possível que um processo de intercâmbio de calor seja cíclico, isto é, manifesta a não reversibilidade dos fenómenos naturais[43]. Considerar a teoria das marés no âmbito das perturbações lunares significa que as marés produzem uma certa fricção, que gera calor. No curso desta ação, como no de qualquer outro processo termodinâmico, ocorre uma perda de energia que supõe o aumento da entropia do universo. Esta perda poderia causar um certo arrefecimento da Terra, de forma que justificasse assim a desaceleração do seu movimento, provocando a aceleração aparente do movimento médio da Lua.

A maior parte das soluções propostas à anomalia lunar, encontrava-se dentro do esquema clássico da gravitação newtoniana. De facto, a resposta final a este problema também não se separa desta conceção: na década de 1920 foram corrigidos os dados que Darwin tinha calculado para a fricção das marés, mostrando-se assim que estas eram as responsáveis pela suposta aceleração da Lua[44]. Em consequência, esta perturbação não exigia uma nova teoria da gravitação tal como era pensado pela maior parte dos especialistas.

4 O cometa de Encke

A órbita deste corpo celeste foi calculada em 1818 pelo astrónomo alemão Johann Franz Encke. Trata-se do cometa de período mais curto que se conhece: cerca de 3,3 anos. Além disso, a sua importância prende-se com o facto de a sua translação passar muito perto de Mercúrio, o que permite calcular a massa desse planeta, e também de apresentar uma aceleração secular aparentemente inexplicável, sendo assim um desafio adicional à lei do inverso do quadrado[45]. O primeiro a postular uma causa para esta anomalia foi o próprio Encke, que supôs a existência de um meio de densidade variável (uma espécie de éter) que arrastava o cometa no seu movimento e produzia a inexplicável aceleração secular.

O astrónomo sueco Oskar Backlund concluiu que este meio não existia e propôs como causa do aumento da velocidade do cometa um anel de matéria com um movimento próprio situado nas proximidades do seu afélio e com um movimento tangente à sua órbita:

[43]Cf. Poincaré (1905), p. 130.
[44]Cf. Roseveare (1982), p. 4.
[45]Cf. Poincaré (1953), p. 169.

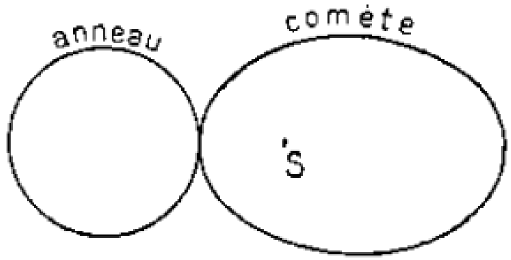


Figura 3: A solução de Backlund ao cometa de Encke, desenho de Poincaré. Cf. Poincaré (1953), p. 176, fig. 28.

Se a densidade do anel é variável, as diferenças nas acelerações do cometa poderiam ser explicadas. Para Poincaré esta solução é um tanto arbitrária por pressupor que a densidade de matéria varie com a exatidão necessária para produzir a aceleração requerida do cometa[46]. Por esta razão foram apontadas outras possibilidades.

Friedrich Bessel pensou que o cometa emitia matéria em forma de projeções que provocavam a sua propulsão no sentido inverso às mesmas, sendo assim lançadas na direção contrária ao Sol, de forma que impulsionassem o cometa na sua direção[47]. Uma vez mais, aos olhos de Poincaré é pouco provável que as emissões de matéria fossem responsáveis pela aceleração anómala, nessa quantidade exata.

Por último, Carl Charlier considerou que o cometa tinha um duplo núcleo e que houvesse um movimento de atração entre os dois núcleos. Isto geraria uma aceleração de um dos núcleos que puxaria o outro, causando o aumento anómalo da velocidade do cometa. Para Poincaré esta é a ideia que apresenta mais vantagens, pois o núcleo duplo poderia causar a difusão no espaço de certa quantidade de matéria, dando origem a chuvas de meteoritos ou estrelas cadentes[48].

Tal como acontecia com a anomalia lunar, todas as teorias propostas para explicar a aceleração anómala do cometa de Encke encaixavam dentro do esquema da teoria newtoniana da gravitação. Efetivamente, nenhuma destas anomalias supunha uma ameaça para a lei do inverso do quadrado:

[46]Cf. Poincaré (1953), p. 176.

[47]Cf. Poincaré (1953), p. 176.

[48]O astrónomo Fred Whipple conseguiu explicar a anomalia do cometa de Encke a partir da sua composição: um conglomerado instável de gelo. Esta instabilidade causava, de facto, certa perda de matéria, responsável pela chuva de meteoritos conhecida como Táurides. Cf. Whipple (1940), pp. 711–745.

> «Eram consideradas como anomalias sérias dentro da teoria gravitacional mais ampla, que incluía não só a lei da força central, mas também leis adicionais e hipóteses que governam a aplicação dessa lei da força às condições reais concernentes ao sistema solar»[49].

5 Conclusão

A pertinência das soluções propostas às anomalias para o estado da questão da gravitação na transição do século XIX ao XX e a preocupação de Poincaré justifica-se pelo facto de que dizem respeito às condições materiais de composição dos corpos (como o hipotético núcleo duplo do cometa de Encke), à conjunção da aceleração lunar, ou ao possível efeito de outras forças físicas conhecidas mas cuja influência era dificilmente calculável nesse momento (como no caso do magnetismo sobre o movimento da Lua). É por isto que a mais problemática de todas elas é a do periélio de Mercúrio, dado que, perante as outras, não era facilmente determinável se o erro se encontrava na própria lei do inverso do quadrado ou se, como acontecia com as outras anomalias, se devia também a hipóteses adicionais da teoria mais ampla da gravitação. De facto, a anomalia mercurial questiona a aplicabilidade da lei de Newton e, embora Poincaré proponha uma solução dentro do esquema newtoniano, não foi a adotada pelos cientistas das várias áreas (astrónomos e físicos). Mas, justamente, esta foi uma das questões que mais motivou a procura de soluções alternativas à teoria newtoniana.

Juntamente com a anomalia de Mercúrio, encontramos o sempre presente problema da causa da atração gravitacional. Estas duas preocupações fundamentais constituem o núcleo do motivo pelo qual nesses anos se propuseram numerosas teorias alternativas à newtoniana. Desde 1850 foram propostas várias teorias gravitacionais[50]. Estas têm por objetivo fundamental proporcionar um suporte teórico à lei do inverso do quadrado, ou por meio da introdução de mecanismos transmissores da força, ou por meio de certos coeficientes que modificam a lei original de Newton, ou ainda, no caso de alguns cientistas muito ambiciosos, através de uma conceção generalizada segundo a qual todas as forças, incluindo a gravitação, têm uma origem eletromagnética, e,

[49] Roseveare (1982), p. 4.

[50] Prova disto são as obras de William Taylor "Kinetic theories of Gravitation" onde é apresentada uma lista de vinte e uma teorias (1877), de John Bernhard Stallo *The Concepts and Theories of Modern Physics* (1882), na qual se acrescentam nove à lista dada por Taylor e de Jonathan Zenneck "Gravitation" (1903), onde se discutem mais de vinte teorias.

por conseguinte, a lei do inverso do quadrado é modificada de acordo com os pressupostos da eletrodinâmica. Estas últimas tentativas foram agrupadas na denominada "visão eletromagnética da natureza", defendida, pelo menos parcialmente, por cientistas tão prestigiados como Hendrik Lorentz[51]. Porém, a discussão pormenorizada de todas estas teorias está fora do âmbito deste artigo.

A existência das anomalias observacionais aqui consideradas e dos problemas teóricos brevemente apontados permite desmentir uma certa posição comum nas explicações gerais da história da ciência, da qual as seguintes afirmações são uma amostra:

> «No século XIX, a doutrina da atração universal tornar-se-á um dogma da ciência. Permanecerá assim até ao aparecimento da teoria einsteiniana da gravitação»[52].
>
> «Em geral não havia razão teórica para prosseguir estas especulações [sobre a gravitação] até ao surgimento da teoria da relatividade»[53].

Efetivamente, como afirma Dugas, é durante o século XIX que a teoria newtoniana adquire um estatuto privilegiado graças à sua capacidade preditiva, principalmente por causa da precisão no cálculo das órbitas dos novos habitantes do sistema solar (novos planetas, cometas, satélites, etc.). Contudo, não é completamente certo que possua esse carácter de 'dogma científico', pois como mostrámos neste artigo, existiam sérios problemas que a puseram em questão, do que são prova as soluções alternativas que brevemente mencionámos. Além disso, é falso afirmar que nenhuma razão teórica justificava a modificação da teoria newtoniana, dado que o problema de considerar a gravitação como 'atração à distância' reapareceu com força nesse período histórico[54] e uma das principais causas para a proposta das teorias alternativas é, justamente, o estatuto epistemológico e ontológico de tal força. A outra, como também tentámos mostrar neste artigo, é a discrepância entre a teoria e a observação nos movimentos astronómicos, principalmente no que diz respeito ao avanço do periélio de Mercúrio.

[51] Cf. Lorentz (1900) e McCormmach (1970). Nesta linha situam-se também os trabalhos prévios de Mossotti e Zöllner, cf. Renn e Schemmel (2007), p. 7.

[52] Dugas (1950), p. 208).

[53] Hesse (1961), p. 225.

[54] Cf. de Paz (2014), pp. 262–285.

Referências

Babinet, J., 1846. “Mémoire sur les nuages ignés du soleil considérés comme des masses planétaires”, *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences de Paris*, 22, 281–286.

Brown, E. W., 1909. “Darwin’s scientific papers”, *Bulletin of the American Mathematical Society*, 16 (2), 73–78.

Brown, E. W., 1910. “On the effects of certain magnetic and gravitational forces on the motion of the moon”, *American Journal of Science*, 29, 529–539.

Darwin, G., 1907. *Scientific Papers. Vol. 1: Oceanic tides and lunar disturbance of gravity*, Cambridge, Cambridge University Press.

Darwin, G., 1908. *Scientific Papers. Vol. 2: Tidal friction and cosmogony*, Cambridge, Cambridge University Press.

de Paz, M., 2014. *Mecânica e Epistemologia em Henri Poincaré*, Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa e Universidad Complutense de Madrid.

Dugas, R., 1950. *Histoire de la mécanique*, Neuchâtel, Éditions du Griffon. (Reed. 1996, Paris, Éditions Jacques Gabay).

Eisenstaedt, J., 2003. *The Curious History of Relativity: How Einstein’s Theory was lost and found again*, Princeton, Princeton University Press.

Hesse, M. B., 1961. *Forces and Fields: The Concept of Action at a Distance in the History of Physics*, New York, Dover Publications.

Lescarbault, E., 1860. “Passage d’une planète sur le disque du soleil observé a Orgères (Eure-et-Loir). Lettre à M. Le Verrier”, *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences de Paris*, 50, 40–45.

Le Verrier, U., 1849. “Nouvelles recherches sur les mouvements des planètes”, *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences de Paris*, 29, 1–3.

Le Verrier, U., 1859. “Théorie du mouvement de Mercure”, *Annales de l’Observatoire impérial de Paris (Mémoires)*, 5, 1–195.

Le Verrier, U., 1876. “Examen des observations qu’on à présentées, à diverses époques, comme pouvant appartenir aux passages d’une planète intramercurielle devant le disque du soleil”, *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences de Paris*, 83, 583–589, 621–624, 647–650, 719–723.

Lorentz, H. A., 1900. “Considerations on gravitation”, *Proceedings of the Section of Sciences, Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam*, 2, 559–574.

McCormmach, R., 1970. “H. A. Lorentz and the Electromagnetic view of Nature”, *Isis*, 61, 459–497.

Newcomb, S., 1882. “Discussion and results of observations on transits of Mercury from 1677 to 1881”, *Astronomical Papers prepared for the use of the American Ephemeris and nautical Almanac*, 1, 367–487.

Newcomb, S., 1895. *The elements of the four inner planets and the fundamental constants of astronomy, Supplement to the American Ephemeris and nautical Almanac*, Washington, Government Printing Office.

Norton, J. D., 1999. “The Cosmological Woes of Newtonian Gravitation Theory”, in Goenner, H., Renn, J., Ritter, J. y Sauer, T. (eds.) *The Expanding Worlds of General Relativity (Einstein Studies vol. 7)*, Boston, Basel, Berlin, Birkhäuser, 271–322.

Poincaré, H., 1905. *La Valeur de la Science*, Paris, Flammarion. (Reed. 1970).

Poincaré, H., 1953. “Les limites de la loi de Newton”, *Bulletin astronomique*, 17, 121–178, 181–269.

Renn, J. e Schemmel, M., 2007. “Gravitation in the Twilight of Classical Physics: An Introduction”, in Renn, J. (ed.) *The Genesis of General Relativity*, vol. 3: *Gravitation in the Twilight of Classical Physics. Between Mechanics, Field Theory, and Astronomy*, Boston Studies in the Philosophy of Science, Dordrecht, Springer, 1–18.

Roseveare, N. T., 1982. *Mercury's perihelion from Le Verrier to Einstein*, Oxford, Clarendon Press.

Seeliger, H. von, 1895. “Über das Newton'sche Gravitationsgesetz”, *Astronomische Nachrichten*, 137, 129–136.

Seeliger, H. von, 1906. “Das Zodiakallicht und die empirischen Glieder in der Bewegung der innere Planeten”, *Sitzungsberichte der Mathematisch-Naturwissenschaften Klasse der Bayerischen Akademie der Wissenschaften zu München*, 36, 595–622.

Seeliger, H. von, 1909. "Über die Anwendung der Naturgesetze auf das Universum", *Scientia. Rivista di scienza*, 6, pp. 225–289. Trad. fr. "Sur l'application des lois de la nature a l'univers", supplément, 89–107.

Stallo, J. B., 1882. *The concepts and theories of modern physics*, New York, D. Appleton and Company.

Taylor, W. B., 1877. "Kinetic theories of gravitation", *Annual report of the Boards of Regents of the Smithsonian Institution for the year 1876*, Washington, Government Printing Office, 205–282.

Tisserand, F., 1882. "Notice sur les planètes intra-mercurielles", *Annuaire du Bureau des Longitudes pour l'an 1882*, 729–772.

Whipple, F., 1940. "Photographic Meteor Studies III. The Taurid Shower, *Proceedings of the American Philosophical Society*, 83, 711–745.

Zenneck, J., 1903. "Gravitation", *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, vol. 5, Leipzig, 25–67.

A geometria na obra de Henri Poincaré

Isabel Serra
Centro de Filosofia das Ciências da Universidade de Lisboa
imserra@fc.ul.pt

Resumo: Uma das singularidades da obra de Henri Poincaré (1854–1912) é a presença da geometria que, marcando todo o seu trabalho em ciência e em filosofia, permite vislumbrar uma linha de unidade e permanência — mas também de inovação — no seu percurso universalista. Esta ideia de que a geometria tem um papel singular na obra de Poincaré será aqui desenvolvida a partir das suas investigações em diferentes épocas: as equações diferenciais no primeiro período da sua carreira; a física no início do século XX ; e a filosofia das ciências a partir de 1887.

Abstract: One of the singularities of the Henri Poincaré (1854–1912) work is the presence of geometry that allows to draw a line of permanence and also innovation in the diversity of his interests. This idea that geometry has a unique role in the work of Poincaré will be developed here from his investigations at different times: differential equations in the first period of his career; physics in the early twentieth century; and philosophy of science from 1887.

1 As equações diferenciais e a geometria

A obra de Henri Poincaré tem sido, desde há cem anos, objecto de inúmeros estudos de história e filosofia da ciência. Contudo, o seu pensamento é tão rico que parece haver sempre aspectos que não foram contemplados na literatura, apesar do carácter quase exaustivo do conjunto de alguns trabalhos.

Jeremy Gray dedica uma parte significativa das suas quinhentas páginas de história das equações diferenciais a descrever e a enquadrar os resultados de Poincaré na matemática da época (Gray, 1981). As inovações no domínio das equações diferenciais que tais resultados documentam foram posteriormente analisadas (Gray, 1982), isto após a descoberta de manuscritos inéditos de Poincaré nos arquivos da Academia das Ciências de Paris (Poincaré, 1880, 1997). Entre tais resultados figura a descoberta das funções automorfas e ainda o papel fundamental que a geometria euclidiana desempenha nas funções de variável complexa. Esses manuscritos são os três "suplementos" de um trabalho que Poincaré apresentou em 1880 à Academia das Ciências de Paris num concurso destinado a premiar progressos no estudo das equações diferenciais.

O estudo detalhado que acompanhou a publicação desses manuscritos inéditos (Gray & Walter, 1997) permite destacar alguns aspectos do trabalho de Poincaré sobre equações diferenciais, que já haviam sido abordados na tese de Jeremy Gray (Gray, 1981). Um desses aspectos, completamente original e inesperado, é a utilização das geometrias não euclidianas num problema de equações diferenciais. Caracterizando de forma sucinta essa utilização, Gray escreveu recentemente (Gray, 2012, p. 179) que Poincaré, num dos seus "suplementos" pouco mais fez do que usar uma transformação geométrica para obter um triângulo recto a partir de um triângulo de lados circulares. Ao escolher esta forma de relatar a descoberta de Poincaré, Gray dá relevo à simplicidade mas também à singularidade desse procedimento inovador. O que ele, Gray, foi capaz de perceber e de fundamentar em seu estudo da história das equações diferenciais (Gray, 1981).

No século XIX houve uma grande evolução nos métodos de tratamento das equações diferenciais. Essa evolução consistiu, em particular, no uso da geometria com a finalidade de estudar o comportamento qualitativo das soluções dessas equações. Em 1878 a investigação na área era considerada suficientemente importante para ser escolhida pela Academia das Ciências de Paris como tema de um prémio de investigação (Gray & Walter, 1997, p. 3).

O estudo geométrico das equações diferenciais havia começado na França com C. Briot (1817–1882) e J. C. Bouquet (1819–1885); todavia, em 1878 os últimos resultados inovadores deviam-se ao matemático alemão L. Fuchs (1833–1902). O método de Fuchs, inspirado na construção das funções elípticas por Jacobi (1804–1851) foi publicado durante os anos 1880–1881. Apesar das virtudes do método, Fuchs comete alguns erros e não consegue levá-lo até ao fim (Tazzioli, 2010).

Vai ser Poincaré que, partindo da crítica dos resultados de Fuchs, elabora a teoria a que ele chama das "funções fuchsianas"; teoria que o conduz a uma grande descoberta, a da relação entre equações diferenciais e geometria não euclidiana. Anos depois, ao analisar o seu trabalho, Poincaré refere o ponto essencial por onde passou, exactamente o mesmo que Fuchs: "Foi a analogia com as funções elípticas que me serviu de guia em toda a investigação" (Poincaré, 1921, p. 41).

Retomando o trabalho de Fuchs, Poincaré mostrou que as funções fuchsianas, tal como as elípticas, são invariantes mediante certas transformações de variável no plano complexo; e o que é mais importante, o conjunto dessas transformações define um grupo, que coincide com o grupo de deslocamentos da geometria não euclidiana.

Apesar desta descoberta, Poincaré não ganhou o prémio. Talvez o júri não lhe tivesse dado o valor que ele merecia... De qualquer forma, o seu resultado permitiu-lhe progredir rapidamente no seu estudo (Gray & Walter, 1997, 15) e, mesmo sem o prémio, a descoberta trouxe-lhe mais fama entre os matemáticos do seu tempo do que qualquer outra em equações diferenciais (Gray, 2012, 179).

Mas mesmo que relevantes do ponto de vista da história da matemática, não são nem a eficiência nem a popularidade da sua descoberta os aspectos que agora importam. O que se pretende aqui sublinhar é o valor epistemológico da sua invenção, pelo facto de ter relacionado entre si duas áreas distintas da matemática. A relação estabelecida criou, desde logo, um novo terreno fértil para a aplicação e o desenvolvimento dos novos métodos da teoria de grupos (Gray, 1984, 10) o que, naturalmente, teve repercussões significativas na matemática. No entanto, a invenção de Poincaré não teve efeitos apenas na matemática, mas também na física, como mais adiante se verá.

A escolha desta primeira descoberta de Poincaré para ilustrar a relação do seu trabalho com a geometria deve-se, obviamente, à natureza geométrica dessa descoberta; mas serve também outro propósito, o de caracterizar a inventividade do matemático. Este exemplo mostra que a capacidade de relacionar conhecimentos, precisamente uma das características do seu trabalho, se manifestou logo na parte inicial da sua carreira científica, num período em que os seus conhecimentos não tinham, naturalmente, a extensão e a profundidade próprias de uma longa experiência de investigação. Apesar disso, Poincaré adiantou-se, nos seus resultados, a outros matemáticos mais velhos e talvez melhor posicionados do ponto de vista da cultura matemática. De facto, ao situar esta descoberta no contexto do conhecimento matemático da época, tal como é descrito pelos dois prestigiados historiadores da matemática aqui citados, Jeremy Gray e Scott Walter, é difícil compreender que outros investigadores bem mais conhecedores das equações diferenciais, da geometria de Riemann e das geometrias não euclidianas, como Fuchs ou Klein (Gray & Walter, 1997, 15), não tenham chegado antes de Poincaré aos mesmos resultados.

Como foi possível que Poincaré, estando no início da sua vida de investigador — evidenciando ainda, como nota Gray, “uma ignorância dramática da matemática do seu tempo”, que “não cita Schwarz” e parecendo “não conhecer o trabalho de Riemann, Dedekind e Klein nem mesmo o de Hermite”, seu professor (Gray, 1981, 298) — tenha mesmo assim chegado a um resultado tão inovador?

É certo que esta pergunta é em grande parte retórica; todavia, poderá ter alguma utilidade se permitir esboçar algumas respostas que, mesmo sendo incompletas, ajudem a explicar um pouco melhor a natureza do seu génio. Ora, têm surgido na última década alguns trabalhos de carácter histórico-filosófico que, incidindo sobre o conjunto da obra de Poincaré e não apenas sobre alguns aspectos específicos, abrem novas perspectivas de interpretação acerca da natureza da sua criatividade. (Rollet, 2007; Ly, 2008; Serra, 2014).

Vendo a questão à luz destes desenvolvimentos, defendemos que um dos aspectos da obra de Poincaré que melhor parece caracterizar a sua inventividade residirá na sua extraordinária capacidade de encontrar ligações entre diferentes domínios científicos (Serra, 2013). O cruzamento de áreas de conhecimento, que teve um papel decisivo na sua vida científica, viria a tornar-se também uma das condições de desenvolvimento da ciência actual. Nesse sentido, podemos dizer que a capacidade de cruzar conhecimentos de Poincaré está em avanço relativamente à sua época. Com efeito, quem analisar o conjunto da sua obra poderá constatar que o seu universalismo não se deve apenas ao facto de ter estudado assuntos diferentes mas sobretudo à forma como os relacionou entre si.

No entanto, essa capacidade não pode, evidentemente, ser considerada como a única causa dos seus resultados. É também possível encontrar outras razões, recorrendo à ideia de "intuição matemática" e usando como inspiração as palavras do próprio Poincaré. Bastantes anos depois da sua descoberta dos anos 1880, quando começou a ser possível fazer um balanço da sua obra, Poincaré foi solicitado a falar e a escrever sobre a sua intuição científica, uma questão que despertava o interesse dos psicólogos da sua época. Na conferência *L'invention mathématique* que fez no *Institut Général de Psychologie* (Poincaré, 1908-b) surgem referências à intuição, à sensibilidade, ao instinto natural de elegância matemática, ao trabalho do inconsciente, mas também à disciplina, à atenção, à vontade, ao consciente. Todas essas características da invenção matemática referidas por Poincaré podem justificar que, de acordo com o seu próprio relato (Poincaré, 1908, 363), um dia, "ao subir para a carruagem", ele tenha feito a ligação entre as equações diferenciais e as geometrias não euclidianas.

Esse episódio, podendo ser olhado como um mero "fait-divers" que não acrescenta nada à história da matemática, tem de facto um enorme simbolismo. Não será por acaso que Poincaré, na sua conferência sobre a intuição científica, escolhe relatá-lo, e que os historiadores da matemática têm vindo também a referir o episódio. De certo modo ele representa não apenas a invenção matemática mas a científica em geral, onde a intuição aflora em instantes de clarividência.

Na obra de Poincaré, a relação entre equações diferenciais e geometria não se limitou, contudo, ao caso das funções automorfas. Concretizou-se ainda noutros trabalhos entre os quais o conhecido "problema dos três corpos" (Poincaré, 1881; 1882; 1885; 1886). Aqui a contribuição inovadora consistiu em estudar o comportamento global das curvas-solução da equação diferencial, em vez de se limitar ao estudo local como já havia sido feito por Briot e Bouquet. A consciência da importância dos resultados obtidos levou-o a fazer referência, nas suas publicações, "ao vasto campo de descobertas que se abre aos geómetras" (Poincaré, 1881, 377). As soluções obtidas no problema dos três corpos são também famosas, embora não tivessem tido na altura da sua publicação o mesmo impacto que a aplicação das geometrias não euclidianas. Mas desta vez, pelo seu resultado, Poincaré será agraciado com o prémio do rei Óscar II da Suécia.

A generalidade dos resultados deste trabalho e a importância das suas consequências só mais tarde se viriam a revelar plenamente, com a descoberta e o estudo dos fenómenos caóticos. Mas, já em 1908, Poincaré dá a primeira definição do que actualmente se chama "caos":

> "Pode acontecer que pequenas diferenças nas condições iniciais, causem grandes diferenças nos resultados finais. Um pequeno erro nas primeiras produziria então um grande erro nos últimos. A previsão torna-se então impossível" (Poincaré, 1908-a, 62)

Os primeiros trabalhos de Poincaré aqui referidos — os estudos de equações diferenciais — conduziram-no à geometria e também à topologia. Segundo as suas próprias palavras, a escolha da topologia radicou na sua "convicção de que seria um meio para abordar um problema importante em teoria de grupos" (Poincaré, 1921, 101). Ou seja, foi partindo das equações diferenciais que Poincaré fez estudos geométricos e topológicos. E será a partir destes últimos que se lançará à abordagem da teoria de grupos, continuando assim a investigar geometria.

2 A Física e a Geometria

A noção de grupo foi usada por Poincaré em vários domínios mas, segundo Gray, "em nenhuma dessas áreas ele parou para estudar os grupos em detalhe. Era a ideia de grupo e não a teoria de grupos que o interessava" (Gray, 2012, 186). Esta tese de Gray permite levantar a hipótese de que Poincaré se tenha apercebido da importância da ideia de grupo na ciência, talvez através do seu estudo da geometria.

No seu próprio trabalho essa ideia, que esteve presente desde os seus primeiros estudos sobre equações diferenciais, veio a revelar-se valiosa também no seu estudo da física. Mas a sua importância na física prolongou-se muito para além do trabalho de Poincaré, acabando por se afirmar inequivocamente nos domínios da relatividade e da física quântica.

De acordo com Olivier Darrigol (Darrigol, 2000, 352) Poincaré começa a interessar-se pela física quando é nomeado professor de física matemática na Sorbonne, em 1886. Podemos no entanto sugerir que a sua ligação à física, embora não concretizada, terá começado muito antes, provavelmente com o seu interesse pela ideia de grupo, que lhe permitirá obter resultados inovadores, também nessa disciplina. Aliás, o "espírito matemático" sempre abriu novas vias para o conhecimento na ciência, como o próprio Poincaré assinala ao reflectir sobre as relações entre a física e a matemática: "as profundas analogias, que os olhos não vêem mas a razão adivinha, são percebidas pelo espírito matemático que esquece a matéria para olhar apenas a forma pura." (Poincaré, 1905, 106).

Um bom exemplo dessa capacidade de ver "formas" puras é ter percebido, pela primeira vez, que um conjunto de equações físicas esconde uma estrutura de grupo. Foi esse um dos resultados do trabalho de Poincaré na electrodinâmica. A utilização das geometrias não euclidianas e da teoria de grupos no estudo das equações diferenciais já tinha sido inovadora, apesar de constituir apenas uma relação entre dois domínios da matemática. Ora o estudo da electrodinâmica vai conduzir Poincaré a usar, também na física, a noção de grupo.

A ligação entre matemática e física na obra de Poincaré é um tema que foi já intensamente estudado (Ly, 2008). Aqui iremos considerar apenas o caso da electrodinâmica. Tal como afirma Darrigol (Darrigol, 2000, 352), o interesse de Poincaré pela física parece ter sido de facto despoletado pelo ensino do electromagnetismo na Sorbonne. Nas suas aulas apresentou as teorias de Maxwell, mas também outras formulações do electromagnetismo, como por exemplo as de Helmholtz, Hertz, Lorentz, etc., por vezes de forma mais clara que os seus autores (Darrigol, 2000, 353–4). Do seu estudo da electrodinâmica resultou um livro de ensino (Poincaré, 1901), que ainda hoje é útil no contexto da história do electromagnetismo. O estudo da física levou-o a escrever também textos de reflexão sobre várias matérias, que se tornaram famosos do ponto de vista da história e filosofia da ciência. Alguns desses textos foram integrados nas suas obras de síntese e reflexão e que são, em grande parte, constituídas por artigos já antes publicados: *La Science et l'Hypothèse* (Poincaré, 1902), *La Valeur de la Science* (Poincaré, 1905) et *Science et Méthode* (Poincaré, 1908-a)

Em "L'état actuel et l'avenir de la physique mathématique" (Poincaré, 1905, 123–147), um dos poucos textos de Poincaré traduzidos em português (Serra e Paz, 2012, 77–119), ele demora-se a caracterizar a crise da física do seu tempo, uma crise que associava, em particular, ao princípio de relatividade (Darrigol, 1995, 1). Essa crise manifestava-se pela situação de "perigo" em que se encontravam os princípios da física e que, de acordo a sua visão da história da ciência, definem o essencial do conhecimento científico nessa matéria (Poincaré, 1905, 129; Serra e Paz, 2012, 87). Mesmo o princípio de relatividade que havia sido "não somente confirmado pela experiência mas também pela teoria das forças centrais" (...) "foi demolido" por efeito do estudo dos fenómenos electromagnéticos (Serra e Paz, 92; Poincaré, 2005, 132).

Quando Lorentz publica em 1904 as equações do campo electromagnético num referencial em movimento (Lorentz, 1904, 173–97), usa uma transformação de variáveis que Poincaré considera de acordo com a desejada "invariância" e o princípio da relatividade. Ele demonstra que as equações dessa transformação, que designou por "transformação de Lorentz", definem um grupo. Este é resultado puramente matemático , mas ao qual ele vai dar também um sentido físico, mostrando que as leis de Maxwell são covariantes por acção da transformação. Ou seja, a chamada transformação de coordenadas de Lorentz permite dar às equações de Maxwell a mesma forma em todos os referenciais de inércia (Poincaré, 1906), o que é um resultado muito importante do ponto de vista da física. Segundo Reignier, esta conclusão constitui "a essência do Princípio da Relatividade" (Reignier, 2004, 9). Poincaré deduziu ainda a expressão, na sua forma exacta e moderna, das coordenadas, do campo, da velocidade da carga e da corrente, variáveis que definem o grupo de invariância das equações de Maxwell às quais se associa a transformação de Lorentz. Usando a estrutura de grupo, determinou ainda o invariante quadrático e introduziu a coordenada imaginária tempo para a qual as transformações se tornam rotações quadri-dimensionais (Darrigol, 2000, 364).

Do ponto de vista físico, o significado do procedimento de Poincaré foi o de mostrar que o princípio de relatividade é uma consequência da invariância das leis da física por acção de um grupo; ou seja, resulta das suas propriedades de simetria. Tal procedimento conduziu-o a uma versão da teoria da relatividade restrita com base no grupo de transformações de Lorentz, que é publicada no artigo *Sur la dynamique de l'électron* (Poincaré, 1906).

Alguns autores afirmam que Poincaré formulou a simetria do espaço-tempo antes de Einstein; outros consideram que não se pode falar em prioridade, dado que o seu trabalho é essencialmente matemático. A controvérsia acerca da prioridade foi, em todo o caso, desencadeada não pelos dois cientistas mas pelos historiadores da ciência.

Não será, no entanto, aqui discutido qual o papel de Poincaré na emergência da relatividade que, aliás, tem sido objecto de inúmeras publicações

(Darrigol, 2004, 6–7). O que se pretende aqui não é descrever exaustivamente a contribuição de Poincaré para a relatividade, mas apenas pôr novamente em destaque a utilização que ele fez da geometria, e em particular da noção de grupo, agora num problema da física.

O que está em causa neste exemplo de aplicação da noção de grupo não é tanto o resultado, mas a ideia, o método, e a forma poincareana de criar, cruzando conhecimentos de diversas áreas, usando objectos matemáticos de forma inovadora. Ao aplicar a noção de grupo à transformação de Lorentz, o que foi realmente uma inovação, Poincaré é conduzido a um resultado também inovador, tal como havia acontecido nas equações diferenciais, mas agora na física.

A importância da aplicação da geometria na física não se limitará, contudo, aos resultados de Poincaré. Viria, de facto, a ultrapassar largamente este caso: a teoria de grupos e as simetrias acabariam por tornar-se instrumentos e objectos fundamentais na física. Pelas ressonâncias que veio a ter no futuro, a descoberta de Poincaré é actualmente evocada através do nome "grupo de simetria Poincaré" (Wigner, 1967, 15–19), assim chamado por Eugene Wigner (1902–1995). O grupo de Poincaré define o conjunto das transformações que conservam a estrutura do espaço-tempo em relatividade restrita.

A teoria de grupos, a noção de simetria e sua relação com as leis de conservação adquirem importância também na física quântica durante o século XX, a partir da década de 1920, através do trabalho de Eugene Wigner e de Hermann Weyl (1885–1955). Estes exemplos sugerem que a ideia de Poincaré acerca da importância da noção de grupo seja uma extraordinária intuição.

Na relatividade, as ideias de Poincaré contribuíram para o trabalho desenvolvido por Hermann Minkowski (1864–1909) cujos resultados, por sua vez, influenciaram Einstein e viriam a ser um elemento essencial na descoberta da teoria da relatividade geral (Walter, 2007, 6)

O reconhecimento do alcance das ideias de Poincaré e da sua importância na física do século XX levaram Richard Feynman (1918–1988) a escrever num dos seus livros, precisamente no capítulo dedicado à "simetria das leis físicas", que "foi Poincaré quem teve a ideia de analisar o que se pode fazer às equações sem as modificar. Foi o primeiro a reparar nas simetrias das leis físicas » (Feynman, 1989, 121)

A ideia de aplicar a noção de simetria às leis da física estabelece a ligação entre dois períodos distantes no trabalho de Poincaré, o dos primeiros tempos de investigação nos anos 1880, e o de 1905, já na maturidade. No parágrafo seguinte ver-se-á que essa ligação construída através da geometria foi também fundamental no seu pensamento filosófico.

3 Da Geometria à Filosofia

Quando em 1880, logo no início da sua carreira, Poincaré aplica as geometrias não euclidianas no estudo das equações diferenciais, não só lhes dá um novo estatuto na matemática mas abre também uma via importante no seu percurso pessoal. De facto a sua filosofia da geometria parece ter origem nesses primeiros trabalhos (Rougier, 1920, 147), embora, naturalmente, tenha sido influenciada também pelos debates da época em torno da coerência lógica e do significado físico das geometrias não euclidianas (Walter, 1996, 89).

A filosofia da ciência de Poincaré é frequentemente designada por "convencionalista", pois as suas reflexões sobre a geometria conduziram à noção de convenção, que viria a ter um papel essencial nas suas ideias, também no domínio da física. No entanto Poincaré nunca atribuiu a si próprio a designação de convencionalista. A ideia de convenção é sugerida quando das suas primeiras reflexões acerca da equivalência de várias geometrias, estando incluída nas observações finais do seu artigo *Sur les hypothèses fondamentales de la géométrie* (Poincaré, 1887, 214–215). Foi posteriormente apresentada de forma mais explícita em vários artigos e figura nas suas obras de síntese já referidas (Poincaré, 1902; 1905; 1908)

A geometria não euclidiana, quando Poincaré a aplica pela primeira vez no estudo das funções fuchsianas, não estava ainda muito divulgada entre os matemáticos, sendo até então considerada como uma curiosidade lógica, ou como um "simples exercício mental, interessante para um filósofo, mas sem qualquer utilidade para um matemático" (Poincaré, 1921, X–XI). Também os físicos, até aos finais do século XIX, não lhe viam qualquer utilidade. Na física, para além do obstáculo que consistia o carácter abstracto da geometria não euclidiana, o seu interesse parecia ser muito limitado, dado que se considerava estabelecida a confirmação empírica da natureza euclidiana do espaço. (Walter, 1996, 91).

A aplicação da geometria não euclidiana ao estudo das equações diferenciais veio mudar o estatuto de "curiosidade" que lhe era atribuído. Essa aplicação despertou o interesse dos matemáticos pelas novas geometrias, o que teve inevitáveis repercussões nos meios académicos. Durante os anos 1880–90 inicia-se um processo de compreensão e aceitação e das geometrias não euclidianas, que passam a constituir uma nova disciplina em várias universidades (Walter, 1996, 95). A par desta difusão de conhecimentos, outro factor seria determinante na evolução do pensamento acerca da geometria: o desenvolvimento da teoria de grupos, e em particular o trabalho de Félix Klein (1849–1925) e de Sophus Lie (1842–1899).

Durante os anos 1870 e 80, Klein e Lee haviam unificado as diferentes geometrias usando o conceito de grupo de transformação (Klein, 1891, 87) e tinham também posto em evidência que a geometria se reduz ao estudo de um grupo (Lie,1888–93). De acordo com Klein, cada geometria, euclidiana ou não euclidiana, é caracterizada pelo grupo de transformações que lhe corresponde, ao qual estão associados certos invariantes. Nesse sentido, uma dada geometria equivale a outra e o que as diferencia são o grupo de transformação e os respectivos invariantes. Ora, na época em que desenvolveu o estudo das funções fuchsianas, Poincaré conhecia já esse trabalho sobre as geometrias não euclidianas, embora seja difícil, do ponto de vista histórico, determinar qual a origem desse conhecimento (Gray e Walter, 1997, 15–16). Mas, também para ele, tal como para Klein e Lie, a geometria se reduzia ao estudo de um grupo.

A ideia de equivalência das geometrias constituiu para Poincaré uma fonte de reflexão filosófica e foi, inegavelmente, o ponto de partida do seu "convencionalismo geométrico", que até aos dias de hoje tem desencadeado uma grande variedade de interpretações (Giedymin, 1992, 423–443).

Poincaré baseia o seu primeiro artigo sobre os fundamentos da geometria (Poincaré, 1887), no trabalho de Sophus Lie, citando-o várias vezes. No seguimento dos resultados matemáticos a que chegou coloca a seguinte questão: serão as hipóteses fundamentais da geometria "factos experimentais, juízos analíticos, ou sintéticos *a priori*?" e acrescenta: "devemos responder negativamente a estas três questões", não formulando qualquer alternativa. Mas alguns anos depois as suas ideias estão suficientemente amadurecidas para enunciar a tese convencionalista (Poincaré, 1891).

No seu artigo sobre geometrias não euclidianas (Poincaré, 1891), que foi transcrito no capítulo III em *La Science et l'Hypothèse* (Poincaré, 1902), a interrogação formulada anteriormente aparece como uma afirmação: "Os axiomas geométricos não são nem julgamentos sintéticos *a priori*, nem factos experimentais, são *convenções*" (Poincaré, 1902, 66). Acrescenta ainda que a geometria euclidiana não é mais verdadeira do que qualquer outra, apenas é "mais *cómoda*".

Para Poincaré a questão de determinar qual a verdadeira geometria do espaço físico não tem sentido. Seria equivalente a perguntar se as coordenadas cartesianas são mais verdadeiras que as polares. Todavia, esta posição filosófica não irá despertar na comunidade científica as mesmas reacções positivas que tivera a aplicação das geometrias não euclidianas, desenvolvida uma década antes. Antes pelo contrário, as teses convencionalistas encontraram larga oposição (Walter, 1996, 89–90), dado que o convencionalismo tornava inútil a discussão sobre a natureza do espaço físico, e apresentava para esse problema uma solução aparentemente "anti-realista".

No século XIX a geometria era naturalmente interpretada como a ciência do espaço, sendo o espaço concebido como uma entidade real. Do ponto de vista da filosofia, mesmo para os empiristas, a geometria descrevia a realidade, embora resultasse de conhecimentos *a priori* e independentes da experiência (Torreti, 1984, 244). Claro que a existência de geometrias não euclidianas, e a equivalência entre as várias geometrias, veio recolocar a questão da natureza do espaço. Ora o convencionalismo de Poincaré dava uma resposta para um dos aspectos fundamentais dessa questão, o das relações entre geometria e espaço. A afirmação que a escolha de uma geometria é puramente convencional tira todo o sentido à pergunta: será que a geometria do espaço física é euclidiana ou não euclidiana? Mas os geómetras, que não queriam abandonar a possibilidade de estabelecer empiricamente a estrutura geométrica do espaço, rejeitavam a solução convencionalista de Poincaré.

O convencionalismo geométrico de Poincaré ainda menos agradava aos físicos, para quem o espaço — naturalmente uma entidade ainda "mais real" do que para os matemáticos — tinha uma relação directa com a geometria. Para Hermann von Helmholtz (1821–1894), por exemplo, a geometria não era simplesmente uma base de trabalho da mecânica, deveria ser construída em conjunto com ela (Torreti, 1984, 169).

O convencionalismo de Poincaré não se vai limitar, contudo, à geometria. A ideia de convenção irá estender-se à física (Poincaré, 1902, 128), como solução para as dificuldades relativas às leis e princípios da mecânica. Essa extensão compreende inúmeros aspectos e cambiantes que foram já estudados com pormenor no contexto da filosofia (da Paz, 2014, 109–139).

O convencionalismo de Poincaré tem vindo a ser objecto, até hoje, de interpretações várias, e mesmo contraditórias entre si. Embora haja autores que neguem à sua filosofia qualquer relação com o realismo (Ly, 2008, 606–7) outros colocam-no no campo do "realismo estrutural" (da Paz, 2014, 129). Esta corrente da filosofia actual está associado ao nome de John Worrall (1946–) que afirma ter encontrado o seu realismo estrutural nas ideias de Poincaré (Ladyman, 2014).

É interessante reparar como é abundante a literatura filosófica dedicada às ideias de Poincaré, embora a sua obra filosófica constitua apenas uma pequena parte das suas publicações. Esta abundância mais estranha se torna sabendo que a sua filosofia é considerada como resultando do seu trabalho em matemática e física, que se foca essencialmente nos fundamentos e princípios científicos (Rollet, 1999, 6).

É impossível negar que os temas que Poincaré estudou como cientista foram uma inspiração para as suas ideias filosóficas. Sem dúvida que abordou questões essenciais para a matemática, a física, e até para a educação matemática (Poincaré, 2005, 27–40) usando, inevitavelmente, a sua experiência como matemático. Nesse sentido, a sua filosofia está ligada à criação científica: as suas fontes de reflexão são sempre os problemas em torno da ciência. Ele não é um filósofo que apresente uma visão sistemática das questões fundamentais da filosofia, nem sequer das da filosofia das ciências. No entanto, o seu pensamento, as suas escolhas e a sua evolução parecem tocados pelo espírito universal da filosofia, o que pode justificar não só a "atracção" que os filósofos têm pelas suas ideias como também o seu percurso universalista.

Conclusão

As três questões aparentemente díspares do trabalho de Poincaré aqui apresentadas — equações diferenciais, electrodinâmica e filosofia — convergem num ponto: o das suas ideias sobre a geometria, onde as novas geometrias e a ideia de grupo tiveram um papel central. Podemos encontrar a geometria também noutras investigações de Poincaré, mas a peculiaridade dos exemplos aqui tratados justifica a sua escolha. No caso das equações diferenciais a perspectiva geométrica introduzida por Poincaré foi causa de grande inovação. Na física, o uso da geometria representou o início de uma enorme transformação que se prolongaria por várias décadas. Na filosofia, onde a inovação é mais difícil de caracterizar, o pensamento de Poincaré foi, em particular, uma contribuição importante para reflectir sobre as relações entre geometria e espaço.

Bibliografia

Darrigol, O., 1995, "Henri Poincaré's criticism of *fin de siècle* electrodynamics", *Studies on History and Philosophy of Modern Physics*, 1–4.

Darrigol, O., 2000, *Electrodynamics, from Ampère to Einstein*, Oxford: Oxford Univ. Press.

Darrigol, O., 2004, "Faut-il réviser l'histoire de la relativité ?", *La Lettre de l'Acad. Scienc.*, n.º 14, `http://www.academiesciences.fr/activite/archive/dossiers/Einstein/Darrigol`, consultado em Janeiro, 2015.

Feynman, R., 1989, *O que é uma lei física*, Lisboa: Gradiva, 1989 (tradução de *The character of physical law*, California: MIT Press, 1965).

Giedymin, J., 1992, “Conventionalism, the pluralist conception of theories and the nature of interpretation”, *Studies in Hist. and Philos. Sci.* 23 (3), 423–443.

Gray, J., 1981, *Differential equations and group theory from Riemann to Poincare*, PhD Thesis, Warwick. `wrap.warwick.ac.uk/35578/`, consultado em Março, 2015.

Gray, J., 1982, “The three supplements to Poincaré’s prize essay of 1880 on Fuchsian functions and differential equations”, *Archives Internationales d’Histoire des Sciences* 32, 221–235.

Gray, J., & Walter, S. (Ed.), 1997, *Three Supplements on Fuchsian Functions* by Henri Poincaré, Berlin: Akademie-Verlag.

Gray, J., 2012, “Poincaré and the idea of a group”, *NAW* 5/13, nr. 3, 178–186.

Klein, F., 1891, “Programme d’Erlangen”, Paris: *Ann. Ec. Norm. Sup.*, pp. 87–102; 173–199. Ed. original: *Vergleichen.de Betrachlnngen über neuere geomelrische Forsckungen, Programm zum Eintritt in die philosophische Fakultàt*; Erlangen (1872).

Ladyman, J., 2014,“Structural Realism”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Zalta, E.,(ed.), `http://plato.stanford.edu/archives/spr2014/entries/structural-realism/`, consultado em Março, 2015.

Lie, S., 1888–93, *Theorie der Transformationsgruppen*, 3 vols., Leipzig: Teubnerg.

Lorentz, H., 1904, *Collected papers*, The Hague: Nijhoff, 1942–44, pp. 173–197.

Ly, I., 2008, *Mathématique et physique dans l’œuvre philosophique de Poincaré*, Thèse, Université Nancy 2.

Poincaré, H., 1881, “Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle (I)”, *Journal de mathématiques pures et appliquées* 3ᵉ série, 7, pp. 375–422.

Poincaré, H., 1882, “Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle (II)”,*Journal de mathématiques pures et appliquées* 3ᵉ série, 8, pp. 251–296.

Poincaré, H., 1885, “Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle (III)”, *Journal de mathématiques pures et appliquées* 4ᵉ série, 1, pp. 167–244.

Poincaré, H., 1886, "Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle (IV)", *Journal de mathématiques pures et appliquées* 4e série, 2, pp. 151–217.

Poincaré, H., 1887, "Sur les hypothèses fondamentales de la géométrie", *Bulletin de la Société mathématique de France* 15, pp. 203–216

Poincaré, H., 1891, "Les Géométries non-euclidiennes", *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 2, pp. 769 – 774.

Poincaré, H., 1901, *Electricité et Optique*, Paris: Gauthier-Villars.

Poincaré, H., 1902, *Science et Hypothèse*, Paris: Flammarion.

Poincaré, H., 1904, "conférence au Congrès d'Art et Science de St. Louis", publicada em *La Valeur de la Science*, cap. VII–IX.

Poincaré, H., 1905, *La valeur de la Science* Paris: Flammarion.

Poincaré, H., 1906, "Sur la dynamique de l'électron", *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, 21, 129–176. (Reeditado em *OEuvres de Henri Poincaré*, Vol. 9, 494—550. G. Petiau, ed., Paris : Gauthier-Villars, 1954).

Poincaré, H., 1908-a, *Science et Méthode*, Paris: Flammarion.

Poincaré, H., 1908-b, "L'invention Mathématique", *L'enseignement mathématique*, 10, 1908, pp. 357–371.

Poincaré, H., 1921, "Analyse des travaux scientifiques de Henri Poincaré faite par lui-même", *Acta matematica*, 38, pp. 1–135.

Reignier, J., 2004, "Poincaré synchronization: From the local time to the Lorentz group", *Proceedings of the Symposium Henri Poincaré*, Brussels, 8–9 October 2004. (`www.ulb.ac.be/sciences/ptm/pmif/ProceedingsHP/Reignier.pdf`), consultado em Março, 2015.

Rollet, L., 2007, *Henri Poincaré : Des Mathématiques à la Philosophie, Étude du parcours intellectuel, social et politique d'un mathématicien au début du siècle*, Thèse, Archives – Centre d'Études et de Recherche Henri-Poincaré. (`https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00137859/document`), consultado em Março, 2015

Rougier, L., 1920, *La philosophie géométrique de Henri Poincaré*, Paris: Librairie Félix Algan.

Serra, I., e Paz, M. (Eds.), 2012, *Henri Poincaré Filosofia da Física*, Lisboa: CFCUL.

Serra, I., 2013, "A Transversalidade do Conhecimento na Obra de Poincaré", *Kairos, Revista de Filosofia & Ciência*, 7, pp. 137–151.

Serra, I., 2014, "Henri Poincaré: a scientist inspired by his philosophy", in *Poincaré's Philosopher of Science*, Springer, The Western Ontario Series in Philosophy of Science , Volume 79, pp. 153–166.

Tazzioli, R., 2010, "Fonctions fuchsiennes ou schwarziennes ? Mieux poincaréennes !" (`http://images.math.cnrs.fr/Fonctions-fuchsiennes-ou.html`), consultado em Março, 2015.

Walter, S., 1996, *Hermann Minkowski et la Mathematisation de la Theorie de la Relativité Restreinte (1905-1915)*, Thèse, Université de Paris. (`henripoincarepapers.univ-lorraine.fr/walter/papers/walter-thesis-1996.pdf`), consultado em Março 2015.

Walter, S., 2007, "Breaking in the 4-vectors: the four-dimensional movement in gravitation, 1905–1910". In Renn, J. and Schemmel, M. (Ed.), *The Genesis of General Relativity*, vol. 3., 193–252, Berlin: Springer.

Wigner, E., 1967, *Symmetries and reflections*. Indiana: Indiana University Press.

Recepção e circulação da nova abordagem de Poincaré na mecânica celeste de seu tempo

Tatiana Roque
Instituto de Matemática da UFRJ
tati@im.ufrj.br

Resumo: Nosso objetivo neste artigo será entender o que significa "qualitativo" do ponto de vista dos pesquisadores que trabalharam diretamente com os textos de Poincaré e dar uma ideia da complexidade do problema da recepção desses trabalhos na mecânica celeste de sua época. Utilizo uma metodologia recente da história da matemática que vem sendo denominada "redes de textos" para caracterizar a originalidade da abordagem de Poincaré em termos que façam sentido para a sua época. A metodologia propõe construir redes de textos, a partir de palavras-chave ou referências cruzadas, que possibilitem a identificação das dinâmicas de circulação dos textos e, em particular, de práticas comuns a certo meio social.

1 Introdução

Nosso objetivo neste artigo será entender o que significa "qualitativo" do ponto de vista dos pesquisadores que trabalharam diretamente com os textos de Poincaré e dar uma ideia da complexidade do problema da recepção desses trabalhos na mecânica celeste de sua época.

Poincaré é visto normalmente como o *fundador* da teoria dos sistemas dinâmicos. Em particular, ele teria sido o primeiro a empregar um ponto de vista *qualitativo* sobre as soluções de equações diferenciais. A definição de qualitativo, portanto, é identificada a *topológico*, mas a topologia não era um domínio estabelecido na época. Poincaré foi um dos pesquisadores que colaborou com a constituição desse campo, inclusive por causa do interesse pelos problemas da mecânica celeste e pela necessidade de um novo ponto de vista para resolver equações diferenciais. Sendo assim, definir qualitativo como topológico parece circular.

A questão historiográfica de caracterizar a originalidade da proposta de Poincaré não pode ser respondida pela associação com a topologia, pois essa não era uma subdisciplina da matemática na época de Poincaré. Mesmo seus textos sobre a *Analysis Situs* (Poincaré, 1895), domínio que poderia ser compreendido como uma primeira versão de nossa topologia, começaram a ser publicados em 1895, portanto depois daqueles sobre as curvas definidas por

Actas/Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, I, 173–188

equações diferenciais. Além disso, mesmo que não houvesse esta contradição temporal, a identificação do ponto de vista qualitativo a uma visão topológica não daria conta de caracterizar historicamente a inovação da abordagem de Poincaré.

Como caracterizar a originalidade da abordagem de Poincaré em termos que façam sentido para a sua época? Como discutir a questão da inovação em história da matemática a partir de categorias historiográficas que façam sentido para a nossa época?

Utilizo uma metodologia recente da história da matemática que vem sendo denominada "redes de textos". A proposta tem se desenvolvido principalmente na França e parte do reconhecimento da urgência de encontrar categorias para descrever a dimensão coletiva do trabalho matemático. Diversos períodos e temas da história da matemática têm sido estudados deste modo, por exemplo em (Goldstein, 1999), (Goldstein *et al.*, 2007), (Brechenmacher, 2007b), (Brechenmacher, 2007a) e (Gauthier, 2007). Todos esses trabalhos defendem que, para se ler um texto matemático do passado, sobretudo com o fim de compreender se ele traz ou não alguma inovação, é fundamental restituir uma dimensão coletiva que permita colocá-lo em perspectiva. A metodologia que proponho utilizar começa por construir redes de textos, a partir de palavras-chave ou referências cruzadas, que possibilitem a identificação das dinâmicas de circulação dos textos e, em particular, de práticas comuns a certo meio social.

Essa discussão se insere em uma crítica mais geral sobre as metodologias de pesquisa em história da matemática, e da física matemática, que partem de um olhar retrospectivo sobre seu objeto, identificando sua relevância a partir de transformações que reconhecemos, hoje, como determinantes de um certo modo de fazer matemática. Salta aos olhos, atualmente, a profusão de trabalhos que buscam integrar discussões metodológicas sobre o modo de se fazer história da matemática. Muitos deles empregam estudos de cunho sociológico, investigando o papel de instituições, contextos nacionais ou comunidades específicas no desenvolvimento da matemática. Essas ferramentas da análise histórica permitem vislumbrar a sociabilidade daqueles que se dedicaram à matemática e colocar em evidência a multiplicidade de práticas matemáticas, exercidas por matemáticos de profissão mas também por atores com perfis difíceis de se classificar. Como na história da ciência, é cada vez mais presente o estudo das condições de produção, de transmissão e de recepção dos saberes matemáticos, o que leva a problematizações de cunho cultural.

Investigaremos, então, a questão dos métodos qualitativos dentro do problema mais geral que diz respeito à recepção dos trabalhos de Poincaré em mecânica celeste. O aspecto inovador atribuído restrospectivamente à sua abordagem tem sido considerado com base em uma evolução que compreende mais de um século, dividida em diferentes estágios, com descontinuidades consideráveis:

- um primeiro legado nos trabalhos produzidos nos EUA, por Birkhoff nos anos 1920
- a escola soviética de Andronov e outros (1930)
- Lefschetz em Princeton a partir da Segunda Guerra; e os trabalhos de Peixoto e Smale nos anos 1950 e 1960, desenvolvido por muitos matemáticos brasileiros...

Há diversas interpretações para tais descontinuidades: o papel dos debates formalistas da virada do século XIX para o XX; a importância atribuída à mecânica quântica em detrimento dos problemas usuais da mecânica, e da mecânica celeste em particular, etc. Iremos focar na primeira etapa, ou seja, no período entre Poincaré e Birkhoff, para mostrar que a recepção dos trabalhos de Poincaré foi bem mais complexa do que se entende de costume.

Em um primeiro momento, proponho um tratamento quantitativo dos textos de mecânica celeste entre os anos 1881 e 1899, ou seja, entre o ano de publicação do primeiro artigo de Poincaré e o do último volume de seu livro *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, quando Poincaré já gozava de grande reconhecimento, em particular por ter recebido o prêmio oferecido pelo rei Oscar da Suécia em 1889. Após a construção de uma base de dados contendo os textos de matemática e de mecânica celeste publicados nos principais jornais da época, identifiquei as principais práticas e suas conexões, a partir de referências textuais diretas e indiretas. Em seguida, a partir destas práticas, será possível analisar o papel de Poincaré e a recepção de seus trabalhos dentro do meio social da mecânica celeste de sua época.

2 A estabilidade qualitativa

Segundo Poincaré, diante da dificuldade de se resolver as equações diferenciais que descrevem o movimento dos corpos celeste, é desejável investigar suas propriedades qualitativas. Uma solução qualitativa é legítima por dois motivos distintos: (1) pela sua utilidade na procura das soluções usuais e (2) por si mesmas. No primeiro caso, emprega-se uma comparação com o problema das equações algébricas. Como as informações qualitativas podem ajudar na busca de soluções explícitas?

> Assim, por exemplo, para estudar uma equação algébrica, começamos por procurar, com a ajuda do teorema de Sturm, qual o número de raízes reais: é a parte qualitativa; depois calcula-se o valor numérico destas raízes, o que constitui o estudo quantitativo da equação. (Poincaré, 1921)

No segundo caso, admite-se que informações qualitativas podem fornecer informações importantes para os problemas da mecânica celeste, principalmente a estabilidade do sistema solar.

Veremos um exemplo específico nas definições para a estabilidade. Em 1885, Poincaré reescreve o sistema diferencial considerando o tempo como variável independente e as soluções passam a ser chamadas de “trajetórias”.

> Il arrivera alors que la trajectoire ne sera pas une courbe fermée; mais néanmoins elle jouira d’une certaine stabilité: on peut même dire d’une certaine périodicité d’une nature particulière. En effet, soit M un point de la trajectoire, occupé en un temps t par le point mobile. Décrivons autour du point M un cercle de rayon r aussi petit que nous voudrons. Le point mobile partant du point M sortira évidemment de ce cercle, mais il viendra traverser de nouveau ce petit cercle une *infinité de fois*, et cela, quelque petit que soit r. (Poincaré, 1885)

Essa propriedade vai se chamar “Estabilidade de Poisson” nos *Méthodes Nouvelles de la Mécanique Céleste* (Poincaré, 1892–1899).

Birkhoff critica esta definição de estabilidade dizendo que a palavra “estabilidade” não é adequada para esta propriedade. Deve-se guardar, portanto, o termo “estabilidade” para outras propriedades. A verificação da estabilidade, para Birkhoff, depende de se determinar regiões nas quais as trajetórias fiquem confinadas. (Birkhoff e Lewis, 1935)

Na verdade, Poincaré havia empregado uma definição com esse espírito quando falava de estabilidade das soluções periódicas (Poincaré, 1892–1899). Deseja-se investigar as soluções do sistema de equações diferenciais

$$\frac{dx_i}{dt} = X_i(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

na vizinhança de uma solução periódica $x_i = \varphi_i(t)$. Ele considera perturbações da forma $\varphi_i(t) + \xi_i(t)$ e escreve as “equações de variação”:

$$\frac{d\xi_i}{dt} = \sum_{j=1,n} \frac{\partial X_i}{\partial x_j} \xi_j$$

Existem n números α_i, chamados "expoentes característicos" da solução periódica. Define-se então que uma solução periódica $\varphi_i(t)$ é *estável* se todos expoentes característicos $\alpha_i = a_i + b_i i$ possuem quadrado real e negativo, ou seja, são imaginários puros. Isto garante que todos os ξ_i permanecem finitos, pois $\xi_i = (\cos(b_i t) + i\,\mathrm{sen}(b_i t))S_{i,k}$, onde $S_{i,k}$ são funções periódicas.

Esse é um primeiro passo, segundo Poincaré, para afirmar que trajetórias vizinhas à trajetória periódica não se afastem. Uma integral deste sistema é uma combinação linear de n soluções do tipo:

$$\xi_1 = e^{\alpha_1 t} S_{1,k}, \ldots, \xi_n = e^{\alpha_n t} S_{n,k}$$

(onde $S_{i,k}$ são soluções periódicas com mesmo período de $\varphi_i(t)$). Estas soluções podem ser escritas como séries trigonométricas absoluta e uniformemente convergentes, o que garante uma estabilidade formal. No entanto, isso só vale para a aproximação linear.

No artigo vencedor do prêmio do rei da Suècia "Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique", em sua primeira versão (Poincaré, 1889), Poincaré estudou a vizinhança de uma solução periódica instável e pensou ter mostrado que as trajetórias vizinhas ficam confinadas em uma região. Inicialmente, ele analisa a família de soluções assintóticas associadas a uma solução periódica instável por meio das curvas definidas por sua interseção com a superfície de seção. Se estas curvas se fecham, as soluções assintóticas permanecem confinadas em uma dada região do espaço e podemos concluir por um tipo de estabilidade não-formal. Este foi o famoso erro de Poincaré que levou a uma segunda versão do artigo (Poincaré, 1890). Essas curvas assintóticas se interseptam, mas sem formar uma curva fechada. Para mais detalhes sobre o assunto, ver (Barrow-Green, 1997).

Ao propor novas definições de estabilidade, Levi-Civita e Birkhoff mostram a complexidade que aparece no estudo da vizinhança de uma solução periódica estável, o que força uma revisão na definição de estabilidade (Levi-Civita, 1901) e (Birkhoff, 1927). Ambos utilizam muitas das ferramentas fornecidas por Poincaré. Dentre elas, destacamos:

- o método de seção (usado para analisar a vizinhança da solução periódica a partir das intersecões das trajetórias próximas com a superfície de seção)

- as curvas invariantes (que generalizam as curvas K e K' descobertas por Poincaré e que são levadas sobre elas mesmas pela dinâmica)

- as soluções duplamente assintóticas

No livro *Problème général de la stabilité du mouvement*, tese de doutorado de Lyapunov, publicada em russo em 1892 e em francês em 1907, é definida a estabilidade de uma solução de equilíbrio (Lyapunov, 1907). A definição de estabilidade proposta por Lyapunov é mais adaptada à verificação desta propriedade por uma investigação direta do aspecto geométrico do conjunto de soluções, logo ela será vista por Levi-Civita e Birkhoff como mais "qualitativa" do que a de Poincaré.

Em 1901, no artigo citado, Levi-Civita define a estabilidade de uma solução periódica ao modo de Lyapunov. Ele afirma que, nas pesquisas de Poincaré, a instabilidade era *qualitativa* mas a estabilidade era *quantitativa*, pois requeria condições analíticas sobre a natureza das funções (condições formais sobre as funções que apareciam no desenvolvimento em séries). Na definição de Poincaré, há estabilidade na primeira aproximação. Usando aproximações de ordens mais elevadas, Levi-Civita mostra que isto está longe de garantir a estabilidade da solução periódica.

Quando uma solução periódica é tal que os movimentos médios do planetóide e dos outros dois corpos são comensuráveis, o movimento é instável, pois haverá soluções se aproximando e se afastando da solução periódica. Isto quer dizer que o caso considerado "estável" por Poincaré é instável. Levi-Civita mostra ainda que há zonas de instabilidade que se condensam em torno da órbita do planeta.

Birkhoff retoma os trabalhos de Levi-Civita para afirmar que a condição necessária e suficiente para assegurar a estabilidade de um movimento periódico é a existência, sobre a superfície de seção, de infinitas curvas invariantes fechadas tão próximas quanto se queira do ponto fixo. Livro *Dynamical Systems*, de 1927 (Birkhoff, 1927):

> Stability in this fundamental qualitative sense is not to be confused with 'complete formal stability' introduced earlier, and a periodic motion 'of stable type' may or may not be stable.

Diferencia-se então a estabilidade formal, definida por Poincaré, da estabilidade propriamente qualitativa, que seria aquela definida por Lyapunov e Levi-Civita. Escrevi um artigo detalhado sobre as diferentes definições de estabilidade (Roque, 2011), o objetivo aqui é somente mostrar que, do ponto de vista histórico, é insuficiente caracterizar a novidade dos métodos de Poincaré pelo adjetivo "qualitativo" identificado a "topológico".

3 A recepção e a originalidade de Poincaré

A recepção mais antiga dos trabalhos de Poincaré sobre a resolução qualitativa das equações diferenciais é vista normalmente como uma linha ligando seu nome ao de Birkhoff. Daremos algumas indicações para mostrar que trata-se de um fenômeno bem mais complexo.

Usando as redes de textos, cheguei à surpreendente conclusão de que algumas práticas associadas ao método das soluções periódicas, descrito como uma invenção original de Poincaré, já eram empregadas antes dele por diferentes astrônomos, de países distintos, publicando em jornais variados. A questão da originalidade pode ser, assim, problematizada, não para afirmar que Poincaré teria copiado um método já existente, mas sim para caracterizar sua singularidade como um modo particular de se inserir no meio da mecânica celeste de sua época, lançando mão de estratégias que incluem a incorporação de uma linguagem comum no meio dos pesquisadores em mecânica celeste e a produção de desvios semânticos na utilização desta linguagem. Veremos alguns exemplos nesse contexto.

Diante da dificuldade do problema em geral da estabilidade, astrônomos e matemáticos passaram a estudar casos particulares. Um exemplo importante é o *Método das órbitas intermediárias*, proposto por Hugo Gyldén (Gyldén, 1881). Weierstrass já tinha chamado a atenção para a necessidade de verificar a convergência para um intervalo de tempo infinito. Substituir elipses keplerianas por órbitas intermediárias, não descartando a ação do terceiro corpo já na primeira aproximação. Gyldén escreve expressões para cada elemento que define a órbita intermediária. Exemplo de ρ, quantidade da mesma ordem da excentricidade determinando a projeção da órbita de m no plano xy (Ω depende apenas do raio).

$$\frac{d^2\rho}{dv^2} + \rho = \beta_0 + \beta_1\rho + \beta_2\rho^2 + \dots$$

onde os β_i são da mesma ordem da função de perturbação.

Essa equação é integrada por aproximações sucessivas. Primeiro, encontra ρ_0 integrando a equação abaixo por meio de funções elípticas:

$$\frac{d^2\rho_0}{dv^2} + (1-\beta_1)\rho_0 - \beta_3\rho_0^3 = 0$$

Os próximos passos da aproximação consistem em escrever $\rho = \rho_0 + \rho'$ e determinar ρ' por meio da equação:

$$\frac{d^2\rho'}{dv^2} + (1-\beta_1-3\beta_3\rho_0^2)\rho' = \beta_0' + \beta_1'\rho' + \beta_2'\rho'^2 + \dots$$

onde β' não depende de ρ'.

Depois, escreve-se $\rho' = \rho_1 + \rho''$ e encontra-se ρ_1 por meio da equação:

$$\frac{d^2\rho_1}{dv^2} + (1 - \beta_1 - 3\beta_3\rho_0^2)\rho_1 = \beta_0'$$

Em seguida, encontra ρ'' por uma equação similar à usada para achar ρ', ... Ao final, escreve ρ como:

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 + \rho_2 + \ldots$$

Cada ρ_i pode ser escrito como uma série puramente trigonométrica:

$$\rho_1 = a_0 + a_1 \operatorname{sen}\frac{\pi x}{2K} + a_2 \cos 2\frac{\pi x}{2K} + a_3 \operatorname{sen} 3\frac{\pi x}{2K} + \ldots$$

Demos alguns detalhes para mostrar a complicação dos métodos de Gyldén. Esse astrônomo era bastante reconhecido, sobretudo por usar métodos analíticos poderosos associados a nomes como os de Weierstrass e Hermite. Poincaré tentou mostrar, entre 1889 e 1905, que as séries de Gyldén não são uniformemente convergentes. Mas sua tentativa era motivada também por acreditar que seria possível evitar as complicações analíticas da abordagem de Gyldén.

Ao defender a importância das soluções periódicas, Poincaré afirma:

> À princípio, parece que este fato não pode ter interesse prático algum. Com efeito, há uma probabilidade nula que as condições iniciais do movimento sejam precisamente aquelas que correspondem a uma solução periódica. Mas pode acontecer que elas difiram muito pouco, e isto ocorre justamente nos casos em que os métodos antigos não se aplicam mais. Pode ser, então, uma vantagem tomar a solução periódica como primeira aproximação, como órbita intermediária, para empregar a linguagem de M. Gyldén. (...) Aliás, o que torna estas soluções tão preciosas é que elas são, por assim dizer, a única brecha por onde podemos tentar penetrar em um lugar tido até aqui como inabordável. (Poincaré, 1892–1899, chap.III, p.82).

Salta aos olhos que Poincaré cita Gyldén mas o método que propõe, que chamaremos "método das soluções periódicas", é inteiramente inspirado no trabalho do astrônomo americano George William Hill, que publicou dois artigos em 1877 e 1878 fornecendo novo tratamento para a Teoria da Lua (Hill,

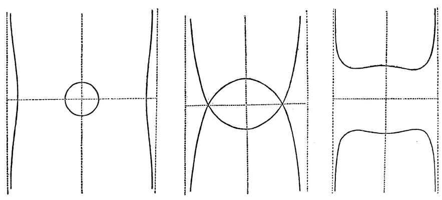
1877) e (Hill, 1878). Isso se dá por duas razões: pela necessidade de novos métodos para a prática da astronomia e de novos quadros teóricos para discutir a legitimidade destas práticas.

Hill usava coordenadas retangulares girando em torno de z e parte de uma solução verdadeira de caso simplificado do problema dos três corpos. Se m é razão entre período da Lua e da Terra e r é a distância da Lua à Terra, temos:

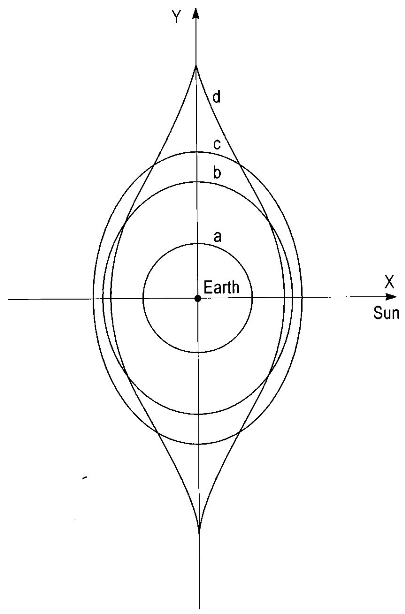
$$\frac{d^2x}{dt^2} - 2m\frac{dy}{dt} + \frac{x}{r^3} - 3m^2x = 0$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2m\frac{dx}{dt} + \frac{y}{r^3} = 0$$

Dois resultados importantes são obtidos por Hill. Em primeiro lugar, o movimento deve ocorrer em região na qual $\frac{1}{r} + \frac{3}{2}m^2x^2 - C \geq 0$.



O segundo resultado consiste em mostrar que, para cada valor de m, existe uma solução periódica, "variational orbit", calculada assumindo que a força de perturbação se anula.



A trajetória real da Lua é construída como pequeno deslocamento da órbita variacional. Hill escreve equações dos incrementos que produzem excentricidade δx e δy. Depois de algumas transformações de variáveis, ele obtém:

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} + \Theta\omega = 0$$

ω representa a distância do corpo à órbita periódica no instante t, quando considera-se pequenas oscilações, e o valor de Θ depende da posição relativa da Lua em relação ao Sol. A vizinhança dinâmica da órbita periódica pode ser examinada, assim, por uma linearização das equações do movimento. Veremos como Poincaré utiliza esses resultados.

3.1 Método das soluções periódicas

Mostraremos que esses métodos fornecem um novo tipo de conhecimento sobre as órbitas, a partir de um procedimento para se investigar as órbitas *possíveis* obtidas pela variação dos parâmetros que não era comum na época. Talvez tenhamos aqui uma pista historicamente mais justificada para a caracterização do ponto de vista qualitativo.

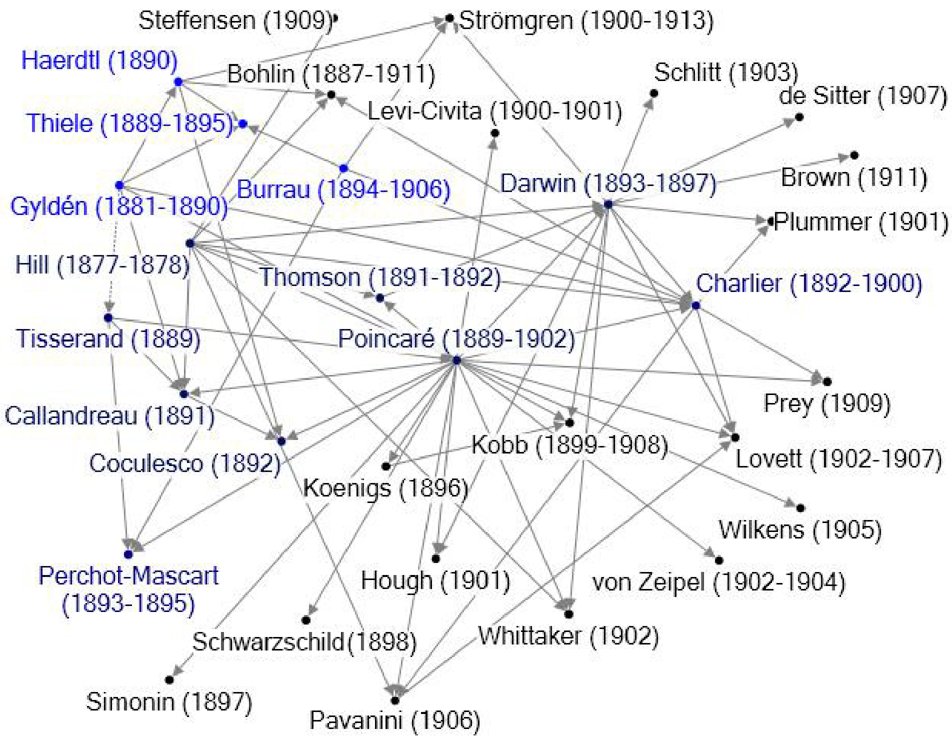
Poincaré desenvolve o método de Hill em duas direções:

- Perturbação analítica das soluções periódicas.
- Análise da vizinhança de uma solução periódica. Estabilidade das soluções periódicas.

São apresentadas duas extensões do teorema de Cauchy, pois Poincaré mostra a continuidade das soluções com a variação de um parâmetro e com a variação das condições iniciais, (Poincaré, 1890) e Poincare-methodes.

Esses resultados serão amplamente utilizados pelos atores na rede de textos que estudo. Em primeiro lugar, para a construção da rede, parti de uma análise escrita por Whittaker, “Report on the Progress of the Solution of the Problem of Three Bodies” (Whittaker, 1899).

Ele afirma que entre 1868 e 1898 houve o desenvolvimento de uma “new dynamical astronomy”, da qual participam Poincaré e muitos outros nomes mais ou menos desconhecidos. Todos têm o comum a abordagem de partir do estudo de casos particulares do problema dos três corpos.



Nessa rede, os nomes próprios são autores de textos nos quais pude identificar uma prática das soluções periódicas, que consiste em um modo particular de abordar o problema dos três corpos. As datas entre parêntesis indicam o(s) ano(s) de publicação dos textos nos quais se constata a presença da prática em questão. Um ponto interessante é que esta rede de textos não recobre exatamente a rede de relações entre os indivíduos. Este é um dos pontos mais instrutivos desta abordagem. Ou seja, os textos ligados por suas referências não delimitam as mesmas relações entre os autores que aquelas estabelecidas a partir de suas relações pessoais ou institucionais. Isso se verifica no exemplo acima, pois as conexões traçadas não teriam sido percebidas se a análise tivesse tomado como base um problema determinado por sua unidade epistemológica (como o problema dos três corpos, ou o problema da Lua), nem de teorias matemáticas empregadas por grupos atuando em um certo país, instituição ou publicando em determinados jornais. Além disso, as redes não coincidem com aquelas construídas com base na noção de escola, nem de comunidade no sentido kuhniano.

Apesar do tipo de enquete que proponho ser oposta àquela que focaliza personalidades importantes, ela facilita o acesso a informações acerca do papel desses personagens. A partir do cenário descrito na figura, obtive uma visão mais acurada sobre o papel e a posição de Poincaré no meio da época. Para dar um exemplo, uma das conclusões indica que, no título de sua obra mais conhecida *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, a qualificação de "novos" não se relaciona à inovação de seus próprios métodos, mas daqueles de um multiplicidade de autores cujas abordagens são expostas ao longo dos três volumes do livro, ainda que modificadas por Poincaré.

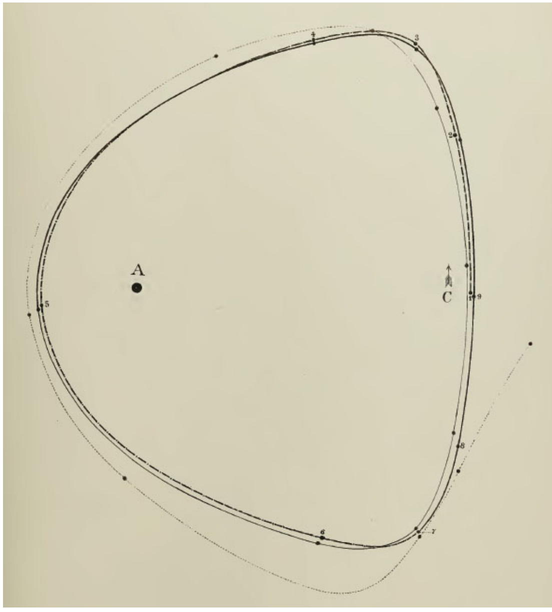
Sabe-se que os modos de se legitimar certas práticas, seja para garantir a entrada ou para excluir determinados grupos de dinâmicas sociais ou institucionais, passam pela constituição de um discurso, de uma linguagem matemática. Por isso é importante compreender a relação de Poincaré com constituição de uma linguagem no contexto da mecânica celeste de seu tempo. Como exemplo, darei detalhes sobre o trabalho de alguns nomes da rede, a fim de mostrar a singularidade da utilização do método das soluções periódicas.

Em 1889, a Academia de Ciências de Copenhague oferece um prêmio para quem responder a seguinte questão:

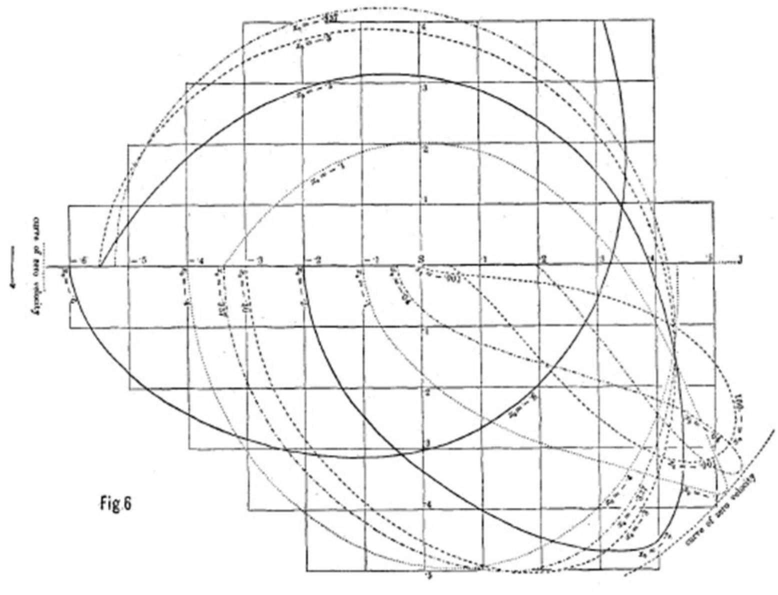
> Deux points A et B ayant des masses égales, les orbites décrites sont circulaires. Un troisième point C, dont la masse est infiniment petite, se meut dans le plan des orbites de A et de B, de manière qu'à l'origine il se trouve sur le prolongement de AB, à une distance de A égale à la moitié de celle qui sépare A de B.

O vencedor é Eduard Freiherr von Haerdtl e o relato sobre seu trabalho foi feito por Thorvald Nicolai Thiele, observando que o autor mostrou que a situação descrita é muito próxima de um movimento periódico, conclusão bastante inesperada. Assim, o autor merece o prêmio, apesar de não ter usado as órbitas intermediárias de Gyldén, o que seria conveniente para provar a utilidade prática deste método (Thiele, 1891).

Para o movimento de C, Haerdtl fornece, no artigo vencedor (Haerdtl, 1892), onze páginas de tabelas, o que era normal em seu tempo. Mas também propõe desenhos descrevendo a vizinhança das órbitas periódicas.



Esses desenhos não eram uma prática comum na época, mas os encontraremos em outros textos da rede, como em (Darwin, 1897).



Analiso com detalhes os textos da rede no artigo que acaba de ser publicado na *Revue d'Histoire des Mathématiques*, volume 253, com título "L'originalité de

Poincaré en mécanique céleste: un réseau de textes employant la pratique des solutions périodiques".

Destaco aqui a conclusão principal que versa sobre um modo histórico, e não retrospectivo, de se caracterizar a singularidade dos trabalhos de Poincaré em seu tempo. O método das soluções periódicas foi amplamente utilizado por autores de diferentes nacionalidades, trabalhando em diversas instituições e publicando em vários jornais. Assim, a metodologia das redes de textos permitiu caracterizar um meio social de caráter micro histórico que foi bastante útil para se investigar a questão da recepção de Poincaré, antes de Birkhoff. Parecia estranho constatar, nos relatos tradicionais, que a primeira recepção da abordagem de Poincaré em mecânica celeste tivesse sido por uma matemática americano trabalhando ao menos 20 anos após Poincaré. Vimos que a circulação dos textos e das práticas de Poincaré se deu de modo distinto, sendo esse matemático ele mesmo parte de uma rede que já existia antes de seus famosos artigos sobre o problema dos três corpos.

Para entender os fenômenos de recepção e circulação de seus textos e para caracterizar a singularidade de Poincaré é preciso analisar o meio da mecânica celeste e as suas estratégias para se relacionar com seus pares. Poincaré exprime, ao mesmo tempo, o desejo de estabelecer uma comunicação profícua com o meio da mecânica celeste e de transformar o campo. Pode ser visto, assim, como o caso limite de uma cultura matemática que iria transformar o valor dado aos desenvolvimentos analíticos e às aproximações por séries.

Referências

BARROW-GREEN, J., 1997. *Poincaré and the Three Body Problem.* Providence, American Mathematical Society, London Mathematical Society.

BIRKHOFF, G. D., 1927. *Dynamical Systems.* Providence, American Mathematical Society.

BIRKHOFF, G. D., LEWIS, D. C., 1935. Stability in Causal Systems. *Philosophy of Science*, **2**(3), 304–333.

BRECHENMACHER, F., 2007a. La controverse de 1874 entre Camille Jordan et Leopold Kronecker, *Revue d'Histoire des Mathématiques.* **13**(2), 187–257.

BRECHENMACHER, F., 2007b. L'identité algébrique d'une pratique portée par la discussion sur l'équation à l'aide de laquelle on détermine les inégalités séculaires des planètes (1766–1874). *Sciences et Techniques en Perspective, IIe série*, **1**, 5–85.

DARWIN, G. H., 1897. Periodic Orbits. *Acta Mathematica*, **21**, 99–242.

GAUTHIER, S., 2007. *La géométrie des nombres comme discipline (1890–1945)*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie.

GOLDSTEIN, C., 1999. Sur la question des méthodes quantitatives en histoire des mathématiques : le cas de la théorie des nombres en France (1870–1914). *Acta historiae rerum naturalium nec non technicarum, New series 3*, **28**, 187–214.

GOLDSTEIN, C., SCHAPPACHER, N., SCHWERMER, J., 2007. *The Shaping of Arithmetics after C.F. Gauss's Disquisitiones Arithmeticae.* Berlin, Springer.

GYLDÉN, H., 1881. Sur la théorie du mouvement des corps célestes (Extrait d'une Lettre adressée à M.Hermite). *Comptes Rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences*, **92**, 1262–1265.

HAERDTL, E. F., 1892. Skizzen zu einem speciellen Fall des Problems der drei Körper. *Abhandlungen der Mathematisch-Physikalischen Classe der Königlich Bayerischen Akademie der Wissenschaften*, **17**(3), 589–643.

HILL, G. W., 1877. On the part of the motion of the lunar perigee which is a function of the mean motions of the Sun and Moon. *Private publication*, Cambridge, Mass., John Wilson and Son. Republicado em *Acta Mathematica*, **8**, 1886, 1–36.

HILL, G. W., 1878. Researches in the lunar theory. *American Journal of Mathematics*, **1**(5), 129–145.

LEVI-CIVITA, T., 1901. Sopra alcuni criteri di instabilità. *Annali di Matematica Pura i Applicata*, **5**, 221–308.

LYAPUNOV, A. M., 1907. Problème général de la stabilité du mouvement (trad. por E. Davaux). *Annales de la Faculté des Sciences de l'Université de Toulouse (2)*, **9**, 203–474. Reimpr. em 1988, Paris: Jacques Gabay.

POINCARÉ, H., 1885. Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle (3e partie). *Journal de Mathématiques (4e série)*, **1**, 167–244. In (Poincaré, 1951–1956), t. I, 90–158.

POINCARÉ, H., 1889. Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique avec des notes par l'auteur — Mémoire couronné du prix de S. M. le Roi Oscar II. Não publicada.

POINCARÉ, H., 1890. Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique. *Acta Mathematica*, **13**, 1–270. In (Poincaré, 1951–1956), t. 7, 262–479.

POINCARÉ, H., 1892–1899. *Méthodes nouvelles de la mécanique céleste*. Paris, Gauthier-Villars.

POINCARÉ, H., 1895. Analysis situs. *Journal de l'École Polytechnique*, **1**, 1–121. In (Poincaré, 1951–1956), t. 6, 193–288.

POINCARÉ, H., 1921. Analyse des travaux scientifiques de Henri Poincaré faite par lui-même. *Acta Mathematica*, **38**, 1–135. In (Poincaré, 1951–1956), t. 1, i–xxxv.

POINCARÉ, H., 1951–1956. *Œuvres d'Henri Poincaré*. Paris, Gauthier-Villars. Ed. Paul Appel et al.

ROQUE, T., 2011. Stability of Trajectories from Poincaré to Birkhoff: approaching a qualitative definition. *Archive for History of Exact Sciences*, **65**, 295–342.

THIELE, T. N., 1891. Rapport sur un Mémoire envoyé en réponse à une question mise au concours pour l'année 1889. *Oversigt over det Kongelige Danske Videnskabernes Selskabs- Forhandlinger og dets Medlemmers Arbejder i Aaret 1891*, VII–XI.

WHITTAKER, E. T., 1899. Report on the progress of the solution of the problem of three bodies. *British Association for the Advancement of Science Report*, 121–159.

O Cálculo de Probabilidades de Henri Poincaré e a sua influência na visão de Pacheco d'Amorim

Rui Santos

Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Leiria
CEAUL — Centro de Estatística e Aplicações da Universidade de Lisboa
rui.santos@ipleiria.pt

Resumo: O Cálculo de Probabilidades não é uma das (diversas) áreas fundamentais na investigação de Poincaré. Todavia, além do recurso a diversos seus conceitos na investigação noutras áreas, Poincaré lecionou "Calcul des Probabilités" na Sorbonne no ano letivo 1893–94. As notas das suas aulas foram publicadas em 1896, uma obra notável que mereceu uma segunda edição revista e aumentada em 1912. Nesta edição, além das evidentes inovações e progressos em termos de técnicas matemáticas aplicadas no cálculo de probabilidades, é investigada a noção de aleatório, um conceito que é discutido recorrentemente em algumas das suas obras.

Neste artigo descrevemos algumas das suas interessantes reflexões sobre a probabilidade e a certeza, comentando igualmente a sua influência nos fundamentos do cálculo de probabilidades propostos na tese de doutoramento de Diogo Pacheco d'Amorim em 1914.

Abstract: The Calculus of Probabilities is not one of the (numerous) key subjects in Poincaré research. Nevertheless, besides the use of diverse concepts in the research in other areas, Poincaré taught "Calcul des Probabilités" at the Sorbonne during the academic year 1893–94. The notes on his 22 lessons were published in 1896, a remarkable work that deserved a second revised and extended edition in 1912. Besides the obvious innovations and progress in the mathematical techniques applied in the calculation of probabilities, the randomness concept is discussed, a central issue in some of his works.

This paper describes some of his interesting reflections on probability and certainty, as well as his influence in the foundations of the Calculus of Probabilities proposed in the doctoral thesis of Diogo Pacheco d'Amorim in 1914.

Este trabalho foi financiado por Fundos Nacionais através da FCT — Fundação para a Ciência e a Tecnologia, no âmbito do projeto UID/MAT/00006/2013.

1 Introdução

> "À ce compte, toutes les sciences ne seraient que des applications inconscientes du calcul des probabilités ; condamner ce calcul, ce serait condamner la science tout entière." [Poincaré, 1899, p. 262]

A profunda reflexão do *Essai Philosophique sur la Probabilités* de Laplace [1814] mostrara que há diversos conceitos de probabilidade, nomeadamente quando o objetivo é aplicação a situações concretas, em que a visão frequencista ou mesmo o reconhecimento de que a probabilidade depende da informação prévia, são mais relevantes do que a probabilidade habitualmente apodada de Laplaciana, baseada na equiprobabilidade dos acontecimentos elementares. Todavia, do ponto de vista filosófico, e na tradição das "aplicações morais" da probabilidade, o conceito laplaciano perdurou no desenvolvimento formal da Probabilidade, nomeadamente nas diversas tentativas de estender o conceito ao caso de uma infinidade de acontecimentos elementares e na crítica a essas tentativas, conforme Joseph Bertrand [1888] notavelmente exibe. A formalização do conceito de probabilidade no caso contínuo teria que aguardar os trabalhos de Borel, na primeira década de século XX, que no entanto não continham ainda a resolução satisfatória dos paradoxos de Bertrand. Não é por isso de estranhar que o conceito laplaciano de probabilidade seja central nas lições de Poincaré na Sorbonne (Paris), bem como nos diversos ensaios em que abordou a probabilidade. As notas das suas 22 aulas, redigidas por Albert Quiquet, foram publicadas em 1896 [Poincaré, 1896], uma obra notável que mereceu uma segunda edição revista e aumentada em 1912. Para além das evidentes inovações e progressos em termos de técnicas matemáticas aplicadas no Cálculo de Probabilidades, a discussão da noção de aleatório é uma presença constante nas suas obras, como ilustra o XXI capítulo de *La Science et l'Hypothèse* [Poincaré, 1902]. Nesta obra, Poincaré discute o conceito de probabilidade, as suas facetas, quer o seu significado subjetivo quer o seu carácter objetivo num grande número de observações, a sua aplicabilidade e razão de existência na Física, a sua extensão ao caso contínuo, entre outras discussões preeminentes na época. Poincaré deixou, deste modo, uma importante marca na evolução da Teoria da Probabilidade, não só pelas técnicas que desenvolveu e transportou para o estudo do aleatório, mas igualmente pelas questões epistemológicas que introduziu nas suas obras.

O Cálculo de Probabilidades não é uma das (diversas) áreas fundamentais na investigação de Poincaré. Contudo, na investigação noutras áreas, sentiu a necessidade de recorrer a conceitos do Cálculo de Probabilidades, como por exemplo:

- Teorema de recorrência — há a necessidade de aplicação do conceito de acontecimento com probabilidade nula aos casos excecionais, para as trajetórias não recorrentes, no problema dos três corpos;
- Teoria cinética dos gases — há a necessidade de recorrer a conceitos da Mecânica/Física Estatística, devido à complexidade dos movimentos;
- Método das funções arbitrárias — há a necessidade de explicar o equilíbrio assimptótico para a distribuição uniforme, independentemente da distribuição que caracteriza o seu estado inicial;
- Teoria dos erros das observações — há a necessidade de explicar a convergência para a gaussiana e, por conseguinte, o recurso à função característica.

Apesar de, de facto, não ser um tema central, Poincaré discute o conceito de probabilidade e a noção de aleatório em algumas obras, entre as quais, além da compilação das suas lições na Sorbonne [Poincaré, 1896] (único livro unicamente dedicado a esta temática), destacam-se duas:

- "Réflexions sur le Calcul des Probabilités" [Poincaré, 1899], cujo texto é republicado como "Chapitre XI — Le Calcul des Probabilités" na obra *La Science et l'Hypothèse* [Poincaré, 1902], e
- "Le Hasard" [Poincaré, 1907], que corresponde ao "Chapitre IV — Le Hasard" da obra *Science et Méthode* [Poincaré, 1908] e à "Introduction" da segunda edição, publicada em 1912, de Poincaré [1896].

Estas são as obras que estão na base do presente trabalho, nas quais se encontram reflexões críticas sobre a probabilidade e a certeza, bem como sobre as metodologias de construção do conhecimento sem recorrer a termos técnicos da área. Nelas encontramos a exposição do seu conceito de aleatório, bem como a justificação do papel desempenhado pelos fenómenos aleatórios na Física.

Por outro lado, Diogo Pacheco d'Amorim defende em 1914 a sua tese de doutoramento na Universidade de Coimbra, intitulada *Elementos de Cálculo das Probabilidades* [Pacheco d'Amorim, 1914], na qual apresenta uma visão original dos fundamentos da probabilidade e suas aplicações. Apesar das poucas referências utilizadas na sua tese (unicamente a Bernoulli [1713], Laplace [1814], Bertrand [1888], Poincaré [1902] e Borel [1909]), o que dificulta a identificação das principais influências presentes na sua construção, é notória a presença da visão de Poincaré.

Deste modo, com o objetivo de contextualizar o estado da arte do Cálculo de Probabilidades no final do século XIX, começamos por fazer um breve resumo de alguns dos principais marcos da sua História (Secção 2). Na Secção 3 são descritas as principais ideias patentes nas discussões sobre probabilidade, aleatoriedade e certeza nas referidas obras de Poincaré. A influência da visão de Poincaré na construção de Pacheco d'Amorim é analisada na secção 4. Por fim, as principais conclusões são resumidas na Secção 5.

2 A Probabilidade até ao início do século XX

De forma a contextualizar as ideias de Poincaré, iremos, nesta secção, apresentar uma breve caracterização do Cálculo de Probabilidades no final do século XIX, recorrendo a algumas das principais referências da História da Probabilidade e da Estatística (para uma análise mais aprofundada, consulte-se, por exemplo, Santos [2013] para uma descrição resumida, ou Hacking [1975] e Stigler [1986] para uma apresentação mais pormenorizada).

A célebre correspondência entre Blaise Pascal e Pierre de Fermat no verão de 1654 (cf. Pascal [1654]), impulsionada pelos problemas propostos por Antoine Gombaud, mais conhecido por Chevalier de Méré, atraiu diversos matemáticos para esta nova temática. Deste modo, decorridos três anos, ocorre a publicação do primeiro livro sobre o Cálculo de Probabilidades de Christiaan Huygens [1657], seguindo-se alguns outros trabalhos igualmente baseados na resolução de problemas relacionados com os jogos de azar, entre os quais se destaca, pela sua influência, o livro de Montmort [1708]. Por outro lado, ao longo do século XVII verifica-se paralelamente uma crescente observação e coleção de dados, nomeadamente de tabelas de mortalidade (consulte-se, por exemplo, os trabalhos realizados por John Graunt, John de Witt e Edmond Halley, entre outros), sendo cada vez mais notória a regularidade das frequências relativas quando temos um conjunto com um número elevado de observações (cf. Hald [2003]). Começou, desta forma, a tornar-se evidente que os resultados dos jogos de azar não são os únicos fenómenos aleatórios.

No início do século XVIII é publicado *Ars conjectandi* de Jacob Bernoulli [1713], uma obra póstuma na qual surge, pela primeira vez, a libertação do Cálculo de Probabilidades da sua dependência dos jogos de azar, através da dedução do primeiro teorema de convergência estocástica (Lei Fraca dos Grandes Números) o qual permitiu estabelecer um elo de ligação entre a Teoria da Probabilidade e a realidade (permitindo justificar, deste modo, a observada estabilidade das frequências relativas nas tabelas de mortalidade). Em 1738, na segunda edição de Abraham de Moivre [1718], surge o primeiro Teorema Limite Central, ainda restrito a provas de Bernoulli (atualmente denominado Teorema de De Moivre-Laplace), no qual surge a distribuição Normal ou Gaussiana (ainda como uma aproximação da binomial, sem existência autónoma).

Já na segunda metade do século XVIII, no artigo póstumo do reverendo Thomas Bayes [1764], surgem as probabilidades inversas (Regra de Bayes) que nos permitem atualizar a distribuição inicial (*a priori*) em função da informação obtida pela observação do fenómeno (informação amostral) obtendo-se, deste modo, a distribuição atualizada (*a posteriori*). Este resultado é basilar na fundamentação da inferência estatística, justificando que, com base na informação obtida pela observação de um fenómeno aleatório, é possível tirar conclusões acerca das probabilidades associadas a cada acontecimento. Resultado que é redescoberto em Laplace [1774], de uma forma mais abrangente, aplicando a diversos parâmetros (não apenas à proporção de sucessos) e sugerindo uma metodologia geral de inferência estatística baseada na probabilidade inversa. Em 1812 Laplace publica a *Théorie Analytique des Probabilités*, a sua obra prima nesta área, na qual surge o primeiro Teorema Limite Central de âmbito geral — a soma de muitas quantidades pequenas será caracterizado pela lei de Gauss — o qual fundamenta a aplicação da Lei de Gauss como a Lei dos erros. A "Introduction" da segunda edição (1814) desta obra foi publicada separadamente com o título *Essai Philosophique sur les Probabilités*, onde são apresentados os principais conceitos e regras para a aplicação do Cálculo de Probabilidades, contribuindo, igualmente, para libertar a Teoria da Probabilidade da sua inicial dependência dos jogos de azar.

> "en les appliquant aux questions les plus importantes de la vie, qui ne sont en effet, pour la plupart, que des problémes de probabilité."
> [Laplace, 1814, p. *i*]

A obra de Laplace foi extremamente influente, não só pela sua genialidade, mas também devido às várias edições de Lacroix [1816], uma obra com objetivos didáticos, na qual são apresentadas as principais ideias de Laplace, nomeadamente a sua definição de probabilidade, análise dos problemas das probabilidade das causas (inversa) e teoremas de convergência estocástica, apresentando ainda algumas aplicações concretas, tais como aos seguros e aos testemunhos em tribunal. Deste modo, a importância da Teoria da Probabilidade na análise Estatística começa a ser evidente ao longo do século XVIII.

Antoine Augustin Cournot [1843] salienta igualmente esta ideia, criando o princípio da impossibilidade no qual os acontecimentos com pequena probabilidade geralmente não ocorrem, definindo os *acontecimentos moralmente certos* como os que têm probabilidade de pelo menos $\frac{999}{1000}$ e os *acontecimentos moralmente impossíveis* cuja probabilidade de ocorrência é inferior a $\frac{1}{1000}$. Cournot é igualmente pioneiro ao destacar na sua obra a existência de duas visões distintas de probabilidade, uma subjetiva (que denominou por *probabilité*), que depende do nosso nível de conhecimento e, portanto, distinta de indivíduo para indivíduo, e uma objetiva (que denominava por *chance*), a qual considerava ser uma medida da possibilidade física de ocorrência de cada resultado.

Todhunter [1865] e Gouraud [1848] fazem uma descrição pormenorizada das principais interpretações e aplicações do Cálculo de Probabilidades até meados do século XIX.

> "Comment oser parler des lois du hasard ? Le hasard n'est-il pas l'antithèse de toute loi ? En repoussant cette définition, je n'en proposerai aucune autre." [Bertrand, 1888, p. *vi*]

No final do século XIX, Joseph Bertrand [1888] apresenta diversos paradoxos na teoria da probabilidade, demonstrando a ambiguidade existente em alguns dos seus conceitos básicos, tal como a escolha *au hasard*. Este livro é a principal referência no final do século XIX em França, e foi a base para as aulas de Poincaré na Sorbonne em 1893–94. Poincaré [1896], que corresponde aos apontamentos das 22 aulas lecionadas, surge como o sucessor da obra de Bertrand, tornando-se a obra principal em França sobre o Cálculo de Probabilidades, contendo aproximadamente os mesmos desenvolvimentos, estrutura e temas que Bertrand [1888], apesar de serem utilizados estilos distintos. A segunda edição, publicada em 1912, é ainda mais desenvolvida, tendo sido concluída alguns meses antes da sua morte em julho de 1912.

Deste modo, no início do século XX não existe uma definição geral de Probabilidade, recorrendo-se no caso discreto à definição clássica de Probabilidade (quociente entre os números de acontecimentos elementares favoráveis e acontecimentos elementares possíveis) e no caso contínuo à definição geométrica de Probabilidade (quociente entre a medida da região favorável e a medida da região possível). Todavia, estas definições só podem ser aplicadas quando o universo tem medida finita e se verifica a equiprobabilidade[1], a qual é baseada no princípio da simetria e no princípio da razão insuficiente de Bernoulli e Laplace. Este princípio, cuja aplicação era muito contestada, foi enunciado por Bernoulli [1713], considerando que, caso não exista fundamento para

[1]Hacking [1975] identifica a origem da utilização da equipossibilidade (ou equiprobabilidade) num *memorandum* intitulado *De incerti aestimatione* de Leibniz que data de 1678.

suspeitar que um acontecimento possa ser mais provável que outro, então podemos considerar que todos os resultados têm a mesma probabilidade. Este polémico princípio deu origem a diversos paradoxos na Teoria da Probabilidade (consulte-se, por exemplo, Székely [1986]), tais como os apresentados por Bertrand [1888], nomeadamente em aplicações com universo infinito, numerável ou não (contínuo). Por outro lado, aplicações controversas, tais como à veracidade de testemunhos em julgamentos (cf. Condorcet [1785] e Poisson [1837]) ou à probabilidade de o sol nascer no dia seguinte tendo em consideração a informação que nasceu nos últimos cinco mil anos (cf. Laplace [1812] e Bertrand [1888]), fizeram cair o Cálculo de Probabilidades em descrédito.

Apesar das referidas questões epistemológicas, há inequivocamente uma crescente importância dos fenómenos aleatórios na Física, como David Hilbert [1902] destaca ao incluir a fundamentação da Probabilidade num dos 23 desafios que propõe durante o Congresso Internacional de Matemática de Paris em 1900, os quais deveriam nortear a investigação em Matemática durante o século XX. Uma ideia que certamente Poincaré subscreve (cf. Poincaré [1902]).

> "Cela pourra être vraisemblable, cela ne pourra pas être rigoureusement certain. De là le rôle considérable que joue dans les sciences physiques la notion de probabilité. Le calcul des probabilités n'est donc pas seulement une récréation ou un guide pour les joueurs de baccara, et nous devons chercher à en approfondir les principes." [Poincaré, 1902, p. 6]

Analisemos, então, as principais ideias que Poincaré partilha sobre o Cálculo de Probabilidades na sua obra, nomeadamente em relação à intervenção do aleatório e à definição de probabilidade.

3 O Cálculo de Probabilidade de Henri Poincaré

Nesta secção iremos descrever as principais ideias apresentadas por Poincaré ao longo das referidas obras, nomeadamente em relação à origem e aplicação do aleatório, à distinção entre probabilidades objetivas e subjetivas, à sua dependência do nosso grau de ignorância, à distinção entre uma probabilidade na vizinhança da unidade e a certeza, ao grau de generalidade de um problema, à sua visão crítica da aplicação do princípio da razão insuficiente e à importância das probabilidades das causas.

3.1 A origem do aleatório

> "Les phénomènes fortuits sont, par définition, ceux dont nous ignorons les lois." [Poincaré, 1907, p. 258]

Poincaré [1907] considera que é legítimo considerar que há intervenção do aleatório em três situações. Em primeiro lugar, pelo desconhecimento de uma pequena causa que produz um grande efeito (efeito borboleta), apontando como exemplo, entre outros, a dispersão de asteroides e o problema da roleta. Notemos que esta ideia está na base da origem da Teoria do Caos, outra área na qual Poincaré deu contributos significativos. Em segundo lugar, pela existência de instabilidade devido à complexidade das causas, o que impossibilita uma justificação determinística, como ilustram a teoria cinética dos gases ou a mistura de líquidos. Por fim, quando há a intervenção de uma causa que tinha sido negligenciada na modelação do fenómeno. Deste modo, a sua noção de aleatório está sempre associada à instabilidade de equilíbrio (*l'équilibre instable*) ou do movimento (soluções de equações diferenciais), uma visão inovadora na época, claramente distinta da visão aleatória dos fenómenos. Deste modo, para Poincaré não seria necessário recorrer à probabilidade caso não fossemos ignorantes (ver Secção 3.3 sobre o nosso grau de ignorância), pois caso contrário todos os fenómenos poderiam ser caracterizados através de modelos determinísticos.

> "Une cause très petite, qui nous échappe, détermine un effect considérable que nous ne pouvons pas ne pas voir, et alors nous disons que cet effect est dû au hasard." [Poincaré, 1907, p. 259]

3.2 Probabilidades objetivas *versus* subjetivas

> "… les événements se sont répartis conformément aux lois du calcul des probabilités. C'est là ce que j'appellerai la probabilité objective, et c'est ce phénomène qu'il faudrait expliquer."
> [Poincaré, 1899, p. 263]

Poincaré [1902] considera que existem dois tipos de probabilidades, a objetiva e a subjetiva. A probabilidade subjetiva é obtida quando aplicamos a um caso concreto, a acontecimentos isolados, como por exemplo na determinação da probabilidade de ganharmos a próxima aposta em determinado jogo. Por outro lado, a Probabilidade objetiva só é determinada após a obtenção de um grande número de observações, nas quais os acontecimentos ocorrem em conformidade com as leis do Cálculo de Probabilidades, nomeadamente os teoremas de convergência (em particular a Lei dos Grandes Número e o Teorema Limite Central).

Deste modo, ao contrário de diversos outros autores franceses, como Laplace [1812], Poisson [1837] ou Borel [1914], que aceitam as duas definições de probabilidades, para Poincaré é unicamente a última definição que deve ser investigada. Por conseguinte, na sua visão, será através da observação repetida do fenómenos que iremos caracterizar o fenómeno, defendendo, portanto, uma visão frequencista da probabilidade.

3.3 Grau de ignorância

> "Si nous connâissions exactement les lois de la nature et la situation de l'univers à l'instant initial, nous pourrions prédire exactement la situation de ce même universe à un instant ultérieur"
>
> [Poincaré, 1907, pp. 259–260]

Conforme previamente referido, para Poincaré, se não fossemos ignorantes, não seria necessário recorrer à probabilidade, pois tudo seria determinístico. Deste modo, considera que conhecendo a lei da natureza bem como a caracterização do seu instante inicial poderemos prever com exatidão a caracterização do universo para qualquer outro instante. Por conseguinte, a probabilidade está relacionada com a nossa ignorância, considerando, então, que há três distintos graus de ignorância.

No 1.º grau de ignorância estão os problemas de Matemática, nos quais detemos toda a informação, como por exemplo quando pretendemos calcular a probabilidade de a quinta casa decimal do logaritmo escolhido à sorte numa tabela ser igual a 9.

> "... ce qui est hasard pour l'ignorant, n'est plus hasard pour le savant. Le hasard n'est que la mesure de notre ignorance."
>
> [Poincaré, 1907, p. 258]

Contudo, na Física o nosso grau de ignorância é superior uma vez que o estado de um sistema num dado momento depende de duas informações: o seu estado inicial e a lei pela qual esse estado evolui. Assim, se ambos forem conhecidos é um problema matemático, e estaremos no 1.º grau de ignorância.

No 2.º grau de ignorância desconhecemos o estado inicial, mas temos o conhecimento das leis, onde o cálculo de probabilidades permite investigar o fenómeno.

Por fim, no 3.º grau de ignorância, desconhecemos o estado inicial e as leis, pelo que nada pode ser feito (nem o recurso ao cálculo de probabilidade poderá permitir-nos modelar o fenómeno e efetuar previsões).

3.4 Probabilidade *versus* certeza

> "Mais la probabilité est souvent assez grande pour que pratiquement nous puissions nous on contenter. Mieux vaut prévoir sans certitude que de ne pas prévoir du tout." [Poincaré, 1902, p. 171]

Será que, mesmo que observemos um fenómeno um grande número de vezes e ele tenha sempre um comportamento em conformidade com determinada teoria, podemos afirmar inequivocamente que essa teoria é válida, com toda a certeza? Ou poderá apenas ser uma mera coincidência da sorte? Poincaré, seguindo um raciocínio análogo ao de Bernoulli [1713] e Cournot [1843] (princípio da impossibilidade previamente referido), considera que é nos acontecimentos de probabilidade elevada (onde as exceções têm probabilidade diminuta) que está a utilidade do Cálculo de Probabilidades. Deste modo, tendo em consideração a impossibilidade de alcançarmos, em alguns fenómenos, uma lei certa, é preferível ter uma lei provável que nenhuma lei.

3.5 Grau de generalidade

> "La généralité peut être poussée plus loin encore : on peut se demander la probabilité pour qu'une fonction satisfasse à une condition donnée ; il y a alors autant de cas possibles qu'on peut imaginer de fonctions différentes. C'est le troisième degré de généralité, auquel on s'élève, par exemple, quand on cherche à deviner la loi la plus probable d'après un nombre fini d'observations."
> [Poincaré, 1899, p. 263]

Poincaré considera que existem três níveis distintos de generalidade do problema. No 1.º grau de generalidade teremos os fenómenos com um número finito de possíveis resultados, como por exemplo num lançamento de um dado. O 2.º grau de generalidade é constituído pelos fenómenos com um numero infinito (numerável ou não numerável) de possíveis resultados, como por exemplo a escolha aleatória de um ponto dentro de um círculo. Por fim, no 3.º grau de generalidade teremos a probabilidade de uma função verificar determinada condição, como por exemplo quando procuramos a lei mais provável depois de analisarmos um número finito de observações de um fenómeno. Para Poincaré, os problemas classificados no 3.º grau de generalidade são os mais interessantes e complexos. Por conseguinte, a definição de probabilidade não deve ser restrita aos casos anteriores (finito, infinito numerável e contínuo), como era norma (com a definição clássica e geométrica de probabilidade).

3.6 Princípio da razão insuficiente

> "Nous voilà donc réduits à définir le probable par le probable."
> [Poincaré, 1899, p. 262]

Poincaré é bastante crítico relativamente à exigência de equipossibilidade, questionando como é que é possível sabermos que dois casos são igualmente possíveis/prováveis. Considera que unicamente poderá ser através da definição de uma convenção. Assim, se por convenção considerarmos a equipossibilidade dos resultados, então o problema reduz-se a um problema de aritmética e álgebra (e o nosso resultado será indiscutível). Contudo, se quisermos aplicar a um caso concreto, então teremos de provar que a nossa convenção é legítima, sendo esta a principal dificuldade da aplicação do Cálculo de Probabilidades. Deste modo, Poincaré é muito crítico relativamente ao recurso ao Princípio da razão insuficiente, bem como à sua aplicação em Bertrand [1888] onde os paradoxos surgem pela utilização de convenções distintas na resolução do mesmo problema.

Todavia, Poincaré considera que, nos casos em que a distribuição limite (uniforme) não depende da distribuição inicial, a utilização da equipossibilidade é legítima. Refere-se, por exemplo, à utilização do método das funções arbitrárias, através da qual demonstrou que haverá um equilíbrio assintótico que converge para a uniforme independentemente da distribuição do estado inicial. Deste modo, em algumas aplicações, a hipótese da equipossibilidade pode ser considerada pois com a repetição da experiência um grande número de vezes haverá um equilíbrio assintótico independente da convenção adotada.

> "Enfin, les problèmes où le calcul des probabilités peut être appliqué avec profit sont ceux où le résultat est indépendant de l'hypothèse faite au début" [Poincaré, 1899, p. 269]

3.7 Probabilidades das causas

> "Ce sont là les problèmes dits de probabilité des causes, les plus intéressants au point de vue de leurs applications scientifiques."
> [Poincaré, 1899, p. 264]

Por vezes, em vez de conhecermos as leis e pretendermos prever os acontecimentos, conhecemos os acontecimentos e pretendemos determinar as leis que os regem, i. e., conhecer as causas através do conhecimento dos efeitos. Poincaré considera que é através desta metodologia (aplicação da regra de Bayes) que, observando o fenómeno, devemos deduzir as probabilidades das causas (*la probabilité a posteriori*).

> "Je joue avec un monsieur que je ne connais pas ; il a donné 10 fois et il a tourné 6 fois le roi ; quelle est la probabilité pour que ce soit un grec ? c'est là un problème de probabilité des causes.
> On peut dire que c'est le problème essentiel de la méthode expérimentale." [Poincaré, 1899, p. 264]

3.8 A influência de Poincaré

De facto Poincaré não aborda o problema da axiomatização da Probabilidade (que viria a ser resolvido por Kolmogoroff [1933] recorrendo a conceitos da Teoria da Medida que ainda não estavam totalmente disponíveis na época de Poincaré, os quais foram desenvolvidos por Borel, Lebesgue, Fréchet, Carathéodory, entre outros) mas inequivocamente reabilita a credibilidade do Cálculo de Probabilidades. Deste modo, a sua influência é notória nas principais obras francesas (e não só) do Cálculo de Probabilidades, como ilustram os tratados de Bachelier [1912], Borel [1914] ou Lévy [1925]. Além dos avanços significativos da escola francesa no início do século XX, surgem igualmente diversos trabalhos inovadores proveniente da escola russa de São Petersburgo. Contudo, não há qualquer referência a esses trabalhos nas obras ocidentais (em particular nas francesas) até à publicação do tratado do matemático italiano Guido Castelnuovo [1919]. Por conseguinte, Poincaré parece desconhecer os avanços presentes nas obras de Tchebychef, Bernstein, Markoff, Liapounoff, entre outros.

> "La grande opera di TCHEBYCHEF e della sua scuola... (MARKOFF, LIAPOUNOFF,...) si accorgerà che essa costituisce il maggior contributo portato al calcolo delle probabilità dopo LAPLACE."
> [Castelnuovo, 1919, p. XXII]

Assim, com o desconhecimento generalizado da obra russa no ocidente, a influência da obra de Poincaré foi ainda mais significativa, sendo inequívoca em Portugal. Na Secção 4 vamos analisar um caso particular, a tese de doutoramento de Diogo Pacheco d'Amorim, que corresponde ao segundo doutoramento da área das Probabilidades e Estatística defendido em Portugal. O primeiro, também fortemente baseado em Bertrand [1888] e Poincaré [1896], foi de Sidónio Paes [1898], que viria a ser Presidente da República Portuguesa em 1917–1918. A sua tese investiga a teoria dos erros das observações e é mais uma prova da forte influência que a escola francesa tinha em Portugal na época. José de Sousa Pinto [1913] apresenta uma construção filosófica para a determinação das probabilidades, com recurso à inversa das Leis de Bernoulli, considerando estas probabilidades (que denominou por "probabilidades dos fenómenos") um "fecundo recurso scientífico" enquanto que as "probabilidades aleatórias" (quando a equipossibilidade é evidente e, como tal, a definição clássica de probabilidade pode ser aplicada) "apesar do superior desenvolvimento da sua analyse, representam um meio restricto, artificial e como quasi separado do campo scientifico" sendo, portanto, a sua utilidade restrita quase unicamente aos jogos de azar. Esta interessante discussão filosófica é, de igual modo, nitidamente influenciada pelos trabalhos de Poincaré. Mesmo a tese de doutoramento de Reis [1929], numa altura em que as obras da escola russa eram já conhecidas e outros desenvolvimentos tinham surgido, continua a eleger como base os trabalhos de Laplace [1812], Bertrand [1888], Poincaré [1896] e Borel [1909].

4 A influência de Poincaré na construção de Diogo Pacheco d'Amorim

> "O presente volume que mais se poderia chamar — *Uma tentativa de racionalização do Cálculo de Probabilidades* — põe em especial relevo uma proposição a que, até hoje, ninguém deu a importância devida — a proposição *tirar, à sorte, um elemento de uma classe*, ou *lançar, à sorte, um ponto numa região*.
> Partindo dela, a teoria das probabilidades pode reduzir-se a uma sucessão de proposições e definições, como qualquer outro ramo das Matemáticas Puras." [Pacheco d'Amorim, 1914, p. *ix*]

Diogo Pacheco d'Amorim (1888–1976), Professor da Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra, defendeu a sua Tese de Doutoramento na Universidade de Coimbra em 1914, intitulada *Elementos de Cálculo das Probabilidades*[2]. Pacheco d'Amorim, no prefácio da sua tese, nitidamente expõe que pretende pôr em ordem os fundamentos da Probabilidade com base na clarificação da noção de extração ao acaso através da definição de um fenómeno

[2] Uma tradução para Inglês, editada e anotada por S. Mendonça, D. Pestana e R. Santos, está disponível em `http://www.estg.ipleiria.pt/~rui.santos`. Uma análise crítica pormenorizada desta obra pode ser consultada em Santos [2008].

padrão. Uma visão que manteve e que ainda está presente, apesar de com outros fundamentos, nomeadamente o recurso a conceitos da Teoria da Medida, nas sebentas que redigiu na década de 1950 na Universidade de Coimbra (cf. Pacheco d'Amorim [1956–57]).

4.1 Fenómeno Padrão

> "Poincaré diz mesmo que ela, por si só, não tem significação nenhuma. Ora a verdade é que ela tem um sentido muito preciso e claro quando nós mesmos somos os agentes das tiragens ou lançamentos e isso permite-nos construir a teoria das probabilidades com toda a clareza e rigor." [Pacheco d'Amorim, 1914, p. *ix*]

Pacheco d'Amorim, em resposta à crítica de Poincaré acerca da falta de clareza do conceito *escolha aleatória*, cria o fenómeno padrão para acabar com qualquer ambiguidade neste conceito, defendendo que *escolher, à sorte, um elemento do espaço amostra* tem um significado claro quando nós somos os agentes da escolha (de forma a garantir a sua aleatoriedade) e possuímos total conhecimento do espaço amostra (de forma a conhecermos a lei que caracteriza essa escolha). Por conseguinte, sob estas hipóteses, já não é necessário recorrer ao polémico princípio da razão insuficiente, uma vez que conhecemos a lei da probabilidade que caracteriza o fenómeno (que não é obrigatoriamente uniforme) sendo, por esta razão, toda a sua construção das regras do Cálculo de Probabilidades efetuada sob as condições do fenómeno padrão (i.e., com o conhecimento do domínio e da lei de probabilidade associada a cada escolha aleatória). Por fim, na conclusão da sua obra, apresenta a metodologia geral para transformar as restantes situações neste caso.

4.2 O ponto livre *versus* o ponto imagem

Nas condições do fenómeno padrão conhecemos a forma como a escolha aleatória é efetuada, pelo que Pacheco d'Amorim distigue entre a probabilidade de um ponto lançado diretamente numa região (*ponto livre*) e a da sua imagem (*ponto imagem*) recorrendo ao conceito de lei de probabilidade. Deste modo, considera que num ponto livre toda a região será caracterizada pela equipossibilidade (distribuição uniforme). Todavia, o ponto imagem, que resulta da aplicação de uma transformação a um ponto livre, não é obrigatoriamente caracterizado pela equipossibilidade, podendo ser caracterizado por qualquer distribuição, numa construção que pode ser considerada uma versão incipiente do Teorema da Transformação Uniformizante, um dos resultados atualmente centrais na Teoria da Probabilidade, em particular na simulação. Portanto, nesta visão, os fenómenos podem ser caracterizados por qualquer distribuição, não sendo a aplicação do cálculo de probabilidades restrita às definições clássica e geométrica, as quais unicamente são válidas na situação de equipossibilidade.

4.3 Classificação do nosso grau de ignorância

Pacheco d'Amorim, tal como Poincaré, considera que existem três graus de ignorância. No primeiro caso conhecemos a região (espaço amostra) e a lei (estamos nas condições do fenómeno padrão), pelo que tudo pode ser deduzido pelas regras da Matemática. No segundo grau conhecemos a região mas desconhecemos a lei (a probabilidade ou densidade associada), pelo que teremos de estimar esta lei de forma a reduzirmos estes fenómenos aos do primeiro caso. Por fim, no terceiro caso desconhecemos quer a região quer a lei, pelo que teremos de estimar a região de forma a reduzirmos estes fenómenos ao segundo caso (e, posteriormente, ao primeiro caso). Assim, para Pacheco d'Amorim, é igualmente no recurso aos teoremas de convergência e às probabilidades das causas que, através da observação do fenómeno, podemos passar do segundo ou terceiro caso para o primeiro, obtendo uma aproximação com uma probabilidade tão próxima da unidade quanto seja pretendido (desde que seja possível obter mais observações do fenómeno em análise).

4.4 Redução ao Fenómeno Padrão

Como utilizar o Cálculo de Probabilidades quando as hipóteses do fenómeno padrão não se verificam? No caso de informação incompleta Pacheco d'Amorim considera que devemos, através da informação que temos do fenómeno em análise, adotar uma lei *a priori* e testá-la através da observação do fenómeno. Assim, caso o fenómeno se comporte de acordo com a lei adotada, teremos o fenómeno descrito. Caso contrário, devemos estimar as probabilidades (ou densidades) associadas a cada resultado com base nas leis de Bernoulli, uma vez que estes teoremas permitem obter uma aproximação que será tão próxima quanto seja pretendido (uma vez que vai melhorando com a dimensão da amostra).

Por outro lado, caso a escolha seja efetuada por outro agente, não poderemos sequer certificar a sua aleatorização. Neste caso devemos analisar se, de facto, a escolha é aleatória. Pacheco d'Amorim considera que, se a sequência de observações está de acordo com as leis de Bernoulli, então pode ser considerada proveniente de uma escolha aleatória, pois mesmo que o fenómeno não seja efetivamente aleatório o seu comportamento é análogo ao dos fenómenos aleatórios e, como tal, poderá ser modelado pelas mesmas ferramentas. Caso não seja considerada uma escolha aleatória, então não faz parte do campo de análise da Teoria da Probabilidade. Neste raciocínio Pacheco d'Amorim apresenta uma ideia pioneira de teste de aleatoriedade, considerando igualmente que esta teoria deveria ser aplicada aos fenómenos que, não sendo realmente aleatórios, têm um comportamento semelhante.

4.5 Probabilidade *versus* certeza

Para Pacheco d'Amorim o recurso às Leis de Bernoulli permite obter uma aproximação, sendo o valor obtido distinto do verdadeiro valor "pelo hiato que separa a probabilidade da certeza" [Pacheco d'Amorim, 1914, p. 162]. Deste modo, salienta a diferença entre certeza (inatingível em fenómenos aleatórios) e uma probabilidade igual a um (ou tão próxima da unidade quanto pretendamos), considerando, tal como Cournot [1843] e Poincaré [1896] que, para fins práticos, podemos ignorar os acontecimentos com probabilidade ínfima (de probabilidade quase nula). Por conseguinte, considera que são estas probabilidades de valor elevado, vizinhas da unidade, que podem servir de guia para nos auxiliar na tomada de decisões sob meios de incerteza, pois é nelas que está a utilidade prática do Cálculo de Probabilidades.

4.6 Influência de Poincaré em Pacheco d'Amorim (1914)

Em primeiro lugar destaquemos que Pacheco d'Amorim cria o fenómeno padrão, conceito central na sua construção, de forma a responder a Poincaré, fundamentando, sob estas hipóteses, a clareza do conceito *escolha aleatória*. Além desta referência à obra de Poincaré, podemos constatar que as visões de Poincaré e de Pacheco d'Amorim são ambas, por um lado, frequencistas, porquanto restringem a modelação de fenómenos à sua observação e comportamento em consonância com os teoremas de convergência estocástica, mas, por outro lado, bayesianas, tendo em consideração que consideram que a probabilidade depende do nosso grau de ignorância (para Pacheco d'Amorim a probabilidade condicional é o conceito primitivo, sendo a probabilidade absoluta um caso particular, uma vez que considera que qualquer probabilidade está condicionada à informação que detemos) e que a regra de Bayes é a ferramenta adequada para atualizar a distribuição associada a um fenómeno em função da informação obtida na sua observação. Por conseguinte, a construção de Pacheco d'Amorim baseia-se igualmente na ideia de equilíbrio assintótico, medido pela conformidade das observações às Leis de Bernoulli, apresentando ainda uma forma objetiva de julgar se houve efetiva intervenção do acaso nas extrações feitas por outrem. Apresenta, deste modo, ideias embrionárias de simulação (apesar de Gosset [Student, 1908] recorrer já à simulação na modelação de fenómenos) e de testes de hipóteses para avaliar a aleatoriedade em situações concretas, por comparação com um padrão de probabilidade que emerge por aplicação de teoremas-limite.

5 Comentário final

O aumento do peso do Cálculo de Probabilidades no trabalho de Poincaré sugere o aumento da investigação e desenvolvimento desta teoria, o que terá influenciado diversos matemáticos nesta área, entre os quais destacam-se Bachelier, Borel e Lévy. Em Portugal a sua influência é igualmente notória em todas as obras da época, tendo-se neste artigo destacado a sua influência na tese de doutoramento de Diogo Pacheco d'Amorim, um trabalho que apesar de apresentar interessantes reflexões sobre o Cálculo de Probabilidades e suas aplicações, não usufruiu de divulgação internacional.

Referências

Bachelier, L., 1912. *Calcul des Probabilités.* Gauthier–Villars, Paris.

Bayes, T., 1764. An essay toward solving a problem in the doctrine of chances. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 53, 370–418.

Bernoulli, J., 1713. *Ars Conjectandi.* Basle.

Bertrand, J., 1888. *Calcul des Probabilités.* Gauthier–Villars, Paris. (2.ª edição publicada em 1907)

Borel, É., 1909. *Éléments de la Théorie des Probabilités.* Albin Michel, Paris.

Borel, É., 1914. *Le Hasard.* Librairie Félix Alcan, Paris.

Castelnuovo, G., 1919. *Calcolo delle Probabilità.* Albrighi, Segati & C., Roma.

Condorcet, M. 1785. *Essai sur l'Application de l'Analyse à la Probabilité des Décisions Rendues à la Pluralité des Voix.* Paris.

Cournot, A., 1843. *Exposition de la Théorie des Chances et des Probabilités.* Librairie de L. Hachette, Paris.

Gouraud, C., 1848. *Histoire des Calculs des Probabilités Depuis ses Origines Jusqu'à nos Jours.* Librairie D'Auguste Durand, Paris.

Hacking, I., 1975. *The Emergence of Probability: a Philosophical Study of Early Ideas about Probability Introduction and Statistical Inference.* Cambridge University Press, Cambridge.

Hald, A., 2003. *History of Probability and Statistics and their Applications Before 1750.* John Wiley & Sons, New Jersey.

Hilbert, D., 1902. Mathematical problems. *Bulletin of the American Mathematical Society* 8, pág. 437–479.

Huygens, C., 1657. *Libellus de Ratiociniis in Ludo Aleae*, translation by W. Browne in 1714.

Kolmogoroff, A.N., 1933. *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitstheorie.* Ergebnisse der Mathematik, Berlin. (Trad. Inglesa: Kolmogoroff, A.N., 1956. *Foundations of the Theory of Probability.* Chelsea, New York.)

Lacroix, S., 1816. *Traité Élémentaire du Calcul des Probabilités.* Bachelier, Paris. (2.ª edição de 1822, 3.ª edição de 1833)

Laplace, P., 1774. Mémoire sur la probabilité des causes par les évènemens. Trad. Inglesa: Stigler, S. M., 1986. Laplace's 1774 memoir on inverse probability. *Statistical Science* 1 n.º 3, 359–378.

Laplace, P., 1812. *Théorie Analytique des Probabilités.* Courcier, Paris.

Laplace, P., 1814. *Essai Philosophique sur la Probabilités.* Courcier, Paris. (correspondendo igualmente à "Introduction" da segunda edição da *Théorie Analytique des Probabilités*)

Lévy, P., 1925. *Calcul des Probabilités.* Gauthier–Villars, Paris.

De Moivre, A., 1718. *The Doctrine of Chances or, a Method of Calculating the Probabilities of Events in Play*, London. (2.ª edição de 1738; 3.ª edição de 1756).

Montmort, P. R., 1708. *Essay d'Analyse sur les Jeux de Hazard.* Jacque Quillau, Paris. (2.ª edição de 1713)

Pacheco d'Amorim, D., 1914. *Elementos de Cálculo das Probabilidades.* Tese de Doutoramento, Universidade de Coimbra.

Pacheco d'Amorim, D., 1956–57. *Cálculo das Probabilidades.* Imprensa da Universidade de Coimbra, Coimbra.

Paes, S., 1898. *Introdução à Teoria dos Erros das Observações*. Tese de Doutoramento, Faculdade de Matemática, Universidade de Coimbra.

Pascal, B., 1654. Correspondance avec Fermat. In *Les Lettres de Blaise Pascal: Accompagnées de Lettres de ses Correspondants*, publiées par Maurice Beaufreton (1922), Éditeur Scientifique, Paris.

Pinto, J., 1913. Noções de calculo das probabilidades para o estabelecimento das bases da estatística. *Annaes da Academia Polytechnica do Porto* VIII.

Poincaré, H., 1896. *Calcul des Probabilités*. Gauthier–Villars, Paris. (2.ª edição publicada em 1912 e 2.ª edição aumentada e revista publicada em 1923)

Poincaré, H., 1899. Réflexions sur le Calcul des Probabilités. *Revue Générale des Sciences Pures et Apliquées* 10, 262–269.

Poincaré, H., 1902. *La Science et l'Hypothèse*. Flammarion, Paris.

Poincaré, H., 1907. Le Hasard. *Revue du Mois* 3, 257–276.

Poincaré, H., 1908. *Science et Méthode*. Flammarion, Paris.

Poisson, S., 1837. *Recherches sur la Probabilité des Jugements*. Bachelier, Paris.

Reis, M., 1929. *Cálculo das Probabilidades*. Tese de Doutoramento, Universidade de Coimbra.

Santos, R., 2008. *Probabilidade Circa 1914 e a Construção de Diogo Pacheco d'Amorim*, Tese de doutoramento, Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa.

Santos, R. 2013. *A Estatística Tem uma História*. Sociedade Portuguesa de Estatística, Centro de Estatística e Aplicações da Universidade de Lisboa e Instituto Nacional de Estatística, Lisboa.

Stigler, S. M., 1986. *The History of Statistics: The Measurement of Uncertainty Before 1900*. The Belknap Press of Harvard University Press, England.

Student, 1908. The Probably Error of a Mean. *Biometrika* 6, 1–25.

Székely, G.J., 1986. *Paradoxes in Probability Theory and Mathematical Statistics*. D. Reidel Publishing Company, Budapest.

Todhunter, I., 1865. *A History of the Mathematical Theory of Probability from the Time of Pascal to that of Laplace*. Cambridge, London.

Simpósio
História da Astronomia

Organizador:
Fernando Figueiredo

Revisores científicos:
António Costa Canas, Fernando Figueiredo

Découvrir le Bureau des longitudes (1795–1932), institution méconnue, à travers les procès-verbaux des séances, la géodésie et Henri Poincaré

Martina Schiavon
Coordinatrice du projet ANR «BDL 1795-1932»
Archives Henri-Poincaré / P.R.S.T., UMR 7117-CNRS, Université de Lorraine (France)
`martina.schiavon@univ-lorraine.fr`

Resumo: Criado em 1795, o *Bureau des longitudes* ainda existe. Entre 1795 e 1932, foi um corpo de peritos e um comité de aconselhamento do Estado, participando na administração da ciência e da tecnologia francesas ao mesmo tempo que era seu porta-voz na cena internacional; desempenhou um papel de primeiro plano na organização e desenvolvimento da astronomia e da mecância celeste, na adopção do sistema métrico decimal, na definição e concretização de medidas de tempo, na emissão e transmissão de sinais horários, no desenvolvimento da física do globo e da geodesia dinâmica e na organização das grandes expedições científicas. No entanto, a sua longa história continua amplamente desconhecida pelos historiadores, pelos cientistas e, em geral, pelo grande público. Actualmente dispomos dum corpo de arquivos digitalizado duma riqueza excepcional que permite seguir as diversas actividades científicas do *Bureau des longitudes* e ainda a evolução institucional da ciência e da tecnologia, entre patrocínio e profissionalização, confrontação com os pares e relações pessoais: as minutas (*procès-verbaux*) das sessões, digitalizadas para o período 1795–1932. Este arquivo contem numerosos manuscritos redigidos pelos seus prestigiados membros (Laplace, Poincaré, Lagrange, Arago, etc.), alguns dos quais totalmente desconhecidos por parte dos investigadores.

Este artigo apresenta por um lado o estado do nosso conhecimento actual sobre o *Bureau des longitudes* (1795–1932), assim como um resumo dum estudo (conduzido por uma equipa internacional de investigadores) sobre esta instituição científica que se apoia sobre as minutas. Por outro lado, tomando como exemplo a admissão de Henri Poincaré ao *Bureau* em 1893, o meu propósito é mostrar como as minutas permitem precisar melhor o seu percurso científico. Em particular, estes arquivos ligam estreitamente a sua actividade científica às questões estudadas no seio do *Bureau des longitudes* por uma população de

On September 2016, the French government granted a 4-year funding (ANR) to the project "Le Bureau des longitudes (1795–1932): de la Révolution française à la Troisième République". Piloted by Martina Schiavon (Université de Lorraine, coordination), Laurent Rollet (Université de Lorraine) and Nicole Capitaine (Observatoire de Paris – Bureau des longitudes), this ANR ressembled 34 French and foreign researchers (for more details see: `https://histbdl.hypotheses.org/a-propos`).

actores considerados secundários na história das ciências, e cujo estudo prosopográfico tem actualmente uma grande importância heurística: os oficiais da marinha e da artilharia, os fabricantes de instrumentos de precisão, que foram também membros do *Bureau des longitudes*.

Abstract: Founded in 1795, the Bureau des longitudes still exists. Between 1795 and 1932, it has been a collective place of expertise and an advisory committee for the government. It furthermore participated in the administration of French science and technology, and it was its official representative abroad. It played a primary role in the organization and development of astronomy and celestial mechanics, the adoption of the decimal metric system, the definition and realization of time scales, the emission and transmission of time signals, the development of earth physics and dynamical geodesy and the organization of major scientific expeditions. Nevertheless, its long history keeps largely unknown to historians, scientists and even to the public. We now have an exceptional digitized archive to study the various scientific activities of the Bureau des longitudes and also the institutional evolution of French science and technology (from patronage to professionalization, from personal relationships to confrontations with peers) on the long term: the minutes (procès-verbaux), digitized for the period 1795–1932. This archive contains a large set of manuscripts written by its prestigious members (Laplace, Poincaré, Lagrange, Arago, etc.): most of them remain still unknown to the research community.

This paper firstly dresses an inventory of our actual knowledge on the Bureau des longitudes (1795–1932) and presents a work in progress (realized by an international team) on the history of this scientific institution founded on its minutes. Secondarily, taking as example Henri Poincaré's admission to the Bureau in 1893, my aim is to show how the minutes allow us to precise his scientific career. In particular, it is nowadays possible to link his scientific activity to the questions studied inside the Bureau des longitudes by a population whose role is generally considered only secondarily in science, and whose prosopographical study has actually a great heuristic importance: the navy and artillery officers, the precision instruments makers, all Bureau des longitudes's members.

Introduction

> « Les calculs faits au Bureau des longitudes sur la population nous autorisent à soustraire encore de la masse totale deux millions de petites filles, jolies à croquer ».
>
> (Honoré de Balzac, 1840, p. 29)

En 1840, l'écrivain Honoré de Balzac (1799–1850) illustre avec humeur et finesse l'image populaire d'un Bureau des longitudes, institution qui se reconnait par la rigueur et la précision de ses calculs. Crée le 25 juin 1795 (7 messidor an III) à l'initiative de l'abbé Henri Jean-Baptiste Grégoire, le Bureau des longitudes a alors pour mission de « reprendre la maîtrise des mers aux Anglais » grâce à l'amélioration de la détermination des longitudes en mer, de constituer un comité consultatif à la disposition de l'État et pour certains problèmes scientifiques, de calculer les éphémérides, et de publier la Connaissance des Temps et un Annuaire propre « à régler ceux de la République » (Grégoire, 1795, éd. 1909). Il a également la tutelle de l'Observatoire astronomique de Paris, un lieu fédérateur des savoirs qui jouit, à l'époque, d'un prestige indéniable. En 1854, date de sa séparation de l'Observatoire, le Bureau des longitudes couvre déjà un spectre large des savoirs scientifiques comme la mécanique céleste, la cosmologie, les sciences physiques... Vers la fin du 19e siècle, ses compétences s'élargissent notamment aux domaines de la physique du globe et de la géodésie dynamique. Instance d'expertise et de conseil pour l'État, il est à ce moment un acteur majeur de l'administration des sciences et des technologies françaises et un porte-parole de celles-ci sur la scène internationale. Il a joué un rôle de premier plan dans l'organisation et le développement de l'astronomie et de la mécanique céleste, dans l'adoption du système métrique décimal, dans la définition et la réalisation d'échelles de temps, dans l'émission et la transmission de signaux horaires, dans le développement de la physique du globe et de la géodésie dynamique, et encore dans l'organisation des grandes expéditions scientifiques (Capitaine, 2011).

Le Bureau des longitudes existe toujours et siège quai de Conti, à Paris. Au cours de ses plus de 220 années d'histoire il a connu de moments de crise, comme en 1854 lorsqu'il s'est séparé de l'Observatoire astronomique de Paris. On a alors menacé de le supprimer, mais parce ses membres ont su revendiquer son rôle essentiel d'expertise technique pour l'Etat, il a retrouvé sa place parmi les institutions scientifiques existantes.

Une particularité du Bureau des longitudes, entre 1795 et 1932, est d'avoir rassemblé une grande partie de l'élite mathématique et astronomique française, avec des marins, des officiers militaires et des fabricants d'instrument de précision. Siège d'un pouvoir à géométrie variable, il a ainsi fonctionné comme une petite académie techno-scientifique, en réalisant le point de rencontre de divers types d'interventions et de contrôle réalisés par les savants parisiens (Schiavon, 2015).[1] Bien que parmi ses membres figurent des prestigieux scien-

[1]Bien que d'un point de vue historique ce ne soit pas simple de donner une définition précise de ce qu'est une *institution scientifique* (car cette définition dépend du contexte historique et de la période considérée), dans le cas du Bureau des longitudes le terme semble pertinent. A la différence du *Board of Longitude*, en effet, ses membres sont des fonctionnaires salariés par le gouvernement : dans la période considérée, le Bureau des longitudes fonctionna de fait comme

tifiques et malgré sa longue existence, à l'exception que pour des courtes périodes ou des études spécifiques, le Bureau des longitudes n'a pas encore fait l'objet d'une étude de la part des historiens des sciences et des techniques.

Cet article se propose, dans un premier temps, de donner quelque raison à cet oubli et de dresser un état de nos connaissances actuelles sur le Bureau des longitudes. Je présenterai également les projets de recherche qui nous ont permis de réunir et de mettre à la disposition des chercheurs un corpus d'archives d'une rareté exceptionnelle et sur lequel on peut désormais appuyer une histoire de cette institution scientifique sur la longue durée : les procès-verbaux des séances de 1795 à 1932 (date limite qui permet une libre communication des documents).

Dans un deuxième temps, en m'appuyant sur les procès-verbaux, je donnerai un aperçu d'une étude en cours sur Henri Poincaré membre du Bureau des longitudes. En prenant comme exemple une étape dans la vie d'un grand mathématicien bien connu, je n'ai pas la prétention de reconstituer sa carrière scientifique entre 1893 et sa mort, mais plus simplement de montrer que nos connaissances sur Poincaré peuvent être mieux affinées et précisées grâce à ce corpus archivistique. Je montrerai comment le principal mérite de cette source est qu'elle permet une écriture de l'histoire qui n'anticipe pas sur le succès scientifique de grands scientifiques : ainsi nous pouvons suivre le progrès de leur raisonnement scientifique presque au quotidien, tout en considérant les débats d'actualité.

1.1 Le Bureau des longitudes : imiter le *Board of Longitude* britannique ?

> « Les succès des Anglais à diverses époques, et spécialement dans la guerre de 1761, n'ont que trop prouvé que la supériorité de la marine décide souvent des résultats de la guerre. Une des mesures les plus efficaces pour étouffer la tyrannie britannique, c'est de rivaliser dans l'emploi des moyens par lesquels cet État, qui ne devait jouer qu'un rôle secondaire dans l'ordre politique, est devenu une puissance colossale. Or les Anglais, bien convaincus que sans Astronomie on n'avait ni commerce, ni marine, ont fait des dépenses incroyables pour pousser cette science vers le point de perfection » (Grégoire, 1795).

Dans son discours fait à la Convention nationale sur l'établissement d'un

une « petite académie ». Par leur présence assidue aux séances, les membres ont réalisé pour le gouvernement un important travail de conseil et d'expertise techno-scientifique (Schiavon, 2015).

bureau des longitudes, l'Abbé Henri Baptiste Grégoire (1750–1831) souligne les objectifs purement pratiques de la nouvelle institution, qu'il lie au problème de la détermination de longitude en mer et donc au *Board of Longitude* britannique. Il s'agit de donner une impulsion stratégique à la France dans une concurrence maritime avec la Grande-Bretagne, c'est pourquoi Grégoire se réfère au nom du bureau britannique créé avec un *Longitude Act* par la reine Anne d'Angleterre en 1714. Le *Board* eut pourtant une vie d'un peu plus de cent ans (il fut supprimé en 1828) ainsi que des fonctions et une organisation très différentes du Bureau : il s'agissait d'un groupe de commissaires réunis en raison de leur fonction et avec une fréquence irrégulière afin de débloquer un prix à toute personne ou groupe de personne ayant trouvé une solution au problème de la détermination de longitude en mer avec une certaine précision.[2]

Tout comme son homologue britannique, le Bureau des longitudes se voit confier le calcul des éphémérides ainsi que leur publication dans la *Connaissance des temps.* Il garde également la tutelle de tous les instruments d'astronomie qui appartiennent à la Nation. A la différence du *Board,* le Bureau doit constituer un comité consultatif à la disposition de l'État pour certains problèmes scientifiques; publier un *Annuaire* propre « à régler » le calendrier de la République; il a enfin sous sa responsabilité l'observatoire astronomique de l'Ecole militaire ainsi que la tutelle de l'Observatoire astronomique de Paris. Les liens du Bureau avec l'astronomie sont ainsi très forts : au sein de l'observatoire, le Bureau a le rôle de constituer une bibliothèque astronomique alors qu'un de ses membres se chargera d'un cours d'astronomie. La loi précise également le financement nécessaire à son fonctionnement administratif, ainsi que le traitement de ses dix membres parmi lesquels figurent deux

[2]Ce prix pouvait atteindre £ 20 000 si la longitude était déterminée avec une précision d'un demi-degré. Il y avait de moindres récompenses aussi pour des méthodes moins précises ou celles utilisables à 80 miles de la côte. L'*Act* pouvait également concourir à la mise au point d'inventions, pourvu que celles-ci relevaient de la pratique maritime.

Sur le *Board* voir : Sobel, 1995; Andrewes, 1996; Howse, 1997.

Le *Board of Longitude* a été objet d'études diverses dans le cadre d'un projet de recherche portant sur : *The Board of Longitude 1714–1828: Science, Innovation and Empire in the Georgian world* (`http://gtr.rcuk.ac.uk/projects?ref=AH/H015914/1`). D'une durée de cinq ans (2010–2015), ce projet a été mené par le département d'*History and Philosophy of Science* de la *Cambridge University* et par le *National Maritime Museum* : Simon Schaffer (*Cambridge University*) en a été le *Principal Investigator*, Richard Dunn et Rebekah Higgitt les *Co-Investigators.* Les membres associés à ce projet ont contribué à la numérisation des archives du *Board*, désormais disponibles à l'adresse : `http://cudl.lib.cam.ac.uk/collections/rgo14`.

Parmi d'autres publications plus récentes issues du projet : Dunn & Higgitt, 2014a; Dunn & Higgitt, 2014b; Dunn & Higgitt, 2015; Baker, à paraître (voir aussi : `http://gtr.rcuk.ac.uk/projects?ref=AH/H015914/1`).

Sur le *Board of Longitude* (en langue français) voir aussi : Schiavon, 2014a.

prestigieux géomètres : Pierre-Simon de Laplace (1749–1827) et Joseph-Louis Lagrange (1736–1813) ; quatre grands astronomes : Joseph Jérôme Lefrançois de Lalande (1732–1807), Jean-Dominique Cassini (1748–1845), Pierre Méchain (1744–1804) et Jean-Baptiste Joseph Delambre (1749–1822) ; deux anciens marins : Jean-Charles de Borda (1733–1799) et Louis Antoine de Bougainville (1729–1811) ; un géographe, Jean-Nicolas Buache (1741–1825) ; enfin, un « artiste » (à savoir un fabricant d'instruments de précision), Simon Noël Caroché (1767–1813).

Les nombreuses attributions du Bureau des longitudes au moment de sa création rendent cette institution scientifique difficile à appréhender, tout comme son nom « Bureau des longitudes » : ce nom ne renvoie qu'en apparence à la solution d'un problème technique de navigation. Créé sous la période révolutionnaire, le mot « bureau » rappelle en effet une fonction utilitaire de l'assemblée pour la société, à l'image du « Bureau des consultations pour les arts » qui, pendant son existence de 1791 à 1796, récompensait les artisans pour « leurs découvertes et leurs travaux dans les arts utiles » (de Place, 1988, p. 139).[3] Quant à l'expression « des longitudes », au pluriel, elle pourrait bien s'interpréter, ainsi que l'a souligné Derek Howse (Howse, 1977 et 1998), comme la volonté d'étudier un problème *purement scientifique* dans la détermination de la longitude. En suivant ce raisonnement, parler de « longitude » au singulier comme dans le cas du nom britannique n'est pas scientifiquement correct, bien qu'on puisse supposer que dans le cas britannique on sous-entende que tout problème du calcul de la longitude en mer doit se référer au méridien de Greenwich. Si le *Board* se destina à la résolution d'un problème *pratique* dans la navigation, dans le cas français il s'agissait d'abord de se pencher sur un problème plus général, abstrait et même théorique, ce qui souligne qu'on voulait créer une « assemblée savante » destinée en priorité à l'étude de questions d'ordre scientifique. C'est aussi en ce sens qu'en 1872, l'astronome et géodésien Hervé Faye (1814–1902) affirme que le Bureau des longitudes « est une émanation de l'Académie » (Faye, 1872, p. 1721).

En 1793, l'Académie des sciences avait été dispersée (Collectif, 1979).[4] L'Etat ne disposait plus d'aucune assemblée susceptible de l'assister dans les nombreuses expertises d'ordre scientifique et techniques, alors que des questions essentielles demandaient une solution urgente : il fallait en effet s'assurer de la

[3] Le gouvernement confie au Bureau des arts des tâches d'expertise et d'essai, la fabrication de machines coûteuses, la publication d'ouvrages utiles au progrès des arts : sur la question voir : de Place, 1988.

[4] La Convention supprime l'Académie des sciences en 1793 : le 22 août 1795, donc un mois après la création du Bureau des longitudes, les corps scientifiques ou littéraires entre lesquels n'avait existé précédemment aucune liaison, renaissent mais groupés dans l'*Institut national des sciences et des arts* (voir : préface du Collectif, 1979). Sur l'histoire de l'Académie des sciences voir également : Hahn, 1971 ; Crosland, 2002.

création des éphémérides astronomiques nécessaires à la Marine et de la fabrication d'instruments d'observation, de chronomètres, de cartes exactes afin de poursuivre les vastes travaux géographiques. En 1872, Faye nous rappelle aussi qu'au moment de la création du Bureau des longitudes en 1795 les « arts de précision avaient disparu ; plus de haute horlogerie, plus d'instruments d'optique : il fallait le rappeler, les soutenir, les relever. L'Astronomie était désorganisée : le Directeur de l'Observatoire avait été chassé ; l'établissement était en proie à l'anarchie. Le Gouvernement entreprit de satisfaire d'un seul coup à tous ces besoins dont le caractère commun était de dépendre des sciences mathématiques, et il créa le Bureau des Longitudes » (Faye, 1872, p. 1722). Les propos de Faye sont explicites : le Bureau des longitudes a été créé comme une petite académie. Cette hypothèse conforterait la continuité d'usage de son nom, Bureau des longitudes, dans la longue durée alors que le problème de la détermination de la longitude en mer peut se considérer comme résolu et que la navigation ne fait plus nécessairement appel aux procédés de l'astronomie. Cette affirmation d'une institution savante capable d'évoluer et de maintenir un regard ouvert sur de problèmes scientifiques généraux dépassant les seules questions pratiques de la navigation, se confirme par sa composition : ses membres sont choisis parmi les plus prestigieux marins et savants de l'époque, qui occupent les sections des mathématiques de l'Académie des sciences.

1.2 Une histoire négligée

À sa création en 1795, le premier noyau du Bureau des longitudes se composait, comme on l'a dit, de dix prestigieux membres. Au cours de son histoire, le Bureau a permis le travail conjoint de diverses communautés : des mathématiciens (Augustin Louis Cauchy, Joseph-Louis Lagrange, Pierre Simon Laplace, Adrien-Marie Legendre, Joseph Liouville, Siméon Denis Poisson, Émile Picard, Émile Borel, Gaston Darboux, Paul Appell, Henri Poincaré, Paul Painlevé), des astronomes (Félix Tisserand, Hervé Faye, Guillaume Bigourdan, Ernest Esclangon, Benjamin Baillaud, Antoine Yvon Villarceau), des physiciens (Louis de Broglie, Georges Lippmann, Alfred Cornu, Charles Fabry, Aimé Cotton), de grands officiers et marins (Ernest Mouchez, Anatole Bouquet de la Grye, Louis Favé) et des *artistes*[5] (Henry Gambey, Louis Bréguet, Amédée Jobin, J. Fortin, Émile et Jean Brünner[6]).

[5]Le mot est ici employé dans son sens latin. Il dénote ainsi tout domaine dans lequel s'expriment des fonctions créatrices et également dans le sens de savoir-faire. Au Bureau des longitudes, cette place désigne la fonction d'un horloger ou d'un fabricant d'instrument de précision.

[6]Sur les fabricants d'instruments français voir : Brenni, 1993, 1994, 1996a, 1996b, 1996c, 1997.

Cette simple liste de noms suffirait pour établir l'importance du Bureau des longitudes dans le développement scientifique et technologique français. Pourtant cette institution n'a pas encore fait l'objet d'une étude historique sur la longue durée.[7] Les historiens ont généralement donné trop de crédit aux récits historiques d'Urbain Le Verrier (1811–1877) qui considérait les réunions du Bureau des longitudes comme des coquilles vides et sans intérêt. Pour Le Verrier, l'appartenance au Bureau n'était qu'une compensation bien rétribuée pour un faible travail intellectuel. D'une manière analogue, Guillaume Bigourdan (1851–1932), chargé de rédiger une histoire du Bureau des longitudes vers les années 1920, ne décrivait l'institution qu'à l'aune de la tutelle qu'il exerça sur l'Observatoire de Paris et en fonction des travaux accomplis dans le domaine de l'astronomie.[8]

Si on suit donc les récits de Le Verrier ou de Bigourdan, le Bureau des longitudes aurait fait « double emploi » avec l'Académie des sciences, car le gouvernement aurait rétribué deux fois ses plus prestigieux savants.[9] Cette vision encourage une vision de la science comme un jeu de « vainqueurs et de perdants », dans laquelle le Bureau ferait figure d'institution perdante. Or, c'est justement quand on fait ressurgir la complexité de l'histoire contextualisée du Bureau et de ses membres qu'on peut comprendre la très basse considération du Bureau de Le Verrier.[10] On comprend ainsi qu'il était nécessaire pour lui de discréditer le travail accompli par le Bureau des longitudes afin de remettre en cause l'existence propre de cette assemblée et d'en provoquer la destitution, ce que lui aurait permis de postuler à la direction de l'Observatoire de Paris.

En exploitant des procès-verbaux des séances du Bureau des longitudes dans la période 1795–1854, Jean-Marie Feurtet a réalisé une thèse pour l'Ecole de Chartres intitulée : *Le Bureau des longitudes (1795–1854) : de Lalande à Le Verrier* (Feurtet, 2005). Contrairement à la majorité des historiens qui ont considéré le Bureau des longitudes comme un organisme de direction voir une « lorgnette » permettant d'apporter un éclairage sur l'évolution de l'Observatoire de Paris, Feurtet a étudié pour la première fois le Bureau en tant qu'institution scientifique dont la pensée et l'action lui sont propres, qui fut le vecteur

[7]Divers articles ont croisé l'histoire du Bureau des longitudes. Parmi ceux-ci citons : Débarbat, 2005 ; Fauque, 1991.

[8]Citons la série d'articles, déjà anciens, de Guillaume Bigourdan sur l'histoire du Bureau et qui contiennent des lettres aujourd'hui perdues : G. Bigourdan, 1929a, 1929b, 1930, 1931, 1932, 1933.

[9]« Indeed one suspects election to many posts in the Bureau as becoming little than a sinecure, although there was a revival of activity in the 1860s » (Crosland, 2002, p. 144).

[10]Voir : « Origines de la haine de M Le Verrier pour le Bureau des longitudes et de l'appui qu'il trouve auprès du Maréchal Vaillant » (Archives nationales de Paris, F/17/3719).

de certains des grands mouvements de la science parisienne, et qui se construisit « une identité au sein d'un tissu scientifique d'Ancien Régime préexistant» (Feurtet, 2005, p. 41). Il est vrai que, pendant sa tutelle de l'Observatoire de Paris entre 1795–1854, le Bureau des longitudes s'est approprié des savoirs et des techniques typiques de l'observatoire astronomique du 18e siècle : un savoir qui s'est notamment appuyé sur une culture de la précision et du quantitatif caractérisée par l'interaction entre instrumentation, méthodes de calcul et théories, ainsi que sur une tradition matérielle cognitive des mathématiques.[11] Mais le Bureau des longitudes s'affranchit ensuite des savoirs de l'observatoire : il est pourtant vrai qu'en se limitant à 1854, l'étude de Feurtet exclut de fait une période décisive pour étudier l'évolution du régime de fonctionnement du Bureau des longitudes en tant qu'institution scientifique indépendante. Par ailleurs, une étude du Bureau des longitudes devrait penser son histoire dans le contexte de la rivalité et de la compétition scientifique et technique internationales.

D'autres études ont croisé l'histoire du Bureau des longitudes : certaines ont reconstitué l'action d'un de ses grands membres (Boistel et alt., 2010; Feurtet, 2010; Dhombres et alt., 2012; Débarbat, 2010; Schiavon, 2010)[12] ou examiné l'institution en insistant sur son rôle de service technique gouvernemental (dans cette perspective d'études partielles autour du Bureau des longitudes : Lamy, 2007; Boistel, 2010a et 2010b; dans un autre registre voir aussi Galison, 2006). Il est vrai que, de la seconde moitié du dix-neuvième siècle à 1932 tout au moins, le Bureau des longitudes constitua un lieu d'expertise scientifique et technique pour l'État. Pour autant, ces études restent déconnectées et nous ne disposons pas encore en France d'une étude qui considère, sur la longue durée, l'action propre du Bureau en tant que petite académie spécialisée et en tant qu'un lieu collectif pour l'administration de la science française.

Nous disposons aujourd'hui de l'ensemble des procès-verbaux des séances du Bureau des longitudes, de 1795 à 1932 : ces archives rendent ainsi possible

[11] Les savoirs et les techniques de l'observatoire astronomique ont fait l'objet, entre 2003 et 2006, d'un projet ACI porté par David Aubin : `http://www.cnrs.fr/prg/PIR/programmes-termines/histsavoirs/colloque_mai2004.pdf` (pages 113–117); `http://astro-history.hautetfort.com/list/david_aubin_research_groups_aci_et_anr/DAVID-ACI-2005VersionDef.pdf`.

[12] Voir également : Martina Schiavon, « Henri Poincaré au Bureau des longitudes : un aperçu », conférence donnée lors du colloque *Vers une biographie de Poincaré*, Maison des sciences de l'Homme Lorraine, Nancy, le 5 janvier 2012; « Poincaré, membre du Bureau des longitudes, et la géodésie (1893–1912) », intervention dans le cadre de la *Journée de commémoration du centenaire de la disparition de Henri Poincaré (29 avril 1854 – 17 juillet 1912)*, organisée à l'Institut d'Astrophysique de Paris le 9 Juillet 2012 (`http://www.canal-u.tv/video/cerimes/poincare_membre_du_bureau_des_longitudes_et_la_geodesie_1893_1912.10019`).

une telle étude. Il s'agit d'un fonds de 22 000 manuscrits qui a fait l'objet d'un important travail de numérisation et de mise en ligne dans le cadre d'un projet BSN5 financé par le Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche français (voir sa description au paragraphe suivant).

Ces procès-verbaux sont les notes manuscrites (puis progressivement dactylographiées depuis le début du 20e siècle) des secrétaires successifs du Bureau des longitudes. Ils nous informent en particulier sur les questions débattues durant les séances, sur la correspondance reçue, sur l'élection des membres ainsi que sur les sujets à traiter dans les trois publications dont le Bureau a la charge : la *Connaissance des temps*, l'*Annuaire du Bureau des longitudes* qu'on a déjà cité, et, de 1877 à 1949, les *Annales du Bureau des longitudes*. Les procès-verbaux évoquent diverses recommandations ou questions adressées aux pouvoirs publics ou relatives à des études que les gouvernements successifs lui ont confiées. Ces manuscrits comportent également de nombreuses lettres inédites, des études scientifiques et techniques reçues et/ou rédigées par ses membres, des pré-études soumises à l'appréciation du Bureau avant leur éventuelle publication, ainsi que des études qui n'ont jamais été publiées. Ces documents permettent donc de suivre les activités et l'évolution du Bureau des longitudes au cours du siècle et demi écoulé depuis sa création et constituent une trame incontournable pour comprendre l'évolution institutionnelle de la science et de la technologie, entre professionnalisation et patronage, confrontation avec les pairs et relations personnelles.

En s'appuyant sur les procès-verbaux des séances, il est désormais possible d'étudier, sur la longue durée, la proposopographie des membres du Bureau ou cités dans ses procès-verbaux, la circulation d'instruments scientifiques ou encore l'évolution du statut des fabricants d'instruments de précision. Prenons par exemple le cas des fabricants d'instruments de précision : dans la période 1795–1854, il existe des différences spécifiques entre la France et, par exemple, la Grande-Bretagne ou l'Allemagne. La France n'associe pas les fabricants à son Académie des sciences et, par ailleurs, la Grande-Bretagne assimile ses artisans au sein de la Royal Society mais non au *Board of Longitude*. A l'académie des sciences de Munich, par exemple, les savants sont très partagés sur l'admission de Joseph von Fraunhofer (1787–1826), bien que cet opticien ait obtenu une grande reconnaissance scientifique internationale pour ses travaux (Jackson, 2000, Chapitre 5). Si la collaboration des artisans est généralement reconnue comme essentielle pour l'innovation et pour le développement des sciences et des techniques, des spécificités nationales existent (Schiavon, 2015, p. 71–75). Dans le cas de la France, par exemple, au 19e siècle une grande partie des fabricants d'instruments de précision se forme, tout comme les officiers et la majorité des scientifiques, à l'Ecole Polytechnique. Les procès-verbaux des séances du Bureau des longitudes attestent que cette formation joua un rôle essentiel dans l'admission des candidats dans son sein. En s'appuyant sur cette source, il sera donc possible d'étudier le travail des fabricants d'instruments de précision, une population qui demeure encore partiellement méconnue des historiens. De plus, puisque les procès-verbaux du Bureau des longitudes couvrent une longue période, ils ont l'avantage de permettre une étude de l'évolution du statut de l'artisan jusqu'à l'après Première Guerre mondiale, moment où, en France, on assiste au passage d'une production optique artisanale à une en série (Schiavon, 2014, deuxième partie).

Les procès-verbaux des séances du Bureau des longitudes permettront d'étudier l'ensemble des populations des membres ainsi que des auteurs cités, à savoir des auteurs de seconds rôles, en particulier d'officiers de la marine et de l'artillerie, ainsi que d'anonymes, et dont l'étude prosopographique a une grande portée heuristique.[13]

Citons à titre d'exemple le cas d'Hervé Faye : sa trajectoire de vie et de carrière a récemment été analysée à l'occasion du bicentenaire de sa mort lors d'un colloque organisé par le Centre François Viète de Nantes : *Hervé Faye (1814–1902) ou l'art de la rupture*.[14] Le Faye qui ressort de cette rencontre, n'est pas seulement l'astronome que l'on connaît déjà, mais aussi un géodésien, un mathématicien, un savant qui a eu un rôle de premier plan dans l'administration de la science et de la technologie françaises : tous ces aspects émergent de et par l'étude de l'investissement de Faye en tant que membre du Bureau des longitudes (Schiavon, 2014b ; Boistel, 2014 ;Le Lay, 2014 ; Aubin, 2014).

1.3 Numérisation et mise en ligne des procès-verbaux du Bureau des longitudes (1795–1932)

Aujourd'hui un site web permet le libre accès aux procès-verbaux des séances du Bureau des longitudes depuis sa création jusqu'en 1932.[15] Ce site est le

[13]Certaines études existent pour les officiers d'artillerie et pour les marins : Boistel, 2010a (ce livre retrace notamment le profil de l'amiral Ernest Mouchez) ; Boistel, 2010b ; Schiavon, 2014.

[14]Colloque organisé à l'Université de Nantes le 26 septembre 2012 dont les actes ont été publiés en 2014 par Guy Boistel, Stéphane Le Gars et Colette Le Lay dans le *Bulletin de la Sabix*, numéro 55, « Hervé Faye (1814–1902) ou l'Art de la Rupture ».

[15]Le site web : « Les procès-verbaux du Bureau des longitudes. Un patrimoine numérisé », accessible à l'adresse : `http://bdl.ahp-numerique.fr`, a été développé par les Archives Henri Poincaré. La mise en ligne des 22 000 documents a impliqué deux tâches principales : d'une part, la création et l'intégration des métadonnées descriptives de type Dublin-Core enrichies pour l'ensemble du corpus numérisés au sein du gestionnaire de contenu web OMEKA ; d'autre

Porte d'accès au Bureau des longitudes et salle des séances
(3e cour de l'Institut de France au 6, Quai de Conti – Paris) de 1875 à 2014.
© Bureau des longitudes

résultat d'une série de projets de recherche qui, débutés en 2012, ont progressivement permis la restauration, la numérisation et la mise en ligne des procès-verbaux des séances du Bureau des longitudes. Parallèlement, un projet d'étude historique sur le Bureau des longitudes dans la longue durée a été lancé.

Depuis novembre 2012, une pré-opération validée par le comité scientifique de la Maison des sciences de l'Homme Lorraine, *LongiNumEt*[16], a permis de structurer un réseau de chercheurs internationaux et d'organiser à Nancy, les 12 et 13 novembre 2013, deux Journées d'études internationales intitulées « Le Bureau des longitudes (1795–1930), contexte national et international ».[17]

---

part, l'intégration des transcriptions des procès-verbaux sur ce site web pour la période allant de 1795 à 1854 (7 000 feuillets environ). La transcription des procès-verbaux de la période 1855–1932 est actuellement en cours et demandera de financements ultérieurs pour être achevé : les chercheurs du réseau international ont ainsi déposé, en octobre 2015, une demande d'opération à l'Agence Nationale de la Recherche (ANR), qui a été validée en septembre 2016.

16 `http://www.msh-lorraine.fr/index.php?id=669` (consulté en mai 2016).

17 `http://poincare.univ-lorraine.fr/fr/manifestations/le-bureau-des-longitudes-1795-1930-contexte-national-et-international`; `http://www.msh-lorraine.fr/actualites/details/article/le-bureau-des-longitudes-1795-1930-contexte-national-et-international.html`;

Ces journées, financées par les Archives Henri Poincaré, la MSH-Lorraine et l'Université de Lorraine, ont permis aux chercheurs engagés de faire le point sur les résultats des recherches en cours et ont confirmé le haut intérêt d'une étude sur la longue durée du Bureau des longitudes. Un autre résultat de cette pré-opération est la réalisation d'un pré-inventaire des procès-verbaux des séances entre 1795 et 1932, grâce auquel, en novembre 2013, on a pu répondre avec succès à un appel BSN5 (Bibliothèque scientifique numérique) du ministère de l'Enseignement supérieur et de la Recherche pour la numérisation des procès-verbaux du Bureau des longitudes. Portée par le Bureau des longitudes, propriétaire du fonds et intéressé par la préservation de ses archives et par leur exploitation scientifique, ce projet a permis la numérisation intégrale des procès-verbaux des séances du Bureau des longitudes, depuis la création de cette institution par la loi du 7 messidor an III (25 juin 1795), jusqu'en 1932 – date permettant une libre communication des documents – et la création d'un site web dédié. Le projet de numérisation a été mené en coopération avec trois partenaires essentiels : d'une part, l'Observatoire de Paris, expert en numérisation de fonds astronomiques, qui a assuré la gestion du projet ainsi que le suivi des différentes étapes de la numérisation (restauration des documents, constitution d'un fichier de récolement enrichi, etc.). D'autre part, les Archives Henri-Poincaré (UMR 7117 Université de Lorraine / CNRS) qui a réalisé le site web dédié, le traitement informatique, la mise en ligne des procès-verbaux : actuellement, nous travaillons sur la valorisation du corpus scientifique. Enfin, la Maison des sciences de l'Homme Lorraine, unité de service et de recherche CNRS dont la mission est de soutenir les laboratoires dans la réalisation de leurs programmes de recherche et la diffusion de leurs résultats. Ce projet BSN5 s'est appuyé également sur une collaboration avec le portail des savoirs Paris-Sciences-Lettres ainsi que le TGIR Huma-Num (organisme au sein duquel sera mis en place un stockage pérenne des sources numérisées).[18]

Une opération de recherche intitulée « Les procès-verbaux du Bureau des longitudes, histoire et savoirs (BDL1795–1932) » a été validée scientifiquement par la Maison des Sciences de l'Homme Lorraine pour deux ans (2014–2015). Elle a notamment permis d'organiser une deuxième rencontre internationale, en novembre 2014. Les recherches ont ainsi été élargies d'une part aux techniques mises au point par les fabricants d'instruments et aux communautés d'ingénieurs membres du Bureau des longitudes (voir paragraphe précédent) ;

`http://blogs.rmg.co.uk/longitude/2013/11/16/continental-connections/` (consultés en mai 2016).

[18]Pour consulter en détail le rôle de ces partenaires ainsi que le personnel impliqué dans le cadre du projet BSN5 se reporter à cette adresse (consultée en mai 2016) : `http://bdl.ahp-numerique.fr/projet`.

d'autre part, une nouvelle perspective d'étude s'est imposée : elle examinera le rôle joué par le Bureau des longitudes dans les domaines de la glaciologie, de la météorologie et dans l'étude des variations du niveau de la mer, un volet de recherche capables d'intéresser les historiens de l'environnement. En effet, dès 1819, François Arago (1786–1853) membre prestigieux du Bureau des longitudes, publie dans l'*Annuaire du Bureau des longitudes* un long article traitant des glaces polaires et des diverses expéditions vers les pôles. Il relaye au sein du Bureau les résultats scientifiques de ses amis voyageurs, notamment ceux de William Scoresby (1789–1857), explorateur britannique de l'Arctique, et ceux d'Alexandre Von Humboldt (1769–1859) qui, suite à ses voyages d'exploration du continent sud-américain, met en relation ses mesures astronomiques, météorologiques et magnétiques et ses observations des plantes et des animaux endogènes. À partir de 1832, la « climatologie » s'impose comme un sujet de discussion régulier pour les membres du Bureau des longitudes. L'étude de ces discussions dans les procès-verbaux permet d'établir un état des lieux de l'évolution des connaissances et des débats sur le climat tout au long de la période étudiée. Ce travail historique sur le Bureau des longitudes et le climat ouvre ainsi des perspectives nouvelles pour l'histoire des sciences et des techniques et offre la possibilité d'étudier en détail l'histoire des grands voyages d'exploration et de porter une attention particulière à un nouveau type de science de terrain dans lequel se combinent expérience, équipement et voyage (Rémy, 2007, 2009, 2009a et 2017). Les observations de niveau de la mer commanditées par le Bureau des longitudes, croisées avec celles conservées au sein du Service hydrographique et océanographique de la Marine de Brest pour la gestion du littoral, offriront par ailleurs une source inédite pour contribuer à l'étude du changement climatique (sur ces questions : Schiavon & Rolett 2017).

2.1 Un exemple d'étude possible en s'appuyant sur les procès-verbaux du Bureau des longitudes : Henri Poincaré et la géodésie

Henri Poincaré (1854–1912) est considéré comme un des derniers mathématiciens à posséder une vision générale des mathématiques : spécialiste des mathématiques théoriques, ses contributions en tant que géomètre, physicien et philosophe ont été également mises en évidence.[19] Cette image classique peut se compléter par celle illustrée par Peter Galison : selon cet historien, alors

[19]Voir notamment : Collectif Ed., 2005 ; Bottazzini, 2002. Voir également les éditions de la correspondance d'Henri Poincaré (Nabonnand, 1998 ; Walter et alt. 2007 ; Walter et alt., 2017) ainsi que la biographie de : (Gray, 2013).

que Poincaré était constamment impliqué dans la mesure du temps (problème de la synchronisation notamment), il se situa au croisement de deux univers : « celui, technique, des cheminots, des électriciens et des astronomes, et celui philosophique et scientifique, du cercle de penseurs qu'il fréquentait» (Galison, 2006, p. 239). Pour souligner son propos, Galison affirme aussi que Poincaré considérait « le Bureau des longitudes, prestigieux sanctuaire de la science éclairée depuis la Révolution, comme le point de convergence de la technique et de la science» (Galison, 2006, p. 159). Le cercle de penseurs qu'il fréquentait a ainsi joué un rôle dans la construction de sa pensée. Cependant, probablement parce que Galison n'a pas consulté les séances du Bureau[20], on voit mal quel type d'échange pouvait exister entre Poincaré et « les cheminots, les électriciens et les astronomes » : les articles de la littérature secondaire ou les rapports rédigés au sein d'une commission spécifique (par exemple la *Commission de décimalisation du temps*) masquent les attitudes individuelles et, surtout, ne permettent pas de faire ressortir les arguments souvent conflictuels des acteurs. Ces documents sont en effet rédigés avec une procédure spécifique : masquer le désaccord et fabriquer le consensus. Il s'en suit une vision de la science qui se construit sans discussions et négociations entre les acteurs, ainsi qu'une vision d'avantage exceptionnel du scientifique qui ne dit que la « vérité » d'un phénomène. Dans le cas de Poincaré, à cela s'ajoute l'idée qu'il travailla en solitude. Sans mettre en doute les brillants résultats mathématiques de Poincaré, les procès-verbaux des séances permettent à l'historien de modifier cette représentation de « Poincaré génie solitaire » et, plus généralement, des savants et de la science du passé : l'étude de ces documents précise des modalités de co-construction d'un parcours scientifique de succès, grâce à la collaboration d'interlocuteurs qui disposaient d'une pratique de terrain (Rollet, 2017).

Les procès-verbaux permettent aujourd'hui à l'historien d'étudier le cheminement intellectuel de Poincaré au sein d'une communauté techno-scientifique sans faire recours à des événements postérieurs : comme on le verra au paragraphe suivant, l'admission de Poincaré au Bureau des longitudes de 1893 reposait sur d'autres arguments que sa contribution sur la décimalisation de l'heure et de la circonférence de 1897.[21] Avant de cela, il faut néanmoins

[20]Depuis la bibliographie on constate en effet que les documents d'archives consultés par Galison sont une partie des annexes des procès-verbaux conservés aux Archives nationales (ou les documents qui furent également imprimés pour l'Académie des sciences).

[21]« Seul un as de l'astronomie ayant un pied dans les sphères du génie civil et de l'administration pouvait défendre une réforme radicale des conventions chronométriques. La question bouillonna pendant près d'une décennie dans les milieux de la technologie française. Puis vint Henri Poincaré » (Galison, 2006, p. 194). Après avoir décrit les débats au sein de la conférence de Washington de 1884, qui s'est résolue par la fixation du méridien d'origine passant par Green-

Portrait de Henri Poincaré en 1890 par Eugène Pirou
© Pirou, Eugène, « Portrait de Henri Poincaré en 1890 par Eugène Pirou », *Henri Poincaré – du mathématicien au philosophe.*

préciser ce qu'est un « procès-verbal » du Bureau des longitudes. Destiné au ministre de tutelle du Bureau, ce manuscrit peut être synthétique et cacher parfois certaines intentions des membres. Par sa nature, le procès-verbal ne décrit donc pas, comme une correspondance peut le faire, le déroulement d'une pensée. De même, il peut contenir des expressions impersonnelles et collectives qui masquent parfois les positions et les attitudes individuelles des acteurs (par exemple : « le Bureau », « on », « un membre »). Cependant, ces silences et l'absence notable de certains membres à certaines époques, sont signifiants d'un point de vue de la reconstruction historique : pour l'historien, l'enjeu est de mobiliser d'autres sources d'archives qui deviennent évidentes à la lecture du procès-verbal (une affiliation institutionnelle, la citation d'un article et d'une revue, le renvoi à une discussion au sein de l'Académie des sciences ou de l'Observatoire de Paris, etc.), et qui permettent de dater et de reconstruire des échanges entre les acteurs parfois peu visibles ou implicites. Ces silences constituent ainsi un défi intéressant dans la recherche historique surtout parce que le procès-verbal nous guide dans la recherche d'une source

wich, par ces mots Galison nous laisse entendre que l'élection de Poincaré au Bureau des longitudes fut directement motivée par le désir des Français, après la perte sur le front du premier méridien, d'avoir leur revanche scientifique, technologique et politique avec la décimalisation de l'heure et de la circonférence (Poincaré, 1897). Ainsi, l'admission de Poincaré au Bureau serait en grand partie motivée par le désir qu'il milite pour cette décimalisation sensée laver l'affront du choix du méridien britannique.

complémentaire. Par ailleurs, le procès-verbal original[22] contient des ratures et des corrections, des ajouts et des notes insérées en marge, autant d'éléments qui peuvent indiquer l'existence d'un sujet de débat pour les membres. Enfin, un procès-verbal contient le résultat des votes pour ou contre un certain sujet discuté par les membres, ainsi que de nombreuses lettres et des études la plupart inédites.

En général, les procès-verbaux du Bureau des longitudes permettent la prise en compte de l'individu et de ses interactions avec les institutions scientifiques et technologiques nationales et internationales. Il précise et détaille la manière dont s'inscrit l'individuel dans le contexte, question qu'incite l'historien à l'exercice de l'esprit critique et de la réflexion épistémologique autour de sa discipline.[23]

2.2 Sur l'élection de Poincaré au Bureau des longitudes

L'activité de Poincaré au Bureau des longitudes démarre le 30 novembre 1892, alors qu'il est élu membre académicien à la place du mathématicien Pierre Ossian Bonnet (1819–1892)[24]. Pendant les années 1896 et 1897, Poincaré assume la fonction de secrétaire du Bureau des longitudes et, en 1899, 1909 et 1910, il en est son président.

L'importance que le Bureau des longitudes revêtait pour Poincaré dans la construction de sa carrière de scientifique, se comprend par l'assiduité de sa présence aux séances d'une cadence hebdomadaire. Par ailleurs, depuis son élection, Poincaré fut secrétaire de séance non seulement pendant les deux années de sa nomination à cette fonction, mais à plusieurs occasions, alors qu'il substitue de fait le secrétaire absent. Il ne s'agit pas là d'un détail sans importance, d'une part parce que, par sa fonction de secrétaire Poincaré a rédigé de sa main, entre le 15/02/1893 et le 30/03/1910, environ 165 manuscrits inédits ; d'autre part, parce qu'occuper la fonction de secrétaire signifie, à cette époque, non seulement lire la correspondance et y répondre, mais également posséder une certaine familiarité avec les questions discutées, y compris celles

[22]Nous ne disposons que des copies des procès-verbaux que pour la période 1854–1876.

[23]Ainsi que l'a affirmé Jacques Revel dans son introduction au livre de Giovanni Levi, l'étude des choix des acteurs individuels dans une institution rend possible l'appréhension du social dans une perspective différente : l'individu permet de saisir les « structures invisibles » qui le lient à son temps (Levi, 1989).

[24]Avec Jean-Claude Bouquet et Gaston Darboux, Ossian avait composé le jury de thèse de Poincaré qui portait « Sur les propriétés des fonctions définies par les équations aux différences partielles ». Cette thèse fut discutée à la Faculté des sciences de Paris le 1er août 1879 : `http://poincare.univ-lorraine.fr/fr/elements-de-chronologie-dhenri-poincare` (consulté en mai 2016).

techniques, afin de les résumer correctement au ministre. L'étude des procès-verbaux permet donc de mieux comprendre comment ce mathématicien a pu se familiariser avec des questions d'astronomie, de mécanique céleste (voir ainsi l'étude des spectres des comètes, des mouvements propres des étoiles du système solaire, de la composition du Soleil, du problème d'Arago ou de la détermination de la hauteur d'un ballon, etc.), de physique (l'étude la propagation de l'électricité[25], du fonctionnement d'un tube Geissler, etc.) et aussi d'autres sujets, comme l'étude du mouvement d'un pendule[26], dont Poincaré connaît le mouvement théorique mais qui est présenté par les membres du Bureau dans une démarche expérimentale. Les procès-verbaux permettent enfin de documenter les échanges qu'il a entretenus avec les membres du Bureau : le Poincaré des procès-verbaux se confronte avec une communauté, avec qui il a partagé, discuté, corrigé et validé ses recherches personnelles. La discussion, sous forme d'échange d'informations, de débats ou de l'harmonisation des points de vue d'ordre scientifique et administratif, est beaucoup plus aisée au sein du Bureau qu'à l'Académie des sciences. Ici, en règle générale, les réunions sont beaucoup moins propices au développement et à la discussion des projets et d'idées communs (Feurtet, 2005, p. 50–55).

Nous n'avons pas encore pu établir quelle était la procédure d'élection des membres académiciens au sein du Bureau en 1893. Les procès-verbaux citent des « lettres » de candidature[27] qui ne sont pas pourtant conservées dans le fonds numérisé. Cependant, la procédure semble avoir été en général beaucoup plus souple et expéditive qu'une élection à l'Académie des sciences par exemple. Lors de la séance du 30 novembre 1892, Henri Poincaré est élu, avec 9 voix sur 10, comme membre académicien titulaire au Bureau des longitudes.

[25]Avec d'autres membres du Bureau des longitudes (et notamment Gabriel Lippmann et Alfred Cornu), Poincaré est directeur d'édition de la revue hebdomadaire *L'éclairage électrique*, publiée entre 1894 et 1910.

[26]L'intérêt pour l'étude de la marche d'un pendule remonterait à la jeunesse de Poincaré : ainsi, dans une lettre à sa mère de mai 1874, il reporte qu'il a étudié le mouvement théorique d'un pendule elliptique dont ses camarades de l'Ecole polytechnique ont réalisé l'expérience (je remercie Laurent Rollet pour m'avoir communiqué ce document qui a été publié dans son ouvrage : Rollet, 2017). Cependant, le pendule dont il est question dans les procès-verbaux et qu'on utilise en géodésie, ne sert proprement pas à mettre en évidence le mouvement de rotation de la Terre. Ce sujet occupera Poincaré quand il s'agira d'installer un pendule de Foucault au Panthéon (voir sur la question le chapitre « La polémique sur la rotation de la Terre » in : Ginoux et Gérini, 2012). Dans le cas de la géodésie, le pendule sert notamment à montrer les attractions des couches internes de la Terre, ainsi qu'on l'explique au paragraphe « Sur la géodésie autour de 1892 ».

[27]Voir la note insérée dans le procès-verbal de novembre 1892 : `http://bdl.ahp-numerique.fr/files/original/02c564739169a68e8c04c3f851e03407.jpg` (consulté en mai 1026). Par ailleurs, nous n'avons pas connaissance d'autres archives conservant ces lettres de candidature.

Son concurrent est Paul Appell[28] : ce n'est pas la première fois qu'on voit ces deux mathématiciens, qui sont de bons amis dans la vie[29], se confronter sur le plan professionnel. En 1889, Poincaré avait été lauréat du Grand Prix du roi de Suède pour sa contribution au problème des trois corps (mécanique céleste) alors qu'Appell avait été classé second. Par rapport à son collègue, Poincaré possède une meilleure visibilité sur la scène internationale, sans compter que son élection à l'Académie des sciences, dans sa section de géométrie, remonte à 1887, alors que celle d'Appell est toute récente (7/11/1892). Ajoutons à ceci que, si on considère l'importance de l'étude des applications scientifiques pour le Bureau des longitudes, la formation polytechnicienne de Poincaré était sans doute préférée qu'une normalienne. Le procès-verbal précise que les deux candidats sont présentés par François-Félix Tisserand (1845–1896), l'astronome et mécanicien céleste qui a fondé, avec Bigourdan, Octave Callandreau (1852–1904), et Rodolphe Radau (1835–1911) le *Bulletin astronomique* en 1884.[30] Entre 1884, date de création du *Bulletin*, et 1891, les Henri Poincaré Papers recensent 9 articles de Poincaré.[31] En feuilletant la revue, on trouve qu'il a également présenté son ouvrage *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, paru en 1892 (chez Gauthier-Villars et fils), ainsi qu'un article « Sur l'application de la méthode de M. Lindstedt au problème des trois corps ». Le procès-verbal nous adresse aussi chez Tisserand pour mieux comprendre les coulisses de cette élection : une note rédigée par cet astronome le 2 novembre 1892 (et conservée parmi les Poincaré's Papers) explique les raisons pour soutenir une candidature de Poincaré au Bureau des longitudes. Il fallait combler le manque d'un géomètre capable d'appliquer les théories mathématiques au développement de l'astronomie, explique Tisserand, et il ajoute : « nous lui présenterons bon nombre de questions à résoudre ».[32] Ainsi, le fait que Tisserand soutient Poincaré au Bureau et que Poincaré a publié dans le *Bulletin astronomique* avant

[28] Appell sera élu membre académicien en 1917.

[29] L'amitié de Poincaré avec Appell remonte à l'époque où ils fréquentaient le lycée à Nancy (sur la question voir : Rollet, 2017).

[30] Cette revue, qui absorbe partiellement le *Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques* (1870–1884), est publiée sous les auspices de l'Observatoire de Paris et est accessible en ligne sur Gallica (`http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/cb34383098c/date`, consulté en mars 2016).

[31] Deux articles en 1884, trois en 1885, deux en 1886, un en 1889 et un en 1891 (voir la liste complète à l'adresse : `http://henripoincarepapers.univ-lorraine.fr/bibliohp/index.php?a=on&yr=&yrEnd=1892&art=&bk=&jo=Bulletin+astronomique&myrl=&url=&pg=&pgend=&pb=&ln=Poincar%C3%A9&fn=Henri&el=&e2=&a2=&censor=&bibkey=&action=Chercher` (consulté en mai 2016).

[32] Voir la correspondance édité en ligne consultable dans les Henri Poincaré Papers à l'adresse : `http://henripoincarepapers.univ-lorraine.fr/chp/text/tisserand-rpt-poincare-1892-11-04.html` (consulté en mai 2016).

1893, font penser que Poincaré a en quelque sorte préparé son entrée au Bureau des longitudes. Ce que ne veut pas dire, comme on le verra, que la mécanique céleste constitue le seul argument capable de justifier l'intérêt porté par les membres du Bureau des longitudes vis-à-vis de Poincaré.

Reste toutefois à expliquer quel avantage pouvait trouver Poincaré pour sa carrière scientifique avec son admission dans cette assemblée. Les procès-verbaux postérieurs à 1893 permettent d'émettre l'hypothèse que Poincaré se soit progressivement familiarisé aux questions d'astronomie *pratique*. En effet, Poincaré prend une partie active aux discussions et ses interventions sont souvent complétées ou corrigées par les membres du Bureau : ainsi, Tisserand le reprend de cette manière : « Tisserand rappelle qu'en astronomie…[33] ». D'autres fois, les membres lui donnent les limites de ses spéculations théoriques : prenons à titre d'exemple, le procès-verbal du 9 mai 1894. A cette séance Poincaré fait une communication sur la théorie des marées à longue période. Celle-ci suscite l'intervention de Bouquet de la Grye et du contre-amiral Georges Ernest Fleuriais (1840–1895) qui lui demande de tenir compte des variations de la densité de l'eau de mer dans sa comparaison entre la théorie et les observations. Fleuriais l'informe que cette comparaison ne devrait se faire qu'au large des côtes, et qu'un appareil a été récemment imaginé à ce propos par l'ingénieur hydrographe Louis Favé (1853–1922).[34]

Sans rentrer dans le détail de la question scientifique, cet exemple montre qu'il existe une interaction entre Poincaré et les membres du Bureau : les procès-verbaux permettent ainsi de préciser la nature de l'engagement scientifique de Poincaré au sein du Bureau, voire de la co-construire presque semaine par semaine depuis 1893.

2.3 Sur la géodésie autour de 1892

Un élément décisif qu'émerge à la lecture des procès-verbaux du Bureau des longitudes est la forte orientation de celui-ci vers les questions d'astronomie « de terrain » ou géodésie. Ainsi, il est possible que les membres du Bureau des longitudes considèrent Poincaré capable de répondre à un enjeu alors crucial : celui de concilier les spéculations théoriques sur la structure interne de la Terre et les observations pratiques de la géodésie dynamique. Ces questions ne sont

[33] « Bureau des Longitudes – Séance du 3 mai 1893 », Les procès-verbaux du Bureau des longitudes, consulté le 3 mai 2016, `http://purl.oclc.org/net/bdl/files/show/9913`.

[34] « Bureau des Longitudes – Séance du 9 mai 1894 », *Les procès-verbaux du Bureau des longitudes*, consulté le 17 mai 2016, `http://purl.oclc.org/net/bdl/items/show/4639`.

Sur Favé voir : Schiavon, 2014 (chapitre 8).

pas éloignées de la mécanique céleste : pour mieux comprendre ces liens, il est nécessaire de revenir à ce que signifie, vers 1892, pratiquer la géodésie.

Ce mot (du Grec « je divise la Terre ») indique la discipline qu'étudie la forme et les dimensions de la Terre. Contrairement à l'idée qu'on peut avoir aujourd'hui de la géodésie, une discipline hautement spécialisée, essentiellement théorique et mathématique, en cette fin du 19e siècle elle se fait surtout sur le terrain. Elle est par ailleurs indispensable pour confectionner des cartes précises d'un territoire dont la surface dépasse 100 km^2 et dans lesquelles on doit ainsi prendre en compte de la courbure de la Terre. Son action ne peut donc pas se limiter aux frontières d'un pays et ses opérations, les mesures d'un arc de méridien ou d'un arc de parallèle terrestre sont considérées comme nécessaires pour réaliser une cartographie précise d'un Etat ou de l'Europe. A partir de la seconde moitié du 19e siècle, la géodésie n'est donc plus l'apanage exclusif des « astronomes[35] » (comme au 18e siècle), mais elle pratiquée, en France, par des ingénieurs géographes du Dépôt de la Guerre, des ingénieurs hydrographes du Service hydrographique de la Marine ou des géodésiens du Service géographique de l'armée. Ce sont eux qui transfèrent des savoirs issus de l'observatoire astronomique sur le terrain : des instruments, dont le cercle réitératif, des méthodes d'analyse des erreurs, des techniques de contrôle des observateurs ou de détermination de l'heure, etc. Ceci n'est pas tout. Le géodésien est tenu de connaître et d'appliquer les méthodes astronomiques de détermination des latitudes, des longitudes et des azimuts, afin de pouvoir placer et orienter sur la surface de la Terre le réseau de triangles dont il calculera les éléments ; il doit être familiarisé avec les observations météorologiques et apprendre à distinguer la nature des roches qui forment la croûte terrestre ; il connaît enfin les divers systèmes de projection adoptés pour la confection des cartes géographiques, etc. En tant que discipline, la géodésie a donc évolué : au 19e siècle, elle embrasse les sciences géophysiques et la connaissance du sous-sol. Ses acteurs sont des officiers militaires, de véritables collaborateurs des scientifiques et des savants eux-mêmes car ils peuplent la section de géographie et navigation de l'Académie des sciences.

Sur le terrain, on peut faire une distinction, selon les méthodes et les instruments utilisées, entre deux types de géodésie : la première, dite *géométrique,* est pratiquée en France jusqu'à la fin du 19e siècle. Il s'agit par exemple de mesurer la longueur d'un arc de méridien terrestre (sous-tendant un angle d'un degré) près du pôle et près de l'équateur afin de définir la figure géométrique de la Terre (un ellipsoïde de rotation) et surtout de donner la valeur de son

[35] Le mot est entre guillemets parce qu'il s'agit de Laplace, Clairaut, Méchain, Delambre,... donc il s'agit autant d'astronomes que de mathématiciens.

aplatissement : $f = (a - b)/a$, où a et b sont, respectivement, les demi-axes majeur et mineur de l'ellipsoïde. La géodésie *dynamique,* constitue la seconde manière de pratiquer cette discipline, et s'appuie principalement sur un instrument, le pendule, afin d'estimer la variation de la pesanteur, en intensité et en direction, et déterminer le « géoïde ». A la fin du 19e siècle, le géoïde se définit de manière peu rigoureuse comme « la figure vraie et irrégulière » de la Terre.[36] Couramment pratiquée à l'étranger, notamment en Grande-Bretagne et en Allemagne (Prusse)[37], la géodésie dynamique ne l'est que rarement en France en 1893. En effet, puisque les données de terrain ne s'accordent ni avec les prévisions théoriques, ni avec la valeur d'aplatissement, les Français préfèrent la géodésie géométrique.[38] Cette dernière sert aussi d'appui à la cartographie car elle permet d'établir une triangulation de « premier ordre » du territoire : cela veut dire qu'un arc de méridien (ou de parallèle) est recouvert d'abord par une série de triangles dont les côtés et les angles sont connus avec la plus grande précision possible (triangulation de premier ordre). Ensuite, sur cette triangulation qui s'étende sur la longueur d'un arc de méridien, on appuie des triangles plus grands, jusqu'à recouvrir tout le territoire (triangulation de deuxième, troisième ordre) : déterminées avec une moindre précision (et des instruments moins coûteux comme le théodolite), les triangulations successives à la première permettent le dessin d'une carte du territoire. C'est ce qui explique pourquoi, en 1900, Poincaré affirme à la Société astronomique de

[36]Rappelons qu'aujourd'hui le géoïde est plutôt défini comme la surface équipotentielle du champ de gravité.

[37]Citons notamment les travaux du révérend John Henri Pratt, (Sir) George Biddell Airy, ou encore le capitaine Henri Kater (1777–1835) et le Major Thomas Colby (qui réalisèrent des observations pendulaires pour le *Board of Longitude*; Schiavon, 2014a, p. 218–219).

Voir aussi les travaux de Carl Friedrich Gauss et Friedrich Wilhelm Bessel (Schiavon, 2014, chapitre 1).

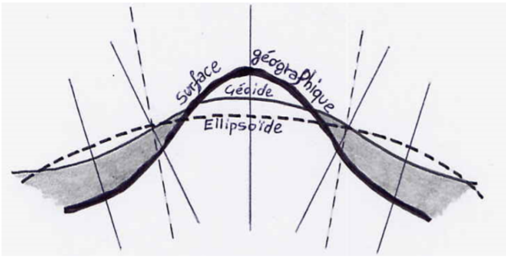
[38]Pour résumer la question rappelons qu'en 1743, le mathématicien Alexis-Claude Clairaut (1713–1765) a trouvé que, sous l'hypothèse que la Terre soit une masse homogène en rotation lente, deux valeurs de la gravité en deux points à latitude différentes suffisent pour déterminer son aplatissement. A partir de ce moment, il y a donc deux manières indépendantes pour calculer l'aplatissement de la Terre : les mesures de longueur d'un arc de méridien et les mesures de gravité. Cependant, cette deuxième méthode, comme on l'a dit, ne connut pas un réel succès en France : en 1825, Pierre-Simon de Laplace (1749–1827) trouvait un désaccord entre l'aplatissement obtenu par des mesures pendulaires et celui obtenu avec de longueurs d'un arc. Bien qu'il réduise ensuite ce désaccord, les savants français préférèrent améliorer les opérations géodésiques de mesure d'une longueur d'arc : pour eux, ce sont ces dernières à donner un aplatissement réel, alors que les observations pendulaires ne donneraient que la valeur de l'aplatissement dans l'hypothèse hydrostatique. En d'autres termes, s'il y avait un accord entre géodésie dynamique et géométrique, la Terre vérifierait bien la condition d'être à l'équilibre hydrostatique. On voit ici comment les données de la géodésie permettent des spéculations sur la structure interne de la Terre (sur la question : Deparis et Degros, 2000).

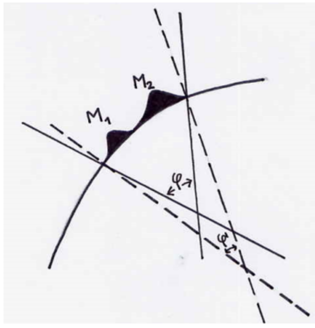
France : « Sans géodésie, pas de bonne carte ; sans bonne carte, pas de grands travaux publics » (Poincaré, 1900). Il faut noter que Poincaré met en évidence, en géodésie, ses implications dans les travaux publics : la prise en compte de l'aspect physique du territoire est une caractéristique du nivellement, nécessaire en géodésie dynamique.[39] Il s'agit alors de réaliser un réseau de repères altimétriques qui seront utiles pour le développement d'un réseau de voies de communications (routes et, à partie de la deuxième moitié du 19e siècle, du chemin de fer), et aussi pour établir en avance le tir d'artillerie. L'étude combinée des mesures pendulaires et de l'aspect physique du territoire permet enfin au savant de spéculer sur la structure interne de la Terre. Cependant, des difficultés se manifestent à l'époque entre la spéculation théorique et les observations géodésiques de terrain : on parle ainsi d'*anomalie* entre la valeur de l'intensité de la pesanteur et de la verticale du lieu. Le pendule permet d'estimer la valeur de cette anomalie[40] qui met en relation la figure géométrique de la Terre (ellipsoïde) et celle « réelle » de la Terre (géoïde) : dans la pratique, on mesure une déviation (ou angle) entre la verticale *normale* à l'ellipsoïde et celle *effective* au géoïde.[41] Cette anomalie est particulièrement redoutable d'une part pour le géodésien car une mauvaise définition de la verticale signifie introduire une erreur importante dans le calcul de la longueur d'un arc de méridien ; d'autre part, l'astronome ne pourra pas installer un instrument d'observation astronomique dans un lieu où existent des anomalies dans l'établissement de la verticale.

[39] Ainsi, la carte de France au 80.000e, dite aussi de l'Etat-major, ne met pas en évidence l'aspect physique du territoire (elle ne comporte que des hachures). Le Bureau des longitudes s'investit ainsi pour la réfaction de cette carte afin d'y mettre en évidence, comme précisé dans le texte, un nivellement de précision qui sert aussi bien à la science (géodésie dynamique) qu'à l'armée (calcul du tir d'artillerie). Sur la question : Schiavon, 2014.

[40] La verticale peut aussi se déterminer avec un fil-à-plomb. On rappelle qu'entre la période d'oscillation du pendule T, la longueur L du pendule, et l'accélération de gravité g, il existe la relation : $T \sim (L/g)\,1/2$. Si T est fixé, alors : $g = CL$, avec $C =$ constant. Sous la condition de T fixe, on peut ainsi déterminer g.

[41] Ainsi, en 1855, Pratt, à côté de l'Himalaya, s'attend une déviation du fil-à-plomb de 28″ mais il n'en mesure que 4″. Il imagine ainsi qu'il existe des différences de densité dans la croûte terrestres, des masses volumiques plus faibles sous les montagnes et des masses volumiques plus grandes sous les terres basses (Giovanni Virginio Schiaparelli, « Sulle anomalie della gravità – discorso letto alla Società italiana di scienze naturali di Milanoil 1 marzo 1896 », Archives de l'Observatoire de Brera, 190.1543 F, p. 9–10). De même, vers 1840, Airy pense que la surface extérieure de la terre repose en profondeur sur une mer de lave fluide plus dense et que les montagnes ont des racines sous la surface qui sont beaucoup plus grandes que leur expression de surface, comme un iceberg qui flotterait sur l'eau et dont la plus grande partie resterait sous l'eau. Sous ces conditions, Airy obtient une valeur de l'aplatissement de 1/299 (pour une étude plus approfondie des relations entre la géodésie et la structure interne de la terre voir : Deparis et Legros, 2000).





A gauche, relations entre la surface géographique, le géoïde et l'ellipsoïde (noter les différentes définitions de la verticale par rapport à chaque surface). A droite, influence de la verticale sur la longueur d'un arc de méridien. Dessins de l'auteure.

Pour les membres du Bureau des longitudes, il est donc urgent de définir d'une manière théorique les variables géodésiques, et notamment la notion de verticale d'un lieu, afin de les comparer avec les données de terrain (et réaliser éventuellement les corrections nécessaires). Par ailleurs, vers la fin du 19e siècle, les instruments sont suffisamment perfectionnés pour mesurer avec une bonne précision la déviation de la verticale.[42] L'écart entre estimation théorique et observation permet ainsi d'émettre des hypothèses sur la structure interne de la Terre : mais il ne s'agit pas d'une démonstration rigoureuse. Dans un souci de rationaliser les observations, les membres du Bureau des longitudes souhaitent concilier les données de géodésie géométrique avec celles de dynamique.[43] Dans la pratique, il s'agit ainsi de déterminer une surface de

[42]Prenons un exemple donné par l'astronome italien Giovanni Virginio Schiaparelli dans son cours de géodésie : placé à la moitié d'un côté de la pyramide de Kheops le fil-à-plomb produit une déviation de 0,7″ ; on peut ainsi estimer à 7″ la déviation obtenue dans le voisinage d'une montagne de la même densité et avec une hauteur de 1500m (Giovanni Virginio Schiaparelli, « Sulle anomalie della gravità – discorso letto alla Società italiana di scienze naturali di Milanoil 1 marzo 1896 », Archives de l'Observatoire de Brera, 190.1543 F, p. 9–10).

[43]Entre la valeur de l'aplatissement et la structure de la Terre il existe de relations (voir aussi la note n. 38) : Alexis Clairaut avait trouvé que l'aplatissement de la surface d'une planète en équilibre ne dépend pas seulement de la vitesse de rotation mais également de la répartition interne des densités. Il avait aussi montré que la connaissance de la valeur de la pesanteur (mesurée à l'aide de l'oscillation d'un pendule) en deux points de latitudes différentes suffisait pour déterminer l'aplatissement du globe dans l'hypothèse de l'équilibre hydrostatique. Cependant, le problème est que les mesures géodésiques et de pesanteur aboutissent à des valeurs de l'aplatissement qui ne concordent pas : cet incompatibilité, comme on l'a dit, met en défaut la théorie de Clairaut et indique que la Terre ne serait pas à l'équilibre hydrostatique. Laplace, qui se servit de nouvelles mesures d'arcs de méridien et de pesanteur pour calculer l'aplatissement, n'obtint

référence, ellipsoïde, et de positionner le géoïde par rapport à cette surface. Or, il se trouve que la géodésie constitue un domaine idéal pour concilier les prétentions des scientifiques, des militaires et des techniciens. Ses données, ses méthodes, ses instruments, permettent de tester les spéculations en mécanique céleste, physique du globe, astronomie, géologie, optique et métrologie, et d'étudier la transmission lointaine des signaux horaires. La géodésie a permis aussi de redonner de la vitalité au Bureau des longitudes et d'affirmer son rôle parmi les sociétés savantes existantes (de plus que l'Observatoire de Paris, le Bureau international des poids et mesures (1875), le Bureau central météorologique (1878), le Service géographique de l'armée (1887), etc.). C'est grâce à Hervé Faye, membre très influent, que le Bureau des longitudes acquiert un nouvel élan : en 1870, Faye a fortement appuyé le capitaine François Perrier qui projetait de prolonger l'arc de méridien passant pour la France jusqu'en Algérie. A cette opération qui visait à rattacher à la France sa première colonie en territoire africain, les membres du Bureau greffèrent une autre opération scientifique demandée avec insistance à l'étranger : la correction de la chaîne méridienne qui traversait la France. Le but : y appuyer une carte géographique précise du pays qui était nécessaire pour le développement des travaux publics. A ce propos, un accord avec le Ministère des Travaux publics permit la création du Service de nivellement de France.[44] Appelé le « restaurateur » de la géodésie française, François Perrier avait été l'homme du compromis : il avait su adapter des instruments et des méthodes de l'observatoire astronomique aux pratiques de terrain, établir un réseau filaire pour la transmission de l'heure, renouveler les instruments et les méthodes de mesure angulaire sur le terrain,

toujours pas de valeur cohérente et conclut que la figure de la Terre n'avait pas la forme régulière d'un ellipsoïde. La situation se renverse néanmoins au début du 19e siècle, car les corrections apportées aux mesures d'arc débusquent l'existence de nouvelles erreurs. En 1825, Laplace trouva ainsi, à partir des mesures géodésiques, un aplatissement de 1/308 et, à partir des mesures pendulaires, un aplatissement de 1/310 : comme l'a montré Laplace, la surface ellipsoïdale de référence et le géoïde possèdent donc des aplatissements semblables mais ils ne coïncident pas exactement. En effet, la Terre n'est pas homogène et les masses superficielles et les hétérogénéités de masses internes perturbent la direction de la pesanteur qui s'écarte de la normale à l'ellipsoïde. Le géoïde présente ainsi des ondulations par rapport à la surface de référence dont on cherche à connaître l'ordre de grandeur. Pour plus de détails sur la question voir : Deparis et Legros, 2000.

[44] La Commission des Travaux Publics avait comme objectif de réaliser un nivellement de précision de la totalité du territoire français. Perrier et ses officiers ne réalisèrent pas la totalité de ces opérations de nivellement : en 1884, donc à peu près à moitié des opérations de la méridienne de France, les ministères de la Guerre et des Travaux Publics constituèrent un Service du nivellement général de la France, composé d'officiers spécialement dédiés au nivellement, et qui fut placé sous la direction de Jean Pierre Charles Lallemand (1857–1938), ingénieurs en chef des Mines et ami de Perrier (Schiavon, 2014).

concilier les prétentions des savants astronomes et des officiers militaires et provoquer ainsi l'association de la France, en 1873, à la prestigieuse *Mittel Europäische Gradmessung*.[45] Le Bureau des longitudes entrait avec honneur sur la scène internationale et venait de trouver, dans les officiers géodésiens du Dépôt de la Guerre (transformé dans un Service géographique de l'armée en 1887), des précieux alliés pour la réalisation des opérations géodésiques de terrain (et ceci non pas sans susciter la jalousie des ingénieurs hydrographes et des marins au sein du Bureau[46]).

Ces considérations argumentent bien l'intérêt des membres du Bureau des longitudes vis-à-vis de la géodésie. De plus, elles offrent un bel exemple d'une discipline qui constitua un terrain de collaboration entre scientifiques et officiers : ainsi, on voit que ces derniers, tout comme les marins, ne furent pas, à cette époque, des simples « exécutants des tâches scientifiques » mais des vrais collaborateurs des savants.[47] Les procès-verbaux du Bureau des longitudes constituent de ce fait une source archivistique d'une rareté exceptionnelle car elle nous permet d'argumenter une vision de « la science » qui se construit par un travail conjoint de communautés diverses et avec des acteurs dont le rôle est trop souvent considéré comme secondaire en histoire des sciences. Au sein du Bureau des longitudes, ce cénacle plus intime que l'Académie des sciences, on peut voir comment furent débattus et harmonisés divers points de vue d'ordre scientifique, militaire, technique, politique ou administratif.

2.4 Questions de géodésie discutées au Bureau des longitudes

Entre 1892 et 1900, les membres du Bureau des longitudes se proposent de réaliser une nouvelle mesure d'un arc de méridien en Amérique du Sud.[48] A la fin du 19e siècle, on lit dans les procès-verbaux des séances qu'il s'agit d'achever

[45] La *Mittel Europaïsche Gradmessung* deviendra successivement l'Association géodésique internationale (voir : Levallois, 1988; Schiavon, 2014, chapitres 1 et 2).

[46] Voir par exemple le cas de l'ingénieur hydrographe Anatole Bouquet de la Grye et de l'amiral Ernest Mouchez.

[47] Sur les acteurs militaires regardés comme de simples « exécutants matériels » de consignes scientifiques, certainement expérimentés en matière de questions techniques, mais pas comme de vrais collaborateurs des savants voir par exemple : Pyenson, 1993 et 1996. L'intérêt de cet historien reste centré sur les sciences et sur les scientifiques, si bien qu'on ne voit pas quelles étaient les valeurs de la précision pour les officiers.

Pour le profil d'un officier militaire étudié en tant que collaborateur des savants voir : Schiavon, 2010; Schiavon, 2014.

[48] Entre 1735–1737, les académiciens Louis Goudin, Pierre Bouguer et Charles Marie de la Condamine avaient été envoyé en Amérique du Sud afin de réaliser une mesure d'un arc de

l'observatoire de Quito « en sorte que la France le prenne en charge » et d'établir une « station astronomique » sur les îles Galápagos – ou plutôt une base de ravitaillement en charbon pour les navires français en transit.[49] On lit ainsi dans les procès-verbaux : « le Ministre verrait avec plaisir une succursale du Bureau des longitudes à Quito ».[50] Depuis 1893, les membres du Bureau des longitudes entament des pourparlers avec Antonio Flores Jijón, ancien président de l'Equateur qui s'est établi en France après la fin de son mandat en 1892 (Schiavon, 2014, p. 134). Le gouvernement français hésite pourtant à débloquer des crédits. Il faut aussi ajouter que si le projet de réaliser cette mission rencontre l'accord des membres du Bureau d'un point de vue scientifique, ce n'est pas le cas pour l'organisation des opérations de terrain et encore moins pour les hommes qui se rendront à Quito. En s'appuyant sur le succès des opérations conduites en France et Algérie, Faye propose de désigner les officiers du Service géographique. Mais cela suscite l'opposition de l'autre corps d'ingénieurs hydrographes spécialisé dans ces opérations. Ainsi, Anatole Bouquet de la Grye, s'oppose fermement à Faye et propose de mesurer un arc de méridien à proximité de l'équateur terrestre au Congo plutôt qu'en Amérique du Sud, ou encore d'envoyer des ingénieurs de l'École des Ponts et Chaussées.[51]

Pour former le personnel envoyé sur le terrain, le Bureau des longitudes possède, depuis 1877, une «école d'astronomie » situé dans le Parc Montsouris à Paris (Boistel, 2010a). Pour la mission à l'équateur, il s'agit de plus de réaliser sur le terrain des mesures pendulaires, dont la procédure est discutée pendant les séances du Bureau. Le physicien Alfred Cornu, par exemple, étudie la marche du pendule astronomique en fonction de la dilatation du fer, ainsi que les applications de l'électricité pour étudier les mouvements pendulaires ; l'astronome Jules Janssen analyse la marche du pendule lorsqu'il opère en hauteur, sur une montagne. Quant à Faye, il est convaincu que les mesures pendulaires constituent le complément nécessaire pour étudier la structure interne de la Terre et découvrir la constitution de ses couches géologiques internes (Schiavon, 2014b). Faye demande ainsi de disposer de nouvelles données pour vérifier ses spéculations théoriques. Enfin, les officiers géodésiens du Service géo-

méridien. Sur cette expédition voir : Taton, 1988 ; Lafuente et Péset, 1984 ; Lafuente et Delgado, 1984a ; Lafuente et Mazuecos, 1897 ; Lafuente, 1988.

[49]« Bureau des Longitudes – Séance du 26 avril 1893 », *Les procès-verbaux du Bureau des longitudes* , consulté le 3 mai 2016, `http://purl.oclc.org/net/bdl/items/show/4574`. Sur la question des îles Galápagos, voir notamment : Pyenson, 1993.

[50]« Bureau des Longitudes – Séance du 26 avril 1893 », *Les procès-verbaux du Bureau des longitudes* , consulté le 3 mai 2016, `http://purl.oclc.org/net/bdl/items/show/4574`.

[51]Entre Bouquet de la Grye et les officiers géodésiens du Service géographique le désaccord est aussi ravivé par un conflit au sujet de la priorité dans l'invention du cercle réitératif. Sur la question voir : Schiavon, 2014, chapitre 2.

graphique de l'armée sont très intéressés par l'amélioration de la méthode de transmission des signaux horaires : lors d'une détermination de la différence de longitude entre deux stations, l'officier Gilbert Defforges (1852–1915) a mis au point un pendule que le commandant Robert Emile Bourgeois (1857–1945) a ensuite utilisé à Alger pour s'assurer que la région de Sahel, dans laquelle se situe l'observatoire astronomique, est indépendante de toutes les anomalies que peuvent causer les attractions topographiques. Bourgeois, qui n'est pas encore membre du Bureau des longitudes, est ainsi invité à reporter ses résultats que Poincaré présente aussi à l'Académie des sciences (Bourgeois, 1907).

En tant que secrétaire du Bureau des longitudes, c'est encore Poincaré qu'invite en 1895 le physicien Charles Edouard Guillaume (1861–1938), du Bureau international des poids de mesures, à présenter ses découvertes sur l'invar, un alliage dont la propriété principale est la très faible dilatation. Suite à cette présentation, les membres du Bureau font commander un appareil fabriqué en invar qui sera expérimenté sur le terrain en 1901 par les officiers du Service géographique de l'armée lors de la mesure d'un arc de méridien en Amérique du Sud (Schiavon, 2015, Chapitre 2).

Pendant ces années, les membres débattent aussi sur les propriétés d'un pendule construit par l'officier autrichien Robert von Sterneck (1839–1910). Les membres du Bureau décident ainsi de commander cet instrument. L'officier et explorateur Jean Tilho (1875–1956) l'utilise dans ses travaux[52] ; l'instrument est donc comparé avec le Defforges et Poincaré, en tant que secrétaire, transcrit les résultats de discussions.

Dans la suite, je rentrerai plus dans le détail sur d'autres raisons qui justifient l'entrée de Poincaré au Bureau des longitudes : ceci pour mieux expliquer l'affirmation de Tisserand et pour montrer que Poincaré s'est en quelque sorte préparé pour être admis au Bureau.

Depuis 1885, divers sont les articles de Poincaré au sujet de la géodésie.[53] Sans en faire une étude rigoureuse, mon propos est de montrer comment l'approche théorique de Poincaré peut se mettre en relation avec l'activité des membres du Bureau des longitudes à cette période.

Comme on sait, l'approche de Poincaré ne se limite pas à une stricte analyse théorique de la question : dès qu'il lui est permis, il envisage des applica-

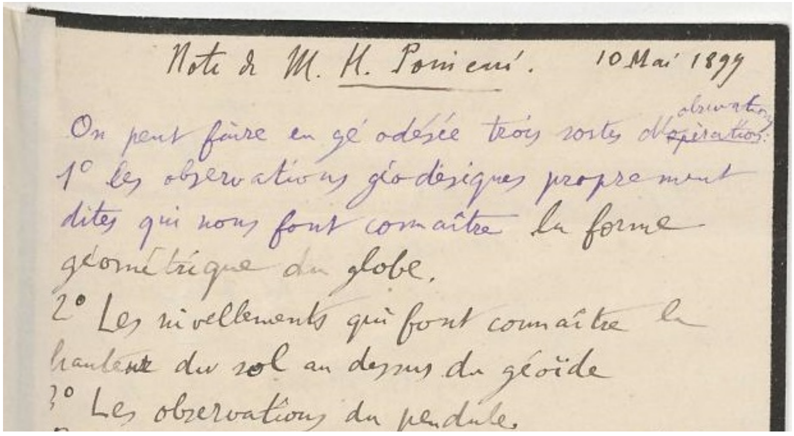
[52]Tilho se distinguera plus tard, pendant la Première Guerre mondiale, dans l'emploi de la télégraphie sans fils dans les mesures géodésiques (voir Schiavon, 2014, p. 672).

[53]En voici une petite sélection : « Sur l'équilibre d'une masse fluide animée d'un mouvement de rotation », 1885; « Sur l'équilibre d'une masse hétérogène en rotation », 1888; « Sur la figure de la Terre », 1888 et 1889; « Les formes d'équilibre d'une masse fluide en rotation », 1892. Une liste exhaustive est disponible à l'adresse : `http://henripoincarepapers.univ-lorraine.fr/bibliohp/?t` consulté en mai 2016.

tions afin de constater les limites de ses spéculations. Il fait de même en 1885, quand il applique son étude d'une masse fluide en rotation et soumise aux actions de sa propre pesanteur et de la force axifuge par rapport à un axe passant par son centre de masse (Poincaré, 1885). En 1888, il reprend un résultat trouvé par Rodolphe Radau en 1885 (Radau, 1885) : celui-ci a réalisé un changement de variables dans les équations de Clairaut et en a déduit que l'aplatissement de la Terre doit être inférieur à $1/297$. Poincaré généralise le résultat de Radau et, sans introduire une condition stricte sur la densité de la Terre, il établit, toujours sous l'hypothèse hydrostatique, une limite théorique supérieure à l'aplatissement. Poincaré trouve ainsi que tout aplatissement résultant des opérations géodésiques doit être strictement inférieur à $1/297,3$ ($f < 1/297,3$). Or, ce résultat est manifestement en désaccord avec la valeur produite par les officiers géodésiens à l'issue de leur correction d'arc de méridien et de son prolongement en Algérie ($1/292$). En 1892, dans la *Revue des sciences générales et appliquées,* Poincaré synthétise les résultats obtenus sur les formes d'équilibre d'une masse fluide en rotation (Poincaré, 1892). Il demeure critique vis-à-vis des résultats théoriques obtenus et affirme :

> « Les géodésiens concluent à un aplatissement de $1/292$, tandis que l'aplatissement le plus grand qui soit compatible avec la précession observée est de $1/297$. Il est impossible pour le moment de se prononcer sur la valeur des nombreuses hypothèses que l'on peut faire pour expliquer cette divergence. Les mesures géodésiques doivent-elles être révisées ? Doit-on supposer que la Terre n'est pas un ellipsoïde de révolution et que l'aplatissement n'est pas le même suivant les divers méridiens ou dans les deux hémisphères ? [...] Croira-t-on au contraire que la croûte solide est très mince et que l'intérieur, resté liquide, est le siège de mouvements compliquées très différents de ceux que peut prendre un corps solide ? Les calculs de Laplace ayant été faits en regardant la Terre comme un solide invariable, on conçoit que la précession d'un pareil système puisse être très différente de la précession théorique. Enfin, on peut supposer encore que l'aplatissement primitif a été altéré parce que les diverses couches, en se contractant par suite du refroidissement du globe, ont exercé les unes sur les autres des pressions et se sont mutuellement déformées. Mais... il est inutile de multiplier des hypothèses puisque toutes ces questions doivent rester provisoirement indécises» (Poincaré, 1892).

Poincaré ne pense pas que les mesures géodésiques de terrain soient nécessairement erronées : la Terre pourrait ne pas vérifier l'équilibre solide. Si elle


Note de M. H. Poincaré. 10 Mai 1899
On peut faire en géodésie trois sortes d'~~opérations~~ observations
1° les observations géodésiques proprement
dites qui nous font connaître la forme
géométrique du globe.
2° Les nivellements qui font connaître la
hauteur du sol au dessus du géoïde
3° Les observations du pendule.

« [Note d'Henri Poincaré relative à un travail sur la figure de la Terre] », *Les procès-verbaux du Bureau des longitudes*, consulté le 3 mai 2016, `http://purl.oclc.org/net/bdl/files/show/11617`

était solide, par exemple, elle ne serait pas ajustée à la distribution des forces centrifuges. Cela dit, sa conclusion est que les mesures de la longueur d'un arc de méridien, malgré tout locales, ne sont plus suffisantes pour définir la figure de la Terre : des nouvelles mesures de terrain sont selon lui nécessaires et ces mesures doivent être réalisées dans les deux hémisphères. Il se demande ensuite sur quelle géodésie, entre la géométrique et la dynamique, doit-on de préférence pratiquer sur le terrain : et là on voit comment, d'un point de vue théorique, Poincaré se propose de justifier les opérations de géodésie dynamique, ce que trouve le soutien des membres du Bureau.

Dans une note manuscrite datée du 10 mai 1899, Poincaré explique aux membres du Bureau que la géodésie actuelle comporte désormais trois types de mesures : les observations géométriques-géodésiques, le nivellement et les mesures pendulaires. Poincaré analyse le pour et le contre de chaque observation de terrain et conclut : « les trois séries d'observations sont solidaires et si deux d'entre elles étaient complètes et parfaitement précises, la troisième deviendrait inutile. Si en effet on développe en séries de Laplace la hauteur du sol au dessus du géoïde, celle du géoïde au dessus de l'ellipsoïde de Clarke, et l'intensité de la pesanteur, il y a entre les trois coefficients correspondants des trois développements une relation linéaire très simple».[54] Il poursuit son raisonnement et analyse la formule proposée pour le pendule par Faye qui n'est

[54]« [Note d'Henri Poincaré relative à un travail sur la figure de la Terre] », *Les procès-verbaux du Bureau des longitudes*, consulté le 3 mai 2016, `http://purl.oclc.org/net/bdl/items/show/4984`.

qu'approchée sur les continents et n'est plus exacte sur les mers. Il s'en sert ainsi pour conclure que les observations du pendule donneraient une connaissance plus exacte de la Terre que les observations géodésiques mais à condition qu'elles soient réalisées sur toute la surface du globe systématiquement et avec des instruments semblables. Cette idée, exposée en 1899, est développée dans un article publié en 1901 sur le *Bulletin astronomique*. Ici, il précise que réaliser des mesures pendulaires ne veut pas dire abandonner les mesures de longueur d'un arc de méridien :

> « Tout le monde regarde les observations du pendule comme le complément nécessaire des mesures géodésiques ; mais on ne s'est pas toujours rendu exactement compte des véritables relations qui relient ces deux séries de données obtenues par des moyens si différents. Il y a une circonstance qui a probablement déjà été remarquée, mais sur laquelle on n'a peut-être pas suffisamment insisté : c'est que les observations du pendule ne viennent pas seulement nous fournir un complément nécessaire aux mesures géodésiques, mais elles pourraient les remplacer complètement si elles pouvaient être assez multipliées et si elles étaient suffisamment exactes. De même, d'ailleurs, les mesures géodésiques, si elles étaient parfaites, pourraient dispenser des observations pendulaires. Bien entendu, je ne veux pas dire qu'il faut renoncer aux mesures géodésiques. Les deux méthodes d'observations ne sont ni l'une ni l'autre assez précises pour qu'il ne soit pas nécessaire de les contrôler l'une par l'autre. Mais, pour que ce contrôle soit possible, il faut justement se rendre bien compte de la nature de leur dépendance mutuelle. C'est là le but du présent travail » (Poincaré, 1901, p. 5).

Poincaré complète ainsi son raisonnement de 1899, et rend compte d'une manière explicite de la dépendance mutuelle des observations géométriques et dynamiques : il met en évidence qu'il existe une relation mathématique entre mesures géodésiques et mesures pendulaires. Il donne ainsi un fondement à une affirmation de 1884 de Friedrich Helmert qui, avec un pendule Sterneck, avait pu combiner 122 observations pendulaires en condensant toutes les masses extérieures dans une surface située à 21 km en profondeur. On imagine que ce travail d'Helmert, qu'interpolait un petit nombre d'observations de terrain, ne pouvait pas être considéré comme assez général et rationnel par les membres du Bureau. Pour le dire d'une autre manière, l'approche française, plutôt abstraite et théorique, se distingue fortement de celle des Anglo-Saxons par exemple, plus empirique et plus pratique.[55] De même, en considérant les différents protocoles employées en métrologie par Français et Allemands, Kathryn Olesko a montré que les premiers recherchent la « perfection » d'une mesure alors que les seconds sa « reproductibilité » : en d'autres termes, si pour les Français l'étalon métrique est un « idéal mathématique », pour les Allemands (Friedrich Bessel), l'étalon est plutôt « l'expression matérielle du protocole à travers lequel il peut être dupliqué» (Olesko, 1995; Schiavon, 2014).

En 1901, Poincaré démontre qu'il existe une surface de compensation dont on peut calculer l'aplatissement ce qui justifie sur le plan théorique la réalisation des mesures pendulaires tout le long de la ligne de méridien. Ceci est très apprécié par les membres du Bureau des longitudes et Poincaré va ainsi inciter les officiers géodésiens envoyés en Amérique du Sud entre 1901 et 1908 à réaliser non pas quelques mesures pendulaires mais un vrai « nivellement pendulaire» (Schiavon, 2014, chapitre 2).

En 1901, alors qu'une nouvelle mesure d'un arc de méridien vient de commencer en Amérique du Sud, Poincaré rend compte de la dépendance mutuelle des mesures géométriques *et* pendulaires. Il souligne d'ailleurs que :

> « les observations du pendule ne viennent pas seulement nous fournir un complément aux mesures géodésiques, mais elles pourraient les remplacer complètement si elles pouvaient être assez multipliées et elles étaient suffisamment exactes. De même, d'ailleurs, les mesures géodésiques, si elles étaient parfaites, pourraient dispenser des observations pendulaires » (Poincaré, 1901).

Pour lui, il ne faut donc pas renoncer aux mesures géométriques mais il faut les contrôler par les mesures pendulaires. Dans son raisonnement la figure de la Terre peut se définir par la recherche du gradient le plus proche ; en revanche, sur le terrain, le géodésien cherchera le géoïde (la « figure réelle de la Terre ») à condition de s'outiller d'une définition rigoureuse de perpendicularité.

[55]Citons à ce propos l'étude de Licoppe sur les usages de la littérature expérimentale en France et en Angleterre entre 1630 et 1820. En France, on fait bien distinction entre le récit d'un événement singulier observé dans la nature (*experimentum*) et la généralisation sur la marche régulière voire universelle du monde (*experientia*), (Licoppe, 1996). Par ailleurs, Galison nous rappelle également l'acharnement de Jules Janssen, lors de la conférence de 1884 à Washington, pour le choix d'un méridien « neutre », fondé sur un choix de la « raison » et de la « science » et non pas motivé par une question purement commerciale : cet historien souligne ainsi à plusieurs reprises la « marche vers la rationalisation » entamé par les Français depuis les Lumières (Galison, 2006, p. 193). Enfin, citons également l'ouvrage de Schiebinger *The Mind has no Sex?* et dans lequel elle étudie certaines conséquences de cette différente manière de concevoir la science entre les Français et les Anglo-Saxons (Schiebinger, 1991).

Conclusion

La lecture des procès-verbaux du Bureau des longitudes permet de confronter l'avancement dans la réflexion de Poincaré avec les discussions des membres, et de considérer ainsi qu'il y a eu un aller-retour entre théorie et données observés sur le terrain. Poincaré sollicite ainsi les membres du Bureau des longitudes pour mettre à l'épreuve ses théories. En retour, il est interrogé pour « rationaliser » les observations de terrain et surtout pour donner une justification théorique de la nécessité de réaliser des mesures pendulaires. Insistons sur le fait que ces mesures coûtent cher, c'est pourquoi, en 1900, à la Société française d'astronomie, Poincaré affirmait que la précision qu'on recherche en géodésie n'est pas un luxe inutile, et que si l'on posait cette question « à un parlementaire, j'imagine qu'il répondrait : "je suis porté à croire que la géodésie est une des sciences les plus utiles, car c'est une de celles qui nous coûtent le plus cher" » (Poincaré, 1900).

L'exemple de Poincaré membre du Bureau des longitudes, bien qu'ici brièvement illustré, me semble justifier une étude plus approfondie des procès-verbaux : ces documents, ainsi qu'on l'a vu, constituent une source inédite pour étudier, par exemple, les nombreux travaux du mathématicien dans le domaine de la géodésie, dont les mesures sont essentielles pour l'avancement de la mécanique céleste, ainsi que pour l'étude de la formation, de la structure et de l'évolution de la Terre.

Etudier Poincaré à travers les procès-verbaux du Bureau des longitudes permet aussi de montrer que ce mathématicien ne travailla pas dans la solitude. Au sein du Bureau des longitudes, il concilie la position de Faye et des officiers du Service géographique de l'armée avec celle de Bouquet de la Grye ; il va défendre la cause des officiers du Service géographique de l'armée envoyés en Amérique du Sud ; il prend la présidence du Bureau des longitudes en 1899 lors des préparatifs des opérations de terrain et, enfin, il préside la commission de l'Académie des sciences chargée de contrôler les opérations géodésiques en Equateur (Schiavon, 2014, chapitre 2). Poincaré va aussi demander un nivellement pendulaire sur toute la chaîne équatorienne et veut que le commandant Bourgeois soit chargé de ces mesures. Il recommande également l'utilisation du pendule Von Sterneck mais les officiers du Service géographique, qui furent les vrais maîtres des observations sur le terrain, décideront de n'utiliser que l'instrument Defforges. Sur l'opération géodésique en Amérique du Sud et Poincaré, je rappellerai seulement ceci : l'opération répond également à une sollicitation de l'Association internationale de géodésie, dont le Bureau des longitudes est le porte-parole en France. Ainsi, en prenant appui sur les procès-verbaux des séances du Bureau, il est possible d'expliquer tout naturellement comment Poincaré devient le délégué de la France au sein de l'Association et pourquoi il se trouve à occuper, en 1906, la fonction de trésorier. Par ailleurs, à l'issue de la mesure d'arc en Amérique du Sud en 1904, Poincaré se voit impliqué pour défendre la fonction pédagogique de la géodésie à l'Ecole Polytechnique. Alors que le cours d'astronomie et géodésie est menacé de suppression, il consent à en prendre la charge afin de le sauver. Et pour souligner ses faires, au sein du conseil de perfectionnement, il ajoute :

> « Le calcul des probabilités et la théorie des erreurs forment un ensemble très important pour toutes les sciences, et pour tous les genres d'applications : si on les met en Analyse, le Professeur fera évidemment de son mieux, mais sans s'intéresser à un sujet qui, sauf quelques théorèmes, sort évidemment de sa spécialité : on ne peut véritablement pas séparer la théorie des erreurs d'un cours où l'on en montre les plus belles applications. La connaissance des grands instruments d'Astronomie est utile à tous les élèves, on ne voit pas où l'on pourrait les étudier ailleurs qu'en Astronomie et Géodésie ».

Poincaré ne va finalement pas réaliser ce cours mais fut remplacé par le commandant Bourgeois, dont il appréciait la valeur scientifique par sa participation aux séances du Bureau des longitudes et parce qu'il avait dirigé avec succès les opérations géodésiques en Amérique du Sud (Schiavon, 2014, Chapitre 2). Ces faits, parmi tant d'autres, témoignent de l'importance de la géodésie en ce tournant entre le 19e– début 20e siècles.

Bibliographie

Andrewes, William J. H. (éd.), 1996. *The Quest for Longitude*, Cambridge, MA: Harvard University Collection of Historical Scientific Instruments.

Aubin, David, 2014. « Lignes de Faye : la jonction télégraphique Greenwich-Bruxelles-Paris, 1853–1854 », *Bulletin de la Sabix*, 55, numéro spécial coordonné par Guy Boistel, Stéphane Le Gars et Colette Le Lay « Hervé Faye (1814–1902) ou l'Art de la Rupture ».

de Balzac, Honoré, 1840. *Physiologie du mariage ou Méditations de philosophie éclectique sur le bonheur et le malheur conjugal,* Nouvelle édition semblable à celle de la physiologie du goût publié par le même éditeur, Paris: Charpentier Libraire.

Baker, Alexi (éd.), à paraître. *The Board of Longitude 1714–1828: Science, Innovation and Empire*, London: Palgrave MacMillan.

Bigourdan, Guillaume, 1929a. « La réorganisation du Bureau des longitudes, en 1854 et 1862 », in Collectif (Ed.), *Comptes rendus du congrès des sociétés savantes de Paris et des départements tenu à la Sorbonne en 1929*, Paris: Imprimerie nationale, p. 23–24.

Bigourdan, Guillaume, 1929b. « Le Bureau des Longitudes : Son histoire et ses travaux, de l'origine (1795) à ce jour », *Annuaire du Bureau des Longitudes*, p. C.1–C.92.

Bigourdan, Guillaume, 1930. « Le Bureau des Longitudes : Son histoire et ses travaux, de l'origine (1795) à ce jour », *Annuaire du Bureau des Longitudes*, p. A.1–A.110.

Bigourdan, Guillaume, 1931. « Le Bureau des Longitudes : Son histoire et ses travaux, de l'origine (1795) à ce jour », *Annuaire du Bureau des Longitudes*, p. A.1–A.151.

Bigourdan, Guillaume, 1932. « Le Bureau des Longitudes : Son histoire et ses travaux, de l'origine (1795) à ce jour », *Annuaire du Bureau des Longitudes*, p. A.1–A.117.

Bigourdan, Guillaume, 1933. « Le Bureau des Longitudes : Son histoire et ses travaux, de l'origine (1795) à ce jour », *Annuaire du Bureau des Longitudes*, p. A.1–A.91.

Boistel, Guy, Le Lay, Colette et Lamy, Jérôme, 2010. *Jérôme Lalande (1732–1807) : une trajectoire scientifique*, Rennes: Presses universitaires de Rennes.

Boistel, Guy, 2010a. *L'observatoire de la Marine et du Bureau des longitudes au parc Montsouris, 1875–1914*, Paris: Edite-IMCCE.

Boistel, Guy, 2010b. « Un observatoire pour la formation des militaires, des géographes et des explorateurs en plein Paris : l'observatoire de la Marine et du Bureau des longitudes au parc Montsouris, 1875–1915 » in Noë, J. de la & Soubiran, C. (Ed.), *La (re)fondation des observatoires astronomiques sous la IIIe République*, Bordeaux: Presses universitaires de Bordeaux, p. 127–146.

Boistel, Guy, 2014. « Hervé Faye et Ernest Mouchez, ou l'astronomie française entre science et politique à la fin du 19e siècle », *Bulletin de la Sabix*, 55, numéro spécial coordonné par Guy Boistel, Stéphane Le Gars et Colette Le Lay « Hervé Faye (1814–1902) ou l'Art de la Rupture ».

Bottazzini, Umberto, 2002. *Poincaré. Philosophe et mathématicien, Pour la*

Science, collection « Les génies de la science », Belin.

Bourgeois, Robert Emile, 1907. « Sur la forme du géoïde dans la région de Sahel d'Alger », communication présentée par Henri Poincaré, *Comptes rendus de l'Académie des sciences*.

Brenni, Paolo, 1993. «H.-P. Gambey (1787–1847)», *Bulletin of the Scientific Instrument Society*, 38, p. 11–13.

Brenni, Paolo, 1994. «Soleil Duboscq-Pellin: a dynasty of Scientific Instrument Makers», in (ed.) G. Dragoni, A. McConnell, E. L'E. Turner, *Proceedings of the 11th International Scientific Instrument Symposium*, Bologna, p. 107–111.

Brenni, Paolo, 1996a. «Soleil, Duboscq and their successors», *Bulletin of the Scientific Instrument Society*, 51, p. 7–16.

Brenni, Paolo, 1996b. «The Brünners and Paul Gautier», *Bulletin of the Scientific Instrument Society*, 49, p. 3–8.

Brenni, Paolo, 1996c. «Louis Clement François Breguet and Antoine Louis Breguet», *Bulletin of the Scientific Instrument Society*, 50, p. 19–24.

Brenni, Paolo, 1997. «Jules Carpentier (1851–1921)», *Bulletin of the Scientific Instrument Society*, 43, p. 12–15.

Capitaine, Nicole, 2011, « Le Bureau des longitudes – Activités et missions issues de son histoire », Conférence donnée à l'Académie de Marine le 23 novembre 2011.

Collectif, 1979. *Index biographique de l'Académie des sciences*, Paris: Gauthier-Villars.

Collectif Ed., 1955. *Le livre du centenaire de la naissance d'Henri Poincaré (1854–1954)*, Paris, Gauthier-Villars.

Crosland, Maurice, 2002. *Science under control: The French Academy of Sciences 1795–1914*, Cambridge: Cambridge University Press.

Débarbat, Suzanne, 2005. « L'Observatoire de Paris, le Bureau des longitudes et les observatoires de provinces », in Boistel Guy (éd.), *Observatoires et patrimoines astronomiques français – Cahiers d'histoire et de philosophie des sciences*, Lyon: Ecole Normale Supérieure de Lyon, p. 65–87.

Débarbat, Suzanne, 2010. « A propos de la publication du 'Recueil d'observations géodésiques, astronomiques et physiques exécutées par ordre du Bureau des Longitudes de France, en Espagne, en Angleterre et en Écosse, de Biot et Arago' », in Fox, Robert & Joly, B. (Ed.), *Echanges franco-britanniques* *entre savants depuis le XVII^e^ siècle,* Londres: College Publications.

Deparis, Vincent et Degros, Hilaire, 2000. *Voyage à l'intérieur de la Terre. De la géographie antique à la géophysique moderne. Une histoire des idées*, CNRS éditions.

Dhombres, Jean, avec Débarbat, S. et Sochon, S., 2012. *Pierre Simon de Laplace, 1749–1827 : le parcours d'un savant*, Paris: Hermann – Observatoire de Paris.

Dunn, Richard and Higgitt, Rebekah, 2014a. *Ships, Clocks & Stars: The Quest for Longitude*, National Maritime Museum: Harper Design.

Dunn, Richard and Higgitt, Rebekah, 2014b. *Finding Longitude: How Ships, Clocks and Stars Helped Solve the Longitude Problem*, Glasgow: Collins.

Fauque, Danielle, 1991. « Les origines du Bureau des longitudes », *Cahiers Clairaut*, 55, p. 34–39 ; 56, p. 31–37 ; 57, p. 31–37.

Faye, Hervé, 1872. « Sur la situation actuelle du Bureau des longitudes », *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, LXXV, 26.

Feurtet, Jean-Marie, 2005. *Le Bureau des Longitudes (1795–1854) : de Lalande à Le Verrier*, thèse de l'Ecole nationale de Chartres.

Feurtet, Jean-Marie, 2010. « Lalande, père fondateur du Bureau des Longitudes (1795–1807) », *in* Boistel, Guy, Le Lay, Colette & Lamy, Jérôme (Ed.), *Jérôme Lalande (1732–1807) : une trajectoire scientifique*, Rennes: Presses universitaires de Rennes, p. 51–66.

Galison, Peter, 2006. *L'empire du temps. Les horloges d'Einstein et les cartes de Poincaré* (traduit par Bella Arman), Paris: éd. Folio essais, Gallimard.

Ginoux, Jean-Marc et Gerini, Christian, 2012. *Henri Poincaré. Une biographie au(x) quotidien(s)*, Paris: Ellipses éd.

Gray, Jeremy, 2013. *Henri Poincaré: A Scientific Biography*, Princeton University Press.

Grégoire, Henri-Baptiste, 1909. « Rapport fait à la Convention [...] par le Représentant du peuple, Henri-Baptiste Grégoire, 25 juin 1795 », *Lois, décrets, ordonnances, arrêtés et décisions concernant le Bureau des longitudes*, Paris: Imprimerie nationale.

Hahn, Roger, 1971. *The Anatomy of a Scientific Institution. The Paris Academy of Sciences, 1666–1803*, Berkeley–Los Angeles–London: University of California Press.

Howse, Derek, 1977. «The British Board of Longitude, 1714–1828», *National Ma-*

ritime Museum.

Howse, Derek, 1997. *Greenwich Time and the Longitude*, London: Philip Wilson.

Howse, Derek, 1998. «Britain's Board of Longitude: The Finances, 1714–1828», *The Mariner's Mirror*, vol. 84, n. 4, p. 400–417.

Jackson, Myles W., 2000. *Spectrum of Belief: Joseph von Fraunhofer and the Craft of Precision Optics*, Cambridge, MA / London: MIT Press.

Lafuente, A. et Péset, J. L., 1984. «La question de la figure de la Terre. L'agonie d'un débat scientifique au XVIII^e siècle», *Revue d'histoire des sciences,* 37, p. 235–254.

Lafuente, A. et Delgado, A.J. , 1984a. «La geometrización de la tierra (1735–1744)», *Cuadernos Galileo de historia de la ciencia*, Consejo superior de investigaciones científicas, Madrid: Instituto Arnau de Vilanova.

Lafuente, A. et Mazuecos, A., 1987. *Los caballeros del Ponto Fijo. Ciencia, política y aventura en la expedición geodésica hispano francesa al virreinato del Perú en el siglo XVIII*, España: Serbal CSIC éd.

Lafuente, Antonio, 1988. «L'aventure et la science dans l'Expédition du Pérou (1735–1743)», in H. Lacombe et P. Costabel (sous la direction de), *La figure de la Terre du XVIII^e siècle à l'ère spatiale*, Paris: Gauthier-Villars, p. 139–149.

Lamy, Jerôme, 2007. « Le Bureau des longitudes. La gestion des instruments et les régimes de savoirs au 19^e siècle », *Revue d'anthropologie des connaissances*, 2, p. 167–188.

Le Lay, Colette, 2014. « Hervé Faye, diffuseur de l'astronomie », *Bulletin de la Sabix*, 55, numéro spécial coordonné par Guy Boistel, Stéphane Le Gars et Colette Le Lay « Hervé Faye (1814–1902) ou l'Art de la Rupture ».

Levallois, Jean-Jacques, 1988. *Mesurer la Terre. 300 Ans de Géodésie Française. De la Toise du Châtelet au Satellite*, Paris: Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussée.

Levi, Giovanni, 1989. *Le Pouvoir au village. Histoire d'un exorciste dans le Piémont du XVII^e siècle*, Paris: Gallimard.

Licoppe, Christian, 1996. *La formation de la pratique scientifique*, La Découverte éd.

Nabonnand, Philippe (sous la direction de), 1998. *La correspondance entre Henri Poincaré et Gösta Mittag-Leffler*, Vol. 1, Birkhäuser.

Olesko, K. M., 1995. «The Meaning of Precision: the exact sensibility in early nineteenth-century Germany», in M. Norton Wise, *The Values of Precision*, Princeton: Princeton University Press, p. 103–134.

de Place, Dominique, 1988. « Le Bureau de consultations pour les arts, Paris, 1791–1796 », *History and Technology*, 5, p. 139–178.

Plongeron, Bernard, 2001. *L'abbé Grégoire et la République des savants*, Paris: éd. du CTHS.

Poincaré, Henri, 1885. « Sur l'équilibre d'une masse fluide animée d'un mouvement de rotation », *Bulletin astronomique*, t. II, p. 109–118.

Poincaré, Henri, 1892. « Les formes d'équilibre d'une masse fluide en rotation », *Revue des sciences générales et appliquées*, n. 23, p. 809–815.

Poincaré, Henri, 1897. « La décimalisation de l'heure et de la circonférence », *Eclairage électrique*, vol. 11, p. 529–531.

Poincaré, Henri, 1900. « La mesure de la Terre et la géodésie française », *Bulletin de la Société astronomique de France*, p. 513–521.

Poincaré, Henri, 1901. « Les mesures de la gravité et la géodésie », *Bulletin astronomique*, p. 5–39.

Pyenson, Lewis, 1993. *Civilizing Mission. Exact Sciences and French Overseas Expansion, 1830–1940*, Baltimore-Londres: The Johns Hopkins University Press.

Pyenson, Lewis, 1996. « On the military and exact sciences in France », in P. Forman, J. M. Sánchez-Ron (éds.), *National Military Establishments and the Advancement of Science and Technology*, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, p. 135–152.

Radau, Rodolphe, 1885. « Sur la figure de la terre », *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, t. 100, p. 972.

Rémy, Frédérique, 2007. *Histoire de la glaciologie*, Paris: Vuibert.

Rémy, Frédérique, 2009. *Histoire des pôles, mythes et réalités polaires aux 17^e^ et 18^e^ siècles*, Paris: Editions Dejonquères.

Rémy, Frédérique, 2009a. « Jean-Baptiste Charcot et l'exploration des mers polaires », *Les dossiers de la Recherche*, 36.

Rémy, Frédérique, 2017. « Le Bureau des longitudes et les glaces polaires », in Schiavon, Martina & Rollet, Laurent (Ed.), *Pour une histoire du Bureau des longitudes*, Nancy: PUN – Editions universitaires de Lorraine.

Rollet, Laurent, 2017. *La correspondance de jeunesse d'Henri Poincaré. Les an-*

nées de formation : de l'Ecole polytechnique à l'Ecole des Mines, 1873–1878, Vol. 4, Birkhäuser.

Schiavon, Martina, 2010. « Geodesy and Map-Making in France and Algeria: Contests and Collaborations between Army Officers and Observatory Scientists », in Aubin, David, Bigg, Charlotte & Sibum, Otto (Ed.), *The Heavens on Earth: Observatories and Astronomy in Nineteenth Century*, Durham-London: Duke University Press, p. 199–224.

Schiavon, Martina, 2014. *Itinéraires de la précision. Géodésiens, artilleurs, savants et fabricants d'instruments de précision en France, 1870–1930*, PUN – éditions universitaires de Lorraine.

Schiavon, Martina, 2014a. « The English *Board of Longitude* (1714–1828) ou comment le gouvernement anglais a promu les sciences », *Archives internationales d'histoire des sciences*, 62, p. 1–168.

Schiavon, Martina, 2014b. « Hervé Faye, la géodésie et le Bureau des longitudes », *Bulletin de la Sabix*, 55, numéro spécial coordonné par Guy Boistel, Stéphane Le Gars et Colette Le Lay « Hervé Faye (1814–1902) ou l'Art de la Rupture ».

Schiavon, Martina, 2015. « The Bureau des longitudes: An Institutional Study », in R. Dunn & R. Higgitt (éds.), *Navigational Entreprises in Europe and Its Empires, 1730–1850*, Cambridge Imperial and Post-Colonial Studies Series, Palgrave-MacMillan, p. 65–85.

Schiavon, Martina et Rollet, Laurent, 2017, *Pour une histoire du Bureau des longitudes (1795–1932)*, PUN – Editions universitaires de Lorraine.

Schiebinger, Londa, 1991. *The Mind has no Sex?*, Harvard: Harvard University Press.

Sobel, Dava, 1995. *Longitude: The True Story of a Lone Genius Who Solved the Greatest Scientific Problem of His Time*, New York: Walker.

Taton, René, 1988. « L'Expédition géodésique de Laponie (avril 1736–août 1737) », in H. Lacombe et P. Costabel (sous la direction de), *La figure de la Terre du XVIII^e siècle à l'ère spatiale*, Paris: Gauthier-Villars, p. 115–138.

Walter, Scott A. (sous la direction de), avec Etienne Bolmont et André Coret, 2007. *La correspondance entre Henri Poincaré et les physiciens, chimistes et ingénieurs*, Vol. 2, Birkhäuser.

Walter, Scott A. (éditeur), Philippe Nabonnand, Ralph Krömer et Martina Schiavon (éditeurs associés), 2017. *La correspondance entre Henri Poincaré, les astronomes et les géodésiens*, Vol. 3, Birkhäuser.

A actividade científica da Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica e o problema da determinação das longitudes

Carlos M. Martins
Universidade de Coimbra — Darq
moumartins@gmail.com

Fernando B. Figueiredo
Universidade de Coimbra — CITEUC/CMUC
fernandobfigueiredo@gmail.com

Resumo: A fundação da Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica (SRMMG) inscreve-se no quadro internacional de criação de institutos hidrográficos por várias potências marítimas europeias, no final do século XVIII. Contudo, enquanto instituição científica, a Sociedade distingue-se profundamente destas instituições. O novo estabelecimento, como a sua designação indica (Marítima, Militar e Geográfica), foi concebido como uma sociedade científica multidisciplinar, com a intenção de reunir num mesmo organismo os diversos campos do conhecimento científico e técnico e de formar um centro comum para a produção de pensamento e para a organização de informação. O seu propósito ultrapassa o âmbito e a especialização das sociedades hidrográficas que estavam muito envolvidas, no plano teórico, na resolução do problema das longitudes e, no plano da prática, na produção e publicação de roteiros náuticos e de cartografia hidrográfica cientificamente rigorosa para as marinhas de guerra e mercante europeias. Apesar da sua existência efémera, a Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica deixou um vasto corpo de produção, infelizmente em grande parte perdido, profundamente integrado nos temas em debate na comunidade científica internacional. Neste artigo, analisar-se-á a organização e produção da Sociedade, tendo como objecto de estudo a *Taboada Nautica para o calculo das Longitudes*, de José Monteiro da Rocha, indo, assim, ao encontro de um dos principais interesses técnico-científicos da instituição e de um dos seus trabalhos que teve impacto nacional e internacional.

Abstract The foundation of the Sociedade Marítima, Militar e Geográfica (SRMMG, Royal Maritime, Military and Geographic Society) can be inscribed within the international framework of the creation, by several European maritime powers of a sort of hydrographic institutes, in the late eighteenth century. However, as a scientific institution, the SRMMG distinguishes itself from

those institutions. As its name indicates (Maritime, Military and Geographic) the SRMMG was conceived as a multidisciplinary scientific institution gathering together the various fields of the scientific and technical knowledge intended to become a center for the production of thought and information organization. Its purpose is beyond the scope and expertise of the most counterpart foreign hydrography societies, deeply involved, in the theoretical plan, in the problem of the determination of longitudes; and in the practical plan in the publication of sailing directions and rigorous hydrographic charts for royal and merchant European navies. Despite its ephemeral existence, the SRMMG produced a large set of scientific production (unfortunately largely lost), tuned with the major issues of the international scientific community of that time. In this article we will analyse the organization and the scientific production of the SRMMG, taking as a case study the *Taboada Nautica para o calculo das Longitudes* (Nautical table for the determination of Longitudes), of José Monteiro da Rocha. A scientific work that meets one of the main technical and scientific interests of the SRMMG itself and that had a national and international impact.

Figura 1: Domingos António de Sequeira, «Alegoria», 1798, Estampa LI, in Álbum do Palácio de Arroios, Lisboa, Instituto de Alta Cultura, 1956 (à esquerda, D. Rodrigo de Sousa Coutinho; à sua direita, o príncipe D. João; em princípio, o tema alegórico do desenho simboliza o império português, podendo dizer respeito à criação da Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica).

1 A fundação dos institutos hidrográficos; um programa dos estados europeus do final do século XVIII

A fundação da Sociedade Marítima, Militar e Geográfica (SRMMG) em 1798 enquadra-se num conjunto de institutos hidrográficos criados, pouco tempo antes, pelas potências marítimas europeias: o *Sokort-Arkivet*, criado na Dinamarca em 1784; o *Bureau des Longitudes*, criado em França em 1795; o *Admiralty Hydrographic Office,* criado na Grã-Bretanha, no mesmo ano; e a *Dirección de Trabajos Hidrográficos* espanhola, criada em 1797[1].

As razões que levaram ao aparecimento destes estabelecimentos científicos estão ligadas, por um lado, ao desenvolvimento da cartografia hidrográfica e, por outro lado, à política expansionista dos Estados, na segurança das rotas marítimas e comerciais e na conquista de novas possessões coloniais. A instalação de um estado permanente de guerra naval, à escala global, a partir da instauração da República francesa (1793), acelerou a necessidade destes institutos.

O fomento das viagens exploratórias transoceânicas na segunda metade do séc. XVIII foi o precedente para o progresso científico quanto ao conhecimento dos mares. As expedições oficiais organizadas pela Grã-Bretanha, França e Espanha, a partir da década de 1760, tornaram-se possíveis pela conquista de novas ferramentas na determinação da longitude no mar: o cronómetro e as tabelas astronómicas. As expedições vão avançar para os oceanos menos conhecidos, em particular o Pacífico, vão testar as novas ferramentas e cartografar com precisão as linhas de costa, os portos e os baixios. As expedições de Bougainville (1766–69) e de La Pérousse (1785–88), pela França, de Cook (1768–71, 1772–75, 1776–80) e George Vancouver (1791–95), pela Grã-Bretanha, e de Malaspina (1785–88), pela Espanha, marcam o advento das viagens financiadas pelos Estados. Foram expedições de larga escala, com equipas de cientistas especializados em diferentes áreas científicas. A abundante recolha e produção de documentação científica, nomeadamente de cartografia hidrográfica, durante as viagens exploratórias exigiu um planeamento da informação, de forma a ser utilizada posteriormente, o que implicou a construção de instituições próprias.

As cartas hidrográficas usadas pelas marinhas de guerra e mercante eram, na sua maioria, eminentemente práticas e tinham pouca base científica. Eram cartas planas, sem coordenadas geográficas e sem rigor de posicionamento dos lugares, e dependiam, para a sua leitura, de roteiros descritivos. A cartografia existente em circulação tornou-se obsoleta, após a gravação de cartografia hidrográfica rigorosa. Esta nova cartografia, baseada em observações astronómi-

[1] Ver [GONZÁLEZ 2003, 1]

cas e geográficas, com a representação das sondas e da qualidade dos fundos dos mares costeiros e dos estuários de rios, transformou-se num objectivo político das potências marítimas.

O *Atlas Marítimo de España*, de Vicente Tofiño de San Miguel (ca. 1732–1795), publicado em 1787 e 1789 é o exemplo de um trabalho hidrográfico muito influente, pelo modo como combinou operações terrestres e marítimas e pelos métodos de descrição extremamente práticos e concisos — uma das obras-primas da cartografia europeia desta época. A imensa documentação publicada, cartográfica e escrita, estimulou os círculos científicos europeus e o grande público, contribuindo para a institucionalização e disseminação da ciência.

2 A fundação da Sociedade Marítima, Militar e Geográfica; intenções políticas e objectivos científicos

Se, no plano internacional, a Sociedade estava directamente ligada à criação de institutos hidrográficos, no plano interno, a sua fundação visava o reforço dos estabelecimentos de carácter científico, o incremento da produção técnico-científica e a introdução de hábitos de investigação científica. Desta forma, a nova instituição surge na sequência de uma política continuada de reforma das instituições científicas e de formação de competências nos vários ramos do conhecimento, bases de uma ambicionada política estatal de fomento económico de longo prazo e de sustentação dos interesses económico-administrativos do país e do seu império[2].

Esta política teve início com a Reforma Pombalina da Universidade de Coimbra (1772), momento decisivo para a modernização do ensino superior e para a institucionalização da investigação científica em Portugal. Entre as grandes inovações da reforma universitária destaca-se a criação dos *Cursos das Sciencias Naturaes e Filosoficas*, com a reforma total da Faculdade de Medicina e a fundação das novas Faculdades de Matemática e de Filosofia Natural (ciências físicas e naturais). São exemplo da continuidade da modernização das instituições científicas a fundação da Academia Real de Marinha (1779), da Academia das Ciências de Lisboa (1779), da Real Academia dos Guardas-Marinhas (1782), do Observatório Astronómico da Academia das Ciências (1787), da Academia de Fortificação, Artilharia e Desenho (1790), do Real Corpo de Engenheiros (1790), do Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra (1790), do Observatório Astronómico da Marinha (1798), da Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica (1798), do Laboratório Químico da Casa da Moeda (1801),

[2]Ver [MARTINS no prelo].

do Arquivo Militar (1802), do Depósito de Escritos Marítimos (1802) e da Academia Real de Marinha e Comércio do Porto (1803). Estes estabelecimentos, com a excepção da Sociedade, sobreviveram às guerras napoleónicas e, sendo objecto de reformas e transformações, grande parte chegou aos dias de hoje.

A Sociedade aparece, assim, numa altura em que existia uma elite de quadros formados na Universidade de Coimbra e nas Academias da Marinha e do Exército, com sólida formação académica e profissional, a que se juntavam vários oficiais da Marinha e do Exército de diferentes países europeus que se encontravam ao serviço de Portugal, na última década do século XVIII.

2.1 D. Rodrigo de Sousa Coutinho e a reorganização da secretaria de Estado da Marinha

Embora integrada no contexto geral da evolução das instituições científicas portuguesas, a Sociedade surge num momento específico. As intenções políticas e os objectivos científicos que presidiram à constituição da Sociedade enquadram-se nas reformas iniciadas por D. Rodrigo de Sousa Coutinho (1755–1812), assim que tomou funções como ministro da Marinha, em 1796 (Fig. 1).

Neste ano, o ministro promulgou a Carta de Lei de 26 de Outubro, onde procedeu a uma ampla reforma da secretaria de Estado da Marinha, dando nova forma ao Conselho do Almirantado e criando a Junta da Fazenda da Marinha[3]. O regimento delegava no Conselho do Almirantado a actualização do conhecimento das costas marítimas e dos centros portuários; mandava proceder aos trabalhos hidrográficos para que houvesse cartas das costas de Portugal e planos dos portos e barras, devendo ser tomado por modelo o *Atlas Marítimo de España,* de Vicente Tofiño; competia, ainda, ao Conselho propor os portos do Reino onde se fariam novas embarcações e os que deveriam usufruir de obras marítimas, como diques e molhes. Deste modo, D. Rodrigo de Sousa Coutinho incluía na lei medidas específicas para o território, manifestando interesse em campos de acção que viriam a estar presentes na Sociedade.

Logo no ano seguinte, em 1797, o ministro daria os primeiros passos nesta direcção. Chamou o matemático e astrónomo Francisco António Ciera (1763–1814) para proceder ao levantamento hidrográfico do porto de Lisboa, trabalho que este realizaria com os seus colaboradores nos trabalhos geodésicos, os engenheiros militares Carlos Frederico Bernardo de Caula (1766–1835) e Pedro

[3]Foram ainda reordenadas a Real Fábrica da Cordoaria e a Inspecção dos Armazéns em Coina; criada a Inspecção e Direcção dos Pinhais Reais e um Corpo de Engenheiros Construtores. Ver [SILVA 1828, 305–313].

Folque (1757?–1848)[4]. Em 1798, D. Rodrigo de Sousa Coutinho deu autorização para o exame do porto de Portimão, com vista à realização de um plano para o seu desassoreamento e melhoramento, um projecto que viria a ser desenvolvido pelo engenheiro militar Baltazar de Azevedo Coutinho (ca. 1766–?). Ainda no mesmo ano, o ministro fundaria o Observatório Real da Marinha, um estabelecimento previsto desde a criação da Academia Real de Marinha e que viria a ficar agregado à Sociedade Marítima, Militar e Geográfica[5].

2.2 Os trabalhos preparatórios para a implementação da Sociedade e o debate Puységur-Dupuis sobre o modelo da nova instituição

Na Companhia dos Guardas-Marinhas foram realizados trabalhos preparatórios para a construção da nova instituição. Dirigidos por José Maria Dantas Pereira (1772–1836), capitão-de-fragata e professor de Matemática da Academia dos Guardas-Marinhas, os trabalhos compreenderam a reunião e catalogação de documentação cartográfica. O objectivo principal era a organização de um mapa-globo, contendo o levantamento de cartografia qualificada já existente e a selecção dos territórios marítimos e costeiros mais urgentes a cartografar para o serviço da navegação. O aspecto mais exigente era a definição dos métodos para a construção de cartografia hidrográfica, tema que era objecto de vivo debate internacional e que veio a ser tratado nas sessões da Sociedade. A isto, juntava-se a intenção de editar um novo roteiro náutico, corrigindo e actualizando o roteiro de Manuel Pimentel, *Arte de Navegar*. Os esforços dos homens da Marinha, inspirados principalmente nos trabalhos de Claret de Fleurieu (1738–1810) e de Vicente Tofiño, eram todos dirigidos para a criação de um instituto puramente hidrográfico[6].

Para conceber o modelo de instituição, D. Rodrigo de Sousa Coutinho escolheu António Jacinto de Chastenet de Puységur (1752–1809), oficial imigrado francês integrado na marinha portuguesa[7]. O conde de Puységur teria proposto uma sociedade agregada à secretaria de Estado da Marinha, orientada

[4]Este mapa perdeu-se; apenas existe uma versão de 1812, adaptada e acrescentada por Marino Miguel Franzini.

[5]O Observatório Real da Marinha foi criado por alvará de 18 de Março de 1798, ficando sob a Inspecção do Conselho do Almirantado, representado por Pedro de Mendonça de Moura; a sua direcção foi confiada ao capitão-de-fragata Manuel do Espírito Santo Limpo; ver [Reis 2009].

[6]Ver [Pereira 1828]

[7] Antoine Hyacinthe de Chastenet, conde de Puységur, foi oficial da Marinha francesa e emigrou para Inglaterra após a revolução francesa. Integrou a Marinha inglesa e depois a portuguesa. Das relações de trabalhos da Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica constam três memórias de sua autoria. Regressou a França em 1803, tendo-se dedicado ao magnetismo.

para a produção cartográfica, onde haveria um arquivo que era simultaneamente um estabelecimento para o desenho e gravação; este arquivo e gabinete de desenho seria composto por vários oficiais da Marinha e do Exército e presidido pelo marquês de Nisa (D. Domingos Xavier de Lima, 1765–1803), conceituado almirante da Marinha portuguesa. O modelo de organização era baseado em institutos hidrográficos já existentes, cuja direcção pertencia a uma figura de prestígio da Marinha, com experiência naval e domínio da cartografia.

Nesta fase inicial de construção do modelo de sociedade, a constituição do gabinete de desenho e gravação cartográfico era uma peça fulcral e decisiva da nova instituição pois pretendia-se preencher um vazio existente em Portugal no que respeita à impressão e publicação de cartografia. Para a concepção do gabinete de desenho, D. Rodrigo de Sousa Coutinho chamou Luís André Dupuis (?–1807), geógrafo e gravador, de origem francesa, professor de desenho e gravura na Academia de Fortificação, Artilharia e Desenho e membro do Real Corpo de Engenheiros com experiência em gravação de cartas geográficas e hidrográficas em vários países da Europa[8]. Dupuis, que Sousa Coutinho pretendia que dirigisse os trabalhos de desenho e gravação, contestou o modelo proposto por Puységur. Considerava que o responsável pelos trabalhos cartográficos deveria ser o director do gabinete de desenho e gravura e que deveria ser criado um 'comité' de membros da Sociedade com conhecimentos na matéria — uns teóricos, outros teórico-práticos — para analisar e rever as cartas a serem gravadas. Considerava, ainda, que este estabelecimento deveria ter um carácter militar ao serviço dos vários departamentos do Estado, à imagem do depósito de cartografia de França, e onde se distinguissem em particular as incumbências da Marinha e do Exército[9].

A divergência entre oficiais da Marinha e do Exército resultou na criação de uma estrutura mais próxima de uma academia do que de um instituto de carácter científico. A presidência era honorífica e havia somente um secretário que era responsável pelo arquivo e pela biblioteca. Por sua vez, ficou consagrado o cargo de director dos trabalhos de desenho, gravura e impressão cartográfica cuja atribuição recaiu em Luís André Dupuis que teve de deixar o ensino de desenho para se dedicar a tempo integral ao gabinete de gravação, sendo o único

[8]Luís André Dupuis foi geógrafo gravador do duque Charles de Lorraine (1712–1780), governador dos Países Baixos austríacos de 1744 até 1780. Foi posteriormente engenheiro e gravador no Hermitage, durante quatro anos, ao serviço da imperatriz Catarina II da Rússia (1729–1796). Veio do exército russo para Portugal em 1794, por intervenção de Luís Pinto de Sousa, para substituir António José Moreira (ca. 1751–ca. 1794) na cadeira de desenho da Academia de Fortificação e aí criar uma aula de gravação.

[9]Ver Luís André Dupuis para [D. Rodrigo de Sousa Coutinho], 17 de Maio de 1798, Arquivo Histórico Ultramarino, CU-Reino, Cx. 32, pasta 22.

funcionário da instituição. O gabinete de desenho ficava separado do arquivo, um modelo muito distinto dos institutos hidrográficos contemporâneos. A intenção de criar um instituto puramente hidrográfico, à imagem dos institutos europeus, não se concretizou e tudo indica que D. Rodrigo de Sousa Coutinho pretendia uma instituição que abarcasse não apenas a hidrografia mas incorporasse outros campos do saber, nomeadamente os geográficos, militares, estatísticos e administrativos[10]. Diz José Maria Dantas Pereira, no seu discurso de introdução aos trabalhos da Sociedade, pronunciado no dia de abertura e após o discurso inaugural de D. Rodrigo de Sousa Coutinho:

> «Eu não trato das utilidades consideraveis, que sempre acompanhão tudo o que concorre para facilitar, simplificar, e segurar os transportes, ou as communicações, assim marítimas, como terrestres; influindo conseguintemente no commercio, nas rendas, na adiministração, e no estado relativo dos diversos povos; tão somente me basta que sejão ponderadas as vantagens privativas das boas cartas hydrographicas, e geographicas.»[11]

2.3 Os campos de acção da Sociedade e a sua missão pública

A Sociedade foi concebida como um espaço para o aprofundamento das políticas de fomento, tanto no campo das ideias como das acções concretas do Estado. Segundo as palavras de D. Rodrigo de Sousa Coutinho, os interesses da Sociedade estendiam-se «a todos os grandes objectos políticos, administrativos, de fazenda, militares, marítimos, comerciais, e de agricultura e artes»[12]. Por esta razão, a Sociedade foi criada como uma estrutura intergovernamental, presidida pelos quatro membros do governo. Funcionava nas instalações do Arsenal da Marinha e a sua administração económica pertencia à Junta da Fazenda da Marinha, dependendo da secretaria de Estado da Marinha. O novo estabelecimento estava assim directamente ligada à acção do ministro Sousa Coutinho, constituindo um lugar privilegiado de exposição pública das suas políticas de fomento económico para o território continental e para os domínios ultramarinos[13].

[10] A ideia de criar uma instituição que reunisse o conhecimento técnico para a intervenção no território foi formulada por D. Rodrigo de Sousa Coutinho em 1787, quando era embaixador de Portugal no Reino da Sardenha; ver [Martins 2014, 592–598] .

[11] [Pereira 1828].

[12] Ver o Discurso de D. Rodrigo de Sousa Coutinho, de 22 de Dezembro de 1798, in [Coutinho 1993, 2, 179–188].

[13] Ver os cinco discursos in [Coutinho 1993, 2, 179–212].

Sousa Coutinho tinha a intenção de reunir num mesmo organismo os diversos campos do conhecimento científico e técnico e de formar um centro comum para a produção de pensamento e para a organização de informação. Procurava associar os trabalhos de conhecimento do espaço do Império (cartografia hidrográfica) com os trabalhos de conhecimento do território continental (levantamentos geodésicos da Carta Geográfica do Reino e cartografia topográfica do Exército). A estes, associavam-se os trabalhos de transformação do território, com as obras hidráulicas de melhoramento dos portos e encanamento de rios e as obras militares de fortificação. Estes vários campos de acção reflectem a tentativa de integração de territórios distintos — o espaço marítimo e colonial e o espaço continental; reflectem, também, a vontade de fusão de trabalhos complementares — levantamentos hidrográficos e topográficos e obras públicas civis e militares.

A diversidade de objectivos manifesta-se no âmbito alargado da instituição, pensada como um instituto astronómico, hidrográfico, geográfico, militar e cadastral; como uma academia científica, com sessões públicas de apresentação de trabalhos e de discussão crítica, atribuindo prémios anuais; e como um organismo para prestar apoio ao governo.

Os motivos que levam à opção de constituir uma estrutura tão abrangente inserem-se na intenção de D. Rodrigo de Sousa Coutinho de reunir em torno da Sociedade Marítima, Militar e Geográfica os vários programas para o território continental, a decorrer nas diferentes secretarias de Estado (Marinha, Guerra e Reino). Em particular, visava associar os trabalhos hidrográficos da Marinha, às operações geodésicas da Carta Geográfica do Reino, trabalhos sob a tutela da secretaria de Estado dos Negócios Estrangeiros e da Guerra, bem como às obras públicas para o fomento dos transportes e da agricultura, programa centralizado na secretaria de Estado do Reino.

2.4 A Sociedade e os seus associados; uma composição heterogénea

O corpo de sócios da instituição reflecte a vontade política de congregar múltiplas valências. A Sociedade era composta na sua maioria por oficiais da Marinha e de Engenharia e por professores das várias escolas de ensino superior (Universidade de Coimbra e Academias da Marinha, dos Guardas-Marinhas e de Fortificação, Artilharia e Desenho), num total de cerca de 70 membros. Juntavam-se na Sociedade, matemáticos, astrónomos, naturalistas, engenheiros e militares que se encontravam a trabalhar em Portugal. Não faziam parte da instituição quadros do Estado que estavam a trabalhar no Brasil ou em outros territórios coloniais. Por sua vez, imigrados franceses integrados no Exército e na Marinha de Portugal eram também membros da instituição. As principais áreas de conhecimento e de actividade dos sócios abrangiam astronomia e matemática, ciência naval e militar, cartografia e geodesia, engenharia hidráulica e florestal e geografia e estatística[14].

Para estes quadros dispersos pelo País, a Sociedade constituiu um espaço colectivo de produção e de crítica científica e técnica. Estabeleceu, também, um espaço de sociabilidade intelectual e de intercâmbio cultural e científico, dimensão visível tanto no acompanhamento dos temas em debate nas comunidades científicas europeias como no estabelecimento de contactos e troca de informação com alguns dos seus cientistas.

3 O funcionamento interno da Sociedade

3.1 A secção Hidrográfica e a secção Militar e Geográfica

A Sociedade Marítima, Militar e Geográfica organizou-se em duas classes: a Hidrográfica e a Geográfica e Militar. Esta organização não correspondia a uma divisão rígida em virtude das múltiplas intersecções entre hidrografia e geografia[15]. Francisco António Ciera e Manuel Pedro de Melo, membros muito activos da Sociedade, são exemplo de sócios que apresentaram trabalhos relativos a ambas as secções. Mesmo as listagens anuais das memórias, organizadas pelo secretário da Sociedade, Francisco de Paula Travassos, não assinalam esta divisão[16]. Destas listagens e de algumas memórias ainda existentes, compreendem-se os temas das sessões de trabalho, onde o debate e reflexão, o confronto de ideias, a exposição comparativa, o exame crítico e o espírito analítico foram constantes.

Da secção hidrográfica, faziam parte astrónomos, matemáticos e homens da ciência náutica, dentre os quais se encontravam profissionais da marinha de guerra, do exército ou professores do ensino superior. Da secção militar e geográfica faziam parte professores, técnicos e engenheiros que estavam a trabalhar nos vários programas de fomento, nomeadamente no mapa de Portugal,

[14] Ver a relação de membros da Sociedade Marítima, Militar e Geográfica, de 1802, in [Caixaria 2006, 495–496]. Ver a lista de membros, de 1807, in [Almanach 1807, 588–592].

[15] É exemplo o título da memória do conde de Robien, «Memoria sobre os inconvenientes do estabelecimento de Juntas fixas das duas Classes da Sociedade», 28 de Fevereiro e 6 de Junho de 1799.

[16] Reuniram-se as relações impressas dos trabalhos apresentados à Sociedade dos anos de 1799, 1800, 1801 e 1802. Foram registadas 21 sessões de trabalho no ano de 1799, 15 no ano de 1800, 16 no ano de 1801 e 10 no ano de 1802.

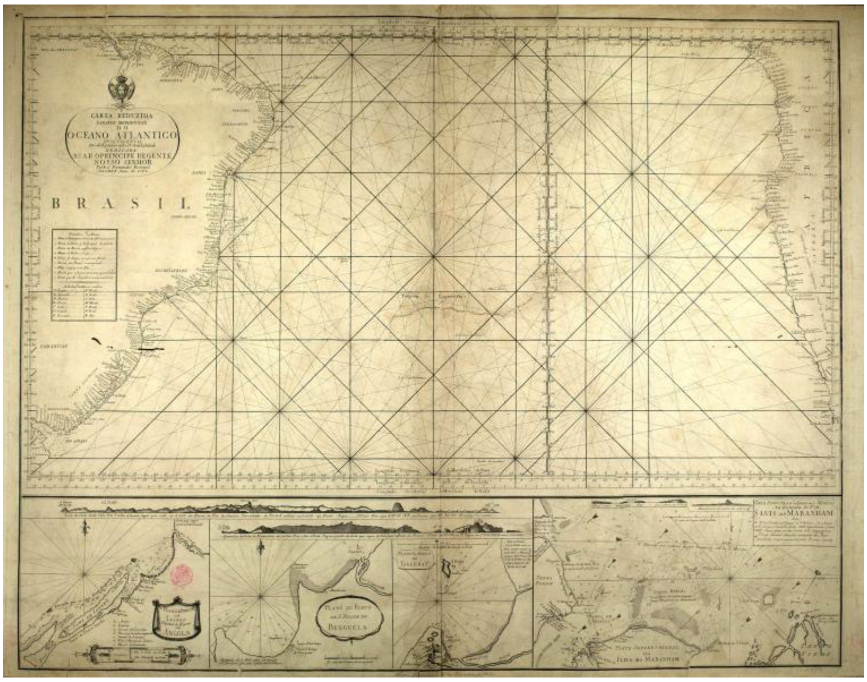


Figura 2: Portugal, José Fernandes, Carta reduzida da parte Meridional do Oceano Atlântico ou Occidental desde o Equador athe 38°-20′ de latitude. A S. A. R. O Principe Regente Nosso Senhor, Lisboa, Theotonio José de Carvalho, gravador, 1802, Biblioteca Nacional de Portugal, C. C. 915 R.

na demarcação das Comarcas, nos projectos de obras públicas e de fortificação, nos trabalhos mineiros e florestais e nas operações estatísticas.

Atendendo aos trabalhos produzidos pelos sócios, a secção Hidrográfica foi a mais activa, com vários assuntos tratados colectivamente ao longo dos anos de funcionamento da Sociedade, assegurando a regularidade e continuidade da instituição. A secção Geográfica e Militar teve uma presença muito irregular e a participação de modo colectivo só aconteceu no primeiro ano de trabalhos, em 1799[17]. A fraca participação dos quadros desta secção não será explicável pelas dificuldades financeiras destes anos (em Janeiro de 1800 foram suspensas

[17]Não se conhece a totalidade dos trabalhos produzidos pela Sociedade e são poucos aqueles de que se sabe a sua existência. Nas relações impressas das memórias da Sociedade estão registados 43 trabalhos em 1799, 22 em 1800, 30 em 1801 e 38 em 1802. Para os anos de 1803 a 1805 é mais difícil de se ter dados objectivos. No ano de 1803 terão sido apresentados cerca de 15 trabalhos, no ano de 1804 cerca de 10 e no ano de 1805 cerca de 11, embora estes três últimos anos apresentem muitas dúvidas de identificação. No total teriam sido apresentados cerca de

todas as obras públicas do País) ou pela crescente situação de conflito militar (a invasão do território continental pelas tropas espanholas em Maio de 1801); dever-se-ia, possivelmente, a tensões internas à própria Sociedade.

As matérias de estudo e análise mais presentes na secção Hidrográfica foram as de astronomia náutica (observações e tábuas astronómicas; cálculo das longitudes); instrumentos náuticos (em particular das agulhas de marear); cartas hidrográficas nacionais e estrangeiras e roteiros de navegação; reconhecimento da costa portuguesa e brasileira; medições das marés nos portos e costa portuguesa; e táctica naval. À secção Hidrográfica cabia ainda a missão de acompanhar os trabalhos de desenho e de cálculo das cartas hidrográficas, da responsabilidade de Luís André Dupuis.

Várias memórias foram objecto de trabalhos críticos, normalmente realizados por três diferentes colegas, dando a entender que se tratava de uma metodologia de trabalho desta secção. São exemplo, a *Carta reduzida da parte Meridional do Oceano Atlântico*, da autoria de José Fernandes Portugal (Fig. 2), ou a *Taboada Nautica*, de José Monteiro da Rocha (Fig. 5), ambas objecto de várias memórias críticas.

Na secção Militar e Geográfica, os temas de estudo mais presentes foram os de construção e desenho de cartas topográficas militares, assoreamento costeiro e modernização dos portos marítimos e, ainda, economia energética. Esta secção tinha ainda como missão acompanhar os trabalhos de desenho e de cálculo das cartas geográficas, tal como aconteceu com a *Carta dos principaes triangulos das operaçoens geodezicas de Portugal* da autoria de Francisco António Ciera (Fig. 6).

As sessões da parte Militar decorreram entre Janeiro e Março, tendo como tema único cartografia topográfica militar. Os métodos de levantamento e de representação cartográficos ocuparam a parte mais significativa do debate em que colaboraram membros do Exército e do Corpo de Engenheiros. As sessões da parte Geográfica realizaram-se entre Junho e Agosto e tiveram como tema geral o melhoramento dos portos. Vários membros do Real Corpo de Engenheiros apresentaram projectos e memórias sobre portos marítimos e encanamento de rios onde os problemas do grave assoreamento da costa portuguesa foram dominantes. A memória mais significativa, e que viria a ser premiada pelos sócios, foi a de Reinaldo Oudinot, *Memoria sobre as causas da afluencia das arêas nos Rios, e nas Praias; e meios de as diminuir, e os seus estragos, com a applicação á restauração de alguns Portos deste Reino*, apresentada a 20 de Junho.

169 trabalhos durante os sete anos de funcionamento regular da instituição. Ver [Mota 1972, 16, 249–305]; [Pereira 1832, 62–67].

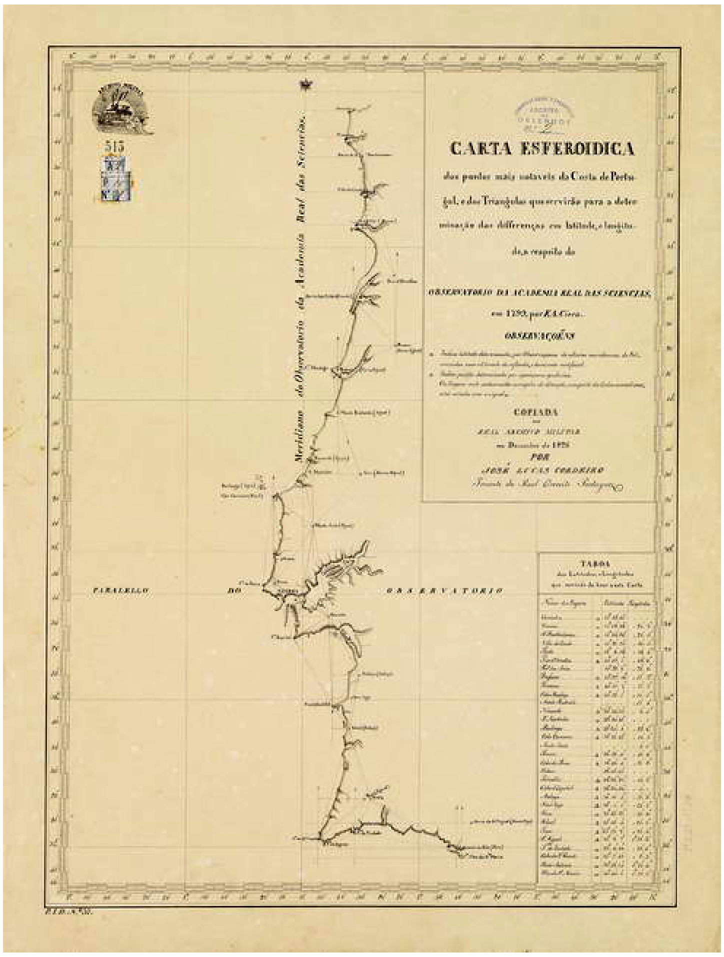


Figura 3: Francisco António Ciera, Carta esferoidica dos pontos mais notaveis da costa de Portugal, e dos triangulos que servirão para a determinação das differenças em latitude, e longitude, a respeito do Observatorio da Academia Real das Sciencias, 1799 (Copiada no Real Archivo Militar em Dezembro de 1826 por José Lucas Cordeiro, Tenente do Real Exercito Portuguez), Gabinete de Estudos Arqueológicos de Engenharia Militar da Direcção Geral Infra-estruturas do Exército, 4100-2A-24A-111.

No primeiro dia de Agosto de 1799, aquando da conclusão do debate sobre os portos marítimos, Francisco António Ciera apresentou na Sociedade o resultado dos seus últimos trabalhos para a construção da Carta Geográfica do Reino, com uma memória intitulada: *Exposição das observações e seus resulta-*

dos sobre a determinação dos principais portos e cabos da costa de Portugal. Esta memória, igualmente premiada, é uma explicação do mapa da costa de Portugal, onde estão assinaladas as triangulações e as latitudes e longitudes dos pontos mais relevantes (Fig. 3)[18]. Este trabalho teve a participação de Reinaldo Oudinot, nomeadamente no posicionamento do porto de São Martinho e do porto do Douro. Os resultados das observações de Francisco António Ciera foram da maior importância na época vindo a ser publicados pela Universidade de Coimbra em 1803, nas *Efemérides Astronómicas*, e pela *Dirección Hidrográfica* espanhola, em 1809[19].

3.2 O arquivo e biblioteca da Sociedade

A Sociedade tinha o dever de manter um arquivo e uma biblioteca junto do local das sessões públicas, o Arsenal da Marinha. No seu depósito, eram guardados os trabalhos dos sócios (ou enviados à Sociedade) e o material cartográfico e projectos de obras públicas com relevância para o serviço da instituição e do Estado[20]. Um exemplo, entre muitos, foi o do projecto para a abertura da barra de Aveiro, de Reinaldo Oudinot e de Luís Gomes de Carvalho, apresentado ao governo e ao príncipe em 1802. D. Rodrigo de Sousa Coutinho, após a aprovação do projecto mandou guardar os originais e depositar uma cópia na secretaria de Estado da Fazenda e outra na Sociedade.

O espólio da Sociedade foi objecto de uma classificação cuidada, subjacente a um espírito metódico de organização arquivística, revelador de uma nova forma de entender o papel de um organismo vocacionado para a produção de informação e apoio à acção governativa[21]. A sua organização foi coordenada pelo secretário da Sociedade, Francisco de Paula Travassos (1765–1833), matemático, professor da Academia da Marinha e que viria a ser membro do Real Corpo de Engenheiros[22]. As relações das memórias e trabalhos apresen-

[18] As latitudes foram obtidas por séries de observações astronómicas realizadas com o 'Circulo de Reflexão' de Lenoir e as longitudes procederam de operações geodésicas.

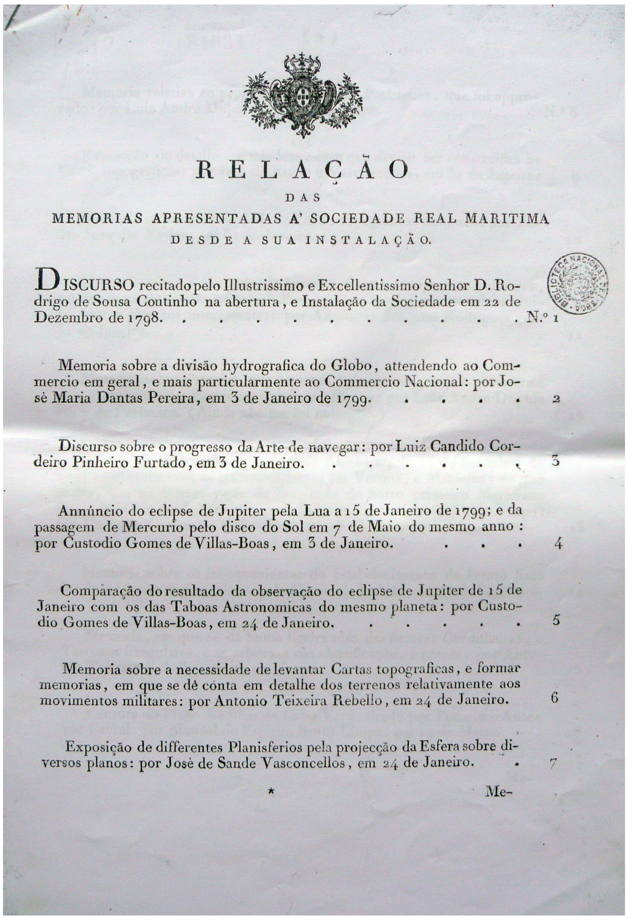
[19] Ver «Posición de Lisboa y de otros puntos de la Costa de Portugal por Don Francisco Antonio Ciera», in [Espinoza e Tello 1809, 1, 85–94].

[20] Ver [Cunha 1967, 72, 57–67].

[21] Sobre a organização arquivística e classificação cartográfica foram registadas as seguintes memórias: Francisco de Paula Travassos, *Exposição do inventário classificado das cartas e planos hidrográficos existentes no Depósito da Secretaria da Sociedade Real Marítima*, 29 de Agosto de 1799; Manuel Travassos da Costa Araújo, *Exposição da comparação das posições das diferentes Cartas do Deposito, indispensavel para a analyse das mesmas Cartas; e particularmente das que entrão na 3.ª Carta da nossa Divisão Geral*, 28 de Novembro de 1799.

[22] Francisco de Paula Travassos constitui um bom exemplo do funcionário do Estado que circula por várias instituições académicas e científicas. Doutorado pela Universidade de Coim-

tados à Sociedade, impressas para os anos de 1799 a 1804, são o único testemunho existente dos modelos de inventariação construídos por Francisco de Paula Travassos (Fig. 4).



RELAÇÃO

DAS

MEMORIAS APRESENTADAS A' SOCIEDADE REAL MARITIMA

DESDE A SUA INSTALAÇÃO.

DISCURSO recitado pelo Illustrissimo e Excellentissimo Senhor D. Rodrigo de Sousa Coutinho na abertura, e Instalação da Sociedade em 22 de Dezembro de 1798. . . . . N.º 1

Memoria sobre a divisão hydrografica do Globo, attendendo ao Commercio em geral, e mais particularmente ao Commercio Nacional: por Josè Maria Dantas Pereira, em 3 de Janeiro de 1799. 2

Discurso sobre o progresso da Arte de navegar: por Luiz Candido Cordeiro Pinheiro Furtado, em 3 de Janeiro. 3

Annúncio do eclipse de Jupiter pela Lua a 15 de Janeiro de 1799; e da passagem de Mercurio pelo disco do Sol em 7 de Maio do mesmo anno: por Custodio Gomes de Villas-Boas, em 3 de Janeiro. . . . 4

Compâração do resultado da observação do eclipse de Jupiter de 15 de Janeiro com os das Taboas Astronomicas do mesmo planeta: por Custodio Gomes de Villas-Boas, em 24 de Janeiro. 5

Memoria sobre a necessidade de levantar Cartas topograficas, e formar memorias, em que se dê conta em detalhe dos terrenos relativamente aos movimentos militares: por Antonio Teixeira Rebello, em 24 de Janeiro. 6

Exposição de differentes Planisferios pela projecção da Esfera sobre diversos planos: por Josè de Sande Vasconcellos, em 24 de Janeiro. . 7

* Me-

Figura 4: Sociedade Real Marítima Militar e Geográfica, Relação das Memorias apresentadas à Sociedade Real Marítima desde a sua instalação, Lisboa, Na Officina da Casa litteraria do Arco do Cego, 1799, p. 1

bra em Matemática (1788–10–26), e aí *opositor*, ingressa na Academia da Marinha como professor (1798–10–25), pouco dias depois de ser nomeado secretário da Sociedade Marítima, Militar e Geográfica (1798–10–03); torna-se oficial da Marinha, vindo a ser transferido posteriormente para o Real Corpo de Engenheiros (1802–08–07). Sócio efectivo da Academia das Ciências, deixou uma importante obra publicada como matemático.

3.3 O Gabinete de Desenho, Gravura e Impressão das Cartas Hidrográficas, Geográficas e Militares

O Gabinete de desenho, gravura, e impressão de cartografia era uma parte essencial do projecto da Sociedade. A instituição designava-se de *Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica para o Desenho, Gravura, e Impressão das Cartas Hidrográficas, Geográficas e Militares*, por ser esta a sua vocação. Dirigido por Luís André Dupuis, o Gabinete tinha a função de executar os trabalhos determinados pelas duas classes da Sociedade e dar resposta a todas as tarefas requisitadas pelos vários departamentos do Estado, nomeadamente cópias de desenhos cartográficos para a Marinha e para o Exército. Deveria ainda funcionar como uma escola de formação de quadros especializados no desenho e gravação de cartografia.

O estabelecimento teria as suas instalações na residência do director, de forma a este poder acompanhar continuadamente os trabalhos e dirigir os artistas e desenhadores, tendo assim autonomia funcional relativamente à Sociedade. Oficiais da Marinha dariam suporte aos trabalhos hidrográficos e oficiais do Corpo de Engenheiros dariam suporte aos trabalhos «geográficos, corográficos, topográficos, hidráulicos e militares», ficando estes oficiais encarregados da construção dos desenhos[23]. Haveria ainda artistas gravadores para os trabalhos de gravação de cartografia e de letra.

Pouco se sabe sobre o funcionamento do Gabinete de desenho e gravação, sobre os artistas que nele trabalharam e sobre os trabalhos que foram produzidos no estabelecimento. Ao que tudo indica, o Gabinete, que seria o primeiro em Portugal dedicado à gravação de cartografia, não funcionou de modo estável, com os meios humanos e os recursos adequados à ambição das tarefas.

Um caso revelador das debilidades de funcionamento do Gabinete é dado pelo percurso de dois desenhadores naturalistas, José Joaquim Freire (1760–1847)[24] e Manuel Tavares da Fonseca (?–1825). Ambos trabalhavam no Gabinete de Desenho do Jardim Botânico da Ajuda sob a orientação de Alexandre Rodrigues Ferreira (1756–1815). Na sequência do importante trabalho de construção e desenho da *Carta Geral do Reino do Brasil*, da autoria de António Pires da Silva Pontes Leme (1757–1806), ingressaram nos quadros da Marinha com a missão de se dedicarem ao desenho e gravura de cartas marítimas. Designados para trabalhar com Dupuis, continuaram a trabalhar na Ajuda. Numa representação ao príncipe regente (c. 1803), Joaquim Freire e Tavares da Fonseca apre-

[23] Ver documento de nomeação de oficiais para os trabalhos das cartas marítimas, datado de 18 de Junho de 1799, in Sociedade de Geografia de Lisboa, *Reservados*, 146–Maço 5–29, Docs. 40, 41.

[24] Sobre o percurso profissional de José Joaquim Freire, ver [Faria 2001].

sentaram uma relação dos trabalhos executados entre 1797 e 1803, num total de 51 desenhos (com a excepção dos desenhos considerados secretos), realizados a pedido de D. Rodrigo de Sousa Coutinho[25]. Ou seja, os desenhadores ao serviço de Dupuis estiveram a trabalhar noutro local e para o serviço da secretaria de Estado da Marinha. Durante os anos de 1799 a 1803, período em que o Gabinete esteve em funcionamento, foi realizado muito trabalho pelos desenhadores, principalmente de cópia de cartas geográficas e hidrográficas. Luís André Dupuis, responsável por todas as partes do serviço do Gabinete, refere, numa das suas memórias, a execução de 146 cartas e planos[26].

Também trabalharam com Dupuis dois gravadores, sendo um deles José Lúcio da Costa (1763–?); o outro gravador foi, muito provavelmente, Romão Elói de Almeida, artista que dirigiu a secção de gravadores da Casa do Arco do Cego e que na Impressão Régia se dedicou a mapas e cartas geográficas. Os gravadores só momentaneamente puderam ser utilizados e provavelmente mantiveram a sua ligação à Casa do Arco do Cego (1799–1801) e posteriormente à Impressão Régia, enquanto se construía o exigente processo de desenho inerente às cartas hidrográficas. Estas duas instituições, de algum modo, compensaram as dificuldades de funcionamento do Gabinete de desenho e gravação, publicando trabalhos dos membros da Sociedade, nomeadamente a *Tabuada Náutica*, de José Monteiro da Rocha.

Os discursos de D. Rodrigo de Sousa Coutinho, pronunciados na abertura das sessões anuais, fornecem dados que ajudam a esclarecer os trabalhos que estavam a ser encetados no Gabinete dirigido por Dupuis. No seu segundo discurso, pronunciado a 7 de Janeiro de 1800, Sousa Coutinho, ainda ministro da Marinha, refere que «o nosso hábil Director dos artistas prepara três grandes cartas hidrográficas para a viagem ao Brasil, cujas posições discutidas nas Juntas da Classe Marítima, e executadas debaixo da direcção de um tão grande artista, como o nosso Director, prometem exceder o que até aqui se viu de melhor em tão interessante objecto…»[27]. Apesar do tempo decorrido sem qualquer resultado visível, Sousa Coutinho manteve a confiança em Dupuis. A 19 de Janeiro de 1802, no quarto discurso pronunciado na Sociedade, já como mi-

[25]Ver, de José Joaquim Freire e Manuel Tavares da Fonseca, a carta dirigida ao príncipe e o «Resumo dos Mappas, Chartas Geograficas, e Plantas, que se tem Copiado, e Reduzido, no Real Jardim Botanico, por Ordem do Ill.mo e Ex.mo Senhor D. Rodrigo de Souza Coutinho, desde 26 de Março de 1797 até ao presente de 1803», in [Cunha 1967, 223–224].

[26]Ver Luis André Dupuis, Mémoire extrait de celui remis à Son Altesse Royale le 12 février 1804 par le quel je rends compte à Sa Royale Personne de ma conduite dans les travaux dont Elle m'a charge de la direction, depuis 1798 jusqu'à ce jour. Remis à Son Altesse Royale le 12 février 1804, Arquivo Histórico Militar, DIV–4–1–16–9, doc. 6.

[27]Ver [Coutinho 1993, 2, 190].

nistro da Fazenda, Sousa Coutinho referiu: «A paz que acaba de conseguir-se deixa lugar a que Sua Alteza Real faça também realizar por meio de relógios marítimos, e de bons observadores as determinações das posições da costa do Brasil, mais domínios ultramarinos, para o fim de cada vez se aperfeiçoarem as cartas hidrográficas que o nosso hábil companheiro Mr. Dupuis se acha encarregado de publicar, e que brevemente sairão à luz, como ultimamente lhe ouvi dizer, ou em todo ou em parte, quanto ao que toca à navegação das costas da América, e da África ocidental»[28]. O ministro da Fazenda, no seu último discurso dirigido à assembleia, a 29 de Março do mesmo ano, ao exortar os sócios a continuarem os estudos científicos, fez um resumo dos trabalhos da Sociedade e não deixou de manifestar o desagrado pela demora na concretização de um projecto tão determinante para a actividade da instituição e de tanto relevo para a navegação, como era a publicação das cartas hidrográficas. Expressou, seguramente, sem imaginar que seriam das últimas palavras que dirigia à Sociedade:

> «Sua Alteza Real espera grandes frutos, seja na carta do Reino tão sabiamente principiada; seja nas cartas hidrográficas, em que não podemos ainda mostrar a primeira carta que (apesar de que será igual em beleza ao que há de melhor em tal género) mal pode fazer perdoar a lentidão e mora, que tem impedido a sua publicação; seja finalmente no trabalho de exame das marés, e fixação do que se chama *Estabelecimento do porto de Lisboa,* em que podemos publicar observações superiores às que por seis anos sucessivos se fizeram em Brest no princípio do século passado; e que sirvam de novas verificações e base à luminosa teórica ultimamente publicada por de Place, que certamente é uma das mais brilhantes aplicações e provas da solidez do sistema de Newton.»[29]

4 O problema da determinação das longitudes e o contributo de José Monteiro da Rocha

4.1 O problema das longitudes em finais do século XVIII

A determinação das longitudes era essencial para a segurança da navegação e uma questão central não só da náutica como de toda a ciência astronómica do século XVIII. O problema das longitudes tornou-se premente a partir do

[28]Ver [Coutinho 1993, 2, 204].
[29]Ver [Coutinho 1993, 2, 207].

século XV, quando portugueses e espanhóis começam a enfrentar os espaços desconhecidos do Atlântico, dando início às grandes descobertas marítimas. A questão da longitude estava, assim, muito para além de um difícil problema científico ou náutico, e era uma questão de poder político e comercial de domínio dos mares e da terra.

Ao longo da história vários foram os métodos e soluções propostas, mas três (idealizados nos séculos XVI e XVII) haveriam de se destacar: os satélites de Júpiter, as distâncias lunares e o relógio. O primeiro será usado para a determinação das longitudes em terra firme; o segundo será usado bastante satisfatoriamente para a determinação no mar durante o século XVIII e parte do seguinte; e o terceiro, que acabaria por ganhar em facilidade de uso e exactidão de resultados, tornar-se-ia o método de eleição para os marinheiros dos séculos XIX e XX[30]. Só no século XVIII a tão desejada solução para a determinação da longitude no mar é finalmente alcançada, a que não é alheio o estímulo do prémio de 20 mil libras que a rainha Anne (1665–1714) e o parlamento britânico instituíram através do famoso Longitude Act (1714).

Na década de 1760, as duas soluções, mecânica e astronómica, vão competir. John Harrison (1693–1776) constrói um cronómetro marítimo em 1761 (o H4) que permite transportar com precisão a hora do meridiano de referência a bordo. Do lado astronómico a solução é apresentada por Nicolas-Louis de Lacaille (1713–62) que em 1759 apresenta uma memória na *Academie Royal de Sciences* onde propõe de uma maneira rigorosa o método das distâncias lunares[31]. De facto, esta memória marca uma etapa muito importante nas investigações dos astrónomos e pilotos sobre o problema das longitudes. A ideia de Lacaille é adoptada em Inglaterra pelo astrónomo real Nevil Maskelyne (1732–1811), que em 1766 começa a publicação do *Nautical Almanac* (NA) com tabelas de distâncias lunares pré-calculadas de três em três horas para o meridiano de Greenwich. Anos mais tarde, em 1772, Lalande (1732–1807) copia-as para o *Connaissance des Temps pour l'année 1774* mas só a partir de 1789 as distâncias lunares passam a ser calculadas directamente das tabelas astronómicas.

O método das distâncias lunares (considerado um método directo) pressupõe três observações simultâneas: a altura da Lua, a altura do Sol ou de uma outra estrela, e a distância da Lua ao Sol, ou a essa estrela. Seguidamente, é necessário proceder a uma série de cálculos para correcção dessas observações (aparentes), dos efeitos da paralaxe e da refracção, de modo a obter 'observações verdadeiras'. A grande questão que se coloca no método é como determi-

[30]Sobre a história do problema da determinação da longitude há uma extensa produção historiográfica, veja-se por exemplo: [DUNN 2014].

[31][LACAILLE 1765, 63–98].

nar a distância lunar 'verdadeira'. Para tal, é necessário proceder a uma série de cálculos (à época algo complicados e muito fastidiosos) envolvendo várias tabelas e trigonometria esférica. Na posse do valor da distância lunar 'verdadeira', e consultando nas efemérides os valores das distâncias lunares previamente calculadas para o meridiano de referência, determina-se a hora neste meridiano. A longitude do lugar é então calculada pela diferença horária do meridiano do local (determinada pela altura do Sol ou das estrelas) e do meridiano de referência. Embora sejam Lacaille e Maskelyne que estão na origem da fixação de um protocolo de observações e cálculos das distâncias lunares, a introdução deste método a bordo deve-se a Jean-Charles de Borda (1733–99) que vê publicado em 1779, por Pierre Lévêque (1746–1814), um protocolo por si estabelecido para a aplicação prática e efectiva do método pela marinha[32]. Porém, o esforço de cálculo que a equação subjacente ao método de Borda envolvia era extremamente complexo e demorado sobretudo quando devia ser aplicado a bordo por pilotos cuja formação técnico-científica era algo deficitária. Para facilitar os cálculos, vários matemáticos e astrónomos contribuíram com novas fórmulas que, por vezes, se faziam acompanhar de várias tabelas subsidiárias. Em 1797, o astrónomo espanhol domiciliado em Inglaterra, Mendoza y Ríos (1761–1816), colige 40 fórmulas que na altura eram mais ou menos correntes para a resolução do problema e, anos mais tarde, Charles Guépratte (1777–1857) afirma conhecer cerca de 100[33].

É precisamente no contexto da plena adopção do método das distâncias lunares como método para a determinação da longitude no mar que se insere a *Taboada Nautica para o calculo das Longitudes* (Fig. 5) de José Monteiro da Rocha, bem como outros trabalhos análogos que outros sócios também apresentam nas sessões[34].

[32]É este mesmo método, que ficaria conhecido por 'método de Borda', que as *Ephemerides Náuticas* (EN) da Academia Real das Ciências de Lisboa apresentam no seu primeiro volume: «Método do Cavalheiro de Borda para o cálculo das longitudes no mar, determinadas pelas distâncias da Lua ao Sol, ou às Estrelas» (EN (1789) 1788, pp. 170–81). Este artigo é baseado num outro que o astrónomo francês Edme-Sébastien Jeaurat (1725–1803) publica em 1777 (CDT (1779), pp. 213–223).

[33][MENDOZA Y RIOS 1797]; [GUÉPRATTE 1839, 1, 219]. Sobre esta questão veja-se: [COTTER 1975, 305–28].

[34]Conseguimos listar as memórias que se seguem: – «Cálculo da observação do eclipse de Aldebaran de 14 de Setembro de 1794 comparada com as correspondentes em Verona, e Marselha; de que se tira, que na determinação da longitude do nosso primeiro meridiano de $11°\,29'$ Occ. de Paris não pode haver mais erro de $5''$ em tempo: por Custódio Gomes de Villas-Boas»; – «Memória sobre a latitude, e longitude do Porto: por Custódio Gomes de Villas-Boas, em 3 de Outubro»; – «Determinação da longitude de Coimbra, e Confirmação da de Lisboa, por meio da comparação das Observações feitas em Coimbra, e Greenwich em 16 de Novembro de 1777 da ocultação da estrela ξ de Touro: por Custódio Gomes Villas-Boas, em sessão de 8 de Maio de

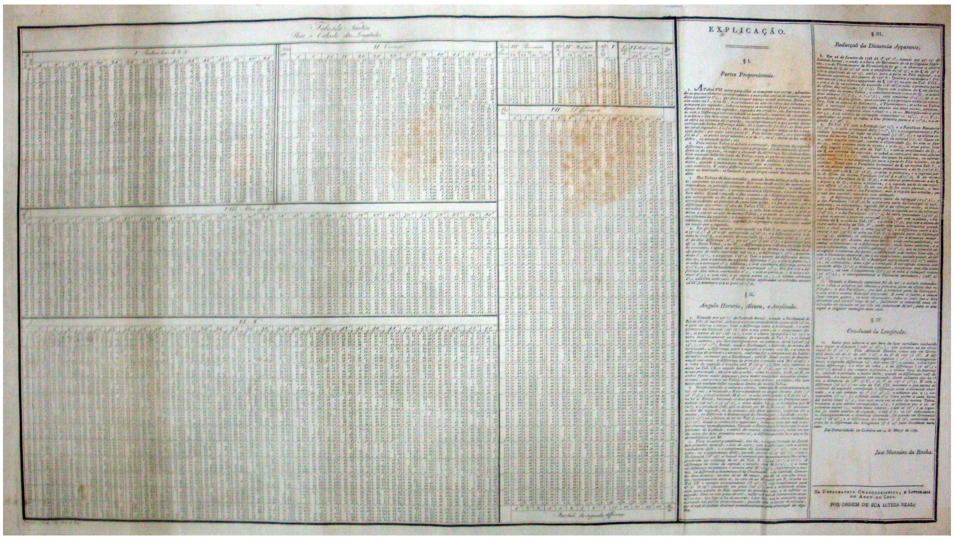


Figura 5: ROCHA, José Monteiro da, Taboada Nautica para o Calculo das Longitudes da Universidade de Coimbra em 14 de Março de 1799. Por Ordem de Sua Alteza Real. Vitoriano Sculp no Arco do Cego, Na Typographia Chalcographica, e Literária do Arco do Cego.

1800»; – «Memória sobre a aplicação do Método das alturas correspondentes à indagação das longitudes, e Latitudes Geográficas: por José Maria Dantas Pereira; em Sessão de 29 de Maio de 1800»; – «Cálculo de longitude pela distância da Lua ao Sol, sem observação da distância aparente, feito a bordo da Fragata Tritão: por Joaquim Bento da Fonseca, em Sessão de 28 de Janeiro de 1802»; – «Método para determinar a longitude geográfica, independente da observação da distância aparente: pelo sócio Manoel Ferreira de Araújo Guimarães, em sessão de 25 de Fevereiro de 1802»; – «Parecer sobre o método de determinar a longitude geográfica por distâncias lunares, sem observação da distância aparente: pelo sócio Custódio Gomes Villas-Boas, em Sessão de 9 de Abril de 1802»; – «Informações sobre o cálculo de longitude de Joaquim Bento da Fonseca: pelo sócio José Maria Dantas Pereira, em sessão de 9 de Julho de 1802»; – «Três cálculos de longitude por distâncias, sem observação das distâncias aparentes, e três da variação da Agulha: por Joaquim Bento da Fonseca, em Sessão de 29 de Outubro de 1802»; – «Observações astronómicas feitas para a determinação da longitude do lugar das Salinas, e Ponta do Taipú: por ordem do Governador, e Capitão General do Pará; o Sócio, Excelentíssimo D. Francisco de Sousa Coutinho, em Sessão de 29 de Outubro de 1802»; – «Dissertação sobre os métodos de achar a longitude no mar, e especialmente sobre os relógios marítimos, cujas irregularidades provenientes das variedades de temperatura, se pretende evitar inteiramente, 1805».

4.2 A Tabuada Náutica para o cálculo das longitudes, de José Monteiro da Rocha

José Monteiro da Rocha (1734–1819) é uma das figuras mais relevantes no processo de institucionalização da ciência moderna iniciado em Portugal pela Reforma Pombalina da Universidade de Coimbra, sendo um dos principais responsáveis pela elaboração do currículo das novas faculdades científicas[35]. Em 1798 integra a Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica (SRMMG) como membro fundador, na qualidade de professor da Faculdade de Matemática, sendo já um dos matemáticos e astrónomos mais reconhecidos e importantes do país. Enquanto professor das cadeiras de Foronomia (1772–1783) e de Astronomia (1783–1804), vinha sendo reconhecido como um dos directos e principais responsáveis pela formação da nova geração de matemáticos e astrónomos portugueses. A sua influência estendia-se, indirectamente, aos quadros formados pelas novas instituições de ensino militar (Academias da Marinha e do Exército), uma vez que grande parte dos seus professores foi formada na Universidade de Coimbra. A sua actividade científica está principalmente ligada à actividade do Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra (OAUC), que se constituiu como um dos principais centros de investigação do país, publicando periodicamente efemérides astronómicas *'para uso da navegação portuguesa'*, obra reconhecida na Europa pelo seu carácter inovador.

A criação e planificação do OAUC são da responsabilidade directa de Monteiro da Rocha. Pensado inicialmente, nos Estatutos de 1772, como uma instituição para o ensino prático e para o desenvolvimento da própria ciência astronómica, aquando da sua efectiva entrada em funcionamento em 1799, vem a afirmar-se como um verdadeiro observatório nacional, envolvido em questões ligadas aos problemas de navegação, geodesia e cartografia, medições astrométricas e problemas de mecânica celeste, à semelhança de outros observatórios europeus.

Embora a Academia Real das Ciências de Lisboa e o seu observatório construído no Castelo de S. Jorge viesse, desde 1788, a publicar as *Ephemerides Nauticas*[36], copiadas do *Nautical Almanac* inglês para o meridiano de Lisboa[37], o OAUC será o primeiro observatório português com a missão específica de fazer observações sistemáticas e elaborar e calcular efemérides astronómicas[38].

[35]Sobre a vida e obra de Monteiro da Rocha veja-se [Figueiredo 2011].

[36]*Ephemerides Nauticas, Ou Diário Astronómico para o ano de 1789.* Lisboa. Real Academia das Sciencias de Lisboa, 1788. Publicaram-se até ao ano de 1863.

[37]Monteiro da Rocha também está ligado a este projecto da Academia das Ciências, veja-se [Figueiredo 2011, 365–371].

[38]Ver Carta Régia de 4 de Dezembro de 1799, in [Ephemerides Astronomicas 1803, 1, v–xii].

Nos finais dos anos 1790 Monteiro da Rocha encontra-se completamente envolvido nos trabalhos de acabamento da obra do OAUC[39] e nos cálculos matemáticos e astronómicos das Efemérides Astronómicas do Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra (EAOAUC) cujo primeiro volume seria publicado em 1803[40]. As EAOAUC forneciam dados astronómicos (em 10 folhas mensais) do Sol, da Lua e planetas e das distâncias lunares (*folhas VIII-IX, distâncias lunares ao sol, às estrelas e planetas*) e, também, à semelhança das suas congéneres europeias, publicavam (principalmente nos volumes de 1803 a 1813) vários artigos de astronomia teórica e prática, bem como diversas tabelas astronómicas. Alguns destes artigos, da autoria de Monteiro da Rocha, seriam traduzidos para francês por Manuel Pedro de Melo e mereceriam boas recensões críticas por Delambre[41].

Um desses artigos, publicado no 1.º volume, diz respeito ao cálculo das longitudes e, essencialmente, ao método das distâncias lunares[42]. Um dos métodos aí apresentado é um método de aproximação e é na sua base o mesmo que apresentou em Março de 1799 na *Taboada Nautica* que oferecera à SRMMG:

> «Este Método é o mesmo, que de outra maneira se propôs na 'Taboada Nautica', e se funda nas fórmulas, [...]. Aqui se repete a mesma solução em diferente forma pela aplicação da Tab. I, que por outra parte se ideou para facilitar o uso da Ephemeride. E nisto se teve em vista a utilidade, que resulta de se multiplicarem as formas, porque uns se ajeitam melhor com uma, e outros com outra: bem entendido, que ninguém deve julgar da facilidade executiva de qualquer Método que seja pelos primeiros exemplos que calcular, porque tudo parece difícil e embaraçado, enquanto se não adquire o hábito de o praticar.»[43]

A *Taboada Nautica* apresenta-se numa folha de papel (87cm×46cm)[44] onde constam 9 pequenas tabelas e um pequeno texto de 'Explicação' do seu uso,

[39] O OAUC havia começado a ser construído em 1773 no sítio do Castelo mas por dificuldades financeiras as obras seriam interrompidas em 1775. Em 1790 um outro projecto foi aprovado para a sua construção no Pátio da Universidade. Estaria pronto em 1799. Veja-se [Martins 2008, 12–15].

[40] Publicaram-se praticamente em contínuo desde 1803 até 2000.

[41] [CDT (pour 1810), 1808, 471].

[42] «Calculo das Longitudes» in [EAOAUC 1803, 1, 213–230]. Neste artigo Monteiro da Rocha apresenta ainda o método das alturas, mas para casos particulares em que se está impossibilitado de determinar as distâncias luni-solares, nos 2–3 dias imediatamente anteriores e posteriores à lua cheia.

[43] [EAOAUC, 1803, 1, 223-4].

[44] Na biblioteca do OGAUC existe um exemplar (cota D-002) emoldurado em Janeiro de 2000, numa moldura tipo Império (dimensões: 104.8cm × 66cm × 1.2cm).

que se divide em 4 secções: I. *Partes Proporcionais*; II. *Ângulo Horário, Altura, e Amplitude*; III. *Redução da Distância Aparente*; IV. *Conclusão da Longitude*. Terá sido apresentada em sessão académica pelo próprio Monteiro da Rocha, em 11 de Abril de 1799[45].

O método apresentado é um método de distâncias lunares em que, fazendo uso das 9 tabelas, é possível reduzir à verdadeira qualquer distância aparente observada. Essas tabelas corrigem a refracção e têm em consideração a figura elipsoidal da Terra na determinação das paralaxes, sendo esta a principal diferença entre a solução proposta por Monteiro da Rocha e a de Borda (há ainda tabelas que servem para cálculos auxiliares).

A exposição do método é feita sob a forma de receituário, à semelhança de outros que Monteiro da Rocha apresenta, tendo por base um exemplo prático e não sendo fornecido o desenvolvimento teórico. Terá sido este o motivo que levou Travassos a escrever uma memória sobre os fundamentos teóricos da *Taboada*:

> «O desejo de conhecer a análise desta solução, que o crédito de seu autor, e a aplicação de discípulo me faziam reputar entre as melhores me obrigou a lançar mão de único meio, que se me ofereceu; que era procurar descobrir pelas mesmas Tábuas, qual tinha sido a fórmula que dera a sua construção. Felizmente consegui; e com o consentimento do Autor fiz publicar em uma Memória impressa por ordem de S. A. R. em 1801.»[46]

Isto parece contradizer Monteiro da Rocha que, nas *Ephemerides Astronomicas*, afirma ter deixado propositadamente o suporte teórico como exercício para Travassos[47]. Seja como for, Travassos considera o método das distâncias lunares apresentado como «muito fácil, e [que] dá aos resultados toda a exactidão possível», considerando-o a par dos melhores à época[48].

4.3 O debate sobre a Tabuada Náutica

O problema das longitudes e a boa aplicação (fácil e fiável) do método das distâncias lunares era assunto que merecia toda a atenção da comunidade científica da época:

[45]Nas relações das memórias apresentadas à SRMMG esta vem referida como: «Uma Folha, que contém várias taboadas para achar a distância verdadeira dos centros de dois astros no cálculo das longitudes; apresentada na sessão de 11 de Abril [1799], composta por José Monteiro da Rocha».

[46][TRAVASSOS 1801].

[47][EAOAUC 1803, 1, 223-224].

[48]Para mais veja-se [TRAVASSOS 1801] e [FIGUEIREDO 2011, 392–434].

> «O problema da Longitude pelas distâncias lunares tem pela sua utilidade merecido a atenção de muitos e grandes Geómetras; e entre as diversas soluções, que dele têm aparecido, a do nosso Sócio, o Conselheiro José Monteiro da Rocha me parece merecer também uma particular atenção. Ele, tendo talvez em vista mais o uso, que dela se podia fazer, do que a sua glória a ofereceu à Sociedade Real Marítima em uma folha que compreende as Tábuas, e as regras necessárias para a sua aplicação, sem a fórmula analítica pela qual se tinha construído.»[49]

A importância do assunto levou a que a *Taboada Nautica* fosse tema de cinco memórias que Paula Travassos apresenta em outras tantas sessões da SRMMG:

- «Explicação da Taboada Nautica, de José Monteiro da Rocha, para o cálculo das Longitudes, pelas distâncias da lua ao Sol, e às Estrelas; e indagação, e Demonstração das fórmulas, que servirão para a sua construção», em Sessão de 9 de Outubro de 1800;
- «Taboadas para facilitar o Cálculo das longitudes pelas distâncias, conforme o methodo dado pelo Sócio José Monteiro da Rocha, na sua Taboada Nautica», em Sessão de 30 de Abril de 1801;
- «Introdução às Taboadas para o cálculo das Longitudes pelas distâncias», em Sessão de 25 de Junho de 1801;
- «Reflexões sobre o mesmo método», em Sessão de 9 de Abril de 1802;
- «Novas reflexões sobre os erros prováveis do método proposto para a determinação da longitude geográfica, pelas distâncias lunares, sem a observação da distância aparente; com a demonstração da pouca influência, que nos métodos de Mr. Borda, e do Sócio José Monteiro da Rocha tem na distância verdadeira os erros das alturas», em Sessão de 14 de Dezembro de 1802.

Infelizmente não foi possível encontrar nenhuma destas memórias. Todavia, Paula Travassos publicará três livros relacionados com a determinação da longitude e métodos de distâncias lunares, relacionados com a *Taboada Nautica* de Monteiro da Rocha[50].

[49] [Travassos 1803] *introdução.*

[50] [Travassos 1801] e [Travassos 1803]. Travassos publicou ainda um outro livro, [Travassos 1805] onde fornece um método alternativo ao método de Borda e que nos parece ser idêntico

5 A crise financeira, o conflito interno e a desagregação da instituição

Em Agosto de 1803, D. Rodrigo de Sousa Coutinho e D. João de Almeida de Melo e Castro (1756–1814) deixaram o governo. A ausência de D. Rodrigo de Sousa Coutinho facilmente punha em causa a continuidade do projecto da Sociedade não apenas por esta instituição estar longe da sua estabilização e consolidação, de que era exemplo o gabinete de gravação, mas também por estar muito marcada por um projecto político próprio. O governo interino que se seguiu teve de enfrentar uma grave crise financeira no final do ano e no processo de tomada de decisões colocou-se a hipótese de suspender as operações geodésicas da carta do Reino e os trabalhos de gravação das cartas hidrográficas.

Nesta altura, a Sociedade estava envolvida nos trabalhos académicos, na actividade do Observatório Astronómico da Marinha, nas observações e medições das marés (a pedido do Instituto de Paris), na gravação de cartografia hidrográfica e no acompanhamento (ou mesmo na coordenação) da Carta Geográfica do Reino. É no ano de 1803 que sai impressa a primeira e única carta editada pelo Depósito Geral das Cartas Marítimas, Militares, Geográficas, a *Carta dos principaes triangulos das operaçoens geodezicas de Portugal*, da autoria de Francisco António Ciera (Fig. 6), que seria oferecida aos sócios, na sessão de 4 de Fevereiro de 1804 (cerca de cinquenta exemplares)[51].

No clima de incerteza, criado com a hipótese de suspensão dos trabalhos cartográficos, Luís André Dupuis tentou demonstrar a importância das cartas hidrográficas que tinha em mãos, apelando ao governo e ao príncipe a utilidade e indispensabilidade deste serviço para o Estado em particular para uma potência marítima, propondo para a sua manutenção um plano de reforma do gabinete de desenho e gravação. A 4 de Fevereiro de 1804, na mesma sessão em que foi distribuída a gravura da Carta de Ciera, Dupuis tentou dirigir-se à Sociedade, tendo preparado uma memória com a narração dos trabalhos executados desde o fim de 1798 até ao momento em que D. Rodrigo de Sousa

ao 'Segundo Methodo', que Monteiro da Rocha fornece na memória do 'Calculo das Longitudes' publicado no já referido 1.º volume das Ephemerides Astronomicas de Coimbra [EAOAUC, 1803, 224–225] — embora Travassos não faça menção explícita a este ou a qualquer outro método proposto por Monteiro da Rocha.

[51] Esta gravura do Depósito das Cartas Marítimas, Militares, Geográficas veio a ter duas edições posteriores; uma, logo em 1805, em Inglaterra, por Arrowsmith, tendo sido objecto de uma análise crítica num periódico londrino, *The Ecletic Review*, por William Hendry Stowell; outra, em 1837, copiada por João Tomás de Carvalho e Silva e gravada por João Baptista Ribeiro, a partir do exemplar existente na Biblioteca Municipal do Porto, por ordem de Passos Manuel, enquanto ministro do Reino e da Fazenda.

Coutinho deixou o ministério. Porém, a sua leitura foi recusada, indicando um provável sintoma do profundo desentendimento entre o director do Gabinete de Desenho e Gravação e a Sociedade, conflito que até aqui teria sido gerido por D. Rodrigo de Sousa Coutinho[52].

A 10 de Abril de 1804, perante as «adversas urgencias do Estado», o governo interino suspendeu a diligência da Carta Geográfica do Reino, tendo em consideração as grandes despesas já efectuadas e as que ainda seriam necessárias para que se concluísse o trabalho[53]. As cartas hidrográficas acabariam igualmente por ser suspensas, tendo em conta os também consideráveis dispêndios e a contestação que existia na Sociedade em torno deste trabalho.

Estes dois projectos estavam totalmente interligados com a Sociedade e em parte constituíam a base dos trabalhos científicos produzidos na instituição pelas duas secções. A sua interrupção estabelecia um golpe profundo na Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica e, em certa medida, punha em causa a razão da sua existência. Sem estes projectos, para além do Observatório da Marinha, a Sociedade ficava praticamente reduzida a uma academia. Se o Gabinete de Gravação nunca chegou a funcionar de uma forma regular e eficaz, a interrupção da expedição da Carta do Reino, activa durante catorze anos ininterruptos, era de outra gravidade pois a equipa dirigida por Ciera estava a trabalhar em pleno nesta altura, com relevo para os levantamentos topográficos parciais e para a construção em alvenaria de pedra de 23 pirâmides quadrangulares para assinalar de forma permanente a primeira ordem de triangulações nos cumes das serras mais elevadas[54]. A 16 de Abril, dois dias depois da morte do visconde de Balsemão (o político que deu início a estes trabalhos), o visconde de Anadia (1755–1809) instruía os engenheiros militares envolvidos na construção da Carta da suspensão dos trabalhos geodésicos[55].

Numa representação dirigida ao governo, Luís André Dupuis, pela primeira vez, tece críticas abertas ao funcionamento da Sociedade Marítima, Militar e Geográfica, considerando que esta se desviou das bases da sua actividade, dirigindo a sua atenção indistintamente para matérias exteriores aos objectos

[52]Luís André Dupuis estava a preparar mais de 50 chapas em cobre de que se ignora o paradeiro. Cândido José Xavier, em artigo publicado em Paris, em 1821, revela «que as chapas começadas a abrir em Portugal, por Dupuy, e já consideravelmente adiantadas, com grande desvelo e não pouca despeza do Governo, jazem hoje inuteis e não acabadas em Paris», [Xavier 1821] [11, p. 1, 136–153].

[53]Ver Luís de Vasconcelos e Sousa para o visconde de Anadia, *Aviso Régio*, 10 de Abril de 1804, Arquivo Histórico Militar, DIV-3-1-17-1.

[54]Ver [Martins 2014, 300–304].

[55]Ver do visconde de Anadia para Joaquim da Costa e Silva, Aviso Régio. Suspenção dos soldos e cavalgaduras, aos officiaes que se achavão empregados na Diligencia da Carta Geographica do Reyno, 16 de Abril de 1804, Arquivo Histórico Militar, Liv. 1714, fls. 69–70.

de que estava encarregada e mais próximas de temas do âmbito da Academia das Ciências. Refere ainda motivos que geraram a desunião, indiferença e desencorajamento de muitos dos principais membros, como o da atribuição dos prémios anuais que não era feita com imparcialidade[56].

A Sociedade continuou a funcionar em 1804 e 1805 com a apresentação de trabalhos nas suas sessões. Segundo Dantas Pereira, ainda se imprimiu a *Relação* dos trabalhos relativos ao ano de 1804 mas a *Relação* de 1805 foi distribuída apenas manuscrita. No ano de 1806, já não devem ter existido sessões da Sociedade nas suas instalações, no Arsenal da Marinha.

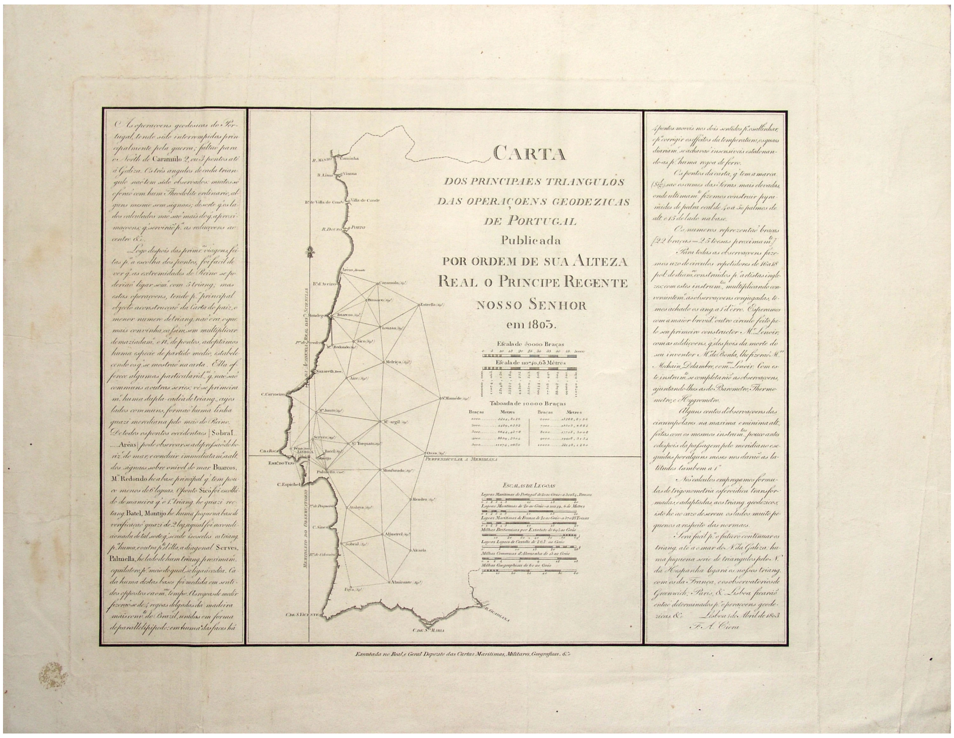


Figura 6: CIERA, Francisco António, Carta dos principaes triangulos das operaçoens geodezicas de Portugal publicada por ordem de sua Alteza Real o Principe Regente Nosso Senhor em 1803, Lisboa, Executada no Real, e Geral Depozito das Cartas Marítimas, Militares, Geográficas, 1 de Abril de 1803.

A partir desta altura, a Sociedade parece extinguir-se aos poucos. Pouco tempo antes das tropas napoleónicas comandadas por Junot (1771–1813) atravessarem a fronteira portuguesa, em direcção à capital (1807–11–17), morre Luís

[56] Ver, de Luís André Dupuis, s. d. [ca. 1804], in [CAIXARIA 2006, 497–499].

André Dupuis. Com a transferência do governo para o Rio de Janeiro, seguiu a Companhia dos Guardas-Marinhas e a sua Academia, com todo o equipamento, tendo José Maria Dantas Pereira (1772–1836), comandante da companhia, transportado parte do espólio da Sociedade junto com o essencial do Depósito de Escritos Marítimos[57]. Segundo o relato de Marino Miguel Franzini (1779–1861), dois ou três meses depois da chegada dos franceses, o comandante da marinha portuguesa e director do Arsenal da Marinha durante o governo francês, Jean-Jacques-Magendie (1766–1835), assaltou as instalações da Sociedade, tendo levado muito do seu material. A 31 de Janeiro de 1809, já expulso o exército francês e reposta a regência do Reino, baixou ordem do príncipe regente D. João para se encaixotar, com toda a brevidade, os instrumentos e biblioteca do Observatório Real da Marinha, a fim de serem transportados para o Rio de Janeiro[58]. Em Março, todo o material do Observatório embarcava na charrua *Princesa Real*[59]. A partida para o Brasil só se daria a 31 de Janeiro de 1810, tendo entretanto falecido Manuel do Espírito Santo Limpo, o director do Observatório da Marinha, verdadeiro epílogo da Sociedade.

Com a demissão de D. Rodrigo de Sousa Coutinho em 1803, com a interrupção dos trabalhos cartográficos em 1804, com a partida da corte para o Brasil em 1807, com a guerra e com o encerramento do Observatório da Marinha em 1809, o projecto da Sociedade foi desaparecendo. Da interrupção dos trabalhos cartográficos ao encerramento do Observatório, a Sociedade passou da crise à extinção definitiva.

A Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica não chegou a ser o centro de reunião de toda a produção científica e técnica do Estado, como ambicionou Sousa Coutinho. E aquilo que era a essência do projecto da Sociedade, a gravação de cartografia actualizada e rigorosa, ficou reduzida a um único trabalho impresso, a *Carta dos principaes triangulos das operaçoens geodezicas de Portugal*[60]. A ambiciosa vocação multidisciplinar talvez tenha provocado dispersão e mesmo conflitualidade quanto aos objectivos da instituição. No entanto, a Sociedade foi um centro mobilizador e de reunião de cientistas e técnicos de todo o País, onde se criaram condições e estímulos para a produção

[57] Ver [PEREIRA 1832, 61–62 e 67].

[58] Ver transcrição do documento régio in [REIS 2009, 2009, 52].

[59] Ver o último inventário do Observatório, datado de 10 de Dezembro de 1808, assim como a listagem do material transportado, in [REIS 2009, 56–58].

[60] Sobre o fracasso da edição das cartas hidrográficas, comentou Dantas Pereira no final do seu estudo historiográfico sobre a Sociedade: «Ponderado o que levo referido, não parece notavel, que esta Sociedade instituida tão bem como se colhe do Alvará da sua criação, e principiando com o vigor manifestado pelo precedente relatorio, durasse pouco mais de seis annos, e não produzisse nem huma só carta hydrographica? Quanto se despendeo para se haver tão triste resultado?» [PEREIRA 1832, 66].

científica. O mais frutuoso exemplo foi a imensa produção *memorialista* durante os seus sete anos de actividade (1799–1805); não menos importante foi a troca de informação entre astrónomos e matemáticos portugueses (José Monteiro da Rocha, Francisco António Ciera, Manuel Pedro de Melo e Manuel do Espírito Santo Limpo) e astrónomos de Paris (Lalande e Delambre) e de Gotta (von Zach), revelando uma nova abertura que em parte foi protagonizada pela convergência de esforços que a Sociedade proporcionou.

Pelo debate interno e externo que provocou e pelos objectivos científicos que alcançou, a Tabuada Náutica de José Monteiro da Rocha, que astrónomos como Maskelyne, Von Zach, Delambre e Lalande conheceram, é um testemunho da produção científica e técnica realizada em Portugal nesta época, profundamente integrada nos temas em debate na comunidade científica internacional.

Referências

Almanach para o anno de 1807, 1807, Lisboa, Offic. da Academia Real das Sciencias.

Caixaria, E., 2006. *O Real Archivo Militar. Cronologia Histórica e Documental, 1802–1821*, Lisboa, Direcção de Infra-Estruturas, Gabinete de Estudos Arqueológicos de Engenharia Militar.

Connaissance des temps pour 1779, 1779, Paris, Imprimerie Royale.

Connaissance des temps pour 1810, 1810, Paris, Imprimerie Royale.

Cotter, C. H., 1975. *A History of Nautical Astronomical Tables*, PhD. Thesis, University of London, England.

Coutinho, D. Rodrigo de Sousa, 1993. *Textos políticos, económicos e financeiros (1783–1811)*, Lisboa, Banco de Portugal.

Cunha, Rosalina Branca da Silva, 1967. *Documentos diversos sobre a Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica: 1798–1809*, Lisboa, Revista Ocidente, Separata de *Ocidente*, v. 72.

Dunn, R. e Higgitt, R., 2014. *Finding Longitude. How ships, clocks and stars helped solve the longitude Problem*, Glasgow, HarperCollins Publishers.

Ephemerides Astronomicas calculadas para o Meridiano do Observatorio da Universidade de Coimbra para o ano de 1804, 1803. Coimbra, Imprensa da Universidade.

Ephemerides Nauticas, *Ou Diário Astronómico para o ano de 1789*, 1789. Lisboa, Real Academia das Sciencias de Lisboa.

Espinoza e Tello, J., 1809. *Memorias sobre las observaciones astronomicas, hechas por los navegantes españoles en distintos lugares del globo: las quales han servido de fundamento para la formacion de las cartas de marear publicadas por la direccion de trabajos hidrograficos de Madrid*, Madrid, En la Imprenta real.

Faria, Miguel Figueira de, 2001. *A imagem útil: José Joaquim Freire (1760–1847) desenhador topográfico e de história natural: arte, ciência e razão de estado no final do antigo regime*, Lisboa, Universidade Autónoma de Lisboa.

Figueiredo, Fernando B., 2011. *José Monteiro da Rocha e a actividade científica da 'Faculdade de Mathematica' e do 'Real Observatório da Universidade de Coimbra': 1772–1820*, Tese de Doutoramento, Universidade de Coimbra, Portugal.

González, Francisco José & Martín-Merás, Luísa, 2003. *La Dirección de Trabajos Hidrográficos (1797–1908)*, Madrid, Lunwerg Editores.

Guépratte, C., 1839. *Problèmes D'Astronomie Nautique et de Navigation*, Brest.

Lacaille, N-L., 1765. «Mémoire sur l'observation des longitudes en mer par le moyen de la Lune», *Histoire de l'Académie Royale des Sciences*, 63–98.

Martins, Carlos M., [no prelo]. «A aplicação da ciência à política do território na transição do século XVIII para o século XIX», artigo a publicar sob coordenação de Ana Cristina Araújo e Fernando Taveira da Fonseca.

Martins, Carlos M., 2008. «O Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra, 1772–1799», *Rua Larga*, 21, 12–15.

Martins, Carlos M., 2014. *O Programa de Obras Públicas para o Território de Portugal Continental, 1789–1809. Intenção Política e Razão Técnica — o Porto do Douro e a Cidade do Porto*, Tese de Doutoramento, Universidade de Coimbra, Portugal. Disponível em: http://hdl.handle.net/10316/25713

Mendoza y Rios, J., 1797. «Recherches Sur Les Principaux Problèmes de l'Astronomie Nautique», *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 87, 43–122.

Mota, A. Teixeira da, 1972. *Acerca de recente devolução a Portugal, pelo Brasil, de manuscritos da Sociedade Real Marítima, Militar e Geográfica: (1793–1807)*, Lisboa, Junta de Investigações do Ultramar, Separata das *Memórias da Academia das Ciências de Lisboa — Classe de Ciências*, tomo XVI (1972).

Pereira, José Maria Dantas, 1828. *Escritos maritimos e academicos a bem do progresso dos conhecimentos úteis, e mormente da nossa marinha, indústria e agricultura*, Lisboa, Impressão Regia.

Pereira, José Maria Dantas, 1832. *Memoria para a historia do grande Marquez de Pombal no concernente à Marinha: sendo a de guerra o principal objecto considerado*, Lisboa, Typografia da Academia Real das Sciencias.

Reis, António Estácio dos, 2009. *O Observatório Real da Marinha*, Lisboa, Correios de Portugal.

Silva, António Delgado da, 1828. *Collecção da Legislação Portugueza desde a ultima compilação das Ordenações. Legislação de 1791 a 1801*, Lisboa, Typografia Maigrense.

Travassos, Francisco de Paula, 1801. *Explicação da Taboada Nautica para o cálculo das longitudes, offerecida à Sociedade Real Marítima, Militar, e Geográfica, por seu sócio José Monteiro da Rocha, [...]; e indagação das fórmulas, que serviram para a sua construção*, Lisboa, Typographia Chalcographica, Typoplastica, e Litteraria do Arco do Cego.

Travassos, Francisco de Paula, 1803. *Taboas para o calculo da longitude geográfica segundo o methodo de José Monteiro da Rocha*, Lisboa, Regia Officina Typografica.

Travassos, Francisco de Paula, 1805. *Methodo de Reducção das distâncias observadas no cálculo das Longitudes, precedido do exame analytico sobre os methodos de determinar a distancia pelas alturas, e o de reducção de Mr. De Borda*, Coimbra, Real Imprensa da Universidade.

Xavier, Cândido José, 1821. «Mappas compostos pelo Major Joaquim Pedro Cazado Giraldes, e impressos, em Paris, por F. Didot», José Diogo Mascarenhas Neto [dir.], *Annaes das Sciencias, das Artes, e das Letras*, tomo 11, parte 1, A. Bobée, Paris, pp. 136–153.

Simpósio
História do Ensino da Matemática

Organizadores:
Henrique Guimarães, Mária Almeida,
Maria Célia Leme, Wagner Valente

Revisores científicos dos artigos de autores portugueses:
Henrique Guimarães, Mária Almeida

Revisores científicos dos artigos de autores brasileiros:
Comissão Científica no Brasil (v. pág. xi)

História da educação matemática nos primeiros anos escolares: a matemática superior de um ponto de vista elementar?

Wagner Rodrigues Valente
UNIFESP
wagner.valente@unifesp.br

Resumo: O texto aborda as transformações da matemática a ser ensinada nos primeiros anos escolares no período 1882–1971. Para tal, analisa as articulações em diferentes períodos das pedagogias e da matemática organizada para o ensino. Em especial, toma o conceito de elementar como vetor de análise para as transformações operadas na matemática escolar. O estudo conclui que há um movimento das vagas pedagógicas surgidas em finais do século XIX que se contrapõe à tradição racionalista, que caracteriza o elementar de modo dedutivo — da matemática superior deduz-se o que são os seus elementares. Essa contraposição ocasiona um divisor de águas em termos de como, tradicionalmente, é pensado o saber elementar. Na vigência das pedagogias modernas, aponta-se para processos indutivos: serão as experiências dos sujeitos, organizadas e dadas a ler que irão possibilitar a constituição dos elementares, tidos como fundamentos para outras aprendizagens. Essa tendência empirista altera-se em meados do século XX, voltando a ter caráter dedutivo: a matemática moderna aponta quais deverão ser os novos elementares à vista da aquisição de um saber tomado pelo estruturalismo.

Introdução

Este estudo analisa os saberes presentes nos primeiros anos escolares em perspectiva histórica. Em particular, atém-se a discutir a matemática. Já, de início, cabe uma interrogação bastante ampla, para ser respondida pela análise histórica: que transformações sofreu a matemática dos primeiros anos escolares?

A análise histórica necessita de um recorte temporal. Assim, serão consideradas as décadas finais do século XIX, época da introdução da vaga pedagógica do ensino intuitivo, com os estudos de Rui Barbosa (1882); estendendo-se a análise para o momento de ampliação da escolaridade obrigatória, no início da década de 1970, com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, de 1971 – LDB n.º 5692. Recoloca-se, então, a questão, de modo um tanto mais preciso, ainda que amplo, mas em acordo com esta Introdução: que alterações sofreu a matemática a ser ensinada nos primeiros anos escolares no período 1882–1971?

A emergência de pedagogias modernas e os ensinos de matemática

A análise das transformações ocorridas na matemática dos primeiros anos escolares parece ter um divisor de águas com o surgimento das pedagogias modernas, a partir de finais do século XIX. Tais pedagogias referem-se àquelas ligadas ao ensino intuitivo/lições de coisas e, em tempo posterior, as contidas no movimento conhecido por Escola Nova. Para a matemática, ao que parece, de modo um tanto diferente que para outras rubricas escolares, acrescente-se, ainda, uma verdadeira revolução ocorrida em finais da década de 1950, com o chamado Movimento da Matemática Moderna – MMM.

No primeiro caso — o da pedagogia intuitiva/lição de coisas — cabe protagonismo a Rui Barbosa. Será ele que, ao emitir pareceres em 1882, irá referenciar demandas de modificação nos ensinos dos primeiros anos escolares, com a circulação de propostas para o método intuitivo, objetivado nas lições de coisas[1].

A chegada da República busca instaurar um novo modo de tratar a educação no Brasil. De acordo com a historiadora da educação Maria Cecília Cortez de Souza,

> O monumental relatório e o conjunto de pareceres de Rui Barbosa, propondo a reforma do ensino primário, elaborado em 1882, serviu de guia, fonte e diagnóstico para a grande parte dos republicanos que se preocuparam de uma forma ou de outra, com a instrução pública. (SOUZA, 1998, p. 83)

[1]As *lições de coisas*, forma pela qual o método de ensino intuitivo foi vulgarizado é, na realidade, a primeira forma de intuição — a intuição sensível. O termo foi popularizado por Mme. Pape-Carpentier e empregado oficialmente durante suas conferências proferidas aos professores presentes na Exposição Universal de Paris, em 1867. Pestalozzi também é apontado como referência em lições de coisas, pelo fato deste ter captado os pontos essenciais da renovação pedagógica que as lições preconizavam "[...] as coisas antes das palavras, a educação pelas coisas e não a educação pelas palavras". (...) Sua difusão no final do século XIX gerou a produção de um grande número de manuais escolares para o ensino das lições de coisas, dentre eles podemos citar: *Primeiras Lições de Coisas* de Norman Allison Calkins, publicado originalmente nos Estados Unidos, em 1861 e traduzido por Rui Barbosa, em 1886 (...). Disponível em: `http://www.histedbr.fae.unicamp.br/navegando/glossario/verb_c_licoes_das_coisas.htm` — GLOSSÁRIO — Acesso em 26 de janeiro de 2012).

O ponto principal dos escritos de Rui Barbosa toca no método de ensino. Neles fica declarada uma verdadeira guerra aos processos mecânicos de repetição através da memorização. O trabalho exalta a necessidade de combater essa tradição. Rui Barbosa, de fato, caracteriza-se como um dos construtores da representação que chamamos até hoje de "escola tradicional": uma escola livresca, centrada no professor, com um aparato de avaliação que impõe muita memorização.

Construída essa representação do ensino, que deve ser ultrapassada, Rui Barbosa busca trazer a moderna pedagogia intuitiva para combater esse passado tradicional. E essa ultrapassagem implica na difusão das lições de coisas[2].

Em finais dos anos 1920 ganha vigor a Escola Nova, em suas diferentes nuances e propostas, dentre elas, a da *pedagogia científica.* Uma pedagogia que empresta da psicologia experimental os seus processos e métodos, servindo-se da estatística como referência para a estandardização de conteúdos e avaliação pedagógicos. Desde Alfred Binet[3], pelo menos, tal pedagogia é divulgada entre os matemáticos e professores de matemática[4]:

> Os termos *pedagogia científica, pedagogia experimental, pedologia* são empregados indiferentemente hoje para designar um movimento absolutamente novo de pesquisas que vem sendo produzidas já há alguns anos no mundo pedagógico. (...) A pedagogia nova se distingue sobretudo da antiga pelo grande lugar que ela reserva à observação e à experiência; ela busca substituir as afirmações *a priori* pelos resultados precisos e por números. Esta revolução, se tiver sucesso, não será outra coisa que uma consequên-

[2]Um estudo mais aprofundado sobre o periodo, suas propostas, materiais didáticos etc. para o ensino de matemática nos primeiros anos escolares poderá ser lido no texto de Valente (2011).

[3]Alfred Binet nasce em 1857, em Nice, França. Tem em sua formação estudos muito diversos. Por volta de 1880 passa a dedicar-se a estudos psicológicos. Em 1886, publica *La psychologie du raisonnemnet.* Dirige o laboratório de pesquisa de psicofisiologia da Sorbonne. Desenvolve com Théodore Simon escalas para medir a inteligência, elaborando o conceito de idade mental. Em 1905, apresenta a *Escala Métrica de Inteligência.* De acordo com Almeida (2010, p. 30), "o período *áureo* da recepção de Binet no Brasil está compreendido entre 1906 e 1929, portanto, entre a criação do primeiro Laboratório de Psicologia Pedagógica, idealizado por ele mesmo, e a tradução de Lourenço Filho dos *Testes para a medida do desenvolvimento da Inteligência nas crianças*".

[4]A criação da *CIEM – Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique* / *IMUK – Internationale Mathematische Unterrichtskommission* constitui marco inaugural das preocupações com o ensino de matemática, trazendo-o para o debate no seio da comunidade internacional de matemáticos, a partir de 1908. Mas, é preciso atentar para a existência da revista *L'Enseignement Mathématique*, em tempo anterior à criação dessa Comissão. E é nesse periódico, logo em seu primeiro número, de 1899, onde se pode ler o diálogo estabelecido por Alfred Binet com os interessados no ensino de matemática.

> cia lógica do que tem se passado com a psicologia, e que está em vias de ocorrer em todas as ciências ditas morais, onde vemos o período da verborragia ser substituído pelo período das observações. (BINET, 1899, p. 29–30 — *tradução nossa)*

Entre nós, um dos representantes de maior vulto dessa pedagogia é Lourenço Filho[5]. Esse professor ocupará cargos importantes de direção do ensino, escreverá livros e formulará propostas didático-pedagógicas inclusive para o ensino de matemática[6].

Por fim, nesta brevíssima retrospectiva, que evoca a matemática nos primeiros anos escolares em diferentes tempos pedagógicos, cite-se a formação de grupos de estudo para transformação do currículo de matemática desde o curso primário, a partir da década de 1960, onde há o destaque para o pioneirismo do Grupo de Estudos do Ensino de Matemática – G.E.E.M., sob a coordenação do professor Osvaldo Sangiorgi[7].

Mencionávamos o divisor de águas... Sim, a emergência dessas novas pedagogias, no contraponto ao que elas próprias iriam cunhar de "pedagogia tradicional" coloca o estudo das transformações dos saberes escolares e, em particular, da matemática no curso primário, num patamar diferente de análise.

Essas vagas pedagógicas, tendo em conta os estudos do pesquisador André Chervel, deverão ser analisadas de modo diverso àquele que normalmente é atribuído às pedagogias: uma função restrita de "lubrificante" (dizer do próprio autor) no processo de ensino. Assim, uma verdadeira revolução epistemológica na forma de analisar os conteúdos escolares é trazida por Chervel. O tema surge quando o autor aborda as relações entre ciência, pedagogia e disciplinas escolares. A concepção comum existente sobre os ensinos escolares

[5]Manoel Bergström Lourenço Filho (1897–1970) tem vastíssima biografia intelectual, ocupando cargos importantes na condução da educação brasileira. Sua trajetória inclui o diploma da Escola Normal de Pirassununga em 1914; a carreira no magistério como professor primário no Grupo Escolar de Porto Ferreira, SP; a docência na Escola Normal de Piracicaba, na Escola Normal de Fortaleza e na Escola Normal de São Paulo. Em outubro de 1930 é nomeado Diretor Geral da Instrução Pública de São Paulo. Nesse cargo, reorganiza e muda sua denominação para Diretoria Geral do Ensino. Transforma a Escola Normal da Praça da República em Instituto Pedagógico. Em 1932, passa a dirigir o Instituto de Educação do Distrito Federal. É considerado um dos principais representantes do movimento da Escola Nova no Brasil (GANDINI; RISCAL, 1999).

[6]Os estudos recentes de Bassinello (2014) e Soares (2014) analisam a produção de Lourenço Filho relativamente ao ensino de matemática para os primeiros anos escolares.

[7]Muitos trabalhos já foram desenvolvidos sobre o tema do MMM. Uma das referências importantes sobre o assunto é a obra coletiva, escrita por cerca de 45 pesquisadores, "O Movimento da Matemática Moderna — história de uma revolução curricular" organizado por Oliveira, Silva e Valente (2011). Na obra, um capítulo especial é dedicado à matemática moderna para crianças.

ancora-se num modo clássico de perceber a pedagogia: um ingrediente facilitador que age sobre os conteúdos produzidos pela comunidade científica, de modo a vulgarizar a ciência para crianças e adolescentes. Tratar-se-ia de uma metodologia, de uma didática, de modos de ensinar os conteúdos para viabilizar a sua aquisição pelos alunos. Segundo essa visão comum, tem-se de um lado os conteúdos científicos e, de outro, os métodos. Em suma: ciências apartadas da pedagogia.

No entanto, o trabalho de André Chervel rompe com essa perspectiva à medida em que faz as seguintes observações:

> Excluir a pedagogia do estudo dos conteúdos é condenar-se a nada compreender do funcionamento real dos ensinos. A pedagogia, longe de ser um lubrificante espalhado sobre o mecanismo, não é senão um elemento desse mecanismo; aquele que transforma os ensinos em aprendizagens (CHERVEL, 1990, p. 182).

A partir dessas ponderações é possível elaborar questões relativas às mudanças na matemática presente nos anos iniciais escolares, tendo em conta que as vagas pedagógicas exercem papel fundamental nas transformações dos saberes escolares. Novamente, pode-se retomar a questão que norteia este estudo, agora reescrevendo-a do seguinte modo: que transformações sofreu a matemática ensinada nos primeiros anos escolares sujeita às vagas pedagógicas ocorridas no período 1882 a 1971?

Pedagogias, finalidades culturais e os ensinos de matemática

Estudar em perspectiva histórica os saberes presentes no nível primário, aqueles que fazem parte da formação dos alunos nos primeiros anos escolares é tarefa árdua, pois implica, necessariamente, conhecer as ambições de uma época, em termos da cultura que se deseja inculcar; e, também, a ações da escola, nesse contexto, nos embates dessas pretensões da sociedade mais ampla, com a cultura escolar. No dizer técnico do mesmo André Chervel, será preciso analisar a díade *finalidades de objetivo* e *finalidades reais*. As finalidades de objetivo expressando as vontades de um tempo escolar, de uma proposta aceita socialmente numa dada época, com uma cultura a ser transmitida. Finalidades reais, referidas àquelas que, de fato, fizeram parte do cotidiano escolar, de um momento da história do ensino, dos elementos que dão sentido aos fazeres da escola, a cultura escolar enfim (CHERVEL, 1990).

Talvez esse primeiro nível de ensino — os primeiros anos escolares, o curso primário, forma escolar existente até o final da década de 1960; primeiros anos do 1.º grau, a partir da década de 1970 — seja o lugar onde mais propriamente se revele a imbricação das pedagogias com as matérias a serem ensinadas. Diferente de graus mais avançados, onde progressivamente, conteúdos de ensino ganham relativa autonomia sobre as pedagogias; nos primeiros anos, reafirmando Chervel, a pedagogia é componente intrínseco aos próprios conteúdos.

Apresenta-se aí, uma dificuldade enorme: como estudar, em particular, um saber presente nas escolas, como a matemática, sem separá-la da pedagogia? Essa dificuldade talvez possa ser expressa, de modo mais sistematizado, na condição de se pensar a matemática presente nos primeiros anos escolares como uma *matéria*, e não como uma *disciplina escolar*. Na análise das diferentes matérias de ensino, pois, desde a chamada escola de primeiras letras, tem-se a tríade: *ler*, *escrever* e *contar*. Num compósito de pedagogia e saberes específicos, as matérias são produzidas historicamente. Assim, a tríade foi escolhida desde tempos longínquos como representantes das matérias fundamentais a serem ensinadas nos primeiros anos escolares. O *contar*, por exemplo, deve ser pensado como um compósito resultante do embate entre as finalidades reais (como a escola pensa a matemática) com as finalidades de objetivo (como a sociedade quer a matemática na escola), num tempo onde prevalece determinadas ideias pedagógicas. Neste texto, o *contar* apresenta-se como uma primeira expressão do que aqui está sendo chamado de "matemática dos primeiros anos escolares".

Assim, retome-se a questão deixada anteriormente, buscando melhor explicitá-la diante dessas últimas ponderações: Que percurso teve a matemática nos primeiros anos escolares em meio às pedagogias intuitiva, escolanovista e estruturalista (MMM)?

As pedagogias modernas, as matérias de ensino e a matemática elementar

As matérias de ensino, em cada tempo escolar, para os anos iniciais escolares, são sempre consideradas como os primeiros passos, os elementos que devem ser ensinados de uma "cultura maior" que precisa ser adquirida pelo indivíduo. E essa aquisição, num dado contexto histórico, será *a partir* da escola; ou, progressivamente, *na* própria escola. Explique-se melhor: numa época onde a escola obrigatória era de quatro anos — o curso primário — os ensinos deveriam suprir àqueles que deles participavam como ferramentas para a vida, e que, com elas, melhor poderiam adquirir outros saberes no mundo real. Assim, por esse tempo, a progressão a uma cultura mais ampla, para a maioria da população, somente é feita fora da escola[8]. Em tempo posterior, com a expansão da escolaridade obrigatória, essa perspectiva muda, sendo os ensinos dos primeiros anos, considerados, em boa medida, bases para os anos seguintes. A progressão em direção a níveis mais avançados de cultura se dá, dessa forma, na própria escola. Mudam as finalidades de objetivo do ensino, e por certo também aquelas reais, com a criação do curso de 1.º Grau de oito anos[9]. Assim, o *contar* que era pensado como útil para as finalidades práticas da vida, passa a ser importante para aquisição de um conhecimento mais sistematizado sobre os números, qual seja, a *aritmética*, vinda a ser progressivamente, e de modo mais aprofundado, a fazer parte dos anos pós-curso primário[10].

De todo modo, sempre as matérias de ensino são consideradas, como se disse, saberes elementares, os primeiros elementos de um saber. E, no caso que aqui se analisa, os primeiros elementos do saber matemático.

Retomando a ideia anteriormente exposta, as pedagogias modernas constituirão um divisor de águas, como se disse, pois irão tratar de modo diferente a concepção de saber elementar. Dito de outra maneira: quando mudam as pedagogias, muda o conceito de elementar. Esse é o sentido maior de serem analisadas as transformações do saber escolar — saber elementar — em face de novas pedagogias. Se assim é, uma nova configuração toma a questão norteadora deste trabalho: Como as pedagogias intuitiva, escolanovista e estruturalista caracterizaram os elementos do ensino de matemática — o *elementar matemático*? Na análise desse *elementar* em cada tempo pedagógico, ter-se-á resposta para as transformações da matemática dos primeiros anos.

[8]É emblemático o texto da Lei Orgânica do Ensino Primário, de 1946, quando menciona, dentre as finalidades desse nível de ensino, no seu Art. 1.º: "(...) proporcionar a iniciação cultural que a todos conduza ao conhecimento da vida nacional, e ao exercício das virtudes morais e cívicas que a mantenham e a engrandeçam, dentro de elevado espírito de naturalidade humana".

[9]Um estudo importante que analisa essa transição para os ensinos de matemática nos anos iniciais é a tese de Denise Medina (2012) intitulada "Do primário ao primeiro grau: as transformações da Matemática nas orientações das Secretarias de Educação de São Paulo (1961–1979) e o conceito de número".

[10]O antigo Exame de Admissão, verdadeiro rito de passagem do curso primário para o antigo curso ginasial, pode ser lido como um modo de verificar se o aluno, para além da iniciação cultural obtida nos primeiros anos escolares, assimilou, no caso do *contar*, bases para os estudos da aritmética a serem ministrados no curso secundário. Veja-se um estudo mais detalhado sobre o tema, na dissertação de mestrado de Rita Machado (2002).

O *elementar matemático* nas diferentes pedagogias

Comecemos pelo começo... A origem histórica da palavra "elemento" remete ao latim *elementum*, vindo do grego *stoikheîon*. A palavra grega significa "o que está alinhado", "numa linha", "numa sequência". Empregada no plural, *stoikheîa* designa os caracteres da escrita, precisamente as letras do alfabeto, dispostas numa sequência, umas das outras. A partir desse sentido inicial, o termo toma o significado de "princípios" ou "elementos fundamentais" (TROUVÉ, 2008, p. 21). Essa análise poderá nos levar, ainda, aos *Elementos de Euclides*: um encadeamento de premissas, teoremas... E nos permite, também, pensar o quanto a ideia de linearidade no ensino está presente na matemática: os chamados pré-requisitos. Um dado tema, depende do tema anterior para ser entendido e assim por diante... Mas, não adiantemos expediente.

No retorno à questão que norteia este texto, buscamos analisar as transformações dos saberes elementares, em particular, do elementar matemático, desde finais do século XIX a meados do século XX. Desse modo, a investigação centra-se nas mudanças nos elementares. E, se assim é, cada pedagogia é responsável por explicitar as matérias que deverão ser ensinadas em um determinada época escolar, os saberes elementares. Coloca-se, como se disse antes, a indagação de como cada vaga pedagógica caracteriza o *elementar*.

O papel de cada pedagogia na caracterização do *elementar* — os saberes que devem ser ensinados primeiramente na escola, na escola elementar — parece ser herdeiro de duas grandes correntes filosóficas: o racionalismo e o empirismo.

No primeiro caso, é possível citar como um representante pedagógico importante, o iluminista, filósofo, matemático e homem politico, engajado na Revolução Francesa, Condorcet. Tal personagem elaborou um sistema completo de instrução pública, integrando graus elementares de ensino aos graus superiores. Nesse sistema, o elementar ocupa lugar estratégico e fundamental: nele repousa o início da progressão em direção aos saberes mais avançados e superiores. Condorcet, com uma concepção enciclopédica e sistematizada do saber, define hierarquias e graus a serem atingidos em cada etapa da escolarização (TROUVÉ, 2008, p. 209–210).

Neste ponto, é interessante citar como Maria Montessori, num de seus primeiros livros[11] se pronuncia sobre essa herança racionalista de pensar a peda-

[11]A educadora e médica italiana Maria Montessori escreveu vários livros, dentre eles *Pedagogia Científica, Educação para um mundo novo, As etapas da educação. Psicogeometria — o estudo da geometria fundado sobre a psicologia da criança* foi publicado em 1934, em Barcelona, Espanha, constituindo um de seus primeiros escritos.

gogia — sem citá-la diretamente —, mencionando como se estabelecia a proposta para os ensinos de aritmética e geometria nos primeiros anos escolares:

> os mestres começarão o ensino pelas linhas, pelos ângulos ou com os números, e o primeiro problema será, antes de tudo, de saber o que é o mais simples; a partir disso, o ensino deverá começar. Eu me lembro de discussões de eminentes professores num congresso de matemática, em que se perguntavam se era mais simples contar os números numa sucessão natural (números cardinais) ou considerá-los segundo a ordem e o lugar que eles ocupam reciprocamente (número ordinais). O problema relativo à ordem dos saberes sucessivos estando resolvido, procedia-se ao ensino; fazer compreender primeiramente, a coisa mais simples e encadear, consequentemente, o precedente com o seguinte, por ordem de dificuldade (complexidade), passando do desconhecido ao conhecido (MONTESSORI, 1934 [2007], p. 14).

Dessa tradição racionalista, é possível dizer, relativamente à matemática, ao elementar matemático, que ele refere-se aos primeiros passos rumo à matemática superior. Encontrado o mais simples, segue-se, numa progressão, aos conteúdos avançados. Em tempos da escola do ler, escrever e contar, a matéria *contar,* por exemplo, refere-se à matemática superior de um ponto de vista elementar[12]. Assim, será por meio do contar que o aluno terá acesso ao conhecimento superior da matemática. O contar constitui um elementar matemático.

As novas pedagogias, vindas a partir do final do século XIX, como a pedagogia intuitiva e o escolanovismo, têm outra herança: o empirismo. E é aqui que se situa o divisor de águas mencionado anteriormente.

Se para Condorcet o princípio do saber, o elementar, é essencialmente epistemológico, encadeado, num todo que deve ser gradualmente ensinado; para Pestalozzi, ao contrário, o elementar é psicológico e empírico (ele refere-se ao um sujeito existencial e sensível). Para Pestalozzi trata-se de partir da existência das coisas para ter acesso às palavras, de acordo com mecanismos considerados naturais. O elementar pestalozziano reside nas simples intuições sensíveis (TROUVÉ, 2008, p. 271–272).

O pensamento de Pestalozzi, como aquele da maioria dos pedagogos renovadores de seu tempo, inscreve-se na perspectiva empirista. Considera que

[12]Por certo, propositadamente, parodiamos o título de livro do matemático Félix Klein que, no início do século XX faz publicar obra com título *A matemática elementar do ponto de vista superior*, destinada a professores, trabalhando com conceitos elementares de modo matematicamente sofisticado.

as simples intuições sensíveis não representam tão somente um dado imediato da consciência, mas é também um princípio do conhecimento (TROUVÉ, 2008, p. 239).

Dessa tradição empirista, em que Pestalozzi é um representante pedagógico de primeira grandeza, poder-se-ia dizer que o acesso à matemática superior depende do elementar empírico, dos primeiras formas sensíveis. Aqui, não é a matemática superior que governa o elementar, determinando-lhe graus de acesso.

Um exemplo notável refere-se à geometria. As *formas*, por exemplo, tomam lugar como primeiras aproximações geométricas, na pedagogia intuitiva, constituindo um elementar. Esse elementar, no entanto, é de outra natureza, diferente daquela vinda da hierarquia do saber matemático, referente a uma simplificação ao máximo da matemática superior. Tal elementar tem origem na intuição sensível da forma (Pestalozzi)[13].

Relativamente ao escolanovismo, igualmente, tem herança empirista. O elementar neste caso também refere-se ao sujeito psicológico, mas não à sua recepção sensível; remete às suas maneiras de ação sobre as coisas. Delas derivam os primeiros passos rumo aos saberes. Neste caso é elucidativo o próprio título da obra de Montessori mencionada anteriormente *Psicogeometria*, uma obra cujo objetivo "não é ensinar geometria, mas ajudar o desenvolvimento do espírito matemático da criança" (MONTESSORI, 1934 [2007], p. 6). O subtítulo do livro é elucidativo: "estudo da geometria fundada sobre a psicologia da criança".

A herança empirista que perpassa as correntes escolanovistas, em especial aquela voltada à pedagogia científica, revela-se de outra maneira que a da pedagogia intuitiva. Seus elementares assentam-se na psicologia experimental de base estatística. Os primeiros elementos virão da estandardização dos testes mentais e daqueles pedagógicos, na formulação de programas mínimos de ensino (BASSINELLO, 2014).

O Movimento da Matemática Moderna, nos termos da análise anterior, parece retomar a herança racionalista. Na perspectiva de uma matemática estruturalista, o grande edifício matemático deverá ser construído a partir de elementares ensinados nos primeiros anos escolares. O expediente é buscar a máxima simplificação da Teoria dos Conjuntos para que possa ganhar os graus inferiores do ensino e servir de base para definição dos números, das proprie-

[13] As intuições sensíveis pestalozzianas irão sistematizar-se nos elementares relativos ao *número*, *linguagem* e *forma*. Eles serão considerados como elementos de todos os saberes. Esses elementos primeiros irão alterar a ordem da escola do ler, escrever e contar. Ela será pensada como o lugar do "falar, sentir e contar" (TROUVÉ, 2008, p. 240).

dades das operações etc. O *contar*, neste caso, parece não ter mais importância como um elementar[14].

Considerações finais

A investigação histórica da educação matemática nos primeiros anos escolares coloca desafios imensos aos pesquisadores. Afinal, como caracterizar a matemática historicamente nos anos iniciais escolares? Cálculo, Aritmética, Geometria, Desenho, Formas, Cartografia, Trabalhos Manuais etc. um conjunto de matérias de ensino produto de pedagogias e saberes, que revelam elementares do saber matemático. Proceder à análise histórica neste caso supõe o trabalho com o conjunto dessas matérias. Além disso, a articulação delas com os processos históricos de leitura e escrita... Enfim, uma tarefa muito árdua.

De todo modo, não cabe a simplificação para a pedagogia, muito menos a autonomia dos saberes face a ela. As pedagogias, os movimentos delas, as vagas pedagógicas são ingredientes que compõem as matérias escolares. Na análise histórica em escala maior, vê-se uma constante redefinição dos elementares.

Retome-se, por fim, a questão condutora deste estudo: que transformações ocorreram na matemática dos primeiros anos escolares sujeita às vagas pedagógicas de finais do século XIX a meados do século XX?

A resposta à questão identifica as transformações na matemática dos primeiros anos em termos de mudanças no que é considerado matemática elementar, elementar matemático. Em síntese, há um movimento das vagas pedagógicas surgidas em finais do século XIX que se contrapõe à tradição racionalista, que caracteriza o elementar de modo dedutivo — da matemática superior deduz-se o que são os seus elementares. Essa contraposição ocasiona um divisor de águas em termos de como, tradicionalmente, é pensado o saber elementar. Na vigência das pedagogias modernas, aponta-se para processos indutivos: serão as experiências dos sujeitos, organizadas e dadas a ler que irão possibilitar a constituição dos elementares, tidos como fundamentos para outras aprendizagens. Essa tendência empirista altera-se em meados do século XX, voltando a ter caráter dedutivo: a matemática moderna aponta quais deverão ser os novos elementares à vista da aquisição de um saber tomado pelo estruturalismo.

---

[14]Veja-se, a título de exemplo, estudo que tratou do conceito de número nas diferentes pedagogias em Valente (2012).

Referências bibliográficas

ALMEIDA, D. D. M. *Alfred Binet/René Zazzo*. Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massangana, 2010. (Coleção Educadores MEC).

BASSINELLO, I. *Lourenço Filho e a matematização da pedagogia: dos testes psicológicos para os testes pedagógicos.* Dissertação (Mestrado em Ciências). São Paulo: UNIFESP, 2014.

BINET, A. La Pédagogie scientifique. *L'Enseignement Mathématique*. Paris: Georges Carré et C. Naud, Éditeurs. 1er Année, nº 1. 15 janvier 1899.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, 2, 1990, p. 177–229.

D'ENFERT, R.; VALENTE, W. R. (coords.). *L'enseignement des mathématiques à l'école primaire, XIXe–XXe siècle. Études comparatives, Brésil-France.* Projeto de Cooperação Internacional CAPES-COFECUB, 2014.

GANDINI, R. P. C.; RISCAL, S. A. Manoel Bergström Lourenço Filho. *Dicionário de Educadores no Brasil — da Colônia aos dias atuais.* Rio de Janeiro: Editora da UFRJ/MEC INEP, 1999, p. 365–373.

MACHADO, R. C. G. *Uma análise dos exames de admissão ao secundário (1930–1970): subsídios para a história da educação matemática.* Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2002.

MEDINA, D. *Do primário ao primeiro grau: as transformações da Matemática nas orientações das Secretarias de Educação de São Paulo (1961–1979) e o conceito de número.* Tese (Doutorado em Educação). São Paulo: FEUSP, 2012.

MONTESSORI, M. *Psychogéometrie — L'étude de la géométrie fondée sur la psychologie de l'enfant.* Rennes, France: CRELAM/Desclée de Brouwer, 1934 [2007].

OLIVEIRA, M. C. A.; SILVA, M. C. L.; VALENTE, W. R. *O Movimento da Matemática Moderna: história de uma revolução curricular.* Juiz de Fora: Editora da UFJF, 2011.

SOARES, M. G. *A arithmetica de Lourenço Filho: um estudo sobre as dinâmicas de transformações do saber escolar em face de uma nova pedagogia.* Dissertação (Mestrado em Ciências). São Paulo: UNIFESP, 2014.

SOUZA, M. C. C. C. Decorar, lembrar e repetir: o significado de práticas escolares na escola brasileira do final do século XIX. In: SOUSA, C. P. (org.). *História da educação: processos, práticas e saberes.* São Paulo: Escrituras Editora, 1998.

TROUVÉ, Alain. *La notion de savoir élémentaire à l'école — doutrines et enjeux*. Paris: L'Harmattan, 2008.

VALENTE, W. R. *A matemática na formação do professor do ensino primário — São Paulo, 1875–1930*. São Paulo: Annablume, 2011.

VALENTE, W. R. O que é número? As mudanças na história de um conceito da matemática escolar. *Boletim GEPEM*, v. 61, p. 1–16, 2012.

Os primeiros números no ensino primário rural em Angola à luz do livro do professor (1962)

Cecília Costa
Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, UTAD
CIDTFF (Lab. DC&T na UTAD)
mcosta@utad.pt

Paula Catarino
Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, UTAD
CMAT – UMinho (Polo na UTAD)
CIDTFF (Lab. DC&T na UTAD)
pcatarin@utad.pt

Resumo: Apoiando-nos no livro do professor para o 1.º Ano do Ensino Primário Rural em Angola, impresso em 1962, damos a conhecer a proposta de abordagem dos primeiros números (de 1 a 9 e o zero) e identificamos aspetos metodológicos veiculados nesse texto. O recurso a materiais concretos do quotidiano dos alunos (materiais didáticos não estruturados), a valorização da comunicação e da participação dos alunos na sua aprendizagem, o jogo como modo de consolidação de aprendizagens, são aspetos a destacar. A interdisciplinaridade verificada na organização e encadeamento das lições e dos temas é uma mais-valia para a consecução das aprendizagens. Reconhecemos neste livro orientações metodológicas claramente diferentes das relativas ao ensino primário em Portugal continental à época.

Abstract: Following the teacher book for 1st Year of Rural Primary Education in Angola, printed in 1962, we investigate the proposed didactical approach of the first numbers (from 1 to 9 and zero) and we identify methodological aspects inserted in this text. The use of concrete materials of students' daily lives (teaching materials unstructured), the value of communication and participation of students in their learning, the game as consolidation mode of learning, are aspects to emphasize. The interdisciplinary verified in the organization and sequence of lessons and themes is an added value to the achievement of learning. We recognize in this book methodological guidelines clearly different from those on primary education in mainland Portugal at that time.

Este trabalho é financiado por Fundos Nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia no âmbito do projeto UID/CED/00194/2013 e do projeto Pest-UID/MAT/00013/2013.

1 Introdução

Os livros didáticos têm-se mostrado de grande valor na investigação em educação e a sua análise tem vindo a ser cada vez mais valorizada, em particular, no âmbito da História da Educação Matemática (Choppin, 2004; Valente, 2008).

O caso que estudamos, e que apresentamos em parte neste artigo, tem particularidades que podem contribuir para o conhecimento de como se ensinava, em ambiente rural, às crianças no primeiro ano de escolaridade, na antiga colónia portuguesa de Angola.

Os fundamentos do Ensino Rural Índigena foram estabelecidos pelo Diploma Legislativo n.º 868, de 9 de Janeiro de 1937. Seguiram-se vários ajustes e alterações. Do parecer dado pelo Secretário Provincial Amadeu Castilho Soares a propósito das resoluções do Conselho do Ensino de Adaptação, resultantes da revogação do Decreto-Lei n.º 39 666 de 20 de Maio de 1954, percebem-se os objetivos deste ensino à data do livro em análise. Os programas pretendiam refletir a intenção de dar aos alunos índigenas conhecimentos suficientes da língua portuguesa falada e de promover hábitos sociais necessários à frequência do ensino de tipo europeu com as mesmas possibilidades de sucesso que as crianças com vivência europeia (DPSI, 1962). As palavras seguintes são claras sobre o que se pretendia atingir:

> *Torna-se necessário adoptar resolutamente uma concepção inteiramente nova, que atinja a própria essência da formação primária da criança africana, através de uma escola que faça por ela, desde a base, o que o nosso ensino não-formal na família, no meio social, oferece ao comum das nossas crianças, na idade pré-escolar.* (DPSI, 1962, p. III)

O livro *Didáctica das Lições do 1.º Ano do Ensino Primário Rural*, nos anos 60, era o guia dos professores primários de Angola em regiões rurais. Para além de ter sido essa a razão da sua edição, temos o testemunho de uma antiga professora primária[1], dona do exemplar que analisamos, que afirma ter sido o livro por onde orientou as suas práticas nos anos 60, altura em que lecionou em zonas rurais angolanas.

A análise deste livro permite uma visão dos conteúdos e métodos de ensino veiculados, oficialmente, para esta antiga colónia portuguesa, especificamente para as crianças nativas. Recorremos à metodologia utilizada em Sierra-Vásquez, González-Astudillo e López-Esteban (2002), começando por uma breve referência à organização e grafismo, a que se segue a descrição geral

[1] Mãe da segunda autora deste artigo.

do modo como o tema dos primeiros números é abordado. De seguida analisamos aspetos didáticos. Focamo-nos nos tópicos ligados ao ensino dos primeiros números tratados neste livro. Apresentamos e discutimos as orientações metodológicas usadas, os recursos didáticos, os jogos, etc. que permitiriam à criança construir a noção de magnitude e de número.

Ilustramos estes aspetos, bem como destacamos a preocupação em interligar as várias áreas do conhecimento abordadas no ensino primário rural para reforçar a aprendizagem dos tópicos, em particular dos números. Reconhecemos nesta abordagem orientações didáticas muito diferentes das usadas no continente (Costa, Lopes, Nascimento & Catarino, 2012) e vanguardistas para o contexto português (Brocardo, Serrazina & Rocha, 2008).

Estruturamos este artigo em mais quatro secções. Na secção seguinte efetuamos uma breve descrição do livro; segue-se uma secção dedicada à apresentação da abordagem usada no livro para os primeiros números; na secção subsequente focamos a nossa atenção na interdisciplinaridade promovida pelo modo como as lições estão organizadas e por último, apresentamos as conclusões e tecemos algumas considerações.

2 Breve descrição do livro

O livro *Didáctica das Lições do 1.º Ano do Ensino Primário Rural* (DPSI, 1962) foi editado pela Direcção Provincial dos Serviços de Instrução da Província de Angola, composto e impresso nas Oficinas Gráficas ABC de Luanda, em 1962. De notar que a edição em análise não contém indicação do autor.

Tendo em conta a afirmação, em (Memórias), *A maioria dos livros/manuais escolares com este fim e nesta época foram elaborados por uma equipa de pedagogos liderada por António Almeida Abrantes (...). As ilustrações (...) foram elaboradas por um artista angolano,* e as pesquisas efetuadas por nós noutros manuais de autor da época e para a mesma região, somos de opinião que esta obra deve ter seguido a mesma orientação e que a direção do livro foi de António Almeida Abrantes e, eventualmente, José Freire de Brito Figueiredo (na didática do português) e António Henriques Carneiro (na didática da matemática).

É um livro do professor (referência expressa na capa) e, nos anos 60, era usado para orientação do ensino dos alunos do 1.º ano do ensino primário rural dessa região, em particular das crianças indígenas.

O livro é constituído por dois volumes, o primeiro com cerca de 300 páginas e o segundo 400. O volume 1 está organizado em 26 lições e o volume 2 em 29. As lições iniciam com o *Sumário da Lição* organizado por pontos e rematado por uma máxima, ao que se segue o *Desenvolvimento* de cada ponto indicado no sumário. Há pontos presentes ao longo das lições e outros esporádicos. Entre os primeiros encontramos: aritmética; atividades físicas; canto coral; desenho; doutrina e moral cristãs; jogos; lição de linguagem; modelação e trabalhos manuais. Os segundos são, por exemplo, relativos à abordagem inicial aos números, os quais explicitamos na próxima secção.

Seguimos Sierra-Vásquez et al. (2002) para uma análise do livro. Sintetizamos alguns desses aspetos em seguida. Os volumes não apresentam cores e é usado tipo de letra variado, quer em tamanho, quer em forma. Ao longo do texto, para ilustrar e complementar, existem várias figuras (desenhos/esquemas). O corpo do texto está organizado por pontos (1.º, 2.º, etc.) que servem para orientação do professor em relação ao discurso e atuação em sala de aula. Em vários casos são apresentados possíveis diálogos entre professor e alunos para exemplificar como deve ser a atuação do professor, a sequência a dar aos assuntos e a forma de dinamizar a aula. Este livro contém, como era habitual na época, aspetos intrinsecamente ligados às caraterísticas da educação do Estado Novo (por exemplo, aspetos patrióticos, morais e religiosos, distinção de género, etc.) que não são relevantes para o estudo que aqui nos ocupa.

3 Os primeiros números

O livro é indicado para o 1.º ano do ensino primário rural angolano. Uma equivalência direta para a escolaridade atual levar-nos-ia a pensar que corresponderia ao 1.º ano do ensino básico português (Bivar, Grosso, Oliveira & Timóteo, 2013), no entanto uma leitura atenta dos conteúdos do livro aponta para os últimos anos da educação pré-escolar (ME – DEB, 1997), com as devidas reservas, visto tratar-se de épocas e contextos socioculturais distintos. No caso da construção do conceito de número e da abordagem aos primeiros números, somos de opinião que as propostas apresentadas neste livro são adequadas a crianças da atualidade de 4–5 anos de idade.

Nesta secção apresentamos a sequência que é proposta para o ensino dos primeiros números e aspetos metodológicos relacionados com a noção de unidade e a composição e decomposição de números (estreitamente ligada às operações de adição e subtração de números naturais). De referir que neste livro só são abordados os números de 1 a 9 e o número zero.

3.1 Sequência de ensino dos primeiros números

A forma como o livro está organizado permite-nos perceber o encadeamento proposto para o ensino (e a aprendizagem) dos primeiros números. Na tabela seguinte apresentamos essa sequência que discutimos em seguida.

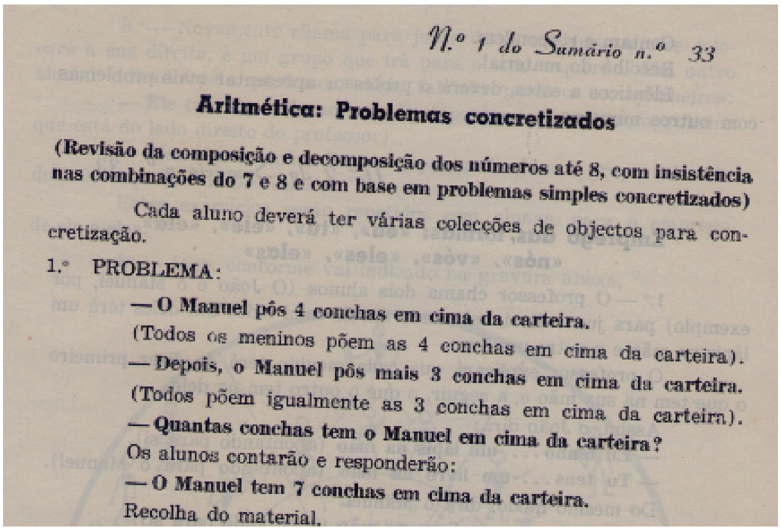
Tabela 1: Sequência de ensino dos primeiros números e assuntos relacionados

Número da Lição	**Conteúdos indicados no sumário** (os números indicam o ponto do sumário)
14	2. Noção de “muito” e “pouco”
15	5. Noção de “mais” e “menos”
20	4. Aritmética: “Muitos”, “poucos”, “um”, (noção de unidade)
21	5. Aritmética: Contagem (“dois”)
22	2. Aritmética: Composição e decomposição do número dois; contagem (“três”)
23	1. Aritmética: Composição e decomposição do número “três”
24	4. Aritmética: Contagem até 4
25	4. Aritmética: Composição e decomposição do número “quatro”
26	1. Lição de linguagem (Vocábulos: “cabra”, “cabrito”, “chifres”, “pelo”, “leite” e “mamar”) 3. Aritmética: Concretização de problemas simples, que envolvam adição e subtração, até o número “quatro”
27	6. Aritmética: contagem até 5. 7. Modelação (relacionada com o número anterior)
28	1. Aritmética: composição e decomposição do número 5
29	5. Aritmética: contagem até 6; composição e decomposição 6. Modelação dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6
30	1. Aritmética: o jogo das cadeirinhas
31	1. Aritmética: contagem até 7; composição e decomposição do número 7
32	5. Aritmética: contagem até 8; composição e decomposição do número 8 6. Jogo: a corrida de obstáculos
33	1. Aritmética: problemas concretizados 4. Jogo de aritmética: avaliação rápida, à simples vista, de quantidades (de 1 a 4)
34	1. Aritmética: contagem até 9; composição e decomposição do número 9
35	1. Aritmética: jogo para contagem-recitação; identificação do algarismo com o número 2. Representação algarismal dos números dígitos (em relação com as respetivas quantidades) 4. Exercício de atividade física: marcha para a frente e marcha para trás

Antes de se referir o conteúdo como Aritmética, são trabalhados os (proto) conceitos de "muito" e "pouco" e os de "mais" e "menos", sempre apoiados em material concreto e do quotidiano das crianças (por exemplo, pedras, paus, folhas, feijões). No seguimento chega-se ao "um", ou seja, à noção de unidade, já incluídas no ponto *aritmética.* Em seguida, passam à contagem e à composição e decomposição do número, gradualmente, começando pelo "dois" e de aula para aula, avançando até ao "quatro". A composição e a decomposição de números envolvem a adição e a subtração, ou seja, estas duas operações aritméticas são introduzidas desde o começo da aprendizagem dos números.

Nesta fase, surgem aplicações a contextos concretos, por exemplo, na *lição de linguagem* sobre vocábulos como "cabra", "cabrito", "chifres", ao aproveitar para referir/perguntar o número de patas e o número de chifres destes animais, etc. O final desta primeira fase é dedicado a problemas (*Concretização de problemas simples*), envolvendo os números até ao "quatro".

Trabalhados os números até ao "quatro", é retomada a contagem até ao "cinco" e a composição e decomposição do número "cinco". Este processo repete-se para os restantes números até ao número "nove". Essas lições são intercaladas com jogos, atividades de modelação e problemas concretizados. Na figura seguinte, apresentamos um exemplo de um desses problemas ditos concretizados.



Nº 1 do Sumário n.º 33

Aritmética: Problemas concretizados

(Revisão da composição e decomposição dos números até 8, com insistência nas combinações do 7 e 8 e com base em problemas simples concretizados)

Cada aluno deverá ter várias colecções de objectos para concretização.

1.º PROBLEMA:

— O Manuel pôs 4 conchas em cima da carteira.

(Todos os meninos põem as 4 conchas em cima da carteira).

— Depois, o Manuel pôs mais 3 conchas em cima da carteira.

(Todos põem igualmente as 3 conchas em cima da carteira).

— Quantas conchas tem o Manuel em cima da carteira?

Os alunos contarão e responderão:

— O Manuel tem 7 conchas em cima da carteira.

Recolha do material.

Figura 1: Excerto da p. 71 do vol. 2, relativo a problemas concretizados

3.2 Aspetos metodológicos

A abordagem aos primeiros números começa com o tratamento das noções de "muitos", "poucos" e de "um", recorrendo a material manipulável do quotidiano dos alunos (neste caso, feijões) e a experiências (repetidas várias vezes) envolvendo os sentidos (visão e tato), como se percebe da leitura do excerto seguinte:

N.º 4 do Sumário n.º 20

Aritmética: muitos, poucos, um (noção de unidade)

I

1.º — Material necessário: paus, pedras, folhas, conchas, feijões e outros objectos existentes no meio.

2.º — O professor chamará a atenção dos alunos para dois montes de feijão, de tamanhos nìtidamente diferentes.

3.º — Revolvendo o monte maior, o professor dirá: — **Muitos feijões.** Os alunos repetem: **Muitos feijões** — devendo a pronúncia do s final merecer atenção especial do professor. Se não for possível que todos tenham ao seu lado os mesmos montes, para aliarem o gesto à palavra, o professor chamará todos ou quase todos os alunos para revolverem o monte, enquanto dizem: — **Muitos feijões.**

4.º — O professor revolve, a seguir, o monte pequeno (apenas com meia dúzia de feijões, para que o contraste seja maior), e dirá então: **Poucos feijões.**

Os alunos repetem, de maneira idêntica à indicada na alínea anterior.

Figura 2: Excerto da p. 205 do vol. 1, relativo a "muitos" e "poucos"

A comunicação entre professor e alunos e o incentivo à participação dos alunos é uma constante e neste tópico não é exceção.

A referência ao "um" é sugerida do modo seguinte:

6.º — Tirando *um feijão* de um dos montes, mostra-o aos alunos e diz: **Um feijão** (salientando a palavra **um**).

Todos os alunos, agora, vão tirar um feijão dos montes, enquanto dizem: **Um feijão.** Já no lugar, o professor ensinará a dizer: **Eu tenho um feijão,** e os alunos repetirão a frase várias vezes, mostrando sempre o feijão que têm em seu poder.

Figura 3: Excerto das pp. 205–206 do vol. 1, relativo ao "um"

Seguem-se atividades de avaliação diagnóstica, para averiguar o grau de consecução da construção intuitiva da noção de quantidade por parte dos alunos, como mostra o excerto seguinte:

> 7.º — Seguem-se exercícios de verificação, apontando o professor, primeiro, o monte com **muitos,** depois o outro com **poucos,** e, finalmente, **um feijão;** os alunos, em voz alta, irão repetindo: **muitos, poucos, um.**
>
> 8.º — A seguir, fazer o exercício inverso: **um, poucos, muitos.**
>
> 9.º — Repetir as alíneas **7** e **8,** para que, intuitivamente, a criança se aperceba da noção de quantidade **(muitos ou poucos feijões)** e unidade **(um feijão).**

Figura 4: Excerto da p. 206 do vol. 1 relativo a “muitos”, “poucos” e “um”

A fase final da proposta de abordagem destas noções consiste na execução de exercícios em contextos diversificados (ver figura 5), usando materiais diferentes e, inclusivamente o corpo dos alunos. Considerar o corpo como material didático para aprendizagens variadas, em particular na matemática é algo defendido na atualidade (Costa, Carvalhal & Almeida, 2008; Jensen, 2002).

> 10.º — Executar-se-ão vários exercícios semelhantes, com outro material e até com os próprios alunos.
>
> 11.º — Uma vez percebidas as noções de aritmética desta lição **(muitos, poucos, um),** o professor ensinará o emprego do vocábulo **uma,** fazendo vários exercícios durante os quais os alunos tenham de o empregar **(uma folha, uma concha, uma pedra . . .).**

Figura 5: Excerto da p. 206 do vol. 1 relativo aos exercícios a efetuar

Na figura 6 ilustramos como é introduzido o número “dois”. Para os restantes números até ao “nove”, o processo é idêntico.

A proposta de abordagem da composição e decomposição dos números desde o “dois” ao “nove” é idêntica, salvaguardadas as devidas adaptações. Este estudo está estreitamente ligado à adição e subtração.

Apresentamos de forma breve o caso do “quatro” (ver figura 7). Partindo de material concreto (no caso três feijões) o professor retoma a composição e decomposição do número anterior (no caso o três) e vai indicando as diferentes formas de obter esse número, quer através do material manipulável quer desenhando no quadro a representação desse material (com círculos).

3.º — Seguidamente, professor pega num lápis em cada mão. Estende o braço direito, mostra o lápis e diz:

— Um lápis.

Estende depois o braço esquerdo e diz:

— Um lápis.

Junta a mão esquerda e a mão direita, enquanto diz:

— Um lápis mais um lápis, dois lápis.

— Dois lápis.

O professor pega nos dois lápis com a mão direita e diz:

— Eu tenho dois lápis na mão.

— E pergunta:

— Que tenho eu na mão?

Os alunos responderão:

— O senhor professor tem dois lápis na mão.

Figura 6: Excerto da p. 220 do vol. 1 relativo à introdução do número "dois"

N.º 5 do Sumário n.º 36

Aritmética:

Exercício de composição e decomposição com o número 4; contagem de 2 em 2

1.º — Todos os alunos têm 4 feijões dentro da carteira. Colocam em cima da carteira 3 feijões e um lápis. Contam os feijões em voz alta.

2.º — O professor representa no quadro esses três feijões, por meio de círculos. Os alunos contam, enquanto o professor os aponta.

3.º — A seguir, o professor pega no ponteiro (um pau qualquer) e coloca-o, como se indica na gravura, separando um círculo dos outros dois. Os alunos fazem o mesmo no lugar com o lápis e com os feijões: separam, com o lápis, um feijão dos outros dois.

4.º — O professor dirá (mantendo sempre o ponteiro no mesmo lugar).

— **Então, três... são dois** (aponta os círculos) **mais um** (aponta o círculo).

Os alunos repetem no lugar.

— **Mas** — dirá o professor — **três... também é um** (aponta agora o círculo) **mais dois** (aponta os 2 círculos).

Da mesma maneira, os alunos repetem.

— **E também** — continua o professor, separando um círculo de cada vez — **três é... 1 mais 1, mais 1.**

Os alunos repetem no lugar este exercício. Após esta repetição, executam várias vezes todos os exercícios.

5.º — A seguir, o professor manda colocar, ao lado dos três feijões, mais um. Os alunos contam.

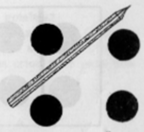
6.º — O professor representa também, no quadro, mais esse feijão. Depois, os alunos contam, enquanto o professor aponta, separando círculo por círculo.

7.º — Coloca então o ponteiro, como se indica na gravura, de maneira a separar os três primeiros círculos do outro. Os alunos fazem o mesmo na carteira e o professor continua (mantendo o ponteiro no mesmo lugar).

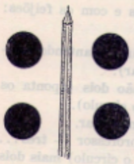
— **Então, quatro... são 3** (aponta os 3 círculos) **mais 1** (aponta o outro círculo).

Os alunos repetem na carteira.

— **E também** — diz ainda o professor — **1** (aponta o círculo) **mais 3** (aponta os três círculos).



Os alunos repetem, fazendo também. Executam, a seguir, todos os exercícios várias vezes.



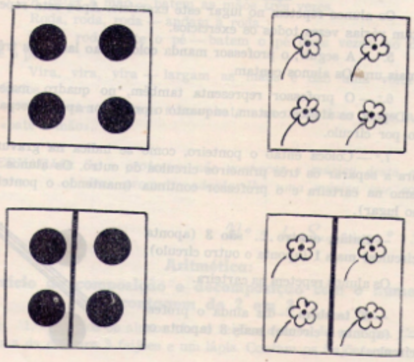
8.º — O professor coloca depois o ponteiro como se indica na gravura, de maneira a separar dois círculos dos outros dois.

Os alunos fazem na carteira o mesmo. O professor continua (mantendo o ponteiro no lugar):

— **Então, quatro... são dois mais dois.** Os alunos repetem.

9.º — O professor repete ainda esta contagem de 2 em 2 com outros objectos.

10.º — No final, os alunos vão desenhar diversos objectos (4 de cada espécie), mas agrupados de dois em dois, como abaixo se indica, podendo até escrever os respectivos algarismos.



10

Figura 7: Excerto das pp. 109–110 do vol. 2 relativo à composição e decomposição com o número "quatro"

Depois acrescenta mais um feijão e passa de forma semelhante à composição e decomposição do "quatro" (três mais um, um mais três, dois mais dois e um mais um mais um mais um). Deste modo vai trabalhando a adição e a subtração.

Os aspetos metodológicos aqui referidos para o caso da abordagem dos primeiros números são usados recorrentemente ao longo do livro. A utilização de material manipulável (por exemplo folhas, feijões, paus, frutos, pedras, etc.) como material didático (não estruturado) é uma constante.

Neste livro, a importância dada à comunicação e à participação ativa dos alunos na aprendizagem é uma marca importante, bem como a diversificação de contextos de aprendizagem, dando-se grande relevo a experiências sensoriais. Estes são aspetos de grande atualidade na educação matemática e não eram comuns à data, no ensino primário da matemática em Portugal continental (Costa et al, 2012).

4 Interdisciplinaridade no ensino dos primeiros números

Ao longo do texto é notória a importância dada à interdisciplinaridade. No caso particular da aritmética é feita ligação com lições de linguagem, jogos e exercícios de atividade física e modelação. Em seguida, detalhamos alguns aspetos ligados a estes tópicos.

4.1 Atividades de modelação

Entre as diversas lições de modelação referidas no livro, encontram-se algumas explicitamente destinadas ao treino da escrita dos (símbolos dos) números, usando barro, arame maleável e pauzinhos e outras para treino de contagem e da noção de quantidade.

No livro é referido que a maioria dos alunos tem dificuldade na escrita dos algarismos e necessita de treinar recorrendo a processos especiais antes de passar à escrita propriamente dita (DPSI, 1962, vol. 1, p. 207). Esses processos estão referidos na figura 8.

Tais processos são complementados com lições de modelação, nas quais representam os algarismos modelando-os em barro e arame, e construindo-os usando pauzinhos.

Outra lição de modelação diz respeito à construção de um ninho com (cinco) ovinhos, promovendo a contagem e a noção de quantidade. A figura *a)* Quando acabar de escrever o algarismo no quadro, o professor afasta-se um pouco deste e, com o dedo indicador, executa no espaço o movimento correspondente à escrita do algarismo, fazendo com que todos os alunos observem bem esse movimento; depois, nos seus lugares, os alunos imitam o movimento com o dedo indicador da mão direita.

b) Com o dedo indicador e utilizando o pó do giz, o professor escreverá no quadro o algarismo; os alunos (3 ou 4 de cada vez) farão o mesmo exercício.

c) Pelo mesmo processo, o professor representa o algarismo, que a seguir os alunos irão traçar com giz, seguindo a mancha do pó e respeitando o movimento feito pelo professor (desde o princípio ao fim do algarismo).

d) Idêntico exercício com o dedo molhado em água: O professor faz o algarismo com o dedo molhado; o aluno cobre, com o giz, esse traçado.

e) Traçado dos algarismos em areia (em areia seca e em areia molhada) ou mesmo no próprio chão.

7.º — Só agora os alunos escrevem o algarismo no caderno.

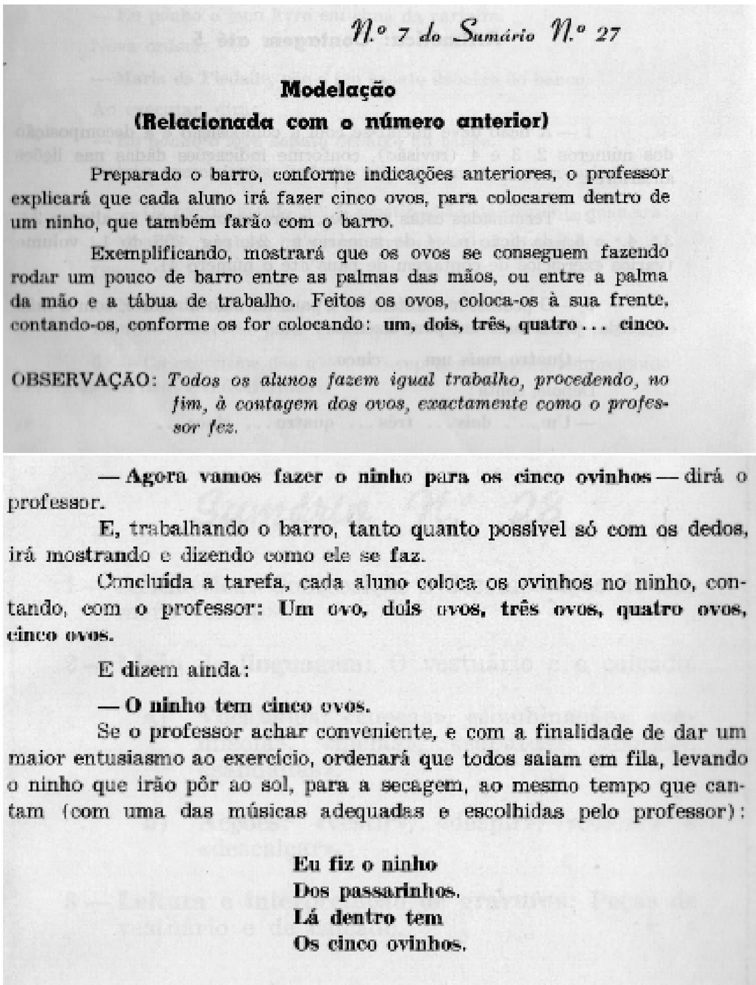
Figura 8: Excerto da p. 207 do vol. 1 relativo aos processos especiais para treino da escrita dos números

9 mostra as indicações detalhadas que constam no livro em relação a esta lição.

4.2 Jogos

São utilizados explicitamente vários jogos para trabalhar a aritmética, por exemplo para consolidação da aprendizagem dos números de 0 a 9, para treino da contagem de dois em dois ou de três em três e para treino da contagem rápida à vista. Há ainda outros jogos onde também se trabalha aritmética ainda que tal não seja expressamente indicado como, por exemplo, aqueles em que é necessário fazer contagens.

O jogo das cadeirinhas cuja descrição detalhada é apresentada na figura 10 tem por objetivos a identificação do algarismo (símbolo) com o número e reciprocamente.



N.º 7 do Sumário N.º 27

Modelação

(Relacionada com o número anterior)

Preparado o barro, conforme indicações anteriores, o professor explicará que cada aluno irá fazer cinco ovos, para colocarem dentro de um ninho, que também farão com o barro.

Exemplificando, mostrará que os ovos se conseguem fazendo rodar um pouco de barro entre as palmas das mãos, ou entre a palma da mão e a tábua de trabalho. Feitos os ovos, coloca-os à sua frente, contando-os, conforme os for colocando: **um, dois, três, quatro . . . cinco.**

OBSERVAÇÃO: *Todos os alunos fazem igual trabalho, procedendo, no fim, à contagem dos ovos, exactamente como o professor fez.*

— **Agora vamos fazer o ninho para os cinco ovinhos** — dirá o professor.

E, trabalhando o barro, tanto quanto possível só com os dedos, irá mostrando e dizendo como ele se faz.

Concluída a tarefa, cada aluno coloca os ovinhos no ninho, contando, com o professor: **Um ovo, dois ovos, três ovos, quatro ovos, cinco ovos.**

E dizem ainda:

— **O ninho tem cinco ovos.**

Se o professor achar conveniente, e com a finalidade de dar um maior entusiasmo ao exercício, ordenará que todos saiam em fila, levando o ninho que irão pôr ao sol, para a secagem, ao mesmo tempo que cantam (com uma das músicas adequadas e escolhidas pelo professor):

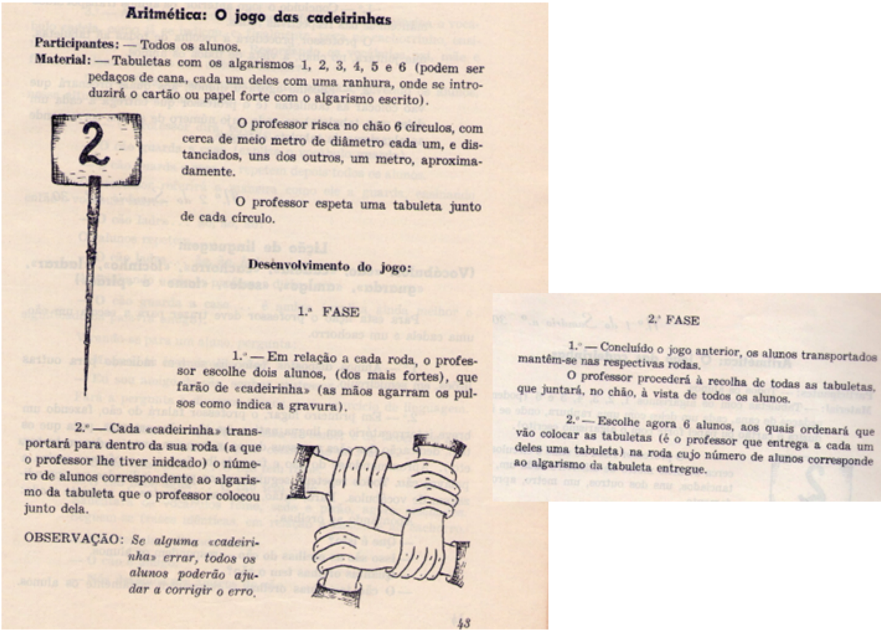
Eu fiz o ninho
Dos passarinhos.
Lá dentro tem
Os cinco ovinhos.

Figura 9: Excerto das pp. 14–15 do vol. 2 relativo à lição de modelação do n.º 7 do sumário n.º 27

O jogo apresentado na figura 11 tem por objetivos a contagem e recitação dos números de 1 a 9 e a identificação do algarismo (símbolo) com o número.

Outro jogo, o da corrida de obstáculos, envolve a contagem de números de 1 a 9 e, depois de dois em dois e de três em três, associando a contagem ao número de colegas por cima de quem saltava de cada vez. As figuras 12 e 13 apresentam o jogo com todo o detalhe.

É ainda de destacar o jogo que trata o tópico *avaliação rápida, à simples vista, de quantidades (de 1 a 4)*, de grande importância para o desenvolvimento



Aritmética: O jogo das cadeirinhas

Participantes: — Todos os alunos.
Material: — Tabuletas com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6 (podem ser pedaços de cana, cada um deles com uma ranhura, onde se introduzirá o cartão ou papel forte com o algarismo escrito).

O professor risca no chão 6 círculos, com cerca de meio metro de diâmetro cada um, e distanciados, uns dos outros, um metro, aproximadamente.

O professor espeta uma tabuleta junto de cada círculo.

Desenvolvimento do jogo:

1.ª FASE

1.º — Em relação a cada roda, o professor escolhe dois alunos, (dos mais fortes), que farão de «cadeirinha» (as mãos agarram os pulsos como indica a gravura).

2.º — Cada «cadeirinha» transportará para dentro da sua roda (a que o professor lhe tiver inidcado) o número de alunos correspondente ao algarismo da tabuleta que o professor colocou junto dela.

OBSERVAÇÃO: *Se alguma «cadeirinha» errar, todos os alunos poderão ajudar a corrigir o erro.*

43

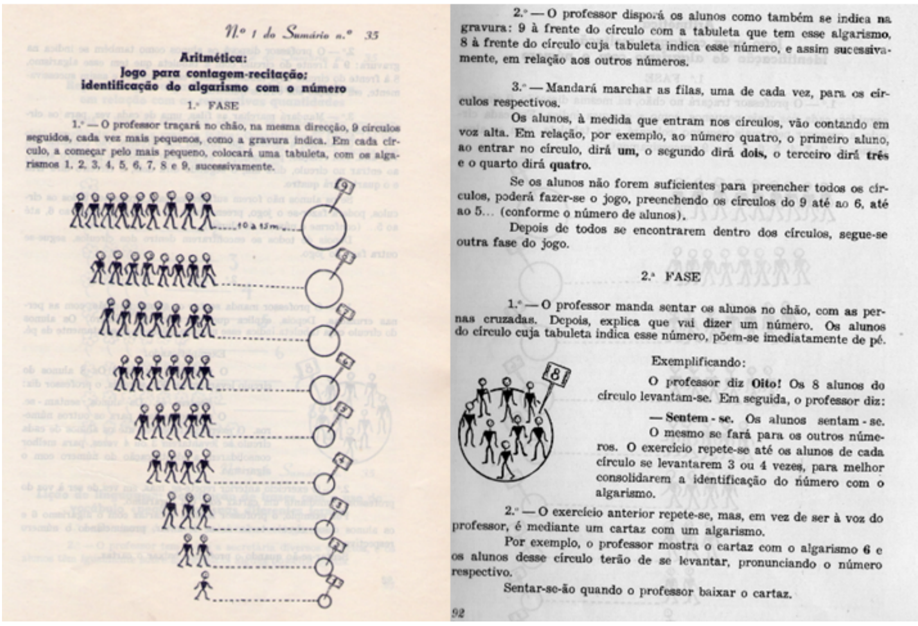
2.ª FASE

1.º — Concluído o jogo anterior, os alunos transportados mantêm-se nas respectivas rodas.

O professor procederá à recolha de todas as tabuletas, que juntará, no chão, à vista de todos os alunos.

2.º — Escolhe agora 6 alunos, aos quais ordenará que vão colocar as tabuletas (é o professor que entrega a cada um deles uma tabuleta) na roda cujo número de alunos corresponde ao algarismo da tabuleta entregue.

Figura 10: Excerto das pp. 43–44 do vol. 2 relativo ao jogo das cadeirinhas



N.º 1 do Sumário n.º 35

Aritmética:
Jogo para contagem-recitação:
identificação do algarismo com o número

1.ª FASE

1.º — O professor traçará no chão, na mesma direcção, 9 círculos seguidos, cada vez mais pequenos, como a gravura indica. Em cada círculo, a começar pelo mais pequeno, colocará uma tabuleta, com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, sucessivamente.

2.º — O professor disporá os alunos como também se indica na gravura: 9 à frente do círculo com a tabuleta que tem esse algarismo, 8 à frente do círculo cuja tabuleta indica esse número, e assim sucessivamente, em relação aos outros números.

3.º — Mandará marchar as filas, uma de cada vez, para os círculos respectivos.

Os alunos, à medida que entram nos círculos, vão contando em voz alta. Em relação, por exemplo, ao número quatro, o primeiro aluno, ao entrar no círculo, dirá **um**, o segundo dirá **dois**, o terceiro dirá **três** e o quarto dirá **quatro**.

Se os alunos não forem suficientes para preencher todos os círculos, poderá fazer-se o jogo, preenchendo os círculos do 9 até ao 6, até ao 5... (conforme o número de alunos).

Depois de todos se encontrarem dentro dos círculos, segue-se outra fase do jogo.

2.ª FASE

1.º — O professor manda sentar os alunos no chão, com as pernas cruzadas. Depois, explica que vai dizer um número. Os alunos do círculo cuja tabuleta indica esse número, põem-se imediatamente de pé.

Exemplificando:

O professor diz **Oito!** Os 8 alunos do círculo levantam-se. Em seguida, o professor diz:

— **Sentem-se.** Os alunos sentam-se.

O mesmo se fará para os outros números. O exercício repete-se até os alunos de cada círculo se levantarem 3 ou 4 vezes, para melhor consolidarem a identificação do número com o algarismo.

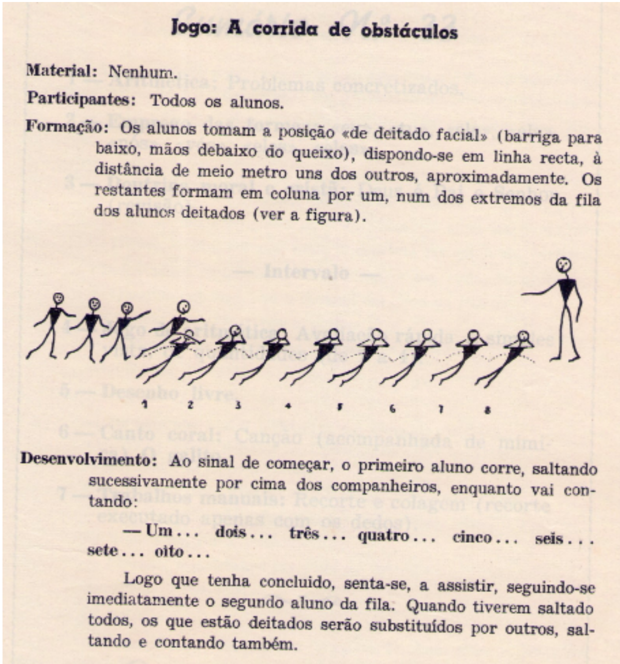
2.º — O exercício anterior repete-se, mas, em vez de ser à voz do professor, é mediante um cartaz com um algarismo.

Por exemplo, o professor mostra o cartaz com o algarismo **6** e os alunos desse círculo terão de se levantar, pronunciando o número respectivo.

Sentar-se-ão quando o professor baixar o cartaz.

92

Figura 11: Excerto das pp. 91–92 do vol. 2 relativo ao jogo do n.º 1 do sumário n.º 35



Jogo: A corrida de obstáculos

Material: Nenhum.

Participantes: Todos os alunos.

Formação: Os alunos tomam a posição «de deitado facial» (barriga para baixo, mãos debaixo do queixo), dispondo-se em linha recta, à distância de meio metro uns dos outros, aproximadamente. Os restantes formam em coluna por um, num dos extremos da fila dos alunos deitados (ver a figura).

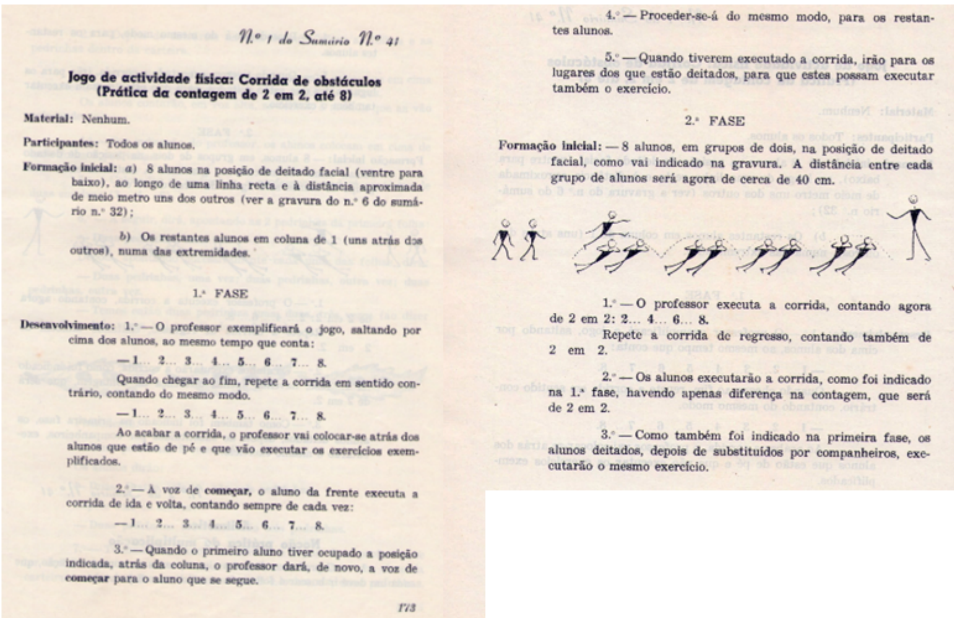
1 2 3 4 5 6 7 8

Desenvolvimento: Ao sinal de começar, o primeiro aluno corre, saltando sucessivamente por cima dos companheiros, enquanto vai contando:

— Um . . . dois . . . três . . . quatro . . . cinco . . . seis . . . sete . . . oito . . .

Logo que tenha concluido, senta-se, a assistir, seguindo-se imediatamente o segundo aluno da fila. Quando tiverem saltado todos, os que estão deitados serão substituídos por outros, saltando e contando também.

Figura 12: Excerto da p. 67 do vol. 2 relativo ao jogo *A corrida de obstáculos*



N.º 1 do Sumário N.º 41

Jogo de actividade física: Corrida de obstáculos
(Prática da contagem de 2 em 2, até 8)

Material: Nenhum.

Participantes: Todos os alunos.

Formação inicial: *a*) 8 alunos na posição de deitado facial (ventre para baixo), ao longo de uma linha recta e à distância aproximada de meio metro uns dos outros (ver a gravura do n.º 6 do sumário n.º 32);

b) Os restantes alunos em coluna de 1 (uns atrás dos outros), numa das extremidades.

1.ª FASE

Desenvolvimento: 1.º — O professor exemplificará o jogo, saltando por cima dos alunos, ao mesmo tempo que conta:

— 1... 2... 3... 4... 5... 6... 7... 8.

Quando chegar ao fim, repete a corrida em sentido contrário, contando do mesmo modo.

— 1... 2... 3... 4... 5... 6... 7... 8.

Ao acabar a corrida, o professor vai colocar-se atrás dos alunos que estão de pé e que vão executar os exercícios exemplificados.

2.º — À voz de **começar**, o aluno da frente executa a corrida de ida e volta, contando sempre de cada vez:

— 1... 2... 3... 4... 5... 6... 7... 8.

3.º — Quando o primeiro aluno tiver ocupado a posição indicada, atrás da coluna, o professor dará, de novo, a voz de **começar** para o aluno que se segue.

173

4.º — Proceder-se-á do mesmo modo, para os restantes alunos.

5.º — Quando tiverem executado a corrida, irão para os lugares dos que estão deitados, para que estes possam executar também o exercício.

2.ª FASE

Formação inicial: — 8 alunos, em grupos de dois, na posição de deitado facial, como vai indicado na gravura. A distância entre cada grupo de alunos será agora de cerca de 40 cm.

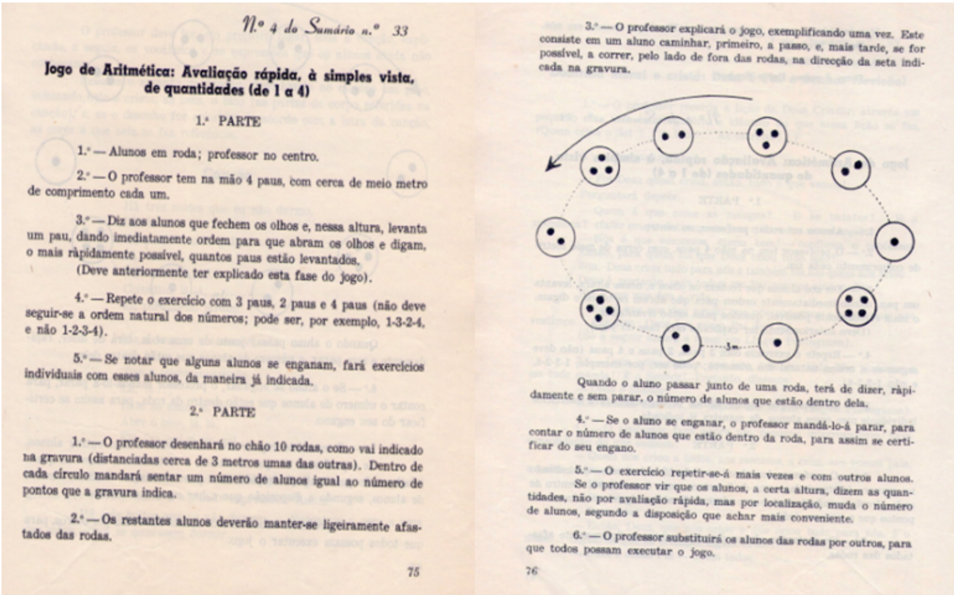
1.º — O professor executa a corrida, contando agora de 2 em 2: **2... 4... 6... 8.**

Repete a corrida de regresso, contando também de 2 em 2.

2.º — Os alunos executarão a corrida, como foi indicado na 1.ª fase, havendo apenas diferença na contagem, que será de 2 em 2.

3.º — Como também foi indicado na primeira fase, os alunos deitados, depois de substituídos por companheiros, executarão o mesmo exercício.

Figura 13: Excerto das pp. 173–174, vol. 2 relativo ao jogo *A corrida de obstáculos* do sentido de número e da noção de quantidade. Na figura 14, encontra-se o(s) jogo(s) descrito(s) com detalhe.



Nº 4 do Sumário n.º 33

Jogo de Aritmética: Avaliação rápida, à simples vista, de quantidades (de 1 a 4)

1.ª PARTE

1.º — Alunos em roda; professor no centro.

2.º — O professor tem na mão 4 paus, com cerca de meio metro de comprimento cada um.

3.º — Diz aos alunos que fechem os olhos e, nessa altura, levanta um pau, dando imediatamente ordem para que abram os olhos e digam, o mais ràpidamente possível, quantos paus estão levantados.

(Deve anteriormente ter explicado esta fase do jogo).

4.º — Repete o exercício com 3 paus, 2 paus e 4 paus (não deve seguir-se a ordem natural dos números; pode ser, por exemplo, 1-3-2-4, e não 1-2-3-4).

5.º — Se notar que alguns alunos se enganam, fará exercícios individuais com esses alunos, da maneira já indicada.

2.ª PARTE

1.º — O professor desenhará no chão 10 rodas, como vai indicado na gravura (distanciadas cerca de 3 metros umas das outras). Dentro de cada círculo mandará sentar um número de alunos igual ao número de pontos que a gravura indica.

2.º — Os restantes alunos deverão manter-se ligeiramente afastados das rodas.

75

3.º — O professor explicará o jogo, exemplificando uma vez. Este consiste em um aluno caminhar, primeiro, a passo, e, mais tarde, se for possível, a correr, pelo lado de fora das rodas, na direcção da seta indicada na gravura.

Quando o aluno passar junto de uma roda, terá de dizer, ràpidamente e sem parar, o número de alunos que estão dentro dela.

4.º — Se o aluno se enganar, o professor mandá-lo-á parar, para contar o número de alunos que estão dentro da roda, para assim se certificar do seu engano.

5.º — O exercício repetir-se-á mais vezes e com outros alunos.

Se o professor vir que os alunos, a certa altura, dizem as quantidades, não por avaliação rápida, mas por localização, muda o número de alunos, segundo a disposição que achar mais conveniente.

6.º — O professor substituirá os alunos das rodas por outros, para que todos possam executar o jogo.

76

Figura 14: Excerto das pp. 75–76 do vol. 2 relativas a um jogo de aritmética

É de referir que os jogos indicados para a aritmética envolvem todos, movimento e atividade física ao ar livre. Aspetos a que atualmente se dá muita importância em termos de aprendizagem (Jensen, 2002) e, em particular da aprendizagem da matemática.

4.3 Aplicações em diversos contextos

Como já referimos, a análise do livro permitiu-nos constatar que, sempre que possível, é sugerida a ligação entre as áreas de estudo, em particular no que diz respeito à matemática (aritmética e geometria). As ligações com a atividade física e os jogos e as atividades de modelação já foram referidas nas subsecções anteriores. Reservamos esta para as ligações às lições de linguagem (que envolvem também a aprendizagem de vocabulário novo).

Também a abordagem usada nas lições de linguagem privilegia a comunicação entre professor e alunos e o recurso a material concreto (incluindo visitas de estudo) ou a gravuras. Nas conversas previstas/propostas é muitas vezes e, sempre que possível, feita a ligação à aritmética, através de contagens em contextos reais. Selecionamos alguns exemplos que apresentamos em seguida nas figuras 15 a 17.

Apontando as orelhas:

— Que é isto?

— Isso são as orelhas do cão — respondem os alunos.

— Quantas orelhas tem o cão?

— O cão tem duas orelhas — respondem novamente os alunos.

Figura 15: Excerto da p. 44 do vol. 2 relativo à lição de linguagem do n.º 2 do sumário n.º 30

— Quantas mesas estão ali?

Um levanta-se e aponta.

Todos dizem:

— Ali está uma mesa.

— E quantas cadeiras estão?

Outro levanta-se e, apontando, conta:

— Uma ... duas ... três ... quatro.

Todos respondem.

— Estão quatro cadeiras.

Figura 16: Excerto da p. 168 do vol. 2 relativo à interpretação de gravuras do n.º 6 do sumário n.º 40

— Quantos pratos estão na mesa?

Um aluno aponta-os, contando:

— Um ... dois ... três ... quatro.

Todos seguem a contagem e dizem no fim:

— Na mesa estão quatro pratos.

— Quantos garfos?

Outro apontará, contando. Todos respondem no fim da contagem

— Na mesa estão quatro garfos.

Faz o mesmo em relação às facas e às colheres.

Figura 17: Excerto da p. 169 do vol. 2 relativo à interpretação de gravuras do n.º 6 do sumário n.º 40

5 Conclusões e notas finais

A análise deste livro permite uma visão dos conteúdos e métodos de ensino veiculados, oficialmente, para esta antiga colónia portuguesa, especificamente para as crianças nativas.

Este livro testemunha aspetos didáticos de vanguarda relativamente ao que se verificava em Portugal continental na época (Costa et al, 2012).

Destacamos a título ilustrativo os aspetos pedagógicos ligados à aprendizagem dos primeiros números. São utilizados vários jogos para a consolidação da aprendizagem dos números de 0 a 9, bem como lições de modelação onde treinam a escrita dos respetivos símbolos com barro, arame maleável e pauzinhos. Uma das áreas do conhecimento que é tida em consideração é a educação sensorial. As atividades planeadas para este efeito envolvem jogos que apelam aos sentidos e à experimentação. Ideias em destaque atualmente e defendidas por Jensen (2002):

> *(...) A investigação actual sobre o cérebro, a mente, e o corpo estabelece relações significativas entre movimento e aprendizagem. Os educadores devem sentir-se determinados a integrarem actividades de movimento na aprendizagem diária. O que inclui muito mais que actividades de manuseamento.* (Jensen, 2002, p. 133)

São sugeridos vários materiais para serem usados pelo professor e alunos, os quais se constituem como materiais didáticos manipuláveis (maioritariamente não estruturados). É, inclusivamente, dado destaque ao corpo dos alunos como material didático a usar. Por exemplo, numa das lições de linguagem dedicada ao ensino dos vocábulos cara, olho, boca, nariz, orelha e cabelo, é sugerida a utilização de um jogo para consolidação desta aprendizagem que recorre ao corpo dos alunos.

Defendemos que a abordagem didática dos conteúdos da aritmética é adequada e atual, constituindo-se este livro como um bom elemento de trabalho para o professor do Ensino Pré-escolar.

Referências

Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F. & Timóteo, M. C., 2013. *Programa e Metas curriculares. Matemática. Ensino Básico.* Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.

Brocardo, J., Serrazina, L. & Rocha, I. (Org.), 2008. *O sentido do número: reflexões que intercruzam teoria e prática.* Coleção Educação. Lisboa: Escolar Editora & CIEFCUL.

Choppin, A., 2004. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. *Revista Educação e Pesquisa*, São Paulo, **30** (3), 549–566.

Costa, C., Carvalhal, I. M. & Almeida, E., 2008. *A Educação Física e a Matemática numa Perspectiva de Integração Curricular: Proposta Transdisciplinar de Integração Pedagógica para o 1.º Ciclo do Ensino Básico.* (Série Didática das Ciências Sociais e Humanas n.º 74). Vila Real: UTAD.

Costa, C., Lopes, I. C., Nascimento, M. M. & Catarino, P., 2012. O ensino da matemática no ensino primário, no século XX: uma escola, em contexto rural, no norte de Portugal. In *Actas do III Fórum Ibérico de Museologia da Educação*, Moreno, Martinez, P. L. & Vicente, A. S. (eds), pp. 211–225. Múrcia: Universidade de Múrcia.

Direcção Provincial dos Serviços de Instrução, 1962. *Didáctica das Lições do 1.º ano do ensino primário rural. Livro do Professor.* Volumes 1 e 2. Luanda: Oficinas Gráficas ABC.

Jensen, E., 2002. *O cérebro, a bioquímica e as aprendizagens: um guia para pais e educadores.* Porto: Asa Editores.

Memórias d'África e d'Oriente, `memoria-africa.ua.pt/Library/LivrosEscolares.aspx?p=1`, acedido em 17/03/2014 às 10:53h.

Ministério da Educação – Departamento de Educação Básica, 1997. *Orientações curriculares para a Educação Pré-Escolar.* Lisboa: Ministério da Educação.

Sierra-Vásquez, M., González-Astudillo, M. T., & López-Esteban, C., 2002. El concepto de continuidad en los manuales españoles de enseñanza secundaria de la segunda mitad del siglo XX. *Educación Matemática*, **14**.

Valente, W. R., 2008. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. *Revista Zetetiké*, Campinas, **16** (30), 139–161.

Da história à historiografia do livro didático de matemática durante o regime militar brasileiro, aproximações preliminares

Miguel Jocélio Alves da Silva †
Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA – Sobral – Ceará – Brasil
Universidade Federal de São Carlos – UFSCar – São Carlos – São Paulo – Brasil

Maria do Carmo de Sousa
Universidade Federal de São Carlos – UFSCar – São Carlos – São Paulo – Brasil
mdcsousa@ufscar.br

Resumo: Este artigo pretende, de forma inicial e preliminar, refletir sobre alguns aspectos políticos e culturais presentes nos livros didáticos de matemática, os quais frequentaram as escolas secundárias brasileiras no período compreendido entre 1964 e 1984. Ao fazer isto e fundamentados nos estudos de pesquisadores que investigam a história e a historiografia da matemática escolar, em geral, e do livro didático de matemática, em particular, convidamos as comunidades acadêmicas brasileira e portuguesa, que discutem a História da Matemática e suas vertentes, a refletirem sobre o papel do livro didático de matemática, considerando este período histórico, politico e social da vida brasileira, marcada por aguda e profunda ruptura democrática, com significativas consequências na educação e na matemática presente na escola.

Abstract: This article intends to give an initial and preliminary basis, reflect on some political and cultural aspects present in textbooks of mathematics, who attended the Brazilian secondary schools in the period between 1964 and 1984. By doing this and based on studies by researchers investigating the history and historiography of mathematics in general and the teaching of mathematics book, in particular, invite the Brazilian and Portuguese academic communities, discussing the history of mathematics and its variations, to reflect on the role of teaching math book considering this historical, political and social period of Brazilian life, marked by acute and profound democratic rupture, with significant consequences for the education and therefore for math in school.

1 Porque este período histórico (1964–1984)?

Ao escolhermos este período (1964–1984), para tratarmos da temática que envolve o livro didático de matemática, o fizemos por tratar-se de um momento

Actas/Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, I, 317–332

histórico, político e social da vida brasileira, marcado por uma aguda e profunda ruptura democrática. Este tempo histórico então, por suas caracteristicas, segundo autores como Cunha e Góes (1996), Arapiraca (1979), Tavares (1980), Saviani (2008) e Lira (2010), indicam que teve significativas consequências em todos os setores da sociedade brasileira e também na educação, com reflexos na escola e nos conteúdos curriculares ali presentes, inclusive no conteúdo de ciências e matemática.

Neste sentido, há que se considerar que a matemática presente na escola constitui-se parte desta, como um elemento ali presente, por força de determinações educacionais e políticas mais gerais, como todo o conteúdo curricular que frequenta o espaço escolar. Estes conteúdos não se bastam a si mesmos, mas estão inseridos numa política educacional, que serve a determinados interesses e objetivos, às vezes explícitos, outras vezes, nem tanto. Desta forma, o currículo pode interferir de alguma forma na formação dos jovens que frequentam a escola, influenciando-os, tanto pelo conteúdo em si, como pela forma como este é apresentado, ou até mesmo, por aquilo que é omitido, silenciado.

O golpe militar brasileiro, instituído em abril de 1964 foi um dos mais duradouros da América Latina, pela sua extensão temporal (1964–1984), e que por isto também teve um longo período de atuação contra as liberdades civis e democráticas. Os estudos de Cunha (1996) nos dão uma ideia inicial e panorâmica da dimensão e da extensão das restrições democráticas impetradas pelo golpe militar no Brasil na década de 1960, ao citar um balanço sintético publicado pela imprensa brasileira, nos limites que a recém redemocratização permitia. Este balanço foi publicado logo após a posse do primeiro Presidente da República civil, portanto, após 20 anos ininterruptos de presidentes militares, eleitos indiretamente, sem a participação popular na escolha do principal mandatário do país.

Este breve balanço do regime militar brasileiro apresenta 17 Atos Institucionais[1], 130 Atos Complementares[2], 11 Decretos Secretos[3] e 2.260 Decretos-Leis[4]. Além destas normas jurídicas do regime de exceção, segundo o balanço apresentado por Cunha (1996), tivemos o Congresso Nacional posto em recesso for-

[1]Normas elaboradas pelo regime militar pelo Presidente da República, com o respaldo do Conselho de Segurança Nacional, sem necessidade de aprovação do Congresso Nacional e contrários à Constituição.

[2]Instrumentos jurídicos auxiliares aos Decretos-Lei e complementares aos Atos Institucionais.

[3]Decretos baixados pelo Presidente da República sobre assuntos referentess à Segurança Nacional, sendo publicado no Diário Oficial da União apenas o número do ato e a sua curta ementa, sem o seu conteúdo.

[4]Ordem emanada de uma autoridade — Poder Exectivo — que tem por finalidade dar detalhes a respeito do cumprimento de uma lei, ou seja detalhar uma lei já existente.

çado por três vezes e cassações de dezenas de mandatos parlamentaes. Foram expulsas do país, por razões politicas, 80 pessoas. Em torno de 400 pessoas foram mortas e ainda hoje, há dezenas de desaparecidos e milhares de brasileiros tiveram que deixar o país.

Ainda de acordo com Cunha (1996), a simples acusação a uma pessoa, a um programa educativo, ou a um livro, que tivesse alguma inspiração *"comunista"*, era razão mais do que suficiente para demissão, suspensão ou apreensão. Músicas, peças de teatro e filmes também foram censurados e probibidos durante o regime militar brasileiro.

Este era o clima para a cultura, a arte e a educação no Brasil durante o período da ditadura militar. Era neste cenário que se desenvolvia todo o processo educacional e cultural no nosso país.

2 Os desdobramentos do golpe na educação brasileira

No cenário mais geral que vai se desenhando a partir de 1964, a educação também é um elemento que o compõe, sendo vinculanda às necessidades do mercado e apontando-se para um caminho privatizante, além de serem suprimidas algumas políticas mais gerais estabelecidas no período anterior, para o setor educacional brasileiro.

Entre as políticas que foram abandonadas ou suprimidas, está o Plano Nacional de Alfabetização — PNA[5], que previa um processo de alfabetização em massa pelo "Sistema Paulo Freire", envolvendo a cooperação de orgãos governamentais e diversas entidades da sociedade civil. Ao suprimir este programa o decreto inclusive estabeleceu o recolhimento de todo o seu acervo, provavelmente por considerá-lo subversivo.

O golpe militar de 1964 também interrompeu o I Plano Nacional de Educação — PNE[6], que estava previsto na Lei 4.024/61, conhecida como Lei de Diretrizes e Bases da Educaçao — LDB, que tinha previsão para ser efetivado no período de 1963 a 1970 e cuja tarefa estava sob a responsabilidade do Conselho Federal de Educação.

O golpe militar interferiu em todos os processos da vida política, econômica e social do país, o que segundo Góes (1996), confirma que a tomada do poder pelos militares em 1964 foi uma articulação política com profundas raizes, tanto internas, quanto externas, com vínculos em importantes interesses

[5]O PNA foi instituído pelo decreto 53.465 de 21 de janeiro de 1964 e revogado pelo decreto 53.886 de 14 de abril de 1964.

[6]O PNE estava previsto na Lei 4.024/61. Foi iniciado em 1963 e interrompido pelo golpe militar em 1964.

econômicos e expressivos respaldos sociais. Os que tomaram o poder queriam um caminho aberto para a sua ação e para isto, voltaram sua atenção para calar os setores mais progressistas da sociedade brasileira, das mais diversas formas e com os mais variados recursos de propaganda e de repressão.

Podemos afirmar que, o caráter da educação durante o regime militar brasileiro era notadamente anti-democrático, tendo como centro, o sentido ideológico do governo. De acordo com Lira (2010), a ditadura não perdeu tempo e imediatamente passou a perseguir toda e qualquer manifestação contrária ao regime, tanto nas universidades, quanto nas escolas, criando as comissões de inquérito, que poderiam dirigir os Inquéritos Policial-Militares – IPMs, contra estudantes e servidores. Nas universidades brasileiras, estes inquéritos eram abertos a partir da ordem do Ministério da Educação, que também passou a contratar e demitir os profissionais (professores e servidores), de acordo com os interesses do regime autoritário.

A partir destas referências apresentadas, chegamos a conclusão que, após a instalação do golpe militar brasileiro, muitos educadores foram perseguidos, a partir de suas posições políticas e ideológicas, contrárias ao regime de exceção. Vários foram calados para sempre nas prisões da ditadura, entre mortes e torturas que deixaram marcas indeléveis. As ações do governo golpista tirou da atividade educacional inúmeros profissionais. Uns tantos se exilaram, outros se recolheram à vida particular e vários, expurgados de suas funções pelo regime autoritário, mudaram de atividade profissional.

Mas é preciso considerar, conforme argumenta Arapiraca (1979), que houve uma mobilização de parte dos quadros da *inteligentzia* (grifo do autor) pedagógica brasileira, que se dispôs a assimilar as práticas educativas que foram importadas dos Estados Unidos da América – EUA, para o Brasil, via planos de assistência técnica. Em especial estas práticas educacionais eram aquelas ligadas à efetividade e à eficiência da escola, contando com a postura acrítica deste segmento de educadores *colonizados* (grifo do autor).

Segundo Tavares (1980), os planos de assistência técnica norte-americana, com disponibilização de recursos consideráveis, inclusive, surgiram efetivamente no Brasil após a Segunda Grande Guerra, impulsionados por duas necessidades complementares: a manutenção de áreas de influência e de mercados tradicionais, dado que os norte-americanos viam certa ameaça no fortalecimento dos paises do campo socialista, e a revolução cubana em 1959 alertou o governo dos Estados Unidos, para outras possíveis tentativas de revolução nos outros países da América Latina, a partir de influências vindas da ilha.

Há que se considerar ainda, de acordo com Arapiraca (1979), que a concretude dos planos de assistência técnica norte-americana, com a participação de técnicos importados e de técnicos *colonizados* (grifo nosso), trouxe inequívocas mudanças no sistema educacional brasileiro, do ensino primário à universidade. O ensino primário foi unificado com o ginásio e o colégio foi profissionalizado. Criou-se um novo tipo de escola, modelada nos EUA.

A partir desta perspectiva o regime militar modificou estruturalmente a lei básica da normalização do ensino, e no período mais duro do regime, foi instituída a reforma universitária, que vinha sendo engendrada desde 1966, mas que se consolida a partir de 1969[7]. Ao mesmo tempo, a Lei 5.692 e a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, instituídas em 1971, trouxeram alterações importantes para o antigo ensino primário, ensino ginasial e o secundário.

Todas estas mudanças na educação nacional foram elaboradas sem a participação mais ampla dos setores da educação, ou uma discussão mais profunda sobre o sistema educacional brasileiro, a partir de uma perspectiva democrática, popular e participativa. Uma caracteristica marcante deste novo ordenamento jurídico-educacional era a formação de cunho profissionalizante.

De acordo com Cunha (1996), a profissionalização no ensino de 2.º grau, feita pelo regime militar, pretendia acabar com os cursos clássico e científico, que só preparavam para o vestibular, buscando uma profissionalização que fosse terminativa e que pudesse conter a demanda por vagas na universidade. Ainda de acordo com este autor, a profissionalização universal e compulsória, proposta pela Lei 5692/71, proporcionaria aos estudantes concluintes do 2.º grau, já sairem com uma habilitação profissional e facilmente encontrar um emprego, já que o *"milagre econômico"*, pela propaganda do governo militar, prometia empregos e salários crescentes.

Nesta mesma perspectiva profissionalizante Saviani (2008), considera que o objetivo de formar mão-de-obra qualificada era para o mercado de trabalho, consubstanciando, segundo ele, uma visão produtivista da educação, levando a educação para um viés tecnicista.

Para operar esta mudança na educação brasileira, o governo militar foi buscar ajuda estrangeira, a partir da "Aliança para o Progresso". De acordo com Cunha (1996), esta aliança nada mais era que uma estratégia norte-americana para financiar projetos em países que pudessem se alinhar à sua política externa, de forma que estes países ficassem sob a sua influência política e econômica.

Aqui no Brasil a "Aliança para o Progresso" se materializou na educação, através da United States Agency for International Development – USAID, sigla em inglês.

[7] A lei 5.440/68, instituída em 28 de novembro de 1968, que trata da reforma universitária, é efetivada no ano seguinte, pelo decreto 464 de 11 de feveiro de 1969.

3 Os acordos MEC-USAID e sua extensão na educação brasileira

Com a instalação do golpe militar, a repressão se abateu sobre intelectuais comprometidos com as reformas de base. Estas ainda propostas no Governo João Goulart, deposto pelo golpe. A saída então foi pedir ajuda à USAID para operar as mudanças na educação brasileira, tendo inicio a partir dai, inúmeros acordos entre o Ministério da Educação – MEC e a agência norte-americana, o que ficou conhecido como os acordos MEC-USAID.

A USAID foi criada em 1961 pelo Presidente norte-americano, John F. Kennedy, para que funcionasse como um reforço à política externa norte-americana nos paises da América Latina, alinhados com a política externa norte-americana. A USAID então, de forma discreta e até sigilosa, mas intensa, assumiu a tarefa de reoordenação da educação nacional, atuando em toda a extensão da educação brasileira. Para se ter uma idéia, os acordos do Ministério da Educação – MEC, com a USAID cobriram todo o espectro da educação nacional, desde o ensino primário até o universitário.

A questão do sigilo dos acordos era de tal natureza, que um dos grandes educadores brasileiros, Lauro de Oliveira Lima[8], assim se refere a eles

> Não fosse por informações circunstanciais, seria impossível dizer o que vêm fazendo as comissões americano-brasileiras que funcionam em dois pontos da Guanabara, envolvidas por uma cortina de ferro donde não se filtram informações. É a primeira vez, ao que se saiba, que o planejamento educacional de um país é objeto de sigilo para o próprio povo que o utilizará... (LIMA, 1968, p. 08)

É no âmbito destas comisões americano-brasileiras que os acordos MEC-USAID são elaborados e executados, sem que ninguém saiba extamente o teor destes acordos e o seu alcance. Mais adiante Lauro de Oliveira Lima, uma vez mais denuncia que o Ministério da Educação – MEC, não é mais o condutor e executor da política educacional brasileira, afirmando

> O que se sabe, por evidência, é que o centro de gravidade das decisões sobre o ensino do País deslocou-se do MEC, no Palácio da Educação, para a sede das comissões americano-brasileiras, cujos endereços não são acessíveis a qualquer um. (LIMA, 1968, p. 08)

E mais adiante, assevera

[8]Estas referências aparecem no prefácio do Livro de Márcio Moreira Alves, *O be-a-bá dos MEC-USAID*, feito por Lauro de Oliveira Lima.

> Basta dizer que as diretorias de ensino do MEC ficaram acéfalas já há bastante tempo, sem nenhuma perturbação para a administração, o que leva a crer que se trata apenas de transferência de sede e de canais administrativos. (LIMA, 1968, p. 09)

Márcio Moreira Alves também faz uma dura crítica aos acordos e os denuncia, como forma de dominação, afirmando

> Poucos são os que conhecem os textos dos acôrdos firmados entre a USAID e o Brasil no setor educacional. É possível que nenhum brasileiro, autoridade governamental ou não, tenha uma visão conjunta do sistema que êles começam a consolidar. É certo que ninguém sabe que medidas estão sendo tomadas em decorrência dos planos por eles estabelecidos. (ALVES, 1968, p. 17)

Todas estas denúncias à época deixam claro como a educação era tratatada pelo regime militar brasileiro, ou seja, na surdina, às escondidas, sem uma discussão sobre os seus rumos, mas ligada a interesses externos, como uma subsidiária norte-americana. Márcio Moreira Alves confirma esta perspectiva quando afirma

> Resulta que o planejamento educacional traçado através de acôrdos com a Embaixada Americana, que o financiou em grande parte e lhe emprestou o concurso preponderante de técnicos contratados pelo seu Govêrno terá de ser dirigido pelos interesses norte-americanos e não pelos do Brasil. (ALVES, 1968, p. 23)

De acordo com Cunha (1996) os acordos MEC-USAID eram feitos, buscando uma articulação entre os diversos níveis de ensino, fazendo treinamento de professores e a produção e veiculação de livros didáticos.

No período que vai de 1964 a 1968, foi o que houve uma maior intensidade destes acordos MEC-USAID, num total de 12 (doze). Dentre os vários elementos abarcados por estes acordos havia um estabelecido entre o MEC-USAID-SNEL, este último, sendo o Sindicato Nacional dos Editores de Livros. Este acordo foi realizado em 1967, para cooperação na publicação de livros técnicos, científicos e educacionais.

De acordo com Romanelli (1979), neste acordo o MEC e o SNEL teriam apenas a responsabilidade de execução. Os técnicos da USAID teriam todo o controle do processo, desde questões ligadas a estética do livro didático, até a orientação para as editoras comprarem direitos autorais de editores norte-americanos. É no âmbito deste acordo que é criada a Comissão do Livro Técnico e do Livro Didático – COLTED.

Para reforçar esta perspectiva, Hallewell (2005) afirma que a agência americana, em geral, fornecia o texto original dos livros, ou orientava sua seleção. Obtinha os direitos de tradução, localizava ou recomendava um tradutor, ou até mesmo fornecia a tradução. Quase sempre financiava a publicidade e até mesmo colaborava nos custos diretos de produção dos livros.

De acordo com Hallewell (2005), muitas das editoras beneficiadas com o acordo MEC-USAID-SNEL, foram as que financiaram e apoiaram o golpe de 1964, além de partciparem da campanha de propaganda anticomunista que antecedeu o golpe.

Arapiraca (1979), a partir de documentação disponivel e consultada, afirma que os acordos MEC-USAID expressam de forma clara uma tentativa político-ideológica por parte da USAID de manipular o aparelho escolar brasileiro, na perspectiva de legitimar um processo modernizador da sociedade, com o objetivo de possibilitar um alinhamento geopolítico com o neocapitalismo norte-americano.

É neste cenário educacional, pautado pelos limites do regime militar, que trazemos algumas reflexões sobre o livro didático de matemática, presente na educação escolar deste período. Ao fazermos isto, buscamos compreender o livro didático de matemática, não só como um possível portador de conhecimentos matemáticos neutros, mas também de uma cultura e de uma forma de pensar, que podem ter sido referenciadas pelo contexto político e social em que foram produzidos e socializados.

Diante das referências apresentadas e das reflexões feitas até aqui, vai ficando claro que o livro didático como elemento e parte de todo o processo educacional do período em questão (1964 a 1984), constituiu-se em elemento singular na veiculação para gerações inteiras de crianças e jovens, da perspectiva política-ideológica que estava posta pelo regime militar, de forma explícita ou não, às vezes dita, outras vezes silenciada, omitida, escamoteada.

4 Pressupostos sobre o livro didático

A partir dos estudos de Neto et al. (1974), Oliveira (1984), Freitag (1987), Schubring (2003), Choppin (2004) e Halewell (2005), podemos afirmar que, durante os vários momentos históricos os livros didáticos em geral e também os livros de matemática, podem estar influenciando as formas de fazer e de pensar o ensino e a aquisção da matemática como conteúdo curricular, logo, como são escritos em determinados contextos políticos, sociais, econômicos e educacionais, estão sendo considerados portadores de algumas *"verdades"*, que se apresentam tanto no cotidiano das escolas, quanto no cotidiano das universidades.

De acordo com Choppin (2004), as pesquisas acadêmicas que se tem realizado sobre o livro didático são muito recentes, e incentivadas pelo interesse na identidade cultural, pela afirmação de grupos minoritários, pelo progresso nas técnicas de armazenamento, na difusão de informações e pela constituição de equipes multidisciplinares nas universidades e nos centros de pesquisa.

Mas a despeito da sua recente ampliação e aumento do interesse por esta temática, o autor nos chama atenção para certa complexidade das pesquisas sobre o livro didático, dado a dificuldade de definição deste objeto, além de sua multiplicidade de funções e uma gama variada de agentes e interesses presentes em cada uma das etapas da sua constituição.

Choppin (2004) elenca quatro funções principais, conjuntamente ou isoladas, que pode assumir o livro didático. A primeira é a *referencial ou curricular*, onde o livro didático seria o tradutor fiel de um programa estabelecido. Portador singular de conteúdos educativos, conhecimentos, técnicas e habilidades. A segunda seria a *instrumental*, que coloca em prática métodos de aprendizagem e atividades que buscam facilitar a aquisição de conteúdos, competências e habilidades. A terceira seria a *ideológica e cultural*, função mais antiga e que pode exercer forte tendência à aculturação e doutrinação, podendo ser explícita e ostensiva ou implícita e sútil. A quarta função é a *documental*, onde o livro didático pode possibilitar aos estudantes um conjunto de documentos textuais ou não, contribuindo para o desenvolvimento de um espírito crítico aos seus leitores. É a função mais recente e que carece de um ambiente rico em possibilidades de emancipação, para sua efetivação.

Neste presente trabalho vamos nos deter especificamente, na função ideológica e cultural do livro didático, a partir da contribuição de autores e pesquisadores como, Schubring (2003), Freitag (1987), Oliveira (1984) e Neto et al. (1974), que tratam da educação brasileira e do livro didático no período em foco.

Buscamos trazer algumas reflexões iniciais e preliminares sobre o papel do livro didático de matemática, que chegava à escola no período de 1964 a 1984. A nossa compreensão é que no multifacético universo da pesquisa sobre o livro didático, mesmo focando uma de suas funções, o que não é pouco, entendemos como Freitag (1987), que a análise crítica deste material singular e complexo, não pode ser feita fora do contexto geral do sistema educacional ao qual está inserido, no nosso caso, o contexto do regime militar e ditatorial brasileiro.

5 A função ideológica e cultural do livro didático

Ao tratarmos da função ideológica e cultural do livro didático, devemos como propõe Choppin (2004), buscar refletir não só sobre o que os autores escrevem, mas também aquilo que não está escrito, o que está nas entrelinhas, ou mesmo o que os autores silenciam. Alerta ainda o autor que esta não é uma questão restrita apenas aos livros didáticos de história ou literatura, mas que a análise dos livros didáticos de ciências e na nossa compreensão, o livro didático de matemática está incluso porque apresentam uma visão consensual e normalizada da ciência, e porque não dizer da matemática, onde a controvérsia, o debate, as idas e vindas, as fissuras, as tentativas, os erros, são deliberadamente excluídos dos livros escolares, trazendo um conhecimento pronto e acabado, dando a impressão, tanto para aquele que ensina, quanto para aquele que aprende, que os conhecimentos ali apresentados não passaram por processos que envolviam dúvidas, incertezas e questionamentos.

Aqui, refletimos a partir dos estudos de Caraça (1984), que afirma que, há pessoas que consideram a Ciência, tal qual em livros didáticos, organizada e sequencial, como algo pronto e acabado, sem possibilidades de questionamento, ou seja, para estas pessoas o conhecimento científico apresenta-se finalizado, consensuado e legitimado, cabendo a professores unicamente o papel de transmiti-los e aos estudantes unicamente o papel aceitá-los como verdade científica, imutável, sem ressalvas, sem questionamentos.

Consideramos esta questão relevante, pois ao que parece, o conceito de que, conhecimentos científicos estão prontos e acabados também estão presentes nos livros didáticos de matemática, talvez até mais do que nos livros didáticos de ciências, dado que nos livros didáticos de matemática, há em certa medida, a indicação de que há uma única forma de resolver os problemas apresentados, um único jeito "certo", um só caminho, e que buscar outras possibilidades, outras formas, questioná-los, indagá-los, não seria prudente, nem aceitável.

Ao olharmos para esta questão, podemos compreender também que o livro didático, a despeito de trazer uma perspectiva neutra e objetivada da ciência e da matemática, pode também ser um recurso educacional capaz de provocar mudança nos modos de pensar, agir e sentir dos estudantes, como afirma Neto et al. (1974), dependendo da abordagem que este traz aos conteúdos que apresenta e da forma com os apresenta.

Nos estudos de Oliveira et al. (1984), também encontramos a perspectiva do livro didático como um importante portador político e cultural, dado que reproduz e representa os valores de uma dada sociedade, tanto em relação à sua visão sobre a ciência, a história e a interpretação dos fatos, quanto ao próprio processo de transmissão do conhecimento.

Freitag et al. (1987), afirma que ao tratarmos do livro didático, a partir da sua perspectiva política, devemos compreender que a política do livro didático está entrelaçada, no Brasil, com a política de estado para o livro didático e que, além disso, esta política é uma dimensão particular da política educacional mais geral, e que portanto está inserida nas relações políticas e econômicas da sociedade brasileira.

Neste mesmo sentido Carvalho (2003)[9], infere que o livro-texto tem uma história e o papel e a influência que desempenha, estão imbricados à sociedade de sua época, talvez até, afirma Carvalho (2003), para modificar alguns dos aspectos em que não só o autor, mas a própria sociedade, compreende a ciência, a cultura e o ensino.

Schubring (2003) argumenta que quando Kuhn coloca uma perspectiva social na análise histórica, a partir do conceito de *"comunidade científica"*, o faz como que buscando certa negação da então *"objetividade"*, portanto, tenta ligar o desenvolvimento da ciência aos valores sociais e culturais.

Todos os estudos apresentados, a partir dos autores citados acima, são para fundamentar o pressuposto de que, o livro didático de matemática, em qualquer momento histórico e social, pode apresentar, além da objetividade desta ciência, outros elementos visíveis ou invisíveis, explícitos ou implícitos, oriundos da sociedade em que foi elaborado e formatado. Traz consigo, impregnado em si, os valores e a cultura desta sociedade, com objetivos bem definidos, a partir da política educacional, e também dos condicionantes políticos e sociais presentes no período histórico e político em que o livro foi elaborado e finalizado.

A partir desta perspectiva o que estamos defendendo aqui é que, forma e conteúdo do livro didático trazem consigo, uma unidade, impregnada das implicações presentes na sociedade, na forma como esta concebe a ciência, o ensino, a formação dos estudantes e a perspectiva social que quer manter ou modificar. Portanto, compreender o período histórico em que determinado livro didático foi concebido, produzido e veiculado, é parte importante da compreensão do papel do próprio livro didático, da sua função e dos seus condicionantes educacionais e escolares, mas também políticos e culturais.

[9]Na apresentação do livro de Gert Schubring, *Análise histórica do livro de Matemática — notas de aula*, edição de 2003.

6 O Movimento Matemática Moderna no período histórico em análise

A tese de doutorado de D'Ambrósio (1987), um dos primeiros trabalhos a enfocar o Movimento Matemática Moderna no Brasil, o apresenta como sendo algo que se deu no Brasil, através de um processo de transferência de projetos curriculares elaborados em paises desenvolvidos para países do terceiro mundo. A autora ainda destaca que um dos fatores que contribuiu para esta transferência de projetos e de currículos, foram as agências estrangeiras de financiamento.

Esta perspectiva apresentada pela pesquisadora coaduna-se com todas as reflexões já apresentadas anteriormente em relação ao papel, principalmente dos acordos MEC-USAID, na educação brasileira, notadamente em relação à importação de projetos educacionais, principalmente oriundos dos Estados Unidos.

D'Ambrósio (1987), ainda chama a atenção para o fato de que os programas de Matemática Moderna aqui desenvolvidos tiveram pouca ou nenhuma crítica, o que possibilitou a implementação de um currículo, a partir da referência deste movimento, com algumas inconistências, além da distância entre as idéias defendidas pelos difusores do movimento e a prática real da sala de aula, desenvolvida pelos professores.

Refletindo a partir da perspectiva apresentada pela autora (1987) e tendo como pressuposto que o Movimento Matemática Moderna, chega no Brasil, senão diretamente, mas intermediado por interesses norte-americanos de tutelar a educação brasileira, pode-se compreender a falta de crítica ao Movimento Matemática Moderna, dado o período de restrições democráticas que se vivia neste período.

Búrigo (1989) que também pesquisou o Movimento Matemática Moderna, apresenta em seu estudo outro elemento sobre a relação do movimento com o regime militar, quando constata que este não foi, como outras experiências educacionais, direta e abertamente atingido pela repressão, mas ao contrário recebeu apoio oficial e foi até mesmo incentivada, o que leva a crer que houve uma institucionalização do movimento via currículos e programas, que possivelmente se integraram à política educacional do regime e permitiram que os livros didáticos da Matemática Moderna fossem massificados, entre outros elementos, via livro didático.

7 O currículo e o livro didático de Matemática Moderna no período de 1964 a 1984

É razoável pensarmos que para a produção e circulação de um livro didático de determinado conteúdo, principalmente no período histórico do qual estamos tratando, e que já foi referido aqui, haja a institucionalização de currículos e programas educacionais que o referenciem, sob pena do livro didático não encontrar ressonância e ficar nos depósitos das editoras, pois uma das primeiras premissas para a produção de um livro didático é que este seja utilizado pela maior quantidade de professores e estudantes.

Um indicador importante da presença de um livro didático como portador de conhecimentos específicos, mas também de uma cultura e de um jeito de pensar, pode ser aferido pela sua produção e circulação. Neste sentido Halewell (2005), nos dá uma referência sobre a produção de livros didáticos de Matemática Moderna, a partir de um dos maiores divulgadores desse movimento no Brasil, Osvaldo Sangiorgi. Este professor e lider do Grupo de Estudos em Ensino de Matemática – GEEM, de São Paulo – SP, autor de livros didáticos de Matemática Moderna foi um campeão de vendas, naquele período. Halewell (2005) afirma que este autor chegou a ter 300.000 exemplares vendidos num ano, quando a tiragem dos seus principais concorrentes estava em torno de 80.000 exemplares.

É evidente que para chegar a esta vendagem de livros, Osvaldo Sangiorgi fez todo um trabalho anterior no GEEM-SP. De acordo com Búrigo (1989), a criação deste grupo representou o marco decisivo para a constituição do Movimento Matemática Moderna no Brasil, permitindo uma ampla divulgação do movimento, através de encontros e cursos de formação de professores, a partir da perspectiva do GEEM-SP, sobre a Matemática Moderna em quase todo o Brasil. O trabalho anterior do grupo, articulado com o Ministério da Educação – MEC, com a Secretaria de Educação do Estado de São Paulo e outros estados, foi o caminho que antecedeu a chegada dos livros didáticos de Matemática Moderna, às escolas, aos estudantes e professores.

Além disso, o GEEM-SP tinha atuação efetiva nos Congressos Brasileiros de Ensino de Matematica que se intensificaram na década de 1960, divulgando suas idéias, propostas e mantendo contato com professores de todo o país, que participavam destes eventos.

Sousa (1999), argumenta que os congressos, tanto nacionais, quanto internacionais eram os locais privilegiados para convencer a sociedade, especialmente os professores, de que a Matemática Moderna era viável e importante.

Deles se planejavam estratégias para se propor cursos rápidos, programas modelos e livros-textos destinados aos professores e aos pais.

De acordo com Búrigo (1989), o primeiro livro editado pelo GEEM-SP e que teve como título *Matemática Moderna para o Ensino Secundário* e tinha a chancela do Instituto Brasieiro de Educação, Ciência e Cultura – IBECC, da Universidade de São Paulo – USP e do Programa de Emergência para o Ensino Primário e Médio, trazia textos dos membros do GEEM-SP e uma proposta de programa do grupo para o ensino secundário.

O programa de Matemática Moderna que ia de alguma forma se instituconalizando em grande parte das escolas brasileiras, trazia, segundo Sousa (1999), novos conteúdos, principalmente a Teoria dos Conjuntos, que até aquele momento eram desconhecidos, tanto por professores quanto por estudantes, além de abandonar outros, como a geometria, que praticamente desapareceria. Obviamente que isto precisava se refletir nos livros didáticos, com a introdução dos novos conteúdos e sua nova linguagem e a supressão daqueles conteúdos que poderiam ser abandonados, para que os livros refletissem os objetivos dos reformadores do ensino de matemática e a Matemática Moderna se incorporasse ao conteúdo da escola e às práticas dos professores naquele período.

Podemos inferir que foi este trabalho do GEMM-SP, coordenado pelo Professor Osvaldo Sangiorgi, articulado com os órgãos oficiais de educação, que possibilitou a entrada e a influência do Movimento Matemática Moderna em grande parte das escolas brasileiras, proporcionando o sucesso editorial dos livros de Matemática Moderna elaborados pelo coordenador do grupo.

Valente (2008) confirma o sucesso editorial de Osvaldo Sangiorgi e da sua forma de interpretar as idéias desta proposta quando afirma

> Da segunda metade da década de 1950 até, praticamente, finais dos anos 1980, a Companhia Editora Nacional distribuiu pelo Brasil os livros didáticos de um de seus autores de maior sucesso: Osvaldo Sangiorgi. (VALENTE, 2008, p. 155)

Todos estes elementos apresentados confirmam que a Matemática Moderna teve grande infuência no processo de formação matemática de pelo menos duas gerações de estudantes brasileiros, dado que o movimento perpassou a década de 1960 e 1970 e teve no livo didático, um elemento importante como seu difusor, pois este era portador da proposta que trazia a Teoria dos Conjuntos, como tradução didática da matemática estruturalista, fundamentada em três estruturas-mãe: topológicas, algébricas e de ordem, de acordo com Sousa (1999).

8 Considerações finais

As aproximações e reflexões apresentadas até aqui, a despeito de serem iniciais e preliminares, nos levam a inferir que o livro didático de matemática, que circulou no período histórico em análise, portador de ideias que fundamentaram a Matemática Moderna, pode também ter sido portador de uma forma de pensar e fazer a matemática, mas também de um fazer e agir social, cultural e político. Pode ter contribuido para certa aquiescência e conformação sobre a realidade posta, dado que a forma como a matemática era abordada nestes livros, não possibilitava nem diálogo, nem reflexão.

Temos como pressuposto então que, a circulação dos livros didáticos de Matemática Moderna em quase todo o território nacional, com uma ampla rede de distribuição, não poderia ter ocorrido sem a participação, ou pelo menos, sem o consentimento do estado militar, autoritário e restritivo à democracia, que se instalara no Brasil. Pensamos que nosso papel como professores e pesquisadores, ao analisar a relação do livro didático e o ensino de matemática, no período proposto, é no mínimo refletir sobre os aspectos políticos que se apresentaram neste período, buscando com isto uma problematização que possibilite um deslocamento do olhar e da perspectiva sobre o livro didático de matemática e do que ele é portador.

Referências

ARAPIRACA, José Oliveira, 1979. *A USAID e a educação brasileira: um estudo a partir de uma abordagem crítica do capital humano*. Dissertação de mestrado. Fundação Getúlio Vargas. Rio de Janeiro – RJ.

ALVES, Márcio Moreira, 1968. *O beabá dos MEC-USAID*. Rio de Janeiro – RJ. Edições Gernasa.

BÚRIGO, Elizabete Zardo, 1989. *Movimento da Matemática Moderna no Brasil: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60*. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS – Porto Alegre – RS.

CARAÇA, B. J., 1984. *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Portugal. Livraria Sá da Costa Editora.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira, 2003. “Apresentação”. In (SCHUBRING, 2003).

CHOPPIN, Alain, 2004. “História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte". Tradução de Maria Adriana C. Cappello. *Educação & Pesquisa*, São Paulo – SP, v. 30, n.º 3, p. 549–566, set/dez.

CUNHA, Luiz Antonio, GÓES, Moacyr de, 1996. *O Golpe na Educação*. Rio de Janeiro – RJ. Jorge Zahar Editora, 9.ª edição.

D'AMBRÓSIO, Beatriz Silva, 1987. *The dynamics and consequences of the modern mathematics reform movement for Brazilian mathematics education*. Tese de Doutorado em Educação, School of Education. Indiana University – Bloomington, Estados Unidos – EUA.

FREITAG, Barbara et al., 1987. *O estado da arte do livro didático no Brasil*. Brasília. INEP.

HALEWELL, Laurence, 2005. *O Livro no Brasil – sua história*. São Paulo – SP: Edusp, 2.ª edição revista e ampliada.

LIMA, Lauro de Oliveira, 1968. "Prefácio". In (ALVES, 1968).

LIRA, Alexandre Tavares do Nascimento, 2010. *A legislação da educação no Brasil durante a ditadura militar (1964–1985): um espaço de disputas*. Tese de doutorado. Instituto de Ciências Humanas e Filosofia, Departamento de História. Universidade Federal Fluminense. Rio de Janeiro – RJ.

NETO, Samuel Pfromm et al., 1974. *O Livro na Educação*. Rio de Janeiro – RJ. Primor/INL.

OLIVEIRA, João Batista Araújo et al., 1984. *A Política do Livro Didático*. Campinas – SP, Summus.

ROMANELLI, Otaíza de Oliveira, 1978. *História da educação no Brasil: 1930–1973*. Petrópolis, Vozes.

SAVIANI, Dermeval, 2008. "O legado educacional do regime militar". *Caderno Cedes*, Campinas, vol. 28, n.º 76, p. 291–312, set/dez.

SCHUBRING, Gert, 2003. *Análise histórica de livros de matemática: notas de aula*. Campinas – SP, Autores Associados.

SOUSA, Maria do Carmo, 1999. *A percepção de professores atuantes no ensino de Matemática nas escolas estaduais da Delegacia de Ensino de Itu, do Movimento Matemática Moderna e de sua influência no currículo atual*. Dissertação de Mestrado. Campinas, SP.

TAVARES, José Nilo, 1980. "Educação e imperialismo no Brasil". *Revista Educação e Sociedade*, São Paulo – SP, VII, n.º 7, p. 5–52, setembro.

VALENTE, Wagner Rodrigues, 2008. "Livro didático e educação matemática: uma história inseparável". *Zetetiké*, Cempem, FE, Unicamp, v. 16, n.º 30, jul/dez.

História da Educação Matemática: o discurso de Malba Tahan na Educação Básica

Cristiane Coppe de Oliveira, Leonardo Silva Costa
PPGECM / UFU
criscopp@pontal.ufu.br
leonardoprofmat@gmail.com

Resumo: O presente artigo é um recorte das primeiras investigações do projeto de pesquisa de mestrado *História da Educação Matemática e Interdisciplinaridade na prática docente* do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia (PPGECM/UFU) com apoio da FAPEMIG. Caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa, cujo objetivo é contribuir para a contextualização da Matemática e da História da Educação Matemática no processo de ensino e de aprendizagem. A partir de propostas pedagógicas, organizadas em seis sessões temáticas, elaboradas a partir de ideias apresentadas por Malba Tahan na fonte primária *Al-Karismi* (1946–1951), a investigação propõe uma análise dessa fonte em diálogo com suas potencialidades didáticas para a prática docente em Matemática na Educação Básica. Os primeiros resultados apontaram que os alunos se envolveram com a prática do professor, relacionando alguns termos do discurso tahaniano aos conhecimentos construídos em sala de aula. Acredita-se que o projeto pode colaborar na construção do conhecimento no Ensino Fundamental por meio da História da Educação Matemática.

Abstract: The present article is a cutout of the first investigations of the project of the master research *History of mathematics education and Interdisciplinarity in teaching practice* of the postgraduate program in science and Math Education at the Universidade Federal de Uberlândia (UFU/PPGECM) with support of FAPEMIG. It is characterized as a qualitative research, whose aim is to contribute to the contextualization of mathematics and the history of mathematics education in the teaching and learning process. From pedagogical proposals, organized into sixth thematic sessions, developed from ideas submitted by Malba Tahan in the primary source *Al-Karismi* (1946–1951), the research proposes an analysis of this source in dialogue with their didactic potential for teaching practice in mathematics in basic education. The first results showed that students were involved with the teacher's practice, relating some terms of tahanian speech to knowledge built in to the classroom. It is believed that design can collaborate in the construction of knowledge in elementary school through history of mathematics education.

Actas/Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, I, 333–349

1 Introdução: tecendo algumas relações entre História e Educação Matemática

Nos últimos anos, diversos pesquisadores, bem como alguns grupos de pesquisa no Brasil, têm se dedicado ao desenvolvimento de trabalhos que buscam aproximações entre a História da Matemática e a Educação Matemática. Outra vertente que emergiu recentemente foi o movimento da História da Educação Matemática, consolidando-se não somente com a defesa de dissertações e teses de doutorado em programas de pós-graduação, mas também com eventos científicos nos âmbitos nacional e internacional.

De acordo com Garnica (2012), é preciso compreender História como o "estudo dos homens no tempo e no espaço" (p. 21). Tal ideia faz-nos pensar que o processo histórico é visto em nossos dias como algo dinâmico, isto é, em contínua transformação, movido pela geração, validação e armazenamento de informações. Nesse sentido, a História pode ser considerada um elemento que subsidia a constituição de outras ciências em seu processo evolutivo e de ensino. Nas palavras de Mendes (2012), o fluxo histórico na Matemática enquanto ciência é relevante, pois pode-se:

> Tomar as análises de documentos, publicações, falas e reflexões dos próprios sujeitos [...] como princípios de validação dos estudos sobre personagens, produção de conhecimento matemático, instituições científicas e a organização da disciplina Matemática em diferentes épocas e contextos, se constituem em um dos fundamentos que tornam a abordagem histórica uma diretriz norteadora das pesquisas na formação de professores de Matemática e no ensino da Matemática, devido ao caráter de refletividade que se pode operar a partir da realização de tais estudos e pesquisas que envolvem a história da Matemática em suas dimensões epistemológicas, sociais e educativas. (p. 70).

Entende-se, desse modo, a História da Matemática como o "diálogo entre História e Matemática" (GARNICA, 2012, p. 33), em busca de compreender as nuances referentes à produção, ao desenvolvimento dos conceitos matemáticos e no modo como a comunidade dos matemáticos organiza-se na disseminação desses conhecimentos.

No movimento da Educação Matemática, mais especificamente, estudos com a abordagem histórica vêm ganhando destaque desde as últimas décadas, os quais encontram-se presentemente em duas formas de manifestação: a História da Educação Matemática e a História na Educação Matemática.

No que tange à História da Educação Matemática, incluem-se os que, conforme Miorim (2005) caracterizam os "estudos de natureza histórica que investigam aspectos variados da educação matemática, entendida como campo de ação pedagógica ou como campo de investigação" (p. 4). Já a História na Educação Matemática, apresenta os trabalhos que priorizam, por objeto de investigação, formas de participação da história da matemática e/ou da educação matemática, na educação matemática, entendida como campo de ação pedagógica ou como campo de investigação" (MIGUEL e MIORIM, 2002, p. 187–8).

No contexto das pesquisas voltadas para a utilização da História da Matemática em sala de aula, a fim de que o trabalho pedagógico realizado nas escolas seja útil, Miguel (1997) procura enfatizar a demanda da reconstituição dos resultados matemáticos e do contexto epistemológico, psicológico, social, político e cultural em que esses resultados foram produzidos e difundidos através das gerações.

Nessa direção, o autor elenca doze tópicos, nos quais discorre sobre as potencialidades pedagógicas de se utilizar a História da Matemática, constituída ora como fonte, ora como instrumento, que contribui no processo de ensino e de aprendizagem de conteúdos matemáticos, como se observa no quadro 01.

O autor, mediante a leitura e análise da literatura em Educação Matemática, publicada em revistas reconhecidas nacional e internacionalmente, em resumos contidos nos anais e encontros nacionais e internacionais e demais referências da obra de matemáticos, educadores matemáticos e historiadores da matemática, trouxe outras contribuições mais recentes (MIGUEL, 1997, 1999a, 1999b; MIGUEL e MIORIM, 2004), de modo a justificar a participação da História no processo de ensino e aprendizagem em Matemática.

Baroni, Teixeira & Nobre (2004, p. 172), destacam o valor e a amplitude da História aos alunos, conduzindo-os à compreensão de que a Matemática vai além de cálculos, regras e procedimentos; apoia diversas necessidades educacionais e promove mudanças. Os autores apontam que o uso da história da Matemática pode servir a diversas situações, tais como:

a) Apresentar a História da Matemática como elemento mobilizador em salas de aulas numerosas ou com alunos que apresentam dificuldades de aprendizagem.

b) Usar a História da Matemática na educação de adultos, promovendo a oportunidade ao aluno de observar, ao longo da história, o esforço de pessoas para superar dificuldades semelhantes àquelas que eles próprios possam estar vivenciando.

c) Apresentar as ideias da História da Matemática a alunos bem dota-

Quadro 01: Potencialidades pedagógicas da História da Matemática

A História como uma fonte...	... de motivação para o ensino e aprendizagem da Matemática.
	... de objetivos para o ensino da Matemática.
	... de métodos para o ensino e aprendizagem da Matemática.
	... para seleção de problemas práticos, curiosos, informativos e recreativos a serem incorporados nas aulas de Matemática.
A História como um instrumento...	... que possibilita a desmistificação da Matemática e a desalienação de seu ensino.
	... de formalização de conceitos matemáticos.
	... de promoção do pensamento independente e crítico.
	... unificador dos vários campos da Matemática.
	... promotor de atitudes e valores.
	... de conscientização epistemológica.
	... que pode promover a aprendizagem significativa e compreensiva da Matemática.
	... que possibilita o resgate da identidade cultural.

Fonte: MIGUEL(1997, p. 73–89) — adaptado pelos autores

dos, que possam estar se sentindo desestimulados perante a classe, satisfazendo ou dando respostas a questionamentos tais como "o quê?", "como?", "quando?".

d) Utilizar a História da Matemática como estímulo ao uso da biblioteca.

e) Humanizar a Matemática, apresentando suas particularidades e figuras históricas.

f) Empregar a História da Matemática para articular a Matemática com outras disciplinas como Geografia, História e Língua Portuguesa (expressão em linguagem, interpretação de texto, literatura).

g) Usar a dramatização ou produção de textos para sensibilizá-los sobre as realidades do passado e presente, apresentando as dificuldades e diferenças de cada época.

Embora tais dimensões possam ser compreendidas como tentativas do estabelecimento de um processo dialógico que chama à cena uma vasta gama de áreas e processos do conhecimento, a História da Educação Matemática procura "compreender as alterações e permanências nas práticas relativas ao ensino e à aprendizagem de Matemática" e estuda tal dinâmica nas salas de aula, o que contribui "certamente para uma melhor compreensão do processo educativo" (GARNICA, 2012 p. 40–43).

Nessa perspectiva, encontra-se a proposta deste texto que apresentará os primeiros resultados da dissertação de mestrado *História da Educação Matemática e Interdisciplinaridade na prática docente,* em desenvolvimento, junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia (PPGECM/UFU) com apoio da FAPEMIG.

2 Interfaces: o discurso de Malba Tahan na proposta pedagógica brasileira

No contexto dos estudos em História da Educação Matemática e na Educação Matemática, descritos anteriormente, encontra-se as contribuições do professor Júlio César de Melo e Souza — Malba Tahan, considerado uma figura que, na visão de Mantovani e Neto (2012, p. 6) chega a afirmar que seu carisma "conseguia conquistar seus alunos com suas fabulosas histórias e que foi um caso raríssimo de professor que se tornou tão famoso quanto um ator de cinema, ou um jogador de futebol".

Sua obra, publicada por meio de livros, periódicos e demais formas de produção oral ou escrita, remeteu-nos a identificar algumas de suas concepções acerca do ensino e da aprendizagem em Matemática, que ainda hoje, estão na pauta de discussão no cenário educacional. Procurou-se, neste texto, apresentar ideias, ideologias e pensamentos, que aqui denominou-se por discurso tahaniano e suas relações/aproximações com a proposta pedagógica vigente no Brasil no que se refere aos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998).

Segundo o referido documento (BRASIL, 1998 p. 24–25), o conhecimento gerado na área do saber matemático é concebido como uma forma de compreensão e atuação no mundo, constituindo-se como fruto da construção humana em constante interação com seu contexto natural, social e cultural.Tal premissa não exclui, ao contrário, impulsiona o trabalho matemático com os indivíduos, desde a mais tenra idade. Para atender a tal premissa, duas forças são indissociáveis, de um lado:

> [...] o permanente apelo das aplicações às mais variadas atividades humanas, das mais simples na vida cotidiana, às mais complexas elaborações de outras ciências. De outro lado, a especulação pura, a busca de respostas a questões geradas no próprio edifício da Matemática.

Com efeito, essas duas manifestações aparecem cotidianamente na vida dos seres humanos, seja "na quantificação do real: contagem, medição de grandezas e no desenvolvimento das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas" (BRASIL, 1998 p. 25), até propiciar a criação de sistemas mais abstratos, ideais, capazes de organizar, revelar e relacionar distintos "fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados quase sempre a fenômenos do mundo físico" (BRASIL, 1998 p. 25).

Desse modo, acredita-se que os PCN consideram o ensino e a aprendizagem em matemática como algo que envolve diversas variáveis, a saber: o aluno, o professor e o próprio saber matemático, de modo a oferecer uma postura reflexiva a cada uma delas (BRASIL, 1998 p. 35–36). Por exemplo, ao professor é de fundamental importância:

- Identificar as principais características dessa ciência, de seus métodos, de suas ramificações e aplicações;
- conhecer a história de vida dos alunos, seus conhecimentos informais sobre um dado assunto, suas condições sociológicas, psicológicas e culturais;
- ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções.

Para atender tal prerrogativa, pressupõe-se ser necessário que o professor assuma o papel de mediador, com conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa ciência, tornando-a passível de ser ensinada aos alunos, incentivando o desenvolvimento do próprio potencial matemático em resolver problemas e estabelecer conexões entre os diferentes temas, fornecendo-lhes capacidades práticas de lidar com a Matemática.

À escola, enquanto espaço de construção do saber matemático, acredita-se que sua função é voltar seus olhares para a criança que aprende, não reproduzindo com ela todo o processo de construção conceitual dessa ciência, mas respeitando-a como sujeito que irá construir o seu conhecimento e dar condições que favoreçam essa construção.

Nessa linha de pensamento, justifica-se a importância da construção do conhecimento matemático, bem como sua presença no currículo das escolas, mediante o que Viana (2007, p. 1) chama de duas grandes razões:

1.º) ***A matemática é importante porque está na vida prática, no cotidiano das pessoas***. Isso evidencia os aspectos utilitários da matemática, como na quantificação da realidade (medidas, grandezas, cálculos) importantes na **formação do cidadão.** A matemática está no dia a dia, nas compras, nos salários, nas notícias de jornal, nas estatísticas sobre acidentes, sobre intenção de voto, na porcentagem de aumento do dólar, nas distâncias nos mapas, etc.

2.º) ***A matemática é importante porque desenvolve o raciocínio lógico.*** Isso se verifica quando a pessoa tem a capacidade de entender a própria estrutura formal da matemática, na capacidade de **abstrair, generalizar, projetar [...]** *(grifos da autora)*

A partir dessas duas grandes razões, constatou-se que o discurso tahaniano (do professor Mello e Souza) procurou atender a esses aspectos, considerando que um de seus maiores objetivos era tornar a Matemática mais próxima dos seus interlocutores, despertando o gosto por essa disciplina.

Os PCN apontam alguns caminhos para o fazer matemático na sala de aula, dentre os quais, dois deles evidenciam-se, mediante uma reflexão sobre o discurso tahaniano: o recurso à história da Matemática e a Interdisciplinaridade.

De acordo com os PCN (BRASIL, 1998 p. 42), a História da Matemática pode oferecer importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem ao revelar a ciência Matemática como fruto de "criação humana", quando revela necessidades e preocupações surgidas em diversas culturas, em diferentes momentos históricos, estabelecendo comparativos entre "conceitos e processos matemáticos do passado e do presente" e criando condições para "que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento". (BRASIL, 1998 p. 42)

Além disso, os conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica com grande valor formativo, o que faz da História um instrumento de resgate da própria identidade cultural dos indivíduos, contribuindo positivamente para o processo de ensino e aprendizagem em Matemática.

O discurso tahaniano, situado numa concepção de matemática proposta em cultura e momento histórico definidos, vem ao encontro das afirmações descritas anteriormente, justamente como instrumento que corrobora sua busca constante pelo desenvolvimento da autonomia dos alunos em construir ideias matemáticas, em detrimento de uma excessiva memorização e abstração de técnicas, regras e cálculos, tornando essa ciência mais viva e agradável aos alunos.

Acerca das reflexões em torno da interdisciplinaridade, os PCN a apresenta como sendo resultado daquele trabalho que pode surgir em sala de aula na medida em que “o professor se predispuser a traçar no seu planejamento algumas conexões entre os conteúdos matemáticos” (BRASIL, 1998 p. 138).

O professor Mello e Souza trouxe na organização da revista *Al-Karismi* (1946–1951),a perspectiva de um trabalho interdisciplinar em muitos aspectos. Apenas para citar um exemplo, Coppe-Oliveira (2007, p. 105) apresenta um artigo presente no volume 5 dessa fonte primária, que se refere à informação denominada “Curiosidade Astronômica” e descrita na página 71 do sétimo volume da *Al-Karismi.* Tal enunciado está descrito a seguir:

> [...] de que a lua vem retardando, de modo lento, porém seguro, o movimento de rotação da Terra. Por esse motivo, aumenta a duração do dia na proporção de um milésimo de segundo por século. A duração do mês também se estende, porém com mais lentidão.

Para tanto, o documento afirma que se faz necessário estabelecer os objetivos a serem alcançados, de modo a construir seu planejamento selecionando os conteúdos a serem trabalhados, planejando as articulações entre eles, propondo situações-problema mais oportunas ao desencadear desse trabalho e, sobretudo, que tais conexões estejam em consonância com os eixos temáticos de outras áreas do currículo e também com os temas transversais, isto é, “questões de urgência social numa perspectiva de transversalidade” (BRASIL, p. 28).

A partir da revisão de literatura, da consulta de objetivos e propostas dos PCN e das primeiras análises realizadas no processo investigativo do projeto de pesquisa de mestrado já citado anteriormente, tendo como campo uma sala de aula de Matemática do ensino fundamental, buscou-se, nesse texto, estabelecer conexões entre a História e o ensino de Matemática, o discurso pedagógico de Malba Tahan e a prática investigativa na Educação Básica.

3 O processo de investigação: o discurso tahaniano na sala de aula do Ensino Fundamental

3.1 O contexto

A investigação que se refere ao projeto de mestrado desenvolveu-se em uma escola pública da cidade de Ituiutaba no Estado de Minas Gerais. O contexto histórico dessa instituição tem afinidade com a investigação, o que para os seus envolvidos constituiu um fator ainda mais relevante à execução do trabalho investigativo, já que é a escola mais antiga da cidade e a segunda mais antiga da rede estadual de Minas Gerais.

Tal cenário de investigação, de trajetória centenária, foi encontrada na versão mais recente do seu Regimento Geral (ITUIUTABA, 2010 p. 1–4), na perspectiva de

> [...] guardar o passado, marcar o presente e preparar o futuro, construindo o presente, fazendo sua história e oferecendo aos seus alunos o saber, o conhecimento, o uso correto da razão, a excelência de ensino e qualidade.

Nesta escola, encontra-se a sala de aula do oitavo ano, constituindo-se como o principal espaço onde se dá a dinâmica da prática investigativa do professor de Matemática. Tal perspectiva parte da premissa de D'Ambrósio (1989) que numa aula de Matemática deve-se propiciar "ambientes que geram situações em que o aluno deva ser criativo e motivado a solucionar um problema pela curiosidade criada pela situação".

Além dos alunos do oitavo ano, o professor regente das aulas de Matemática foi sujeito da pesquisa, investigando e transformando sua própria prática, enquanto mestrando do PPGECM da Universidade Federal de Uberlândia (UFU). Desse modo, tal profissional, assume a condição de professor-pesquisador, pois relaciona a procura por alterar aspectos da prática que necessitam de mudança, procurando compreender a natureza dos problemas que afetam essa mesma prática, de forma a definir, posteriormente, uma proposta de ação (PONTE, 2002 p. 3–4), condições que são fomentadas ao longo do processo de formação continuada do professor-pesquisador.

3.2 O caminho metodológico

A investigação teve como foco a aplicação de propostas didáticas, divididas em seis sessões, desenvolvidas ao longo do segundo semestre de 2014 nas aulas de matemática do 8.º ano do Ensino Fundamental composta por trinta alunos.

Cada sessão constituiu-se de dois instrumentos metodológicos: as *Fichas de Trabalho (FT)* e o *Relatório-Avaliação.*

As *Fichas de Trabalho* foram idealizadas pelo professor Roberto Ribeiro Baldino em meados da década de 80, mais precisamente no ano de 1983, em turmas de cálculo da Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ e da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP, Campus Rio Claro. Tal instrumento é entendido como sendo uma proposta didático-pedagógica alternativa que se constitui em meio a uma proposta defendida pelo autor denominada Assimilação Solidária – AS em oposição ao ensino tradicional vigente. (BALDINO, 1998, p. 3) define a AS como "uma proposta política, em sentido amplo, em propugnar pela introdução da ética no trabalho da escola", introduzindo a avaliação do processo de trabalho coletivo como critério de promoção e adotando como critério essencial "a medida do tempo, independente da competência matemática atingida".

É interessante ressaltar que o autor não superestima as *Fichas de Trabalho* como se fossem as únicas alternativas a um bom trabalho pedagógico. Pelo contrário, ele reconhece que, "a cada experimentação, elas sofrem ajustes e correções, por isso jamais estarão prontas". O que se pode oferecer é "uma visão de seu estado atual de desenvolvimento" (BALDINO, 1998, p. 1–2).

Um elemento considerado relevante nas FT é sua capacidade de conduzir o trabalho dos alunos em sala de aula, propiciando elementos que ofereçam boas condições à consolidação do processo de ensino e de aprendizagem. Caso contrário, ela pode estar "mal calibrada", gerando situações simultâneas de atendimento para o professor, fator que deve ser evitado, segundo as normas da AS (BALDINO, 2000, p. 6).

O Relatório-Avaliação foi idealizado e proposto por Ubiratan D'Ambrósio, em sua obra *Educação Matemática: da teoria à prática* (1996, p. 61–62), a partir de um processo de pesquisa e reflexão do autor em torno da dinâmica do sistema escolar. Na obra, o autor estabelece uma relação entre a organização e o funcionamento das instituições componentes desse conjunto e suas formas sistemáticas de avaliação:

> Esse sistema é extremamente dinâmico e deve se transformar *pari passu* com as transformações dos vários setores da sociedade. Mecanismos de avaliação são absolutamente necessários. Naturalmente deve-se procurar instrumentos de outra natureza daqueles que vêm sendo erroneamente utilizados para testar alunos, tais como provas, exames, questionários e similares.

Na presente investigação, acredita-se que o *Relatório-Avaliação* constitui-se como um instrumento relevante, devido ao seu objetivo de fazer emergir os discursos dos alunos, a partir das temáticas propostas na Revista *Al-Karismi* e resultantes do trabalho de Malba Tahan. Para cada uma das *Fichas de Trabalho* foi proposto um *Relatório-Avaliação*, de modo a gerar potencialidades para revelar elementos da proposta, do conteúdo e de seus temas geradores, bem como suas expectativas de aprendizagem.

O modelo proposto por D'Ambrósio (1996) inclui os itens nome do aluno, da disciplina e do professor, a data, o tema da aula e sua síntese, a bibliografia pertinente (alguma fonte não citada pelo professor) e comentários do aluno. Segundo o autor, o *Relatório-Avaliação* proporciona uma análise de como a aula foi recebida pelo aluno e considera que o mundo moderno exige a escrita, em praticamente todas as ações, e por intermédio dela o aluno pode reconhecer seu próprio processo cognitivo a partir da utilização desse instrumento avaliativo.

A escolha dos temas para cada sessão foi realizada, tendo em vista sua relevância para a Educação Básica e a intencionalidade de buscas pelo pesquisador no conteúdo da revista *Al-Karismi*. O conteúdo pedagógico proposto para as seis Fichas de Trabalho e seus respectivos temas geradores, são apresentados no quadro 02.

Optou-se, ao longo do processo investigativo, pelo critério de análise do discurso desses sujeitos, originário das seis sessões, que tiveram como referência ideias, propostas e conteúdos presentes na revista *Al-Karismi*. Para tanto, buscou-se os traços discursivos a partir de categorias definidas *a priori* e que, conforme se afirmou anteriormente, constituem Situações de Aprendizagem (SA), de acordo com os critérios apresentados por Baroni, Teixeira e Nobre (2004, p. 172):

- SA I — "Apresentar a História da Matemática como elemento mobilizador em salas de aulas numerosas ou com alunos que apresentam dificuldades de aprendizagem", isto é, promovendo um discurso voltado para a construção do "pensar matematicamente"

- SA II — "Usar a História da Matemática na educação de adultos, promovendo a oportunidade ao aluno de observar, ao longo da história, o esforço de pessoas para superar dificuldades semelhantes àquelas que eles próprios possam estar vivenciando", de modo a identificar um discurso voltado ao relacionamento da matemática com o contexto social em que vivem.

- SA III — "Empregar a História da Matemática para articular a Matemática com outras disciplinas como Geografia, História e Língua Portuguesa (expressão em linguagem, interpretação de texto, literatura)"; de modo

Quadro 02: Conteúdos e temas geradores de cada uma das *Fichas de Trabalho*

Sessão	Ficha de Trabalho	Área(s) do conhecimento	Conteúdo(s)	Tema(s) gerador(es)
1	Conhecendo Malba Tahan	Matemática. História. Literatura.	História de personalidades.	Narrativas. Biografias.
2	Malba Tahan e a Revista *Al-Karismi*	Matemática. Literatura.	Sistemas de numeração. Noções de Geometria.	Novas tecnologias. Jogos digitais.
3	Como repartir a herança	Matemática	Divisão. Frações. Números decimais.	Economia. Divisão de bens.
4	A cultura dos quadrados mágicos	Matemática. História.	Adição. Contagem.	Aspectos culturais. Jogos. Curiosidades.
5	Matemática e Literatura	Matemática. Língua Portuguesa. Literatura	Álgebra: expressões algébricas. Equações.	Gêneros literários: poesia.
6	Matemática dos mouros e cristãos	Matemática. História. Geografia.	Geometria: circunferência. Cálculo combinatório. Possibilidades.	História: período medieval. Geografia dos povos mouros. Tradição e práticas religiosas. Aspectos culturais de mouros e cristãos.

Fonte: Elaborado pelo professor-pesquisador que seu discurso tenha ênfase na utilização dos recursos teóricos e metodológicos e da interdisciplinaridade como contributos do próprio processo de ensino e aprendizagem.

No presente trabalho, contemplou-se, em caráter preliminar, a análise da sessão dois: "Malba Tahan e a Revista *Al-Karismi*", composta de uma ficha de trabalho relacionando o conteúdo da revista *Al-Karismi* com o uso de jogos matemáticos e das novas tecnologias, aplicado mediante colaboração de dois graduandos em Matemática da Faculdade de Ciências Integradas do Pontal da Universidade Federal de Uberlândia – FACIP / UFU.

Foram analisadas *Fichas de Trabalho* de 13 duplas, sobre as quais apresentam-se os resultados de análise, especificamente no item "Comentários do aluno". Separou-se os dados em três grupos, organizados por situações de aprendizagens distintas, conforme descrito anteriormente.

No que se refere à SA I, foram identificados seis FT, onde os alunos evidenciaram alguns aspectos relacionados às contribuições da proposta para o pensamento matemático em certos conteúdos como o sistema de numeração decimal e posicional, as operações com números naturais e inteiros, expressões numéricas e as figuras geométricas. É o que se percebe na fala das alunas R e S, ME e F[1], transcrita[2] a seguir:

> ***Alunas R e S*** *[...] sim, ele contribui para sabermos mais sobre figuras geométricas, números inteiros e raiz quadrada.*
>
> ***Alunas ME e F****: sim, ele representa algo novo no aprendizado com algarismos e expressões.*

Além disso, acredita-se que a proposta da FT contribuiu para fomentar nos alunos uma visão diferente da Matemática, como se pode perceber nos comentários:

> ***Alunas MA e I*** *[...] a Matemática não é tão difícil como parece. [...] ajuda a entender a Matemática mais fácil e compreensiva.*
>
> ***Alunos D e H:*** *[...] ela (a proposta) faz a gente compreender a origem dos algarismos, para que foram usados corretamente.*

Em relação à SA II, identificou-se três trabalhos com aspectos mais evidentes a esse eixo de análise. As FT concentraram suas respostas nas possibilidades de contribuição da proposta didática como alternativa ao aprendizado dos

[1]As siglas utilizadas para denominar os alunos referem-se às iniciais dos nomes dos mesmos. Tal critério foi escolhido para preservar a identidade dos mesmos.

[2]Quando o presente trabalho utiliza o termo transcrita quer dizer que conserva na íntegra o discurso dos alunos, incluindo erros gramaticais, ortográficos ou de sintaxe.

alunos e a influência desse aspecto em seu contexto social e cultural, já que estão constantemente em contato com as novas mídias e com os jogos virtuais caracterizados por altos índices de violência. Também trouxeram um discurso sobre possíveis semelhanças com outros jogos já vistos por eles no mercado. Evidenciou-se tal fato, a partir da fala dos alunos G e P:

> ***Alunos G e P****: Esse jogo retrata uma diferença entre os outros; eles não retratam violência e vandalismo.*
>
> ***Alunos GU e V****: O jogo virtual que eu joguei na escola tem tudo a ver com o jogo que eu joguei no videogame*

Em contrapartida, percebeu-se que um dos alunos não percebeu no jogo apresentado na *Ficha de Trabalho* uma tarefa que fosse caracterizada pela aventura e ação, como se vê na fala do aluno B, a seguir:

> ***Aluno B****: As diferenças são enormes; os jogos que eu jogo é mais de aventura e ação; de corrida e luta.*

Tal afirmação apareceu nesse momento da pesquisa, talvez porque o professor-pesquisador não a conduziu de forma a valorizar esses recursos metodológicos com seus pontos positivos na constituição do processo de ensino e aprendizagem, em detrimento de uma excessiva preocupação no conteúdo e na execução da proposta em sala de aula.

Na SA III foram encontrados quatro *Fichas de Trabalho*, nas quais percebeu-se as contribuições do viés da História e dos jogos na constituição da atividade ao ensino e à aprendizagem dos alunos. As respostas dos alunos revelam como os sujeitos conceberam essas ferramentas como educativas, ou seja, como elementos que promoveram o aprendizado em Matemática de forma diferenciada de outras propostas, às quais já estavam acostumados a fazer:

> ***Alunas E e A****: Este jogo é educativo e trabalha bastante com a Matemática. Os jogos [...] agora da internet é muito diferente.*
>
> ***Alunas M e GA****: Não tem nada parecido com os jogos que eu já joguei. É muito mais divertidos.*

Outros alunos apontaram para o fato de a História ter surgido na proposta como elemento facilitador da aprendizagem, conforme depoimento das alunas E e A:

> ***Alunas E e A****: [...] nos ensina como os antigos trabalharam com os números e com o dinheiro.*

Percebeu-se, ainda, que os primeiros resultados da investigação podem revelar no discurso dos alunos algumas contribuições para a construção de uma aprendizagem em Matemática com certo diferencial, por meio da História e dos temas geradores interdisciplinares.

4 Considerações: caminhos a trilhar…

O cenário de investigação apresentado neste trabalho procurou estudar como a História da Educação Matemática, em particular o discurso de Júlio César de Mello e Souza – Malba Tahan, presente na Revista *Al-Karismi* (1946–1951), pôde contribuir para o ensino e a aprendizagem da Matemática de alunos da Educação Básica.

Tal cenário, configurou-se num contexto de metodologias de trabalho na prática docente, envolvendo uma avaliação alternativa — integrante da prática do professor-pesquisador — da utilização de jogos e de tecnologias de Informação, especificamente o computador, dentre outros instrumentos do espaço sala de aula.

As primeiras investigações apontaram que os alunos se envolveram com a prática do professor, relacionando alguns termos do discurso tahaniano aos conhecimentos construídos em sala de aula.

Alguns encaminhamentos podem ser tecidos inicialmente, tendo ciência de novos caminhos que se terá a trilhar. Constatou-se que a História da Educação Matemática pode contribuir para que os alunos se encontrem em um ambiente de investigação para o pensar matemático, relacionar o conhecimento matemático com o contexto sociocultural em que estão envolvidos e utilizarem-se de outros recursos que orientaram e fomentaram o aprendizado de conteúdos disciplinares, tangenciando temas interdisciplinares.

Ao considerar as *Fichas de Trabalho* como uma ferramenta metodológica para o desenvolvimento da pesquisa, verificou-se que o discurso dos alunos revelou possíveis contribuições da pesquisa para o desenvolvimento de bons resultados em seu processo de ensino e aprendizagem, como a influência de um jogo divertido, sem violência e que ajuda a aprender Matemática, com conteúdo que foi utilizado por um professor-autor há mais de 60 anos. Tal constatação, evidencia a relevância da História da Educação Matemática no processo de ensino e de aprendizagem em Matemática.

Outra questão a considerar refere-se ao *Relatório-Avaliação* como instrumento que deu “voz aos alunos” na dinâmica avaliativa do processo educativo, trazendo reflexões acerca da proposta, do professor e deles próprios, de forma a propor mudanças, negociar acordos e dar novo sentido ao que se aprende na escola.

Por fim, os sujeitos vivenciaram algo que lhes pareceu divertido, curioso e, porque não dizer, prazeroso, já que mergulharam numa dinâmica onde a Matemática foi apresentada de modo alternativo (no estilo malbatahânico de ser) aos que eles já estavam acostumados.

Esse resultado inicial, pode ser considerado como a marca registrada do discurso do professor Júlio César – Malba Tahan: tornar a Matemática divertida e curiosa no processo de ensino e de aprendizagem aos seus ouvintes e leitores. Nesse sentido, percebeu-se que o discurso tahaniano vai ao encontro da proposta dos documentos oficiais, à medida em que aponta elementos que podem incentivar essa dinâmica de aproximação dos conteúdos matemáticos ao discurso dos alunos.

Referências

BALDINO, R. R. *Desenvolvimento de essências de cálculo infinitesimal e diretriz didática — Fichas de Trabalho.* In: Desenvolvimento de essências de cálculo infinitesimal. MEM/USU: Rio de Janeiro, 1998.

______________. *Assimilação solidária.* Departamento de Matemática da UNESP, Campus de Rio Claro. Anais do Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática da UNESP, Rio Claro (GPA). Rio Claro, 2000

BARONI, R. L. S; TEIXEIRA, M. V. e NOBRE, S. *A Investigação Científica em História da Matemática e suas Relações com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.* In: BICUDO, M. A. V e BORBA, M. C. Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.* Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, MEC/SEF, 1998.

COPPE-OLIVEIRA, C. *A sombra do arco-íris: um estudo histórico/mitocrítico do discurso pedagógico de Malba Tahan.* Tese (Doutorado) — Ensino de Ciências e Matemática — Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo, SP, [s.n.], 2007.

D'AMBRÓSIO, B. *Como ensinar Matemática hoje?* Temas e Debates. SBEM. Ano II, n.º 2, Brasília, 1989, p. 15–19.

D'AMBRÓSIO, U. *Educação, currículo e avaliação.* In: Educação Matemática: da teoria à prática. Papirus: Campinas, 1996.

GARNICA, A. V. M. e SOUZA, L. A. *Elementos de história da educação matemática.* São Paulo: Cultura Acadêmica, 2012.

ITUIUTABA, Superintendência Regional de Ensino. *Regimento Geral da Escola Estadual João Pinheiro.* Ituiutaba, 2010.

MENDES, I. A. *Pesquisas em história da Educação Matemática no Brasil em três dimensões.* Quipu, vol. 14, n.º 1, jan–abr. 2012, p. 69–92.

MIGUEL, A. *As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores.* Zetetiké, vol. 5, n.º 8, p. 73–105, jul–dez. 1997.

___________. *Uma investigação acerca de algumas formas de se conceber o papel da História da Matemática na Pesquisa Contemporânea em Educação Matemática.* Campinas: Relatório de Pesquisa. CEMPEM / FE UNICAMP, 1999a.

___________. *Formas especulares e não-especulares de se conceber a relação entre história, epistemologia e educação matemática.* Campinas: Relatório de Pesquisa. CEMPEM / FE UNICAMP, 1999b.

MIGUEL, A. e MIORIM, M. A. *História da Matemática: uma prática social de investigação em construção.* Educação em Revista, n.º 36, Belo Horizonte, dez. 2002.

MIORIM, M. A. *Relações entre história e educação matemática: um olhar sobre as investigações brasileiras.* Anais do 1.º SPHEM – Seminário Paulista de História e Educação Matemática. IME-USP / SBEM-SP. São Paulo – SP, 2005.

PONTE, J. P. *Investigar a nossa própria prática.* In: GTI (Org), Reflectir e investigar sobre a prática profissional. Lisboa: APM, 2002, p. 5–28.

VIANA, O. A. *O conhecimento matemático e o papel da disciplina no contexto escolar.* Texto mimeo. Universidade Federal de Uberlândia, 2007.

A Matemática na Reforma Veiga Simão (1972–1975)

Maria Manuela Subtil Pedro
Agrupamento de Escolas Fragata do Tejo, Moita
mm.pedro@campus.fct.unl.pt

José Manuel Matos
UIED-FCT, Universidade Nova de Lisboa
jmm@fct.unl.pt

Resumo: Neste artigo analisa-se a experiência pedagógica na disciplina de Matemática nos 3.º e 4.º anos do ensino básico (atuais 7.º e 8.º anos de escolaridade em Portugal) entre 1972 e 1975, integrada na Reforma Veiga Simão. Ensaiava-se o alargamento da escolaridade obrigatória de seis para oito anos através da unificação dos dois primeiros anos do ensino técnico com o 1.º ciclo do ensino liceal.

Para o estudo recorreu-se a uma análise documental e a testemunhos de participantes recolhidos por entrevista.

A experiência decorreu durante três anos, ensaiando uma abordagem pedagógica que se pretendia diferente do ensino liceal, visto como demasiado formal, mas mais abrangente do que a especialização pretendida pelo ensino técnico.

No caso particular da Matemática, quanto aos conteúdos, os programas apresentam semelhanças com os dos liceus e ensaiam uma estruturação por objetivos comportamentais recorrendo à taxonomia de Bloom. Ao nível dos métodos, os participantes relatam inovações pedagógicas significativas.

Abstract: This article analyzes the pedagogical experimentation in the teaching of Mathematics during the 3rd and 4th years of middle education (current 7th and 8th year of schooling in Portugal) between 1972 and 1975 which integrated Veiga Simão Reformation. The extension of compulsory education from six to eight years by unifying the first two years of technical education with the 1st cycle of secondary education was put to test during this period.

The study resorted to a documental analysis and the testimonies of participants gathered by interview.

The experiment took place over three years rehearsing a pedagogical approach that was intended to differ from the excessive formality of secondary education, but more comprehensive than the required expertise in technical education.

In the particular case of Mathematics, as to content, the programs were similar to those of high schools and rehearsed a design by behavioral objec-

tives using Bloom's taxonomy. In terms of methods, participants reported significant pedagogical innovations.

1 Introdução

Descreve-se como decorreu a experiência pedagógica na disciplina de Matemática nos 3.º e 4.º anos[1] do ensino básico, que se realizou nos anos letivos de 1972/73, 1973/74 e 1974/75 em Portugal, no âmbito da Reforma Veiga Simão e se traduziu na Lei 5/73, de 25 de julho de 1973 — Lei de Bases do Sistema Educativo[2], que não chegou a ser regulamentada, não tendo entrado em vigor. Essa experiência consistiu na introdução de algumas inovações pedagógicas e na tentativa de modificação da estrutura do sistema educativo, visando nomeadamente a democratização do ensino, numa perspetiva meritocrata e o alargamento da escolaridade básica obrigatória de seis para oito anos, através da unificação dos dois primeiros anos do ensino secundário técnico[3] com o 1.º ciclo do ensino secundário liceal[4] (3.º e 4.º anos).

Neste artigo pretende-se responder à seguinte questão central:

Como decorreu a experiência pedagógica na disciplina de Matemática nos 3.º e 4.º anos do ensino básico nos anos letivos de 1972/73 a 1974/75?

[1]Atuais 7.º e 8.º anos de escolaridade.

[2]Segundo a Lei 5/73, o sistema educativo passaria a englobar a educação pré-escolar, a educação escolar e a educação permanente. A educação escolar compreendia o ensino básico obrigatório, o ensino secundário, o ensino superior e a formação profissional. O ensino básico obrigatório era composto pelo ensino primário de 4 anos e o ensino preparatório também de 4 anos, perfazendo um total de 8 anos. O ensino secundário era dividido em dois ciclos, de 2 anos cada um. O 1.º ciclo de caráter geral, ministrado em escolas polivalentes e o 2.º ciclo de caráter complementar. O ensino superior onde também poderiam ingressar adultos maiores que 25 anos, sem as qualificações académicas habituais, poderia ser de curta duração, longa duração ou pós graduação. Este ensino seria assegurado pelas Universidades, Institutos Politécnicos, Escolas Normais Superiores e outros estabelecimentos equiparados. A Formação Profissional era destinada aos que possuíssem habilitação do ensino básico, curso geral do ensino secundário ou curso complementar do ensino secundário e optassem por essa formação.

[3]O ensino secundário técnico era procurado essencialmente pelas classes sociais mais baixas, que escolhiam cursos técnicos (industriais, agrícolas, comerciais e artísticos) cujo objetivo era ascender a um emprego qualificado e prosperar socialmente. Tratava-se de uma alternativa ao ensino superior. Era um ensino composto por disciplinas de cunho humanístico e disciplinas de cariz científico, paralelamente com disciplinas de índole prática e profissional.

[4]O ensino secundário liceal era preferencialmente pretendido pelas classes altas e médias altas, servindo as elites da população e surgia como transição entre o ensino primário e o ensino universitário, onde posteriormente se ocupavam lugares de topo a nível profissional. No que concerne à organização curricular, tratava-se de um ensino centrado numa formação humanística e científica.

Esta questão compreende um conjunto de outras, de âmbito mais específico, nomeadamente no que respeita à *conceção* da experiência:

• *Qual a política educativa que esteve na origem da criação da experiência pedagógica?*

Relativamente à *preparação* da experiência:

• *Quem elaborou o currículo da experiência? Quem construiu o grupo de trabalho responsável pela elaboração do programa das disciplinas? Como foi feita a escolha das escolas que participaram na experiência? Quais os critérios para lecionar na experiência?*

No que concerne à *experimentação* nas escolas:

• *Quem frequentou a experiência? Os professores sentiam-se com formação necessária para lecionar na experiência? Como foi gerido o tempo letivo e não letivo dos professores? Quais as inovações implementadas nos métodos de ensino? Quais as inovações dos conteúdos programáticos da disciplina de Matemática? Qual o sentimento dominante que a experiência suscitou nos alunos e nos professores?*

Em relação ao que se *manteve* depois da experiência:

• *Qual a política educativa que prevaleceu depois da experiência?*

Foi utilizada uma investigação qualitativa, identificando-se como um estudo de caso numa perspetiva histórica, onde a metodologia adotada para a recolha dos dados teve por base, numa primeira fase, uma análise documental (Programas de 1972; Projeto de Reforma do Sistema Escolar, 1971; Relatório da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico [OCDE]/ Centro de Investigação e Inovação Educacional [CERI]/ Movimentos Internacionais para a Mudança Educativa [IMTEC]/74.02, legislação, bibliografia diversa,...) e numa segunda fase a realização de entrevistas com recurso a um guião a três professoras que lecionaram a disciplina de Matemática, uma professora que lecionou a disciplina Educação Visual, três alunos que participaram na experiência e entrevista aberta à professora Maria da Graça Fernandes, a responsável pelo currículo da experiência e orientação da mesma. A entrevista feita a uma professora que não lecionou a disciplina de Matemática na experiência deveu-se à intenção de verificar se as suas opiniões convergiam ou divergiam com as das professoras de Matemática quanto ao modo de atuar durante a experiência (Pedro, 2013).

2 Conceção da experiência

Nos anos 70, uma escolaridade de seis anos tornava-se insuficiente para um país, como Portugal, que necessitava de preparar pessoal qualificado para responder às exigências de uma economia (em vias de) industrialização, de modo a aproximar-se de outros países da Europa. Houve uma consciencialização de que a educação não se deve subordinar inteiramente à economia, mas que a ausência de progresso educacional contraria o desenvolvimento económico.

Foi neste sentido que Veiga Simão elaborou uma reforma geral do ensino, que se traduziu na Lei 5/73, onde (se procurava) plasmar a democratização do ensino, numa perspetiva meritocrata. Prolongava-se a escolaridade básica obrigatória de seis para oito anos, através da unificação dos dois primeiros anos do ensino secundário técnico com o 1.º ciclo do ensino secundário liceal (3.º e 4.º anos). No ano letivo de 1968/69 já se tinha dado a unificação dos dois primeiros anos do 1.º ciclo do ensino liceal e do ciclo preparatório do ensino técnico profissional, passando a designar-se por Ciclo Preparatório do Ensino Secundário – CPES, que atualmente corresponde ao 2.º ciclo do ensino básico. Unificação essa que contou com inovações nos métodos e nos programas de ensino, que deveriam ter continuidade nos anos posteriores. Pretendia-se uma abordagem ao nível dos conteúdos, diferente do ensino liceal, visto como demasiado formal, mas mais abrangente do que a especialização pretendida pelo ensino técnico (Almeida e Candeias, 2014). Por outro lado, justificava-se a unificação do ensino técnico com o ensino liceal a fim de sanar situações discriminatórias, na medida em que o primeiro usualmente era procurado pelos filhos das classes económicas desfavorecidas e o segundo era escolhido por quem podia ascender à universidade. Tratava-se de duas vias díspares na sua dignidade social, cultural e educativa.

Uma das intenções da Reforma Veiga Simão era constituir uma escolaridade obrigatória de oito anos composta por um ensino primário de quatro anos e um ensino preparatório também de quatro anos, cujo objetivo era retardar a escolha da via escolar ou profissional dos jovens. Nos penúltimos dois anos do ensino preparatório os alunos eram submetidos a um ciclo de observação onde se fazia o acompanhamento da sua evolução psicopedagógica e os últimos dois anos funcionavam como um ciclo de orientação, centrado no desenvolvimento de aptidões e interesses dos alunos de modo a facilitar-lhes a escolha da via escolar ou profissional que melhor se coadunasse com as suas tendências e capacidades. Pretendia-se que neste ciclo, assim como nos outros que o precediam, houvesse um currículo, igual para todos os portugueses, tendo em atenção as competências intelectuais, assim como os interesses, de cada aluno, potenciando um desenvolvimento equilibrado de cada um, através de um apoio personalizado.

Segundo Pedro (2013) foi neste contexto, que foi implementada a experiência dos 3.º e 4.º anos que decorreu numa "primeira leva", nos anos letivos de 1972/73 e 1973/74 e numa "segunda leva" nos anos letivos de 1973/74 e 1974/75.

Os alunos da primeira leva prosseguiram no ano letivo de 1974/75 em liceus ou escolas técnicas, onde frequentaram um 5.º ano sequencial. Na segunda leva os alunos fizeram o 5.º ano experimental, nas escolas preparatórias em continuidade com os 3.º e 4.º anos.

Veiga Simão, consciente do esforço que as famílias faziam, para manter os filhos na escola, ambicionando o acesso à mesma para todos, cria o IASE (Instituto de Ação Social Escolar), assim como decretou o cumprimento da escolaridade obrigatória, gratuita, nas escolas preparatórias públicas e nos postos oficiais da Telescola. Posteriormente, tendo em vista o alargamento de uma escolaridade obrigatória para oito anos, publicou o Decreto-Lei 524/73, de 13 de outubro de 1973, em que declarava a gratuidade do ensino preparatório, assim como os dois primeiros anos do ensino liceal e técnico, inclusive os 3.º e 4.º anos da experiência, enquanto não estivesse generalizado o ensino preparatório de 4 anos.

Segundo os testemunhos das professoras entrevistadas, o Ministério da Educação também disponibilizou verba para a experiência, que serviu para custear material e visitas de estudo, que tinham sempre um carisma interdisciplinar (Pedro, 2013).

3 Preparação da experiência

Segundo Pedro (2013), Graça Fernandes foi a responsável pela criação do currículo e do grupo de trabalho para elaboração dos programas em colaboração com Rui Grácio. Foi elaborado um novo currículo, que contou com a introdução de novos programas em todas as disciplinas. Segundo os Programas, 1972, a distribuição curricular e respetiva carga horária semanal da experiência do 3.º ano, foi a seguinte: Português, Matemática, Educação Física e Trabalhos Oficinais — 4 horas; Língua Estrangeira, Ciências da Natureza, Ciências Humanas e Educação Visual — 3 horas; Educação Musical — 2 horas; Educação Moral e Religiosa — 1 hora.

O grupo de trabalho responsável pela elaboração do programa das disciplinas dos 3.º e 4.º anos teve a composição apresentada na Tabela 1.

Nos Programas (1972) constavam diretrizes ao nível dos conteúdos, dos objetivos e didáticas de ensino, do qual a nossa investigação foi baseada na disciplina de Matemática. No que concerne aos conteúdos programáticos faziam referência aos conjuntos, conjunto dos números racionais relativos, problemas, relações, aplicações, vetores no plano, translações, rotações, simetrias

Disciplinas	Nomes	Origem
Português	Élia Pereira de Almeida	Metodóloga (no CPES) — Professora destacada do Liceu Maria Amália Vaz de Carvalho
	Maria de Lourdes Viegas	Metodóloga na Escola Comercial Veiga Beirão
Inglês	Maria dos Remédios Castelo Branco	Destacada como Inspetora na Direção de Serviços do Ciclo Preparatório
	Aníbal Garcia Pereira	Metodólogo no Liceu Nacional de Pedro Nunes
Ciências Humanas	Maria José Dantas Maia	Professora no Liceu Maria Amália Vaz de Carvalho
	Joel Serrão	Professor no Liceu Passos Manuel
Matemática	Alfredo Osório dos Anjos	Professor no Liceu Pedro Nunes
	Vítor Pereira	Professor numa Escola Técnica (?)[5]
Ciências da Natureza	Magda Botelho	Professora no Liceu Nacional Pedro Nunes
	Rómulo de Carvalho	Metodólogo no Liceu Nacional de Pedro Nunes
Educação Visual e Trabalhos Oficinais	Eugénia Sampaio Viola	(?)[6]
	Betâmio de Almeida	Professor no Liceu Nacional Pedro Nunes
	Marcelo Colaço Moreira de Sousa	Professor na Escola de Artes Decorativas António Arroio

Tabela 1: Composição do grupo de trabalho para elaboração do programa das disciplinas da experiência dos 3.º e 4.º anos, segundo Graça Fernandes.

axiais, isometrias, igualdade de triângulos e régua de cálculo. De modo a introduzir maior rigor na formulação dos objetivos, o programa recorreu à ta-

[5]Graça Fernandes não tem a certeza se Vitor Pereira lecionava numa Escola Técnica.
[6]Graça Fernandes não se lembra da escola onde lecionava Eugénia Sampaio Viola.

xonomia dos objetivos cognitivos de B. S. Bloom, na qual se propunha uma ordem para os sucessivos níveis a percorrer na aquisição dos conceitos. Foi indicado, dentro de parêntesis, o número que correspondia na taxonomia ao nível que se propunha, em cada objetivo. Com vista à aprendizagem da Matemática, eram referidos os seguintes objetivos: 1) Desenvolver a capacidade de matematizar situações da vida real; 2) Desenvolver a imaginação criadora; 3) Criar hábitos de reflexão; 4) Desenvolver as capacidades de análise e de síntese; 5) Desenvolver a aquisição consciente de determinadas técnicas de cálculo; 6) Fomentar o desenvolvimento intelectual dos alunos com vista à aquisição do pensamento operatório; 7) Consciencializar o aluno de que as construções matemáticas são apenas modelos aproximados do real; 8) Proporcionar o conhecimento de oportunidades próximas e futuras em matéria de atividade matemática profissional. Chamava-se a atenção, de que não se tratava de um programa com o objetivo de aquisição de técnicas de resolução de problemas previamente catalogados, do tipo estímulo-resposta, mas sim de um programa em que o aluno através da concretização de certas tarefas, ao aferir as suas conclusões, pudesse chegar por si mesmo a certos conceitos matemáticos. Para isso tornava-se útil, que o aluno na concretização dessas tarefas na sala de aula e até mesmo em provas de avaliação, tivesse a possibilidade de utilizar a régua de cálculo, tabelas, formulários, gráficos e o compêndio (em alguns casos). O ensino da Matemática deveria privilegiar a utilização de meios audiovisuais, resolução de problemas da vida real, o espírito critico, o trabalho de grupo, a interdisciplinaridade e o ensino pela descoberta, característiscas comuns à Matemática Moderna. Recomendava-se a existência de salas adaptadas à aprendizagem da Matemática e provavelmente haveria a intenção de organizar o que hoje denominamos de "Laboratórios de Matemática". Essas salas seriam compostas por mesas individuais, de modo a permitir que se pudessem juntar, para os alunos poderem trabalhar em grupos de quatro ou seis. O quadro deveria abranger toda a largura da sala, tendo uma parte quadriculada. Deste modo, o professor, em função das necessidades, tinha a liberdade de conduzir a aula, adotando uma atitude e metodologias que melhor se adequassem à situação, no sentido da prossecução de objetivos cognitivos, que o aluno pudesse atingir.

Veiga Simão entregou a supervisão dos novos programas a Orlando Ribeiro, professor catedrático de Geografia da Faculdade de Letras de Lisboa. Por sugestão dos autores dos programas, as escolas escolhidas deveriam ter em conta o meio socioeconómico e a diversificação regional, tendo sido estas variáveis estabelecidas por Orlando Ribeiro. Mas, o Diretor Geral do Ensino Básico, Fernando Teixeira de Matos, passou à frente desses critérios e impôs os seus, sem dar qualquer justificação[7]. Foram 19 as escolas escolhidas, algumas das quais não tinham condições materiais necessárias: nem todas tinham equipamento, laboratório, sala para trabalhos de vários tipos, etc.

Para a implementação da experiência, no ano letivo de 1972/73, das 19 escolas escolhidas, 14 foram escolhidas numa zona privilegiada, das quais 8 na região de Lisboa, a saber: Escola Preparatória D. António da Costa — Almada; Escola Preparatória Álvaro Velho — Barreiro; Escola Preparatória Fernando Pessoa — Lisboa; Escola Preparatória Francisco de Arruda — Lisboa; Escola Preparatória Luís António Verney — Lisboa; Escola Preparatória Luís de Camões — Lisboa; Escola Preparatória Manuel da Maia — Lisboa; Escola Preparatória Pedro de Santarém — Lisboa; Escola Preparatória Dr. Leonardo Coimbra — Porto; Escola Preparatória Ramalho Ortigão — Porto; Escola Preparatória Doutor Oliveira Salazar — Viseu; Escola Preparatória André Soares — Braga; Escola Preparatória Afonso de Paiva — Castelo Branco; Escola Preparatória Eugénio de Castro — Coimbra; Escola Preparatória Gil Fernandes — Elvas; Escola Preparatória André Resende — Évora; Escola Preparatória D. Afonso III — Faro; Escola Preparatória Dr. João de Barros — Figueira da Foz; Escola Preparatória D. Dinis — Leiria.

Entretanto, Veiga Simão exarou um despacho sobre o lançamento da experiência, intitulado Lançamento Experimental da Escolaridade Obrigatória de Oito Anos com Novos Programas[8], datado de 9 de Agosto de 1972.

No ano letivo de 1973/74, foram escolhidas mais 19 escolas, ficando 38 escolas com a experiência, das quais 19 com os 3.º e 4.º anos e 38 com o 3.º ano. Essa escolha foi feita novamente com ausência de planificação, tendo, sim, havido um recurso à vontade dos responsáveis das divisões administrativas das regiões, que viam as instalações das escolas nas suas regiões como meio de prestígio pessoal e influência política.

No que concerne ao recrutamento dos professores, os autores dos programas sugeriram enviar aos professores das escolas escolhidas os novos programas, acompanhados de um inquérito, de modo a fazer uma sondagem sobre a sua vontade de participação na experiência pedagógica. A Direção de Serviços do Ciclo Preparatório, no entanto, endereçou convites aos professores com melhor nota no certificado de aptidão para o professorado, para participar na mesma. Para além disso, eram considerados, segundo as indicações dos

[7] Relatório da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico [OCDE] / Centro de Investigação e Inovação Educacional [CERI] / Movimentos Internacionais para a Mudança Educativa [IMTEC]/74.02 — p. 41.

[8] Segundo Graça Fernandes, na entrevista que nos concedeu no dia 27 de fevereiro de 2012, "Novos Programas", para Veiga Simão, era sinónimo de inovação nos conteúdos, metodologias, didática, etc.

inspetores, os professores com espírito aberto e capazes de uma nova atitude pedagógica. Duas das professoras entrevistadas pensam que esse convite se deveu ao facto de terem realizado estágio pedagógico no CPES, na disciplina de Matemática, no ano anterior, encontrando-se abertas às inovações. Outra das professoras considera que esse convite esteve na base de ter obtido uma boa classificação no estágio.

No ano letivo de 1973/74, perante a decisão tardia de alargar o processo a escolas situadas em pequenas cidades, foi necessário contratar rapidamente professores com pouca preparação científica, sendo que a sua habilitação académica, em muitos casos, não ia além de um bacharelato. No entanto, nas grandes cidades, o critério, embora contestado, foi o mesmo do utilizado no ano letivo de 1972/73.

4 Experimentação nas escolas

A experiência dos 3.º e 4.º anos funcionava em paralelo com os 3.º e 4.º anos nos liceus e escolas técnicas. Segundo os testemunhos das professoras, em geral, os alunos que ingressaram na experiência ambicionavam prosseguir os estudos. Para os alunos, o consentimento dos pais para o ingresso na experiência deveu-se a uma maior proximidade casa/escola, manutenção do grupo de amizades, "mudança de destino" dos filhos e abertura à inovação.

Quanto à formação profissional dos professores, apenas uma das testemunhas admitiu não ter formação académica para lecionar aqueles anos de escolaridade, no entanto, ultrapassou esse obstáculo com o trabalho cooperativo entre colegas.

Os professores que participavam na experiência tinham 12 horas letivas, sendo as outras horas dos seus horários ocupadas em reuniões semanais dos conselhos de turma, onde se elaboravam exercícios interdisciplinares e se tratava da dinâmica da turma, fomentando-se a coordenação de atitudes entre as várias disciplinas. Algumas horas eram dedicadas em reuniões com colegas de outras escolas, do mesmo grupo disciplinar, envolvidos na experiência. No caso da Matemática, nessas reuniões eram elaboradas fichas de trabalho ou restruturadas as que vinham do Ministério da Educação, dado que os alunos não tinham manual.

O trabalho cooperativo que se desenvolveu com os professores de outras escolas era uma metodologia que até ali não era normalmente utilizada.

Também eram feitas reuniões mensais com os autores do programa e professores da mesma área disciplinar de outras escolas, reuniões trimestrais com os autores dos programas, coordenadores, e professores de outras escolas envolvidos na experiência e reuniões com os Encarregados de Educação.

Foi uma experiência que se destacou pela inovação, tanto nos métodos de ensino como nos conteúdos programáticos. Segundo os testemunhos das professoras, no que concerne às inovações bem aceites nos métodos de ensino, destacam as atividades de investigação, conduzindo os alunos à descoberta, trabalho de grupo, interdisciplinaridade, ligação entre os conteúdos teóricos e a realidade, com recurso a visitas de estudo (custeadas pelo Ministério da Educação) ou saídas da sala de aula. Em relação às inovações mal aceites, referem a Taxonomia de Bloom, pois consideram que um aluno é avaliado globalmente e não de uma forma compartimentada. Relativamente às inovações nos conteúdos da disciplina de Matemática, as professoras destacam as relações binárias, noções básicas de funções, isometrias, translações, rotações e simetrias axiais. Uma das professoras comentou que o grupo de Lisboa decidiu não lecionar a régua de cálculo, por considerarem um conteúdo demasiado ambicioso para alunos desta faixa etária (12–14 anos).

No que respeita às memórias da experiência, as professoras realçam o trabalho de grupo, a cultura da aula onde se experimentaram novos métodos de aprendizagem, a interdisciplinaridade, a continuidade pedagógica, o trabalho de equipa, a dedicação à escola, as relações continuadas entre professores e alunos e entre professores, enquanto que os alunos dão maior enfase ao convívio, aos recursos disponíveis, à capacidade de autonomia e iniciativa, as disciplinas diferentes e à diversidade de conteúdos.

Vários são os comentários dos alunos, revelando o sentimento dominante, relativamente à experiência, patente num relatório[9]:

> "Este tipo de ensino abre os olhos para o mundo que nos rodeia e torna-nos capazes de nos interessar pela política e ler um jornal";
>
> "Sabemos criticar os problemas atuais e conseguimos saber o que está correto ou não. Temos ideias";
>
> "No liceu devemos assimilar uma grande quantidade de matéria, enquanto aqui tentamos compreender e refletir. Preferimos estes programas, porque eles são mais atuais, no que diz respeito aos temas estudados, ...";
>
> "Tomamos a prática como elemento principal. No lugar da teoria, como se faz no liceu, temos aprendido a criticar as coisas, a ver

[9]Relatório da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico [OCDE] / Centro de Investigação e Inovação Educacional [CERI] / Movimentos Internacionais para a Mudança Educativa [IMTEC] / 74.02

> como elas são, refletir antes de falar, estudar os problemas, fazendo análises profundas e compreender as coisas";
>
> "Insistimos mais na qualidade do que na quantidade" (p. 53).

Também no mesmo relatório é expressa a opinião dos professores relativamente aos alunos (comparações feitas com amigos da mesma idade, de irmãos ou irmãs, não submetidos ao mesmo tipo de experiência):

> "Estão muito mais abertos, mais independentes, mais responsáveis, mais perto dos professores";
>
> "Estão melhor preparados para enfrentar a vida e nunca estiveram tão felizes. As crianças estão mais felizes e trabalham com mais interesse";
>
> "Este método é mais interessante porque dá-lhes uma maior abertura e uma maior cultura geral. É um ensino mais livre" (p. 50).

5 O que se manteve depois da experiência

Segundo a opinião das professoras entrevistadas e conforme o que é relatado na documentação analisada, apesar da experiência dos 3.º e 4.º anos ter corrido bem, ela foi interrompida dado que ocorreu o 25 de abril de 1974. A Reforma Veiga Simão foi posta de parte na medida em que Veiga Simão tinha sido um ministro do regime fascista e a escolaridade obrigatória voltou a ser de seis anos, mas muito do que foi conseguido perdurou no tempo e na memória dos seus atores. Na opinião de três das professoras entrevistadas, registou-se um aproveitamento desta reforma, quando, em 1975, se procedeu à unificação do ensino secundário, terminando de vez com a separação entre o ensino liceal e técnico, apenas ao nível dos cursos gerais.

No entanto, segundo o parecer de uma das professoras, esse aproveitamento não foi muito vantajoso, pois o ensino unificado tinha uma forte componente cientifica, algo que também aconteceu com os 3.º e 4.º anos experimentais, em detrimento de um ensino técnico, que na sua opinião, tão bons profissionais produzia, tendo-se operado aquilo que Rui Grácio chamou de "licealização"[10] do ensino unificado. Por outro lado, uma das entrevistadas participou na realização dos programas de Matemática do ensino unificado tendo referido que o mesmo se decalcou nos programas dos 3.º e 4.º anos da experiência.

[10] Segundo Graça Fernandes, era uma expressão muito utilizada por Rui Grácio.

A relação entre a experiência dos 3.º e 4.º anos e a unificação foi referida por Rui Grácio da seguinte maneira:

> "Revertamos, porém, ao curso geral. As instâncias oficiais comunicaram oportunamente os seus objetivos e o seu currículo, sendo transparente a vontade de superar as funções sociais e as configurações pedagógicas respetivas da organização dos estudos liceais e técnico-profissionais que têm vigorado, marcados respetivamente por um saber académico e enciclopedístico divorciado da prática social e por um fazer utilitarístico sem adequado suporte teórico e científico.
>
> Na experiência inovadora dos 3.º e 4.º anos do ensino preparatório, e seu prolongamento no chamado 5.º ano de transição, encontravam-se (em minha opinião, e creio que na de observadores suficientemente informados e despreconceituosos) ensaios e resultados muito interessantes para o planeamento do curso secundário unificado. Naquela experiência, a fixação do currículo e dos programas de ensino e atividade foi precedida, e deduzida, de uma discussão aprofundada dos objetivos do ciclo global de estudos, bem como de cada uma das disciplinas curriculares. Penso que isso sucedeu então pela primeira vez entre nós, inovando significativamente o costume arreigado, e mesmo obsessivo, de definir "os programas", descurando por inteiro a explicitação dos objetivos e subvalorando o aclaramento do processo de ensino/aprendizagem" (Grácio, 1995, II, p. 409).

No que concerne à democratização do ensino, são várias as opiniões das professoras entrevistadas. Para uma das professoras, iniciou-se uma democratização, nos anos experimentais da reforma, na medida em que houve uma transformação significativa daquilo que era o ensino, tendo havido uma difusão dessas mudanças nos anos seguintes Foi consolidada, na medida em que, por exemplo na sua escola, muitos dos alunos de uma turma da experiência, onde estavam integrados jovens muito desfavorecidos, quase todos, tiraram um curso superior. Outra das professoras considera que não ocorreu uma verdadeira democratização, na medida em que apenas se retardou a entrada para o ensino técnico dos alunos que estavam "destinados" a esse fim. Enquanto outra professora pensa que não houve tempo para ser consolidada essa democratização, nos anos experimentais da Reforma

6 Reflexão Final

"Experiência muito promissora para o desenvolvimento do ensino básico em Portugal" (V. Simão, entrevista pessoal, 17 de dezembro de 2012)[11].

Segundo Pedro (2013), perante os testemunhos e a documentação consultada tratou-se de uma experiência com êxito. No caso da Matemática o sucesso da experiência deveu-se sobretudo ao realce que se deu à investigação, à experimentação, à discussão, a relação entre esta disciplina e a realidade, à interdisciplinaridade, ao trabalho de grupo, ao uso de meios audiovisuais, características inerentes ao Movimento da Matemática Moderna que foi disseminada a partir de 1968, com a criação do CPES. Na opinião do mesmo autor, outra conclusão a tirar deste estudo é que a inovação no ensino não se pode impor por Decreto-Lei, pois é necessário que os seus intervenientes a ela adiram voluntariamente. É também extremamente relevante o fator "clima de escola", isto é, a colaboração entre professores, entre os alunos, liberta de competição e animada pelo espírito de solidariedade. Mas para que tal se possa processar, são imprescindíveis condições de trabalho, nomeadamente horários que permitam a concretização de reuniões e o tempo necessários para o debate coletivo e apropriação individual de saberes e atitudes. Por outro lado, em Matemática, onde se regista um elevado insucesso, a introdução de pequenas mudanças no processo de ensino podem ajudar os alunos a modificar a sua atitude face a esta disciplina. Mudanças essas que muitas vezes são condicionadas pela ausência de incentivos aos professores, como aqueles que foram referidos anteriormente.

Referências

Almeida, M. C., & Candeias, R. (2014). Os programas de matemática do ensino primário, da Telescola e do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário. In A. Almeida, & J. Matos (Eds.), *A matemática nos programas do ensino não-superior (1835–1974)* (pp. 39–68). Caparica: UIED e APM.

Grácio, R. (1995). *Obra Completa* (3 vols.). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Programas (1972) — Decreto-Lei 48547. Lisboa: Ministério da Educação Nacional.

Projeto do Sistema Escolar, 1971.

[11] Entrevista realizada pela primeira autora deste artigo.

Pedro, M. M. S. B. (2013). *A Experiência Pedagógica na Matemática nos terceiro e quarto anos (1972–1975).* Tese de Mestrado. Monte da Caparica: Universidade Nova de Lisboa.

Relatório da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico [OCDE] / Centro de Investigação e Inovação Educacional [CERI] / Movimentos Internacionais para a Mudança Educativa [IMTEC] / 74.02.

Os saberes geométricos no ensino primário brasileiro (1890 a 1970): uma teia de significados

Maria Célia Leme da Silva
GHEMAT – UNIFESP – Brasil
celia.leme@unifesp.br

Resumo: O artigo discute os saberes elementares geométricos do ensino primário no ensino primário brasileiro, desde o final do século XIX até 1970. O processo de constituição do ensino primário preserva características distintas dos demais níveis de ensino. Diferentemente das disciplinas que compõe os ensinos secundário e superior, o curso primário é criado como um compósito de saberes elementares e necessários para o processo de escolarização da criança. Identifica-se uma multiplicidade de terminologia empregada aos saberes geométricos, como geometria, desenho, formas, taquimetria. O estudo analisa como esse amálgama de saberes é produzido nos diferentes momentos históricos, de modo a dialogar com as referências externas. Será possível identificar nesses saberes elementares, similaridade com a disciplina geometria? Será adequado o uso da expressão geometria nos anos iniciais de escolarização?

Abstract: This article discusses the elementary geometric knowledges in Brazilian elementary school since the late nineteenth century until 1970. The constitution process of primary education preserves distinctive features of other levels of education. Unlike the disciplines that make up the secondary and higher education, primary school is created as a composite of elementary knowledge necessary for the child's educational process. Identifies a multiplicity of terminology used to geometrical knowledge, like geometry, design, shapes, taquimetria. The study analyzes how this amalgam of knowledge is produced in different historical moments, in order to dialogue with the external references. You can identify these elementary knowledge, similarity with the geometry discipline? Is it appropriate to use the expression geometry for the elementary school?

Considerações iniciais

O presente texto tem por finalidade analisar os saberes elementares geométricos do ensino primário, no período de vigência dos chamados grupos escolares brasileiros, mais particularmente no período de 1890 a 1970. Procura discutir, refletir e indicar possíveis respostas para a questão: o que se entende por geometria dos anos iniciais? Tal pergunta tem origem nas discussões e debates ocorridos durante o XI Seminário Temático “A Constituição dos Saberes Elementares Matemáticos: A Aritmética, a Geometria e o Desenho no curso primário em perspectiva histórico-comparativa, 1890–1970”[1] . Diante de uma diversidade de terminologias empregadas para as matérias escolares do curso primário brasileiro em que se identificam conceitos geométricos, como desenho, desenho linear, desenho geométrico, formas, geometria, pergunta-se: todas essas matérias escolares são equivalentes? Se não, em que elas se diferenciam? O que se designa por geometria preserva similaridades comparativamente as demais matérias? Que relação a matéria “geometria” do curso primário mantém com a disciplina “geometria” estudada no ensino secundário? Por fim, será adequado o uso da expressão ensino de “geometria” nos anos iniciais de escolarização?

A investigação de saberes matemáticos elementares no curso primário tem se mostrado um processo desafiador aos historiadores da educação matemática, na medida em que os anos iniciais de escolarização carregam particularidades específicas. Valente (2014) elenca as peculiaridades da cultura escolar primária: os primeiros anos escolares, matematicamente falando, têm referência numa matemática primeira, básica, a mais elementar; o professor dos anos iniciais é um profissional polivalente, a ele cabe o trato com variados saberes não organizados em forma de disciplina. O autor também ressalta que a pesquisa em história da educação matemática nos primeiros anos escolares obriga a imersão e conhecimento de uma *cultura escolar não disciplinar* (p. 2). Nesse sentido, dois conceitos chaves — *cultura escolar* e *disciplina escolar* — são postos em relevo e precisam ser incorporados às investigações que focam os primeiros anos escolares.

Os estudos do historiador Dominique Julia (2001) vem subsidiando as pesquisas em História da Educação no Brasil (Faria Filho e Vidal, 2004), assim como a produção da História da educação matemática[2], em especial, na conceituação de *cultura escolar* como “um conjunto de normas que definem co-

[1]Projeto financiado pelo CNPq – Brasil que envolve a participação de pesquisadores de cerca de quatorze estados brasileiros. Os anais do XI Seminário Temático ocorrido no 1.º semestre de 2014 estão disponíveis no site do evento (`http://seminariotematico.ufsc.br/`). Agradeço à pesquisadora Ivanete Santos pelos questionamentos que desencaderam na presente reflexão.

[2]Seguimos a distinção de Valente (2013) entre “Educação Matemática”e “educação matemática”: a primeira expressão designa o recente campo acadêmico, lugar de investigações sobre ensino e aprendizagem da matematica. A segunda expressão remete aos processo de ensino e aprendizagem da Matemática desde tempos imemoriais, constituindo-se, assim, em tema de pesquisa dos estudos de história da educação matemática (p. 24).

nhecimentos a ensinar e condutas a inculcar e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos” (p. 10). Julia chama a atenção de que as normas e as práticas não podem ser analisadas excluindo o corpo profissional de docentes que são “chamados a obedecer a essas ordens” (p. 11), a saber, os professores primários e os demais professores. Em outras palavras, fica explícita a relevância dos docentes no processo analítico, assim como a separação do corpo profissional de professores primários aos demais, expressa e evidenciada por formação distinta, sendo que tal separação permeia a compreensão da cultura escolar em cada período histórico.

Quanto a consideração de uma cultura escolar *não disciplinar*, destacado por Valente, retoma-se a noção de disciplina escolar cunhada por Chervel (1990), igualmente difundida e empregada nas investigações históricas do Brasil. Chervel considera que apesar do termo “disciplina” ao longo da história receber diferentes significados, este não rompeu o contato com o verbo disciplinar. Para o autor “uma ‘disciplina’, é igualmente, para nós, em qualquer campo que se a encontre, um modo de disciplinar o espírito, quer dizer de lhe dar os métodos e as regras para abordar os diferentes domínios do pensamento, do conhecimento e da arte” (p. 05)

Chervel (1990) se recusa a aceitar a concepção dos conteúdos de ensino como vulgarizações ou adaptações da ciência de referência ou ainda como a imagem de uma “pedagogia-lubrificante”. Como exemplo, cita que a “teoria gramatical” ensinada na escola francesa não é a expressão das ciência de referência, mas uma gramática escolar que foi historicamente criada pela própria escola, na escola e para a escola. De modo similar, busca-se compreender a “geometria” ensinada nos grupos escolares como um produto historicamente construído pela escola primária brasileira no período em questão. Por outro lado, é preciso considerar a pedagogia como elemento constituinte do mecanismo que transforma os ensinos em aprendizagens na produção do saber escolar, “excluir a pedagogia do estudo dos conteúdos é condenar-se a nada compreender do funcionamento real dos ensinos” (1990, p. 182).

Por fim, Chervel salienta que “tudo muda a partir do momento em que se renuncia a identificar os conteúdos de ensino com as vulgarizações ou com as adaptações, pois as disciplinas de ensino são irredutíveis por natureza a essas categorias” (1990, p. 183) e propõe ao pesquisador o estudo da constituição e funcionamento de uma disciplina escolar, a partir de três conceitos: a sua gênese, sua função e seu funcionamento, os quais considerando os anos iniciais de escolarização, carregam especificidades.

A historiadora Rosa Fátima de Souza discute a função da escola primária no final do século XIX como a de uma "escola popular elevada à condição de redentora da nação e de instrumentos de modernização por excelência" (SOUZA, 2000, p. 12). Novas disciplinas são introduzidas como ciências, desenho e educação física de modo a articularem-se com a linguagem da modernidade. Entretanto, apesar das inúmeras mudanças decorrentes da renovação pedagógica e da constituição de currículos modernos, a distinção entre um ensino secundário de cultura geral para as elites e um ensino primário voltado para a formação dos trabalhadores não se altera, reafirmando as distintas finalidades para cada um dos ensinos. Em síntese, a constituição dos saberes da escola primária é tributária, de uma parte a formação de uma classe trabalhadora de modo a atender o desenvolvimento econômico e social do país e de outra parte, a história da pedagogia, em que a metodologia do ensino cumpre papel relevante:

> mesmo o conhecimento científico, cujo processo de especialização resultou nas disciplinas específicas, foi incorporado na escola primária com características muito peculiares, isto é, em forma de rudimentos ou noções vinculadas fortemente à metodologia de ensino (SOUZA, 2000, p. 15)

Desta forma, na busca de compreender o que vem a ser a "geometria" do ensino primário, se fez necessário investigar uma diversidade de matérias escolares, com designações distintas, e afastar-se da disciplina "geometria" atrelada ao ensino secundário. Em outras palavras, debruçar-se sobre uma *cultura escolar não disciplinada* e identificar o compósito de saberes geométricos produzidos nesta cultura no decorrer dos anos 1890 a 1970. No presente estudo, examina-se a incorporação de três saberes geométricos presentes na escola primária brasileira. Porém, antes de analisar o período em questão, retoma-se os primeiros passos do saber geométrico no curso primário.

Noções de geometria prática — o saber geométrico do Império

O historiador Wagner Valente apresenta no artigo "Tempos de Império: a trajetória da geometria como um saber escolar para o curso primário" os primeiros passos do ensino de geometria na chamada escola de primeiras letras do Império. De acordo com Valente (2012) a introdução dos estudos de geometria vincula-se ao texto de Martim Francisco d'Andrada que por sua vez, é uma adaptação dos escritos de Condorcet. As primeiras noções de geometria propostas por Condorcet para o segundo ano do curso primário consideram que:

> [...] o ensino deverá caminhar para os elementos de agrimensura, que serão desenvolvidos suficientemente para colocar em prática, no terreno, o agrimensor. [...] As crianças serão levadas a praticar a agrimensura na prática, nos terrenos; elas igualmente deverão fazer figuras, seja com régua e compasso, seja à mão livre (Coutel & Kintzler, 1989 apud VALENTE, 2012, p. 76).

Após muitos debates entre os parlamentares, o texto final da primeira lei sobre a instrução no Brasil de 1827 enuncia que "os professores ensinarão a ler, escrever, as quatro operações de aritmética, prática de quebrados, decimais e proporções, *as noções mais gerais de geometria prática*, a gramática da língua nacional [...]" (MOACYR, 1936, p. 189, grifos nossos).

Destaca-se também que o programa do ensino elementar sobre a reforma da capitania de São Paulo, escrito em 1816 e oferecido à Assembleia Constituinte e Legislativa de 1823 traça para as escolas de primeiras letras, um programa de três anos, no qual consta para o 1.º ano as "primeiras noções de geometria, particularmente as que forem mais necessárias à medição de terrenos, e exercícios de traços, figuras a mão e com o compasso e régua (2.º ano)" (MOACYR, 1936, p. 560).

Tudo indica que os primeiros saberes geométricos podem ser identificados com dois significados: um primeiro estritamente vinculado às necessidades do agrimensor, que se traduz pelas medidas de terrenos e um segundo significado submetido à prática de traçados, sejam eles realizados à mão livre ou com instrumentos, e neste sentido, vincula-se ao ato de desenhar. Em síntese, medidas e traçados de figuras constituem os primórdios dos saberes geométricos na escola de primeira letras.

O presente artigo indaga: Como essa herança se apresenta no novo modelo dos grupos escolares criado em 1893 pelo Estado de São Paulo? Outros significados são incorporados? Como os saberes geométricos se constituem neste novo tempo histórico, revestido pela vaga pedagógica defendida pelos republicanos, o chamado método intuitivo ou de lições de coisas?

Taquimetria — o saber geométrico das lições de coisas defendido por Rui Barbosa

Os primeiros anos da República brasileira assinalam mudanças significativas no cenário educacional. Em 1883, Rui Barbosa, relator da Comissão de Instrução Pública, é convidado a redigir dois pareceres[3] sobre a educação pública no Brasil, referentes ao Decreto n.º 7.247, de 19 de abril de 1879, assinado por Carlos Leôncio de Carvalho. Os pareceres são considerados documentos emblemáticos no processo de reforma do ensino primário, servem de referência para os republicanos nos debates e proposições sobre a educação popular no final do Império (SOUZA, 2009).

Em relação ao ensino de geometria, o parecer de Rui Barbosa propõe a conjugação da geometria com as lições de coisas, marca central da metodologia anunciada na proposta de ensino:

> Não seria completa a base comum da educação geral, que a escola popular deve abranger em si, se depois de discernir, debuxar, e modelar as combinações geométricas das linhas, superfícies e sólidos, os alunos não adquirissem certa preparação elementar no cálculo e medição delas. Para este fim introduzimos desde o segundo grau da escola a taquimetria. Inteiramente ignorada até hoje entre nós na prática do ensino, a taquimetria encerra em si o único sistema capaz de tornar a ciência geométrica um elemento universal de educação popular. A taquimetria é a concretização da geometria, é o ensino da geometria pela evidência material, a acomodação da geometria às inteligências mais rudimentares: é *a lições de coisas* aplicada à medida das extensões e volumes (BARBOSA, 1946, p. 290).

Observa-se que os “elementos de agrimensura” são traduzidos na nova vaga pedagógica pela “concretização da geometria”, porém reafirma o significado do saber geométrico vinculado ao cálculo de medidas. Sintetizado pelos termos “observar” e “trabalhar”, o método lições de coisas proposto por Pestalozzi[4], apresenta o ensino a partir da intuição, e esta se configura como uma atividade intelectual, que não se limita à simples visão e contemplação dos objetos, refere-se ao aprender trabalhando, fazendo, relacionando conhecimentos e atividades práticas (ZANATTA, 2012).

[3]Rui Barbosa apresenta ao parlamento brasileiro dois pareceres em 1882: um sobre a reforma do ensino primário e outro sobre o ensino secundário e superior. O parecer sobre o ensino primário intitulado é de 12 de setembro de 1882, mas a publicação do volumoso incluindo os anexos foi concluída em 1883, data efetiva de aparecimento desse documento (SOUZA, 2009).

[4]Johann Heinrich Pestalozzi (1746–1827), educador suíço, nasceu em Zurich. Quando estudante participou de movimentos de reforma política e social. Conhecido por sua ação como mestre, diretor e fundador de escolas, suas ideias demarcam a Pedagogia Intuitiva, cuja característica básica é oferecer, na medida do possível, dados sensíveis à percepção e observação dos alunos (ZANATTA, 2012).

A dissertação de mestrado de Frizzarini (2014) ao investigar as transformações dos saberes geométricos nos programas dos grupos escolares paulistas conclui que a taquimetria é uma herança de Rui Barbosa que permanece sem restrição em todos os programas primários de São Paulo de 1894 a 1950. Caracterizada como a "concretização da geometria", a taquimetria do curso primário paulista está presente na matéria de Geometria até o programa de 1934 e restringe-se aos anos finais, englobando as noções de áreas e volumes de figuras e sólidos. Tudo indica que a posição ao final do curso primário revela que a taquimetria é determinante à formação profissional do aluno, visto que desenvolve a praticidade dos saberes geométricos.

No programa de 1949/50, a taquimetria é retirada da matéria Geometria e incorporada a uma nova matéria, a Aritmética. O programa de 1949/50 tem as medidas de áreas e volumes altamente exploradas na matéria de Aritmética, nesta são propostos aos alunos que façam os cálculos de áreas e volumes a partir de problemas práticos com objetos do cotidiano da criança, para posteriormente realizar as medições de modo abstrato.

De todo modo, desde a primeira legislação até os anos de 1950, a taquimetria ou a lições de coisas aplicada à medida das extensões e volumes pode ser considerado um dos significados do saber geométrico do ensino primário brasileiro.

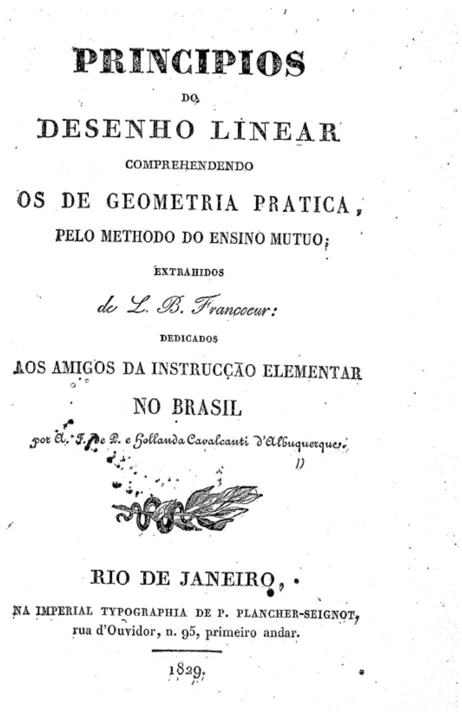
Traços de desenho — o saber geométrico atrelado às construções geométricas

O segundo significado de saberes geométricos herdado dos tempos de Império diz respeito à prática de traçados. Esta herança é evidenciada pela grande proximidade entre as matérias de Geometria e de Desenho, visto que os primeiros manuais de Geometria destinados ao ensino de primeiras letras constituem na verdade, manuais de desenho. Muito provavelmente, o livro *Princípios do Desenho Linear compreendendo os de Geometria Pratica*[5], pelo método do ensino mutuo, extrahidos de L. B. Francoeur, de A. F. de P. e Hollanda Cavalvanti d'Albuquerque, publicado em 1829 tenha sido o primeiro manual de orientação para o ensino de geometria[6].

As atividades de desenho propostas no livro, indicam os passos que o aluno

[5] O livro pertence ao acervo da Fundação Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro. O texto traduzido por Holanda Cavalcanti de Albuquerque analisado pela pesquisadora Gláucia Maria Costa Trinchão (2008) no desenvolvimento de sua tese de doutoramento, que investiga o Desenho.

[6] Um estudo mais aprofundado sobre as atividades que compõe a obra pode ser lido em LEME DA SILVA e VALENTE, 2014.


PRINCIPIOS
DO
DESENHO LINEAR
COMPREHENDENDO
OS DE GEOMETRIA PRATICA,
PELO METHODO DO ENSINO MUTUO;
EXTRAHIDOS
de L. B. Francoeur:
DEDICADOS
AOS AMIGOS DA INSTRUCÇÃO ELEMENTAR
NO BRASIL
por A. F. de P. e Hollanda Cavalcanti d'Albuquerque.

RIO DE JANEIRO,
NA IMPERIAL TYPOGRAPHIA DE P. PLANCHER-SEIGNOT,
rua d'Ouvidor, n. 95, primeiro andar.
1829.

Figura 1: Capa do livro de Albuquerque

deve realizar para traçar figuras geométricas, como por exemplo: dividir um segmento em seis partes iguais; por um ponto fora de uma reta, construir uma perpendicular à reta; construir um triângulo equilátero; construir um trapézio, sendo dadas as bases e a altura; construir um paralelepípedo. Entretanto, as construções devem ser feitas à mão livre, sem uso de instrumentos geométricos pelo aluno, régua, esquadro, transferidor são utilizados somente pelo professor, para verificar a precisão do desenho. O aluno deverá refazer o desenho até que ele obtenha a precisão de uma construção geométrico com instrumentos.

Desse modo, a geometria prática, durante o Império, corresponde ao exercício e treino do olhar e sua transferência precisa ao traçado das figuras geométricas. Os saberes geométricos se apresentam nas construções de figuras geométricas à mão livre com precisão.

Com a República, um novo modelo de instrução pública se instaura, os chamados grupos escolares, que são criados primeiramente no estado de São Paulo, em 1893. No ano seguinte, em 1894, é publicada a primeira obra didá-

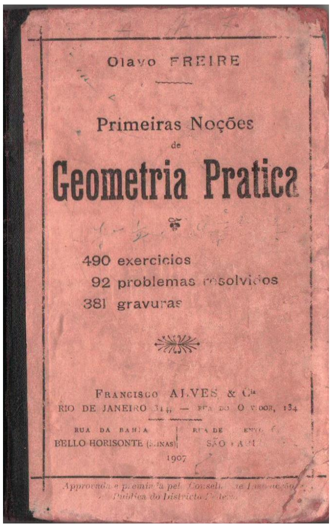


Figura 2: Capa do livro de Olavo Freire

tica para o ensino primário de geometria em tempos republicanos, *Primeiras Noções de Geometria Prática*, de Olavo Freire.

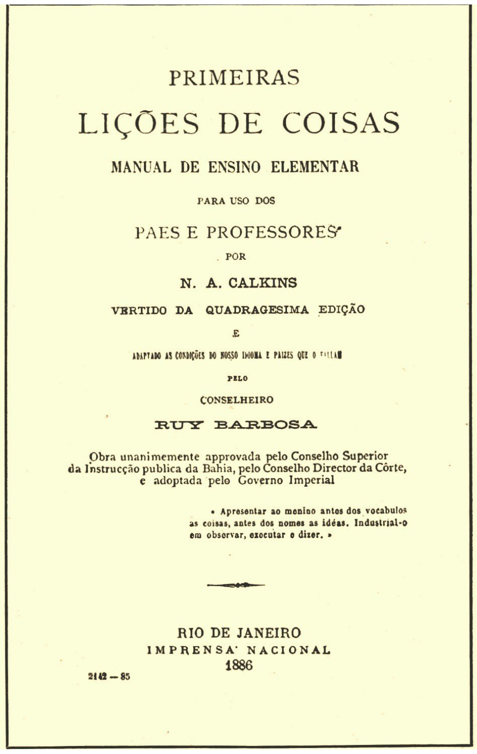
O livro[7] pode ser caracterizado como um livro de construções geométricas com instrumentos, ou seja, régua e compasso. Organiza-se por meio de uma sequência de problemas, desde o problema I — construção de um ângulo igual a outro ângulo dado até o problema XCII — construção de uma hipérbole com compasso sendo dados os focos e os vértices.

Em síntese, a geometria prática permanece vinculada ao desenho, porém a partir de então, com um novo ferramental na construção dos traçados, que corresponde aos instrumentos de construção, mais particularmente, a régua e o compasso. Os saberes geométricos se evidenciam nas construções de figuras geométricas, em que a perfeição é assegurada pelo instrumento e não mais pela observação do aluno.

Formas — o saber geométrico das lições de coisas proposto por Calkins

Para além da taquimetria e os desenhos, um terceiro significado dos saberes geométricos ganha força na chegada no constituição dos grupos escolares, o

[7]Um estudo mais aprofundado sobre as atividades que compõe a obra pode ser lido em LEME DA SILVA e VALENTE, 2014.



PRIMEIRAS

LIÇÕES DE COISAS

MANUAL DE ENSINO ELEMENTAR

PARA USO DOS

PAES E PROFESSORES

POR

N. A. CALKINS

VERTIDO DA QUADRAGESIMA EDIÇÃO

E

ADAPTADO AS CONDIÇÕES DO NOSSO IDIOMA E PAIZES QUE O FALLAM

PELO

CONSELHEIRO

RUY BARBOSA

Obra unanimemente approvada pelo Conselho Superior da Instrucção publica da Bahia, pelo Conselho Director da Côrte, e adoptada pelo Governo Imperial

« Apresentar ao menino antes dos vocabulos as coisas, antes dos nomes as idéas. Industrial-o em observar, executar e dizer. »

RIO DE JANEIRO
IMPRENSA NACIONAL
1886

2142 — 85

Figura 3: Capa do livro de Calkins

estudo das formas. O novo modelo da escola primária é igualmente identificado pela incorporação de um movimento pedagógico reformador, caracterizado pelos método de ensino intuitivo ou lições de coisas. O manual *Primeiras lições de coisas. Manual de ensino elementar para uso dos pais e mestres* é publicado originalmente nos Estados Unidos em 1861, e traduzido por Rui Barbosa em 1886 pela Imprensa Nacional, estrutura-se de modo a explicitar os princípios fundamentais das lições de coisas.

Para Calkins, as lições de formas são merecedoras de lugar especial no curso de instrução primária, pois essas desenvolvem no aluno a capacidade de percepção e observação das propriedades distintivas das coisas, que auxiliarão no decorrer das outras lições. As lições de forma estão organizadas em séries e em passos e além de apresentar um novo saber escolar, o ensino de formas, inaugura uma nova abordagem: o trabalho simultâneo com formas planas e sólidas no decorrer de todas as séries. Na segunda série, por exemplo, três assuntos são propostos como primeiro passo: formas lineares, cantos e sólidos — forma esférica.

Claro está que as formas estudadas nas lições são as formas geométricas, entretanto a finalidade do estudo das lições de coisas proposto por Calkins é de desenvolver faculdades de observar e de exprimir a forma de objetos e não para o estudo de geometria, em particular. O autor ainda ressalta: "Não tenteis incutir na acepção abstrata e em termos abstratos a ideia de linha, como, em classes de geometria, a alunos de mais idade" (CALKINS, 1950, p. 90). Ou seja, o estudo de definições e abstrações concernentes aos saberes geométricos é finalidade da matéria de geometria, destinada somente a alunos em nível mais alto de ensino.

Uma vez mais, pode-se evidenciar a presença de saberes geométricos nas lições de coisas, como uma referência e suporte para o ensino não só da geometria, que será desenvolvida em níveis mais altos de escolarização, mas de todos os demais saberes.

Considerações finais

A análise de três significados distintos para os saberes geométricos presentes no curso primário brasileiro, identificados desde o Império até os primeiros anos da República — taquimetria, desenho à mão livre e desenho com régua e compasso e formas, reitera a especificidade do ensino primário em comparação aos demais segmentos de ensino.

O estudo evidencia que apesar das diferentes denominações de matérias ou saberes a compor as orientações normativas, encontram-se conceitos, definições, temas, propriedades, representações e práticas pedagógicas relacionadas à geometria, sem entretanto se caracterizar como um estudo da disciplina "geometria". Desta forma, optamos por denominar esse amálgama de saberes, próprios da cultura escolar primária como saberes elementares geométricos. Vale considerar que certamente outros significados podem ser atribuídos aos saberes elementares geométricos, na medida em que os estudos avançam.

Retomando as questões iniciais, entendem-se que os saberes elementares geométricos estabelecem similaridades com a geometria do curso secundário, sem, contudo, coincidir com a disciplina de geometria. Suas finalidades são outras, constituídas pela escola de modo a atender demandas nos diferentes momentos históricos. Os saberes elementares geométricos não se configuram como uma redução ou simplificação da disciplina geometria do curso secundário, com processos de constituição e de trajetória distintos.

Referências

ALBUQUERQUE, A. F. P. H. C. *Princípios do Desenho Linear compreendendo os de Geometria Prática pelo método do ensino mútuo.* Extraídos de L. B. Francoeur. Rio de Janeiro: Na Imperial Typographia de P. Plancher-Seignot, 1829.

BARBOSA, R. Reforma do Ensino Primário e várias Instituições Complementares da Instrução Pública. *Obras Completas de Rui Barbosa.* Vol. X, 1883, tomo II. Rio de Janeiro: Ministério da Educação e Saúde, 1946.

CALKINS, N. A. *Primeiras lições de coisas.* Rio de Janeiro: Ministério da Educação e Saúde, Obras completas de Rui Barbosa, Vol. XIII, tomo I, 1950.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, n.º 2. Porto Alegre, RS, 1990.

FARIA FILHO, L. M. & VIDAL, D. G. A cultura escolar como categoria de análise e como campo de investigação na história da educação brasileira. *Educação e Pesquisa.* São Paulo, v. 30, n.º 1, p. 139–159, jan./abr. 2004.

FREIRE, O. *Primeiras Noções de Geometria Prática.* Rio de Janeiro: Francisco Alves & Cia, 1907.

FRIZZARINI, C. R. B. *Do ensino intuitivo para a escola ativa: os saberes geométricos nos programas do curso primário paulista.* 2014. Dissertação (Mestrado em Educação e Saúde) — Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2014.

JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. *Revista Brasileira de História da Educação.* Campinas, SP. SBHE/Editora Autores Associados. Jan/jun. n.º 1, 2001.

MOACYR, P. *A instrução e o Império.* 1.º Vol., 1936. Brasiliana Eletrônica. Disponível em: `http://www.brasiliana.com.br/obras/a-instrucao-e-o-imperio-1-vol/pagina/189/texto`. 23 de agosto de 2014.

LEME DA SILVA, M. C. Desenho e geometria na escola primária: um casamento duradouro que termina com separação litigiosa. *História da Educação* (UFPel), v. 18, p. 109–121, 2014.

LEME DA SILVA, M. C. & VALENTE, W. R. (Orgs). *A geometria nos primeiros anos escolares: História e perspectivas atuais.* Campinas, SP: Papirus, 2014.

SOUZA, R. F. Inovação educacional no seculo XIX: a construção do currículo da escola primária no Brasil. *Cadernos do CEDES (UNICAMP)*, Campinas, v. 51, p. 33–44, 2000.

___________. *Alicerces da Pátria: História da escola primária no estado de São Paulo (1890–1976)*. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2009.

TRINCHÃO, G. M. C. *O desenho como objeto de ensino: história de uma disciplina a partir dos livros didáticos luso-brasileiros oitocentistas*. Tese (Doutorado em Educação). RS: Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade do Vale do Rio dos Sinos/UNISINOS, 2008.

VALENTE, W. R. Tempos de Império: a trajetória da geometria como um saber escolar para o curso primário. *Revista Brasileira de História da Educação*. Campinas-SP, v. 12, n.º 3 (3), p. 73–94, set./dez., 2012.

VALENTE, W. R. Oito temas sobre História da educação matemática. *REMATEC Revista de Matemática, Ensino e Cultura*. Ano 8, n.º 12, jan./jun., 2013, p. 22–50.

VALENTE, W. R. Editorial. *Caminhos da Educação Matemática em Revista*. v. 1, n.º 1, 2014. Disponível em: `http://aplicacoes.ifs.edu.br/seer/ojs-2.4.3/index.php/caminhos_da_educacao_matematica/issue/view/2/showToc`. Acesso em: 04 ago. 2014.

ZANATTA, B. A. O Legado de Pestalozzi, Herbert e Dewey para as práticas pedagógicas escolares. *Revista Teoria e Prática da Educação*, v. 15, n.º 1, p. 105–112, jan./abr., 2012.

Os programas de Matemática do Ensino Primário e do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário (1926–1974)

Mária Cristina Almeida
UIED – FCT-UNL / Agrupamento de Escolas de Casquilhos
ajs.mcr.almeida@gmail.com

Rui Candeias
UIED – FCT-UNL / Agrupamento de Escolas Terras de Larus
ruicandeias1@sapo.pt

Resumo: Com o objetivo de conhecermos as propostas emanadas centralmente para o ensino da matemática nos primeiros anos de escolaridade, durante o Estado Novo, neste artigo analisamos os programas de Matemática do Ensino Primário e o programa para a disciplina de Matemática do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário que entra em funcionamento em 1968, e é influenciado pelas ideias da Matemática Moderna. As principais fontes utilizadas são os Diários do Governo. O estudo situa-se no âmbito da história do ensino da matemática, perspetiva que permite aprofundar o conhecimento sobre o ensino desta disciplina. Da análise efetuada foi possível constatar a existência de dois períodos distintos. No primeiro, que vai de 1926 ao pós-guerra, assiste-se a sucessivas simplificações nos conteúdos de matemática, definidos nos programas. Este primeiro período também é caracterizado pela tónica colocada na memorização e repetição recomendada para o ensino da matemática. No segundo período, que tem início no pós-guerra, e em particular a partir de 1964, o regime desenvolve iniciativas visando uma melhoria da escolarização nacional. Estas ações passam por alterações aos programas que incidem no ensino primário elementar, mas especialmente sobre a faixa etária dos 10 aos 12 anos.

Abstract: Aiming to know the centrally issued proposals for the teaching of mathematics in the early years of schooling during the New State regime (Estado Novo), in this article we analyze the mathematics programs of basic primary education and the program for Maths in the Preparatory Secondary School, that starts operating in 1968 and is influenced by the ideas of Modern Mathematics. The main sources used are the Government Diaries. The study is

Excerto aprofundado do texto Almeida, M. & Candeias, R. (2014). *Os programas de Matemática do Ensino Primário, da Telescola e do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário em Portugal*, publicado em Almeida, J. & Matos, J. (Eds.) (2014). A Matemática nos programas do ensino não superior 1835–1974. Lisboa: UIED e APM.

Actas/Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, I, 379–394

located within the history of mathematics teaching, perspective that allows to deepen the knowledge about the teaching of this subject. The performed analysis it was established that there are two distinct periods. In the first, which runs from 1926 to the post-war, we are witnessing a successive simplifications of the contents defined in the mathematics programs. This first period is also characterized by the emphasis on memorization and repetition recommended for the teaching of mathematics. In the second period, beginning after the war, and particularly since 1964, the regime develops initiatives aiming at improving the national schooling. These actions go through changes to programs that focus on basic primary education, but especially on the age group of 10 to 12 years.

Introdução

O texto aqui apresentado decorre de um trabalho mais amplo do *Grupo de Trabalho sobre História e Memórias do Ensino da Matemática*, da Associação de Professores de Matemática (APM), que recolheu e disponibilizou para consulta num portal, os programas de matemática do ensino não superior de 1835 a 1974. Esse trabalho, coordenado por António José Almeida e José Manuel Matos, foi recentemente editado em livro pela APM (Almeida e Matos, 2014).

Nesta comunicação é feita uma análise dos programas de matemática do ensino primário e do programa para a disciplina de Matemática do *Ciclo Preparatório do Ensino Secundário*, no período compreendido entre 1926 e 1974. São analisados os programas, entendidos aqui como documentos que pretendem regular os conteúdos que são lecionados nas escolas e que são emanados de uma entidade oficial, neste caso, o Ministério da Educação.

Breve contextualização teórica

Os conteúdos de matemática que ensinamos hoje são por vezes questionados não só por professores e por alunos, mas também por outros setores da sociedade. Tais conteúdos constituem parte essencial da disciplina Matemática que, segundo Chervel (1990) "ainda que pareça imune por todos os lados, não é uma massa amorfa e inerte" (p. 198).

O presente artigo situa-se no campo da História do Ensino da Matemática. Tratando-se da história de uma disciplina escolar, apoiamo-nos em Chervel (1990), que nos diz que uma disciplina escolar é uma combinação de vários constituintes, "um ensino de exposição, os exercícios, as práticas de incitação e de motivação e de um aparelho docimológico, os quais, a cada estado da disciplina, funcionam em estreita colaboração, do mesmo modo que cada um deles está, à sua maneira, em ligação directa com as finalidades" (Chervel, 1990, p. 207). As grandes finalidades educacionais variam segundo as épocas e emergem das necessidades da sociedade global cuja evolução acaba por determinar os conteúdos de ensino. Assim, a função das disciplinas escolares "consiste em cada caso em colocar um conteúdo de instrução ao serviço de uma finalidade educativa" (Chervel, 1990, p. 191). Neste contexto, a história dos conteúdos constitui uma componente que possibilita a compreensão da finalidade de uma disciplina escolar. O estudo dos programas ajuda a compreender algumas dimensões que constituem a matemática escolar contemporânea, como por exemplo, os temas, os métodos, os materiais.

Metodologia

As fontes que constituíram a base deste trabalho são os Diários de Governo publicados no período entre 1926 e 1974. Nestes documentos procurou-se localizar essencialmente os programas do Ensino Primário. Os programas são normalmente acompanhados por instruções ou indicações de carácter metodológico. Por isso, para além de revelarem os temas e tópicos matemáticos que deveriam ser abordados no Ensino Primário, a sua sequência de ensino, a integração no todo do programa, e quando surgem ou são suprimidos dos programas determinados temas, mostram-nos também aspetos relacionados com o conhecimento matemático desejável, os métodos a utilizar e os materiais recomendados para o ensino dos conteúdos matemáticos. Estes são os aspetos que serão objeto de uma análise descritiva ao longo do trabalho que aqui apresentamos.

O Ensino Primário e o Ciclo Preparatório do Ensino Secundário no Estado Novo

A mudança de regime que ocorreu com o golpe de estado de 28 de maio de 1926 teve uma forte influência no ensino primário. Algumas disposições que regem o Ensino Primário[1] são alteradas em 1927. Este nível de ensino passa a dividir-se em três categorias: infantil, primário elementar e primário complementar. Só o Ensino Primário elementar (quatro anos) é obrigatório, sendo adotado o

[1]Decreto n.º 13.619, D. G., 100, 17/5/1927, 770–2 e Decreto n.º 13.791, D. G., 125, 17/6/1927, 999–1.002 que não diferem para efeitos deste trabalho.

regime de separação de sexos. Esta alteração reduz o ensino obrigatório de 5 para 4 anos, que estava em vigor desde 1919. Em 1930 decide-se uma nova redução da escolaridade obrigatória[2] dividindo o ensino primário elementar num 1.º grau obrigatório com três classes e num 2.º grau com a 4.ª classe. Em 1938, são apresentadas as bases da reforma do ensino primário, na Lei n.º 1.969[3]. Com esta Lei, o Ensino Primário passa a compreender dois graus: elementar, com 3 classes, e complementar, com 2 classes. Só o ensino primário elementar é obrigatório.

A política educativa do Estado Novo, com Leite Pinto como Ministro da Educação Nacional, reverte algumas das medidas que marcaram o período inicial do regime. Em 1956[4] a estrutura do Ensino Primário é alterada passando a ter apenas um grau, designado por ensino primário elementar e constituído por quatro classes. Numa primeira fase esta alteração representa o alargamento da escolaridade obrigatória de três para quatro anos, para os menores do sexo masculino, sendo posteriormente estendida ao sexo feminino em 1960[5]. O Ensino Primário é ampliado em 1964[6], passando a compreender dois ciclos, um *elementar*, correspondente às quatro classes já existentes, e outro *complementar*, constituído por duas novas classes: *5.ª e 6.ª classes*. A escolaridade obrigatória passa a ser de seis anos para ambos os sexos, dos sete anos aos catorze anos de idade. O aluno tinha que frequentar obrigatoriamente o ensino primário complementar ou o primeiro ciclo do ensino liceal ou o ciclo preparatório do ensino técnico (Almeida, 2013).

O Ciclo Preparatório do Ensino Secundário (CPES) é estabelecido em 1967 e começa a funcionar em Outubro de 1968 em duas modalidades distintas: num caso em ensino direto, presencial e noutro em ensino televisivo. A primeira modalidade chamou-se Ciclo Preparatório Direto, a segunda Ciclo Preparatório da Telescola, ou numa designação abreviada, Ciclo Preparatório TV (CPTV). As modalidades eram idênticas nos objetivos e habilitações que conferiam, compreendiam as mesmas disciplinas, os conteúdos programáticos eram os mesmos, com as adaptações necessárias tendo em vista o meio audiovisual.

[2] Decreto n.º 18.140, D. G., 72, 28/3/1930, 577–8.
[3] D. G., 115, 20/5/1938, 845–7.
[4] Decreto-Lei n.º 40.964, D. G., 284, 31/12/1956, 2.076–87.
[5] Decreto-Lei n.º 42 994, D. G., 125, 28/5/1960, 2.165–207.
[6] Decreto-Lei n.º 45.810, D. G., 160, 9/7/1964, 876–7.

A matemática nos programas do ensino primário elementar

Nos programas do ensino primário elementar de 1927[7] não existe uma disciplina designada por matemática. Os conteúdos de matemática são apresentados nas disciplinas de *Aritmética*, na 1.ª classe, e *Aritmética e sistema métrico*, nas 2.ª, 3.ª e 4.ª classes, assim como na de *Desenho*, *Geometria* e *Trabalhos Manuais* nas 1.ª, 2.ª, 3.ª e 4.ª classes. Nestes programas a disciplina de *Aritmética* ou *Aritmética e sistema métrico* surge após a disciplina de *Leitura, escrita, redação e gramática*. Nas 1.ª e 2.ª classes é a última disciplina do programa, nas 3.ª e 4.ª classes antecede as disciplinas *Ciências físico naturais* e *Geografia*. Os conteúdos de cada uma destas disciplinas são apresentados numa lista, sem instruções de caráter pedagógico. Na disciplina de *Aritmética*, na 1.ª classe, os primeiros conteúdos referem-se aos números inteiros inferiores a 100. Este estudo continua na 2.ª classe até ao 1 000 000, acrescentando-se o estudo das quatro operações. Na 3.ª classe é feito o estudo dos números primos e a decomposição em fatores primos e na 4.ª classe é trabalhado o máximo divisor comum e o menor múltiplo comum. A 1.ª classe inclui as frações cujos termos não excedam 10. O estudo das frações continua na 2.ª classe, com frações cujos termos não excedam 100 e frações decimais, e na 3.ª classe com as frações ordinárias, frações decimais com execução das quatro operações e números mistos. O estudo das quatro operações é alargado às frações ordinárias na 4.ª classe. A partir da 2.ª classe os programas incluem o estudo do sistema métrico que se inicia com as medidas de comprimento e de peso. Na 3.ª classe alarga-se o estudo às unidades de área mais vulgares e na 4.ª classe às unidades de volume e de capacidade. A numeração romana, os números ordinais e a leitura da hora indicada por um relógio, e o número complexo[8] resultante, são trabalhados a partir da 2.ª classe. A resolução de exercícios e problemas é um conteúdo comum às quatro classes desta disciplina. A disciplina de *Desenho, Geometria e Trabalhos Manuais* continha conteúdos relacionados com a geometria, como as figuras geométricas simples ou os sólidos geométricos. Nestes programas de 1927, os materiais mencionados na lista de conteúdos estão na sua maioria relacionados com a geometria, como a régua, as figuras geométricas simples, o esquadro, o compasso e o transferidor. Na disciplina de *Aritmética e sistema métrico*, a partir da 3.ª classe um dos conteúdos é o ensino da utilização de um livro de aritmética. Os programas de 1927 são aprofundados através de Instruções Pe-

[7] Decreto n.º 14.417, D. G., 225, 12/10/1927, 1.967–73.

[8] O número incomplexo é aquele que se refere a uma única unidade, e o complexo, a mais de uma unidade, no contexto das medidas de tempo.

dagógicas publicadas quase de seguida[9] em que o conhecimento dos números é considerado uma base essencial. Na *Aritmética* é recomendado um especial cuidado no ensino da 1.ª classe, que, como é salientado, deveria ser feito de maneira muito concreta. É também feito notar que os exercícios de cálculo mental deveriam ser iniciados logo que os alunos conhecessem os números dígitos e prosseguir em sessões curtas e repetidas, para levar à fixação das tábuas das operações, ao conhecimento dos números e ao fortalecimento mental dos alunos. A escrita de números e algarismos só deveria ser feita depois de o professor ter a certeza que os alunos conhecem os números a escrever, concretizando-os ou figurando-os por meio de fichas. Na 1.ª classe são recomendados os exercícios muito numerosos para a fixação das tábuas de somar e de subtrair, assim como os problemas simples envolvendo apenas as operações já aprendidas. Na 4.ª classe recomenda-se que o ensino tome um carácter bastante formal.

Em 1928 são publicados novos *Programas*[10] para o ensino primário elementar. Nestes programas, os conteúdos de matemática são apresentados na disciplina de *Aritmética* e na disciplina de *Geometria,* que é uma disciplina autónoma. Estas disciplinas estão presentes nas quatro classes e aparecem logo a seguir ao programa de *Língua Materna.* Estes programas, para além de apresentarem a lista de conteúdos a trabalhar em cada uma das classes, incluem no final um conjunto de instruções para cada uma das disciplinas. Na disciplina de *Aritmética*, o programa da 1.ª classe inclui os números inteiros até 100 e depois até 1000. São ainda incluídos nesta classe a representação do dinheiro português e as quatro operações no limite numérico indicado. Na 2.ª classe, o programa é claramente simplificado relativamente ao anterior, sendo retirados os conteúdos relacionados com o sistema métrico, que passam a constar apenas nas 3.ª e 4.ª classes. Na 2.ª classe, os números inteiros são estudados até à centena de milhar e são trabalhadas as frações ordinárias cujos termos não excedam 10. Nas 3.ª e 4.ª classes também são reduzidos os programas, onde deixam de constar conteúdos como as potências, números primos, máximo divisor comum, mínimo múltiplo comum, regra de três simples. Em *Geometria* são trabalhadas noções simples de volume, superfície, linha e ponto, polígonos, arcos e circunferências e sólidos geométricos. Embora muitos destes conteúdos já constassem da disciplina de *Desenho*, *Geometria* e *Trabalhos Manuais* do programa anterior, a *Geometria* surge neste programa como disciplina autónoma e com um maior número de conteúdos. Os materiais relacionam-se na sua maioria com a geometria, como a régua, o esquadro, o transferidor e o compasso, ou com o sistema métrico, como as balanças e as medidas

[9] Portaria n.º 5.060, D. G., 233, 21/10/1927, 2.047–65.
[10] Decreto n.º 16.077, D. G., 247, 26/10/1928, 2.211–27.

de capacidade. As *Instruções* que acompanham a publicação dos programas contêm uma descrição da forma como devem ser abordados os conteúdos das disciplinas nas diferentes classes. Nas instruções de *Aritmética* para a 1.ª classe recomenda-se um ensino fundado em base concreta com elevação posterior ao domínio abstrato. A noção de número inteiro ou natural é dada ao aluno "(...) primeiro por colecção de objetos ou sinais idênticos, depois na de sons e por fim na repetição de fenómenos da mesma natureza" (Programas do Ensino Primário Elementar, 1928, p. 2217). A iniciação às operações deverá ser sempre feita com recurso à concretização. Nos problemas, recomenda-se que sejam simples, práticos e numerosos, referindo-se que as crianças devem ser levadas a raciocinar sobre cada enunciado e não recorrendo à memorização. O estudo da *Geometria* começa pela noção intuitiva de volume e dessa base concreta se elevará às noções abstratas. O cubo ou o paralelepípedo são usados como exemplo na abordagem à noção de volume. Na 4.ª classe é feito o estudo do círculo e da circunferência e a avaliação prática da área do triângulo ou de qualquer polígono regular ou irregular pela soma das áreas dos triângulos ou dos triângulos e trapézios em que se decomponha.

Nos *Programas* de 1929[11] consideram-se as três primeiras classes como a base do ensino primário elementar, sendo a 4.ª classe um ensino complementar para aqueles que não possam continuar os estudos. Nestes programas os conteúdos matemáticos fazem parte de duas disciplinas, *Aritmética* e *Geometria*. A *Aritmética* inicia-se na 1.ª classe e a *Geometria* tem início na 3.ª classe. Estas disciplinas estão nos programas logo após a disciplina de *Língua Materna*. Os conteúdos de *Aritmética* são simplificados logo desde a 1.ª classe, que fica reduzida à concretização dos números até 100 e à concretização das quatro operações. Os programas das 2.ª, 3.ª e 4.ª classes desta disciplina mantêm-se quase inalterados, sendo apenas retirados os números ordinais na 2.ª classe. No entanto, é de realçar que os conteúdos de *Aritmética* que correspondem à escolaridade obrigatória são significativamente reduzidos, já que a 4.ª classe se torna complementar, sendo ensino não obrigatório. A disciplina de *Geometria* passa a constar apenas nos programas das 3.ª e 4.ª classes. O programa da 3.ª classe mantém os conteúdos que já constavam no programa da anterior 3.ª classe, com os antigos conteúdos dos programas das 1.ª e 2.ª classes desta disciplina e ainda vai conter alguns conteúdos que constavam anteriormente no programa da 4.ª classe, como o trabalho com a circunferência, o transferidor e a avaliação prática da superfície dos polígonos. O programa de *Geometria* da 4.ª classe fica praticamente reduzido a uma revisão dos conteúdos da 3.ª classe.

[11]Decreto n.º 16.730, D. G., 83, 13/4/1929, 896–908.

As instruções pedagógicas destas duas disciplinas não introduzem alterações significativas relativamente ao programa anterior.

Em 1937 publicam-se novos programas para o *Ensino Primário Elementar* agora constituído pelas três primeiras classes[12], continuando em vigor o programa da 4.ª classe, publicado em 1929. Apesar das alterações anteriores terem procedido a simplificações nos programas, é nesta remodelação que os conteúdos de matemática são reduzidos, principalmente nos três primeiros anos de escolaridade, que entretanto passam a constituir a escolaridade obrigatória. Os conteúdos de matemática estão integrados na disciplina de *Aritmética*, que é a segunda disciplina, logo após o programa de *Língua Materna*. Esta disciplina passa a incluir o sistema métrico e o conhecimento da geometria prática, apenas na 3.ª classe. A redução é particularmente significativa na 3.ª classe, de onde são retirados conteúdos como as condições de divisibilidade por 2, 3, 5, 9 e 10, as frações decimais e as operações com frações decimais. Na geometria também é significativa a redução de conteúdos, deixando de ser trabalhadas na 3.ª classe noções como retas perpendiculares e paralelas, decomposição de polígonos em triângulos ou em quadriláteros e em triângulos, corda, tangente secante, segmento, sector e coroa circulares. Nestes programas não existem referências explícitas a materiais a utilizar no ensino, mas incluem um conjunto de *Observações* para as três classes. No estudo dos números, refere-se que "o conhecimento da formação dos números é o saber contar e a origem do desenvolvimento lógico e progressivo do raciocínio" (*Programas do ensino primário elementar*, 1937, p. 288). Pretende-se que o ensino da numeração comece com "objetos facilmente manuseáveis e partindo de um deles — uma unidade —, os alunos farão repetidos exercícios de composi[ç]ão e decomposição dos números, juntando e tirando primeiro um e depois mais objetos, aliando a estas diferentes operações, o nome dos números resultantes" (Programas do ensino primário elementar, 1937, p. 288). Só depois deste processo seria feito o registo, com a utilização de algarismos. Realçando-se que "no equilíbrio no emprego sucessivo destes processos se põe à prova o tato pedagógico do professor: nem demasiada materialização, que origine preguiça mental, nem demasiada abstração que deixe lacunas intransponíveis para a sequência lógica e dedutiva do raciocínio" (Programas do ensino primário elementar, 1937, p. 288). Estas *Observações* incentivam a repetição e memorização, referindo-se que "todas as crianças devem fazer repetidas vezes, para fixação perfeita do cálculo, a construção das tábuas da adição e da multiplicação", no entanto, também se destaca a importância dos "problemas simples, interessantes, tirados da vida real infantil, que as próprias crianças poderão enunciar, dar-lhes-ão o sentido do

[12] Decreto n.º 27.603, D. G., 72, 29/3/1937, 286–90.

valor utilitário da aritmética" (Programas do ensino primário elementar, 1937, p. 288).

Em 1960 são publicados novos programas para o Ensino Primário[13]. Reconhece-se que os programas em vigor — de 1937 para as três primeiras classes, e de 1929, para a quarta classe — eram já pouco adequados e "não podem corresponder à evolução da vida portuguesa e das técnicas pedagógicas do último quarto de século" (Decreto-Lei n.º 42.994, 1960, p. 1.271). Nestes programas de 1960 os conteúdos de matemática estão incluídos em *Aritmética*, presente nas quatro classes deste grau de ensino, e *Geometria*, nas 3.ª e 4.ª classes e surgem logo após os programas de *Língua Portuguesa.* Salienta-se a extensão dos conteúdos e o pormenor com que são apresentados. Alguns conteúdos retirados anteriormente são retomados, nomeadamente na geometria. O sistema métrico volta a ser trabalhado logo desde a 1.ª classe, contendo algumas alterações como o trabalho com unidades de medida não convencionais. O trabalho com as frações e a relação destas com os números decimais e com as percentagens é outro aspeto que se destaca neste programa. Em relação aos materiais, são mencionados os objetos para contagens, os instrumentos de medida, as moedas e o relógio. O pormenor das *Instruções* para a abordagem dos conteúdos propostos é também relevante. Nas instruções é salientado o papel dos problemas no ensino da aritmética: "[o]s problemas devem considerar situações vividas pelos alunos ou que, pelo menos, estejam ao alcance da sua observação e do seu interesse. As próprias crianças os poderão trazer da vida para a escola, embora seja em geral mais conveniente que o professor os proponha de acordo com o seu critério" (Decreto n.º 42 994, p. 1276).

Ao contrário dos programas de 1937, onde a memorização e a repetição eram considerados aspetos centrais no ensino da aritmética, os programas de 1960 destacam a importância dos alunos resolverem problemas que apresentem reais dificuldades para o nível de desenvolvimento dos alunos. Estas instruções salientam também que não deverá existir uma excessiva repetição.

> Um problema representa normalmente para a inteligência da criança uma real dificuldade. (...) Na resolução de problemas dê-se, quanto possível, preferência ao cálculo mental sobre o cálculo escrito.
>
> Não se repita desnecessariamente um problema já resolvido pelos alunos. Repetir um problema vale tanto como repetir operações (Decreto n.º 42 994, p. 1276).

Os programas do ensino primário elementar são de novo modificados em

[13]Decreto-Lei n.º 42.994, D. G., 125, 28/5/1064, 2.165–207.

1968[14]. Entre o programa de 1960 e o de 1968, não existem muitas alterações nas disciplinas de *Aritmética* e de *Geometria.* No entanto, é de realçar que as *Instruções*, que existem no final dos programas de *Aritmética* e de *Geometria* de 1960, passam a constituir um conjunto de *Observações* nestes programas de 1968. Para além desta mudança de designação, existe apenas uma alteração da terminologia utilizada na multiplicação e na divisão. Onde se utilizava a palavra "grupos" no programa de 1960, passa-se a utilizar a palavra "conjuntos" em 1968 e uma alteração ao nível de conteúdo, deixando-se de trabalhar as percentagens. A substituição da palavra "grupos" pela palavra "conjuntos" poderá estar relacionada com o significado que a palavra "grupo" tinha adquirido no contexto da Matemática Moderna, movimento que viria a influenciar muito os *Programas do ensino primário para o ano lectivo 1974–1975* (Candeias, 2007).

A matemática nos programas do ensino primário complementar

A estrutura do ensino primário complementar aprovada em 1927 compreende duas classes, ambas compostas pelas seguintes disciplinas: Português, Francês, História, Geografia, Matemática e Noções de Escrituração Comercial, Ciências Físico-Químico-Naturais e Desenho e Trabalhos Manuais Comuns[15]. Os conteúdos de matemática estão incluídos nas disciplinas de *Matemática e Noções de Escrituração Comercial* e *Desenho e Trabalhos Manuais Comuns.*

Os Programas do ensino primário complementar e as respetivas Instruções são publicados em 1928[16]. Nestes programas é salientada a nova natureza deste ensino, mais prático em contraste com o anteriormente ministrado, por exemplo em matemática, o aluno destas escolas "não demonstrará os teoremas das operações algébricas, mas saberá efetuá-las, como saberá pôr um problema simples em equação e resolvê-la; não demonstrará as relações dos elementos de um triângulo, mas determinará uma superfície e um volume, quaisquer que eles sejam" (Decreto n.º 14.900, p. 120). Nas Instruções para a execução destes programas é reforçado que o ensino da matemática tem como intenção preparar o estudante para problemas de ordem prática que lhe apareçam no dia a dia. Deve ser um ensino utilitário devendo deixar de se fazer exercícios cujo principal objetivo é exercer a designada "ginástica mental". O professor deve

[14] Portaria n.º 23.485, D. G., 167, 16/7/1968, 1.019–36.

[15] Decreto n.º 13.791, D. G., 125, 17/6/1927, 999–1.002.

[16] Decreto n.º 14.900, Programas de Ensino Primário Complementar D. G., 12, 16/1/28, 119–25 e Portaria n.º 5.155, Instruções para a execução dos programas do Ensino Primário Complementar, D. G., 12, 16/1/28, 125.

ser bastante claro não deixando que os alunos adquiram a atitude da dúvida sistemática, que consideram ser o alicerce da ciência especulativa. Nestas instruções o professor fica a conhecer claramente o que deve, e como deve ensinar em cada classe. Os programas das 1.ª e 2.ª classes do ensino primário complementar são fundamentalmente uma lista de conteúdos a tratar, ressaltando da sua leitura função utilitária da matemática e a importância dada à atividade de resolução de exercícios e problemas. Com efeito, podemos ler nestes programas:

> Revisão dos conhecimentos adquiridos acerca dos números inteiros e fraccionários, das operações executadas sobre os mesmos, das proporções, das noções de geometria. Exercícios muito numerosos, embora simples, de cálculo mental. Exercícios e problemas. (...) Seno, coseno, tangente e cotangente de ângulos não excedentes a 180°. Resolução de triângulos rectângulos. Exercícios: construções e problemas numéricos. (...) Progressões aritméticas e geométricas. Logaritmos vulgares. Exercícios numerosos e problemas. Traçados e emprego de gráficos. Exemplos de resolução gráfica do problema e do emprego de ábacos. Conhecimento e uso de regras de cálculo bastante simples. Percentagem. Bónus. Descontos. Juros simples e compostos. Anuidades. Fundos públicos. Regras: conjunta da divisão em partes proporcionais, de companhia e de liga ou mistura. Conhecimento do emprego de tabelas de juros. Exemplos do estabelecimento de orçamentos simples e de determinação de preços de fabrico e de venda. Exame de algumas tabelas e gráficos de estatísticas demográficas, comerciais, industriais e agrícolas. (Decreto n.º 14.900, pp. 122–4)

Com a ampliação do Ensino Primário efetuada em 1964, foi necessário elaborar novos programas para o ensino primário complementar. Os programas do *Ciclo Complementar do Ensino Primário* são aprovados em 1967[17] a título experimental, referindo-se que dos resultados da sua aplicação poderiam guiar futuros aperfeiçoamentos. A estrutura do Ciclo Complementar do Ensino Primário compreende duas classes, ambas compostas pelas seguintes disciplinas: Língua Portuguesa, História de Portugal, Matemática, Ciências Geográfico-Naturais, Desenho e Trabalhos Manuais Educativos, Moral e Religião, Educação Física e Educação Musical. O ensino da matemática neste ciclo pretendia a aquisição de conhecimentos de aplicação prática, o desenvolvimento das fa-

[17] Portaria n.º 22.966, D. G., 242, 17/10/1967, 1.834–59 e retificados pela Declaração, D. G., 284, 7/12/1967, 2.239–46.

culdades do espírito, a integração dos alunos na realidade da época e da sociedade e eventual prosseguimento de estudos. Cabia ao professor, "estudando o programa na sua letra e no seu espírito, ver até que ponto cada assunto pode servir para se atingirem aqueles objectivos" (Portaria n.º 22.966, p. 1841)

Apesar de não haver referência a escrituração comercial no nome da disciplina continuam a aparecer alguma terminologia e noções comerciais nos novos programas. Os programas da disciplina de Matemática estão divididos em secções, sendo onze em cada classe. A 5.ª classe seria em grande parte revisão de assuntos já antes aprendidos no ciclo elementar, salientando-se que esta revisão devia ser um desenvolvimento que evidenciasse aspetos não conhecidos dos alunos, incluindo novas justificações e novas aplicações. Na 6.ª classe, há uma separação da *Aritmética* e da *Geometria*, sendo o professor aconselhado a alternar as lições destes assuntos como se se tratasse de duas disciplinas separadas. É referida como novidade deste programa o aparecimento no estudo da Aritmética da noção de equação, e da resolução de problemas por meio de equações. Um outro aspeto a destacar é o desaparecimento do estudo das proporções, as 'regras de três' passariam a ser resolvidas pelo método de redução à unidade, enquanto em problemas em que pudessem aparecer proporções ou 'regras de três' estes seriam resolvidos por meio de equações. Manteve-se apenas a noção de proporção. Também desaparece o conteúdo relativo às razões trigonométricas e resolução de triângulos rectângulos, polinómios, resolução de equações do segundo grau e sistemas de equações. Aparecem as propriedades das operações e as frações. Nas observações ao programa recomenda-se ao professor que relacione a matemática com a matéria de outras disciplinas, sendo dadas sugestões de aplicações ao Desenho, às Ciências Naturais e ao Português. Para esta última, com vista à utilização de uma linguagem clara e precisa por parte dos alunos, recomenda-se que eles deveriam efetuar pequenos exercícios escritos que podiam ser, por exemplo, enunciados de problemas da invenção dos alunos e descrição de construções geométricas. Na abordagem de algumas noções de Geometria aconselha-se que sejam utilizadas situações tiradas do ambiente envolvente ou da experiência do aluno e refere-se que o que importa do estudo das propriedades das operações é a sua aplicação ao cálculo mental, cuja prática é recomendada. Preconiza-se ainda que no estudo de alguns assuntos o grau de dificuldade dos exercícios não devia exceder o dos exemplos aí apresentados.

O alargamento do ensino básico através do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário

A criação do CPES deu-se numa altura em que decorriam várias experiências pedagógicas ao nível da Matemática, no âmbito da Reforma da Matemática Moderna, tendo sido o programa do CPES de 1968 elaborado com base nessas experiências.

Nos programas de algumas disciplinas do CPES as metodologias de ensino, preconizavam um ensino ativo e prático, procurando despertar o espírito de observação, a imaginação criadora, o sentido estético, o gosto do empreendimento e do esforço pessoal, assim como o reconhecimento do valor do trabalho (Sousa, 2012; Wielewski e Matos, 2009). No programa de Matemática do CPES explicitaram-se os princípios que presidiram à elaboração do mesmo. Por um lado, procurou-se uma adequação à idade dos alunos, enfatizando uma base intuitiva e concreta para matemática. Nesse sentido, preconizava-se fazer surgir naturalmente os conceitos a partir de exemplos familiares ao aluno, conduzindo-o a elaborar por si os esquemas abstratos da matemática, que depois iria reciprocamente, aplicar em situações concretas da vida corrente (Bento, 2012). Procurou-se ainda adequar o programa às finalidades do ciclo de ensino — que assume um carácter polivalente, imprimindo "ao ensino uma orientação mais próxima das aplicações técnicas" (Portaria n.º 23.601, 1968, p. 1396)[18], permitindo o prosseguimento de estudos, quer por via profissionalizante nas escolas técnicas, quer de acesso ao ensino superior através dos ciclos liceais. Por um lado, procurou-se mudar os tópicos ou seja, pretendeu-se uma reorganização e modernização dos conteúdos, e, por outro lado, os métodos de ensinar matemática.

É ao nível do conteúdo que a disciplina de Matemática do CPES sofreu alterações mais significativas, com uma reformulação inovadora dos programas (Sousa, 2013). A linguagem de conjuntos assume agora um papel preponderante na abordagem da maioria dos conceitos de aritmética e álgebra, sendo ainda aconselhada a introdução moderada e progressiva do uso de letras em igualdades simples. A geometria é simplificada, sendo a sua abordagem mais superficial. O tema central do CPES é o estudo dos números racionais. Consideram-se apenas números racionais absolutos, uma vez que a noção de número negativo só será introduzida posteriormente.

O programa de Matemática do primeiro ano assentava em quatro grandes temas: Conjuntos. Operações aritméticas. Números racionais. Geometria e estava dividido em nove capítulos: Conjuntos e números. Operações com nú-

[18]Portaria n.º 23.601, D.G, 213, 9/9/1968.

meros inteiros. Números racionais. Cálculos com decimais. Medição de comprimentos. Medição de tempos. Medição de velocidades. Introdução concreta à geometria. Elementos de geometria plana. O programa de Matemática do segundo ano estava dividido em sete capítulos: Conjuntos e números inteiros. Grandezas e racionais. Elementos de geometria plana. Medição de áreas. Medição de volumes. Medição de pesos e massas. Proporcionalidade.

A fase da introdução dos programas do CPES não decorreu da forma esperada. No ano inicial o principal problema apontado foi a extensão dos programas, o que levou os serviços de Inspeção do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário, a enviarem constantes indicações e instruções aos docentes e a reformulações nos programas nos anos subsequentes (Bento, 2012, Matos, 2005).

Conclusões

No que diz respeito aos conteúdos a trabalhar no ensino primário elementar, no período em análise destacam-se dois momentos. Dos programas de 1927 até aos programas de 1937 assiste-se a uma redução dos conteúdos a trabalhar, que é particularmente evidente nos programas de 1937, contribuindo para isso o facto da 4.ª classe deixar de pertencer ao ensino primário elementar e obrigatório. Em 1960 é aprovado um novo programa para o ensino primário elementar que retoma alguns conteúdos que tinham sido retirados no programa anterior e acrescenta novos conteúdos. Neste programa de 1960 os conteúdos são apresentados de uma forma mais pormenorizada, constituindo muitas vezes sequências didáticas para o desenvolvimento do trabalho com um determinado conteúdo. Em relação às metodologias e indicações para o ensino os primeiros programas analisados destacam a necessidade da concretização dos conteúdos, principalmente na 1.ª classe. Os programas de 1937 colocam a tónica na memorização e na necessidade da repetição. Com os programas de 1960 dá-se algum destaque à resolução de problemas do dia a dia, embora estes tenham como objetivo trabalhar as quatro operações aritméticas. As referências aos materiais para o trabalhar os conteúdos mantêm-se quase constantes ao longo do período em estudo. Estes materiais relacionam-se muitas vezes com a geometria, ou com o sistema métrico e a utilização de instrumentos de medida. Também são comuns aos vários programas, as referências, mais ou menos explícitas, à utilização de materiais de contagem não estruturados para a iniciação aos números inteiros.

No que concerne ao ensino primário complementar, observa-se nos programas de 1967 relativamente aos de 1928 uma maior compartimentação e especificação dos conteúdos. Algumas das novas noções e conteúdos, bem como os conteúdos retirados, são justificados pelas suas aplicações. No que respeita a indicações para o ensino, ambos os programas salientam que deve procurar-se relacionar a matemática e a matéria de outras disciplinas. Em 1967, para além da anterior, destacam-se as recomendações relativas ao cálculo mental. Nos programas de 1928, os materiais aconselhados são ábacos e réguas de cálculo, enquanto que em 1967 não há referências a materiais a utilizar no ensino.

A inclusão da Matemática Moderna no programa do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário introduziu mudanças significativas ao nível de conteúdos e metodologias em aula. A linguagem da teoria dos conjuntos foi colocada desde o início como via para a compreensão dos tópicos matemáticos. Preconizando-se que o ensino devia adequar-se aos interesses e experiências dos alunos, à sua faixa etária e ao meio envolvente, não se resumindo a uma sistematização lógica de conteúdos. No que refere a materiais a utilizar no ensino, sugeria-se que, se possível, os mesmos se construíssem na disciplina de Trabalhos Manuais.

Referências

Almeida, J. & Matos, J. (Eds.) (2014). *A Matemática nos programas do ensino não superior 1835–1974*. Lisboa: UIED e APM.

Almeida, M. (2013). *Um olhar sobre o ensino da Matemática, guiado por António Augusto Lopes*. Tese de Doutoramento, Universidade Nova de Lisboa.

Almeida, M. C., & Candeias, R. (2014). Os programas de matemática do ensino primário, da Telescola e do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário. Em A. Almeida & J. M. Matos (eds.). *A matemática nos programas do ensino não-superior (1835–1974)*. Caparica: UIED e APM.

Bento, M. (2012). *A introdução da Matemática Moderna no Ciclo Preparatório do Ensino Secundário em Portugal*. Tese de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa.

Candeias, R. (2007). *Contributo para a história das inovações no ensino da matemática no primário: João António Nabais e o ensino da matemática no Colégio Vasco da Gama*. Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa.

Carvalho, R. (2006). *História do ensino em Portugal: desde a fundação da nacionalidade até ao fim do regime de Salazar – Caetano*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Chervel, A. (1990). História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, 2, 177–229.

Matos, José Manuel (2005). Aprendizagens no Ciclo Preparatório de 1972: um estudo sobre o sucesso da Matemática Moderna. *Educação e Matemática*, 85, 7–12.

Nóvoa, A. (1996). Ensino primário. Em Rosas, F. e Brito, J. M. (1996). *Dicionário de história do Estado Novo*. Volume I. Venda Nova: Bertrand Editora.

Sampaio, J. (1975). *O ensino primário 1911–1969. Contribuição monográfica*. Volume II, 2.º período 1926–1955. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Sousa, C. (2013). *O Ensino da Matemática no CPES, Análise de Manuais*. Tese de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa.

Wielewski, G. D. & Matos, J. M. (2009). O currículo de Matemática prescrito no Ciclo Preparatório do Ensino Secundário português. Em J. A. Fernandes, M. H. Martinho e F. Viseu (Eds.), *XX Seminário de Investigação Matemática*. Viana do Castelo: Associação de Professores de Matemática, 239–248.

Modernização do ensino da Matemática no ensino liceal em Portugal, na década de 1960

Mária Cristina Almeida
UIED – FCT-UNL / Agrupamento de Escolas de Casquilhos
ajs.mcr.almeida@gmail.com

Resumo: Neste artigo pretende-se compreender como se desenvolveu a modernização do ensino da Matemática, em Portugal, focando o trabalho da Comissão nomeada em 1963 para fazer a revisão do programa da disciplina de Matemática do 3.º ciclo liceal. Para um melhor entendimento das condições que se criaram na educação permitindo a modernização do ensino da Matemática em Portugal, apresentaremos uma breve contextualização político-educativa. Em seguida, faremos um apontamento sobre a reforma da Matemática Moderna num nível internacional destacando momentos que tiveram influência em Portugal. Por fim, analisaremos o papel da OCDE e o trabalho da referida Comissão no projecto de modernização do ensino da Matemática, abordando o programa elaborado por Sebastião e Silva para experiência e os cursos de actualização de professores necessários para uma reforma na educação matemática. Este texto baseia-se na análise de fontes impressas e manuscritas, complementada com entrevistas.

Abstract: This paper aims to understand the ways in which the modernization of school mathematics in upper secondary education came to be, in Portugal, focusing on the work of the Commission appointed in 1963 to reform the mathematics syllabus of the upper cycle of Liceus (3rd cycle). To perceive the conditions that allowed the modernization of mathematics teaching in Portugal, we will begin by presenting an overview of political and educational contexts. Then, we will address the international New Math movement, targeting moments which were influential for the modernization of school mathematics in Portugal. Finally, we analyze the work of the Commission, addressing the mathematics syllabus for experiment organized by Sebastião e Silva and the teacher training courses needed for reform in mathematical education. We based mainly on the analysis of printed and manuscript sources, supplemented with interviews.

Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT (Fundação para a Ciência e Tecnologia), no âmbito do projeto PTDC/CPE-CED/121774/2010 ("Promover o sucesso em Matemática").

Introdução

A ideia de que se tornava necessária uma renovação no ensino da Matemática, desenvolve-se no período pós 2.ª Guerra Mundial, particularmente em diversos países europeus e nos Estados Unidos da América. Este movimento internacional conduziu a uma reforma curricular, que ocorre entre a segunda metade da década de 50 e a primeira metade dos anos 70 do séc. XX, e que recebeu o nome de reforma da Matemática Moderna (Guimarães, 2007; Matos, 1989, 2006).

Neste texto pretende-se compreender como se desenvolveu a modernização do ensino da Matemática no ensino liceal em Portugal, a partir do fim dos anos 1950, focando o trabalho da Comissão nomeada em 1963 para fazer a revisão do programa da disciplina de Matemática do 3.º ciclo (Despacho ministerial, Julho de 1963). Os membros da Comissão eram José Sebastião e Silva (presidente), Jaime Furtado Leote, Manuel Augusto da Silva, António Augusto Lopes (vogais).

Para compreender a história do ensino da Matemática partindo da perspectiva da história das disciplinas escolares e da cultura escolar (Chervel, 1990; Julia, 2001) devemos entender a escola não como um simples agente de transmissão de saberes elaborados fora dela, mas como uma instituição que os adapta, os transforma, criando um saber e uma cultura próprias. Chervel (1990) aponta os momentos de reforma como momentos privilegiados para estudar a história das disciplinas escolares. Neste contexto, a reforma da Matemática Moderna é um momento rico para o estudo da história do ensino da disciplina. Valente (2007) indica fontes que permitem a construção de uma história do ensino da Matemática:

> Esses materiais estão reunidos, em boa parte, nos arquivos escolares. Diários de classe, exames, provas, livros de atas, fichas de alunos e toda uma série de documentos estão nas escolas para serem interrogados (...) há os arquivos pessoais de alunos e professores. Neles é possível encontrar cadernos de classe, cadernos de exercícios, rascunhos, trabalhos escolares e toda uma sorte de documentos ligados aos cursos e aulas. (...) Decretos, normas, leis e reformas da educação, constituem material precioso para a análise de como a educação é pensada em diferentes momentos históricos e de que modo se busca ordenar a sua prática. Todo esse conjunto de traços, de documentos sobre o passado, inclui, ainda, dependendo do período histórico a ser estudado, o trato com a história oral, com a pesquisa junto a protagonistas ainda vivos, das práticas

pedagógicas do ensino de matemática realizada noutros tempos. (39–40)

Para ajudar entender as condições que se criaram na educação permitindo a modernização do ensino da Matemática em Portugal, apresentaremos uma breve contextualização político-educativa. Continuamos com um apontamento sobre a reforma da Matemática Moderna num nível internacional destacando momentos que tiveram influência em Portugal. Por fim, analisamos o trabalho da atrás referida Comissão no projeto de modernização do ensino da Matemática, abordando o programa em experiência, elaborado por Sebastião e Silva, e os cursos de atualização de professores. Para elaboração deste texto foram analisadas fontes impressas e manuscritas. A análise foi complementada com entrevistas a António Augusto Lopes (AAL[1]). O levantamento documental foi realizado na Hemeroteca de Lisboa, na Biblioteca Nacional, no Arquivo Histórico da Secretaria-Geral do Ministério da Educação, no Arquivo da Escola Secundária Rodrigues de Freitas e em documentos facultados por AAL.

Contextualização político-educativa

No início da década de 1960, Portugal vivia em regime ditatorial e procurava o desenvolvimento económico, tecnológico e científico que pediam uma maior qualificação da população ativa (Teodoro, 1999). A nível internacional, há organismos que têm um papel importante nas ações educativas nacionais, essencialmente após a 2.ª Guerra Mundial, a UNESCO (desde 1945) e a OECE/OCDE (criada em Paris, em 1948). Em Portugal, a influência que se fez notar, através de encontros científicos e cursos práticos, estudos e relatórios, foi a da OCDE, apoiada pelos sectores industriais, pela necessidade de técnicos especializados e pelos liberais do Estado Novo (Teodoro, 2001).

O sistema escolar português (1948–1968) compreendia o ensino primário (6–9 anos), que era obrigatório, e o ensino secundário, que englobava dois ramos: o ensino liceal e o ensino técnico. O ensino liceal dividia-se em três ciclos — 1.º ciclo (10–11 anos), 2.º ciclo (12–14 anos), 3.º ciclo (15–16 anos). No 3.º ciclo, os alunos preparavam-se para estudos universitários, visando as profissões liberais e quadros técnicos superiores. O número de alunos no ensino liceal era, no começo dos anos 1960, cerca do triplo do de 1930. E, entre 1960 e 1975, o aumento do número de alunos no ensino liceal quase sextuplicou (Nóvoa, 1996).

[1] Ao longo do texto utilizaremos esta sigla para simplificar a leitura.

No que concerne à Matemática ensinada nos liceus, esta estava descompassada com o desenvolvimento tecnológico e com Matemática ensinada na universidade, exigindo a revisão do currículo (Silva, 1969). No período da reforma da Matemática Moderna, a "matemática deveria estar presente como uma das disciplinas principais na formação dos futuros homens de ciência" (Valente, 2003, 247). Num artigo publicado na imprensa periódica Sebastião e Silva justifica a necessidade de "modernização" dos conteúdos da Matemática nos liceus, com a enorme expansão científica e tecnológica que se deu após a 2.ª Guerra Mundial, adoptando, para Portugal, os argumentos empregues pelos defensores do movimento internacional da Matemática Moderna realçando o papel que a matemática era chamada a desempenhar na ciência, na técnica, na indústria, na economia e, em geral na cultura dos países civilizados (*Diário Popular*, 6-3-1963).

Em 1963, foi instituída a Comissão encarregada da atualização dos programas da disciplina de Matemática do 3.º ciclo do ensino liceal. Integravam a comissão José Sebastião e Silva (presidente), Jaime Furtado Leote, Manuel Augusto da Silva, António Augusto Lopes (vogais). O presidente era professor catedrático da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa e os vogais eram os professores metodólogos de Matemática nos Liceus Normais de Pedro Nunes, de D. João III e de D. Manuel II, respectivamente.

Apontamento sobre a reforma da Matemática Moderna

Em 1957, teve lugar a conferência de Madrid da Comissão Internacional para o Estudo e Aperfeiçoamento do Ensino da Matemática (CIEAEM) (Matos, 2006). Os participantes portugueses na conferência de Madrid da Comissão Internacional para o Estudo e Aperfeiçoamento do Ensino da Matemática (CIEAEM), foram os professores Sebastião e Silva, José Calado, Silva Paulo e Santos Heitor. Sobre a conferência de Madrid, no livro *El material didático matemático atual*, Puig Adam (1958), refere que um dos grupos de trabalho dedicados aos modelos (materiais) contou com a orientação de uma equipa belga da qual fazia parte Servais que mostrou "os colegas dos outros países a dobrar, colar, recortar e soldar" (Adam, 1958, 26). Não se tratava só de mostrar como construir o modelo, o objectivo era partir da concepção do modelo e refletir sobre as operações necessárias para realizá-lo, discutindo quais os materiais mais apropriados, as suas vantagens e desvantagens e quais as consequências didáticas para as crianças. A originalidade dos modelos expostos, especialmente os materiais polivalentes e dinâmicos extraídos do dia a dia surpreendeu os participantes que estavam habituados aos modelos estáticos clássicos de vitrine (Adam, 1958, 27). Esta reunião agitou as águas da renovação do ensino em Portugal, houve comentários das novas ideias sobre o ensino da matemática em diversos artigos e entrevistas, e, nesse mesmo ano, numa sessão pública Calado "perante o Ministro da Educação Nacional da época, Francisco Leite Pinto, reclama o lançamento da reforma" (Matos, 2006, 95).

Em 1963, por iniciativa da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE) realiza-se em Atenas uma Réunion Internationale de Travail sur les Nouvelles Méthodes d'Enseignement des Mathématiques. A Reunião decorreu entre os dias 17 a 23 de Novembro, no Hotel Ambassadeurs. Esta Reunião em Atenas teve como principal objetivo

> une présentation et une discussion des programmes d'enseignement des mathématiques, envisagées du point de vue d'une formation scientifique moderne et du problème simultané de la formation des professeurs aux mathématiques modernes. La discussion devait mettre en évidence et contribuer à éclairer les problèmes de reforme et d'adaptation des programmes de mathématiques aux besoins actuels ou á venir, et en même temps rechercher les voies d'une solution possible à ces problèmes. (OCDE, 1964, 312)

Em cada dia da semana as sessões eram dedicadas a um assunto, pelo que as comunicações e a discussão em grupos de trabalho desse dia incidiam sobre a temática prevista (Tabela 1). Nas sessões diárias havia um presidente e um secretário. No dia 18, antes da sessão da manhã, teve lugar na Universidade de Atenas a abertura oficial da Conferência pelo Presidente da reunião professor Papaioannou (Almeida, 2013).

No último dia, o balanço da Conferência foi feito por O. Rindung, tendo sido apresentadas as resoluções, conclusões e observações obtidas nos grupos de trabalho. Sobre as turmas-piloto enfatiza-se a importância de turmas experimentais em matemática com o objetivo de facilitar a introdução de novos métodos. A Conferência recomendou que "every O.E.C.D. country should proceed to modernize its mathematics programmes in the schools as far as rapidly as its training resources allow" (Almeida, 2013, 171). A formação de professores revelava-se fundamental para realizar a modernização dos programas e a renovação pedagógica do ensino da Matemática.

Nesta Reunião, Portugal esteve representado por Sebastião e Silva, Jaime Leote e António Augusto Lopes, que eram elementos da comissão recentemente constituída para estudar a atualização dos programas de Matemática do ensino liceal. António Augusto Lopes ao mencionar a ida à Reunião em Atenas, referiu que Sebastião e Silva teve uma intervenção ativa nos trabalhos

Dia	Assunto
18	*Les nouveaux programmes de mathématiques dans l'enseignement secondaire*
19	*Enseignement des concepts et des méthodes mathématiques modernes*
20	*Expérimentation de l'enseignement des mathématiques modernes dans les classes pilotes*
21	*Le recours aux applications dans l'enseignement des mathématiques*
22	*La formation mathématique des professeurs*
23	Balanço da conferência. Tendo sido apresentadas as resoluções, conclusões e observações obtidas nos grupos de trabalho.

Tabela 1: Assuntos tratados na Reunião de Atenas, realizada em novembro de 1963 (Almeida, 2013).

desenvolvidos, tendo aí apresentado e discutido um programa que estava em início de experimentação em Portugal. Um cronograma da Conferência pode ser consultado na Tabela 2.

18	MANHÃ	*COMUNICAÇÕES* **Vectores**, por L. Pauli; **Conjuntos**, por J. Laub; **Geometria (para primeiros anos)**, por N. Kritikos; **Geometria (ciclo superior)**, por M. Villa; **Álgebra**, por E. G. Begle *GRUPOS DE TRABALHO* Discussão sobre inovações no âmbito dos programas escolares
	TARDE	*CONFERÊNCIA* **Une répartition moderne des matières mathématiques pour les sections scientifiques des écoles secondaires**, por W. Servais *GRUPOS DE TRABALHO* Discussão sobre o tema da conferência
19	MANHÃ	*COMUNICAÇÕES* **Recherche de lois**, por M. Beberman**; Relations et fonctions**, por H. Steiner; **Calcul des probabilités**, por L. Raade; **Groupes**, por E. Krisyensen**; Semi-groupes (age 11–12 ans)**, por P. Abellanas. *GRUPOS DE TRABALHO* Discussão sobre o **ensino das matemáticas modernas**
	TARDE	*CONFERÊNCIA* ***Méthodes et Techniques pour présenter les mathématiques modernes dans l'enseignement secondaire***, por G. Papy *GRUPOS DE TRABALHO* Discussão sobre o tema da conferência

20	MANHÃ	Os participantes tiveram a oportunidade de presenciar uma **aula numa turma-piloto, do segundo ano do "gymnasium"** (idade 14–15 anos). *GRUPOS DE TRABALHO* **Les classes pilotes pour expérimenter l'introduction de nouveaux programmes. Leurs objectifs, leur mise en oeuvre, leur évaluation**
	TARDE	*GRUPOS DE TRABALHO* Discussão sobre o ensino dos métodos e conceitos novos em Matemática, abordando os seguintes assuntos: **vecteurs; espaces vectoriels; géométrie; démonstration; apprentisage original ou créateur.**
21	MANHÃ	*CONFERÊNCIA* ***Utilisation dans l'enseignement secondaire des notions modernes de mathématiques appliquées***, por M. Pollak *GRUPOS DE TRABALHO* Discussão em grupos de trabalho sobre o assunto da conferência, com posterior discussão sobre ***La contribuition de l'enseignement des mathématiques à l'enseignement des autres sciences***
	TARDE	*CONFERÊNCIA* ***Les mathématiques considérées comme l'une des humanités***, por H. Athen *GRUPOS DE TRABALHO* Debateram a temática ***Modifications à apporter aux programmes scientifiques pour les sections non-scientifiques de l'enseignement secondaire***.
22	MANHÃ	*CONFERÊNCIA* ***Les mathématiques qu'un professeur doit connaître***, por A. Revuz *GRUPOS DE TRABALHO* Discussão em grupos de trabalho sobre ***Les connaissances des professeurs***
	TARDE	*CONFERÊNCIA* ***La formation mathématique permanente des professeurs au cour de leur carrière***, por H. Fehr *GRUPOS DE TRABALHO* Debateram a temática abordada na manhã.

Tabela 2: Cronograma da Conferência de Atenas, promovida pela OCDE em 1963 (Almeida, 2013).

A participação portuguesa nesta reunião veio a influenciar a renovação do ensino da Matemática no 3.º ciclo do ensino liceal. Com efeito, Sebastião e Silva mencionará mais tarde que o programa elaborado para experiência no 3.º ciclo liceal teve em atenção as recomendações desta reunião (Silva, 1969).

Modernização do ensino da Matemática no 3.º ciclo liceal

A preparação de uma reforma curricular norteada pelas ideias do movimento da Matemática Moderna começou, em 1963, com a nomeação, pelo então Ministro Galvão Telles, de uma comissão encarregada de realizar estudos e experiências sobre a atualização dos programas da disciplina de Matemática do 3.º ciclo do ensino liceal, que permitissem ver em que termos esses programas deviam eventualmente ser modificados de forma a corresponderem cabalmente às exigências da preparação para o ensino superior, tida em conta a evolução verificada nos últimos anos nos estudos científicos e técnicos em que a Matemática desempenhava o papel de disciplina básica. Para além da identificação das novas matérias que porventura deviam ser incluídas nos programas e das antigas que deviam ser suprimidas, havia outros aspectos que deveriam ser ponderados, como, por exemplo, a definição dos métodos a usar e a determinação do modo de adaptação dos professores à nova orientação que viesse a ser assumida. Os trabalhos da Comissão decorreriam nos anos escolares de 1963/1964 e 1964/1965, devendo ser apresentado o respectivo relatório até 31 de Julho de 1965, acompanhado do projeto dos novos programas que entendesse deverem ser adoptados (Despacho ministerial, Julho de 1963).

Em Dezembro de 1963, foi assinado um acordo entre a OCDE e o Ministério da Educação Nacional, para a criação de turmas-piloto de Matemática Moderna, no 3.º ciclo do Liceu. Este acordo foi fundamental para a concretização de um projecto que Sebastião e Silva designou de Projeto de modernização do ensino da Matemática em Portugal (Silva, 1969).

Um documento proveniente da OCDE — *Committee for Scientific and Technological Personnel Pilot Demonstrations of Modern Science Teaching in Secondary School* — permitiu-nos complementar estas informações veiculadas por Sebastião e Silva, bem como compreender o desenvolvimento deste projeto de atualização dos programas da disciplina de Matemática do 3.º ciclo do ensino liceal que teve o contributo daquela organização. No documento, com data de 21 de Novembro de 1963, é referido que dois países, Portugal e Espanha, tinham apresentado ao Secretariado do Comité propostas para implementação de 'experiências piloto' relativas ao ensino da Matemática, e que as propostas deveriam entrar em funcionamento ainda em 1963 (Almeida, 2013).

De acordo com o documento, as autoridades portuguesas "are most anxious to carry out pilot demonstrations in the modern teaching of mathematics during the academic years 1963–64 and 1964–65" (Almeida, 2013, 178). Estava prevista na proposta a criação de 'Comissões Nacionais' para preparar a experiência, supervisioná-la e analisar os seus resultados. Como detalhes da implementação referem-se:

(a) Pilot experiment in 1963–64: three pilot teachers will be trained, using texts which exist already. In the meantime, pilot texts will be developed in a final form.

(b) Training Session in summer 1964: fifteen pilot teachers will be trained.

(c) Pilot experiment in 1964–65: the actual pilot courses will be held during academic year 1964–65 in ten grammar schools with classes in the second year of mathematics teaching (third cycle). (Almeida, 2013, 178–179)

Em anexo ao documento está uma estimativa dos custos do projeto português, onde estava prevista para despesas com a Comissão nacional uma verba de 18,700 F. Este valor destinava-se a pagar despesas com viagens, ajudas de custo diárias e honorários, relativos a cinquenta dias de trabalho de preparação, supervisão e análise do curso. Para sessões de avaliação do curso estavam atribuídos 3,550 F para despesas com viagens e ajudas de custo diárias, para um total de oito professores. Para sessões de trabalho, ou seja, para formar professores do 3.º ciclo e para o desenvolvimento do material piloto, a verba era de 11,300 F, destinando-se a despesas com viagens, ajudas de custo diárias e honorários dos formadores. A formação destinava-se a quinze professores, estando prevista para o Verão de 1964. Para custos de edição, que incluíam honorários para quatro autores e custos da impressão dos textos piloto a estimativa era de 14,500 F. A verba para as turmas-piloto — leccionação, honorários suplementares para os professores e bibliografia — era de 3,500 F. O orçamento português respeitante a este projeto especial concernente ao ensino da Matemática era de 82,000 F e a contribuição da OCDE foi de 40% (Almeida, 2013).

Atendendo ao mês em que a Comissão foi nomeada por Galvão Telles, ou seja, Julho, e à data do documento relativo à proposta apresentada por Portugal à OCDE, Novembro, pensamos poder dizer que o Ministro já teria constituído a 'Comissão nacional' prevista na proposta, à data de submissão da mesma. Não tendo encontrado documentos posteriores àquele que referimos atrás e relativos a este projeto, não podemos aferir se houve algumas alterações a esta proposta.

Cabia à Comissão apresentar programas e estudar a sua aplicabilidade aos alunos dos nossos liceus. Os programas para a experiência da Matemática Moderna em Portugal, que Sebastião e Silva redigiu para as "turmas-piloto" que começaram a funcionar em 1963–64. Sobre o início e desenvolvimento do projeto, Sebastião e Silva (1969) menciona que, no ano lectivo de 1963/64, funcionaram três turmas-piloto de Matemática Moderna, "a título de iniciação experimental (...), uma em cada um dos liceus normais do país" (Silva, 1969, 6).

António Augusto Lopes facultou-nos um documento manuscrito com a designação de PROGRAMAS DE MATEMÁTICA em EXPERIÊNCIA, onde podemos observar os que terão sido os programas iniciais do Projeto de modernização do ensino da Matemática em Portugal para o 3.º ciclo do ensino liceal. Ao analisar o conteúdo do documento, que passaremos a designar por programas experimentais, podemos observar que apresentam, essencialmente uma relação dos conteúdos a tratar, que inclui temas 'clássicos' e 'modernos'. Devido à sua extensão e especificidade dos termos, optámos por não enumerar a totalidade dos conteúdos, mas alguns assuntos 'modernos' dos mesmos. Assim, temos *Elementos de lógica simbólica* e *Introdução à teoria dos conjuntos*, a iniciar o programa do 6.º ano. Ainda no mesmo ano, *Produto cartesiano, Relações binárias, Noções de semigrupo* e *grupo, descrição axiomática do conjunto* $\mathbb{N}$, *anel e corpo, isomorfismo, Álgebras de Boole e suas aplicações às máquinas de calcular, cálculo de valores aproximados, erro absoluto e erro relativo.* O programa do 7.º ano principia com o estudo dos vectores: se*gmentos orientados e vectores livres, espaço vectorial, determinantes de 2.ª ordem,* entre outros. Entre outros assuntos 'modernos' estão: *números complexos na forma trigonométrica; estudo heurístico, intuitivo da série de Taylor' introdução heurística ao cálculo integral; introdução ao cálculo das probabilidades e da estatística — frequência absoluta e relativa de um atributo numa população e dum acontecimento numa série de provas; conceito empírico de probabilidade e sua caracterização axiomática, no caso finito; algumas ideias sobre estimativas e testes estatísticos.*

Alguns dos itens destes programas experimentais de 1963 têm indicações que, em geral, limitam o âmbito do conteúdo a que se referem. Por exemplo, no programa do 6.º ano, podemos ler "equações lineares (estudo sucinto); resolução de equações ou inequações por factorização (em casos simples)". No programa do 7.º ano, entre outros, aparecem junto aos respectivos conteúdos as orientações seguintes

> continuidade (noções tanto quanto possível simples e intuitivas, com exemplos concretos).
>
> Conceito de derivada (partindo do conceito de declive duma curva num ponto); interpretação física. Regras de derivação. Aplicações: equação da recta tangente a uma curva num ponto; estudo do sentido da variação duma função (estudo intuitivo, com aplicações concretas, especialmente à geometria e à física). (...)
>
> Introdução heurística ao cálculo integral: (...) Alguns exemplos simples de cálculo de áreas e de volumes de sólidos de revolução.

> Aplicações concretas a problemas de física. (Almeida, 2013, 222–223)

Na figura 1, apresentamos um exemplo, retirado do programa do 7.º ano:

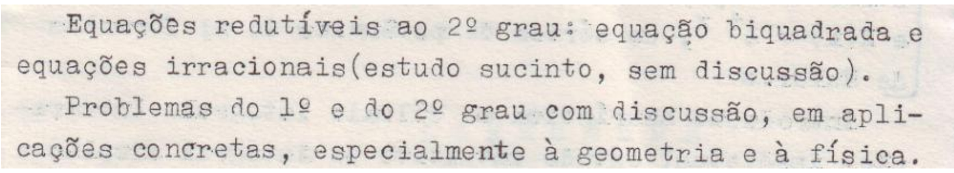

Equações redutíveis ao 2º grau: equação biquadrada e equações irracionais(estudo sucinto, sem discussão).
Problemas do 1º e do 2º grau com discussão, em aplicações concretas, especialmente à geometria e à física.

Figura 1: Programas experimentais (p. 7)

Segundo António Augusto Lopes, os programas e os Texto-piloto eram a base do trabalho. "Nesse [primeiro] ano trabalhámos os detalhes de concretização do programa atendendo à sua lógica estrutural e às ideias que tínhamos em termos do ensino [da Matemática]. (...) Nas reuniões que nós tínhamos e, tínhamos todos os meses, pelo menos, uma reunião, fazia-se uma avaliação, do que cada um tinha feito e como tinha feito" (Almeida, 2013, 224). As palavras de AAL evidenciam que nas reuniões se analisavam as ações desenvolvidas e a desenvolver, nelas também é perceptível o papel de Sebastião e Silva na condução da experiência. Era este último que, embora ouvindo os metodólogos, definia a direção a seguir na remodelação do ensino, ou seja, partindo das lições colhidas da experiência decidia ulteriores modificações na ordenação dos assuntos e na metodologia.

O que foi dito evidencia que as disciplinas escolares são um "organismo vivo" pois "nascem e se desenvolvem, evoluem, se transformam" (Viñao, 2008, 204) e o papel do professor enquanto participante do processo de mudança, i. e., mediador entre o que é proposto e o que é aplicado em sala de aula nos momentos de reforma (Chervel, 1990).

Ao referir-se às reuniões da Comissão durante o segundo ano da experiência, AAL disse

> discutíamos a maneira como os programas estavam a progredir, estavam ser ensinados nas diversas escolas, (...) O Dr. Sebastião e Silva trazia informações sobre as outras escolas, sobre a ansiedade sentida pelos professores ao pôr em prática o programa, trocávamos informações sobre as dificuldades que os alunos sentiam, coordenando entre todos. (...) Era em função disso [dificuldades sentidas] que eram organizados dos cursos que se formavam depois para professores, os cursos de férias. (Almeida, 2013, 225)

A atualização dos professores, especialmente a científica, era indispensável para o sucesso da introdução da 'matemática nova' no ensino. A nova abordagem apresentava a Matemática de uma forma unificada, apoiando-se na linguagem dos conjuntos, dando especial destaque às estruturas algébricas e à lógica. Mas, a preparação científica que licenciatura em Matemática proporcionava aos futuros professores desta disciplina estava desfasada esta nova abordagem. Por este motivo, já em 1957, numa conferência ocorrida no Liceu Pedro Nunes, José Calado, professor de Matemática nesse liceu, defende a abertura de cursos e colóquios sobre Álgebra Moderna, Álgebra da Lógica e Fundamentos da Matemática, a terem lugar nos Liceus Normais. As lições destinando-se aos estagiários (regime obrigatório) e a professores liceais da disciplina (regime facultativo) permitiriam uma preparação dos primeiros e uma atualização dos segundos (Folha e Grácio, 1958). Como a matriz da licenciatura em Matemática só sofre alteração em 1964, no início deste projeto a preparação dos futuros professores de Matemática não se deveria ter alterado significativamente

Nesta área, a "estratégia" utilizada pela Comissão, e patrocinada pela OCDE, foi a promoção de cursos de atualização de professores que visava proporcionar aos professores participantes uma formação adequada para poderem corresponder à tarefa de leccionar um novo currículo. Segundo António Augusto Lopes, em 1964 e em 1965, durante o período de férias estivais, Sebastião e Silva regeu o curso de aperfeiçoamento de professores, no Liceu de Oeiras. Os cursos de atualização para professores do ensino liceal, referidos pelos participantes como Cursos de Oeiras, começaram em 1966, sendo os metodólogos, António Augusto Lopes e Jaime Leote, e Silva Paulo, os orientadores dos referidos cursos. Sobre o processo de seleção dos professores que iriam frequentar os cursos, mencionou

> a Comissão reunia para decidir [quem iria convidar]. E, em face da informação do Currículo do professor dada pela Inspecção [Inspector Carneiro da Silva], e também, em face das nossas informações pessoais ou do conhecimento pessoal que tínhamos dos professores, decidiam-se os professores a convidar. (...) [o curso era] nas férias de Verão, em Oeiras, porque se fosse em Lisboa não havia direito à remuneração da ajuda de custo para os que estavam em Lisboa. (Almeida, 2013, 226–227)

Em cada ano lectivo o Curso tinha duas semanas (dez dias úteis). Os temas que cada um dos três professores iria reger eram combinados com antecedência, bem como os dias em que cada um estaria a gerir o trabalho com os professores participantes. Os formadores mesmo que não estivessem a leccionar assistiam às sessões. No Curso de atualização os professores tomavam contacto com os novos conteúdos, alguns poderiam já ter lido e estudado algumas das matérias a tratar.

De acordo com António Augusto Lopes, cada um dos formadores abordava conteúdos específicos, a questão seguinte pretendeu saber que materiais eram utilizados nesses Cursos. A este respeito AAL referiu que normalmente cada formador utilizava os seus próprios materiais. Mencionou ainda ter elaborado materiais propositadamente para os Cursos, mas que também tinha usado materiais que foram trabalhados em aulas com os alunos das turmas experimentais. Acrescentando que os Textos-piloto também podiam servir de base para os trabalhos.

Entre os documentos pessoais de António Augusto Lopes encontram-se alguns materiais manuscritos referentes ao período de implementação da Matemática Moderna nos liceus, entre estes estão materiais utilizados nos Cursos de atualização de professores. Esta documentação, conforme cabeçalho, é relativa aos Cursos de Oeiras realizados em Setembro de 1967 e Setembro de 1968. Não podemos afirmar que estes foram os únicos materiais entregues aos participantes nestes Cursos, mas pela leitura do título e conteúdo tomamos conhecimento de alguns temas que foram abordados.

Com data de Setembro 1967 temos dois documentos. O primeiro, *Operações binárias. Grupóides. Grupos,* é uma lista de 36 exercícios sobre os temas indicados. O segundo versa dois temas: *Introdução ao cálculo vectorial*, com exercícios numerados de 1 a 8 exercícios (além destes oito exercícios sobre espaços vectoriais estão agrafadas neste documento outros vinte e três exercícios sobre espaços vectoriais — dependência linear, que incluem alguns exercícios com a seguinte referência: Curso de Álgebra linear — 1966 — UP (Universidade do Porto) e, *Relações de ordem*, com 9 exercícios (Almeida, 2013).

No Curso de Oeiras realizado em 1968, temos quatro documentos, um destes, com o título *Operações binárias. Grupóides. Grupos. Transformações geométricas*, integra 56 exercícios, e um outro, intitulado *Anéis e corpos*, tem 36 exercícios. Um documento com o título *Cálculo vectorial*, contêm 19 exercícios, e finalmente, o documento com o título *Cálculo Aproximado*, compreende 7 exercícios. Da análise dos documentos anteriores notámos que alguns dos exercícios propostos eram retirados do Compêndio de Matemática (1.º volume — 6.º ano) redigido por Sebastião e Silva, com efeito, na primeira atividade proposta para o tema Anéis e corpos podemos ler "resolva os seguintes exercícios do compêndio: pág. 274 — I, III, IV, V, VI. Qual o fundamento da sugestão dada para a resolução de IV?" (Almeida, 2013).

Entre os documentos disponibilizados por António Augusto Lopes, encontramos apenas materiais relacionados com conteúdos programáticos. Não encontrámos qualquer documento que referisse metodologias ou didáticas, o que nos levou a questionar sobre o aspecto metodológico e didático. Segundo AAL:

> os professores que faziam o estágio, ficavam com conhecimentos das novas matérias. Mas, os outros professores, digamos, grande parte não as dominavam, podiam já ter estudado alguma coisa, mas não dominavam suficientemente. (...) A preocupação era que os professores ultrapassassem as dificuldades iniciais, que normalmente são as maiores, digamos, que eram o ponto de partida para depois aprofundarem o seu estudo. (...) Não dávamos lições de didáctica, ela era integrada na exposição das matérias, no desenvolvimento do trabalho. (Almeida, 2013, 230)

Aparentemente os Cursos de atualização destinavam-se principalmente a fornecer aos professores convidados conhecimento dos conteúdos no âmbito da Matemática Moderna, mas de forma a que eles adquirissem capacidades para comunicar esses conteúdos apropriadamente aos alunos. No final do Curso os professores participantes não tinham que prestar prova do que fora estudado, António Augusto Lopes refere "não tinha avaliação nenhuma, era um curso de atualização em que se pretendia motivar os professores a continuarem a estudar" (Almeida, 2013, 230).

Matos (2009) referindo-se a práticas de sala de aula de professores do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário (CPES) durante a implementação do programa em 1968/69 escreve: "it is likely that many teachers felt very uncomfortable with a mathematical content they had not experienced previously and just tried to reproduce in class the theoretical approaches of set theory they had been exposed to in in-service short-term courses" (p. 12).

Falando sobre dificuldades quanto à prática lectiva da Matemática Moderna e sobre o alargamento da experiência António Augusto Lopes sublinhou

> A introdução à Lógica devia ser um suporte [para o ensino], não um fim. (...) os professores depois exageraram na transmissão para os alunos. (...) A parte inicial da Álgebra dos conjuntos e a Lógica ensinava-se num mês, mas os professores que não tinham informação apropriada, andavam, andavam, e alguns gastavam muito mais tempo que o necessário. (...) No princípio a experiência estava restrita aos Liceus Normais. Depois a experiência começou a ser alargada esse é, talvez, um dos pontos fracos, havia que esperar

> mais tempo para que os professores fossem mais seguros [científica e pedagogicamente]. (Almeida, 2013, 234)

Aparentemente, tal como aconteceu com os professores do CPES, os professores dos liceus não se sentiam confortáveis a trabalhar conteúdos que não tinham sido trabalhados anteriormente, pelo que dariam mais ênfase a conteúdos onde se sentiam mais seguros.

Sobre programas e orientações tomadas, Sebastião e Silva refere que "têm variado um pouco, conforme os países. A orientação que temos vindo a adoptar, diz-nos S. e Silva, pode situar-se entre a *orientação de carácter mais abstracto seguida na Bélgica* (ver publicação do Centre Belge de Recherches Pédagogiques) e a *orientação de carácter mais pragmático seguida em Inglaterra* (ver por exemplo "The School Mathematics Project", 1967–68, Westfield College, Hampstead, London, N.W.3)" (Silva, 1969, 9–10, sublinhado no original). S. e Silva acrescenta que não era, ainda, "possível atingir o grau de desenvolvimento e de profundidade desses projectos, nomeadamente no que se refere a computadores, programação, estatística, equações diferenciais e aplicações à física" (Silva, 1969, 10).

O 'Projecto de Modernização do Ensino da Matemática no 3.º ciclo dos liceus portugueses' foi avaliado pelo Ministério da Educação Nacional em 1968 (Ventura, 1968).

Conclusões

A implantação da Matemática Moderna em Portugal, iniciou-se com a nomeação ministerial da Comissão de Atualização dos programas de Matemática do 3.º ciclo liceal, em 1963. A experimentação dos programas elaborados por Sebastião e Silva ocorreu primeiramente nos Liceus Normais e foi sendo gradualmente difundida a outros liceus. O trabalho da Comissão era realizado em reuniões convocadas por Sebastião e Silva, que tinham lugar pelo menos uma vez por mês, e os metodólogos envolvidos estudavam os conteúdos a leccionar orientados por Sebastião e Silva, discutiam sobre o modo como tinha decorrido a prática dos conteúdos propostos na reunião anterior e decidiam sobre as atividades que iriam desenvolver. O balanço da aplicabilidade dos programas em experiência era realizado em grupo mensalmente. Nos que terão sido os programas em experiência no 3.º ciclo liceal, para além dos conteúdos 'clássicos' e 'modernos' que os integram, podemos observar algumas breves indicações metodológicas. A nível preparação dos professores, foram realizados Cursos de atualização, cujo funcionamento e decisão sobre os assuntos matemáticos a tratar eram assegurados pela Comissão.

Os construtores do currículo, em particular os autores dos programas, não podem ignorar as condições sociais, políticas e educacionais dos sistemas nos quais o currículo escolar é construído, nem podem esperar introduzir com sucesso currículos que resultaram bem noutro contexto. Howson, Keitel e Kilpatrick (1981) referem que, países que não puderam desenvolver os seus próprios materiais tentaram frequentemente aproveitar currículos já feitos noutros países. Essas importações raramente são bem sucedidas, não só porque os países e os sistemas educacionais são diferentes, mas também porque as suas visões do currículo são diferentes.

No que respeita ao Projeto de Modernização do Ensino da Matemática no 3.º ciclo dos liceus portugueses podemos dizer que foi um projeto original, i. e., foi concebido para o sistema educativo português, reformando os programas do 3.º ciclo liceal que à época existiam, e implementando-os a título experimental, publicando textos, aperfeiçoando professores, tentando melhorar métodos de ensino.

A propósito da experimentação e implementação de programas, Howson, Keitel e Kilpatrick (1981) referem que, as escolas piloto raramente são selecionadas ao acaso. E, normalmente, são convidadas, ou porque os professores da escola são conhecidos dos autores dos programas, ou pela reputação profissional dos seus docentes. Embora esta seja a forma usual para constituir redes de escolas piloto onde se assegure a cooperação e comunicação entre os professores e as entidades responsáveis pela experimentação dos programas, implica, também, uma elevada probabilidade de as escolas selecionadas não terem as características das escolas onde se processa a generalização.

Em relação ao desenvolvimento da reforma da Matemática Moderna em Portugal, no 3.º ciclo do ensino liceal, podemos dizer que houve duas fases: uma primeira de experimentação do programa envolvendo só algumas escolas, com o apoio da Comissão de Estudos para a Modernização do Ensino da Matemática, e, uma segunda fase de generalização às restantes escolas do país. Estas duas fases estão em concordância com caracterização atrás indicada.

Referências

Adam, P. (1958). *El material didactico matematico actual.* Madrid, España: Inspección Central de Enseñanza Media. Ministerio de Educacion Nacional.

Almeida, M. (2013). *Um olhar sobre o ensino da Matemática, guiado por António Augusto Lopes.* Tese de Doutoramento, Universidade Nova de Lisboa.

Chervel, A. (1990). História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, 2, 177–229.

Folha, R. & Grácio, R. (1958). Bom augúrio. *Labor*, 22, 211–218.

Guimarães, H. (2007). Por uma Matemática nova nas escolas secundárias. Perspectivas e orientações curriculares da Matemática Moderna. Em J. M. Matos & W. R. Valente (eds.), *A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos*. São Paulo: Da Vinci / Capes-Grices. Zapt Editora, 21–45.

Howson, G., Keitel, C., & Kilpatrick, J. (1981). *Curriculum development in mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.

Júlia, D. (2001). A cultura escolar como objeto histórico. *Revista Brasileira de História da Educação*, 1, 9–43.

Matos, J. (1989). *Cronologia Recente do Ensino da Matemática*. Lisboa: APM.

Matos, J. (2006). A penetração da Matemática Moderna em Portugal na revista Labor. *Union*, 5, 91–100.

Nóvoa, A. (1996). Ensino Liceal. Em F. Rosas & J. M. Brandão de Brito (dir.), *Dicionário de História do Estado Novo*. Venda Nova: Bertrand Editora. Vol. 1, 301–303.

OCDE (1964). *Pour un enseignement rénové des sciences mathématiques modernes. Guide pour enseignants*. H. Fehr (ed), A. Revuz (texte français). Paris: OCDE.

Silva, J. (1969). Projecto de modernização do ensino da Matemática no 3.º ciclo dos liceus portugueses (cópia de documento dactilografado, assinado pelo autor).

Teodoro, A. (1999). *A construção social das políticas educativas. Estado, educação e mudança social no Portugal contemporâneo*. Tese de doutoramento, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologias.

Teodoro, A. (2001). Organizações internacionais e políticas educativas nacionais: A emergência de novas formas de regulação transnacional, ou uma globalização de baixa intensidade. Em S. R. Stoer, L. Cortesão e J. A. Correia (eds.), *Transnacionalização da Educação: Da Crise da Educação à "Educação da Crise"*. Lisboa: Edições Afrontamento, 125–161.

Valente, W. (2003). A disciplina Matemática: etapas históricas de um saber no Brasil. Em M. Oliveira & S. Ranzi (orgs), *História das disciplinas escolares no Brasil: Contribuições para o Debate*. Bragança Paulista: EDUSF, 217–254.

Valente, W. (2007). História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. *REVEMAT — Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 2, 28–49.

Ventura, M. S. (1968). Acerca da avaliação dos resultados da experiência da Matemática Moderna ao nível do 3.º ciclo dos Liceus (cópia de documento manuscrito, assinado pelo autor).

Viñao, A. (2008). A história das disciplinas escolares. *Revista Brasileira de História da Educação*, 18, 173–216.

Fontes

"Renovação do Ensino (1). Uma nova concepção da Matemática inteiramente diferente da tradicional principia a ser conhecida no nosso país". *Diário Popular*, 6 de Março de 1963, 6.

O CONCEITO DE RETA TANGENTE NA OBRA PEDAGÓGICA DE SEBASTIÃO E SILVA

Catarina Mota
Universidade do Minho
catlexmota@gmail.com

Maria Elfrida Ralha
Departamento de Matemática e Aplicações — Universidade do Minho
eralha@math.uminho.pt

Maria Fernanda Estrada
Universidade do Minho
festrada@math.uminho.pt

Resumo: As alterações políticas ocorridas no século XX Português tiveram reflexo direto no sistema educacional e no ensino da Matemática.

Sob alçada do ministro Francisco Leite Pinto é estabelecido, em 1959, um protocolo de cooperação com a OCDE, o Projeto Regional do Mediterrâneo, que tem como um dos objetivos uma reestruturação do ensino Português, pretendendo dotar o país de pessoas com o conhecimento científico e técnico capazes de desenvolverem a economia nacional.

O ensino da matemática é assim reformado, tendo José Sebastião e Silva um papel fundamental nesta reforma ao liderar, no triénio 1964–1966 a equipa responsável pelas alterações curriculares.

Nesta comunicação analisaremos o pensamento pedagógico de Sebastião e Silva a partir do tratamento dado ao conceito de reta tangente a uma curva nas suas obras pedagógicas, dando particular relevo a três aspetos: a introdução do conceito; os exemplos/exercícios propostos; a utilização da história da matemática no ensino.

Abstract: The political changes that took place in Portuguese 20th century had direct impact in the educational system and in Mathematics teaching.

Under the responsibility of the minister Francisco Leite Pinto it's established, in 1959, a cooperation protocol with OCDE, the Mediterranean Regional Project, that had as one of the goals reform the Portuguese educational system,

Este trabalho foi parcialmente financiado pelo CMAT através do FCT Project Est-C/MAT/UI0013/2011 e pela Bolsa de Doutoramento da FCT com a referência SFRH/BD/63176/2009.

aiming provide the country with people with scientific and technical knowledge able to develop the national economy.

The teaching of mathematics is, therefore, reformed having José Sebastião e Silva a fundamental role in this reform leading, in the years 1964–1966 the team responsible by the curricular changes.

In this paper we will analyze the pedagogical ideals of Sebastião e Silva from the treatment given to the concept of tangent line to a curve in his pedagogical works, emphasising three aspects: the concept introduction; the examples/exercises proposed; the use of history of mathematics in teaching.

1 Introdução

José Sebastião e Silva (1914–1972) foi um dos matemáticos e pedagogos que mais se distinguiu no século XX Português.

Do seu trabalho científico destacam-se os cerca de 50 artigos publicados em revistas nacionais e internacionais, na área da Lógica, Análise Funcional e Teoria das Distribuições. A importância destes artigos é de tal forma relevante que os atualmente denominados "Espaços Silva" são assim conhecidos em honra do trabalho desenvolvido pelo matemático português nesta área.

Contudo, nos dias de hoje, José Sebastião e Silva é essencialmente relembrado pelo seu trabalho enquanto professor e pedagogo. Exerceu o cargo de professor no Instituto Superior de Agronomia e na Faculdade de Ciências de Lisboa, embora o seu maior contributo para o ensino da Matemática se deva ao papel que desempenhou na reforma do ensino liceal português na década de 60 do século XX.

Aquando da assinatura do Projeto Regional do Mediterrâneo, projeto assinado entre Portugal e a OCDE e outros países do sul da Europa, para a melhoria do ensino nestes estados, uma das alterações efetuadas foi uma reforma curricular ao nível do Ensino da Matemática. No triénio 1964–1966 José Sebastião e Silva fez parte da equipa responsável por esta reforma. Neste âmbito, como nota Matos (2009), publicou manuais escolares, elaborou guias de utilização dos manuais publicados, organizou formação para os professores de matemática e, com as opções curriculares tomadas, contribuiu de forma direta para a introdução da matemática moderna em Portugal.

Autor de uma vasta obra pedagógica, constituída não só pelos manuais para o ensino secundário mas também por apontamentos para o ensino superior e artigos publicados em revistas, assim como a disseminação dos seus ideais através das ações de formação que deu em Oeiras, Sebastião e Silva di-fundiu nessa sua obra os seus ideais pedagógicos e contribuiu para a formação de uma nova geração de matemáticos e de professores de matemática.

Uma das características de Sebastião e Silva era o rigor com que tratava os conceitos e as definições. Um dos conceitos que mais problemas levanta no seu ensino/aprendizagem é o conceito de reta tangente a uma curva. A importância de uma completa compreensão dos conceitos e das definições tem sido amplamente estudada, sendo o caso da reta tangente um dos mais abordados. Vinner (2002, p. 75–76) e Tall (1990, p. 57) mostram nos seus trabalhos os problemas que surgem no ensino do conceito de reta tangente a uma curva e as consequências que daí podem advir, chamando à atenção que apenas um ensino completo deste conceito poderá evitar os problemas já diagnosticados.

Neste trabalho analisaremos, na sua obra pedagógica, a forma como Sebastião e Silva lida com um conceito elementar (tendo em conta a sua precoce introdução no ensino da matemática) mas que muitas vezes é de difícil aprendizagem. A metodologia seguida nesta análise segue o modelo sugerido por Sierra et al. (2003) e consiste em analisar a obra como um todo (título, ano de edição, destinatários e conteúdos) seguido de uma análise do conteúdo no livro em causa através do modo de introdução do conceito, representações do conceito, sequência do ensino e tipo de exercícios e problemas.

2 A Obra Pedagógica de Sebastião e Silva

A obra pedagógica de Sebastião e Silva é vasta e multifacetada. Desde os manuais escolares, aos apontamentos para o ensino superior, a artigos de opinião sobre as diferentes metodologias de ensino ou a utilização da calculadora, durante toda a sua vida Sebastião e Silva debruçou-se de forma séria sobre o ensino e deu a conhecer as suas ideias e ideais.

Nas diferentes obras/artigos publicados Sebastião e Silva aborda o conceito de reta tangente em três delas: *Transformações Geométricas*, para o ensino superior; *Compêndio de Álgebra*, e *Geometria Analítica e Plana* para o ensino secundário.

2.1 *Transformações Geométricas*

A obra *Transformações Geométricas*, é uma edição, datada de 1950, da Associação de Estudantes da Faculdade de Ciências de Lisboa e foi escrita para os alunos da disciplina de Geometria Descritiva que Sebastião e Silva lecionava nessa altura na Faculdade de Ciências de Lisboa.

Este encontra-se atualmente publicada no primeiro volume dos seus textos didáticos e ocupa, nessa edição (Silva, 1999, I, p. 187–300), 108 páginas seguidas de um índice de duas páginas. É composta por 26 capítulos, 1 apêndice e referências bibliográficas e aborda temas de geometria projetiva e diferencial.

O conceito de reta tangente é abordado em três capítulos distintos: no 14.º capítulo, aquando do estudo das secções cónicas; no 26.º capítulo, aquando da introdução da geometria diferencial; e no 27.º capítulo, no estudo da relação entre o conceito de tangente e de assíntota.

2.2 *Geometria Analítica e Plana*

Geometria Analítica e Plana, obra publicada em 1956, foi o livro único do 7.º ano do liceu[1] nos concursos do Ministério da Educação Nacional de 1957, 1962 e 1967.

Este livro de 138 páginas inicia com uma pequena introdução, onde é feita a distinção entre a Geometria e a Análise, é explicado o significado da geometria analítica e as circunstâncias que levaram ao surgimento deste novo ramo da geometria.

> A matemática compreende dois ramos principais: a *análise*, que trata dos números e das relações entre números (expressa por equações, inequações, etc.), e a *geometria*, que estuda as propriedades relativas a pontos e a conjuntos de pontos (lugares geométricos). (...)
>
> A ideia básica deste método [geometria analítica] — simples como todas as ideias realmente fecundas — consiste em definir a posição de cada ponto por meio dum sistema de números (dois números, em geometria plana, e três, em geometria do espaço), o que permite traduzir integralmente a linguagem da geometria na linguagem precisa e maleável da análise: as figuras geométricas passam então a ser descritas por meio de equações e inequações; os problemas da geometria transformam-se em problemas de álgebra ou de cálculo infinitesimal; os teoremas da geometria tornam-se demonstráveis por meio da análise. (Silva, 1970, p. 5).

Logo após a introdução, surgem as notas históricas, uma das características mais marcantes das obras de Sebastião e Silva e que mostram a importância

[1] O 7.º ano do ensino liceal corresponde ao atual 11.º ano de escolaridade do sistema de ensino português.

por ele atribuída a este ramo da matemática. Nestas notas históricas Sebastião e Silva apresenta uma breve biografia de René Descartes e Pierre de Fermat, os matemáticos que Sebastião e Silva considera como os fundadores da Geometria Analítica. Estas referências históricas são complementadas com indicações bibliográficas que permitem aos interessados (professores e/ou alunos) aprofundarem a história da matemática.

No que se refere aos conteúdos da obra estes encontram-se divididos em 4 capítulos:

1. Pontos e números;
2. Lugares Geométricos e equações;
3. Estudo geral da reta;
4. Estudo elementar das cónicas.

Os diferentes capítulos encontram-se estruturados com a apresentação da teoria, seguida de exemplos. No final do capítulo encontram-se os exercícios e respetivas soluções.

O conceito de reta tangente nesta obra é abordado no último capítulo aquando do estudo da circunferência.

2.3 *Compêndio de Álgebra*

A obra *Compêndio de Álgebra*, escrita em colaboração com J. D. Silva Paulo, tem a primeira edição datada de 1956 e foi o livro único nos concursos do Ministério da Educação Nacional de 1958, 1963 e 1968 para o ensino liceal. Utilizado até, pelo menos, aos anos de 1973 e 1974 é composto por 2 tomos: o primeiro para o 6.º ano[2] e o segundo para o 7.º ano do liceu.

O primeiro volume, composto por 312 páginas, encontra-se dividido em 10 capítulos abordando as seguintes temáticas: conceito de número (números naturais, racionais, reais e complexos); funções reais de variável real; limites de sucessões e de funções; cálculo diferencial; polinómios e frações algébricas.

O segundo volume, composto por 283 páginas, contém 13 capítulos cujas temáticas são: análise combinatória; binómio de Newton; resolução de equações e inequações; resolução de problemas por meio de equações; função exponencial e logarítmica; propriedades e tábuas de logaritmos.

A estrutura destes dois volumes é semelhante à da *Geometria Analítica Plana*: exposição dos conceitos teóricos e exemplos e no final do capítulo são

[2] O 6.º ano do ensino liceal corresponde ao atual 10.º ano de escolaridade do sistema de ensino português.

apresentados os exercícios de consolidação e as respetivas soluções. A diferença centra-se com a introdução, no final de vários capítulos, de notas históricas.

No *Compêndio de Álgebra* o conceito de reta tangente a uma curva é estudado no 1.º volume, aquando da introdução ao cálculo diferencial.

3 O conceito de reta tangente

José Sebastião e Silva trata o conceito de reta tangente abordando-o de duas formas distintas: o conceito de reta tangente à circunferência e o conceito de reta tangente a uma curva geral. A separação deste estudo deve-se às propriedades particulares que a reta tangente à circunferência apresenta, e que não podem ser generalizadas para outras curvas.

É também notória a diferença entre o tratamento dado ao conceito nas obras dedicadas ao ensino liceal e ao ensino superior, decorrentes das diferenças de conteúdos a lecionar. Analisemos em pormenor estes estudos.

3.1 O conceito de reta tangente no *Compêndio de Álgebra*

O conceito de reta tangente surge, no *Compêndio de Álgebra*, associado ao conceito de declive de uma curva na introdução ao Cálculo Diferencial.

O declive de uma curva é apresentado nos seguintes moldes:

> Dados uma curva C, um ponto P_0 da curva e P um ponto móvel sobre a curva, o limite
>
> $$d_0 = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$
>
> dá-nos o **declive da curva** C **no ponto** P_0 (Silva, 1963, p. 217–218).

No sentido de ajudar a clarificar o conceito o autor apresenta uma figura elucidativa (Silva, 1963, p. 217).

Note-se que, na figura, a ideia do movimento se encontra presente, e é representado por setas que indicam as diferentes direções do movimento de aproximação dos dois pontos, e consequente movimento das retas secantes que se aproximam de uma posição fixa — a reta tangente.

Inicialmente a reta tangente é introduzida nos seguintes termos:

> A reta t, que passa por P_0 e tem declive d_0, diz-se **tangente à curva no ponto** P_0 (Silva, 1963, p. 217–218).

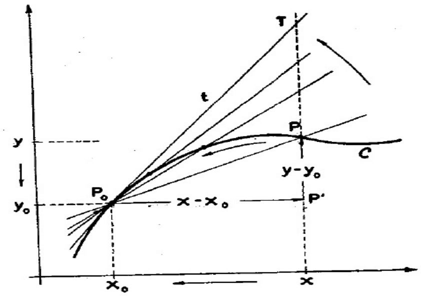


Figura 1: Ilustração do conceito de declive de uma curva.

Contudo, a ideia transmitida pela representação gráfica do declive de uma curva é utilizada para apresentar uma definição alternativa de reta tangente a uma curva num ponto, definição que ainda hoje é a utilizada em vários manuais do ensino secundário.

> Quando um ponto móvel P tende para o ponto fixo P_0, a secante P_0P tende para uma posição limite t, que é a tangente à curva no ponto P_0 (Silva, 1963, p. 218).

Sebastião e Silva dedica-se, em seguida, à análise da existência (ou não) de retas tangentes verticais.

Quando, nesta obra, definiu declive de uma reta (Silva, 1963, p. 217) Sebastião e Silva considerou que as retas verticais tinham declive infinito (1963, p. 217), pelo que neste ponto também considera, de forma análoga, que uma curva genérica pode ter declive infinito. Contudo, impõe uma condição para a existência de reta tangente nesse ponto:

> Se aquele limite d_0 for ∞, diremos que o *declive da curva em P_0 é infinito*. Mas só quando o sinal deste for determinado se pode então falar de «tangente à curva em P_0» (Silva, 1963, p. 218).

Com este resultado Sebastião e Silva restringe a existência de retas tangentes verticais aos casos em que os limites laterais do declive da curva têm como resultado infinito com o mesmo sinal. Com esta distinção é possível a existência de retas tangentes verticais, por exemplo em pontos de inflexão de algumas curvas, mas não se consideram como retas tangentes as retas verticais que podem surgir como limites das secantes em pontos angulosos de certas curvas.

Depois de estabelecer a relação entre o conceito de reta tangente a uma curva num ponto e o conceito de declive da curva nesse ponto, Sebastião e Silva relaciona a reta tangente com a derivada no ponto de tangência da função que define a curva, estabelecendo uma relação direta entre um problema de análise e um problema de geometria.

> A derivada da função $f(x)$ em x_0 é o declive do gráfico dessa função no ponto de abcissa x_0.
>
> Como o declive de uma curva num ponto é, por definição, o declive da tangente à curva nesse ponto, *o cálculo da derivada traduz, em análise, o problema geométrico da determinação da tangente* (Silva, 1963, p. 221).

Ao contrário do que seria de esperar não existe qualquer exemplo ou exercício relativo à determinação da equação da reta tangente ao gráfico de uma função por um dado ponto, embora em vários gráficos apareçam traçadas retas tangentes para facilitar a compreensão da relação existente entre o sinal da derivada e a monotonia da função, ou o sinal da segunda derivada e a concavidade da função. Este facto pode dever-se à não referência no programa (Decreto n.º 39807 de 7 de setembro de 1954 do Ministério da Educação Nacional) ao estudo do conceito de reta tangente pelo que Sebastião e Silva terá optado por não aprofundar esse estudo com a inclusão de exercícios sobre este tema.

O capítulo termina com notas históricas sobre o desenvolvimento do cálculo diferencial e integral, em particular biografias de Newton e de Leibniz, não sendo contudo referida a questão da determinação das retas tangentes a curvas, problemas que os dois matemáticos trataram.

Sebastião e Silva abordará a determinação da reta tangente a uma curva na sua *Geometria Analítica Plana*.

3.2 O conceito de reta tangente na *Geometria Analítica Plana*

Na *Geometria Analítica Plana* Sebastião e Silva estuda diversas propriedades geométricas recorrendo a equações, nos moldes tradicionais da geometria analítica.

No último capítulo, intitulado "Estudo Elementar das Cónicas", estuda as propriedades das cónicas enquanto lugares geométricos definidos por equações do 2.º grau; estuda então o conceito de reta tangente à circunferência, apresentando no subcapítulo 46, a resolução de problemas relativos a tangentes.

Após o estudo de algumas propriedades da circunferência, Sebastião e Silva dedica-se à determinação da interseção de uma reta com uma circunferência e é neste contexto que apresenta a sua definição de reta tangente.

Começa por fazer notar que, dado uma reta poder ser representável por uma equação de 1.º grau em x e y enquanto uma circunferência é representável por uma equação de 2.º grau em x e y, determinar a interseção de uma reta com uma circunferência se reduz à resolução de um sistema de duas equações em x e em y, o que originará a resolução de uma equação do 2.º grau com uma só incógnita. Assim, é possível dizer que o problema da interseção de uma reta com uma circunferência se reduz à resolução de uma equação de 2.º grau, de coeficientes reais, numa incógnita. Sebastião e Silva analisa então as diferentes soluções desta equação, e nesse contexto define reta tangente nos seguintes termos:

> Como se sabe, uma equação do 2.º grau, de coeficientes reais, numa incógnita, pode ter duas raízes reais (distintas), uma só raiz real (dupla) ou duas raízes imaginárias. Assim, no 1.º caso, a interseção será formada por dois pontos distintos (*a reta é secante*); no 2.º caso, a interseção será formada de um único ponto (*a reta é tangente*); no 3.º caso, a interseção será vazia (*a reta não encontra a circunferência*). (Silva, 1970, p. 107).

A caracterização da reta tangente como a reta que tem um único ponto em comum com a circunferência, embora conhecida desde Euclides, tornou-se generalizada com a introdução da geometria analítica por Descartes e é ainda hoje a definição apresentada em diversos livros de texto aos alunos aquando da lecionação do conceito de reta tangente à circunferência. Seguem-se três exemplos que visam representar as três situações definidas anteriormente.

No subcapítulo seguinte, Sebastião e Silva debruça-se sobre problemas relativos a tangentes à circunferência dividindo-os em dois tipos, que designa de espécies:

> *Problemas de 1.ª espécie:* é dada uma circunferência e pede-se uma reta que seja tangente à circunferência, em dadas condições.
>
> *Problemas de 2.ª espécie:* é dada uma reta e pede-se uma circunferência que seja tangente à reta, em dadas condições. (Silva, 1970, p. 108)

Estes problemas são aprofundados com a apresentação de vários exemplos ilustrativos de cada uma das espécies de problemas. Relativamente aos problemas da 1.ª espécie, são apresentados dois exemplos: o primeiro consiste na determinação da reta tangente a uma circunferência por um ponto da circunferência; o segundo consiste na determinação da equação da reta tangente a uma circunferência por um ponto exterior à circunferência.

Do primeiro exemplo ressalta a nota final onde é estabelecida a correspondência entre a resolução no âmbito da geometria analítica e a resolução recorrendo às derivadas, método que havia sido estudado pelos alunos no ano anterior utilizando o *Compêndio de Álgebra*. Esta constante interligação entre os diferentes conteúdos é uma das marcas das obras de Sebastião e Silva que pretende fornecer sempre aos seus leitores uma visão integradora e completa da matemática e não apenas uma visão compartimentada.

No que concerne ao segundo exemplo, saliente-se a nota que ressalva a existência de tangentes verticais. À semelhança do que havia feito no *Compêndio de Álgebra*, Sebastião e Silva não evita as questões relacionadas com o infinito, salientando-as e esclarecendo-as de modo a fornecer aos alunos uma visão completa do conceito que está a tratar.

Já os problemas da segunda espécie são considerados facultativos, dado não se encontrarem incluídos no programa. O facto de, embora facultativos, Sebastião e Silva os incluir na sua obra mostra-nos a importância atribuída pelo autor a um tratamento completo dos diferentes temas abordados.

Também nestes problemas são apresentados dois exemplos: o primeiro consiste na determinação da circunferência que contém um ponto e é tangente a uma reta num ponto dado; o segundo pretende a determinação da circunferência que contém dois pontos dados e é tangente a uma reta dada.

No primeiro exemplo é de realçar a necessidade da utilização da perpendicularidade entre a reta tangente e o raio da circunferência pelo ponto de tangência, relação que não é nunca referida nesta obra. Contudo, segundo o programa da disciplina de matemática (Decreto n.º 39807 de 7 de setembro de 1954 do Ministério da Educação Nacional) o estudo da circunferência e da reta tangente à circunferência teria já sido estudado no 3.º ano[3], em termos de geometria euclidiana, pelo que este facto seria já do conhecimento dos alunos.

Com estes exemplos Sebastião e Silva termina o estudo teórico do conceito de reta tangente à circunferência. Embora um estudo análogo pudesse ter sido realizado relativamente às outras cónicas, Sebastião e Silva não o apresenta, talvez devido ao facto de se encontrar fora do âmbito do programa.

O estudo do conceito de reta tangente é apenas novamente explorado nos exercícios propostos no final do capítulo. Dos 21 exercícios sobre a circunferência, 7 referem-se ao conceito de reta tangente, sendo que 4 destes são facultativos, uma vez que são problemas da 2.ª espécie. Destes exercícios, salienta-se o diferente grau de dificuldade dos exercícios propostos e os diferentes objetivos que se pretendem atingir com os mesmos.

[3] O 3.º ano do ensino liceal corresponde ao atual 7.º ano de escolaridade do sistema de ensino português.

Os dois primeiros exercícios (exercícios 12 e 13) são exercícios de consolidação de conceitos e procedimentos, sendo análogos aos exemplos de 1.ª espécie apresentados por Sebastião e Silva no corpo do texto. Já o exercício 14, embora também pretenda a determinação da reta tangente a uma circunferência dada, não fornece pontos da reta mas sim uma reta paralela à reta pretendida. Este exercício permite uma revisão dos conceitos relativos a retas paralelas e, mais uma vez, uma interligação de diferentes conceitos estudados no âmbito da disciplina de matemática.

Os exercícios facultativos (exercícios 16 a 19) conduzem à elaboração de raciocínios mais complexos. Enquanto os exercícios 16 e 17 são de consolidação dos procedimentos apresentados nos exemplos dos problemas de 2.ª espécie, os exercícios 18 e 19 exigem uma mobilização constante de conceitos e procedimentos estudados anteriormente e permitem apresentar aos alunos a matemática como uma ciência onde os diferentes temas/conteúdos/conceitos se encontram interrelacionados.

O problema da determinação das retas tangentes a curvas é também referido nas notas históricas que se encontram no início da *Geometria Analítica Plana*.

> Além disso, Fermat foi considerado por Newton um percursor do cálculo diferencial, no seu estudo das tangentes aos gráficos das funções, assunto que também mereceu a atenção de Descartes. (Silva, 1970, p. 14)

Embora Sebastião e Silva não aborde em pormenor esta questão fornece ao leitor a indicação de onde poderá encontrar mais informações sobre o problema da determinação das tangentes, ao referir dois dos matemáticos que mais contribuíram para a resolução deste problema.

Esgotado o estudo do conceito de reta tangente a uma curva no âmbito do programa do ensino liceal, Sebastião e Silva abordará em pormenor este tema no ensino superior, nas suas aulas de Geometria Descritiva na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

3.3 O conceito de reta tangente nas *Transformações Geométricas*

Na obra *Transformações Geométricas*, dedicada a alunos do ensino superior, Sebastião e Silva embora se refira a resultados de geometria euclidiana dedica-se essencialmente ao estudo da geometria projetiva e de homologias[4].

[4] Homologia entre dois planos α e β é uma transformação pontual biunívoca que transforma retas em retas, deixa invariante os pontos de uma reta (eixo da homologia) e tal que retas que

Uma das temáticas estudadas por Sebastião e Silva à custa das homologias são as secções cónicas, começando pela circunferência, e é neste contexto que introduz o conceito de reta tangente:

> Uma reta r se diz *secante* ou *tangente* a uma circunferência $[C]$, conforme o número de pontos comuns a r e a $[C]$ é 2 ou 1. (Silva, 1999, p. 241)

Note-se que esta definição já tinha sido introduzida anteriormente aos alunos no ensino liceal aquando do estudo da geometria analítica, embora na altura, o número de pontos de interseção entre a reta tangente e a circunferência fosse apresentado em termos do número de soluções de uma equação do 2.º grau.

Esta definição é estendida a todas as cónicas e, utilizando as homologias, é estabelecida a relação entre o conceito de reta tangente e o conceito de assíntota, relação facilmente justificada em geometria projetiva.

> Se r é tangente a $[C]$, a imagem $r*$ de r por meio de uma homologia Θ será ainda tangente à imagem de $[C]$ por meio de Θ. Em particular, se j encontra $[C]$ em dois pontos M, N, as tangentes a, b a $[C]$ em M, N serão convertidas por Θ nas tangentes $a*$, $b*$ a $[C]*$ *nos pontos impróprios*[5] $M*$, $N*$. (...)
>
> Diz-se que uma reta é *assíntota* de uma cónica quando é tangente à cónica num seu ponto impróprio. (Silva, 1999, p. 241)

Note-se que esta definição de assíntota estabelece, de modo formal, a relação entre o conceito de tangente e assíntota, relação muitas vezes estabelecida apenas de modo intuitivo.

É em seguida analisado um método para a construção da reta tangente a uma cónica por um dado ponto. O método proposto assenta no conhecimento rigoroso da determinação, apenas com régua e compasso, da reta tangente a uma circunferência por um ponto dado, no facto de retas tangentes serem transformadas em retas tangentes por homologias, e ainda no facto de que qualquer cónica é imagem de uma circunferência por uma homologia. Para análise deste método são apresentados dois exemplos de determinação das tangentes a duas elipses distintas (fig. 3).

---

unem pontos correspondentes passam todas pelo mesmo ponto (centro da homologia) (Silva, 1990, p. 216).

[5] Pontos impróprios ou pontos de infinito são os pontos que se juntam ao espaço euclideano para obter o espaço projetivo [Silva, 1999, p. 192].

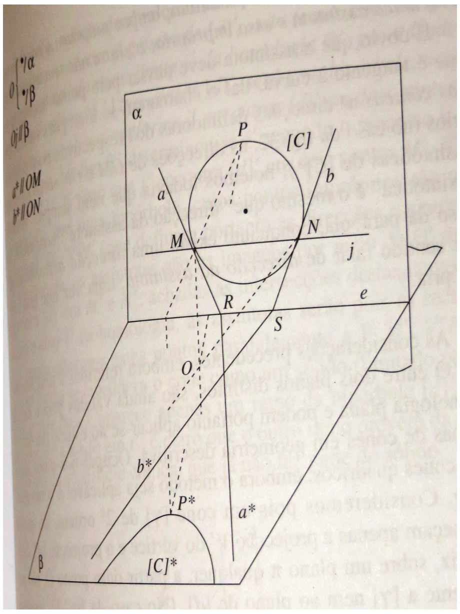


Figura 2: Ilustração da relação entre o conceito de reta tangente e o conceito de assíntota.

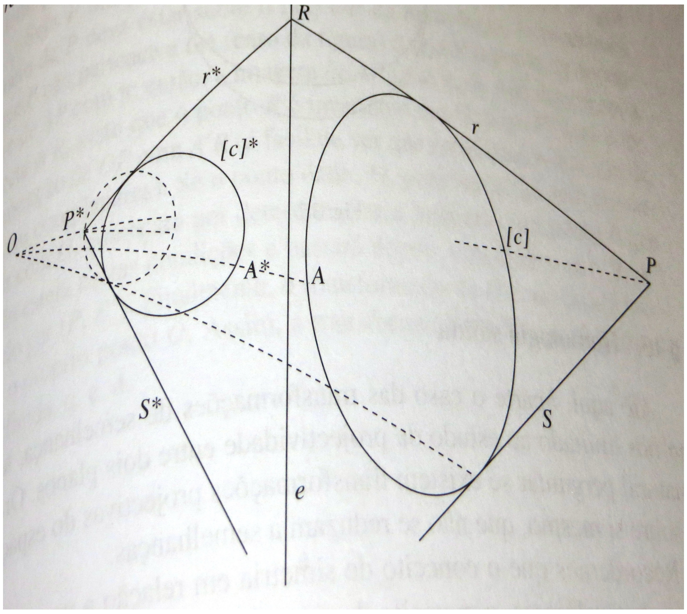


Figura 3: Exemplo da determinação das tangentes à elipse.

O estudo do conceito de reta tangente é retomado, já no final da obra, aquando da introdução de algumas noções de geometria diferencial.

Ainda antes da definição formal, Sebastião e Silva chama a atenção para a impossibilidade de generalização, para qualquer curva, da definição apresentada anteriormente para a circunferência, tentando deste modo evitar que os seus alunos cometam o erro comum desta generalização.

> O conceito de tangente é inicialmente definido, para o caso da circunferência, de maneira elementar. Tal definição pode ainda ser aplicada no caso das cónicas, como se fez no 14.º, mas é inaplicável ao caso de uma linha qualquer. (Silva, 1999, p. 278)

Sebastião e Silva apresenta então uma ideia intuitiva da noção de reta tangente:

> A reta tangente num ponto M é a posição limite para que tende a secante que passa por M, quando o outro ponto da interseção tende para M.

Note-se que esta ideia intuitiva tinha sido já apresentada por Sebastião e Silva no seu *Compêndio de Álgebra* para os alunos do 6.º ano do liceu. Contudo, no *Compêndio de Álgebra* Sebastião e Silva não formaliza o conceito como o faz nas *Transformações Geométricas*, formalização que não está incluída no programa respetivo.

A definição rigorosa do conceito de reta tangente apresentada por Sebastião e Silva em termos de geometria diferencial é:

> Seja C uma linha contínua e M um ponto simples (próprio[6]) de C. É claro que M divide C em duas partes, que podemos chamar *anterior e posterior* a M (supondo a linha C orientada, isto é, percorrida num determinado sentido). Seja agora P um ponto variável de C *posterior* a M; diz-se que a semirreta $\hat{M}P$ (de origem $\hat{M}$) *tende para a posição limite MT ao tender de P para M*, quando, qualquer que seja o número $\epsilon > 0$, se possa sempre associar-lhe $\delta > 0$, de modo que se tenha
>
> $$P\hat{M}T < \epsilon, \text{ desde que } dis(P, M) < \delta;$$
>
> nesta hipótese, diz-se ainda que a semirreta $\hat{M}T$ é *semitangente a C em M, à direita*, e analogamente à *esquerda* (basta considerar um ponto variável de C anterior a M).

[6]Ponto próprio é um ponto do espaço euclideano (Silva, 1999, p. 192).

> Pode acontecer que a linha C admita em M duas semi-tangentes $\hat{M}T$, $\hat{M}T_1$ diretamente opostas; então a reta TT_1 formada pelas duas semi-tangentes é chamada *tangente* a C no ponto M. (Silva, 199, p. 278–279)

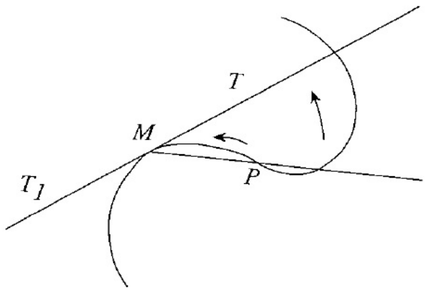


Figura 4: Ilustração do conceito de reta tangente a uma curva.

Note-se que, há semelhança do que se verifica no *Compêndio de Álgebra*, atendendo a que na definição existe a ideia de movimento essa ideia de movimento é transmitida na imagem que pretende ilustrar o conceito definido, pretendendo Sebastião e Silva obter uma representação o mais completa possível do conceito apresentado (fig. 4).

Esta tentativa de formar nos seus leitores uma imagem completa do conceito é reforçado pelos casos referidos após a definição, onde Sebastião e Silva chama a atenção dos seus leitores para alguns dos erros mais comuns relacionados com o conceito de reta tangente:

- Tratando-se de uma linha qualquer C o facto de uma reta r ser ou não tangente a C nada tem que ver com o número de pontos que r encontra C. [Silva, 1999, p. 279]

- A tangente r pode atravessar a linha C no ponto de tangência (fig. 5). (Silva, 1999, p. 279)

- Toda a reta r admite como tangente, em cada um dos seus pontos, a própria reta r. (Silva, 1999, p. 279)

Analisados os diferentes casos onde pode existir reta tangente (pontos regulares) Sebastião e Silva apresenta os casos onde a reta tangente não existe (pontos singulares). De facto, um ponto M de C é singular nos seguintes casos:

- Admite duas semitangentes não colineares (ponto anguloso) (fig. 6); (Silva, 1999, p. 280)

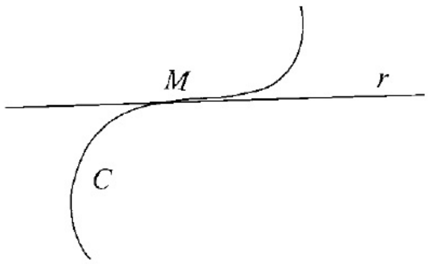


Figura 5: Reta tangente a uma curva num ponto de inflexão.

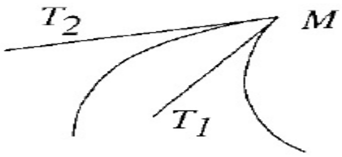


Figura 6: Representação de um ponto anguloso.

- Admite duas semitangentes coincidentes (ponto de regressão) (fig. 7); (Silva, 1999, p. 280)

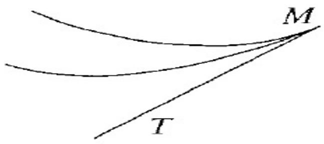


Figura 7: Representação de um ponto de regressão.

- M é um extremo de C com uma semitangente (*ponto de suspensão*) (fig. 8); (Silva, 1999, p. 280)
- Não admite semitangente (fig. 9). (Silva, 1999, p. 280)

A análise de todos estes casos permite que os leitores/alunos concebam uma imagem mental do conceito de reta tangente completo e não estereotipado, eliminando dúvidas e esclarecendo possíveis conflitos mentais entre a definição formal e a sua representação.

Figura 8: Representação de um ponto de suspensão.

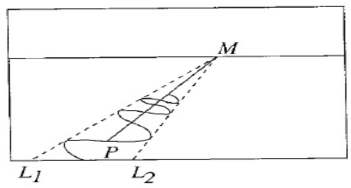


Figura 9: Representação de um ponto que não admite semitangentes.

De salientar também a referência por Sebastião e Silva a curvas que não admitem reta tangente em qualquer dos seus pontos, como é o caso da curva representativa da função de Weierstrass, o que mais uma vez contribui para que o conceito de reta tangente seja completamente entendido e os casos contra-intuitivos sejam tidos em conta e não ignorados. Neste seguimento é também abordado o caso das retas tangentes a pontos múltiplos.

> Se um ponto M é ponto múltiplo de C não faz sentido falar de tangente, mas algumas partes podem admitir tangentes cujo nome se estende. (Silva, 1999, p. 281)

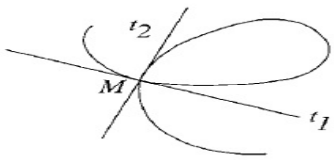


Figura 10: Representação das retas tangentes num ponto múltiplo.

O estudo do conceito de reta tangente é terminado com a análise do carácter projetivo deste conceito: se a reta r é tangente à linha C e não passa pelo centro de projeção O então a imagem de r será tangente à imagem de C pela projeção de centro O.

Note-se que este resultado tinha sido já apresentado no caso das homologias, sendo agora reforçado para o caso da projeção.

Do estudo do conceito de reta tangente efetuado por Sebastião e Silva nas *Transformações Geométricos* destaca-se o rigor e o formalismo das definições, embora sempre complementado com uma ideia intuitiva que pretende ajudar a entender o conceito, assim como a importância atribuída à análise de todos os casos, por mais contra-intuitivos que sejam.

4 Notas Finais

Sebastião e Silva marcou uma geração de alunos e de professores de matemática. Desde os manuais, aos cursos de formação de formação de profesores assim como na lecionação no ensino superior a sua faceta de pedagogo, sempre interessado no desenvolvimento do ensino/aprendizagem da matemática marcou a forma como em Portugal se encarava e ensinava matemática.

No tratamento que Sebastião e Silva deu ao conceito de reta tangente na sua obra pedagógica são visíveis muitos dos ensinamentos que ainda hoje os professores devem ter em conta aquando da introdução de um novo conceito.

A importância do currículo: Ao apresentar alguns exercícios e problemas como facultativos, assim como ao não aprofundar o conceito de reta tangente no *Compêndio de Álgebra*, Sebastião e Silva mostra-nos um profundo conhecimento do currículo que tem para lecionar. Atualmente, os livros de texto substituem muitas vezes o currículo pelo que, o cuidado e a atenção dedicadas por Sebastião e Silva ao currículo devem ser uma lembrança para os professores atuais de que um efetivo conhecimento do currículo é essencial no processo de ensino/aprendizagem;

As definições: Sebastião e Silva adequa a definição de reta tangente que apresenta nas diferentes obras ao ramo da matemática que se encontra a apresentar, assim como ao nível de ensino para o qual a obra se destina. Contudo, saliente-se também a constante interligação entre as diferentes formas de definir o mesmo conceito, numa tentativa de garantir que os seus leitores/alunos entendam que se trata do mesmo conceito e que as propriedades já estudadas não deixam de se verificar apenas por uma alteração de linguagem ou de formalização;

Os exemplos/exercícios: A escolha de exemplos e exercícios que permitem, por um lado a consolidação de conceitos e procedimentos, por outro lado, a interligação de diferentes conceitos e ainda a exploração de todas as possibilidades, e exemplos menos usuais mostram a importância que Sebastião e Silva atribuíu à necessidade de um ensino rigoroso, onde tudo fosse feito para que os leitores/alunos desenvolvessem imagens mentais completas dos diferentes conceitos/conteúdos e se habituassem a investigações exaustivas.

A História da Matemática: A inclusão de biografias nas suas obras para o ensino liceal seguiam uma indicação direta do programa em vigor. Realce-se contudo, a escolha dos matemáticos apresentados por Sebastião e Silva nas suas notas históricas assim como a bibliografia que completa algumas destas notas. Com informações detalhadas não só da vida mas da obra de matemáticos como Descartes, Fermat, Newton ou Leibniz, Sebastião e Silva permite que os seus leitores,em caso de interesse, possam complementar e aprofundar de forma rigorosa os conteúdos abordados.

Face a estes ensinamentos, e no ano em que se celebra o centenário do nascimento de José Sebastião e Silva, resta-nos desejar que os ensinamentos deixados por este brilhante matemático e pedagogo sejam cada vez mais divulgados e tornados prática corrente nas salas de aula dos dias de hoje.

Referências

Decreto n.º 39807 de 7 de setembro de 1954 do Ministério da Educação Nacional. Diário do governo. I Série. N.º 198.

Matos, J. M. (2009). Changing representations and practices in school mathematics: the case of Modern Math in Portugal. Em K. Bjarnadóttir, F. Furinguetti e G. Schubring (Eds.), *"Dig where you stand" Proceedings of a Conference on Ongoing Research in the History of Mathematics Education*, Gardabær, Iceland, June 20–24 2009. Reikyavik: Universidade da Islândia.

Sierra Vázquez, M.; González Astudillo, M. T.; López Esteban, C. (2003). El concepto de continuidad en los manuales españoles de enseñanza secundaria de la segunda mitad del siglo XX. *Educación Matemática*, vol. 15, núm. 1, abril, 2003, p. 21–49

Silva, J. S. (1963). *Compêndio de Álgebra*. 1.º Tomo. Lisboa. Livraria Popular de Francisco Franco.

Silva, J. S. (1970). *Geometria Analítica Plana*. Lisboa. Empresa Literária Fluminense, L.DA.

Silva, J. S. (1950/1999). Transformações Geométricas. In: *Textos Didácticos*. Vol. I. Lisboa. Fundação Calouste Gulbenkian.

Tall, D. (1990). Inconsistencies in the Learning of Calculus and Analysis. In: *Focus*, vol. 12, 3&4, 49–63.

Vinner, S. (2002). The Role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In David Tall (Ed). *Advanced Mathematical Thinking*. 65–81. New York. Kluwer Academic Publishers.

A presença dos saberes matemáticos desenho e taquimetria no parecer de reforma do ensino primário de Rui Barbosa de 1883

Marcos Denilson Guimarães
Universidade Federal de São Paulo
markito_mat@hotmail.com

Resumo: No final do século XIX o despertar para a questão da educação popular envolveu todo o Ocidente. A concepção de uma escola nova que visasse a formação de um novo homem colocou em debate, entre outras, questões relativas ao método e aos conteúdos de ensino. Nessa época e contexto, desponta a importante figura do intelectual brasileiro Rui Barbosa (1849–1923). Visto como um homem multifacetado, Rui defende a educação popular num parecer intitulado *Reforma do ensino primário e várias instituições complementares da instrução pública* (1883, vol. X, Tomo II) no qual analisa a situação do ensino brasileiro a partir do diagnóstico de outros países. Nesse sentido, examinamos a versão de 1946 com o intuito de identificar que discurso é apresentado por Rui para o ensino dos saberes matemáticos e a defesa que foram feitas a partir deles. Consideradas matérias importantes para o nível elementar de ensino, os saberes geométricos, desenho e medidas elementares — taquimetria, ao que tudo indica, são apresentadas por Rui para atender a um discurso de modernidade, além de estarem fundamentalmente atreladas à formação das camadas populares, do futuro trabalhador e cidadão. O desenho ganha destaque especial por sua finalidade prática, pelo auxílio à escrita e a outros ramos do ensino. Sem esquecer da adoção da taquimetria entendida por ele como a concretização da própria geometria.

1 Considerações iniciais

O despertar, sobretudo, a partir da segunda metade do século XIX para a questão da educação popular envolveu todo o Ocidente. A proposta de garantir uma organização administrativo e didático-pedagógica da escola primária acompanhou um contexto de notórias modificações, principalmente, no seio social, político e educacional de alguns países.

A crença no poder da escola como fator de progresso, de modernização e de mudança social foi alimentado pela produção e circulação de ideias gerados nos países civilizados europeus. Passaram a ser objetos de reflexão política e pedagógica os métodos de ensino, os conteúdos, os programas e as disciplinas componentes, a classificação dos alunos, os materiais escolares, a formação de professores, etc. (SOUZA, 2000). Todo esse aparato amplamente divulgado pelas exposições universais, pelos congressos de instrução pública, publicação de livros, jornais e revistas, ensejava a renovação do ensino e a criação de uma escola graduada direcionada para a escolarização em massa.

Nesse sentido, "as tentativas de universalização do ensino se concretizam e o Estado passa a intervir cada vez mais na educação para constituir uma escola leiga, gratuita e obrigatória" (MORMUL; MACHADO, 2013, p. 278). A educação pública passa, então, a ser vista como um direito comum dos cidadãos, "concebida como um mecanismo eficaz de formar o cidadão para o trabalho" (MORMUL; MACHADO, 2013, p. 278). Vê-se, assim, uma necessidade de instruir a população iletrada para alcançar um nível de conhecimento e de qualificação satisfatórios necessários às exigências da sociedade.

Para a historiadora Marta Carvalho,

> As evidências de que o Brasil se inscreve nesse circuito internacional, a partir da segunda metade do século XIX, são múltiplas. A geração de homens ilustres e ilustrados que assistiu ao fim do Império e à invenção da República empenha-se na modernização do país, fundando escolas e organizando sociedades destinadas a propagar a instrução popular. Essa geração concentra seu interesse de modernização do país em iniciativas de institucionalização de inovações pedagógicas que vinham, por toda parte, imprimindo um novo perfil às iniciativas de instrução pública (CARVALHO, 2011, p. 192).

É neste contexto de homens ilustres e ilustrados empenhados em transformar o Brasil pela força da educação que se insere o baiano Rui Barbosa. Pela defesa de uma educação para as massas populares e de uma, consequente, modernização do país, em face do seu atraso em comparação a outros países, Rui Barbosa deixa sua contribuição num parecer intitulado *Reforma do ensino primário e várias instituições complementares da instrução pública* (1883)[1], considerado por Souza (2000) como uma das primeiras e mais completas obras

[1]Este parecer está dividido em quatro volumes denominados Tomos e organizados da seguinte forma: Tomo I: Prefácio; Capítulo I: Estatística e situação do ensino popular; Capítulo II: Ação do Estado — Ministério da Instrução Pública; Capítulo III: Despesas com o ensino público — sua incomparável fecundidade; Capítulo IV: Da obrigação escolar; Capítulo V: Da escola leiga; Tomo II: Capítulo VI: Liberdade de ensino; Capítulo VII: Métodos e programa escolar; Tomo III: Capítulo VIII: Organização pedagógica; Capítulo IX: Jardins de crianças; Capítulo X: Formação do professorado: Escolas normais; Capítulo XI: Do Museu Pedagógico Nacional; Capítulo XII: Do Magistério Primário; Capítulo XIII: Administração — Inspeção; Capítulo XIV: Conselho Su-

sobre a organização pedagógica da escola elementar primária e sobre política de educação popular produzida no país durante o século XIX.

Para este artigo, tomaremos como fonte principal o Tomo II, e os tópicos seguintes referentes ao verbete *Método e Programa Escolar* — Desenho, Lições de Coisas. Método Intuitivo, Matemáticas Elementares. Taquimetria. Nesse sentido, é objetivo deste trabalho identificar que papel (eis) teve (eram) os saberes elementares Desenho e Geometria para a conformação do ensino primário inserido no processo de modernização política da época. Buscar-se-á compreender por que Rui considerou tais saberes importantes para compor seu parecer. Quais contribuições dariam para o currículo da escola primária?

Em suma, interessa-nos examinar como Rui Barbosa (1849–1923), influente político que foi, conseguiu coadunar suas ideias na elaboração do Parecer de Reforma do Ensino Primário, documento considerado por Johnson (1977) como o mais completo do gênero na história da educação brasileira, uma vez que pretendemos investigar o ensino do Desenho e da Geometria e o papel que tiveram na conformação do ensino primário brasileiro da época.

2 O Parecer da Reforma do Ensino Primário (1883): processo de constituição

A *Reforma do Ensino Primário e Várias Instituições Complementares da Instrução Pública* apresentada no ano de 1883[2] tratou-se de uma extensa produção organizada por Rui. Realizando leituras de muitas obras estrangeiras, sobretudo, francesas e inglesas, visava fornecer elementos para pensar a realidade brasileira face seu atraso cultural em relação aos países mais desenvolvidos. Neste momento, Rui estava imbuído de um duplo sentimento: o de que a educação era a alavanca para a modernização do país e o de que o advento da sociedade moderna exigia uma reorganização didático-pedagógica das escolas primárias (SHIEH, 2010).

A redação destes pareceres (tanto do ensino secundário e superior quanto do ensino primário) tem sua origem na análise do Decreto n.º 7.247, de 19 de abril de 1879, de autoria de Carlos Leôncio de Carvalho, que reformava o ensino primário e secundário no município da Corte e o ensino superior em todo

perior de Instrução Nacional — Conselhos Diretores; Capítulo XV: Construção de Casas Escolares; Capítulo XVI: Do Fundo Escolar; Capítulo XVII: Conselhos Escolares de Paróquia; Tomo IV: Capítulo XVIII: Higiene escolar; Conclusão; Projeto; Apêndices; Bibliografia; índice Onomástico. Entretanto, para este estudo tomaremos para análise a versão de 1946.

[2]Em relação à publicação do Parecer referente aos ensinos secundário e superior, esta foi apresentada em 13 de abril de 1882.

o Império (1882–1889). Segundo Santos (2005), Rui foi escolhido para ser o relator do parecer acerca do referido decreto em substituição a um outro membro da Comissão de Instrução Pública que deveria exercer o cargo de presidente em Pernambuco. Começara então ali um trabalho elaborado a três mãos: o próprio Rui, Ulysses Machado Pereira Viana e Thomaz de Bonfim Spinola.

Fiel às suas pretensões e veemente convencido de que a reforma educacional, naquele momento, era o meio mais viável de efetuar a mudança social tão desejada, o intelectual baiano analisa tal decreto de forma cuidadosa e minuciosa. Discutindo aspectos mais profundos da educação escolar brasileira, ora posicionando-se a favor, ora contra as ideias defendidas por Leôncio de Carvalho[3], observava a urgente necessidade de reestruturação, desde a construção de prédios escolares até o alcance dos melhores métodos. “Dessa forma, defendeu a ideia de privilegiar novos conteúdos, que pudessem colaborar para despertar a curiosidade das crianças e o gosto pelos estudos [...] considerava esses fundamentos imprescindíveis para tornar o Brasil uma nação civilizada” (MORMUL; MACHADO, 2013, p. 289).

Na opinião de Lourenço Filho, os escritos pedagógicos de Rui exerceram influência significativa no pensamento educacional brasileiro. Tanto é que, definiu Rui como “o primeiro a tratar da pedagogia como problema integral de cultura, isto é, problema filosófico, social, político e técnico, a um só tempo” (FILHO, 1956, p. 14). Assim, garante: “quem desejar conhecer Rui, há de conhecer-lhe a obra pedagógica e meditar nela” (FILHO, 1965, p. 15).

Desse modo, a opinião mais comum é que, bastante conhecedor das mudanças políticas que aconteciam nos diferentes países e, do movimento político e científico da época, Rui clamava por uma ideia de liberdade e a de que seu exercício se devesse fundar na instrução popular, buscando compreender a marcha da nova dinâmica social (FILHO, 1965).

Questões como essas levaram Rui a propor um padrão pedagógico baseado num programa enciclopédico fundamentado no princípio da educação integral no qual as matérias escolares deveriam ajustar-se às necessidades da vida moderna, do desenvolvimento econômico e social do país. Tal programa compreendia, entre as matérias de Educação Física, Música e Canto, Rudimentos das Ciências Físicas e Naturais, o Desenho e as Matemáticas Elementares — Taquimetria. São sobre elas que versarão os subtópicos seguintes.

[3] Mais detalhes acerca dos prós e contra de Rui feitos à proposta de Leôncio de Carvalho, ver Mormul e Machado (2013).

3 O desenho e a taquimetria no Parecer da Reforma do Ensino Primário (1883): uma questão também de método

Visionário e defensor de uma escola primária obrigatória, enciclopédica e laica de oito anos de duração, Rui Barbosa pretendia fazer uma reforma dos métodos e do mestre. Em outras palavras, "eis, numa expressão completa, a reforma escolar inteira; eis o progresso todo e, ao mesmo tempo, toda a dificuldade contra a mais endurecida de todas as rotinas — a rotina pedagógica" (BARBOSA, 1946, p. 33).

Nesse sentido, ciente da necessidade de propagar uma educação escolarizada que atendesse às necessidades urgentes da população, tornando-a culta e ao mesmo tempo, engajada na formação para o trabalho, Rui advogava um rompimento com o passado, isto é, com a escola da tríade do ler, escrever e contar, que, ao que tudo indica, não mais correspondia à realidade brasileira. A pedagogia, da qual fazia vítima e escrava a população, estava alicerçada num "ensino vão, abstrato, morto, de palavras, palavras e só palavras" (BARBOSA, 1946, p. 199). Com isso, Rui queria dizer "Cumpre renovar o método, orgânica, substancial, absolutamente, nas nossas escolas. Ou antes, cumpre criar o método" (BARBOSA, 1946, p. 33).

Esses princípios foram embasados ao dar-se conta de que aquele ensino decorativo, mecânico, baseado na automatização do aluno e do mestre não davam conta de desenvolver integralmente a criança. No entendimento de Lourenço Filho (1956) "a filosofia de vida, que transplantava para a sua pedagogia, não se apoiava apenas no racional e no lógico, mas no poder criador do espírito total, como entidade livre. Por isso a metodologia a que deveria tender, seria integral, como integral é a sua pedagogia" (FILHO, 1956, p. 36). Tal pedagogia integral baseava-se em três pontos: o corpo, a inteligência e o sentimento.

O caminho para isso pautava-se na adoção do ensino popular pelo qual a instrução deveria tornar-se um prazer tanto para o professor quanto para o aluno, possibilitando a este último o desenvolvimento de suas faculdades mentais. Assim, era preciso partir de dados concretos e, esquecer das abstrações impalpáveis e das frases e ideias não verificáveis danosas ao ensino. Desse modo, os primeiros passos seriam educar a criança consoante as leis da natureza e reconhecer os sentidos (ver, ouvir, tocar, sentir e cheirar) como o instrumento fundamental da educação. Ou seja, "haveis de educar o menino, como a natureza educou o gênero humano. Eis o princípio, a lei, a ciência de toda a pedagogia racional" (BARBOSA, 1946, p. 51).

Assim, influenciado pelos fundamentos de Pestalozzi[4] e Fröbel[5], defendia uma educação pelos sentidos, como posto a seguir.

> Educar a vista, o ouvido, o olfato; habituar os sentidos a se exercerem naturalmente, sem esforço e com eficácia; ensiná-los a apreenderem os fenômenos que se passam de redor de nós, a fixarem na mente a imagem exata das coisas, a noção precisa dos fatos, *eis a primeira missão da escola*, e, entretanto, a mais completamente desprezada na economia dos processos rudimentares que vigoram em nosso país (BARBOSA, 1946, p. 52, *grifos nossos*).

De fato, por outras palavras, julgava uma das condições cardeais desta reforma escolar, parafraseando Pestalozzi, "fazer da intuição a base de todo o método, de todo o ensino, de toda a educação humana" (BARBOSA, 1946, p. 53).

Nessa escola defendida por Rui, o aluno passaria a discernir as paridades e as diversidades, associar as coisas semelhantes e opor os contrastes. Em resumo, para a formação de seu mundo intelectual bastariam a percepção das semelhanças e a percepção das diferenças entre os objetos do nosso conhecimento, o que levaria-os a adquirir as faculdades perceptivas. Por meio da comparação, da distinção e da combinação, a criança chegaria a compreensão dos caracteres que separam as coisas, à determinação das relações que as comunicam, etc. O ponto de apoio da educação deveria mudar. Deixar de assentar-se exclusivamente no mestre, para fixar-se na energia individual, nas faculdades produtoras dos alunos. É fazer da instrução uma conquista individual do espírito do aluno.

De fato, existe aí nesse discurso, ao que parece, um processo empirista do conhecimento, no qual à criança é oferecido dados sensíveis por meio da observação e na presença de objetos concretos. Segundo Zanatta, tal pedagogia

[4]Pestalozzi (1746–1827), pedagogo suíço, foi um pensador e sobretudo um homem apaixonado pela reforma da educação. Leitor de Rousseau, foi considerado o pai da psicologia moderna e inspirador diretamente de Fröebel e Herbart. Suas ideias sobre a denominada Pedagogia Intuitiva, cuja base são os sentidos pelo meio dos quais se estrutura a vida mental, fizeram eco em vários países, inclusive no Brasil. "Considerava a educação como um processo que devia seguir a natureza, a liberdade, a bondade inata do ser humano, unindo mente, coração e mãos" (SOËTARD, 2010, p. 35).

[5]Fröbel (1782–1852), de infância e juventude difíceis, foi apaixonado pelas ciências naturais e pela matemática. Em 1805, ao ser contratado por uma "escola modelo" de Frankfurt, Fröbel descobre os princípios pedagógicos de Pestalozzi. Aprofundou seu conhecimento sobre as teorias de Pestalozzi em Yverdon entre 1808 a 1810, onde nessa época o Instituto Pestalozzi esteve em auge de sua reputação internacional. Assim, esboçou sua teoria da "esfera" que ao mesmo tempo tratava-se de uma teoria científica e uma doutrina da educação fundada na relação entre o conhecimento subjetivo e o objeto científico (HEILAND, 2010).

"fundamentava-se na psicologia sensualista, cujos representantes afirmavam que toda a vida mental se estrutura baseando-se nos dados dos sentidos, ou, empregando um vocabulário pedagógico, valendo-se do concreto" (ZANATTA, 2012, p. 106).

Considerando que o meio essencial da educação intelectual é a intuição, que o cultivo do entendimento passa pelo cultivo dos sentidos e, que a constituição desse conjunto dá-se propriamente no ensino das lições de coisas, Rui não deixou de enfatizar a necessidade também de uma readequação e/ou reorganização do programa escolar primário para o atendimento e prática de tais ideias. Para ele, de nada adianta somente introduzir no novo programa trechos e/ou partes dos programas antigos. O que de fato deve ser feito "é repudiar absolutamente o que existe, e reorganizar inteiramente de novo o programa escolar, tendo por norma esta lei suprema: conformá-lo com as exigências da evolução, observar a ordem natural, *que os atuais programas invertem*" (BARBOSA, 1946, p. 61, *grifos do autor*).

Tomando a criança como um ser instintivamente observador, afirma que o primeiro passo para o cultivo do entendimento é, justamente, o cultivo dos sentidos, o qual "constitue propriamente *a lição de coisas*" (BARBOSA, 1946, p. 63, *grifos do autor*). Segundo Melo e Machado (2009) o termo "lição de coisas" aparece pela primeira vez, inserido numa lei de reforma do ensino, no Decreto de n.º 7.247, de 1879, instituído pelo ministro Leôncio de Carvalho. Introduzido como uma disciplina, tal termo, ao lado da questão religiosa e dos programas de ensino, provocou debate na sociedade. Mais tarde, ganharia uma nova roupagem com os estudos desenvolvidos pelo próprio Rui, tanto aqui na discussão deste parecer de Reforma do Ensino Primário quanto na tradução e publicação do Manual de Lições de Coisas do norte americano Norman Calkins, nos anos de 1881 e 1886, respectivamente.

Abraçadas e exigidas, como ponto de partida de todo o ensino, defendidas em todos os países adiantados e por todos os pedagogos eminentes (BARBOSA, 1946), as lições de coisas ganham um largo desenvolvimento na escola primária elementar.

> Tem por fim, pois, como se está vendo, as lições de coisas cultivar no menino as faculdades perceptivas, assimilar-lhe ao espírito a arte de observar, adestrá-lo em encontrar, diante de cada objeto, a palavra apropriada, em achar diante de cada palavra, na inteligência, a concepção da realidade correspondente (BARBOSA, 1946, p. 210).

Em suma,

> A *lição de coisas* não é um *assunto especial* no plano de estudos: é *um método* de estudo; não se circunscreve a uma secção do programa: *abrange o programa inteiro*; não ocupa na classe, um lugar separado, como a leitura, a geografia, o cálculo, ou as ciências naturais: é *o processo geral*, a que se devem subordinar todas as disciplinas professadas na instrução elementar. No pensamento do substitutivo, pois, a lição de coisas não se inscreve no programa; porque constitui o espírito dele; não tem lugar exclusivo no horário: preceitua-se para o ensino de *todas* as matérias, como o método comum, adaptável e necessário a todas. A lição de coisas, portanto, segundo a reforma, não acrescenta ao plano escolar *um estudo adicional*; impõe-lhe a aplicação ampla, completa, radical de *um novo método*: *o método por intuição, o método intuitivo* (BARBOSA, 1946, p. 214–215, *grifos do autor*).

Vê-se, desse modo, que Rui entendia a lição de coisas como sinônimo de método intuitivo. Para ele, é pelo uso da intuição que deveria ser ensinado o desenho, a geografia, o cálculo, a gramática, tanto as ciências da natureza quanto o uso da palavra. Sentido um pouco diferente do que foi atribuído por Buisson (1880). Para este, a lição de coisas era a aplicação mais ordinária do método intuitivo no interior da ordem sensível. Poderia ser empregada de duas maneiras: como um exercício à parte, com sua hora reservada no programa; ora, inserindo-a em todas as matérias de ensino.

Mesmo apresentando certa diferença daquele que utilizou para embasar sua argumentação, Rui privilegia a lição de coisas e a defende como a única que daria conta do processo de ensino dos saberes componentes da escola primária brasileira. Ou seja, a lição de coisas foi tomada como um método de estudo, abrangendo o programa inteiro, não ocupando, assim, um lugar separado, um assunto especial no plano de estudos. Nesse sentido, pergunta-se: quais foram as opções, no tocante às matérias de ensino referentes aos saberes matemáticos, apresentadas e defendidas por Rui em seu programa? As suas escolhas estiveram associadas a quais fenômenos? Quais relevâncias trariam para o currículo da escola primária brasileira?

4 O desenho e a taquimetria no Parecer da Reforma do Ensino Primário (1883): elementos de primeira necessidade?

Uma das conclusões a que chegou Lourenço Filho no prefácio que escreveu em seu livro "A pedagogia de Rui Barbosa", de 1956, Edições Melhoramentos, foi a seguinte:

> Aí é apresentado também um curioso problema, insignificante na aparência, mas, pelas reflexões a que pode conduzir, de grande importância na apreensão do pensamento de Rui em matéria de educação: *o da manifesta preferência que concedeu ao ensino do desenho*, no qual, por muitos aspectos, vem a encontrar-se o plano de interseção de todas as ideias pedagógicas que defendeu (FILHO, 1956, p. 12, *grifos nossos*).

Desse modo, vejamos a argumentação que é possível encontrar em seu parecer.

Antes mesmo de finalizar o tópico "Métodos e programa escolar", Rui já sinaliza uma defesa prévia da utilização do desenho nos anos iniciais. Na crítica que tece acerca dos programas de ensino atuais que colocam a leitura e a escrita no primeiro estágio do ensino, revela que a imitação plástica e gráfica das formas, na ordem do desenvolvimento humano, precedeu a escrita. Esta representação pitoresca, puramente ideográfica, representando ideias abstratas por meio de imagens sensíveis, já pressupunha, para ele, a arte de figurar as formas visíveis das coisas. Essa ordem anunciada por ele, refere-se a seguinte descrição:

> Todos os meninos desenham, por um natural pendor dos mais enérgicos instintos dessa idade. Modelar formas, e debuxar imagens: eis a primeira e a mais geral expressão da capacidade criadora nas gerações nascentes. Cabe, pois, ao desenho, no programa escolar, precedência à escrita, cujo ensino facilita, e prepara. Racionalmente, naturalmente, à leitura antecede a escrita, e à escrita o desenho e a modelação (BARBOSA, 1946, p. 64).

Por esta citação, nota-se que Rui afirma que na ordem do desenvolvimento humano, na progressão natural das coisas, o desenho e a modelação devem proceder a escrita. Que outras finalidades reais[6] teriam então o ensino do desenho como componente curricular da escola primária?

[6] O termo finalidades reais está baseado nos estudos de Chervel (1990).

Ao avaliar a importância do ensino do desenho em seu parecer, dando-lhe uma ênfase em 91 páginas (maior que a descrição de qualquer outra matéria), Rui inicia sua argumentação tecendo os seguintes comentários:

> Se carecêssemos de mostrar, por um indício especial, mas decisivo, a que ponto incrível o estado mental dos homens que nos governam se acha alheio às grandes correntes morais que dominam, e caracterizam a civilização contemporânea, bastaria apontar a ignorância, em que jazem as nossas notabilidades econômicas e financeiras, assim como as autoridades diretoras do ensino entre nós — estas quanto à relevância capital deste ramo de instrução *entre as matérias fundamentais do programa da escola elementar* — aquelas quanto ao papel supremo desses estudos, universalizados pela aula de primeiras letras, e desenvolvidos pelas classes de desenho até às escolas superiores de arte aplicada, como fonte de riqueza, como elemento essencial à prosperidade do trabalho (BARBOSA, 1946, p. 105–106, *grifos do autor*).

Vê-se explicitamente por esta longa exposição a aparente preocupação de Rui com a necessidade de esclarecer o potencial educativo colocado no desenho. Tomando a via dos países civilizados, declara as exposições universais como reveladoras desta verdade. Vários foram os países que se lançaram nessa empreitada: Inglaterra (exposição de Londres, em 1851), França (exposição de Paris, em 1867), Áustria (exposição de Viena, em 1873).

Longe de ser o único porta-voz desta discussão, Rui nos apresenta um panorama mundial baseado em dados econômicos, sociais e políticos desses países e, concomitantemente, faz um apelo comparativo com a situação brasileira. Assim como a França, a Inglaterra, os Estados Unidos, a Áustria, apresentaram resultados significativos na produção industrial por causa da inserção do desenho e da arte, reconhecendo nele, um instrumento educativo, princípio fecundante do trabalho e umas das bases primordiais da cultura escolar e propulsoras do desenvolvimento econômico dos estados (BARBOSA, 1946) ambicionava ver isso acontecer no Brasil. Todavia, em nosso país, esse movimento não se deu com a mesma rapidez e concretude. E justifica:

> [...] vivemos ainda, no Brasil, sob o domínio do erro crasso que vê no desenho uma prenda de luxo, um passatempo de ociosos, um requinte de distinção, reservado ao cultivo das classes sociais mais ricas, ou à vocação excepcional de certas naturezas privilegiadas para as grandes tentativas de arte. Não percebem que, pela simplicidade das suas aplicações elementares, ele tem precedência à

> própria escrita; que representa um meio de fixação, reprodução e transmissão de ideias indispensável a todos os homens, e especialmente indispensável às classes laboriosas; que as aptidões naturais, de que depende o seu estudo, são comuns a todos os entendimentos, e de uma vivacidade particularmente ativa nos primeiros anos da existência humana (BARBOSA, 1946, p. 108–109).

Desse modo, afim de "desenhar" um novo padrão de ensino para a escola primária elementar brasileira, Rui utiliza-se de várias referências para justificar suas escolhas. Para Souza (2000), o entusiasmo de Rui pelo desenho fazia eco à opinião dos industriais, dos pedagogos e de autoridades do ensino dos países avançados, que viam a potencialidade de escolarização desse saber profissional para o crescimento econômico do próprio país. Em outras palavras, "a esse conteúdo foi atribuída uma finalidade essencialmente prática que se ajustava às necessidades da indústria e da arte [...] Tratava-se, sobretudo, do domínio de uma aprendizagem técnica, profissional" (SOUZA, 2000, p. 18).

Outra finalidade do desenho era o de auxílio a outros ramos de ensino. Além de profícuo auxiliar no ensino da escrita, acelerando-o com singular rapidez e influenciando no caráter da letra, como já dizia Pestalozzi, o desenho poderia fazer parte também do estudo da aritmética, da geometria e da geografia, visto como indispensável à perícia especial do futuro operário e a prosperidade mercantil do país, bem como, um disciplinador do espírito, da mão e do olho, inclinando a criança à ordem e precisão. Por ser considerado objeto de primeira necessidade, deveria fazer parte de todos os programas, de todas as escolas, quanto obrigatório para todos os mestres.

Do conjunto de argumentos e autoridades, angariados por meio dos relatórios e de leituras, Rui lista seis defesas para o ensino do desenho:

> 1.º Que o desenho é um dote acessível *a todos os homens*, e não um privilégio dos artistas por vocação e profissão;
>
> 2.º Que, na ordem pedagógica, bem como na ordem histórica, o desenho *precede a escrita*;
>
> 3.º Que o seu ensino deve principiar desde os primeiros passos da criança na cultura do espírito, isto é, *desde a entrada no Kindergarten*;
>
> 4.º Que, longe de sobrecarregar o programa, ele o ameniza; longe de retardá-lo, *só lhe faz ganhar tempo*; longe de dificultar os outros estudos, *facilita-os, e auxilia-os enormemente*;
>
> 5.º Que é um elemento *essencial* ao cultivo das faculdades de observação de invenção, de assimilação e retenção mental;

> 6.º Que a sua generalização como *disciplina inseparável da escola popular* é uma das forças mais poderosas para a fecundação do trabalho e o engrandecimento da riqueza dos Estados (BARBOSA, 1946, p. 124, *grifos do autor*).

Por conta de todas essas recomendações, muitos países abriram espaço para o ensino do desenho na educação popular, após metade do século XIX por meio de reformas de instrução elementar. Seu poder foi tão imprescindível que alcançou até os institutos técnicos, as escolas de ofícios, os ginásios, etc. Era o desenho a base do sistema de instrução escolar. Como demonstração da veracidade de todo esse poderio, Rui sinaliza vários países que avançaram nessa "corrida" instrucional a partir da implementação do desenho nas escolas primárias. Exemplos disso foram a Alemanha, a França, a Áustria, a Inglaterra, a Hungria, a Prússia, os Estados Unidos, etc.

Segundo as pesquisadoras Mormul e Machado (2013), Rui acreditava que o ensino do desenho "teria papel fundamental no desenvolvimento da indústria e, consequentemente, o Brasil deixaria de ser fundamentalmente agrícola, ou seja, a introdução do ensino de desenho iria promover a expansão da indústria nacional" (MORMUL; MACHADO, 2013, p. 285).

Nesse caminhar, outras questões são reveladas. Por exemplo, que tipo de desenho é o adotável no ensino escolar? Que método a razão e a experiência impõe a este ramo da instrução primária? Para responder a tais questionamentos, tomou como parâmetros três países: Inglaterra, Estados Unidos e Áustria.

No caso inglês, Rui pontua observações pertinentes referentes ao nivelamento de classes e ao papel dos mestres em identificar a aptidão de seus alunos, construção do horário de ensino e olhar atento para a compostura em sala e na execução de atividades pelos seus discípulos; a possibilidade da criança passar de nível; a duração do ensino. Além disso, para aquilo que nos interessa, o desenho de objetos e de estampas era feito de três modos: desenho de memória (cópias e objetos); desenho de invenção e desenho a tempo fixo.

> O primeiro far-se-á tanto sobre os objetos como sobre as estampas; o segundo versará sobre a composição com os elementos já aprendidos; o terceiro constará de exercícios tirados da escala do ensino imediatamente inferior à capacidade do discípulo. O *desenho a tempo* tem por fim educar no discípulo um golpe de vista rápido e seguro; desenvolver nele o sentimento das qualidades características dos objetos, e combater a indolência em geral (BARBOSA, 1946, p. 147, *grifos do autor*).

De forma geral, a recomendação para a execução desse método baseava-

-se na escolha livre dos alunos pela série de modelos ou estampas que melhor correspondessem às suas aptidões, aos seus interesses e, que nessa construção a exatidão do desenho era obtida progressivamente. Mais ainda, era função do mestre impedir que o discípulo começasse a desenhar qualquer objeto ou cópia, sem antes tê-lo estudado em sua totalidade e nas suas partes, comparando-as entre si; o ensino da perspectiva deveria ser ensinado no fim do curso; e o ensino de modelação fica excluído.

Na Áustria, tem-se a esterilidade do ensino do desenho com régua e compasso. Usava-se o método estigmográfico. Ao que tudo indica, tratava-se de um plano metódico para o ensino do desenho com o objetivo de esquivar os processos de exercício puramente mecânico, sem significado. Com ele, era possível "idear uma transição natural, quase insensível, entre o desenho auxiliado[7] e o desenho a olho, sem recorrer à régua e ao compasso" (BARBOSA, 1946, p. 151). E, o papel para o desenho, segundo tal método, era o quadriculado por conta do formato característico.

Esse método alcançou reconhecimento graças a adoção pelo governo austríaco do compêndio Grandauer intitulado *Elementos de desenho escolar*. Em resumo,

> Tem por objeto este método formar o olho e a mão dos alunos, levá-los a perceberem nitidamente, e discernirem com segurança as formas e os volumes, exercitá-los na representação linear das relações entre as coisas no espaço, na figuração dos objetos terminados por superfícies planas, na das linhas retas e curvas; enfim habilitá-los a desenharem do natural os objetos de formas simples (BARBOSA, 1946, p. 157).

O que é possível observar nesta citação é a presença de elementos da geometria, tais como, as formas e os volumes, auxiliando o ensino do desenho. Outra ideia é a observação, a percepção e o discernimento de tais objetos antes mesmo de sua execução.

Já nos Estados Unidos, Walter Smith foi o criador prático do ensino do desenho na União Americana. Na escola primária era tido o "Desenho a mão livre, desenho por modelos, desenho de memória. Os objetos serão geometricamente desenhados pelo trabalho do mestre na pedra, ou por estampas. Nenhuma noção, por enquanto, de perspectiva" (BARBOSA, 1946, p. 161). Além disso, nas escolas primárias destaque para o desenho de contornos a mão livre, cujo principal objetivo "é ensinar o uso conveniente do material, os nomes das linhas e figuras, educar o olho na avaliação das proporções, e inculcar

[7] Consistia no desenho à régua e compasso.

a percepção do belo nas curvas e conformação dos objetos" (BARBOSA, 1946, p. 162). Há também ressalva para o desenho de contornos por modelo sólido, envolvendo a prática da perspectiva. E, os desenhos de memória. "Partindo de formas geométricas de um tamanho dado, as crianças, por este meio, chegarão até à reprodução inteira dos originais que tiverem imitado, por complicados e miúdos que sejam" (BARBOSA, 1946, p. 162). O mesmo debate é estendido para as escolas médias, superiores e normais.

Percebe-se novamente a presença da geometria, lado a lado, na execução dos vários tipos de desenho. Para Stetson, em declaração feita num relatório de 1874, a geometria "é o único verdadeiro fundamento do desenho, artístico e industrial" (STETSON, 1874 apud BARBOSA, 1946, p. 166). Sem ela, não é possível dar atenção especial ao desenho das formas naturais, pois "Não basta que o aluno aprenda a desenhar as formas geométricas; cumpre, outrossim, que, ao encetar o desenho de objetos naturais e artificiais, saiba estudá-los, e reconhecer a forma geométrica, a que se prende a sua forma particular" (STETSON, 1874 apud BARBOSA, 1946, p. 166).

Diante do esboço apresentado, Rui faz sua defesa pelo ensino do desenho que deveria fazer parte da escola primária elementar. Para ele, mesmo considerando os métodos austríaco e inglês, complementos um do outro, afirma que o ensino do desenho deve começar na escola elementar, entre as crianças de sete anos, pelo método inglês, que se estenderá até a escola do segundo grau, a escola média, onde se principiara o estudo do desenho elementar graduado, pelo sistema austríaco.

Já em relação ao ensino das matemáticas elementares e da taquimetria, a primeira afirmação de Rui é que estes saberes deveriam ser professados pelos métodos concretos. Ainda sobre isso, afirma que na aritmética, o cálculo mental precede naturalmente as operações escritas, o uso formal e metódico dos algarismos. Em outras palavras, ao invés do ensino mecânico da tabuada, defendia o uso do processo racional, mediante a adição e subtração de objetos concretos, de modo que, o ensino do cálculo mental proporcionaria no menino o sentimento, a intuição da proporcionalidade. Era a partir do contato com o objeto a ser estudado que a criança desenvolveria suas capacidades de percepção e suas faculdades de observação e, que partir do concreto para o abstrato configurava-se como uma característica do modelo de ensino intuitivo.

O ensino elementar da geometria também contribui nesse sentido. "É por meio de modelos materiais, de construções gráficas, que há de ter entrada na escola o curso, sempre concreto, intuitivo, figurado, dos elementos desta ciência" (BARBOSA, 1946, p. 289). E adverte:

> Não seria completa a base comum da educação geral, que a es-

> cola popular deve abranger em si, se depois de discernir, debuxar, e modelar as combinações geométricas das linhas, superfícies e sólidos, o aluno não adquirisse certa preparação elementar no cálculo e medição delas. Para este fim introduzimos desde o segundo grau da escola a *taquimetria* (BARBOSA, 1946, p. 290, *grifo do autor*).

Este é o momento que Rui apresenta um novo saber matemático, o estudo da taquimetria. Invenção de Eduardo Lagout, engenheiro de pontes e calçadas, este método, de acordo com o próprio Rui, teria por objetivo proporcionar aos entendimentos menos desenvolvidos o acesso as verdades e as regras mais fundamentais do cálculo geométrico reunindo a esta, segurança e precisão nos resultados. De fato, ela

> [...] encerra em si o único sistema capaz de tornar a ciência geométrica um elemento universal de educação popular. A taquimetria é a *concretização* da geometria, é o ensino da geometria pela evidência material, a acomodação da geometria às inteligências mais rudimentares: é a *lição de coisas* aplicada à medida das extensões e volumes (BARBOSA, 1946, p. 290, *grifos do autor*).

Embora não esclareça com detalhes como a taquimetria deveria ser estudada e praticada no ensino das escolas primárias brasileiras, Rui sinalizando a sua importância e a vontade de que a mesma faça parte do programa dessas escolas. Citando Lagout (1877), conclui: "O método taquimétrico é, portanto, a mais rigorosa, a mais chã, a mais praticável adaptação das leis da pedagogia intuitiva popular da geometria, à instrução geométrica das crianças" (LAGOUT, 1877 apud BARBOSA, p. 292).

Diante do que foi exposto, a proposta engajada por Rui Barbosa buscava, por contemplar o olhar sobre a instrução pública primária, promover uma reforma do método e, também por assim dizer, dos mestres. Além disso, tanto o desenho quanto à taquimetria foram tomados como elementos importantes para o processo de desenvolvimento pelo qual passava o país.

5 Considerações finais

A leitura do parecer de Rui Barbosa sobre a instrução pública primária revela uma preocupação com a escola, principalmente a dos anos iniciais, seu caráter educacional e sua participação na vida social da população. A escola que se desejava construir tinha como ideal a formação do trabalhador e do cidadão, ou seja, a formação de um novo homem em acordo com as exigências do contexto industrial, urbano e mundial. Nesse sentido, para essa escola era imprescindível a inserção de novas matérias de ensino que preparassem os alunos para esta vida "moderna".

Audacioso e leitor de obras e autores importantes, Rui faz uma análise da situação brasileira comparando-a com a de países mais avançados. Nessa interlocução, apresenta sua defesa pela educação integral e enciclopédica, bem como, pelo método de ensino intuitivo, baseado nas ideias do pedagogo suíço Pestalozzi e de seu contemporâneo Fröebel.

Sobre a apresentação dos conteúdos que deveriam fazer parte do novo programa das escolas primárias e, no que diz respeito à matemática, Rui traz significativas contribuições. Enfatizou o ensino do desenho e das matemáticas elementares e taquimetria. Dando ao desenho, um lugar especial de destaque entre os outros saberes, Rui aponta algumas das finalidades que esse ensino poderia provocar. Primeiro, o desenho era tido como elemento de finalidade prática pela importância na cultura geral em todos os graus e, base de toda educação técnica e industrial. Para o operário, a aprendizagem do desenho era tão necessária quanto à leitura e à escrita.

Outra defesa era seu auxílio a outros ramos de ensino. Considerado objeto de primeira necessidade e, de profícuo auxiliar no ensino da escrita, precedendo-a e acelerando-a com singular rapidez e influenciando no caráter da letra, o desenho poderia fazer parte no estudo da aritmética, da geometria e da geografia, visto como indispensável à perícia especial do futuro operário e a prosperidade mercantil do país, bem como, um disciplinador do espírito, da mão e do olho, inclinando a criança à ordem e precisão.

Em relação ao método para o ensino dos tipos de desenho, Rui é a favor do método inglês que consistia no desenho de memória (cópias e objetos); desenho de invenção e desenho a tempo fixo.

Acerca das matemáticas elementares, defende o uso do cálculo mental por meio da utilização de objetos concretos, já que esse precede naturalmente as operações escritas, o uso formal e metódico dos algarismos. E para o ensino da geometria, deixa claro a sua opção pela taquimetria, vista como a concretização da geometria; a própria lições de coisas estendida a medidas das extensões e dos volumes.

A exame aqui realizado teve a intenção de mostrar como o intelectual, jurista, reformador e político Rui Barbosa pensou a educação primária do ponto de vista dos saberes matemáticos. A propósito, será que outros educadores e/ou intelectuais brasileiros tiveram o pensamento e posicionamento similar ao de Rui?

Referências

BARBOSA, R. Reforma do Ensino Primário e várias Instituições Complementares da Instrução Pública. *Obras Completas de Rui Barbosa.* Vol. X. 1883, tomo II. Rio de Janeiro: Ministério da Educação e Saúde, 1946.

CARVALHO, M. M. C. (Org.); PINTASSILGO, J. (Org.). *Modelos culturais, saberes pedagógicos, instituições educacionais.* 1.ª ed. São Paulo: EDUSP, 2011. v. 1.

CHERVEL, A. A história das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. In: *Teoria & Educação*, p. 177–229, 1990.

FILHO, L. *A pedagogia de Rui Barbosa.* São Paulo: Melhoramentos, 1956.

HEILAND, H. Friedrich Fröbel (1782–1852). In: *Friedrich Fröbel.* Tradução e organização: Ivanise Monfredini. Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massangana, 2010.

JOHNSON, P. B. *Rui Barbosa e a reforma educacional*: "as lições de coisas". Rio de Janeiro: MEC/Fundação Casa Rui Barbosa, 1977.

MORMUL, N. M.; MACHADO, M. C. G. *Rui Barbosa e a educação brasileira*: os pareceres de 1882. Cadernos de História da Educação (UFU. Impresso), v. 12, p. 277–294, 2013.

SANTOS, F. A. *Rui Barbosa e o ensino no Pedro II*: um discurso pedagógico no Brasil oitocentista — 1880–1885. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005. (Dissertação de Mestrado).

SHIEH, C. L. *O que ensinar nas diferentes escolas públicas primárias paulistas*: um estudo sobre os programas de ensino (1887–1929). São Paulo: Faculdade de Educação, 2010 (Dissertação de Mestrado).

SOËTARD, M. Johann Heinrich Pestalozzi. In: SOËTARD, M. *Johann Pestalozzi.* Tradução: Martha Aparecida Santana Marcondes, Pedro Marcondes e Gino Marzio Ciriello Mazzetto; Organização: GASPARIN, J. L. e MARCONDES, M. A. S. Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massangana, 2010.

SOUZA, R. F. Inovação educacional no século XIX: a construção do currículo da escola primária no Brasil. In: *Cadernos Cedes* (UNICAMP), Campinas, v. 51, p. 33–44, 2000.

ZANATTA, B. A. O Legado de Pestalozzi, Herbert e Dewey para as práticas pedagógicas escolares. *Revista Teoria e Prática da Educação*, v. 15, n.º 1, p. 105–112, jan./abr. 2012. Disponível em: `http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/TeorPratEduc/article/view/18569`. Acesso em: 15 ago. 2014.

A Reforma Gomes Cardim e os Programas de Ensino de Arithmética, Geometria e Desenho dos Grupos Escolares Capixabas (1908–1928)

Moysés Gonçalves Siqueira Filho
Universidade Federal do Espírito Santo
siqueira.moyses@gmail.com; moysessiqueira@uol.com.br

Resumo: Trata da Reforma de ensino instaurada no Espírito Santo, Estado localizado na região sudeste do Brasil e que faz fronteiras com o sul da Bahia, leste de Minas Gerais e norte do Rio de Janeiro, por Carlos Alberto Gomes Cardim, nos anos 1908 e 1910, a convite de Jerônymo de Souza Monteiro, então, Presidente do Estado no período de 1908 a 1912. Identifica a imposição, ao professorado capixaba, da aplicação do Método Analítico, incialmente atribuído ao ensino da leitura, agregado ao Método Intuitivo, a todas as matérias componentes do curso primário. Descreve as intencionalidades subjacentes ao Congresso Pedagógico, um dos espaços idealizados para a disseminação dos objetivos precípuos responsáveis pela efetivação das possíveis mudanças concernentes à instrução pública espírito-santense. Considera leis e decretos como mecanismos legitimadores de ideais importados, sobretudo, da capital paulista, alastrados Brasil afora por um grupo de normalistas republicanos. Discute as componentes curriculares Arithmetica, Geometria e Desenho.

Abstract: Talks about the educational reform introduced in the Espírito Santo, state located in the southeastern region of Brazil, which borders on southern Bahia, eastern Minas Gerais and northern Rio de Janeiro, by Carlos Alberto Gomes Cardim in the years 1908 and 1909, at the invitation of Jeronymo de Souza Monteiro then State President in the period 1908 to 1912. It identifies the imposition, the capixabas teachers, the application of Analytical Method, initially assigned to the teaching of reading, added the Intuitive Method, to all matters primary course components. It describes the underlying intentions of the Pedagogical Congress, one of the idealized spaces for the dissemination of the essential goals responsible for making the possible changes concerning public education espírito-santense. Considers laws and decrees as ideals of legitimating mechanisms imported mainly from the state capital, besides sprawled Brazil by a group of normalistas Republicans. Discusses the curriculum components Aritmetica, Geometry and Design.

1 Introdução

> [...] Leitura, Grammatica, escripta, calicraphia, arithmetica, geometria, geographia geral, geographia do Brazil e cosmographia, historia do Brazil, noções de sciencias physicas e naturaes, musica, desenho, gymnastica, exercícios militares e trabalhos manuais [...]

Eram essas as matérias, elencadas no Capitulo II, Art. 20 da Lei n.º 545[1] de 16 de dezembro de 1908, e regulamentada pelo Decreto n.º 230, de 02 de fevereiro de 1909[2], que compunham o ensino das escolas primárias capixabas.

A referida lei estadual fez parte de uma série de providências tomadas pelo, à época, Presidente do Estado, Jeronymo de Souza Monteiro, que, atento aos problemas relacionados à educação capixaba, procurou, ante as condições de atraso, denunciadas, por ele mesmo, ao Congresso Legislativo, solucioná-los. Para que seus intentos fossem efetivados, Monteiro convidou o professor Carlos Alberto Gomes Cardim, "educador entusiasta e jovem, forjado no dinamismo da cultura paulista [...]" (Barreto, 1999, p. 59), para modificar a fisionomia da instrução pública do Estado.

Para Monteiro, Cardim mostrava-se um expoente frente às discussões referentes à educação em São Paulo e sua competência e preparo se alastravam Brasil afora. Cardim Nascera na capital de São Paulo em 10 de fevereiro de 1875, onde diplomou-se, em 1894, pela Escola Normal, tornando-se integrante da chamada geração dos "normalistas republicanos", formada no contexto da reforma educacional paulista, logo após a Proclamação da República. Filho do comendador e maestro João Pedro Gomes Cardim, natural de Setúbal, Portugal e da gaúcha Ana Amélia M. Gomes Cardim, foi autor de diversas obras, entre elas, Elementos de Álgebra [1903], em parceria com João Borges, e "Cartilha Infantil pelo Méthodo Analytico", de 1908 [9.ª edição em 1919]. Faleceu em São Paulo, em 02 de junho de 1938.

Entre as suas convicções e das quais não abriria mão para a implantação da reforma requisitada estava a de que "[...] Dar liberdade aos professores seria implantar a confusão no ensino, por isso que cada cérebro é um capitólio e cada cabeça uma sentença" (Cardim, 1909a, p. 5). Prenúncio este, constatado em suas práticas discursivas em prol da instituição do Método Analítico em detrimento do Método Sintético, considerado tradicional e, portanto, obsoleto. Esse será seu eixo diretor para lançar à classe professoral as vantagens, irrefutáveis, como diria, do ensino analítico intuitivo. Nesse sentido, as lições

[1] Disponível em: `http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/114988`
[2] Disponível em: `http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/115845`

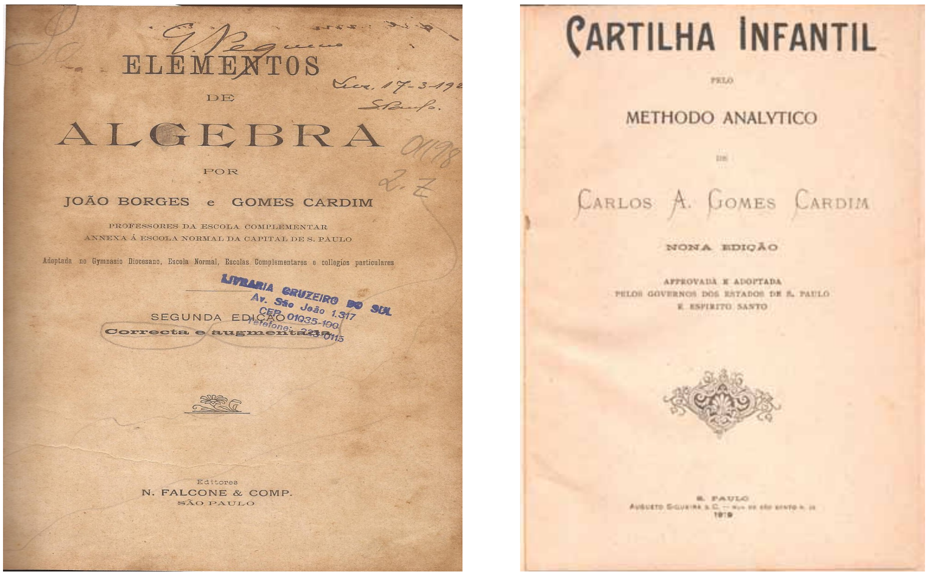


Figura 1: Capas dos livros de Cardim — 1903; 1919

de matemática, em particular, se apresentariam sob a égide do moderno, o que nessa perspectiva as tornariam atraentes e proveitosas.

2 Métodos e Processos: indícios do como ensinar os saberes elementares matemáticos anunciados nos programas do ensino primário capixaba

> [...] O programma de ensino, em que serão **observados com rigor os princípios do methodo intuitivo**, em detalhes, será publicado depois de approvado pelo Presidente do Estado [...] (Espírito Santo, Decreto n.º 109 de 04.07.1908, Capítulo XI, § único).

O desembarque do método intuitivo, na Provincia do Espírito-Santo, se deu por meio do Regulamento da Instrucção Publica, de 15 de setembro de 1882, o qual, também, definia o conteúdo a ser trabalhado e orientava quanto à escolha dos livros de leitura para a educação primária (Gontijo e Gomes, 2013). Tempos depois, os artigos, 88.º do Decreto n.º 4.325, de 16 de abril de 1921[3], e 75.º

[3] Disponível em: `http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/122504`

do Decreto n.º 6.501, de 20 de dezembro de 1924[4], explicitavam, tacitamente, a obrigatoriedade do ensino intuitivo (Espirito Santo, 1921; 1924).

Vale ressaltar que o ensino amparado pela intuição é devido ao pedagogo suíço Johann Heinrich Pestalozzi (1746–1827) para contrapor a memorização mecânica, prática à época dirigente dos modos de ensino e de aprendizagem dos saberes escolares elementares. O aprendiz, segundo Pestalozzi, adquiriria conhecimento em meio de atividades práticas que oferecessem dados sensíveis à percepção dos alunos, dito de outro modo, os elementos exteriores seriam intuídos pelos sentidos (Pestalozzi, 1898).

As aspirações educacionais, amplamente divulgadas no fim do Império brasileiro e consubstanciadas pela filosofia positivista, convergiriam em busca da cientificidade em detrimento do empirismo, imbricando na "hegemonia dos métodos intuitivos e analíticos para o ensino de todas as matérias escolares, especialmente a leitura" (Mortatti, 2000, p. 78),

Agregar-se-iam, então, ao método intuitivo, as características do analítico, em detrimento ao sintético. Retomavam-se, dessa forma, tensões entre o novo e o velho, entre o antigo e o moderno. Para Mortatti (2000, p. 123) o método analítico é a "maneira de se iniciar o ensino da leitura com unidades completas de linguagem, para posterior divisão em partes ou elementos menores". Para Grisi (1946, p. 3–4) o método sintético, considerado o primeiro historicamente, "é o que consiste no ensino ou aprendizado da leitura e da escrita segundo a ordem de complexidade crescente do material gráfico, a partir dos elementos alfabéticos".

Cardim acalentava dois grandes objetivos: "[...] despertar no magistério público espírito-santense maior gosto e interesse pela elevada missão a seu cargo"; e oportunizar aos professores "[...] acompanharem os progressos do estado e de **praticarem os novos methodos, aqui adotados**" (Monteiro, 1913, p. 63, grifos meus). Em quais espaços tais intenções poderiam, então, ser melhor contempladas?

Muito provavelmente, a organização do Congresso Pedagógico Espírito-Santense, ocorrido de 05 a 14 de junho de 1909, tenha sido um dos espaços dos mais fecundos, considerando o teor das sete sessões, nas quais a programação fora distribuída. As discussões e reflexões, nele efetivadas, partem da leitura à aritmética, entremeadas por assuntos relacionados à educação moral e cívica, como também, por questões mais gerais da educação.

Na conferência de abertura, intitulada *O ensino analytico de leitura e o ensino analytico em geral*, sob sua responsabilidade, Cardim dicotomiza uma hierarquia indiscutível entre os methodos analytico e sintético. Para ele, a este ca-

[4]Disponível em: `http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/122505`

bia apenas decorar símbolos que nada exprimiam ou significavam, e àquele, a designação de natural e lógico. A justificativa às suas proposições relativas ao *ensino analytico de leitura* considerava

> [...] natural porque [...] com elle, imitamos a natureza". A creança quando começa a balbuciar as primeiras palavras, não distingue os fonemas que as constituem, nem as sylabas que as integra, mas pronunciam o vocábulo completo; [e] lógico, porque, partindo da sentença para o phonema, conserva uma correlação racional, estabelecendo a generalidade decrescente" (Cardim, 1909b, p. 8).

Para corroborar com seu discurso, reproduz alguns trechos, extraídos de uma conferência proferida pelo educador brasileiro João Köpke, em São Paulo, tempos atrás. Segundo Warde e Panizzolo (2010, p. 130) "Além de se dedicar à abertura e manutenção de escolas, bem como para a definição de um novo campo pedagógico, João Köpke foi pioneiro na divulgação e implantação do método analítico para o ensino da leitura e dedicou-se a uma profícua produção de livros de leitura".

Posteriormente, Cardim passou à segunda parte de sua conferência, ou seja, *o ensino analytico em geral*, enfatizando os ensinos de linguagem, calligraphia, desenho e história, para os quais deveriam se transpor as vantagens do ensino analytico de leitura. Para o "[...] o reerguimento do ensino publico espírito-santense [...]", (Cardim, 1909b, p. 8) acabaria por apelar aos professores a divulgação do ensino analytico e intuitivo moderno.

Noutro extremo, o encerramento das conferências coube ao Prof. Joaquim Fernandes de Andrade e Silva, cuja palestra, apesar de intitulada *O ensino de arithmetica na escola primaria*, abarcou, também, o de geometria. Andrade e Silva associou o ensino da arithmética ao método indutivo e enfatizou "[...] a fácil applicação do methodo inductivo na complicada trama da mathematica [...]" (Cardim, 1909b, p. 45–46); em sustento a sua tese, dialogou com Newton, Le Verrier e Galle. Posteriormente, provocou a plateia com três questões: *Terá a mathematica tão grande valor deductivo que compense o esforço de transformar o methodo que lhe é próprio, para adaptal-o ao ensino infantil? Terá a mathematica valor educativo? Prestar-se-á ao desenvolvimento da natureza da creança?* Citou as obras pedagógicas de Trapp, passou por Pestalozzi e Froebel, apreciou o ensino moderno e supôs "[...] ser a mathematica a melhor gymnastica mental [...]". Por outro lado, abordou o ensino da geometria associado ao processo dedutivo, donde demarcou o "[...] principio do ensino superior e o fim da educação primaria [...]", e apropriando-se "da arte poética de Horácio [...], desenvolveu acerca do ensino intuitivo da matemathica na escola primaria" (Cardim, 1909b, p. 47).

Particularmente, em função de minha formação e de meus interesses de pesquisa, procurarei focar, como explicitadas no título deste artigo, as discussões promovidas em três, das quinze matérias que compunham a grade curricular do ensino primário, dispostas nos programas de ensino regulamentados por seus decretos.

3 Os Programas de Ensino dos Grupos Escolares e da Escola Modelo anexa à Escola Normal de 1908 e 1910

> A mathematica, demais sciencias e as outras disciplinas do curso normal têm oferecido todas as attenções dos seus lentes e professores, que continuam a dar ás lições um cunho moderno, tornando-as attrahentes e proveitosas (Cardim 1909a, p. 1).

Cardim, certamente, referindo-se a "[...] dar ás lições um cunho moderno [...]", amparou-se na observação feita pelos pedagogistas de que o método da intuição não seria aplicável unicamente a um pequeno numero de disciplinas e que sua esfera de valor abrangeria grande parte dos conhecimentos humanos. Razão, essa, por sua total adesão ao ensino analytico e intuitivo moderno.

Os programas, ora apresentados, trazem alguns vestígios acerca do método intuitivo, mas nada falam sobre o analítico no que diz respeito aos ensinos de Arithmética, Geometria e Desenho. Há ínfimas modificações nos programas editados, enquanto Gomes Cardim prestava seus serviços no Espírito Santo nos anos de 1908 a 1910. As referidas matérias seriam ministradas, de acordo com a Lei n.º 545, em seu Capítulo II, artigo 12.º em escolas isoladas para cada sexo regida por um professor; por escolas isoladas mixtas regida por uma professora; por escolas noturnas para alunos maiores de doze anos; por escolas reunidas[5]; por grupos escolares[6]; e pela Escola Modelo anexa à Escola Normal.

Optei por transcrever os dois programas de cada matéria, organizados em quadros e em conformidade com a documentação original, mesmo não havendo qualquer modificação entre eles, com o intuito de identificar as permanências, inclusões e exclusões. Assim, por exemplo, os Decretos n.º 118 de 11 de julho de 1908 e n.º 43 de 05 de março 1910b aprovaram os programas de ensino para a Escola Modelo e Grupos Escolares e destacaram os livros adotados para os quatros anos do ensino primário, como segue:

[5] Quando o número de escolas isoladas de cada sexo for inferior a quatro e funcionarão no mesmo prédio.

[6] Quando o número de escolas isoladas de cada sexo for superior a três.

LIVROS ADOPTADOS			
I ANNO	II ANNO	III ANNO	IV ANNO
Cartilha Arnold[7]; Primeiro Livro de João Köpke; Segundo Livro de Thomaz Galhardo[8].	Primeiro livro de Puiggari Barreto; Historietas de Pinto e Silva; Segundo livro de Puiggari Barreto; Segundo Livro de João Kopke.	Cousas brasileiras de R. Puiggari; Leituras Moraes de Arnaldo Barreto; Terceiro livro de Puiggari Barreto; Leituras manuscritas de B.P.R.[9]	Terceiro livro de João Köpke; Leitura infantis de F. Vianna; Historias de nossa terra de Julia Lopes; Leituras nacionaes — de Pinto e Silva.

Quadro 1: Livros Adoptados nos Grupos Escolares e Escola Modelo em 1908
Fonte: Diário da Manhã. Edição 263 de 19/07/1908. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital

LIVROS ADOPTADOS			
I ANNO	II ANNO	III ANNO	IV ANNO
Cartilha Arnold; Primeiro Livro de João Köpke; Segundo Livro de Thomaz Galhardo.	Primeiro livro de Puiggari Barreto; Primeiro livro de histórias infantis de Francisco Viana; Segundo livro de Puiggari Barreto; Segundo Livro de João Kopke.	Cousas brasileiras de R. Puiggari; Leituras Moraes de Arnaldo Barreto; Segundo livro de histórias infantis de Francisco Viana; Terceiro livro de Puiggari Barreto; Leituras manuscritas de B.P.R.	Terceiro livro de João Köpke; Leitura infantis de F. Vianna; Historias de nossa terra de Julia Lopes; Leituras nacionaes — de Pinto e Silva.

Quadro 2: Livros Adoptados nos Grupos Escolares e Escola Modelo em 1910
Fonte: Diário da Manhã. Edição 75 de 19/03/1910. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital

Observando os dois quadros, note-se não haver modificações nos I e IV

[7]A americana Sarah Louise Arnold. A adaptação de sua cartilha para o português foi feita por Manuel Soares de Ornellas e editada por Silver, Burdett and Company, cuja publicação no Brasil data de 1907 (Mortatti, 2000).

[8]Thomas Galhardo assinou contrato com a Alves & Cia. em 6 de setembro de 1894 para publicação do Segundo livro de leitura (Bragança, 2000).

[9]Alfredo Bresser com Romão Puiggari e Ramon Roca, sob a sigla BPR, das iniciais dos sobrenomes (Razzini, 2010).

anos, entretanto, o livro *Historietas de Pinto e Silva* fora substituído pelo *Primeiro livro de histórias infantis de Francisco Viana* no II ano; e o *Segundo livro de histórias infantis de Francisco Viana*, incluído no III ano, ações, essas, ocorridas em 1910. Algumas recomendações foram feitas, apenas para os II e IV anos, e idênticas em 1908 e 1910, como seguem: II Anno: "leitura com expressão e naturalidade muita atenção para a pronuncia das palavras para que não se deixe o alumno omitir nem letra, nem sylaba"; IV Anno: "leitura de versos, de diálogos e de biografias de brasileiros ilustres. Noções de elocução: uso correto da voz". Tais recomendações acionavam a uso da visão e da voz, caracterizando a aprendizagem pelos sentidos, elementos precípuos do ensino intuitivo apregoados por Pestalozzi.

3.1 Arithmetica

ARITHMETICA			
I ANNO	II ANNO	III ANNO	IV ANNO
Sommar, subtrahir, multiplicar e dividir números até 10, com auxilio de objetos; Ler e escrever os números até 10; Depois que os alunos conhecerem bem os números dígitos, passe-se a explicar os números ate 100; Quatro operações fundamentais até 100; Calculo mental. Problemas fáceis; Algarismos romanos.	Conclusão dos estudos das quatro operações até 100. Taboada de multiplicação e divisão até a casa de 10, com auxilio de tornos; Ler e escrever numeros compostos de duas classes: unidades e milhares; Casos simples de divisão; Algarismos romanos; Systema métrico: exercícios práticos sobre pesos e medidas; Calculo mental; Exercicios e problemas.	Taboada da multiplicação até a casa de 12, com auxilio do circulo numérico; Estudo complementar completo da multiplicação e divisão de inteiros; Provas da multiplicação e da divisão; Fracções decimaes: ler e escrever números decimaes; Systema métrico: metro, litro, grammo e seus múltiplos e submúltiplos; Calculo mental; Exercicios e problemas	Revisão; Divisibilidade; Fracções decimaes: Denominação comum ás frações decimaes. Alteração no valor dos números decimaes; Maximo divisor comum; Minimo multiplo comum; Fracções ordinárias. Reducção de fracções ao mesmo denominador. Addição, subtracção, multiplicação e divisão de fracções ordinárias; Transformações de fracções ordinárias em decimaes e vice-versa; Dizimas periódicas; Estudo completo do systema métrico decimal;

			Calculo mental; Exercicios e problemas

Quadro 3: Programma de Ensino dos Grupos Escolares e da Escola Modelo — 1908

Fonte: Diário da Manhã. Edição 263 de 19/07/1908. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital

ARITHMETICA			
I ANNO	II ANNO	III ANNO	IV ANNO
Sommar, subtrahir, multiplicar e dividir números até 10, com auxilio de objetos; Ler e escrever os números até 10; Cálculo nas Cartas de Parker; Depois que os alunos conhecerem bem os números dígitos, passe-se a explicar os números ate 100; Quatro operações fundamentais até 100; Calculo mental. Problemas fáceis; Algarismos romanos.	Conclusão dos estudos das quatro operações até 100. Taboada de multiplicação e divisão até a casa de 10, com auxilio de tornos; Ler e escrever numeros compostos de duas classes: unidades e milhares; Algarismos romanos; Systema métrico: exercícios práticos sobre pesos e medidas; Calculo mental; Exercicios e problemas.	Taboada da multiplicação até a casa de 12, com auxilio do circulo numérico; Estudo complementar completo da multiplicação e divisão de inteiros; Provas da multiplicação e da divisão; Fracções decimaes: ler e escrever números decimaes; Systema métrico: metro, litro, grammo e seus múltiplos e submúltiplos; Calculo mental; Exercicios e problemas	Revisão; Divisibilidade; Fracções decimaes: Denominação comum ás frações decimaes. Alteração no valor dos números decimaes; Maximo divisor comum; Minimo multiplo comum; Fracções ordinárias. Reducção de fracções ao mesmo denominador. Addição, subtracção, multiplicação e divisão de fracções ordinárias; Transformações de fracções ordinárias em decimaes e vice-versa; Dizimas periódicas; Estudo completo do systema métrico decimal; Calculo mental; Exercicios e problemas

Quadro 4: Programma de Ensino dos Grupos Escolares e da Escola Modelo — 1910

Fonte: Diário da Manhã. Edição 75 de 19/03/1910. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital

O artigo 299, do Decreto n.º 43 (1910a), impõe que "as licções de arithmetica serão exclusivamente práticas e o ensino dos números e da taboada deve ser absolutamente concreto, dando o professor a idéa de quantidade para fazer despertar no alumno a idéa de numero". Em seu artigo 89, parágrafo único, destaca que "As faculdades da creança serão desenvolvidas gradual e harmonicamente, por meio de processos intuitivos, tendo o professor sempre em vista desenvolver a observação".

Para o Primeiro Anno, do Programma de 1910 há a inclusão do *Calculo nas Cartas de Parker,* o que reforça a orientação do ensino pelo método intuitivo. A taboada de multiplicação e divisão deve ser ensinada, no Segundo Anno, nos dois programas, com auxilio de tornos, o que reforça a utilização do concreto. Também, no Segundo Anno, em 1910, excluiu-se o conteúdo *Casos simples de divisão.* Não há outras modificações para os outros anos escolares.

3.2 Geometria

GEOMETRIA			
I ANNO	II ANNO	III ANNO	IV ANNO
Esphera, Cubo, cylindro, hemispherio, prisma quadrangular e triangular, estudo quanto á superfície, ás faces e quinas, de modo a desenvolver os sentidos da vista e tacto.	Linhas, superfície, solido; Linha recta, curva, quebrada; Linhas de construcção; Posição absoluta e relativa das linhas; Linhas rectas combinadas: ângulo recto, obtuso; Figuras planas rectilineas, procurando-se descobrir essas linhas nas paredes e nos objetos que estiverem diante da classe.	Figuras circulares em geral; Exercícios e problemas.	Exercicios e problemas fáceis sob medida de superfícies planas e rectilineas; Noções sobre as figuras no espaço; Medidas dos principaes sólidos geométricos, Exercicios e problemas fáceis.

Quadro 5: Programma de Ensino dos Grupos Escolares e da Escola Modelo — 1908

Fonte: Diário da Manhã. Edição 263 de 19/07/1908. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital

GEOMETRIA			
I ANNO	II ANNO	III ANNO	IV ANNO
Esphera, Cubo, cylindro, hemispherio, prisma quadrangular e triangular, estudo quanto á superfície, ás faces e quinas, de modo a desenvolver os sentidos da vista e tacto.	Linhas, superfície, solido; Linha recta, curva, quebrada; Linhas de construcção; Posição absoluta e relativa das linhas; Linhas rectas combinadas: ângulo recto, agudo e obtuso; Figuras planas rectilineas, procurando-se descobrir essas linhas nas paredes e nos objetos que estiverem diante da classe.	Figuras circulares em geral; Exercícios e problemas.	Exercicios e problemas fáceis sob medida de superfícies planas e rectilineas; Noções sobre as figuras no espaço; Medidas dos principaes sólidos geométricos, Exercicios e problemas fáceis.

Quadro 6: Programma de Ensino dos Grupos Escolares e da Escola Modelo — 1910

Fonte: Diário da Manhã. Edição 75 de 19/03/1910. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital

Os programas não são rigorosamente idênticos, somente pelo fato da inclusão de "agudo" no II ano de 1910. Vale ressaltar, também, para ambos os programas, as recomendações em desenvolver os sentidos da vista e do tacto, no Primeiro Anno; e descobrir os diferentes tipos de linhas nas paredes da sala de aula, no Segundo Anno. Seriam, ainda, permitidas a utilização do compasso, como também, a observação direta, um dos princípios nucleares da renovação pedagógica, fundamentada nas idéias de Pestalozzi e Fröebel, para os quais a aquisição do conhecimento se daria por meio dos sentidos e da observação (Souza, 2000).

3.3 Desenho

A recomendação feita, para o ensino de *Desenho* nos dois programas, era a de ceder "[...] mais ou menos liberdade aos alumnos" e para que isto ocorresse foi "adoptado o methodo directo. Como preliminar, estabelecer no espírito de

DESENHO			
I ANNO	II ANNO	III ANNO	IV ANNO
Inicio do desenho natural, dando-se mais ou menos liberdade aos alunos	Copias do natural de objectos simples e folhas	Copia do natural de flores e de fructos	Copia do natural com estudo de sombra. Animaes, plantas, folhas, flores, paysagens etc. Reproducção de grupos de sólidos geométricos.

Quadro 7: Programma de Ensino dos Grupos Escolares e da Escola Modelo — 1908

Fonte: Diário da Manhã. Edição 263 de 19/07/1908. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital

DESENHO			
I ANNO	II ANNO	III ANNO	IV ANNO
Inicio do desenho natural, dando-se mais ou menos liberdade aos alunos; Desenho Original	Copias do natural de objectos simples e folhas	Copia do natural de flores e de fructos	Copia do natural com estudo de sombra. Animaes, plantas, folhas, flores, paysagens etc. Reproducção de grupos de sólidos geométricos.

Quadro 8: Programma de Ensino dos Grupos Escolares e da Escola Modelo — 1910

Fonte: Diário da Manhã. Edição 75 de 19/03/1910. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital

alumnos o habito da observação, da ordem e do asseio nos trabalhos". Os assuntos tratados deveriam ser retirados da vida local e refletir o cotidiano discente, considerando a fauna, a flora ou variados aspectos da vida doméstica, cuja prática se daria com a utilização de lápis preto ou lápis e giz de cores. O conteúdo dos outros anos escolares se manteve idêntico nos dois Programmas, exceto, a inclusão, no Primeiro Anno de 1910, do *desenho original*. Há uma sutil aproximação com a *Geometria*, ao se tratar da reprodução dos sólidos geométricos.

4 Considerações Finais

O Estado do Espírito Santo, sob a presidência de Jerônymo de Souza Monteiro de 1912, e, portanto, por seu intermédio, importara os ideais da reforma educacional promovidas no Estado de São Paulo, em tempos da proclamação da República, para operar modificações na instrução pública. O personagem principal que se colocaria à frente de tal missão, instalou-se em terras capixabas a 29 de junho de 1908, por lá ficando até 1910. Algumas providências, tomadas por meio de uma série de Decretos, o legitimariam agir sob os discursos da pedagogia moderna, sobretudo, com relação à formação dos professores primários, modificando programas de treinamento e metodologia de ensino. A partir do "methodo analytico" e do processo intuitivo, inicialmente, utilizados para a leitura e escrita, desenvolver-se-iam as matérias que compunham o ensino das escolas primárias, dentre elas, Aritmethica, Geometria e Desenho.

Consequentemente, os procedimentos atitudinais para a efetivação dos objetivos, que consubstanciavam a proposta de reforma da instrução pública cabida a Gomes Cardim, implicariam, diretamente, na estruturação dos programas de ensino, os quais, aprovados, em sua "gestão", não dimensionaram como o professor deveria trabalhar este ou aquele conteúdo das matérias que compunham o ensino primário, anteriormente apresentadas, aplicando o método analítico, diferentemente, como se pode notar com o método intuitivo, para o qual, a todo o tempo, foram dados pistas de como proceder, seja nos próprios programas, seja em outros documentos publicados à época ou posteriormente.

Vimos, ainda, que por iniciativa própria, em junho de 1909, Cardim organizou o Congresso Pedagógico Espírito-Santense, com o qual se exaltaram, como também, impuseram-se as vantagens do ensino analytico e intuitivo moderno ao professorado. Penso que a Reforma Gomes Cardim tenha funcionado mais como um mecanismo de controle, de estreita vigilância do Estado, tirando do professorado a liberdade para escolher a metodologia que lhe aprouvesse. Seus princípios permaneceram, com poucas alterações, até 1928, quando Aristeu Borges de Aguiar assumiu o Governo. Atílio Vivacqua, escolhido como Secretário da Instrução, era partidário das ideias pedagógicas da Escola Ativa e, portanto, buscou introduzi-las no sistema de ensino estadual. Com esse objetivo promoveu o Curso Superior de Cultura Pedagógica entre setembro de 1929 e julho de 1930.

A continuidade da pesquisa, ora apresentada nesse recorte, terá, *a priori*, dois objetivos: identificar documentação que demonstre os modos processados para e na aplicação do método analytico na prática pedagógica dos professores primários espírito-santenses; e esclarecer algumas questões, que ainda me são inquietantes, por exemplo: como se estruturavam as atividades para as lições de arithmética, geometria e desenho? O que nestas atividades caracterizavam o método analytico? Terá o método analítico contraposto ao sintético ou dele se reapropriado? Analítico, sintético, intuitivo: o que seria método e o que seria processo?

Referências

Fontes primárias

CARDIM, Carlos Alberto Gomes. 1909a. *Relatório apresentado ao Exmo. Snr. Dr. Jeronymo de Souza Monteiro.* Presidente do Estado do Espírito Santo pelo Snr. Inspector Geral do Ensino Carlos A. Gomes Cardim em 28 de julho de 1909. Victória: Imprensa Oficial, 1909. Acervo: APEES. Disponível em `http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/123830`. Acesso em: abril/2014.

______. 1909b. *Acta apresentada ao Exmo. Snr. Dr. Jeronymo de Souza Monteiro pelo Snr. Inspector Geral do Ensino Carlos A. Gomes Cardim na sessão de encerramento dos trabalhos do Congresso Pedagógico Espírito-Santense.* Victória: Imprensa Oficial, 1909. Acervo: APEES. Disponível em `https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/115842`. Acesso em: abril/2014.

ESPÍRITO SANTO. 1908. *Decreto n.º 109*, 04 jul. 1908. Diario da Manhã. Victoria, 1908. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital. Disponível em: `http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/122510`. Acesso em: agosto/2014.

______. 1908. *Lei n.º 545*, 16 nov. 1908. Victoria, 1908. Acervo: APEES. Disponível em `https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/114988`. Acesso em: abril/2014.

______. 1910a. *Decreto n.º 43,* 05 mar. 1910. Diario da Manhã, Victoria, 1910. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital. Disponível em: `https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/122261`. Acesso em: agosto/2014.

______. 1910b. Programmas de ensino dos grupos escolares e da Escola Modelo annexa á Escola Normal. *Decreto n.º 43*, 05 mar de 1910. Diario da Manhã, Annexo n.º 2. Victoria, 1910. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital. Disponível em: http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/122315. Acesso em: agosto/2014.

______. 1921. Regulamento da Instrucção. *Decreto n.º 4.325*, 16 abr. 1921. Diario da Manhã, Victoria, 1921. Acervo: FBN — Hemeroteca Digital. Disponível em: http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/122504. Acesso em: agosto/2014.

______. 1924. Regulamento da Secretaria de Instrucção. *Decreto n.º 6.501*, 20 dez. 1924. Diario da Manhã. Victoria, 1924 Acervo: FBN — Hemeroteca Digital. Disponível em: http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/122505. Acesso em: agosto/2014.

MONTEIRO, Jeronymo de Souza. 1913. *Exposição sobre os Negócios do Estado no Quadriênio de 1908 a 1912 pelo Exm. Sr. Dr. Jeronymo Monteiro*. Victoria, S. I., 1913. Acervo: APEES. Disponível em http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/123832. Acesso em: abril/2014.

Fontes Secundárias

BARRETO, Sonia Maria da Costa. 1999. *Políticas Educacionais no Estado do Espírito Santo de 1900 a 1930*: um olhar histórico. Vitória, EDUFES.

BRAGANÇA, Aníbal. 2000. A política editorial de Francisco Alves e a profissionalização do escritor no Brasil. In: ABREU, Márcia (ORG). *Leitura, história e história da leitura*. Campinas: Mercado de Letras, Associação de Leitura do Brasil, São Paulo: Fapesp.

GONTIJO, Claudia Maria Mendes; GOMES, Silvia Cunha. 2013. *Escola primária e ensino da leitura e da escrita (alfabetização) no Espírito Santo (1870–1930)*. Vitória: EDUFES.

GRISI, Rafael. 1946. *O ensino da leitura*: o método e a cartilha. São Paulo: Imprensa Oficial do Estado.

MORTATTI, Maria Rosário Longo. 2000. *Os Sentidos da Alfabetização*: São Paulo 1876/1994. São Paulo: UNESP.

PESTALOZZI, Johann Heinrich (1746–1827). 1898. *Comment Gertrude instruit ses enfants*. 4. ed. Traduit de l'allemand et annoté par le Dr Eugène Darin. Paris: Librairie CH. Delagrave.

RAZZINI, Márcia de Paula Gregório. 2010. São Paulo: cidade dos livros escolares. In: Bragança, Aníbal; ABREU, Márcia. *Impresso no Brasil*: dois séculos de livros brasileiros. São Paulo: Editora Unesp.

SOUZA, Rosa Fátima de. 2000. Inovação educacional no século XIX: a construção do currículo da escola primária no Brasil. *Cadernos Cedes*, ano XIX, n.º 51, novembro/2000.

WARDE, Miriam Jorge; PANIZZOLO, Cláudia. 2010. As fontes do método analítico de leitura de João Köpke (1896–1917). Pelotas: *História da Educação*, ASPHE/FaE/UFPEL, v. 14, n.º 30, p. 127–151, Jan/Abr 2010. Disponível em: `http://fae.ufpel.edu.br/asphe`. Acesso em abril/2014.

A matemática no ensino profissional em Portugal

Alexandra Sofia da Cunha Rodrigues
Instituto de Gouveia — Escola Profissional
alexsofiarod@gmail.com

Resumo: Foi durante a reforma pombalina, que em 1759 se introduziu o ensino profissional em Portugal, com a criação da *Aula do Comércio*. Esta Aula tinha um cariz eminentemente prático e destinava-se a filhos e netos de comerciantes com idade superior a 14 anos. Neste texto são mencionadas as principais reformas do ensino profissional no nosso país, até à Reforma de Galvão Teles, em 1967, que une num só o 1.º ciclo do ensino liceal e o ciclo preparatório do ensino técnico, com o objetivo de alargar a formação básica, para que os jovens não tivessem que optar por uma das duas vias de ensino aos 10 anos de idade. Este foi o primeiro passo para a extinção do ensino profissional em Portugal, cuja reimplementação irá exigir, anos mais tarde, a criação de um novo tipo de escola.

Para cada uma das reformas que restruturaram o ensino profissional em Portugal, entre 1759 e 1967 é identificada qual a importância atribuída à matemática em cada período uma vez que a disciplina foi assumindo diferentes papéis no currículo dos cursos técnicos profissionais. Nas sucessivas reformas implementadas por iniciativa do regime político vigente, houve a gradual alteração do currículo das cadeiras de matemática, aumentando a importância dada à disciplina, que evoluiu de uma matemática mais prática e ligada ao conhecimento técnico a aplicar, para uma matemática mais generalista, que privilegiava a formação integral do futuro técnico de nível intermédio.

Abstract: It was during the pombaline reform of education, that in 1759 was introduced vocational education in Portugal, with the creation of the *Aula do Comércio*. This class had an eminently practical nature and was aimed to children and grandchildren of traders over the age of 14 years. In this paper are describe the main reforms of vocational education in our country, towards Galvão Teles reform, in 1967, which combines in one the 1st degree of secondary education and junior technical education. This was the first step towards the extinction of vocational education in Portugal, which will require reimplementation years later, with the creation of a new type of school.

For each reform that restructured the vocational education in Portugal, between 1759 and 1967 it is identified the importance attached to mathematics in every period since the discipline was taking on different roles in the curriculum of professional technical courses. In successive reforms implemented

at the initiative of the political regime, there was a gradual change in the curriculum of mathematics, increasing the importance given to the subject, which evolved from a practical mathematics linked to technical knowledge for a more general mathematics, that favoured the integral formation of the intermediate level technician.

Apresentação e agradecimentos

Este texto foi escrito para a elaboração de um trabalho conjunto do Grupo de Trabalho sobre História e Memórias do Ensino de Matemática da Associação de Professores de Matemática (GTHMEMat), que resultou na publicação *A matemática nos programas do ensino não superior 1835–1974*, onde se completa com maior detalhe a história dos programas no ensino profissional em Portugal. Encontram-se no mesmo livro outros capítulos sobre os programas, nomeadamente *A matemática no ensino não-superior em Portugal*, *Os programas de Matemática do Ensino Primário, da Telescola e do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário em Portugal* e *Os programas de Matemática do Ensino Liceal em Portugal*.

Para a concretização deste texto, inicialmente, estabeleceu-se uma linha da política educativa em Portugal através da consulta da legislação que permitiu tirar ilações sobre as principais reformas do ensino profissional até ao 25 de abril de 1974. Cruzou-se a informação recolhida com livros que se constituem como referências da História da Educação em Portugal (em particular a história do ensino profissional) e com autores contemporâneos que viveram a criação das escolas profissionais.

No tratamento dos dados foi feita uma leitura crítica dos documentos: quem os produziu, qual o enquadramento político educativo dos mesmos, qual a fiabilidade da fonte utilizada e qual o interesse na publicação do documento (Krippendorf, 2004). Esta análise permitiu a seleção de fontes fidedignas e a interligação de documentos legislativos, analisando-os à luz das políticas educativas em vigor.

Agradeço ao Professor José Manuel Matos que me sugeriu a abordagem deste tema na minha tese de doutoramento (*A matemática no ensino profissional | As práticas e as representações dos professores)* e me convidou para integrar o grupo e a António Almeida, responsável pela recolha da maior parte da legislação utilizada.

A Aula do Comércio e as primeiras escolas técnicas

A primeira medida visando introduzir um tipo de ensino público focado numa formação técnica em Portugal foi tomada pelo Marquês de Pombal que criou a *Aula do Comércio*, cujos estatutos datam de 19 de abril de 1759 [Carvalho, 2008]. O objetivo desta nova instituição escolar era promover a formação no que concerne ao conhecimento de algumas regras da contabilidade e a conversões entre pesos e moedas de Portugal e de outros países. Esta *Aula* destinava-se a alunos com mais de catorze anos, que soubessem ler, escrever e contar e tinha a duração de três anos, sendo dada preferência a filhos ou netos de homens de negócios aos quais era atribuído um subsídio. O programa preconizava o ensino das quatro operações aritméticas, quebrados, regra de três e outras, pesos em todas as praças do comércio, medidas, moedas, câmbios, seguros, fretes, comissões, obrigações, escrituração dos livros por grosso e a retalho.

Seguiram-se outras escolas centradas na formação de profissionais específicos: a *Aula de Náutica* em 1762 e a de *Debuxo e Desenho* em 1779 no Porto, a fundação da *Casa Pia* com uma escola do ensino técnico profissional em 1780, ou a *Aula de Comércio da Corte* criada no Rio de Janeiro em 1809 logo após a chegada de D. João VI [Gomes, 1996]. Embora a formação profissional estivesse essencialmente concentrada nas corporações, o Estado começava a preocupar-se com a criação de escolas para a formação de aprendizes como observamos nas intenções de criação de grandes escolas associadas às fábricas de lanifícios de Portalegre, da Covilhã ou do Fundão. Alguns industriais manifestavam a mesma preocupação como vemos, por exemplo, no alvará referente a uma fábrica de lanifícios na Covilhã que menciona a existência de uma Escola de Fiação em Celorico da Beira [Alvará de 19/8/1788 (`http://www.iuslusitaniae.fcsh.unl.pt/`, 10/5/2014)].

O ensino técnico industrial, comercial e agrícola

A partir de meados dos anos 1830 a convicção de que a formação profissional deveria ser entregue a escolas especializadas que permitissem ao país ultrapassar o seu atraso em relação a outros países europeus começa a tornar-se realidade. Em 1834 foi retirada às corporações a responsabilidade da formação para profissões específicas, e no decreto de criação dos liceus de 1836 é dado ênfase aos "elementos científicos e técnicos indispensáveis aos usos da vida" [Diário do Governo, 275, 19/11/1836, p. 136]. O plano original incluía disciplinas procurando uma formação virada para as aplicações às artes e ofícios, e na Reforma de Costa Cabral em 1844 a *Aula do Comércio* passa a constituir a Secção Comercial do Liceu de Lisboa integrando-a na nova organização liceal da instrução secundária [Rodrigues, 2014].

Vai ser durante a segunda metade do século XIX, num contexto de crescimento económico apoiado por políticas públicas desenvolvimentistas lideradas por Fontes Pereira de Melo (o fontismo), que se concretizará um plano de escolas públicas vocacionadas para a formação profissional. Assim, em finais de 1852 é assinado um Decreto sobre o ensino técnico e industrial, que se assume como o arranque de um processo que confere ao estado um papel mais dinamizador e coordenador, com a finalidade de profissionalizar os homens das artes e ofícios (que soubessem ler e escrever e tivessem idade superior a 12 anos). Com este Decreto, pretende-se responsabilizar o sistema de ensino estatal, considerando que haverá efeitos diretos no desenvolvimento da riqueza pública. Assim, é instituído o referido ensino em Lisboa e no Porto, criando o ensino industrial não superior segmentado em três graus de ensino: elementar, secundário e complementar. A matemática estava presente no primeiro grau, designada por *Aritmética, Álgebra e Geometria* (cadeira lecionada a todos os cursos criados por este Decreto). No segundo grau era lecionada a cadeira de *Geometria descritiva aplicada às artes* e no terceiro grau, não havendo nenhuma cadeira de Matemática, era lecionada a cadeira de *Desenho, Mecânica Industrial, Química Aplicada, Economia e Legislação Industrial.*

Fontes Pereira de Melo organizará também o ensino agrícola em três níveis, distinguindo entre as quintas, as escolas regionais e o Instituto Agrícola em Lisboa, que não incluem ensino de Matemática.

Em 1865, João Crisóstomo de Abreu e Sousa, Ministro das Obras Públicas, regulamenta o currículo das escolas industriais existentes e pretende criar outras em Guimarães, Covilhã e Portalegre [Diário de Lisboa, 1, 2/1/1865] . O decreto reorganiza o ensino em dois níveis, o Geral (comum a todas as artes, ofícios e profissões industriais, dito de 1.º grau) e o Especial (para diferentes artes e ofícios, correspondente ao 2.º grau). Determinava-se que no primeiro grau seriam lecionadas as disciplinas de *Aritmética, Álgebra e Contabilidade e de Geometria Elementar* e no segundo grau duas das disciplinas seriam *Aritmética, Álgebra, Geometria, Trigonometria e Desenho Linear* e *Geometria descritiva aplicada à indústria, Topografia e levantamento de plantas e Desenho de modelos e máquinas.* Noutro decreto também publicado em 1865 este ministro altera igualmente o ensino agrícola. Limitando-nos ao tema que nos interessa, a matemática elementar passa a fazer parte do ensino teórico do Instituto Geral de Agricultura.

Em 1870 uniformizou-se o nome das duas instituições de formação profissional de Lisboa e Porto e o *Instituto Industrial de Lisboa*, passou a designar-se

Instituto Industrial e Comercial de Lisboa, e passou a incluir o Curso de Comércio que era ainda lecionado no Liceu de Lisboa [Diário do Governo, 1, 3/1/1870]. O *Instituto de Lisboa* possuía dez cadeiras (subdivididas em disciplinas) sendo uma delas *Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria*. Na reorganização do ensino mantiveram-se os dois graus da reforma de 1865, desta feita designados por instrução industrial e ensino especial. As dificuldades do Tesouro Público Português impedem a abertura de escolas industriais noutros pontos do país (tal como tinha sido previsto na reforma de 1865), pelo que o ensino industrial se manteve circunscrito a Lisboa e ao Porto. Só no início de 1887 se estabelece o ensino comercial público no Porto [Diário do Governo, 34, 14/2/1887], incorporado no *Instituto Industrial e Comercial do Porto*. A estrutura dual dos institutos com secções industriais e comerciais será mantida até à reforma de 1911.

A expansão do ensino profissional

Será na década de 1880 e sempre sob a tutela do Ministério das Obras Públicas que se expandirá o ensino profissional ao resto do país. Assim, no início de 1884, sendo Ministro António Augusto de Aguiar, são criadas escolas industriais e de desenho industrial, nos locais do país onde existiam grandes centros de produção [Diário do Governo, 5, 7/1/1884]. A primeira será na Covilhã e terá como objetivo um ensino eminentemente prático, adequado às necessidades das indústrias locais vocacionadas para a tinturaria. Na área da matemática era lecionada a cadeira de *Aritmética, Geometria Elementar e Desenho Industrial* [Henriques, 2003]. O mesmo decreto cria mais oito escolas de Desenho Industrial (três em Lisboa, três no Porto, uma nas Caldas da Rainha e uma em Coimbra).

Até ao fim da década o ensino profissional será gradualmente aperfeiçoado. Em 1887, com Emídio Navarro nas Obras Públicas, é aprovado um plano curricular dos *Institutos Industriais e Comerciais* de Lisboa e do Porto [Diário do Governo, 34, 12/2/1887] que dividiu o ensino industrial em elementar, preparatório e especial. Da mesma forma, dividiu o ensino comercial em elementar, preparatório e superior ou especial, com 28 cadeiras, das quais 25 comuns aos dois institutos. A 26.ª podia ser lecionada no Porto e as 27.ª e 28.ª só poderiam ser lecionadas em Lisboa, cabendo ao Governo escolher as disciplinas que integravam cada curso, assim como elaborar o programa dessas disciplinas. Essa divisão das cadeiras por cursos foi feita ainda nesse ano [Diário do Governo, 214, 24/9/1887]. Para os Cursos Industriais preconizava que se lecionasse *Rudimentos de Matemática* (no Curso elementar), *Aritmética, Álgebra e*

Geometria sintética (no Curso preparatório) e nos Cursos especiais (Curso de condutor de obras públicas, Curso de condutor de minas, Curso de diretor de fábricas, Curso de construtor de máquinas e instrumentos de precisão, Curso de correios e telégrafos) *Trigonometria plana, princípios de Geometria analítica, de Álgebra superior e de Cálculo infinitesimal.* No Curso de desenhador, lecionava-se a 1.ª e 2.ª parte da 6.ª cadeira *Trigonometria Plana e princípios de Geometria analítica* e no Curso de mestre de obras ensinava-se apenas a parte de *Trigonometria Plana.* Os Cursos de mestre de artes mecânicas e mestre de artes químicas não possuíam matemática no currículo.

No que concerne aos cursos comerciais, era lecionada a cadeira *Rudimentos de Matemática* no Curso elementar de comércio, *Aritmética, Álgebra e Geometria Sintética* no Curso preparatório e *Trigonometria plana, princípios da Geometria analítica, de Álgebra superior e de Cálculo infinitesimal* no 2.º ano do Curso superior de comércio. O Curso secundário de comércio, o Curso especial de cônsul e o Curso especial de verificador de alfândega não tinham matemática no currículo.

Segmentando o ensino técnico

Em 1890 inicia-se uma separação entre um tipo de escolas dedicadas a um ensino industrial e comercial e que se poderia designar de ensino secundário pois segue-se ao primário, e um outro mais avançado nas escolas de Lisboa e Porto que irá conduzir, já na República, a instituições de ensino superior. Essa distinção já ocorria desde há alguns anos no ensino agrícola [Rodrigues, 2014].

No início de 1890 [Diário do Governo, 68, 26/3/1890], por sugestão dos conselhos escolares dos institutos industriais e comerciais de Lisboa e do Porto, foram divididas em duas partes a 4.ª cadeira (*Aritmética, Álgebra e Geometria Sintética*) em *Aritmética e Geometria Plana* e *Álgebra, Geometria no Espaço e Trigonometria Plana*, e a 6.ª cadeira (*Trigonometria Plana, Princípios de Geometria Analítica, Álgebra Superior e Cálculo Infinitesimal*) em *Trigonometria Plana* e *Princípios de Geometria Analítica, Álgebra Superior e Cálculo Infinitesimal.*

Iniciando-se com a estadia de João Franco no Ministério das Obras Públicas em 1891 e continuando com os ministros que o sucederam proceder-se-á a uma reorganização global do ensino profissional. Acreditava-se então no papel do sistema educativo na formação de um povo, e na aposta de instruir a classe operária para fomentar o progresso social e económico do país. O processo inicia-se com a reforma do ensino agrícola [Diário do Governo, 227, 9/10/1891] que passa a incluir a disciplina de *Aritmética, Geometria e Agrimensura* no seu curso intermédio. A peça central é um decreto publicado no final de 1891 que segmentava o ensino industrial e comercial em dois sistemas[1]: as escolas industriais disseminadas pelo país destinadas a um ensino inicial e profissional de aprendizes — por sua vez subdivididas em completas, incompletas e elementares — e os institutos industriais e comerciais, estabelecimentos de ensino médio localizados em Lisboa e Porto. Esta reorganização engloba todo o sistema de ensino industrial e comercial, incluindo os institutos, os museus industriais e comerciais e as escolas industriais, pondo fim aos cursos elementares nos dois institutos.

Nas escolas industriais o currículo fica organizado em três secções das quais apenas a primeira incluía uma disciplina que continha aritmética, geometria elementar e suas aplicações comerciais e industriais e física, química e história natural. Os institutos incluem duas disciplinas de matemática: *Aritmética e Geometria Plana* que abrangia a álgebra, a geometria no espaço e a trigonometria plana (estes dois tópicos apenas para os cursos industriais) e *Elementos de Cálculo Infinitesimal* (acompanhada de geometria analítica e geometria descritiva apenas para os cursos industriais). Em 1893, Bernardino Machado regulamenta os cursos e programas previstos no diploma de 1891 [Diário do Governo, 226, 5/10/1893]. Na maioria das escolas são lecionadas as disciplinas de *Aritmética e Geometria*, com exceção das escolas das Caldas da Rainha, Leiria, Peniche, Torres Novas e Faro, nas quais não é ministrada nenhuma disciplina de matemática. Na Escola Brotero em Coimbra as disciplinas acima referidas só são lecionadas aos alunos dos Cursos Industriais de serralheiro mecânico, condutor de máquinas, fabricante de instrumentos de precisão, fundidor, cuteleiro, curtidor e tintureiro. A disciplina de *Aritmética* é ministrada durante dois anos e integra nos seus conteúdos a noção de grandeza, quantidade, numeração oral e escrita, sinais aritméticos, operações, quebrados e operações, sistema métrico, números complexos e potências, proporções e progressões. No segundo ano são lecionados logaritmos, regra de três e outras, regras de cálculos financeiros e equações de 1.º grau a uma incógnita. Na disciplina de *Geometria* no primeiro ano são dadas linhas, medidas, distâncias, ângulos, circunferência e círculo, polígonos regulares e irregulares, áreas de figuras planas, círculo e elipse e cónicas. No segundo ano é tratada a geometria no espaço.

Noutro Decreto [Diário do Governo, 245, 28/10/1893], João Ferreira Castello Branco, Secretário de Estado dos Negócios do Reino, altera a distribuição das disciplinas nos *Institutos Industriais e Comerciais* de Lisboa e Porto, unificando as duas disciplinas de matemática e separando-as da geometria descritiva. As disciplinas de matemática a ministrar são agora 1.ª *Álgebra e geometria. Noções*

[1] Em rigor seriam três, pois o decreto inclui os Museus que não discutimos neste texto.

fundamentais de geometria analítica e cálculo infinitesimal e 2.ª *Geometria descritiva e suas aplicações. Topografia.* Alterações posteriores de 1903[2] e 1905[3] não modificam a arquitetura das disciplinas de matemática.

Esta segmentação no entanto não facilitava o percurso dos alunos que pretendessem transitar de cursos mais elementares para outros mais avançados e a transformação da Escola Primária Superior Rodrigues Sampaio em Lisboa em Escola Técnica Preparatória de acesso aos institutos industriais em 1892 tenta casuisticamente colmatar esse problema [Diário do Governo, 212, 20/9/1892]. O currículo desta escola passa a incluir uma formação generalista da qual faz parte a "matemática elementar, compreendendo a aritmética, a álgebra, a geometria e a trigonometria retilínea, ensinada por processos práticos e por demonstrações da sua aplicação às operações mais usuais do comércio e da indústria" [Carvalho, 2008, p. 695].

O ensino profissional mais elementar foi objeto de uma reestruturação em 1901 [Diário do Governo, 295, 30/12/1901]. Esta incidiu nas escolas de desenho industrial, escolas industriais, escolas preparatórias e escolas elementares de comércio. Boa parte dos cursos incluía a cadeira de *Aritmética e Geometria*, à exceção das escolas de desenho industrial que não tinham matemática nos seus programas.

O ensino técnico e o ensino superior

Embora as escolas politécnicas criadas no início do século XIX procurassem responder a necessidades específicas de formação de profissionais elas rapidamente se converteram nas escolas de formação superior em Lisboa e no Porto concorrendo nas suas áreas com a Universidade de Coimbra. A partir de 1890, como vimos, assistimos a uma repetição deste movimento de criação de escolas técnicas de índole superior, desta vez a partir das próprias escolas profissionais e que culminará em 1911 com a criação de novas escolas superiores que em 1930 se converterão mesmo numa nova universidade.

Assim, após a implantação da República em 1910 o Instituto Industrial e Comercial de Lisboa é desdobrado em duas escolas, o Instituto Superior Técnico e o Instituto Superior do Comércio, separando o ensino superior do ensino médio[4]. O âmbito deste trabalho exclui o ensino superior, pelo que não abor-

[2]Incidiu sobre o Instituto Industrial e Comercial de Lisboa, Diário do Governo, 169, 3/8/1903.

[3]Incidiu sobre o Instituto Industrial e Comercial do Porto, Diário do Governo, 282, 13/12/1905.

[4]Em simultâneo criam-se duas universidades em Lisboa e Porto quebrando o monopólio da Universidade de Coimbra.

daremos aqui a evolução destes dois institutos, concentrando-nos apenas nos graus anteriores.

Numa sistematização promulgada em 1916 [Decreto n.º 2.609-E, Diário do Governo, 179, 4/9/1916, pp. 848-E–BBB] clarifica-se que o ensino técnico elementar compreende: escolas de desenho industrial, escolas industriais, escolas industriais-comerciais, escolas preparatórias, escolas elementares de comércio e escolas de arte aplicada. Exceptuando as de desenho e arte aplicada que não continham matemática, as restantes incluíam um curso de aritmética e geometria de dois anos na maior parte dos cursos[5].

A estas restruturações faltava, no entanto, uma visão de conjunto do sistema que fora entretanto desenvolvido. Será João Azevedo Neves, Secretário de Estado do Comércio durante o regime de Sidónio Pais, que apresenta em 1918 uma perspetiva global do ensino profissional pioneira em Portugal [Decreto n.º 5.029, Diário do Governo, 263, 5/12/1918, pp. 2067–112]. A organização e abrangência deste diploma vão estabelecer uma trajetória para o ensino técnico propondo estratégias para disseminar este tipo de ensino em Portugal, integrando-o no espírito popular e estabelecendo estratégias para atrair à escola jovens e adultos já empregados na indústria e no comércio, e serão um modelo a seguir até ao 25 de abril de 1974 [Carvalho, 2008].

Nesta Reforma, o investimento no ensino técnico e industrial é visível em quatro dimensões de formação. Em primeiro lugar a *Formação para as artes e indústrias regionais*, prevendo a criação de escolas de artes e ofícios nos focos mais importantes do país e privilegiando um ensino predominantemente prático para alunos de todas as idades, incluindo os analfabetos. Numa segunda dimensão a *Formação de operários*, que também é ministrada nas escolas de artes e ofícios. Esta poderá acontecer de forma gradual, com a admissão de alunos menores de 13 anos que tenham feito o exame complementar de instrução primária e a formação de operários feitos, que pretendem aperfeiçoar-se na sua profissão. Este ensino está dividido em três graus: preliminar, geral e complementar. No primeiro ano destes cursos são ensinadas algumas noções de aritmética e geometria, que são desenvolvidas nos quatro anos seguintes. Posteriormente, os alunos iniciam cursos de especialização, com a duração de mais dois anos. A terceira tipologia de formação prende-se com o *Ensino de auxiliares de engenheiros, chefes de indústria e condutores de trabalho*, numa escola preparatória, com cursos de 4 anos. O objetivo desta escola é preparar os alunos para o ingresso nos institutos comerciais e industriais superiores.

[5] O curso preparatório em Lisboa de acesso à Escola de Construções, Indústria e Comércio de Lisboa tinha quatro anos; o equivalente no Porto tinha três; os cursos elementares de comércio tinham um ano.

A última dimensão de formação prevista neste decreto, prende-se com a *Formação de engenheiros a nível superior*, que sai do âmbito dos objetivos deste artigo.

No que respeita ao ensino técnico comercial, João Azevedo das Neves prevê a sua existência para a formação de empregados do comércio e de acordo com a localização do estabelecimento comercial, mantendo a estrutura curricular com um caráter elementar. Nestes cursos serão ministradas noções de aritmética. Para a implementação desta tipologia de ensino por todo o país irá recorrer-se aos professores de instrução primária, para ministrarem a *Aula Comercial*. O ensino comercial completo abrange o 3.º grau elementar, médio e superior, sendo o ensino médio ministrado nos Institutos Comerciais.

O regime proposto por João Azevedo Neves vai-se manter até 1930 com pequenas alterações. A primeira ocorre em 1921 com a criação do *Instituto Industrial e Comercial de Coimbra* [Decreto n.º 7.869, Diário de Governo, 245, 5/12/1921, pp. 1451–3] que terá duas secções, a Industrial e a Comercial e lecionará os cursos de construção civil e obras públicas, máquinas, electrotecnia e o Curso médio de comércio. Em 1923 passa a incluir também o Curso especial de indústrias químicas e minas e o Curso elementar de construção civil como curso especializado. Estes têm nos programas do primeiro ano (respetivamente), *Elementos de Mecânica Racional* e *Geometria descritiva e suas aplicações*. Este Instituto apenas existiu durante 5 anos, sendo extinto em 1926.

Em 1924, o Instituto Industrial e o Instituto Comercial do Porto reúnem-se num só estabelecimento deixando para 1925 a organização dos cursos [Decreto n.º 11.364, Diário de Governo, 271, 18/12/1925, pp. 1846–8]. No primeiro e no segundo ano do Curso geral industrial e do Curso geral comercial são lecionadas, respetivamente a 1.ª e 2.ª parte da primeira cadeira, designadas por *Matemáticas elementares* e *Matemáticas gerais*. Nos cursos especializados a estrutura curricular é variada: no Curso de construção civil e obras públicas, no Curso de máquinas e no Curso de electrotecnia faz parte do currículo do primeiro ano *Geometria descritiva e suas aplicações*. No Curso de minas é lecionada no primeiro ano *Elementos de mecânica racional*. Não existe matemática no Curso de indústrias químicas, nem no Curso médio de comércio, sendo que neste último apenas se leciona *Cálculo comercial* e *Cálculo financeiro*. Uma terceira alteração incide sobre o Curso elementar de comércio que conhece algumas mudanças em 1926[6].

Durante a I República (entre 1910 e 1926) o número de alunos no ensino técnico e industrial duplicou em Portugal, passando de um total de 7.153 alu-

[6] Lei n.º 1.822, Diário de Governo, 220, 14/10/1925, pp. 1287–8; programas no Decreto n.º 11.490, Diário de Governo, 49, 9/3/1926, pp. 204–11.

nos (divididos pelas escolas elementares de ensino industrial e comercial, os Institutos Comerciais e Industriais e as Escolas de Ensino Agrícola) para 14.714 alunos (divididos pelos Institutos Comerciais e Industriais, Institutos Superiores do Comércio, pelo Instituto Superior Técnico e pelas Escolas de Ensino Agrícola) [Carvalho, 2008].

Durante os primeiros vinte anos da Ditadura que vigorou entre 1926 e 1974 poucas alterações foram introduzidas no ensino profissional. Por exemplo, a reforma de 1931 [Decreto n.º 20.328, Diário de Governo, 218, 21/9/1931, pp. 2069–85], levada a cabo pelo Ministro Gustavo Cordeiro Ramos, veio introduzir alterações no ensino industrial e comercial mas, prestando homenagem à reforma de 1918, não pretendeu realizar alterações de fundo mas antes simplificar o sistema (alterando o tipo de ensino e designando as escolas como técnico-profissionais) e dar coerência a uma legislação que com o correr dos anos se tinha tornado dispersa. Foi feita uma reestruturação dos programas e da denominação dos cursos, para tornar mais claro qual a categoria dos técnicos que concluíam o curso no ensino técnico, havendo uma perca de autonomia pedagógica por parte das escolas cuja tendência havia sido iniciada com a reforma de Azevedo Neves [Rodrigues, 2014].

O ensino profissional e o pós-guerra

Entre 1926 e 1940 voltou a duplicar o número de alunos que frequentava o ensino técnico em Portugal. No pós-guerra, com Pires de Lima, será implementada uma grande reforma do ensino técnico, longamente preparada pelo regime de modo a responder aos novos desafios económicos e tecnológicos que se colocavam. O primeiro passo foi a nomeação da Comissão da Reforma do Ensino Técnico, a 29 de julho de 1941 [Decreto n.º 31.431, Diário do Governo, 174, 29/07/1941, pp. 677–679]. Esta Comissão, presidida por Leite Pinto, redigiu um relatório publicado em 1941 onde é feito um balanço ao ensino técnico existente, apontando soluções que integrem uma nova reforma desta tipologia de ensino. O relatório propõe alterações no que respeita ao ensino profissional elementar, que pressupõe uma formação de caráter genérico, permitindo a posterior integração dos alunos no ensino industrial ou comercial. Neste tipo de ensino destacamos o *ensino de aperfeiçoamento*, que é principalmente noturno, próprio de grandes centros com elevada densidade industrial ou mercantil (organizado da mesma forma que os cursos diurnos) e é frequentado principalmente por ativos empregados que pretendem melhorar as suas qualificações. Até à data, este tipo de ensino teria sido ministrado por empresas, não regulado pela administração central, apresentando o relatório como exemplos a Companhia Portuguesa dos Caminhos de Ferro, a Companhia Reunida de Gás e Eletricidade, a Federação Nacional das Indústrias e Moagem e o Sindicato Nacional dos Empregados das Companhias de Seguros. Ainda no âmbito do ensino profissional elementar, também podemos identificar o *ensino de formação*, que funciona a nível diurno, com conteúdos genéricos, sem propósito de especialização precoce e com a duração de 1 a 2 anos. Por sua vez, o ensino de *2.º grau ou complementar* é ministrado nas escolas industriais e comerciais e incluía, além do ensino prático e dos princípios científicos inerentes ao exercício de uma profissão, um estágio que deveria acontecer nas empresas. A Comissão propõe a criação de novos cursos industriais de relojoeiro, electromecânico de precisão, óptico, radioelectricista, radiotelegrafista, ajudante de laboratório biológico e ajudante de farmácia. A maior parte destes cursos tem a duração de três anos, considerando-se que para a formação de técnicos de mecânica de precisão este tempo é insuficiente e a formação tem uma duração maior. Para os cursos comerciais é sugerida apenas a existência de um único curso, designado por Curso geral de comércio e que assegure um saber profissional sólido, permitindo aos formandos a tomada de decisões de âmbito profissional em consciência.

A Lei que estabelece as bases do ensino profissional industrial e comercial[7] determina dois graus para o ensino técnico profissional, industrial e comercial. No 1.º grau (com a duração de 2 anos) existe um ciclo preparatório e de aprendizagem geral, e no 2.º grau são lecionados cursos de aprendizagem e aperfeiçoamento profissional (com a duração máxima de 4 anos). A reforma aumenta o grau de consistência entre as escolas, proporcionando um modelo adaptável aos diversos cursos, mas ao mesmo tempo razoavelmente uniforme no país. Uma das suas grandes inovações é a instituição de um *Ciclo Preparatório do Ensino Técnico*, gerido pela administração central, que se propunha fornecer uma formação generalista aos alunos logo após a escola primária. Este ciclo, com grandes afinidades com o 1.º ciclo liceal (o programa de Matemática é muito semelhante), retardava de facto a formação profissional mais específica [Sousa, 2013]. O ensino elementar agrícola era ministrado de forma sazonal, utilizando as épocas mais convenientes e tinha como objetivo dotar os trabalhadores do campo de conhecimentos gerais e noções técnicas relativas à agricultura, silvicultura e à pecuária.

Nos vinte anos que se seguiram houve diversas alterações pontuais à reforma de Pires de Lima, nomeadamente no que respeita à criação de novos cursos profissionais [Portaria n.º 16198, Diário do Governo, 54, 08/03/1957, pp. 219–

[7] Lei n.º 2.025, Diário de Governo, 137, 19/6/1947, pp. 571–8 com o Estatuto do Ensino Industrial e Profissional, Decreto n.º 37.029, Diário de Governo, 198, 28/8/1948, pp. 844–911.

220], mas que não alteram a estrutura existente. Nos anos 60 aumenta a procura de diplomados dos institutos pelo mercado de trabalho, sendo que consequentemente, em 3 agosto de 1964 é criado o ensino noturno para trabalhadores e em 1965 reabre o *Instituto Industrial de Coimbra* (que só tinha estado em funcionamento entre 1921 e 1926). Mais tarde, os conteúdos das cadeiras, laboratórios e trabalhos gráficos que compõem os cursos dos Institutos Comerciais, são publicados a 25 de janeiro de 1968.

Reforçando a formação generalista no ensino profissional

Em 1967, o Ministro da Educação Nacional Galvão Teles cria o *Ciclo Preparatório do Ensino Secundário* com o objetivo de alargar a formação básica e atrasar o processo de decisão da criança que na reforma anterior teria aos 10 anos que optar por uma das duas vias de ensino, o ensino liceal e o técnico. Este novo ciclo com a duração de 2 anos fundiu num só o 1.º ciclo do ensino liceal e o ciclo preparatório do ensino técnico. Esta alteração estrutural vai provocar a gradual alteração dos planos curriculares dos liceus e das técnicas a partir do ano letivo de 1970/71.

No ensino profissional, esta reforma vai alterar profundamente a Lei de Pires de Lima. Em 1970 são criados *Cursos Gerais* com a duração uniforme de 3 anos que substituem os cursos de aprendizagem e aperfeiçoamento anteriores (existem cursos equivalentes noturnos com a duração de 4 anos). Visa-se uma formação tecnológica básica, mas proporcionando uma formação equivalente ao curso geral dos liceus que terminava no que constitui hoje o 9.º ano de escolaridade. Esta medida pretendia corrigir o início prematuro de uma formação profissional, sem o apoio de um nível de cultura geral mínimo e necessário ao exercício de uma profissão e simultaneamente diminuir as graves assimetrias que se verificavam nas oportunidades de acesso ao sistema liceal ou ao sistema de formação profissional [Ministério da Educação Nacional, 1973].

Em 1971 experimentam-se cursos em escolas da Covilhã, de Braga e de Guimarães que permitissem a continuação dos estudos para além destes cursos gerais permitindo o acesso ao ensino politécnico e em 1973/74 abrem em todo o país *Cursos Complementares do Ensino Secundário Técnico* com a duração de dois anos que davam acesso ao ensino superior (os cursos noturnos equivalentes tinham a duração de 3 anos). Os alunos do ensino profissional passavam pois a poder seguir um percurso escolar até ao ensino universitário equivalente ao dos do ensino liceal.

Nos planos de estudo publicados na sequência desta reforma foi dada muita importância à disciplina de Matemática, que integrava todos os Cursos Gerais. Os programas para os Cursos Gerais incorporavam as abordagens da Matemática Moderna e tinham estado em experiência desde 1967 [Matos, 1989]. Porém a sua integração na tradição das escolas técnicas não foi pacífica [Matos, Novaes & Gabriel, 2009] e diversas circulares dão conta das dificuldades de concretização dos programas[8].

Na maioria dos cursos complementares, a *Matemática* era uma disciplina de caráter obrigatório, lecionada durante os dois anos, à exceção dos cursos complementares diurnos de artes de tecidos e de fotografia/cinema/televisão, nos quais é facultativa e dos cursos complementares de secretariado/relações públicas e artes gráficas, que não tinham matemática no currículo. Foram apresentados novos programas em 1973[9] acompanhados de livros de texto específicos. Embora estes programas tivessem muitas semelhanças com os programas do Curso Complementar dos liceus, estabeleciam diferenças importantes. A análise (ao invés da lógica) era abordada logo no início do curso. Assim, contrariamente aos programas dos liceus, o estudo das funções adquiria desde cedo uma autonomia em relação à álgebra e à lógica.

Notas finais

Especialmente a partir do liberalismo, as épocas de expansão tecnológica e industrial solicitaram ao sistema educativo um papel importante na preparação de técnicos qualificados que pudessem alimentar o crescimento económico.

A análise dos programas de matemática do ensino profissional entre 1759 e 1973 dá-nos uma visão abrangente do papel da matemática na formação de técnicos qualificados. Verificamos que desde uma visão utilitária para disciplina, tida pelo Marquês de Pombal com a *Aula de Comércio*, até uma visão mais generalista e de formação geral com a Reforma de João Azevedo das Neves em 1918, o papel da matemática foi alterado com as sucessivas reformas ao longo dos séculos.

No pós guerra, com Pires de Lima a importância da formação generalista assume ainda maior destaque, pois são instituídos dois graus para o ensino técnico profissional e comercial, sendo que o 1.º grau, com a duração de dois anos

[8]Instruções sobre os programas de Matemática (Ensino Secundário Técnico) (1972). Cursos Gerais. Lisboa: Direção-Geral do Ensino Secundário, Ministério da Educação Nacional; Instruções sobre o Programa de Matemática em vigor no ensino técnico. (1973). Média, 11–12, 11–15.

[9]Cursos Complementares do Ensino Secundário Técnico, programa da disciplina de Matemática (1973). Lisboa: Direção-Geral do Ensino Secundário, Ministério da Educação Nacional.

é de índole preparatória e de aprendizagem geral e o programa de matemática apresenta muitas afinidades com o primeiro ciclo liceal.

Com a criação do *Ciclo Preparatório do Ensino Secundário*, em 1967, há uma nova alteração estrutural do ensino técnico que irá provocar a gradual alteração dos planos curriculares, mantendo-se a formação generalista da matemática, mas aumentando a importância dada à disciplina, pretendendo-se que os jovens tivessem uma formação equivalente ao curso geral dos liceus.

Referências

Carvalho, R., 2008. *História do Ensino em Portugal — Desde a fundação da nacionalidade até ao fim do Regime de Salazar-Caetano* (4.ª Ed.). Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa.

Gomes, J. F., 1996. *Estudos para a história da educação no século XIX*. Instituto de Inovação Educacional, Lisboa.

Henriques, M. H. A. C., 2003. *O Percurso da Matemática no Ensino Técnico durante a Monarquia*. Tese de Doutoramento em Matemática apresentada na Universidade Portucalense no Porto, Portugal.

Krippendorff, K. H., 2004. *Content Analysis: An introduction to Its Methodology*. Sage Publications, Londres.

Matos, J. M., 1989. *Cronologia recente do ensino da Matemática*. Associação de Professores de Matemática, Lisboa.

Matos, J. M., Novaes, B. W. D., & Gabriel, L. M. C., 2009. *Recompondo a cultura da matemática escolar: a intervenção da Folha Informativa dos Professores do 1.º Grupo (E.T.P.)*. Em J. A. Fernandes, M. H. Martinho & F. Viseu (Eds.), XX Seminário de Investigação em Educação Matemática, pp. 228–238. Associação de Professores de Matemática, Viana do Castelo.

Ministério da Educação Nacional, 1973. *Ensino Secundário Técnico (Cursos Gerais, Cursos Complementares)*. Secretaria de Estado da Instrução e Cultura — Direção Geral do Ensino Secundário, Lisboa.

Rodrigues, A., 2014. *Os programas de matemática no ensino profissional*. Em Almeida, A. J. & Matos, J. M. (coord.); A Matemática nos programas do ensino não superior (1835–1974), pp. 92–110. Associação de Professores de Matemática, Lisboa.

Sousa, I., 2013. *Manuais escolares de matemática para o Ciclo Preparatório do Ensino Técnico.* Tese de Mestrado em Ciências da Educação apresentada na Universidade Nova de Lisboa, Portugal.

O ensino de matemática na Casa dos Educandos Artífices do Maranhão (1853–1883)

Waléria de Jesus Barbosa Soares[*], *Silvia Fernanda de Mendonça Figueirôa*[**]
Universidade Estadual de Campinas
walleria_soares@hotmail.com
silviamf@unicamp.br

Resumo: A Casa dos Educandos Artífices do Maranhão, fundada em 1841, pretendia oferecer instrução e ofício aos meninos pobres que andavam pelas ladeiras de São Luís. Mesmo com interesse anterior, somente em 1853 conseguiu, através da criação da disciplina de Geometria e Aritmética aplicada às Artes e Noções Gerais de Aritmética e Álgebra, levar o ensino de matemática às suas salas de aula. Pretende-se apresentar como se deu esse ensino, respondendo à seguinte pergunta: que matemática era trabalhada na Casa dos Educandos Artífices maranhense? Tomamos o período compreendido entre 1853 a 1883 por corresponder aos anos em que a disciplina foi ministrada na Casa. Caracteriza-se a pesquisa como histórica, de metodologia qualitativa, com aportes teóricos de Cabral, Castro, Chervel e Le Goff. Constata-se que a existência de disciplinas que envolveram diretamente a matemática dependia da disposição dos professores que a ministravam, fato que quando não ocorreu, acarretou sua extinção.

Abstract: The House of Craftsmen Students of Maranhão, founded in 1841, intended to offer instruction and craft to the poor boys who walked by the hills of São Luis. Despite previous interest, only in 1853 the teaching of mathematics to their classrooms took place, through the creation of the syllabus of Geometry and Arithmetic applied to General Arts and Understanding of Arithmetic and Algebra. The aim of the present paper is to present how was this teaching, answering to the following question: which mathematics was taught in the House of Craftsmen Students of Maranhão? We take the period from 1853 to 1883 because it corresponds to the years when the discipline was taught in the House. Ours is a historical research, with qualitative methodology, with theoretical contributions of Cabral, Castro, Chervel and Le Goff. It appears that the very existence of the syllabus directly involving mathematics depended on the willingness of the teachers who were in charge of it, a fact that when it did not occur, resulted in the extinction of it.

[*]Orientanda. Aluna do Programa de Doutorado Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática — UNICAMP.

[**]Orientadora. Professora Titular do Depto. de Ensino e Práticas Culturais, Faculdade de Educação, UNICAMP.

1 Introdução

O período que envolve o século XIX apresenta o Maranhão como uma província próspera ao desenvolvimento, seja do ponto de vista comercial seja do ponto de vista literário. Nesse tempo, a capital São Luís viveu bons momentos em sua economia, graças aos períodos de produção de arroz, açúcar e algodão, contribuindo para o desenvolvimento de todo Estado.

O campo literário também se apresentou como relevante devido ao grande número de poetas que viveu e desenvolveu inúmeros trabalhos na capital, fazendo com que São Luís ficasse conhecida, nessa época, como "Atenas Maranhense".

Intimamente relacionada com esses aspectos, a educação maranhense se mostrava, através das escolas, como seletiva, e principalmente voltada para a elite. O Liceu Maranhense fundado em 1838, única escola pública secundária a funcionar durante todo o período oitocentista no Maranhão, era frequentado, em sua grande maioria, por alunos ricos, demonstrando nitidamente essa afirmação.

É nesse cenário que, em 1841, foi criada uma escola destinada aos alunos pobres e desvalidos, na cidade de São Luís, a "Casa dos Educandos Artífices". Objetiva-se, no presente texto, apresentar os vestígios do ensino de matemática nessa instituição. Pretende-se, ainda, resgatar um pouco da memória dessa instituição escolar e de sua prática, com o intuito de aprofundar o conhecimento sobre a matemática escolar das camadas pobres da sociedade ludovicense, no período oitocentista.

Apoiamo-nos na Nova História Cultural, comungando com Chartier [1990], através da concepção de que a história das práticas e das representações deixa vestígios que nos levam a conhecer e compreender o que os sujeitos fizeram com os objetos culturais que lhes foram disponibilizados.

Como a história de uma disciplina escolar requer uso de diferentes fontes, o maior desafio foi encontrar os documentos que continham vestígios da prática investigada. Contou-se então, com fontes primárias como Leis, Regulamentos e Relatórios sobre a educação na Província do Maranhão, além de outros documentos referentes à criação e funcionamento da Casa dos Educandos Artífices no século XIX, que nos permitiram conhecer o currículo para o ensino de matemática da instituição.

Esses documentos foram analisados a fim de construir um quadro do momento histórico naquele determinado local, levando-se em conta o que diz Le Goff [1996]. Juntos, estes documentos compõem

> [...] o resultado de uma montagem, consciente ou inconsciente da

> história, da época, da sociedade que os produziram, mas também das épocas sucessivas durante as quais continuou a viver, talvez esquecido, durante as quais continuou manipulado, ainda que pelo silêncio. O documento é uma coisa que fica, que dura, e o testemunho, o ensinamento que ele traz devem ser em primeiro analisados, desmistificando-lhe o seu significado aparente. [Le Goff, 1996, 548].

Estão entre os principais acervos documentais consultados os seguintes: Biblioteca Pública Benedito Leite, Biblioteca Pública Josué Montelo, Academia Maranhense de Letras, Arquivo Público do Estado do Maranhão e Arquivo da Igreja do Carmo, todos localizados na cidade de São Luís.

A metodologia qualitativa conta com análise documental, seguindo a ideia de Burke [2005] de que "tudo tem história". Ao acreditar que essa história merece ser conhecida, consideram-se os aspectos que a envolvem, e concordamos com Chervel [1990] sobre a influência de uma época na conformação dos conteúdos disciplinares. Ainda, contamos com aportes teóricos de Cabral [1984], dos quais absorvemos as ideias sobre as políticas para a educação em vigor no Maranhão oitocentista, como também de Castro [2007], a partir de quem descortinamos a educação da infância desvalida no Maranhão do século XIX.

Assim, reconhecemos que a história de uma disciplina escolar, em uma instituição que se fez construída por sujeitos e suas contribuições ao longo dos tempos, deva ser conhecida e discutida para que se possa compreender a sociedade através das pessoas, de suas vivências e produções.

2 A Sociedade Ludovicense Oitocentista e a Educação

A sociedade maranhense viveu altos e baixos na sua economia durante todo o período oitocentista. A prosperidade econômica se deveu principalmente à produção e venda de produtos como arroz, açúcar e algodão. Em São Luís se encontrava o maior centro comercial e cultural do Estado, conhecido como Praia Grande (ou Praça do Comércio), concentrando, assim, a riqueza na capital. Este fato contribuiu para o desenvolvimento social e intelectual da cidade.

O reflexo da crescente da economia foi sentido na arquitetura local da cidade. O perfil urbano passou a ser constituído por casarões, em estilo colonial, revestidos por azulejos portugueses. Isso evidenciava a influência portuguesa. Esses casarões serviram de moradia aos grandes fazendeiros maranhenses que compunham a elite da cidade.

Figura 1: Praia Grande ou Praça do Comércio, 1908.
Fonte: Álbum “Maranhão 1908”, de Gaudêncio Cunha.

Figura 2: Casarões de São Luís, 1908.
Fonte: Álbum “Maranhão 1908”, de Gaudêncio Cunha.

No campo da educação, a cidade recebeu influência das políticas educacionais nacionais, formuladas e aplicadas no Período Colonial, sobre a prática pedagógica de professores. Assim, nas duas primeiras décadas do século XIX, houve escassez de leitura, mas não a sua inexistência. Segundo Galves [2010, 70], “o comércio de livros era feito, em grande parte, em espaços não especializados”. Portanto, o acesso à leitura existia, mas era feito predominantemente pela elite.

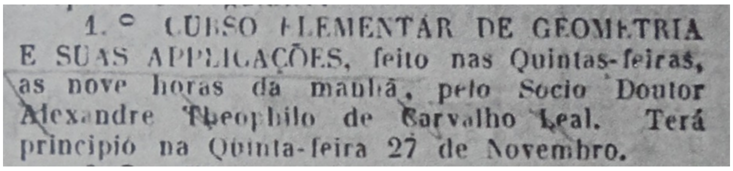
O cenário da educação começa a mudar com a Lei de Instrução pública de 15 de outubro de 1827, que de acordo com Meireles [1994, 50], determinava “a criação de escolas primárias ou de primeiras letras em todas as cidades, vilas e lugarejos populosos”. No Maranhão, o número de escolas passou de 14 para 24.

Em São Luís, nos alojamentos da Igreja do Carmo, foi então inaugurado o Liceu Maranhense, em 1838. Nesta escola, frequentada em sua maioria pela elite, educavam-se os alunos para uma possível vaga na universidade, em especial na Europa. Em 1841, contávamos com a Casa dos Educandos Artífices, para alunos pobres; e, em 1844, o Colégio Nossa Senhora da Glória abraçou a educação escolar para meninas. Este colégio também contava com um espaço para meninos que pretendiam entrar para o Liceu Maranhense. Os meninos tinham mais oportunidades, pois ainda contavam com a educação oferecida nos Colégios Perdigão e Colégio do Pires.

Figura 3: Igreja do Carmo, 1908.
Fonte: Álbum “Maranhão 1908”, de Gaudêncio Cunha.

Segundo Castellanos [2010, 124], “a produção, circulação e distribuição de [material] impresso, especificamente os jornais e as revistas foram tomando um lugar significativo e proporções nunca antes vistas na sociedade maranhense”. A educação também era estampada em jornais e as revistas traziam artigos sobre o ensino e oferecimento de cursos.

Em 1846, o poeta Gonçalves Dias fundou a Associação Literária Maranhense. Viu-se prosperar a literatura. Na segunda metade do século XIX, São Luís, de acordo com Meireles [1994], transformou-se num ambiente de cultura



1.º CURSO ELEMENTAR DE GEOMETRIA E SUAS APPLICAÇÕES, feito nas Quintas-feiras, ás nove horas da manhã, pelo Socio Doutor Alexandre Theophilo de Carvalho Leal. Terá principio na Quinta-feira 27 de Novembro.

Figura 4: Anúncio de aula no Jornal "O Archivo", de 1845.

e requinte. A cidade ficou conhecida como "Athenas Brasileira", por ser reduto de um grande número de literários. A imprensa cresceu, proporcionando o aumento dos impressos, o que é bem relevante, pois, como é amplamente aceito, a imprensa foi uma das facilitadoras da divulgação e do desenvolvimento dos saberes ao longo da história [Schubring, 2003].

Os ludovicenses acompanhavam também o desenvolvimento das livrarias. Segundo Castellanos [2010, 125], "desde o decênio de 1860 a 1870, a cidade de São Luís tinha quatro editoras, aumentando consideravelmente o número de obras escritas, editadas e lidas, em plena divulgação e aceitação". Algumas das quais figuravam entre as melhores do Brasil, em termos de impressão.

Em 1867, o número de escolas havia crescido ainda mais e a cidade de São Luís já contava com:

> Collegio São Caetano, Instituto de Humanidades, Lyceu Maranhense, Collegio Episcopal de N. Sr.ª dos Remédios, Collegio Perdigão, Collegio de N. Sr.ª da Glória, Collegio de Santa Anna (para educação de meninas), Collegio de N. Sr.ª da Conceição, Collegio de N. Sr.ª de Nazareth (para meninas). Em relação à instrução eclesiástica existia o Pequeno Educandário, a Casa dos Educandos Artífices, Nossa Senhora do Recolhimento, Asylo de Santa Thereza, Fundição da Cia. de Navegação a Vapor com aulas de torneiro ferreiro, caldeiro fundidor, modelador. [Almanak, 1868, 43].

Porém, com todo esse crescimento, o Maranhão, até o fim do século XIX, apresentava altos índices de analfabetismo. As escolas não eram suficientes para atender a toda a sociedade. Aliás, reforça-se que a parte da sociedade que frequentava a escolas era a camada da elite, formada principalmente por meninos. A outra parte contava com as poucas escolas que a abrigasse.

3 A Criação de uma Escola para Meninos Pobres e Desvalidos

Enquanto o Liceu Maranhense era frequentado quase que exclusivamente pela elite maranhense, surge em São Luís a proposta de uma escola que se autodenominava "para meninos pobres e desvalidos". A "Casa dos Educandos Artífices" do Maranhão foi criada através da Lei Provincial n.º 105, de 23 de agosto de 1841, e inaugurada neste mesmo ano, no mês de novembro, sob a direção de José Antônio Falcão[1].

O prédio que abrigava a escola deveria situar-se longe do centro da cidade, segundo Castro [2007, 189], para "evitar o contato dos educandos com o mundo exterior, onde não pudessem receber influências negativas à sua formação moral, militar e religiosa". Assim, a escola foi abrigada no antigo prédio da Casa da Pólvora, bem distante do centro da cidade de São Luís.

Figura 5: Casa dos Educandos Artífices do Maranhão, hoje Secretaria de Agricultura.
Fonte: Arquivo Pessoal.

A função da escola era proporcionar a aprendizagem de um ofício aos meninos, para que pudessem garantir sua futura sobrevivência e o sustento da família. A idade dos educandos, a princípio, variava de 8 a 17 anos, mas encontramos registros de alunos com 22 anos. Isso fez com que o Regulamento da

[1]Tenente-coronel reformado do Exército, assentou praça em São Luís, juntamente com seu irmão Feliciano Antônio Falcão, em 1831, como cadete no Regimento de Linha. Foi o organizador da Casa dos Educandos Artífices.

Casa, datado de 1848, fixasse a idade dos educandos entre 8 e 15 anos. O alunado deveria vir da periferia, do interior do Estado ou mesmo da Santa Casa de Misericórdia. Deveriam ser crianças, especificamente do sexo masculino, pobres e humildes. Porém, segundo Castro [2007, 227], "era comum a admissão de meninos por meio de influência política, religiosa ou militar junto ao presidente da província. No entanto, nem sempre os que ingressavam por esse meio eram pobres e desvalidos, como exigia a lei".

A organização das atividades no estabelecimento teve como modelo a Casa dos Educandos Artífices do Pará, fundada em 1840. Assim, as atividades se iniciavam às 5h, quando os alunos se formavam no pátio. Das 6h às 8h, frequentavam as aulas de primeiras letras. O café era servido das 8h às 8h30min. Logo após, os meninos se encaminhavam às oficinas, aí permanecendo até o meio dia. O almoço era servido do meio dia até às 13h30min, momento em que os meninos voltavam às oficinas, ficando até às 19h. Então, jantavam, faziam as suas orações e às 20h, finalmente, se recolhiam.

Durante todo o seu funcionamento, a Casa dos Educandos Artífices passou por três direções: de 1841 a 1853, foi diretor José Antonio Falcão (um dos fundadores da Casa, já mencionado); de 1853 a 1864, foi diretor Antonio Pereira Maia[2]; e, de 1871 a 1889, foi diretor Raimundo Jansen Serra Lima[3].

Ainda sobre o seu funcionamento, pode-se observar três momentos específicos:

> a) 1841 a 1851 — criação do estabelecimento, reforma, adaptação e ordenamento do edifício, instalação e ampliação de oficinas em seu interior; b) 1852 a 1870 — melhoria das condições das oficinas e ampliação das disciplinas escolares. Crescimento no número dos educandos; c) 1871 a 1889 — instabilidade financeira do estabelecimento, aumento "desordenado" do número de alunos e encerramento das atividades da casa. [Castro, 2007, 190].

O fato é que a Casa funcionou, na maior parte do tempo, em condições ruins, passou por vários problemas estruturais, sociais, morais (homossexualismo, pedofilia, masturbação), de saúde e principalmente, financeiros. Em alguns momentos, por falta de recursos financeiros, seus administradores tiveram que tomar decisões drásticas, como organizar meios de despachar alunos, suspender o pagamento do diretor ou mesmo demitir professores. Quem

[2]Tenente-coronel, assentou praça em São Luís.

[3]Deputado da Província do Maranhão quando dirigiu a Casa dos Educandos Artífices do Maranhão. No século XX, foi Funcionário da Secretaria de Fazenda do Estado, ocupando os cargos de escriturário, em 1915, e secretário da procuradoria, em 1918. Foi ainda, diretor da Secretaria Geral do Estado ente 1925 e 1928, quando se aposentou.

mais sofria com esses problemas eram os educandos, que se vestiam mal, comiam mal e dormiam mal. Alguns tentavam obedecer às regras da Casa, outros cometiam infrações, sofriam castigos, chegando a ficarem presos na Casa ou mesmo serem expulsos.

As aulas e as oficinas sempre sofreram duras críticas por parte de seus diretores e também por alguns presidentes da província. Achavam que elas não abarcavam a verdadeira finalidade da escola. O declínio da Casa ficou evidente nos cinco anos antes da proclamação da República. Ainda assim, segundo Castro [2007, 335],

> [...] dentre todos os estabelecimentos criados, em especial no Norte e Nordeste, a Casa dos Educandos maranhenses foi a que mais prosperou. Ela teve um período de vida contínuo, boa quantidade de educandos admitidos, número e diversidade de oficinas e de aulas criadas como subsidiárias da aprendizagem [...]. [Castro, 2007, 335].

O fechamento definitivo da Casa dos Educandos Artífices do Maranhão aconteceu no ano de 1889, associado à desaprovação das aulas e oficinas que ali aconteciam e aos desejos políticos de se investir cada vez mais no Liceu Maranhense.

4 Vestígios do Ensino de Matemática na Casa dos Educandos Artífices

Ao buscar os vestígios do ensino de matemática na Casa dos Educandos Artífices maranhense, partiu-se do contexto já apresentado: o Maranhão, no século XIX, viveu o auge do comércio, e assim, uma das principais funções da escola em geral era preparar os futuros trabalhadores para seu ofício. Cabia então ao ensino de matemática, como uma das suas principais tarefas, trabalhar com os conteúdos relacionados para esse fim. Na Casa dos Educandos Artífices essa ênfase era ainda mais evidente, pois como já observamos, os educandos tinham de ser preparados para um ofício.

A Aula de Primeiras Letras foi a primeira cadeira criada na Casa. Funcionou no período de 1842 a 1889. Nela, segundo Castro [2007, 183], "os meninos deveriam aprender as primeiras letras, receber os princípios da doutrina cristã e o ensino das artes mecânicas do Arsenal da Marinha, em obras públicas do governo e em oficinas particulares".

Nesta cadeira se observa o primeiro indício do ensino de matemática na Casa, isto porque os educandos deveriam aprender a leitura, a escrita e a contagem. A contagem era considerada como parte dos princípios aritméticos que deveriam ser transmitidos aos educandos.

Coube a diversos professores, ao longo do funcionamento da Casa, a incumbência de ministrar esses conteúdos. Entre eles, tivemos como primeiro professor Manuel Ferreira Freire; o segundo, Antonio Falcão; o terceiro, José Cândido Vieira; o quarto, José Augusto Colin/Antonio Feliciano da Silva; e, o quinto e último professor, Inocêncio de Lemos[4]. As aulas aconteciam todos os dias das 6h às 8h, exceto às quintas-feiras.

A 3.ª aula criada na Casa marca a segunda evidência da presença do ensino de matemática. Tratava-se da Aula de Geometria e Aritmética aplicada às Artes e de Noções Gerais de Aritmética e Álgebra, criada através da portaria do governo de 25 de julho de 1853 e que funcionou até 1865. Para frequentar essa cadeira, os educandos deveriam, como pré-requisito, apresentar atestado de que sabiam ler, escrever e dominar as quatro operações. A aula foi ministrada primeiramente pelo professor Raimundo Teixeira Mendes[5] e posteriormente pelo professor Temístocles da Silva Aranha[6]. Os conteúdos matemáticos ministrados envolviam Elementos de Cálculo, Geometria, Geometria Descritiva e Trigonometria. A aula acontecia em dois locais, três vezes por semana, inicialmente no próprio prédio da instituição e depois, com a entrada do professor Temístocles, passou a ser oferecida na residência do próprio professor, pois seria mais cômodo para o mesmo.

Em 1866, por meio da Lei n.º 770 de 30 de junho, a cadeira foi dividida em duas: Geometria Prática e Mecânica Aplicada. A primeira era pré-requisito para a segunda. A aula de Geometria ficou destinada ao professor João Antonio Coqueiro[7], que oferecia certificado de habilitação para quem concluísse as duas cadeiras.

[4]Não temos informações sobre esses professores.

[5]Filósofo e matemático, nasceu em Caxias, Maranhão, em 5 de janeiro de 1855 e faleceu no Rio de Janeiro, em 1927. Iniciou os estudos na Escola Nacional de Engenharia do Rio de Janeiro, tendo concluído o curso em Paris. Positivista, foi divulgador das teorias de Augusto Comte no Brasil, fundando o Apostolado Positivista no Rio de Janeiro.

[6]Jornalista e professor, nasceu em São Joaquim do Bacanga, no sítio do Maracujá, no Maranhão, em 8 de agosto de 1837 e faleceu em São Luís, no dia 27 de abril de 1887. Abolicionista fervoroso, libertou seus escravos. Foi professor de Geografia no Liceu Maranhense e de Matemática na Casa dos Educandos Artífices. Foi presidente da Associação Comercial do Maranhão, membro do Instituto Histórico e Geográfico Brasileiro de Lisboa e do Ateneu Maranhense. Foi deputado e comendador da Ordem da Rosa. Colaborou com vários jornais maranhenses.

[7]Nasceu em São Luís em 30 de abril de 1837 e faleceu no Rio de Janeiro em 26 de fevereiro de 1910. Estudou no Liceu Maranhense, depois na Escola Central de Artes e Manufaturas de Paris, na Faculdade de Ciências de Paris (onde se bacharelou em Ciências) e na Universidade de Bruxelas, na Bélgica (onde se doutorou em Ciências Físicas e Matemática). Professor do Liceu Maranhense e da Casa dos Educandos Artífices, foi autor de vários livros, entre eles, “Tratado

Figura 6: Prof. João Antônio Coqueiro.
Fonte: Coqueiro, Edmundo. *A vida e a obra de João Antônio Coqueiro*. Rio de Janeiro: Magalhães, Correard & Cia., 1942.

Os conteúdos envolviam: Elementos de Cálculo, Geometria, Geometria Descritiva e Trigonometria; além de Aplicações ao desenho linear, ao nivelamento, à agrimensura, ao levantamento de planos, à perspectiva arquitetônica, à teoria e à prática da régua do cálculo. As aulas aconteciam na Casa dos Educandos Artífices e na Casa de Fundição, três vezes por semana e tinham duração de 1h 30min. As cadeiras funcionaram até 1870, quando foram unificadas novamente.

Assim, por meio da Lei n.º 890 de 6 de julho de 1871, dá-se início à cadeira de Mecânica e Geometria Aplicada às Artes. Ministrada novamente pelo professor Temístocles da Silva Maciel Aranha, as aulas envolviam os conteúdos de Aritmética, Cálculo, Geometria, Trigonometria e Mecânica. Aconteciam na Casa dos Educandos Artífices, três vezes por semana.

Por conta da aposentadoria do professor em 1883, as aulas foram extintas por meio da Lei n.º 1270, de 11 de maio do mesmo ano. Não houve interesse dos administradores em oferecerem-na novamente. Encerram-se assim, cadeiras que envolviam diretamente o ensino de matemática.

Algumas observações merecem ser ressaltadas. Durante o funcionamento da Casa, conteúdos de matemática também faziam parte dos conteúdos de outras cadeiras. Nas aulas de Escultura e Mecânica aplicada às Artes, por exemplo, em seu primeiro ano, os alunos deveriam aprender, entre outros conteú-

de Arithmetica", escrito quando tinha apenas 18 anos. Foi um dos fundadores da "Sociedade Onze de Agosto" e idealizador da "Escola do Povo, Escola Popular Onze de Agosto". Também trabalhou no Internato (e no Externato) Ginásio Nacional, no Rio de Janeiro.

dos: Aritmética até a regra de três, Álgebra até a resolução de equações do 2.º grau e Geometria plana aplicada à agrimensura.

Os materiais didáticos sempre foram muito escassos na Casa, porém, no período em que o professor João Antonio Coqueiro ministrou aulas, houve a adoção de seu próprio livro "Curso Elementar de Matemática", que foi publicado na cidade de São Luís, em 1869, e indicado para os colégios de instrução primária e industrial, além do Colégio Pedro II, no Rio de Janeiro.

Houve momentos em que a Casa oferecia premiação aos seus alunos, como forma de impulsionar a aprendizagem. Os prêmios eram divididos em categorias. Como exemplo, em 1856, tínhamos a Modalidade Capacidade Intelectual, em que foram premiados os alunos Virgílio Marciano Pereira e Raimundo Antonio de Amorim, por seus desempenhos nas aulas de Geometria.

5 Considerações Finais

O desenvolvimento deste trabalho, à luz da história das disciplinas escolares, proporcionou-nos um novo passo na compreensão da constituição do ensino de matemática no Brasil, por meio dos conteúdos escolares desenvolvidos no período oitocentista.

Ao adentrarmos no universo da Casa dos Educandos Artífices do Maranhão, pudemos perceber que a matemática escolar oferecida na instituição não esteve desassociada do contexto social no qual estava inserida. Percebemos algumas das necessidades da sociedade maranhense da época, como a criação de uma escola para meninos pobres e desvalidos, serem supridas. A sociedade maranhense do século XIX exigia que houvesse formação para o comércio. A Casa dos Educandos Artífices buscou esse fim quando oportunizou aos meninos a formação para um ofício. Os conteúdos matemáticos estiveram presentes nessa formação.

A sociedade maranhense do século XIX sofria mudanças. O ensino de matemática na Casa dos Educandos Artífices também passou por momentos de transformação, de reorganização dos conteúdos. Vimos uma disciplina escolar intimamente relacionada com a disposição de seus professores, que ora ofereciam aulas na Casa, ora ofereciam aulas em suas residências ou outro lugar. Isso só favorecia o próprio professor. Assim, a última disciplina referente ao ensino de matemática na Casa foi extinta, pois faltavam professores e interesses administrativos e políticos por sua permanência.

Referências

ALMANAK administrativo da província do Maranhão, organisado por João Candido de Moraes Rego. 1868. Anno 1. S. Luiz, Typ. de A. P. Ramos de Almeida.

CASTELLANOS, S. L. V., 2010. *Práticas leitoras no Maranhão na primeira república*: entre apropriações e representações. São Luís, EDUFMA.

CASTRO, C. A., 2007. *Infância e trabalho no Maranhão Provincial*: uma história da Casa dos Educandos Artífices (1841–1889). São Luís, EdFUNC.

CHARTIER, R., 1990. *A história cultural*: entre práticas e representações. Lisboa, Difel.

CHERVEL, A., 1990. *História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa.* Porto Alegre, Teoria e Educação.

GALVES, M. C., 2010. À sombra da corte: impressos e público leitor no Maranhão. In: CASTRO, C. A. (Org.). *Leitura, impressos e cultura escolar.* São Luís, EDUFMA. 68–87.

LE GOFF, J., 1996. *História e memória.* Campinas, Editora da Unicamp.

MEIRELES, M., 1984. *Dez Estudos Históricos.* São Luís, ALUMAR.

SCHUBRING, G., 2003. *Análise histórica de livros de matemática.* Notas de aula. Campinas, Autores Associados.

O primeiro programa de Matemática do Ensino Liceal português

Ana Santiago
UIED – FCT da Universidade Nova de Lisboa
elisa_santiago@hotmail.com

Ana Paula Aires
Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro
aaires@utad.pt

Resumo: Este artigo é parte de uma investigação mais abrangente que teve como objetivo analisar o lugar que a matemática ocupou nos programas oficiais do Ensino Secundário, então designado de Ensino Liceal, desde a criação dos liceus, em 1835 até ao final da ditadura. Se a data de 12 de Julho de 1870 constitui um marco na história do ensino em Portugal, uma vez que assinala a criação do Ministério da Instrução Pública, 23 de dezembro de 1870 parece-nos também incontornável já que é exatamente nesta data que são publicados os primeiros programas oficiais do Ensino Liceal. E a esse respeito analisamos as caraterísticas deste primeiro programa, que especifica para cada ano e para cada tópico, os conteúdos a abordar.

Abstract: This article is part of a broader investigation that aimed to analyse the place that mathematics held in the official programs of secondary education, then referred to secondary education, since the creation of high schools in 1835 until the end of the dictatorship. If the date of July 12, 1870 is a milestone in the history of education in Portugal, and also marks the creation of the Ministry of Education, December 23, 1870 it seems also unavoidable since it is exactly on this date that are published the first official programs of secondary education. And in this regard we analyse the characteristics of this first program, specific for each year and for each topic, the contents to be approach.

1 Introdução

A criação dos liceus, em Portugal, remonta ao ano de 1836 pela mão do então ministro do Reino, Manoel da Silva Passos, mais conhecido como Passos Manuel. Este marco, inquestionável na história do ensino liceal, foi levado a cabo através da Reforma da Instrução Secundária publicada no *Diário do Governo* n.º 275 de 19 de novembro de 1836. Com esta reforma Passos Manuel procura valorizar o ensino científico e técnico opondo-se à “erudição estéril” do então serviço tradicional. Logo no preâmbulo deste diploma podemos ler:

> "Atendendo a que a Instrução Secundária é de todas as partes da Instrução Pública a que mais carece de reforma, por quanto o sistema atual consta na maior parte de alguns ramos de erudição estéril, quase inútil para a cultura das ciências, e sem nenhum elemento que possa produzir o aperfeiçoamento das artes, e os progressos da civilização material do país (...)."

Um pouco mais adiante segue com a justificação referindo que:

> "Atendendo ainda a que não pode haver ilustração geral e proveitosa, sem que as grandes massas de cidadãos que não aspiram aos estudos superiores, possuam os elementos científicos e técnicos indispensáveis aos usos da vida no estado atual das sociedades (...)."

O Curso dos Liceus recém criado era composto por dez disciplinas, sendo a quinta relativa à matemática e designada de *Aritmética, Álgebra, Geometria, Trigonometria e Desenho*.

Neste diploma é ainda decretado que seria criado um Liceu em cada capital de distrito do continente e do ultramar, com exceção de Lisboa em que haveriam dois. Não é feita qualquer referência ao número de anos que constituem o ensino liceal, nem tão pouco os conteúdos a lecionar em cada uma das disciplinas, em cada ano e a respetiva carga horária. Acrescentava ainda que ficaria a cargo do Conselho de cada Liceu a adopção do método, a escolha e coordenação dos compêndios, bem como a distribuição das disciplinas e das horas (art.º 53.º).

Em 1844 Costa Cabral aprova uma nova reforma (*Diário do Governo* n.º 220 de 28 de novembro de 1844). Relativamente ao ensino secundário, mantem-se a intenção da existência de um liceu em todas as capitais de distrito mas reduz-se consideravelmente, o ensino científico. Deste modo o curso dos liceus passa apenas a compreender seis disciplinas, sendo a terceira denominada de *Aritmética e Geometria com aplicações às Artes e Ofícios e primeira noções de Álgebra* deixando de fora *a Trigonometria*. É ainda dito que no liceu de Lisboa haveria outras disciplinas entre as quais a de *Geometria e Mecânica aplicada às Artes e Ofícios*. Além disso, na Escola do Comércio ou Secção Comercial de Lisboa, designada de Aula do Comércio, que estava anexa ao Liceu de Lisboa, existia a cadeira de *Aritmética Comercial, compreendendo moedas, pesos e medidas, elementos d'Álgebra e Geometria* (p. 312).

Também esta reforma não faz referência ao número de anos que deveria ter o ensino liceal nem à carga horária. No entanto, relativamente aos manuais escolares é referido que: "Os compêndios, por onde devem ler-se as disciplinas do ensino público, serão propostos pelos Professores, e aprovados pelos Conselhos das respectivas escolas."

Teríamos que esperar quase trinta anos pois, somente a 23 de dezembro de 1870 são publicados os primeiros programas oficiais do Ensino Liceal.

Neste artigo iremos analisar as caraterísticas deste primeiro programa, que específica para cada ano e para cada tópico, os conteúdos a abordar e tentar assim perceber qual o papel que a matemática ocupou no primeiro programa oficial do Ensino Secundário, então designado de Ensino Liceal.

2 A Estruturação do Ensino Liceal

A partir de 1860, com o surgimento de um novo Regulamento para os *Liceus Nacionais* (Diário de Governo n.º 133 de 12 de junho de 1860) decretado por Fontes Pereira de Melo, o ensino liceal vai sendo progressivamente estruturado e as próprias disciplinas vão surgindo de uma forma mais organizada, bem como os docentes e os manuais escolares que se vão revelando cada vez mais especializados.

Este Regulamento é constituído por duas secções, sendo que a primeira secção é dedicada ao ensino nos liceus e a segunda à administração e funcionários dos liceus. A primeira secção, que será alvo da nossa análise, está dividida em 10 capítulos que apresentamos a seguir:

Capítulo I: Plano dos estudos nos liceus

Capítulo II: Da admissão dos alunos

Capítulo III: Da frequência e disciplina escolar

Capítulo IV: Das aulas

Capítulo V: Do encerramento das aulas e da habilitação para exames

Capítulo VI: Dos exames dos alunos dos liceus

Capítulo VII: Dos exames de indivíduos que não houverem frequentado as aulas dos liceus

Capítulo VIII: Os prémios

Capítulo XI: Das penas

Capítulo X: Dos estabelecimentos auxiliares do ensino

Logo no capítulo I, o 1.º artigo regulamenta que os liceus passam a estar divididos em Liceus de 1.ª e 2.ª classes, de acordo com o seguinte esquema:

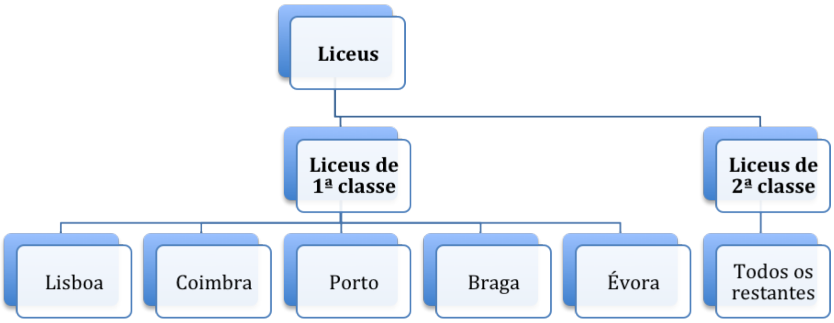


Figura 1: Esquema da divisão dos Liceus

O curso geral dos liceus é composto por dez disciplinas, sendo a quinta *Matemática elementar, compreendendo a aritmética, a álgebra até às equações do segundo grau com uma incógnita, a geometria sintética os princípios de trigonometria plana — geografia matemática (*Diário de Governo n.º 133 de 12 de junho de 1860). É ainda referido que estas disciplinas existirão apenas nos liceus de 1.ª classe.

Especifica-se ainda, pela primeira vez, que a duração do curso geral dos liceus é de cinco anos, e indica-se as disciplinas/conteúdos a lecionar em cada ano, bem como a carga semanal de cada uma das disciplinas e ainda que cada aula terá a duração de duas horas. As tabelas seguintes explicitam a distribuição dos estudos por cada um dos cinco anos do ensino liceal.

1.º ano	**Dias de aula por semana**
Gramática portuguesa, leitura e analise gramatical dos autores portugueses (professor de português)	3
Gramática latina. (Substituto de latim)	2
Geografia e história elementar. (substituto de história)	1
Gramática francesa, leitura e primeiros exercícios de tradução. (Professor de francês)	2
Desenho linear	2
	10

Tabela 1: Plano Curricular do 1.º ano (Diário de Governo n.º 133 de 12 de junho de 1860)

Observa-se que o plano curricular do primeiro ano tem um cariz essencialmente humanístico, não contemplando qualquer disciplina de índole científica, em particular a disciplina de matemática.

2.º ano	Dias de aula por semana
Leitura de prosadores e poetas portugueses, análise gramatical. (Professor de português)	2
Tradução de latim, análise e exercícios gramaticais. (Professor de latim)	3
Aritmética, as quatro operações em números inteiros e fracionários. (Professor de matemática)	**1**
Leitura, tradução e composição francesa. (Professor de francês)	2
Desenho linear	2
	10

Tabela 2: Plano Curricular do 2.º ano (Diário de Governo n.º 133 de 12 de junho de 1860)

No 2.º ano introduz-se a disciplina de Matemática, especificando-se os conteúdos a abordar: *Aritmética, as quatro operações em números inteiros e fracionários.* Refere-se ainda que o professor a lecionar a disciplina será o professor de matemática e haverá aula, apenas, um dia por semana, o que faz com que seja a disciplina do plano com menor carga semanal.

3.º ano	Dias de aula por semana
Leitura de prosadores e poetas portugueses. (Professor de português)	1
Recitação de prosadores e poetas portugueses; análise de estilo (Substituto de história)	1
Tradução e composição latina; antiguidades romanas. (O necessário para a inteligência dos autores) (Professor de latim)	2
Aritmética, noções de geometria plana e suas aplicações usuais. (Professor de matemática)	**3**
Gramática inglesa, primeiros exercícios de leitura e tradução. (Professor de inglês)	2
Desenho linear	1
	10

Tabela 3: Plano Curricular do 3.º ano (Diário de Governo n.º 133 de 12 de junho de 1860)

No 3.º ano contempla-se o estudo da matemática, especificando-se os conteúdos a abordar: *Aritmética, noções de geometria plana e suas aplicações usuais*. Refere-se também que o professor a lecionar a disciplina será o professor de matemática e reforça-se o número de dias por semana para lecionar a disciplina, passando de 1 dia para 3 dias semanais. Deste modo confere-se à matemática o estatuto de disciplina com maior carga semanal.

4.º ano	**Dias de aula por semana**
Matemática elementar. (Professor de matemática)	**3**
Filosofia racional e moral, princípios de direito natural. (Professor de filosofia)	4
Leitura e tradução inglesa. (Professor de inglês)	1
Princípios elementares de física e química	1
	9

Tabela 4: Plano Curricular do 4.º ano (Diário de Governo n.º 133 de 12 de junho de 1860)

No 4.º ano a disciplina passa a designar-se *Matemática Elementar*, também lecionada pelo professor de matemática e continua com uma carga semanal de 3 aulas semanais.

5.º ano	**Dias de aula por semana**
Oratória e poética	4
História e geografia e especialmente a de Portugal e suas colónias	4
Física e química elementares; introdução à história natural dos três reinos	4
	12

Tabela 5: Plano Curricular do 5.º ano (Diário de Governo n.º 133 de 12 de junho de 1860)

O 5.º ano não contempla a disciplina de matemática. É de salientar que neste ano a matemática é substituída por outra disciplina científica: *Física e química elementares; introdução à história natural dos três reinos*, com uma carga semanal de 4 dias, sendo que no 4.º ano já se introduziu a disciplina: *Princípios elementares de física e química*, mas apenas com uma aula semanal.

Neste Diário de Governo n.º 133 de 12 de junho de 1860 acrescenta-se ainda que nos Liceus de segunda classe: "o governo fará aplicar, quando for possível, aos liceus de segunda classe as disposições do presente regulamento" (p. 130).

No capítulo IV, relativo às aulas, no artigo 29.º, no que respeita aos manuais é dito que "Servirão de texto para as lições os compêndios legalmente adoptados para esse fim. Para auxiliares de ensino poderão servir-se os professores unicamente de livros aprovados" (p. 132).

Ainda neste capítulo e mais concretamente nos artigos 30.º e 31.º, são apresentadas algumas indicações metodológicas acerca de como cada aula deve estar estruturada, indicando o tempo de aula que os professores devem despender com as diferentes tarefas como o esclarecimento de dúvidas da aula anterior:

> "Das duas horas que dura a aula os professores empregarão pelo menos uma em ouvir o maior número possível de alunos sobre a lição passada anteriormente, e o resto do tempo em dar as explicações que julgarem convenientes para a completa inteligência das doutrinas que forem objeto da lição dada naquele dia ou da que os alunos têm que estudar para o seguinte dia de aula.
>
> Haverá em todas as aulas exercícios ou temas escritos, os quais serão analisados e emendados pelo professor, em voz alta e para toda a classe". (p. 132)

Em 1863, sendo então ministro Anselmo Braamcamp é publicado um novo regulamento dos liceus (Diário de Governo n.º 204 de 12 de setembro) que, relativamente à disciplina de Matemática, aumenta a carga horária no 4.º ano, de três vezes para cinco vezes semanais. A distribuição de tópicos e o número de horas semanais pelos cinco anos do ensino liceal é a que consta na tabela 6.

Ano	**Tópicos**	**N.º lições (2h)**
1.º ano	Não tem matemática	
2.º ano	Aritmética — exercícios dependentes das quatro operações sobre os números inteiros e fracionários	1 x semana
3.º ano	Aritmética, geometria plana e suas aplicações mais usuais	3 x semana
4.º ano	Geometria no espaço, álgebra elementar, trigonometria plana e geografia matemática	5 x semana
5.º ano	Não tem matemática	

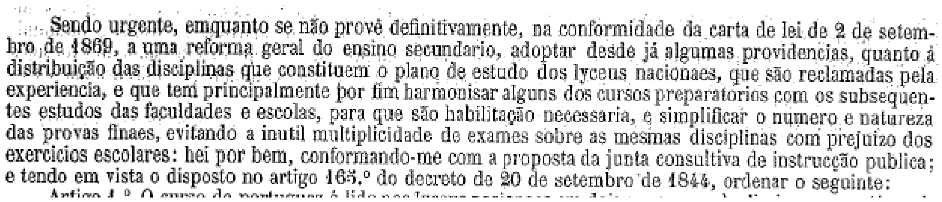
Tabela 6: Tópicos de matemática a abordar em cada ano (Diário de Governo n.º 204 de 12 de setembro)

Em 1869, com Alves Martins como ministro é publicado novo regulamento dos Liceus passando o curso liceal de 5 para 6 anos e ficando o currículo mais pesado. No entanto todas as alterações introduzidas por este novo regulamento não passaram de intenções pois sete meses depois um novo governo suspendeu o decreto que o publicou.

Até esta data, os assuntos relacionados com a instrução encontravam-se na dependência do Ministério do Reino, uma pasta governamental onde se concentravam um vasto leque de competências. A data de 12 de julho de 1870 constitui um marco na história do ensino em Portugal, pois anuncia a criação do Ministério da Instrução Pública. António da Costa, a figura que mais pugnou pela criação deste ministério e mais destacado defensor do ensino feminino, virá a ser nomeado ministro da Instrução Pública. No entanto, volvidos poucos meses após ter sido empossado, o governo cai e com ele o recém criado Ministério da Instrução Pública que só voltará a ter existência independente em 1890.

3 O primeiro programa para o curso de Matemática Elementar

Em outubro de 1870 surge novo decreto que tem como intenção tomar algumas providências relativamente à distribuição das disciplinas ministradas nos liceus, com o objetivo de harmonizar alguns dos cursos preparatórios, como podemos ler no preâmbulo deste documento:



Sendo urgente, emquanto se não provê definitivamente, na conformidade da carta de lei de 2 de setembro de 1869, a uma reforma geral do ensino secundario, adoptar desde já algumas providencias, quanto á distribuição das disciplinas que constituem o plano de estudo dos lyceus nacionaes, que são reclamadas pela experiencia, e que tem principalmente por fim harmonisar alguns dos cursos preparatorios com os subsequentes estudos das faculdades e escolas, para que são habilitação necessaria, e simplificar o numero e natureza das provas finaes, evitando a inutil multiplicidade de exames sobre as mesmas disciplinas com prejuizo dos exercicios escolares: hei por bem, conformando-me com a proposta da junta consultiva de instrucção publica; e tendo em vista o disposto no artigo 165.º do decreto de 20 de setembro de 1844, ordenar o seguinte:

Figura 2: Preâmbulo do decreto de 20 de outubro de 1870

No que respeita à disciplina de matemática é referido que:

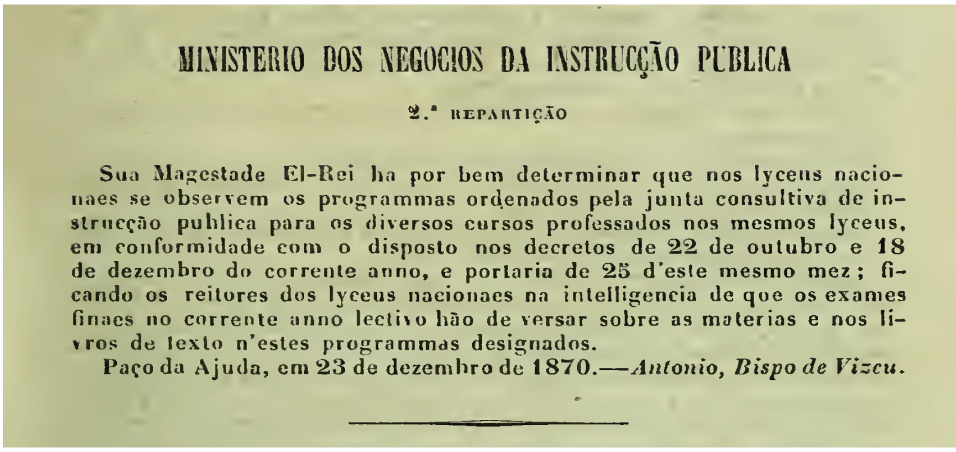
> "Art.º 3.º O curso de matemática elementar, que se lê no 3.º ano dos liceus, compreende, além das disciplinas ai designadas, a geografia matemática.
>
> Art.º 4.º O curso de matemática elementar, que se lê no 4.º ano, menos a geografia matemática, compreende o ensino mais desenvol-

vido das disciplinas ali mencionadas, e somente é obrigatório para a admissão às faculdades e escolas de ciências físico-matemáticas, histórico-naturais e medicas e para as escolas e institutos de ensino profissional secundário e superior.

§ único. Os programas designam o modo por que o curso complete de matemática elementar nos liceus nacionais deve ser professado, tornando-o mais prático no 1.º ano e mais teórico no 2.º.

§ 2.º Em cada um dos dois anos deste curso só há três lições por semana". (p. 518)

Durante o mês de janeiro de 1871 foram publicados em Diário de Governo os programas das várias disciplinas ministradas nos liceus, em particular da Matemática Elementar, publicado no Diário de Governo n.º 8 de 11/1/1871. Apresentamos a seguir introdução desse documento:


MINISTERIO DOS NEGOCIOS DA INSTRUCÇÃO PUBLICA

2.ª REPARTIÇÃO

Sua Magestade El-Rei ha por bem determinar que nos lyceus nacionaes se observem os programmas ordenados pela junta consultiva de instrucção publica para os diversos cursos professados nos mesmos lyceus, em conformidade com o disposto nos decretos de 22 de outubro e 18 de dezembro do corrente anno, e portaria de 25 d'este mesmo mez; ficando os reitores dos lyceus nacionaes na intelligencia de que os exames finaes no corrente anno lectivo hão de versar sobre as materias e nos livros de texto n'estes programmas designados.

Paço da Ajuda, em 23 de dezembro de 1870.—*Antonio, Bispo de Vizeu.*

Figura 3: Introdução dos programas de 1870

O programa de Matemática Elementar está dividido em duas partes: a primeira parte abrange a Aritmética, Geometria plana e Geografia matemática e a segunda parte refere-se à Álgebra, Geometria no Espaço e Trigonometria Plana, como mostra a figura 4.

Apresentamos a seguir, nas tabelas 7 e 8, de uma forma mais pormenorizada os conteúdos referidos, em cada uma das partes, para cada um dos tópicos.

Podemos observar que a maioria dos tópicos apresentados fazem ainda parte dos programas nos nossos dias, com exceção dos da Geografia Matemática e da Geometria esférica. De salientar ainda que o tema Aritmética agrega

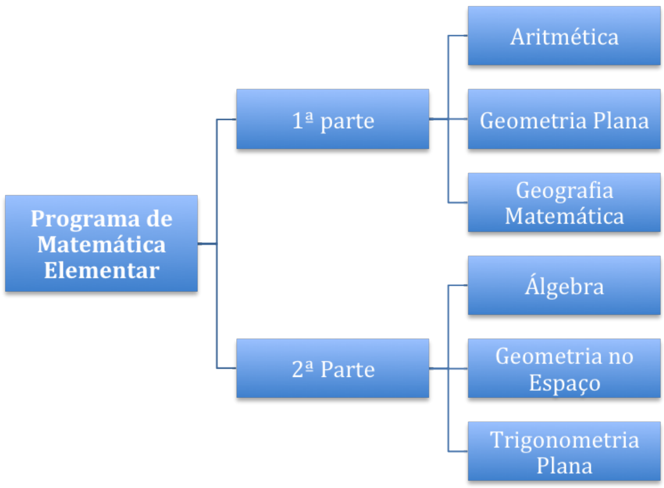


Figura 4: Tópicos de cada uma das partes do programa de Matemática Elementar

Primeira Parte		
Aritmética	**Geometria plana**	**Geografia matemática**
• Numeração • Adição e subtração de números inteiros • Multiplicação de números inteiros • Divisão dos inteiros • Noções gerais sobre as potências e raízes dos números • Divisibilidade dos números inteiros • Números primos • Frações • Quebrados • Decimais • Números complexos • Raiz quadrada • Raiz cubica • Razões e proporções • Progressões • Uso dos logaritmos • Aplicações da aritmética	• Noções preliminares • Linhas retas • Polígonos • Comparação de linhas retas • Semelhança de figuras • Circunferência • Polígonos inscritos e circunscritos aos círculo • Retificação da circunferência • Áreas	• Esfera celeste • Terra • Movimento de rotação da terra • Movimento anual aparente do sol • Elíptica e sua orliquidade • Ano trópico, ano sideral • Ideia geral do sistema do mundo

Tabela 7: Tópicos relativos à Primeira Parte (Diário de Governo n.º 8 de 11/1/1871)

Segunda Parte		
Álgebra	**Geometria no Espaço**	**Trigonometria Plana**
• Noções preliminares • Operações algébricas • Teoria geral dos sistemas de numeração • Equações do 1.º grau • Equações simultâneas do 1.º grau • Problemas dependentes de equações do 1.º grau • Eliminação pelo método das indeterminadas • Discussão dos problemas do 1.º grau • Desigualdades • Equações do 2.º grau • Potências e raízes	**Geometria a três dimensões** • Planos • Ângulos sólidos • Superfícies curvas • Sólidos • Poliedros em geral **Geometria esférica** • Ângulo esférico	• Fim da trigonometria plana

Tabela 8: Tópicos relativos à Segunda Parte (Diário de Governo n.º 8 de 11/1/1871)

vários tópicos que hoje fazem parte dos temas Números e Operações, Sucessões, Funções e Números Complexos.

4 Considerações Finais

Ao longo do horizonte temporal considerado podemos ver que o ensino liceal começou por percorrer um longo caminho de estruturação que terminaria em 1895, quando se dá a consolidação dos liceus (Aires & Santiago, 2014). Este caminho começa com a indefinição legal sobre o tempo de duração do curso e das aulas, a falta de especificação das disciplinas e inexistência de indicações metodológicas nos programas curriculares. Chegamos aos anos 70 do século XIX com um ensino liceal significativamente mais estruturado, quer relativamente à sua duração, às disciplinas a lecionar em cada um dos anos do ensino liceal e respetiva carga horária, bem como relativamente aos conteúdos a abordar em cada uma dessas disciplinas. Também nos programas oficiais as indicações e recomendações metodológicas começam a ganhar maior relevância, passando a ser mais detalhadas, constituindo-se como um verdadeiro apoio para o professor para a operacionalização do respetivo programa da disciplina.

Fontes

Diário do Governo, 275, 19/11/1836.

Diário do Governo, 220, 28/9/1844.

Diário do Governo, 133, 12/6/1860, *Regulamento para os liceus nacionais.*

Diário do Governo, 204, 12/9/1863, *Regulamento para os liceus nacionais.*

Diário do Governo, 8, 11/1/1871, *Programas ordenados pela junta consultiva de instrução publica, mandados observar nos liceus nacionais por portaria de 23 de dezembro último.*

Diário do Governo, 217, 23/6/1872, *Plano dos Liceus Nacionais.*

Diário do Governo, 77, 5/4/1873, *Regulamento para os Liceus Nacionais.*

A Imprensa Nacional publica pequenos opúsculos com os programas para cada ano de cada disciplina, por exemplo, *Programma para o 1.º ano do curso de mathematica elementar* (1872). Lisboa: Imprensa Nacional.

Bibliografia

Aires, A. P. e Santiago, A. E. (2014) Os programas de matemática do ensino liceal. In J. M. Matos & A. J. Almeida (Coords.), *A matemática nos programas do ensino não-superior (1835–1974).* Caparica: UIED.

Carvalho, R. (1985). *História do Ensino em Portugal. Desde a fundação da nacionalidade até ao fim do regime de Salazar-Caetano.* Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Marques, O. (1981). *História de Portugal, Volume III.* Lisboa: Palas Editores.

Rocha, F. (1987). *Fins e Objectivos do Sistema Escolar Português. 1. Período de 1820 a 1926.* Aveiro: Livraria Estante Editora.

O ensino da matemática no Liceu de Ponta Delgada em São Miguel no Arquipélago dos Açores

Helena Sousa Melo, Maria do Carmo Martins
Departamento de Matemática, Universidade dos Açores
helena.fs.melo@uac.pt
maria.cc.martins@uac.pt

Resumo: O ensino da matemática no Liceu de Ponta Delgada, um dos primeiros no Arquipélago dos Açores, fundado em 1852, foi ministrado por professores que frequentaram o Curso de Matemática da Universidade de Coimbra, ou com formações diferentes, porém, detentores das competências necessárias e suficientes para a sua lecionação. O Dr. João Anselmo da Cruz Pimentel Choque foi o primeiro a ministrá-la.

Este artigo incide sobre a disciplina de matemática e afins no Liceu de Ponta Delgada. Apresenta a evolução do plano curricular, a sua distribuição horária e os compêndios adotados. Reporta a distribuição dos tempos escolares nos anos letivos de 1878/1879, 1885/1886 e 1913/1914, e dos compêndios utilizados entre os anos de 1878 e 1882, e nos anos de 1885 e de 1887. Este estudo encontra-se numa fase inicial de recolha de informação e tem-se deparado com algumas dificuldades em aceder ao espólio do referido Liceu, por este se encontrar numa fase de remodelação e organização.

Abstract: The teaching of mathematics in Ponta Delgada's Lyceum, one of the first in the Azores, founded in 1852, was accomplished by teachers either graduated in Mathematics from the University of Coimbra, or holding other degrees, nevertheless having the necessary skills for teaching such subject. Dr. João Anselmo da Cruz Pimentel Choque was the first mathematics teacher of this Lyceum.

The paper focuses on the subject of mathematics and similar in Ponta Delgada's Lyceum. It shows the evolution of the curriculum, its class timetables, and the adopted textbooks. Reports the distribution of academic time in school years 1878/1879, 1885/1886 and 1913/1914, and of the textbooks used between the years 1878 and 1882 and in the years 1885 and 1887. This study is still in an early stage of information gathering and has faced some difficulties in accessing the estate of the Lyceum, because it is in a phase of remodelling and organisation.

1 Introdução

A criação de Liceus no Arquipélago dos Açores deu-se com a reforma de 1844. O primeiro Liceu a ser criado foi na ilha Terceira em 1851; seguiu-se o Liceu Nacional de Ponta Delgada, na ilha de São Miguel, no ano de 1852, e sobre o qual incide o presente estudo; por último, foi criado o Liceu da Horta, na ilha do Faial, em 1853.

O Liceu Nacional de Ponta Delgada, atualmente Escola Secundária de Antero de Quental, ainda mantém parte do seu acervo histórico arquivado na sua sede. No referido local pudemos encontrar, até ao momento, o registo dos seus Reitores, professores, alunos e funcionários, bem como a informação dos horários e aulas ministradas, os registos de frequência, a avaliação e faltas dos alunos, desde os anos letivos de 1878/1879 até 1913/1914, não consecutivamente.

Este trabalho apresenta, na secção 2, um enquadramento histórico de carácter geral sobre as escolas e a educação no Arquipélago dos Açores desde o século XVI. Descreve as sucessivas reformas educativas e os seus preconizadores, e referencia as disciplinas criadas e ministradas nas escolas açorianas.

A secção 3 relata a origem do Liceu Nacional de Ponta Delgada, mencionando o edital publicado em 1852 no jornal "O Açoriano Oriental" do Governador Civil do Distrito de Ponta Delgada, intimando o Comissário dos Estudos desse Distrito a tratar da organização do Liceu, a convocar professores, a formar o Conselho do referido Liceu e a proceder à abertura das matrículas. No mesmo espaço desse jornal surge outra nota em resposta ao edital informando o cumprimento do solicitado. Além disso, é mencionado o número de alunos que frequentou o Liceu nos primeiros tempos e os seus primeiros Reitores.

Na secção 4 descrevemos as disciplinas da área de matemática, os seus compêndios, os tempos letivos, o horário geral do 1.º ao 4.º ano do ensino liceal correspondente ao ano letivo de 1878/1879, a distribuição do 1.º ao 6.º ano do ensino liceal do ano letivo de 1885/1886, e por último, o horário da 1.ª à 5.ª classe do ensino liceal e da 6.ª e 7.ª classe da área de Ciências relativo ao ano letivo de 1913/1914. Nesse seguimento, apresentamos um quadro resumo dos tempos letivos, um extrato de atas com a informação dos compêndios e a respetiva distribuição cronológicas nos anos letivos de 1878/1879, 1885/1886 e 1913/1914.

A secção 5 tece as considerações finais do trabalho desenvolvido até ao momento e apresenta as perspetivas futuras de investigação sobre o ensino e o desenvolvimento da matemática no Arquipélago dos Açores.

2 Enquadramento Histórico

De acordo com Urbano Dias, as primeiras escolas no Arquipélago dos Açores tiveram o seu início com os frades franciscanos, com os frades gracianos e com os jesuítas, no terceiro quartel do século XVI (Dias, 1928). Assim, por volta de 1578 a instrução era ministrada nos conventos da Ordem de São Francisco, da Ordem de São Agostinho e da Companhia de Jesus. Foi efetivamente num desses conventos que se instalou o Liceu de Ponta Delgada.

Em 1760, ocorreu o encerramento dos estabelecimentos jesuítas por ordem do Marquês de Pombal (13/5/1699–8/5/1782), primeiro Conde de Oeiras. Marquês de Pombal foi um nobre, um diplomata e um estadista português, que ocupou o cargo de secretário de Estado do Reino durante o reinado de José Francisco António Inácio Norberto Agostinho de Bragança (6/6/1714–24/2/1777), conhecido por D. José I, detentor do cognome *O Reformador*.

A reforma escolar do Marquês de Pombal previa algumas criações nas ilhas açorianas, quer de instrução primária, quer de aulas de retórica e filosofia, e determinou que a educação na colónia passasse a ser transmitida por leigos nas chamadas *Aulas Régias*. A salientar que a Carta de Lei de 6 de novembro de 1772 faz referência à criação de 358 lugares para *professores* do ensino secundário e de 479 lugares de *mestres de ler, escrever e contar*, no ensino primário, sendo 15 desses nos Arquipélagos dos Açores e Madeira (Gomes, 1982).

As reformas introduzidas pela Rainha Maria Francisca Isabel Josefa Antónia Gertrudes Rita Joana de Bragança (17/12/1734–20/3/1816), popularmente conhecida como D. Maria I e cognominada em Portugal por *A Piedosa* ou *A Pia*, e as reformas introduzidas pelo Marquês, concederam ao Arquipélago dos Açores um certo número de mestres de ler e escrever.

Na ilha Terceira havia professores para as aulas de gramática, latim, grego, retórica e filosofia, englobando, na sua essência, aquilo a que se chamou os estudos menores. Decorrido algum tempo, acrescentou-se a aritmética, a geometria, a geografia e a história. Na ilha de São Miguel, em Ponta Delgada, existiam as aulas de primeiras letras, latim, filosofia, retórica e matemática. Na ilha do Faial, na Horta, decorriam as aulas das primeiras letras, gramática latina, filosofia e matemática.

Com a chegada dos constitucionais, estando as Escolas Açorianas quase todas nos Conventos, os frades foram expulsos e as escolas fechadas. A instrução passa por uma crise de falência. O Decreto de 24 de abril de 1832 publica a remodelação provisória do ensino público nos Açores. Assim, segundo a legislação dos Constitucionais, a instrução nos Açores compreendia os dois ramos de ensino:

- As aulas de primeiras letras, onde se aplicava normalmente o *método do ensino mútuo*, os alunos do sexo masculino aprendiam a ler, escrever e contar, fazendo as quatro operações e tomando conhecimento dos elementos gerais de aritmética e os alunos do sexo feminino, para além dessa aprendizagem, aprendiam trabalhos de agulha, bem como, hábitos de recato, de economia e bom comportamento. Havia dois tempos de aula, um de manhã e outro de tarde, com a duração de 3 horas cada um;

- As aulas de ensino secundário contemplavam uma aula de latinidade e de história portuguesa (regida por dois professores) e uma aula de matemática e princípios de física geral (regida por um só professor). Nessa última aula ensinava-se aritmética, geometria plana, princípios de álgebra, elementos de geografia terrestre, esférica e, se fosse possível, princípios de física geral. Para cada uma das duas aulas havia um só tempo de aula por dia, com uma duração de 2 horas e 30 minutos.

A realçar que no *método do ensino mútuo* ou do *ensino monitorial*, um único professor era capaz de lecionar para um vasto grupo de alunos, ao mesmo tempo. Isto porque, segundo esse método, o professor orientava um grupo de alunos, que recebiam a informação separadamente, e depois transmitiam-na aos demais em números de dez. A referir que os alunos que monitorizavam os mais jovens, eram considerados os mais aptos nas disciplinas em questão. A aritmética não fugia à regra e os conteúdos programáticos incidiam no conhecimento dos algarismos, da numeração, da combinação, das operações elementares simples, como a adição e a multiplicação, da divisão das frações, da regra de três simples, etc.

No ano de 1835, vários decretos se seguiram. O Decreto de 13 de maio de 1835 considera ser necessário melhorar o Ensino Público e dispor os trabalhos para um sistema completo de educação e instrução Nacional. Assim, na*Real Academia das Sciencias de Lisboa* foi estabelecida uma Comissão que devia apresentar um plano provisório com imediata execução para esse fim, bem como um sistema geral de educação, instrução religiosa, civil e literária e ser proposto ao Poder Legislativo. O Decreto de 11 de agosto de 1835 afirma ser necessário existir *Instrução primária* em todo o Reino. Para tal era imprescindível a formação de professores. Por conseguinte, nesta perspetiva é autorizada, por esse decreto, a criação de duas Escolas Normais masculinas, uma em Lisboa e a outra no Porto. No Decreto de 7 de setembro de 1835 é publicada uma reforma, com cariz mais ambicioso, para a instrução pública, criando em cada capital de distrito uma Escola Normal de Instrução destinada apenas ao sexo masculino, pois as escolas destinadas ao sexo feminino iriam ter regulamentação especial. É criado também por esse decreto o "*Conselho Superior de Instrucção publica, encarregado da Direcção e Regimento de todo o Ensino e Educação publica*" e surge o regulamento de Instrução Primária, que a declara gratuita, e cujo método de ensino a aplicar seria o mútuo. A salientar que a instrução nos Açores estava abandonada e, graças à publicação desse decreto, cria-se uma certa liberdade de ensino. Em 14 de setembro de 1835 é publicada a Portaria que autoriza o Governador Civil de Ponta Delgada e o Governador Civil de Angra do Heroísmo a nomearem o respetivo diretor para a criação de cada uma dessas ditas escolas normais nessas cidades açorianas. No Decreto de 28 de setembro de 1835, são nomeados os membros do Conselho Superior de Instrução Pública, sendo da competência desse conselho a aprovação dos compêndios a adotar. Contudo, a reforma de setembro não chegou a concretizar-se, pois pelo decreto de 2 de dezembro de 1835, toda a sua execução foi suspensa.

Em 1836, Manuel da Silva Passos (5/1/1801–18/1/1862), mais conhecido por Passos Manuel, foi nomeado Ministro do Reino, após o movimento dos Guardas Nacionais, sendo considerado uma das figuras chave do *Setembrismo*. Passos Manuel esteve no poder durante 9 meses, terminando as suas funções a 1 de junho de 1837.

Numa Portaria de 11 de outubro de 1836, Passos Manuel recomenda que os pais de família enviassem os filhos às Escolas de Primeiras Letras, pelo que, em 15 de novembro de 1836, publica o Decreto da "*Instrucção Primaria*", estabelecendo as leis organizadoras desse grau de ensino, as quais funcionaram como uma referência por mais de um século. Em 17 de novembro de 1836, dois dias após a publicação do decreto anterior, publica o Decreto da "*Instrucção Secundaria*" determinando que se crie novamente um Liceu Nacional em todas as capitais de Distrito, estabelecendo as regras e o programa desse grau de ensino.

A fundação de um verdadeiro sistema nacional de "*Instrução Pública*" deve-se ao Ministro Passos Manuel, que tinha plena consciência da importância fundamental do ensino primário.

A criação dos Liceus, pelo Decreto de 17 de novembro de 1836, foi fácil. Contudo, já o mesmo se não pode dizer da instalação dos respetivos Liceus, pois eram necessários edifícios e estruturas básicas para que o ensino fosse realizado condignamente.

Em 26 de novembro de 1839, António Bernardo da Costa Cabral (9/5/1803–1/7/1889) toma posse do Ministério da Justiça e Negócios Eclesiásticos. No seu Decreto de 13 de setembro de 1844, Costa Cabral define a criação dos seguintes Liceus: Santarém, Viseu e Angra do Heroísmo (ilha Terceira–Açores), assim como, a organização oficial das restantes instituições do ensino secundário. Segue-se, em 20 de setembro de 1844, a reforma das instruções primária e secundária, em simultâneo, com o decreto que firmou a criação de um Liceu em cada capital distrital, havendo a redução de quatro disciplinas no currículo.

Na instrução primária, o ensino foi dividido em dois graus: o *primeiro grau*, incidia nas aprendizagens básicas, nomeadamente, de ler, escrever e contar, exercícios gramaticais, iniciação à moral e à doutrina cristã, iniciação à história portuguesa e à corografia; o *segundo grau* contemplava as aprendizagens do primeiro grau acrescidas dos estudos de gramática portuguesa, desenho linear, geografia e história geral, história sagrada do Antigo Testamento, aritmética e geometria, aplicadas à indústria, e escrituração.

Em 1858, verificou-se uma preocupação em reunir todas as cadeiras do ensino intermédio no corpus de cada Liceu. Eram disciplinas fundamentais:

1.ª – gramática portuguesa e latina; 2.ª – latinidade; 3.ª – aritmética e geometria (com aplicação às artes) e primeiras noções de álgebra; 4.ª – filosofia racional e moral e princípios de direito natural; 5.ª – oratória, poética e literatura clássica (especialmente portuguesa) e 6.ª – história, cronologia e geografia (especialmente a comercial).

3 As origens do Liceu Nacional de Ponta Delgada

Em 28 de fevereiro de 1852 é publicada na Parte Oficial do semanário "O Açoriano Oriental", uma nota escrita por "*Felix Borges Medeiros, Bacharel Formado em Direito pela Universidade de Coimbra, e Governador Civil do Distrito de Ponta Delgada*" que dizia: "*Sendo um dos primeiros deveres da autoridade promover os interesses dos seus administrados, e sendo indubitável que a instrução pública está inteiramente ligada ao progresso moral e intelectual de qualquer povo, e conseguintemente aos interesses do mesmo povo — baseado no Art. 234 do Código Administrativo faço intimar pelo presente Edital o Reverendo João José d'Amaral, para que na qualidade de Comissário dos Estudos deste Distrito mercê que lhe foi conferida por decreto de 2 de Setembro do ano próximo findo passo sem a menor delonga a tratar da organização definitiva do Liceu desta cidade, convocando os respectivos professores, formando o Conselho do mesmo Liceu e procedendo à abertura das Matrículas, tudo em conformidade do decreto de 20 de Setembro de 1844 — ficando desde já habilitado para pedir a este governo civil todos os esclarecimentos necessários pendentes ao objecto proposto, esperando do zelo, inteligência, e madureza do referido Comissário, que se haverá no exercício desta missão com o esmero que lhe é próprio e que te tanta* *honra lhe faz. Félix Borges Medeiros, Governador Civil do Districto de Ponta Delgada, 21 de fevereiro de 1852.*" (Figura 1)

NUMERO 891 SABBADO 28 DE FEVEREIRO ANNO DE 1852.

O AÇORIANO ORIENTAL

SUBSCREVE-SE para este periodico no escriptorio da typ. de Francisco Joaquim Pereira de Macedo, no largo da praça nº 2 em Ponta Delgada; na ilha Terceira no escriptorio da Redacção do Angrense; na ilha do Fayal na residencia do Sr. Antonio Ferreira Garcia de Andrade; e na de Santa Maria em casa do Sr. Luiz Maximo Pereira.

Assignaturas por cada Numero 40 rs. ou 600 rs. por trimestre. Avulso 120 rs. Annuncios, para os sr.' Assignantes 30 rs. por linha e para os que o não forem 40 rs. e folha de graça, precisando-a.

Annuncios que a Redacção intender sejão de interesse publico — Grátis.

As Partes Officiaes e Correspondencias Gr.

SESSÕES E AUDIENCIAS DOS TRIBUNAES DESTA CIDADE.

Relação dos açores, ás Quartas e sabbados.
Juizo de Direito, Segundas e quintas.
» Commercial, Terças e sextas
» Conciliação, Quartas e sabbados em todas as 3 freg.
Conselho de Districto, Quintas.
Camara Municipal, Quartas.

CORREIOS DO INTERIOR.

Chegam de todas as villas ás quartas e Sabbados de manhã, e voltam a seus destinos ás tres horas da tarde dos mesmos dias.

Parte Official.

Felix Borges Medeiros, Bacharel Formado em Direito pela Universidade de Coimbra, e Governador Civil do Districto de Ponta Delgada.

SENDO um dos primeiros deveres da authoridade promover os interesses dos seus administrados, e sendo indubitavel que a instrucção publica está estreitamente ligada ao progresso moral e intellectual de qualquer povo, e conseguintemente aos interesses do mesmo povo, baseado no artigo 234 do Codigo Administrativo, faço intimar pelo presente Edital o Reverendo João José do Amaral, para que na qualidade de Commissario dos Estudos d'este Districto, mercê que lhe foi conferida por Decreto de 2 de Setembro do anno proximo findo, passe sem a menor delonga a tratar da organisação definitiva do Lyceo d'esta Cidade, convocando os respectivos Professores, formando o Conselho do mesmo Lycêo e procedendo á abertura das matriculas, tudo em conformidade do Decreto de 20 de setembro de 1844 — ficando desde já habilitado para pedir a este Governo-civil todos os esclarecimentos necessarios tendentes ao objecto proposto, esperando do zelo, inteligencia, e madureza do referido Commissario, q̃ se haverá no exercicio d'esta missão com o esmero que lhe è proprio, e que tanta honra lhe faz.

Governo-civil de Ponta Delgada 21 de Feveriro de 1852.

Felix Borges Medeiros.

LYCEO Nacional de Ponta-delgada. — Numero um. Illustrissimo e Excellentissimo Senhor — Accuso a recepção do Edital de Vossa Excellencia de vinte um do corrente, que me foi transmittido pelo Illustrissimo Secretario Geral deste Districto em seu officio da mesma data, para a prompta, e definitiva organisação do Lycêo Nacional d'esta Cidade; e tenho a honra de levar ao conhecimento de Vossa Excellencia, que no dia vinte e tres do mesmo, ficou effectivamente organisado o mencionado Lycêo, assim como formado o Conselho respectivo. — Deos Guarde a Vossa Excellencia, vinte cinco de Fevereiro de 1852. — Illm.º e Excellentissimo Senhor Governador civil d'este Districto

O Commissario dos Estudos
João José d'Amaral.

Està conforme. Secretaria do Governo-civil em Ponta Delgada 25 de Fevereiro de 1852.

O Secretario Geral
Antonio Teixeira de Macedo.

ANNUNCIOS.

Figura 1: Extrato do jornal de 28 de fevereiro de 1852

No mesmo espaço aparece uma outra nota: "*Lyceo Nacional de Ponta-delgada — Numero um. Illustríssimo e Excellentissimo Senhor — Acuso a recepção do Edital de Vossa Excelencia de vinte um do corrente, que me foi transmitida pelo Ilustrissimo Secretario Geral deste Districto em seu officio da mesma data, para a prompta, e definitiva organização do Lycêo Nacional d'esta Cidade; e tenho a honra de levar ao conhecimento de Vossa Excellencia, que no dia vinte* *e três do mesmo, ficou effectivamente organizado o mencionado Lycêo, assim como formado o Conselho respectivo. — Deos Guarde a Vossa Excellencia, vinte e cinco de fevereiro de 1852. — Ilum.º Exellentissimo Senhor Governador civil d'este Districto. O Commissario dos Estudos João José d'Amaral. Está conforme. Secretaria do governo-civil em Ponta Delgada 25 de Fevereiro de 1852. O Secretario Geral Antonio Teixeira de Macedo.*" (Figura 1)

Assim, em 23 de fevereiro de 1852 dá-se a criação do *Lyceu de Ponta-delgada*, instalado no extinto convento Graciano, um facto de singular importância no desenvolvimento do ensino e da cultura na ilha de São Miguel que veio beneficiar amplamente o Ensino Primário. No primeiro ano o Liceu teve a frequência de 104 alunos e nos seus primeiros 34 anos de existência era apenas frequentado por alunos do sexo masculino (Álbum de Memória (1852–2002), 2002).

Alice Moderno (11/8/1867–20/2/1946) foi a primeira mulher a frequentar o referido Liceu, no ano letivo de 1887/1888, contra 77 alunos do sexo masculino. Alice Augusta Pereira de Melo Maulaz Moderno, nascida em Paris, foi uma professora, escritora, publicista e poetisa, que se distinguiu como feminista e ativista dos direitos dos animais, sendo pioneira na proteção dos animais nos Açores e fundando a Sociedade Micaelense Protetora dos Animais (Liñares, 2014; Livro de Registos de Frequência de 1873 e anos seguintes).

Como primeiros Reitores do Liceu de Ponta Delgada referimos o Padre João José Amaral de 1852 a 1853 (Figura 2 (a)), o Dr. João Anselmo da Cruz Pimentel Choque de 1853 a 1854 (Figura 2 (b)) e Joaquim Manuel Fernandes Braga, como reitor interino, de 1854 a 1855 (Figura 2 (c)) (Livro de termo e posse de 1852 e anos seguintes).

(a) (b) (c)

Figura 2: Primeiros Reitores, fotografias dos quadros expostos na Biblioteca da Escola Secundária Antero de Quental (instalações do antigo Liceu de Ponta Delgada

Segundo o livro *História da Instrução nos Açores* apresentamos um resumo biográfico, e informações, de alguns dos Reitores do Liceu Nacional de Ponta Delgada (Dias, 1928).

O Padre João José Amaral (Água de Pau, 1/10/1782 – Fajã de Baixo, 19/07/1853) foi um sacerdote católico, pedagogo, escritor açoriano, que teve papel importante no arranque do Liceu de Ponta Delgada. Foi um aluno brilhante que com apenas 18 anos de idade, já era professor de lógica. A partir de 1832 regeu, por Carta Régia, as cadeiras de filosofia e retórica. Conhecia alguns idiomas, nomeadamente, francês, inglês, latim e grego. Publicou algumas traduções do inglês para o português (Dias, 1928).

O Dr. João Anselmo Pimentel da Cruz Choque (1805–1854), bacharel em Filosofia, Matemática e Medicina pela Universidade de Coimbra, estabeleceu-se em Ponta Delgada por razões de saúde no ano de 1836. Foi nomeado professor de matemática, geografia e física, disciplinas criadas pelo decreto de 6 de junho de 1832. Ocupou a vaga da *Aula Régia* de matemática e ciências no Liceu de Ponta Delgada (Dias, 1928; Riley, 2001).

O Dr. Joaquim Manuel Fernandes Braga (Braga, 9/01/1804 – Ponta Delgada, 14/04/1870)[1] era oficial de artilharia e pai de Teófilo Braga — Presidente da República em 1915. Ao abandonar a função de oficial de artilharia, dedicou-se ao ensino particular de uma aula de náutica. Foi nomeado professor de filosofia racional e moral e de princípios de direito natural, lecionando no Liceu de Ponta Delgada a cadeira de lógica e geometria (Dias, 1928).

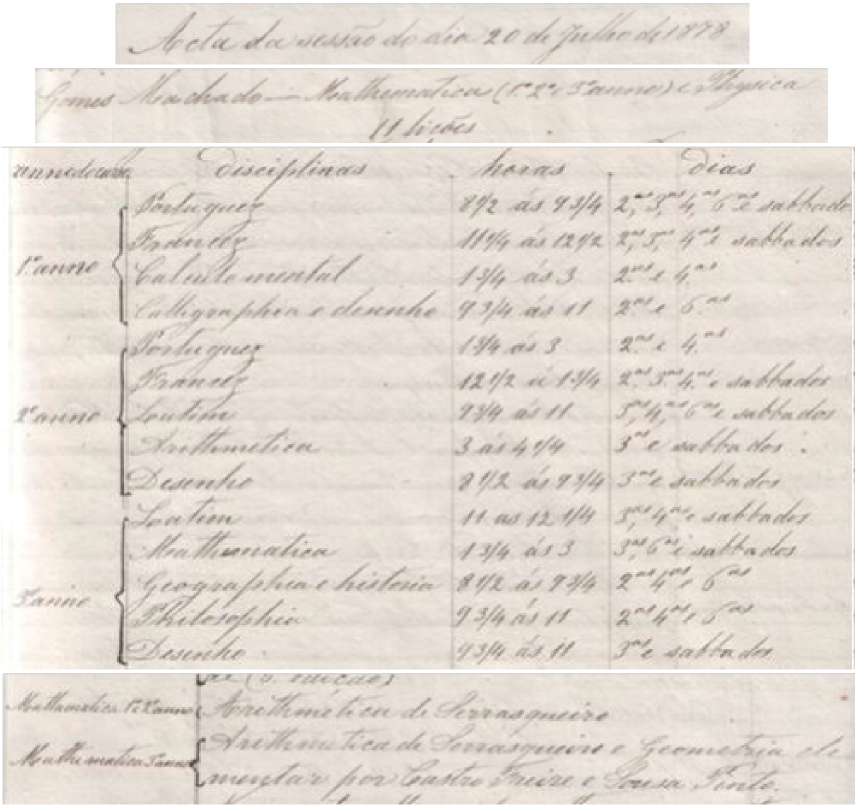
Seguiram-se vários reitores e em 1919 toma posse o Dr. Jeremias da Costa (Ribeira Grande, 16/01/1880 – Ponta Delgada, 7/05/1970). Esse reitor foi o responsável pela compra do Palácio da Fonte Bela ao seu proprietário, o Barão Inácio Rodrigues da Silveira, onde ainda hoje se encontra instalado o Liceu. Licenciado em Ciências Naturais pela Universidade de Gand, na Bélgica, dedicou-se a equipar os laboratórios no Liceu de Ponta Delgada entre 1912 e 1948 e introduziu inovações significativas no ensino das Ciências Naturais (Dias, 1928; Álbum de Memórias (1852–2002)). De acordo com os registos de alunos matriculados, em 1921, último ano do seu reitorado, a instituição contava com quase duas centenas de alunos do sexo masculino e cerca de uma dezena do sexo feminino. Por ocasião do seu centenário em 1952, o Liceu Antero de Quental atendia a cerca de oitocentos e cinquenta alunos, sendo cerca de 40% do sexo feminino (Memorial de uma velha escola, 2000; Livros de registos de alunos matriculados, anos vários).

[1] `https://www.geni.com/people/Joaquim-Manuel-Fernandes-Braga/4066479263120071439`

4 As disciplinas da área de Matemática no Liceu de Ponta Delgada

Desde a sua instalação, o Liceu de Ponta Delgada apresentou algumas diferenciações entre a distribuição dos tempos letivos relativos às disciplinas da área de Matemática.

Já foi conseguida alguma informação, referente às disciplinas de cálculo mental, aritmética e matemática, relativamente ao ano letivo de 1878/1879. Essa informação pode ser observada na Figura 3.


Acta da sessão do dia 20 de julho de 1878

Gomes Machado — Mathematica (1.º 2.º e 3.º anno) e Physica
11 lições

annos de curso	disciplinas	horas	dias
1.º anno	Portuguez	8 1/2 ás 9 3/4	2.as, 3.as, 4.as, 6.as e sabbados
	Francez	11 1/4 ás 12 1/2	2.as, 3.as, 4.as e sabbados
	Calculo mental	1 3/4 ás 3	2.as e 4.as
	Calligraphia e desenho	9 3/4 ás 11	2.as e 6.as
2.º anno	Portuguez	1 3/4 ás 3	2.as e 4.as
	Francez	12 1/2 ás 1 3/4	2.as, 3.as, 4.as e sabbados
	Latim	9 3/4 ás 11	3.as, 4.as, 6.as e sabbados
	Arithmetica	3 ás 4 1/4	3.as e sabbados
	Desenho	8 1/2 ás 9 3/4	3.as e sabbados
3.º anno	Latim	11 ás 12 1/4	3.as, 4.as e sabbados
	Mathematica	1 3/4 ás 3	3.as, 6.as e sabbados
	Geographia e historia	8 1/2 ás 9 3/4	2.as, 4.as e 6.as
	Philosophia	9 3/4 ás 11	2.as, 4.as e 6.as
	Desenho	9 3/4 ás 11	3.as e sabbados

Mathematica 1.º e 2.º anno — Arithmetica de Serrasqueiro
Mathematica 3.º anno — Arithmetica de Serrasqueiro e Geometria elementar por Castro Freire e Sousa Pinto.

Figura 3: Parte da ata da reunião de 20 de julho de 1878, extraída da Atas das reuniões do Conselho de Escola de 1878 e anos seguintes

Os quadros que se seguem, Quadro 1a e Quadro 1b, apresentam efetivamente a distribuição dos tempos letivos de 1878/1879, bem como, as disciplinas lecionadas do 1.º ano ao 4.º ano do ensino liceal. Podemos constatar que as aulas decorriam de segunda a sábado, com exceção da quinta-feira, e que cada tempo letivo tinha a duração de 75 minutos, havendo um intervalo de 15 minutos entre a segunda aula e terceira aula. Para o almoço estava contemplado um intervalo de 75 minutos. O 1.º ano e 3.º ano terminavam as aulas às 15h00, o 2.º ano, pelas 16h15 e o 4.º ano, pela 13h45. É de salientar que o cálculo mental do 1.º ano, a aritmética do 2.º ano e a matemática do 3.º ano, eram, curiosamente, as últimas aulas do dia.

1.º ano

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
8h30–9h45	Português	Português	Português		Português	Português
9h45–11h	Caligrafia / Desenho				Caligrafia / Desenho	
11h15–12h30	Francês	Francês	Francês			Francês
13h45–15h	Cálculo Mental		Cálculo Mental			

2.º ano

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
8h30–9h45		Desenho				Desenho
9h45–11h		Latim	Latim		Latim	Latim
12h30–13h45	Francês	Francês	Francês			Francês
13h45–15h	Português		Português			
15h–16h15		Aritmética				Aritmética

Quadro 1a: Horário do 1.º ano e 2.º ano do curso em 1878/1879, extraído da Atas das reuniões do Conselho de Escola de 1878 e anos seguintes

3.º ano

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
8h30–9h45	Geografia e História		Geografia e História		Geografia e História	
9h45–11h	Filosofia	Desenho	Filosofia		Filosofia	Desenho
11h–12h15		Latim	Latim			Latim
13h45–15h		Matemática			Matemática	Matemática

4.º ano

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
8h30–9h45	Oratória	Oratória	Oratória	Oratória	Oratória	Oratória
9h45–11h		Latim				Latim
11h–12h15	Geografia e História		Geografia e História		Geografia e História	Geografia e História
13h45–15h	Física	Física	Física		Física	

Quadro 1b: Horário do 3.º ano e 4.º ano do curso em 1878/1879, extraído da Atas das reuniões do Conselho de Escola de 1878 e anos seguintes

Nos quadros 2a, 2b e 2c apresentamos a distribuição dos tempos letivos em 1885/1886 e das disciplinas lecionadas na 1.ª, 2.ª e 3.ª classe do ensino liceal, respetivamente, do 1.º ao 6.º ano. Observamos que, decorridos 7 anos, a duração dos tempos letivos mantém-se, ou seja, 75 minutos, com exceção da disciplina de desenho cuja duração era de 90 minutos.

Dependendo dos anos de curso, as aulas tinham início em horas diferentes. Neste ano letivo há uma redistribuição dos intervalos, ou seja, há intervalos de 15 minutos entre todas as aulas.

1.º ano

	Segunda	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**	**Sábado**
7h45–9h15	Desenho				Desenho	
9h45–11h	Português	Português	Português		Português	Português
11h–12h15	Francês	Francês	Francês		Francês	Francês
12h30–13h45	Matemática				Matemática	

2.º ano

	Segunda	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**	**Sábado**
7h45–9h15		Desenho		Desenho		
11h–12h15	Português	Português	Português		Português	Português
12h30–13h45	Francês	Francês	Francês		Francês	Francês
14h–15h15		Matemática		Matemática		

Quadro 2a: Horário da 1.ª classe com o 1.º e 2.º ano em 1885/1886, extraído da Atas das reuniões do Conselho de Escola de 1878 e anos seguintes

3.º ano

	Segunda	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**	**Sábado**
8h–9h15		Latim	Latim	Latim	Latim	Latim
9h30–10h45						
11h–12h15	Matemática	Física	Matemática	Física	Matemática	Física
12h3–13h45	Geografia e História	Geografia e História	Geografia e História	Geografia e História	Geografia e História	

4.º ano

	Segunda	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**	**Sábado**
9h30–10h45		Latim	Latim	Latim	Latim	Latim
11h–12h15	Geografia e História	Geografia e História	Geografia e História		Geografia e História	Geografia e História
12h30–13h45		Física		Física		Física
14h–15h15	Matemática		Matemática		Matemática	

Quadro 2b: Horário da 2.ª classe com o 3.º e 4.º ano em 1885/1886, extraído da Atas das reuniões do Conselho de Escola de 1878 e anos seguintes

5.º ano

	Segunda	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**	**Sábado**
8h–9h15	Física		Física		Física	
9h30–10h45	Inglês	Inglês	Inglês		Inglês	Inglês
11h–12h15		Latim Matemática	Latim	Latim Matemática	Latim	Latim Matemática
12h30–13h45	Português	Português	Português		Português	Português

6.º ano

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
14h–15h15	Filosofia Elementar	Filosofia Elementar	Filosofia Elementar		Filosofia Elementar	Filosofia Elementar

Quadro 2c: Horário da 3.ª classe com o 5.º e 6.º ano em 1885/1886, extraído da Atas das reuniões do Conselho de Escola de 1878 e anos seguintes

No Quadro 3a apresentamos os horários da 1.ª classe à 5.ª classe, e no Quadro 3b, apresentamos os horários do ramo de ciências da 6.ª classe e 7.ª classe, com a distribuição dos tempos letivos relativo ao ano letivo de 1913/1914. Essa informação, relativa a esse ano escola, foi extraída do anuário do Liceu Central de Ponta Delgada, composto e impresso pela tipografia Rui Morais em 1915.

1.ª classe

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
8h–8h55						
9h05–10h	Matemática	Matemática	Matemática	Ginástica	Matemática	Matemática
10h15–11h10	Ciências Naturais	Geografia e História	Ciências Naturais		Ciências Naturais	Geografia e História
11h30–12h25	Português	Português	Português		Português	Português
12h50–13h45	Francês	Francês	Francês		Francês	Francês
14h15–15h10	Ginástica	Desenho	Ginástica		Desenho	

2.ª classe

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
8h–8h55	Matemática	Matemática	Matemática		Ciências Naturais	Matemática
9h05–10h	Inglês Alemão	Francês	Inglês Alemão		Inglês Alemão	Inglês Alemão
10h15–11h10	Geografia e História	Ciências Naturais	Geografia e História		Geografia e História	Francês
11h30–12h25	Português	Português	Português	Ginástica	Francês	Português
12h50–13h45	Desenho	Ginástica			Desenho	Ginástica
14h15–15h10						

3.ª classe

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
8h–8h55	Matemática	Português	Matemática		Matemática	Matemática
9h05–10h	Ciências Naturais	Inglês Alemão	Ciências Naturais		Ciências Naturais	Ciências Naturais
10h15–11h10	Português	Francês	Francês		Português	Francês
11h30–12h25	Inglês Alemão	Geografia e História	Inglês Alemão	Desenho	Geografia e História	Inglês Alemão
12h50–13h45	Ginástica		Ginástica		Ginástica	Desenho
14h15–15h10						

4.ª classe

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
8h–8h55	Francês	Geografia	Ciências Naturais		Geografia e História	Francês
9h05–10h	Ciências Naturais	Ciências Naturais	Matemática		Ciências Naturais	Matemática
10h15–11h10	Inglês Alemão	Matemática	Latim	Ginástica	Inglês Alemão	Latim
11h30–12h25	Português	Desenho	Português		Desenho	Português
12h50–13h45	Latim		Inglês Alemão			
14h15–15h10		Ginástica			Ginástica	

5.ª classe

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
8h–8h55	Português	Latim	Português	Ginástica	Latim	Latim
9h05–10h	Inglês	Português	Inglês	Desenho	Inglês	Ciências Naturais
10h15–11h10	Ciências Naturais	Geografia	Matemática		Matemática	Geografia e História
11h30–12h25	Ginástica	Matemática	Ciências Naturais		Ciências Naturais	Ginástica
12h50–13h45			Desenho			
14h15–15h10	Francês					Francês

Quadro 3a: Horário da 1.ª classe à 5.ª classe em 1913/1914, extraído do Anuário escolar

6.ª classe — Ciências

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
8h–8h55	Inglês Alemão	Geografia	Inglês Alemão		Inglês Alemão	Inglês Alemão
9h05–10h	Matemática	Matemática	Matemática		Matemática	Matemática
10h15–11h10	Física	Ciências Naturais	Geografia		Ciências Naturais	Física
11h30–12h25	Química	Química	Física		Física	Química
12h50–13h45				Ginástica		
14h15–15h10						Ginástica

7.ª classe — Ciências

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
8h–8h55	Física	Física	Geografia		Física	Física
9h05–10h	Alemão	Inglês	Alemão		Alemão	Alemão
10h15–11h10	Inglês	Matemática	Matemática			Inglês
11h30–12h25	Matemática	Ginástica	Inglês		Geografia	Matemática
12h50–13h45	Química	Ciências Naturais	Química		Química	Ciências Naturais
14h15–15h10				Ginástica		

Quadro 3b: Horários da 6.ª e 7.ª classes do ramo de ciências em 1913/1914, extraído do Anuário escolar

Da observação dos quadros 3a e 3b, constatamos que cada tempo letivo tinha a duração de 55 minutos e os intervalos eram: 10 minutos entre a 1.ª aula e a 2.ª aula; 15 minutos entre a 2.ª aula e a 3.ª aula; 20 minutos entre a 3.ª aula e a 4.ª aula; 25 minutos entre a 4.ª aula e a 5.ª aula; 30 minutos entre a 5.ª aula e a 6.ª aula, sendo essa, a última aula do dia. O horário escolar decorria de segunda a sábado. Durante um dia, a primeira aula tinha início às 8h da manhã e a última aula terminava às 15h10. A salientar que nem todos os anos do Liceu tinham tal horário completo, estando a quinta-feira reservada à ginástica e ao desenho, de acordo com o ano frequentado.

Em particular, para as primeiras classes, o horário da disciplina de matemática estava estipulado para as primeiras horas do dia, sendo:

- na 1.ª classe, o primeiro tempo do dia, das 9h5 às 10h, em todos os dias exceto à quinta-feira;
- na 2.ª classe, o primeiro tempo do dia, das 8h às 8h55, em todos os dias exceto quinta-feira e sexta-feira;
- na 3.ª classe, o primeiro tempo do dia, das 8h às 8h55, em todos os dias exceto terça-feira e quinta-feira;
- na 4.ª classe, o terceiro tempo do dia, das 10h15 às 11h10, à terça-feira e o segundo tempo do dia, das 9h5 às 10h, à quarta-feira e ao sábado;
- na 5.ª classe, o quarto tempo, das 11h30 às 12h25, à terça-feira e o terceiro tempo à quarta-feira e ao sábado;
- na 6.ª classe do ramo de ciências, o segundo tempo, das 9h5 às 10h, todos os dias, exceto à quinta-feira;
- na 7.ª classe do ramo de ciências, o quarto tempo, 11h30 às 12h25, à segunda-feira e ao sábado, e o terceiro tempo, das 10h15 às 11h10, à terça-feira, à quarta-feira e à sexta-feira.

Segundo as nossas fontes de informação, a totalidade de tempos letivos da disciplina de matemática, por semana, era a seguinte:

- na 1.ª classe são dedicados 5 tempos letivos;
- na 2.ª classe e na 3.ª classe, 4 tempos letivos;
- na 4.ª classe e na 5.ª classe, 3 tempos letivos;

- na 6.ª classe e na 7.ª classe, do ramo de ciências, voltam os 5 tempos letivos.


1878 /1879

Mathematica 1.º e 2.º anno — Arithmetica de Serrasqueiro
Mathematica 3.º anno — Arithmetica de Serrasqueiro e Geometria elementar por Castro Freire e Sousa Pinto.

1879 /1880

Mathematica 1.º e 2.º anno — Elementos de Arithmetica p. Augusto José da Cunha, ultima edição
Mathematica 3.º anno — A mesma Arithmetica do 1.º 2.º anno e Geometria elementar p. Castro Freire e Sousa Pinto

1880 /1881

Mathematica 1.ª parte — Elementos de arithmetica pratica por Augusto José da Cunha. Geometria de Vidal e Moraes de Almeida (4.ª edição) 1881
Mathematica 2.ª parte — Elementos de arithmetica theorica por Augusto José da Cunha. Geometria de Vidal. e Moraes d'Almeida (4.ª edição) 1881
Mathematica 3.ª parte — Algebra de Manso Preto. Geometria de Vidal

1881 /1882

Arithmetica 1.ª parte — Elementos d'Arithmetica compostos segundo os artigos do programma official para uso do primeiro anno dos lyceus por José Adelino Serrasqueiro (1881). Geometria de Vidal e Moraes d'Almeida
Arithmetica 2.ª parte — Elementos de Arithmetica compostos segundo os artigos do programma official para o ensino desta sciencia nos lyceus por José Adelino Serrasqueiro, Geometria de Vidal e Moraes d'Almeida. Noções de contabilidade e escripturação commercial accommodadas ao programma official para o ensino nos institutos secundarios por Luiz Albano.
Arithmetica 3.ª parte — Algebra de Manso Preto, Geometria de Vidal e Moraes d'Almeida

Figura 4: Extrato de ata com informação dos compêndios do Livro de Atas de 1878

No Quadro 4 resume-se de forma sucinta toda a informação que consta nos quadros anteriores, relativamente à disciplina de matemática para os anos letivos de 1878/1879, 1885/1886 e 1913/1914.

Matemática						
Ano letivo	1878/1879		1885/1886		1913/1914	
Duração de um tempo letivo	75 minutos		75 minutos		55 minutos	
Ano/total Semana	1.º	150 minutos	1.º	150 minutos	1.º	275 minutos
	2.º	150 minutos	2.º	150 minutos	2.º	220 minutos
	3.º	225 minutos	3.º	225 minutos	3.º	220 minutos
			4.º	225 minutos	4.º	165 minutos
			5.º	225 minutos	5.º	165 minutos
					6.º	275 minutos
					7.º	275 minutos

Quadro 4: Duração semanal da disciplina de matemática, extraído do Livro de Atas de 1878 e do Anuário escolar de 1913/1914

Até ao momento do nosso estudo, a informação recolhida sobre os compêndios utilizados nas aulas de matemática é relativa aos anos de 1878/1879, 1879/1880, 1880/1881, 1881/1882, 1882/1883, 1885/1886 e 1887/1888. Na Figura 4 constam alguns extratos das atas onde estão registados os compêndios adotados e o respetivo ano.

Em relação aos compêndios adotados nos diversos anos letivos, apresentamos o Quadro 5, no qual está disposta a informação sobre o título do compêndio, o respetivo autor e o ano da sua aplicação.

	1878	1879	1880	1881	1882	1885	1887
Aritmética Prática Augusto José da Cunha		X	X		X		
Tratado Elementar de Arihtmética José Adelino Serrasqueiro	X			X	X	X	X
Geometria Elementar Theorica e Practica Francisco de Castro Freire & Rodrigo Ribeiro de Souza Pinto	X	X					
Elementos de Geometria Plana Adriano Augusto de Pina Vidal & Carlos Augusto Moraes de Almeida			X	X	X		
Tratado de Geometria Elementar José Adelino Serrasqueiro					X	X	X
Elementos de Álgebra José Joaquim Manso Preto			X	X	X		
Álgebra José Nicolau Raposo Botelho						X	
Tratado de Álgebra Elementar José Adelino Serrasqueiro						X	X
Tratado Elementar de Trigonometria Rectilínea e noções de Geometria Analítica José Adelino Serrasqueiro							X
Noções de Contabilidade Luiz Albano				X	X	X	
Taboa de logaritmos Jean-François Callet						X	X

Quadro 5: Distribuição cronológica dos compêndios, extraída do Livro de Atas de 1878

5 Considerações Finais

Pretendemos colmatar os hiatos entre 1878/1879 e 1913/1914 e os anos letivos seguintes até a atualidade para dar uma visão global do percurso e desenvolvimento da matemática no Arquipélago dos Açores.

À medida que novos documentos do espólio do Liceu de Ponta Delgada forem analisados, tornar-se-á possível recuperar e edificar uma informação com maior precisão, proporcionando, desse modo, uma construção fidedigna da história da disciplina de matemática, e afins, no referido Liceu.

Conjuntamente, com a investigação pretendida, podem ser reveladas outras fontes bibliográficas, compêndios ou manuais utilizados, e outras informações relevantes que complementem o atual trabalho e orientem para novas linhas de investigação.

Bibliografia e fontes

Bibliografia

Álbum de memórias (1852–2002) — Comemorações dos 150 anos do Liceu — Escola Antero de Quental — Escola B 3/S Antero de Quental, 2002.

Dias, U. M. (1928). História da Instrução nos Açores. *Vila Franca do Campo, Empresa Tipográfica Limitada.*

Liñares, E. (2014). A mulher em Portugal: Alguns aspetos do evoluir da situação feminina na legislação nacional e comunitária. *Direção-Geral da Segurança Social, Núcleo de Documentação e Divulgação*, vol. I.

Gomes, J. F. (1982). O Marquês de Pombal criador do ensino primário oficial. *Revista de História das Ideias*, vol. 4, 25–41.

Riley, C. G. (2001). José do Canto: retrato de um cavalheiro na primavera da vida. *Revista Arquipélago – História*, 2.ª série, vol. 5, 211–264.

Fontes Manuscritas e Impressas

Livro de Termo de Posse de 1852, e anos seguintes — Espólio da Escola Secundária Antero de Quental.

Livro de Registos de Frequência de 1873 — Espólio da Escola Secundária Antero de Quental.

Atas das reuniões do Conselho de Escola de 1878, e anos seguintes — Espólio da Escola Secundária Antero de Quental.

Anuário do Liceu Central de Ponta Delgada — ano escolar de 1913/1914, composto e impresso pela tipografia Rui Morais (Largo dos Mártires da Pátria, 5 — Ponta Delgada — São Miguel — Açores) em 1915 — Espólio da Escola Secundária Antero de Quental.

Jornal "O Açoriano Oriental" de 28 de fevereiro de 1852.

Memorial de uma velha escola, Revista Açorianíssima, nº 9, 26 de março a 26 de abril de 2000, p. 16–19.

Livros de Registos de alunos matriculados, anos vários — Espólio da Escola Secundária Antero de Quental.

Legislação

Carta de lei de 6 de novembro de 1772.

Decreto-lei de 15 de novembro de 1836.

Sítios da Internet

Portal da *Geni's Genealogy Database*: https://www.geni.com/family-tree/start

https://www.geni.com/people/Joaquim-Manuel-Fernandes-Braga/4066479263120071439 — consultado em abril 2015

Refletindo sobre a Matemática Moderna no Liceu Normal de Pedro Nunes

Teresa Maria Monteiro
Instituto Politécnico de Beja
teresamaria.monteiro@gmail.com

Resumo: Sabendo que a cultura escolar (Julia, 2001; Frago, 2007) não muda por decreto, queremos saber pormenores das aulas de Matemática e da formação de professores no então designado Liceu Normal de Pedro Nunes, começando por uma análise comparativa de exames. Ao olharmos para a história da historiografia, cedo nos apercebemos que as regras para escrever a história têm vindo a alterar-se com o tempo (Burke, 1992; Dosse, 2001) e que nem sequer há uma forma única para o fazer (Chartier, 1994). Sabemos, isso sim, que existe a necessidade do estudo da história das disciplinas escolares (Chervel, 1990). Coexistiram turmas onde numas já era lecionada a Matemática Moderna e noutras só a matemática clássica. Que diferenças encontramos? Os estagiários assistiam a aulas dos metodólogos e também lecionavam. Quantas aulas, que temas abordaram e de que forma? Para responder a estas questões, entre outras, procurámos e analisámos fontes primárias, como sejam livros de sumários, atas de reuniões de estágio, trabalhos de estagiários e exames.

Abstract: Knowing that school culture (Julia, 2001; Frago, 2007) does not change by decree, we would like to gain more detailed knowledge of how Mathematics was taught and the way teachers were trained at the – then called – Liceu Normal de Pedro Nunes, starting with a comparison of exams. If we look at the history of historiography, we realize that its rules have changed over time (Burke, 1992; Dosse, 2001) and that there is not even just one way of doing it (Chartier, 1994). What we know is that there is, in fact, the need to study the history of school subjects (Chervel, 1990). Classes coexisted in which Modern Mathematics was already being taught and classical mathematics was still the teaching focus. What differences do we find? Trainees attended trainers' classes and also gave their lessons. How many classes did they give, which topics did they approach and how did they do it? To answer these questions, among others, we looked for and analyzed primary sources, such as lesson summary registers, minutes of teacher training meetings, trainees' written assignments and exams.

1 Introdução

"A História é uma velhota que se repete sem cessar" refere Eça de Queirós no seu livro *Cartas de Inglaterra* (2008, p. 1). O conhecimento da nossa história interessará hoje e sempre para o conhecimento do homem, como interessará o conhecimento da história da educação, em particular, o conhecimento da história da educação matemática. Não só por parecer repetir-se, como escreveu Eça de Queirós, como por auxiliar a perceber melhor o presente e contribuir para uma construção sustentada do futuro. Na verdade, não será necessário justificar, aqui, a importância da História. Temos outras preocupações, a implementação do movimento da Matemática Moderna em Portugal e o Liceu Normal de Pedro Nunes, de Lisboa, no período de 1956 a 1971.

Vou começar por ser muito breve na justificação do estudo do qual se extrai este artigo, na apresentação da metodologia do estudo e do propósito deste artigo. E procurar ocupar estas linhas com alguns resultados sobre pormenores das aulas de Matemática e da formação de professores no Liceu Normal de Pedro Nunes, entre 1956 e 1971, bem como alguns resultados sobre uma análise comparativa de exames.

O estudo que norteia este artigo trata a formação de professores no Liceu Normal de Pedro Nunes ao tempo do chamado *Movimento da Matemática Moderna* (Moon, 1986). Fundada em 1906, a atual Escola Secundária de Pedro Nunes teve a designação de Liceu Normal de Pedro Nunes no período em estudo. Neste período, o liceu teve dois reitores, que eram professores de Matemática: Francisco Dias Agudo, de 1956 a 1967, e Jaime Furtado Leote, de 1967 a 1972. Depois de terem encerrado os estágios pedagógicos nesta Escola, em 1947[1], estes reabrem em 1956[2], quando Dias Agudo é nomeado seu reitor.

O *Movimento da Matemática Moderna*, com origem na Europa e que se estendeu ao continente americano, decorreu no período de meados dos anos 50 a meados dos anos 70 do século XX (Matos, 2006). Assim, o início deste Movimento coincide com a reabertura dos estágios pedagógicos no Liceu Normal de Pedro Nunes, em 1956. No entanto, em Portugal, este movimento começa a fazer sentir-se sobretudo após a nomeação, por Galvão Telles, em julho de 1963, de uma comissão de revisão do programa do 3.º e último ciclo liceal presidida por José Sebastião e Silva (1914–1972) e da qual também faziam parte Jaime Furtado Leote (metodólogo do Liceu Normal de Pedro Nunes), Manuel Augusto da Silva (metodólogo do Liceu Normal de D. João III, Coimbra) e António Augusto Lopes (metodólogo do Liceu Normal de D. Manuel II, Porto) (Matos, 1989). Esta

[1]Decreto-Lei n.º 36507, 17 de setembro de 1947.
[2]Decreto-Lei n.º 40800, 15 de outubro de 1956.

comissão, que se manteve em atividade pelo menos até 1965, elaborou um programa experimental: com alterações na forma de apresentar os conteúdos matemáticos aos alunos, novas relações estabelecidas entre esses conteúdos e introdução de novos temas para a disciplina de Matemática.

Sebastião e Silva, Furtado Leote, Gonçalves Calado e Silva Paulo são algumas das personalidades que participaram no movimento português da Matemática Moderna. Além disso, Gonçalves Calado e Furtado Leote, ambos professores do Liceu Normal de Pedro Nunes, participaram ativamente na preparação de novos programas de Matemática, onde se insere a chamada álgebra moderna e estruturas algébricas, bem como na didática da matemática e formação de professores (Monteiro, 2011).

A metodologia que utilizamos neste trabalho é a do método histórico. Ao olharmos para a história da historiografia, cedo nos apercebemos que, primeiro, as regras para escrever a história têm vindo a alterar-se com o tempo (Burke, 1992; Dosse, 2001) e que, segundo, nem sequer há uma forma única para o fazer (Chartier, 1994). Atendendo à atualidade e ao facto de serem amplamente citados nos trabalhos sobre história da educação matemática e mesmo em trabalhos de história da disciplina de História, vamos deixar-nos guiar pelo pensamento de Roger Chartier (1945–) e outros autores como sejam: Marc Bloch (1886–1944), Michel de Certeau (1925–1986), Paul Ricoeur (1913–2005), Julio Aróstegui (1939–2013), Jacques Le Goff (1924–2014), François Dosse (1950–), etc. Lemos ainda sobre o pensamento de historiadores que empregam as ferramentas metodológicas, do modo de produzir história, à história da disciplina escolar de História e à história da educação. Referimo-nos, por exemplo, a Raquel Pereira Henriques e a Clarice Nunes, respetivamente. Por último, aprendemos também com os trabalhos em história da educação matemática, nomeadamente os de Wagner Rodrigues Valente e de José Manuel Matos, só para citar alguns autores.

A tarefa do historiador será escrever a história com recurso às fontes de que se socorre. Que fontes podem ser utilizadas numa investigação em história da educação? Não havendo um caminho único a ser percorrido, as fontes podem ser: impressas ou não, como os discursos ministeriais, as circulares, os pareceres, os programas escolares, os relatórios, os projetos de reforma, os artigos, os manuais/livros didáticos, as polémicas críticas, os planos de estudo, os debates de comissões especializadas, legislação, planos de aula, atas, cadernos de aula de alunos e professores, bem como depoimentos de ex-alunos e ex-professores, ou mesmo fotografias da época (Nunes, 1996; Júnior, 2010).

Sabendo que a cultura escolar (Julia, 2001; Frago, 2007) não muda por decreto, o objetivo deste artigo é conhecer pormenores das aulas de Matemática e da formação de professores no Liceu Normal de Pedro Nunes, entre 1956 e 1971, começando por uma análise comparativa de exames.

2 Exames de Matemática das turmas "regulares" e das turmas "experimentais"

No período de 1963 a 1971 estava em vigor o regime do *livro único*. Ou seja, para grandes temas dos programas oficiais da disciplina de Matemática havia um único livro aprovado pelo governo para ser adotado nos liceus. Neste mesmo período, coexistiram turmas no Liceu Normal de Pedro Nunes onde numas já era lecionada a Matemática Moderna e noutras só a matemática clássica. As primeiras decorreram da experiência pedagógica de modernização do ensino da Matemática iniciada no ano letivo de 1963/64 e designaram-se inicialmente por "Turmas-Piloto" e depois por "Turmas Experimentais"[3]. As segundas, para as podermos aqui distinguir, designaremos por turmas regulares. Existindo estes dois tipos de turmas em simultâneo no Liceu, que diferenças encontramos?

Para concluírem o 3.º ciclo do curso complementar do ensino liceal, os alunos eram sujeitos a provas orais e escritas das respetivas disciplinas. Para admissão à prova oral, o aluno precisava ter na prova escrita pelo menos 9 valores em 20. Era dispensado da prova oral se tivesse uma classificação média das provas escritas de todas as disciplinas igual ou superior a 16 valores. As provas orais eram públicas, com a duração de 15 a 30 minutos no 3.º ciclo. As notas eram lançadas após cada prova oral. Ficavam reprovados os que tivessem menos de 10 valores na prova oral. A classificação final em cada disciplina era a média das notas obtidas na prova escrita e oral.

Desta forma e começando do fim para o princípio, nesta secção vamos fazer uma análise comparativa dos exames nacionais do final do 3.º ciclo do curso complementar do ensino liceal, dos anos de 1970 e 1971, onde houve exames em separado para as turmas experimentais e para as turmas regulares. Estes exames não deixam de ser um produto final de uma década e meia de trabalho de preparação da implementação da Matemática Moderna em Portugal.

Porquê estes anos de 1970 e 1971? Nos anos anteriores a 1970 não há registo, nos cadernos de arquivo da atual Escola Secundária de Pedro Nunes que compilam todos os testes nacionais de Matemática, de exames particulares para as turmas experimentais. Até 1971, sobre o trabalho produzido pelos estagiários, só estão disponíveis nos arquivos desta Escola as Conferências Pedagógicas. A partir de 1971 aparecem, nestes arquivos (até ao momento), os dossiês de es-

[3] Passaremos a escrever turmas experimentais.

tágio que incluem a conferência pedagógica, planos de aula, classificações de alunos e testes, mas nada sobre o 7.º ano, término do 3.º ciclo liceal. Assim, os primeiros exames que temos para análise comparativa do final deste ciclo são os exames de 1970 e 1971 daqueles cadernos de arquivo. Havia três momentos de avaliação: 1.ª e 2.ª chamada numa 1.ª época e uma chamada numa 2.ª época em setembro. Não encontrámos nos arquivos os exames da 2.ª época de 1970, não sabemos se existiram, pelo que não os podemos analisar. A análise que se segue tem por base, então, oito exames: 1.ª e 2.ª chamada de 1970 e de 1971, quer das turmas regulares quer das turmas experimentais.

2.1 Cabeçalhos das provas

Em 1970, há mudanças aparentes na duração das provas: passa de 1h 30min + 30min de tolerância das provas das turmas regulares, para 2 horas sem tolerância para as turmas experimentais. Em 1971, a duração destas provas é de 2 horas quer para as turmas experimentais quer para as turmas regulares, do curso complementar (e também do curso geral, 2.º ciclo). Nos anos anteriores a 1970 e até 1964[4], todas as provas escritas de Matemática dos 2.º e 3.º ciclos liceais tinham a duração de 1h 30min + 30min de tolerância e as do 1.º ciclo de 1h 30min, sem tolerância. As 2 horas de duração aparecem, pela primeira vez, com a turma experimental, em 1970. Para além das diferenças na designação das provas a da aparente diferença de duração, há uma grande diferença no texto inicial dos cabeçalhos. Há um maior cuidado a guiar o aluno das turmas experimentais para a resolução da prova com vista ao seu bom desempenho. Pode ler-se exatamente o mesmo em ambos os cabeçalhos das turmas experimentais:

> Pode responder às diferentes questões pela ordem que lhe parecer mais conveniente, desde que indique claramente, no início de cada resposta, o grupo e alínea da questão respectiva. Convém deixar para o fim as questões em que sentir maior dificuldade, tentando depois resolvê-las se tiver ainda tempo. Esteja calmo, pois não lhe será difícil obter, pelo menos, admissão à prova oral, desde que esteja razoavelmente preparado. (*Exames*, s. d., Livro com uma coletânea de exames — Arquivo do Liceu Normal de Pedro Nunes)

[4] O ano em que aparece referida pela primeira vez a duração das provas dos exames nacionais é 1964.

2.2 Turma regular, 1.ª chamada, 1970

Na análise que se segue baseámo-nos nos programas oficiais para as turmas regulares dos 6.º e 7.º anos liceais[5], bem como nos livros únicos adotados no período em estudo: os Compêndios de ***Geometria Analítica Plana*** (1957) e de ***Álgebra*** (1958) de Sebastião e Silva, onde Silva Paulo é coautor do segundo, e os Compêndios de ***Trigonometria*** (1955) e de ***Aritmética Racional*** (1957) de Jorge Calado (professor do Liceu Normal de Pedro Nunes).

Relativamente à **turma regular, 1.ª chamada, de 1970,** o exame, constituído por dois grupos, num total de 10 questões, apelava ao conhecimento dos seguintes conteúdos dos 6.º e 7.º anos liceais:

GRUPO I	GRUPO II
1. **Álgebra:** domínio de uma função, extremos e limites (determine, determine e calcule):	1. **Álgebra:** logaritmos (demonstre);
2. **Álgebra:** polinómios (determine);	2. **Álgebra e Trigonometria:** derivadas (mostre);
3. **Álgebra:** binómio de Newton (calcule)	3. **Geometria Analítica Plana:** coordenadas (determine);
4. **Trigonometria:** equação trigonométrica (resolva)	4. **Aritmética Racional:** números primos (mostre).
5. **Geometria Analítica Plana:** distância (mostre);	
6. **Aritmética Racional:** divisibilidade (demonstre).	**TOTAL: 10 questões**

Tabela 1: Conteúdos da prova da turma regular, 1.ª chamada, 1970

2.3 Turma experimental, 1.ª chamada, 1970

Na análise que se segue continuamos a basear-nos nos programas oficiais e nos livros únicos já referidos, bem como nos seis volumes do Compêndio de Matemática da autoria de Sebastião e Silva editado pelo GEP[6]. Desde o início da experiência pedagógica da introdução da Matemática Moderna nos liceus

[5]Decreto-Lei n.º 39807, 7 de setembro de 1954.

[6]Gabinete de Estudos e Planeamento (GEP) do Ministério da Educação e Investigação Científica.

portugueses, em 1963, quer alunos quer professores das turmas experimentais tiveram à sua disposição estes textos de Sebastião e Silva, não na forma destes seis livros, mas na forma de folhas policopiadas.

Para a **turma experimental, 1.ª chamada, de 1970**, num total de 7 questões, os temas distribuíram-se da forma seguinte:

1. Na 1.ª questão, a Matemática Moderna aparece aplicada à Geometria Analítica, com o cálculo integral aplicado à determinação de uma área de uma região do plano[7] (determine). Apelando também à Matemática Moderna, temas de cálculo vetorial e transformações afins[8], pede-se que se escrevam equações de parábolas após uma translação e uma rotação (escreva, escreva);
2. A 2.ª questão é do tema clássico de Álgebra: sucessões de números reais e limites (prove, determine);
3. A 3.ª questão é do tema clássico de Álgebra: teorema de Pitágoras e derivadas (mostre, calcule);
4. A 4.ª questão é do tema clássico de Trigonometria com Matemática Moderna, quando se faz o apelo ao uso da régua de cálculo (prove, determine);
5. A 5.ª questão é de Matemática Moderna: relações binárias[9] (quantas, qual é);
6. A 6.ª questão é de Matemática Moderna: grupóide e isomorfismo[10] (justifique, indique, justifique);
7. A 7.ª questão é colocada em alternativa:
   A — não é do tema clássico de Álgebra, associatividade da composição de aplicações. Não é uma questão na linha do que se encontra nos Programas nem no Compêndio de Álgebra (edições de 1958 a, pelo menos, 1970), 6.º ano: Cap. IV: Funções Reais de Variável Real,

[7]Tema não tratado nos livros únicos, mas tratado no 2.º Vol., Cap. II: Introdução ao Cálculo Integral (1976, pp. 262–263) do Compêndio de Matemática do GEP.

[8]Temas não tratados nos livros únicos, mas tratados no 3.º Vol., Cap. I: Introdução ao Cálculo Vetorial (1975, p. 38, 55) e 3.º Vol., Cap. III: Transformações afins e aplicações lineares (1975, pp. 86–88) do Compêndio de Matemática do GEP.

[9]Tema não tratado nos livros únicos, mas tratado no 1.º Vol., 1.º tomo, Cap. II: A Lógica em termos de conjuntos, Secção 15: Produto cartesiano de dois conjuntos. Conceito de relações binárias (1975, pp. 116–118, 122–123) do Compêndio de Matemática do GEP.

[10]Temas não tratados nos livros únicos, mas tratados no 1.º Vol., 2.º tomo, Cap. V: Operações Binárias. Grupóides, Secção 4: Grupóides (1975, pp. 12–14), Secção 10: Isomorfismos entre grupóides (1975, pp. 22–31) do Compêndio de Matemática do GEP.

Secção 5: Operações sobre funções, Subsecção 24: Composição (de funções). Nos exercícios deste Compêndio aparece a composição de funções concretas como não sendo comutativa, mas não é o mesmo espírito... Também aqui não é utilizada a linguagem de "aplicação". Encontramos este espírito no Compêndio de Matemática do GEP: 1.º Vol., 1.º tomo, Cap. IV: Funções de uma Variável Real, Secção 10: Produto de duas aplicações (pp. 193–197). Pode ler-se na pág. 195: "Muitas vezes, em vez de '*produto de* f *por* g' diz-se '*aplicação composta de* f *com* g"' (é utilizada a linguagem de "aplicação"). Bem como: 1.º Vol., 1.º tomo, Cap. IV: Funções de uma Variável Real, Secção 17: Associatividade da multiplicação de operadores (p. 207–209). E ainda: 1.º Vol., 2.º tomo, Cap. V: Operações Binárias. Grupóides, Secção 6: Grupóides comutativos e grupóides associativos (pp. 14–15). (defina, mostre);

B — É um tema de Matemática Moderna: mostrar que o conjunto dos números complexos é um espaço vetorial real.

Em conclusão, cabe dizer que neste exame não aparece qualquer questão do tema clássico de Aritmética Racional e que os temas de Matemática Moderna ocupam ligeiramente mais de metade do teste escrito.

2.4 2.ª chamada de 1970 e 1.ª e 2.ª chamadas de 1971

Não podendo alongar-nos mais aqui nestas análises, limitamo-nos a referir que nestes exames das turmas experimentais a Matemática Moderna continua a aparecer sensivelmente em metade dos testes escritos, aparecendo uma questão de Aritmética Racional, mais precisamente de indução matemática, uma na 2.ª chamada de 1970 e outra na 1.ª chamada de 1971.

2.5 Terminologia utilizada na formalização das questões dos oito exames

Analisemos agora a terminologia utilizada na formalização destas questões, isto é, que verbos foram utilizados nuns e noutros exames destinados às turmas regulares e às experimentais. Nas experimentais a linguagem é mais rica, com mais verbos e com mais sinónimos para pedir o mesmo, não utiliza o verbo "resolver", nem o verbo "decompor". Os verbos mais utilizados nas turmas regulares são: "determine", "calcule" e "mostre". Os mais utilizados nas turmas experimentais são: "determine", "demonstre", "mostre" e "prove". Creio que pode dizer-se que se sente uma nova atitude e um novo espírito associado à introdução da Matemática Moderna.

	TURMA REGULAR	TURMA-PILOTO e TURMA EXPERIMENTAL
AÇÕES	**Determine**; **Calcule**; Escreva, Qual é Resolva — —	**Determine**; Calcule; Escreva, Qual é — Indique Defina
	Demonstre; **Mostre**; Prove — —	**Demonstre**; **Mostre**; **Prove** Verifique Deduza
	Justifique; Identifique; Enuncie Decomponha — —	Justifique; Identifique; Enuncie — Represente Esboce
	— — —	Estude Averigue Investigue
	1970 e 1971 — 1.ª e 2.ª chamadas (8 provas escritas)	

Tabela 2: Quadro resumo da terminologia usada na formalização das questões. A **negrito** estão as expressões verbais mais utilizadas em cada caso.

3 Como se chegou até aqui? Que caminhos foram percorridos?

Já é senso comum, na história da educação matemática, que a realidade do dia-a-dia do ensino é determinada decisivamente pelos manuais e não pelos programas**.** Relativamente à formação de professores, só vamos referir aqui que o acesso ao estágio de Matemática era muito difícil. Dizem-nos em entrevistas alguns dos ex-estagiários do Liceu Normal de Pedro Nunes, comprova-o o número de estagiários que houve por ano, mostram as reclamações que estão nos arquivos do ministério da educação, como são os casos dos ex-estagiários Plínio Casimiro Serrote (1956) e Sérgio Macias Marques (1956), lê-se no artigo da ex-estagiária Iolanda Lima (1963) e mostra o *Livro das Actas do Júri dos Exames de Admissão ao 1.º ano de Estágio*, entre 1956 e 1966 (no Pedro Nunes e nos outros Liceus Normais, já que as atas eram comuns). O número de candidatos ao estágio era bem maior do que o número de admitidos por via de exames e ainda temos de subtrair aos admitidos os que mesmo assim desistiam de fazer o estágio. Desta forma, não era qualquer individuo que conseguia concluir o estágio e a generalidade dos estagiários já tinha experiência letiva.

No início das experiências pedagógicas da introdução da Matemática Moderna em Portugal, os manuais que ditavam o dia-a-dia do ensino da Matemática eram os já referidos Compêndios de ***Geometria Analítica Plana*** (1957), de ***Álgebra*** (1958) de ***Trigonometria*** (1955) e de ***Aritmética Racional*** (1957). Como já percebemos, havia quatro grandes temas para o 3.º ciclo das turmas clássicas. Estas experiências pedagógicas começaram pelo 3.º e último ciclo liceal, isto é, pelos dois últimos anos escolares do ensino liceal. À luz do que entendemos hoje pelos conteúdos destes grandes temas, os conteúdos de Trigonometria e de Geometria Analítica Plana não apresentam grandes surpresas. Segundo o Programa[5], que até aparece transcrito no início do respetivo livro único, por Aritmética Racional entendia-se: 1. Teoria dos números inteiros e das operações fundamentais; 2. Potenciação; sistemas de numeração; 3. Divisibilidade; 4. Números primos e 5. Máximo divisor comum e menor múltiplo comum. Observe-se, relativamente ao último ponto do Programa, a linguagem de "máximo" com a de "menor" e não a de "mínimo" múltiplo comum. Os conteúdos do tema de Álgebra, respeitando os Programas para o 6.º e 7.º anos[5], mas à luz do que consta nos respetivos compêndios adotados como livro único (passou de inicialmente um livro para os dois anos escolares, para dois livros, um para cada ano escolar), são os que hoje incluímos no Cálculo ou Análise Matemática:

1. Evolução do conceito de número (estudavam-se os números reais e complexos);
2. Funções reais de variável real;
3. Limites de sucessões e de funções de variável real;
4. Funções contínuas;
5. Derivadas;
6. Polinómios numa variável;
7. Frações algébricas (inclui símbolos de impossibilidade e de indeterminação);
8. Análise combinatória e Fórmula do binómio (não parecia serem sempre lecionados);
9. Equações do 1.º e 2.º grau numa incógnita, Sistemas de equações lineares em duas incógnitas e Inequações;
10. Função exponencial e sua inversa, Logaritmos decimais e tábuas de logaritmos.

3.1 Simultaneidade de práticas e conteúdos "clássicos" e "modernos" na mesma turma

Para além de existirem, no mesmo Liceu, turmas onde já era lecionada a Matemática Moderna e noutras apenas a matemática clássica, também houve simultaneidade de práticas e conteúdos "clássicos" e "modernos" numa mesma turma do Liceu Normal de Pedro Nunes.

Esta simultaneidade é apontada pelo próprio Sebastião e Silva no seu primeiro Guia para a utilização do Compêndio de Matemática do GEP, ao mencionar que "não contém todos os assuntos a desenvolver nas turmas experimentais do 6.º ano. Em alguns casos será necessário recorrer aos livros adoptados, tal como se indica no presente *Guia* e no próprio *Compêndio*" (1975, p. 9).

Numa análise de cadernos diários dos 6.º e 7.º anos de uma aluna

> verifica-se (...) a convivência da matemática clássica com a Matemática Moderna. (...) Talvez seja este um dos fatores que contribuíram para que, hoje, muitos dos ex-alunos, considerem como positiva e de grande importância a experiência de modernização do ensino da matemática nas turmas-piloto. (...) A classe, composta de alunas escolhidas, com alto desempenho em matemática, ou seja, alunas que, mesmo com o ensino considerado tradicional, tiveram sucesso na aprendizagem da matemática (Leme & Valente, 2008, p. 90)

Entre outras tarefas, os estagiários do Liceu Normal de Pedro Nunes preparavam uma dissertação para as Conferências Pedagógicas[11] e algumas destas dissertações eram publicadas na revista *Palestra*, uma revista do Liceu e sobre a qual daremos pormenores mais à frente. O texto seguinte foi publicado nesta revista e a estagiária também expõe esta simultaneidade:

> O facto de a experiência realizada na turma-piloto do 3.º ano ter começado em Outubro de 1966, antes da minha vinda para o estágio, em Janeiro de 1967. Assim, não tive oportunidade de participar directamente na parte correspondente a conteúdos novos — Teoria dos Conjuntos e Princípios de Lógica Matemática. A matéria dada de Janeiro em diante, embora estruturada numa perspectiva nova,

[11] As conferências pedagógicas eram "de duas espécies: a) Reuniões destinadas a promover o convívio entre os professores que no liceu exerçam o ensino e todos os estagiários e a destes entre si, a promover a mais larga cultura dos estagiários, principalmente em relação a todo o ensino realizado no liceu, e a familiarizá-los com os métodos usados em todas as disciplinas liceais; b) Dissertação sôbre assuntos de carácter científico ou pedagógico." (Artigo 32.º do Decreto n.º 24676, 22 de novembro de 1934)

cingiu-se ao programa tradicional e aos livros de texto em vigor. (Rosa, 1968, p. 96)

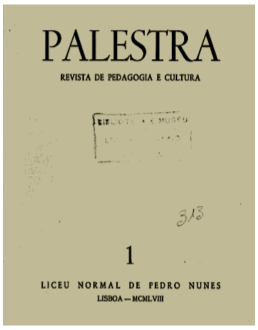


Figura 1: Primeiro número da *Palestra*, 1958

3.2 Livros de sumários

Tivemos acesso aos livros de sumários de duas turmas do 6.º ano de Matemática do ano letivo de 1960/1961. O da turma A, do metodólogo Jaime Furtado Leote, com a participação de estagiários e o da turma B, de um outro professor, sem estagiários. Os livros estão em mau estado de conservação, mas dão-nos informação concreta de factos ocorridos. Embora em ambos os livros de sumários o termo de abertura esteja assinado pelo reitor Dias Agudo, a 30 de setembro de 1960, só no livro da turma A[12] está referida a data de abertura das aulas, a 1 de outubro, num sábado, com sessão solene. Esta turma tinha os estagiários Maria Engrácia Domingos, Maria Odete Rodrigues (no segundo ano de estágio) e Maria Fernanda Martins (no primeiro ano de estágio). Havia quatro tempos semanais para a disciplina de Matemática. Havia aulas ao sábado, mas não de Matemática. Esta disciplina era lecionada a um primeiro tempo da manhã, dois terceiros tempos e um quarto tempo. No primeiro dia de aulas o registo do sumário de Matemática foi: "Cumprimentos aos alunos. Números naturais: relação de igualdade e de ordem." Assina o metodólogo. Na aula anterior, da disciplina de Filosofia, assinaram seis docentes (possivelmente o metodólogo e cinco estagiários).

Sabemos que os estagiários assistiam a aulas dos metodólogos e que também lecionavam aulas. Mas quantas aulas e que temas abordaram? A tabela seguinte mostra um resumo dos temas abordados na turma A, o número de aulas despendidas para o efeito e a respetiva participação dos estagiários.

[12] João Manuel Gaspar Caraça foi aluno da turma A e é o filho de Bento de Jesus Caraça (1901–1948).

	Tema	Número de aulas	Participação dos estagiários
1	Números naturais	2 aulas	sem estagiários
2	Números racionais	3 aulas	sem estagiários
3	Números reais	3 aulas	sem estagiários
4	Números complexos	2 aulas	sem estagiários
5	"Estudo das funções"	7 aulas	todas com a participação da estagiária Maria Odete Rodrigues na presença do metodólogo
6	Sucessões	7 aulas	5 com a participação da estagiária Maria Odete Rodrigues, 2 das quais sozinha
7	Funções reais de variável real (limites e continuidade)	9 aulas	6 com a participação da estagiária Maria Odete Rodrigues, 3 das quais sozinha
8	Derivadas e aplicações	9 aulas	3 com a participação da estagiária Maria Engrácia Domingues, 1 das quais sozinha
9	Polinómios	7 aulas	2 com a participação da estagiária Maria Odete Rodrigues na presença do metodólogo
10	Frações algébricas e indeterminações	4 aulas	sem estagiários
11	"Algumas noções de cálculo vectorial"	1 aula	participação da estagiária Maria Odete Rodrigues na presença do metodólogo
12	Funções trigonométricas	22 aulas	8 com a participação da estagiária Maria Odete Rodrigues na presença do metodólogo e 5 com a participação da estagiária Maria Engrácia Domingues, 2 das quais sozinha
13	Sistema dedutivo. Propriedades da adição, multiplicação, potenciação, subtração e divisão (inteira)	9 aulas	3 com a participação da estagiária Maria Engrácia Domingues, 2 das quais sozinha e 2 com a participação da estagiária Maria Fernanda Martins na presença do metodólogo
14	Sistemas de numeração. Bases. Divisibilidade	10 aulas	9 com a participação da estagiária Maria Fernanda Martins, 5 das quais sozinha e 1 com a participação da estagiária Maria Engrácia Domingues sozinha
15	Números primos	4 aulas	3 com a participação da estagiária Maria Fernanda Martins, 2 das quais sozinha
16	mdc e mmc	3 aulas	sem estagiários

Tabela 3: Temas, número de aulas e participação dos estagiários

O critério adotado para a divisão dos temas pelas diferentes linhas da tabela foi facilitar estudos futuros sobre as mudanças nos conteúdos dos programas de Álgebra e de Aritmética Racional, que ocorreram três anos depois no âmbito da experiência pedagógica de modernização do ensino da Matemática.

Num total de 120 aulas, metade delas tem a participação das estagiárias. A soma do número de aulas da tabela é igual a 102 e não a 120, porque nela não estão incluídas as aulas de revisão e de testes que incluem mais de um tópico da tabela. Existiram seis testes, dois por período. Ao longo da análise dos sumários encontramos enganos (muitos enganos) na atribuição do número da lição.

Comparando as duas turmas na distribuição dos conteúdos por aulas, a turma A com estagiários e a turma B sem estagiários, há muito mais aulas dedicadas ao tema de Trigonometria na turma A (23 aulas) do que na turma B (16 aulas), mas este facto não nos oferece neste momento grandes reparos, uma vez que a turma B esteve neste período sem Matemática, 6 aulas seguidas. Relativamente à Aritmética Racional, sabemos que houve um grande corte de conteúdos nos programas da experiência pedagógica. Mas o estudo das operações (da adição à divisão) que está nos sumários da turma A também está nas páginas do número 137 ao 154 do capítulo III: Números Inteiros e Cálculo Combinatório do *Compêndio de Matemática* de Sebastião e Silva, 1.º volume, 1.º tomo, publicado em 1975, que foi forjado na forma de folhas policopiadas a partir do ano letivo de 1963/64. No entanto, a adição em $\mathbb{N}$ é apresentada no Compêndio pela via da cardinalidade da reunião de conjuntos disjuntos. Não sabemos qual a abordagem feita na turma do metodólogo em 1961, uma vez que um registo de um assunto num livro de sumários não permite saber exatamente como este foi lecionado. Mas sabemos que na turma de Jaime Furtado Leote o último teste foi feito 7 aulas antes do final do ano letivo. Ou seja, antes de serem lecionados os temas de Números Primos e de mdc e mmc, ao contrário do que aconteceu na turma B, cujo último teste foi feito após a lecionação de todos os conteúdos. Por outro lado, ao tema de mdc e mmc foram dedicadas 3 aulas na turma A e 6 aulas na turma B. Estas evidências podem sugerir que Jaime Furtado Leote já dava nesta altura menos importância a estes assuntos do que o professor da turma B.

Sebastião e Silva e Jaime Furtado Leote pertenceram à comissão de revisão do programa do 3.º ciclo liceal nomeada por Galvão Telles, em julho de 1963, ano em que decorreram "Palestras sobre Matemática no Liceu Pedro Nunes" (Diário de Lisboa, 17 de março de 1963) e lições[13] do "Curso de Actualização para professores de Matemática dos Liceus" realizadas na Faculdade de Ciências de

[13] A 12.ª Lição foi no dia 20 de março de 1963 e versou sobre: "Grandezas em Matemática e em Física. Produtos tensoriais de grandezas. Espaços vectoriais". O curso foi promovido pelo

Lisboa. Houve um outro curso "de Aperfeiçoamento para Professores" no Liceu de Oeiras, de duas semanas de setembro, período de férias de Verão, que se repetiu por vários anos, de 1964 a, pelo menos, 1971. O primeiro foi regido por Sebastião e Silva, destinado a metodólogos e outros professores que no ano seguinte iriam lecionar as turmas experimentais (Almeida, 2013, p. 54, 226, 228). Antes, de 7 de janeiro a 4 de março de 1959, Sebastião e Silva ministrou um curso de "Introdução à Lógica Simbólica e aos Fundamentos da Matemática" no Liceu Normal de Pedro Nunes, curso esse que foi publicado como Separata do número 6 da revista *Palestra* de 1959.

3.3 Uma primeira avaliação feita por quem a viveu

Como pedido no tema da sua conferência pedagógica, a estagiária Maria Alzira Rosa, em 1968, faz a avaliação seguinte, publicada na *Palestra* n.º 32:

> Como assimilaram os conteúdos propostos? É sempre difícil avaliar, com objectividade, face a determinado programa, a sua assimilação por parte dos alunos. Muitos aspectos só posteriormente podem ser julgados. De tudo o que anteriormente foi dito, e no que se refere a conteúdos novos, pareceu-nos que só o conceito de *isomorfismo* ultrapassou o desenvolvimento mental destes alunos. Contudo, apesar de não conseguirem atingir pela abstracção o conceito geral de isomorfismo, foram capazes de compreender os exemplos dados. Penso que, por se tratar de uma noção fundamental, será de voltar a ela no 4.º ou 5.º anos, talvez a propósito das relações entre ângulos ao centro e arcos. Quanto aos assuntos tradicionais, tendo a sua introdução e estruturação beneficiado largamente das aquisições anteriores, não se apresentaram com as dificuldades geralmente sentidas pelos alunos. Exemplificando: Habituados ao uso constante de letras para designar os elementos de um conjunto, a transição da Aritmética para a Álgebra não ofereceu dificuldade. O estudo dos números relativos beneficiou extraordinàriamente do estudo anterior dos números racionais absolutos, pois o esquema de tratamento das operações foi o mesmo. E a inclusão das equações e inequações no estudo das condições, já feito prèviamente, tornou fácil a compreensão dos princípios de equivalência, bem como do que se entende por raiz de uma equação ou solução de um sistema. (p. 109)

Centro de Matemáticos de Lisboa e as lições eram às 18 horas, orientadas por Sebastião e Silva e com uma periodicidade semanal (Diário de Lisboa, 19 e 26 de março de 1963).

E continua:

> No entanto, uma coisa há que ter presente: as condições excepcionais desta turma de 3.º ano. Será difícil encontrar um grupo de alunos em que o nível intelectual e cultural, e ao mesmo tempo económico-social seja tão elevado. Para verificar isto bastará ter em conta que: (...) – A quase totalidade dos pais possui cursos superiores e lugares de chefia. – Quanto à aptidão para a Matemática, observamos que, no 2.º ano, 64% obtiveram 14 ou mais valores, nesta disciplina e, no 3.º ano, 52% passaram com média de 4 ou mais valores na mesma, só havendo uma reprovação. (Rosa, 1968, p. 110)

Estávamos perante turmas e pais de elite. E ainda, liceu, estagiários, metodólogos e outros professores de elite. A revista *Palestra* era uma publicação do Liceu, subsidiada pelo Estado e divulgada pelos outros liceus do país. Para se ser estagiário passava-se por um crivo muito apertado. O que os metodólogos e outros professores de Matemática do Liceu diziam e faziam ficava como referência (nomeadamente através de conferências e livros escolares que produziam e eram adotados a nível nacional). Com metodólogos bem informados, os estagiários dispunham de bibliografia do mais atualizado que existia, como se pode verificar pelas referências presentes nos textos das suas Conferências Pedagógicas.

Embora o nosso estudo se centre num período que vai até 1971, em 1973, já com os novos conteúdos da experiência pedagógica, foram adotados a nível nacional os Compêndios de Matemática de Alfredo Osório dos Anjos (professor e metodólogo do Liceu Normal de Pedro Nunes), em coautoria com Maria Madalena Garcia e António Fernando Ruivo.

4 Considerações Finais

Colocando o sujeito da nossa ação nos alunos e começando do fim para o princípio, isto é, começando por analisar os exames que foram apresentados aos alunos que chegaram ao fim do ensino liceal com a experiencia pedagógica da introdução da Matemática Moderna em Portugal, tirámos algumas fotografias possíveis do percurso trilhado por vários atores deste processo. Sem conseguirmos aqui descrever e analisar o que foi realmente a experiência da Matemática Moderna neste Liceu, até porque os documentos que encontramos e estão disponíveis não são tudo o que desejávamos, quisemos deixar aqui exemplos concretos de momentos dessa experiência que ainda não tínhamos visto serem abordados noutros trabalhos de investigação. Embora já exista trabalhos feitos sobre este grande tema da introdução da Matemática Moderna em Portugal, quer elaborados por portugueses, quer por colegas brasileiros, fizemos uso dessa informação, sem a querer repetir, e tentámos acrescentar algo mais. Não sei se com sucesso, tentámos disponibilizar mais algumas peças do puzzle para construir o mosaico desta história que se vai compondo. Sabendo que a cultura escolar não muda por decreto, o conhecimento de situações concretas de uns anos, quase deixa adivinhar o que terá acontecido nos anos que lhes são mais próximos.

De qualquer forma, face ao exposto, é visível que os livros adotados a nível nacional como livros únicos são de autores que trabalharam no Liceu direta ou indiretamente como é o caso de Sebastião e Silva, Silva Paulo, Gonçalves Calado, Osório dos Anjos, entre outros. As experiências pedagógicas ficaram, então, entregues a um grupo de metodólogos, estagiários e alunos altamente motivados. Com as devidas exceções, temos relatos de alunos e estagiários que por lá passaram como tendo sido uma experiência excecional, a experiência da introdução da Matemática Moderna neste liceu de Portugal. E como muitas experiências trabalhadas quase em laboratório, o problema é quando se tenta passar à generalização, sabendo que nem tudo foi perfeito e bem apostado nesta experiência. Como o próprio Sebastião e Silva afirmava, esta experiência era para preparar elementos para formar quadros, indivíduos dirigentes, não seria propriamente para as massas.

> *Uma nação moderna não pode subsistir sem bons técnicos, sem bons cientistas e... sem bons professores.*
>
> (Manchete do Diário Popular, 30 de julho de 1966, com palavras de Sebastião e Silva)

Referências

Aróstegui, J. (2001). *La investigación histórica: Teoría e método*. Barcelona: Editorial Crítica.

Almeida, M. (2013). *Um olhar sobre o ensino da Matemática guiado por António Augusto Lopes*. Tese de doutoramento, Universidade Nova de Lisboa, Portugal.

Bloch, M. (2002). *Apologia da história ou o ofício do historiador*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor.

Burke, P. (1992). *A revolução francesa da historiografia: A Escola dos Annales (1929–1989)*. São Paulo: UNESP.

Certeau, M. d. (1993). *La escritura de la historia*. México: Universidad Iberoamericana.

Certeau, M. d. (1998). *A Invenção do Cotidiano: Artes de Fazer* (3.ª ed.). Petrópolis, RJ: Editora Vozes.

Chartier, R. (1994). A história hoje: dúvidas, desafios, propostas. *Estudos Históricos*, vol. 7, n.º 13, pp. 97–113.

Chartier, R. (1996). *Escribir las Prácticas: Foucault, de Certeau, Marin* (H. Pons, Trans.). Buenos Aires: Manantial.

Chartier, R. (2007). *La historia o la lectura del tempo*. Barcelona: Editorial Gedisa, S.A.

Chervel, A. (1990). História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, n.º 2, pp. 177–229.

Decreto-Lei n.º 36507 de 17 de setembro. *Diário do Governo n.º 216/1947 — I Série*. Lisboa: Ministério da Educação Nacional.

Decreto-Lei n.º 39807 de 7 de setembro. *Diário do Governo n.º 198/1954 — I Série*. Lisboa: Ministério da Educação Nacional.

Decreto-Lei n.º 40800 de 15 de outubro. *Diário do Governo n.º 222/1956 — I Série*. Lisboa: Ministério da Educação Nacional.

Diário de Lisboa. *Palestras sobre Matemática no Liceu Pedro Nunes*. Jornal de 17 de março de 1963, p. 3.

Diário de Lisboa. *Curso de Actualização para professores de Matemática dos Liceus*. Jornal de 19 de março de 1963, p. 12.

Diário de Lisboa. *Curso para professores de Matemática*. Jornal de 26 de março de 1963, p. 9.

Dosse, F. (2001). *História à prova do tempo: Da história em migalhas ao resgate do sentido*. São Paulo: UNESP.

Exames [Livro com uma coletânea de exames]. (Não catalogado) Arquivo do Liceu Normal de Pedro Nunes, Lisboa.

Frago, A. (2007). *Sistemas educativos, culturas escolares e reformas.* Mangualde: Edições Pedago, Lda.

Henriques, R. (2010). *Discursos Legais e práticas educativas. Ser professor e ensinar história.* Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Julia, D. (2001). A Cultura Escolar como Objeto Histórico. *Revista Brasileira de História da Educação*, jan./jun. (1), 9–43.

Júnior, D. (2010). História das disciplinas escolares: Categorias de análise e fontes de pesquisa na historiografia educacional brasileira (1990–2008). In J. Pintassilgo, A. Teixeira, C. Beato & I. C. Dias (Eds.), *A história das disciplinas escolares de Matemática e Ciências: Contributos para um campo de pesquisa.* Lisboa: Escolar Editora.

Le Goff, J. (1990). *História e memória.* São Paulo: Unicamp.

Leme, M. e Valente, W. (2008). A Matemática Moderna em Portugal: o que dizem os cadernos escolares dos alunos? *Quadrante, Revista de Investigação em Educação Matemática*, vol. XVII, n.º 1, pp. 77–92.

Lima, I. (1963). Sobre o recrutamento e formação dos professores de matemática dos liceus. *Palestra*, n.º 18, pp. 83–96.

Livro das Actas do Júri dos Exames de Admissão ao 1.º ano de Estágio do 8.º Grupo. [Livro das atas entre 1956 e 1966]. (Não catalogado). Arquivo do Liceu Normal de Pedro Nunes, Lisboa.

Marques, S. (1956). *Reclamação* [Reclamação por não ter sido aceite no 1.º ano do Estágio Pedagógico no Liceu Normal de Pedro Nunes]. Fundo: Direção Geral de Ensino de Lisboa (Série n.º 13 — Diversos, Caixa n.º 1720). Arquivo Histórico do Ministério da Educação e Ciência. Secretaria Geral. Divisão de documentação e do património cultural, Lisboa.

Matos, J. (1989). *Cronologia recente do ensino da Matemática.* Lisboa: APM.

Matos, J. (2006). História do Ensino da Matemática em Portugal: constituição de um campo de investigação. *Revista Diálogo Educacional*, vol. 6, n.º 18, pp. 11–18.

Monteiro, T. (2011). *Notas sobre a formação de professores no Liceu Normal de Pedro Nunes (1957–1971).* Artigo apresentado no XI Congresso SPCE, Guarda.

Moon, B. (1986). *The "New Maths" curriculum controversy. An internacional story.* Londres: Falmer Press.

Nunes, C. (1996). Ensino e historiografia da educação: problematização de uma hipótese. *Revista Brasileira de Educação*, n.º 1, jan./abr., pp. 67–79.

Nunes, C. (2003). O ensino da história da educação e a produção de sentidos na sala de aula. *Revista brasileira de história da educação*, n.º 6, jul./dez., pp. 115–158.

Queirós, J. (2008). *Cartas de Inglaterra.* Disponível em `https://docviewer.yandex.com/?url=ya-disk-public%3A%2F%2FYV9vIXFVq0gmpH86OEqxYCzi4tm4%2F79IUgCYbLdp%2FvY%3D&name=Cartas%20de%20Inglaterra.pdf&c=57a218897355`

Ricoeur, P. (2004). *La memoria, la historia, el olvido.* México: Fondo de Cultura Económica.

Rosa, M. (1968). A actualização da Matemática no 2.º ciclo liceal, *Palestra*, n.º 32, pp. 96–109.

Serrote, P. (1956). *Reclamação* [Reclamação por não ter sido aceite no 1.º ano do Estágio Pedagógico no Liceu Normal de Pedro Nunes]. Fundo: Direção Geral de Ensino de Lisboa (Série n.º 13 - Diversos, Caixa n.º 1720). Arquivo Histórico do Ministério da Educação e Ciência. Secretaria Geral. Divisão de documentação e do património cultural, Lisboa.

Silva, J. (1959). Introdução à Lógica Simbólica e aos Fundamentos da Matemática, *Palestra*, n.º 6 — Separata, pp. 1–65.

Silva, J. (1966). Uma nação moderna não pode subsistir sem bons técnicos, sem bons cientistas e... sem bons professores, *Diário Popular*, 30 de julho, manchete.

Valente, W. (2007) História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. *REVEMAT — Revista Eletrônica de Educação Matemática*, vol. 2.2, pp. 28–49, UFSC. Acesso a 10 de junho de 2009 em `http://www.redemat.mtm.ufsc.br/revemat/2007_pdf/revista_2007_02_completo.PDF`.

Simpósio
História da Lógica

Organizadores:
Fernando Ferreira, Ítala d'Ottaviano

Revisor científico:
Fernando Ferreira

Notas sobre a recepção de Gödel em Portugal

Nuno Jerónimo
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
nmfjeronimo@gmail.com

Resumo: Quem foram os primeiros autores portugueses a escrever e o que publicaram sobre Kurt Gödel? Percorrendo as revistas científicas criadas nos idos 30 e 40 do século XX, é-se levado às indicações lógico-matemáticas de Bernardino de Barros Machado (1944) e a dois textos expositivos, o segundo (um ensaio histórico-filosófico) escrito com Ruy Luís Gomes, de Luís Neves Real (1951, 1955). Há referências a Gödel por Delfim Santos, Bento Caraça, Sebastião e Silva, Edmundo Curvelo, Souza Alves, Silva Paulo, Hugo Ribeiro e o detalhado artigo de Antunes Monteiro. 1931 e 1940 formam o conjunto de resultados gödelianos abordado pelos nossos autores; há uma breve descrição (Gomes e Real 1955: 251) de contribuições intuicionistas de Gödel.

Abstract: Who were the first Portuguese authors to write and what have they published about Kurt Gödel? Going through the scientific journals created in the 1930s and 1940s, one finds the bibliographical notes on mathematical logic by Bernardino de Barros Machado (1944) and two expository texts, the second (an historical and philosophical essay) written with Ruy Luís Gomes, by Luís Neves Real (1951, 1955). There are references to Gödel by Delfim Santos, Bento Caraça, Sebastião e Silva, Edmundo Curvelo, Souza Alves, Silva Paulo, Hugo Ribeiro and Antunes Monteiro's detailed paper. 1931 and 1940 were the Gödelian results discussed by our authors; there is a brief description (Gomes and Real 1955: 251) of Gödel's contributions on intuitionism.

1 Introdução: Gödel nos Açores

Durante um semestre sabático, entre Setembro de 1938 e Janeiro do ano seguinte, Willard van Quine viveu com a mulher e as duas filhas em Ponta Delgada, São Miguel. A "ilha portuguesa no meio do Atlântico" foi escolhida por ser "barata, pitoresca, de clima ameno" (a sua mulher Naomi Clayton recuperava de uma bronquite) e por ter uma "língua românica". Parecia um bom lugar para fazer uma pausa das lições de lógica em Harvard; para se dedicar à escrita.

A 17 de Novembro, em resposta a carta de Rudolf Carnap, relata que as condições do local são pouco salubres mas que a comida é boa e as vistas espectaculares, e anuncia que está a trabalhar num livro de "carácter geral" sobre lógica matemática, "partindo de um nível elementar mas com desenvolvimentos avançados, tais como as demonstrações de Gödel da completude da teoria da quantificação e da incompletude da aritmética".[1]

Desejando evitar um manual de leitura complicada mas reconhecendo o profundo impacto matemático-filosófico de Gödel, Quine omite a completude mas trata da incompletude (ie, do primeiro dos seus dois teoremas) na última secção do livro. Conta que quando publicou *Mathematical logic* (cf. prefácio de 1981), em 1940, estava longe de uma demonstração "legível e breve" da completude (como a que usou em *Methods of logic* [1950]); e que a incompletude, apesar de exigir uma apresentação "pesada", era de "importância sísmica" para a lógica matemática. Quine tornou-se assim, provavelmente, a primeira pessoa a escrever em Portugal sobre as contribuições de Kurt Friedrich Gödel.

Mas quem foram os primeiros autores portugueses a escrever e o que publicaram sobre Gödel? Quem e o que há a descobrir em página?

A base textual explorada — os possíveis pontos de publicação para estudiosos interessados em lógica e filosofia da matemática (matemáticos, filósofos, engenheiros, etc.) — centrou-se nas revistas científicas e pedagógicas criadas em Portugal nos idos 30 e 40 do século XX. Refiro-me à *Portugaliæ Mathematica* (1937–), *Gazeta de Matemática* (1939–), *Boletim* da Sociedade Portuguesa da Matemática [SPM] (1947–) e à *Revista Portuguesa de Filosofia* (1945–).

O foco dos primeiros autores portugueses atentos à obra gödeliana capta, como seria natural, o mais intenso período de resultados lógico-matemáticos, um ciclo (praticamente) vienense — 1929–1941. Iterando a experiência de tantos dos nossos académicos, Gödel foi obrigado a exilar-se, chegando a São Francisco (California) com a sua mulher, Adele Porket, no dia 4 de Março de 1940, instalando-se depois no Institute for Advanced Study, em Princeton. (De certa maneira, porém, nunca abandona o solo filosófico austro-alemão — monadologia, idealismo e fenomenologia serão interesses revisitados ao longo da sua vida intelectual.) Desse *corpus* lógico-matemático é comum na literatura destacar-se três blocos de descobertas: a completude do cálculo de predicados de primeira-ordem (com a qual se doutorou em 1930); os dois teoremas da incompletude (1931); e a consistência relativa (1938–1940) da hipótese generali-

[1]Prefácio de 1981, *Mathematical logic* [1940]. Para outras referências aos Açores: "Autobiography of W. V. Quine" (1987: 18); Murray Murphey (2012: 29). A carta de Quine a Carnap (inclui um parágrafo sobre topografia, arquitectura, vida e cultura do lugar) e a resposta de Carnap (25 Out. 1938) estão em *Dear Carnap, Dear Van: The Quine-Carnap correspondence and related work* (1990: 254–255; 258–261). A iniciação ao português daria bons frutos: Quine ensina em São Paulo (entre Maio e Setembro de 1938) e, na expectativa de exercer uma maior influência junto dos lógicos e filósofos brasileiros, transforma as suas notas escritas em português no livro *O sentido da nova lógica* [1944]. Quine tomou conhecimento dos teoremas de Gödel, em 1932, por H. M. Sheffer (cf. I. Grattan-Guinness 2011: 59).

zada do contínuo [HGC] (incluindo o axioma da escolha [AC]) com os axiomas típicos da teoria dos conjuntos (como os de Zermelo-Fraenkel [ZF]).[2]

As obras (coligidas) de Kurt Gödel, onde cada ensaio é antecedido por uma fina exegese (com bibliografia secundária), foram publicadas em 5 volumes (*Collected works* [*CW*], 1986–2003; incluindo uma vasta selecção da sua correspondência, vols. 4 e 5). Do *Nachlass* gödeliano consta ainda significativo material; eg, continuam por publicar os cadernos de tópicos filosóficos (ca. de de 1500 páginas escritas, entre ca. 1937 e Maio de 1955, no sistema estenográfico Gabelsberger) — a excepção é a recente publicação do caderno X (cf. Gödel 2017). Essenciais são também as biografias de Hao Wang (1996) e John Dawson, Jr. (1997; reed. 2005). No domínio português, o padrão é a colectânea de traduções dos originais, *O teorema de Gödel e a hipótese do contínuo*, publicada por Manuel dos Santos Lourenço em 1979 — além de ensaios de Rosser, Feferman, Turing e Cohen, a última edição, revista e aumentada em 2009, contém as seguintes traduções de Gödel: 1931, 1933, 1934, 1936, 1944, 1946, 1951, 1958, 1964. E para uma exposição especializada e completa do conjunto de resultados lógicos bem como de aspectos filosóficos e biográficos relevantes, a referência, em língua portuguesa, é o *Boletim* da SPM 55 (Outubro 2006), organizado e editado por Fernando Ferreira, em comemoração do centenário do nascimento de Gödel, contendo textos (do próprio editor e) de Solomon Feferman (artigo traduzido por Ana Sampaio), Augusto Franco de Oliveira, Reinhard Kahle, Luís Moniz Pereira e Manuel Lourenço.

2 Bernardino de Barros Machado

Uma das primeiras referências portuguesas a um trabalho de Kurt Gödel (no caso, à incompletude) aparece no número 19 da *Gazeta de Matemática*, em Maio de 1944. A honra pertence a Bernardino de Barros Machado, neto (pelo lado paterno) do ex-presidente republicano Bernardino Machado, vulto público célebre que foi catedrático de filosofia (especialista em antropologia) na Universidade de Coimbra e sócio correspondente da Academia Real das Ciências.

Barros Machado nasceu no Porto, a 14 de Março de 1917. Aos 26 anos, Ber-

[2] A estes blocos juntam-se outros resultados. O mais fundamental talvez seja a descoberta (1941) de uma interpretação funcional, ie, por meio de funcionais recursivos do tipo finito, da aritmética intuicionista (só publicada em 1958 na *Dialectica*). Além desses três blocos, alguns autores (eg, C. Parsons 2014: 94–95), incluem um quarto conjunto: Gödel descobriu novas soluções para as equações de campo de Einstein, soluções que permitem a possibilidade teórica de viagens no tempo.

nardino concluía a licenciatura em engenharia civil na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Sabe-se que participou do Centro de Estudos Matemáticos do Porto [CEMP], instituído em 1942 (e dirigido até 1947) por Ruy Luís Gomes; que aderiu à Junta de Investigação Matemática [JIM] (cf. *Gazeta* 18, 1944: 14); e que terá integrado gabinetes de estudos de engenharia.

Há ainda, no universo matemático, a publicação também escrita para a *Gazeta* (14, 1943: 1–2): "David Hilbert". Trata-se de um obituário intelectual de Hilbert (falecido a 14 de Fevereiro desse ano em Göttingen), publicado como abertura do número de Março e que, ao realçar a escola alemã (essa "máquina educadora bem montada", p. 1), reflecte as próprias aspirações do meio matemático circundante a Bernardino: David Hilbert (p. 2) "foi um trabalhador numa colectividade de trabalhadores, (...) educado por uns, pôde a seu turno educar outros pelos quais a sua obra se prolonga muito para além donde poderia chegar sòzinho com sua grande força. (...) [A] grande fecundidade da sua acção só foi possível graças à colaboração no interior da escola entre os que aprendem e os que ensinam juntamente com uma forte ligação entre a escola e a sociedade." Reconhece-se neste modelo (hilbertiano) de escola matemática, com vinco social e colaborativo, a influência (entre outros) de Ruy Gomes (professor de Bernardino no Porto) que publicaria em 1944, "O valor social da investigação científica" (*Gazeta* 19: 16–17). O texto de Machado sobre Hilbert foi citado em três lugares: *Boletín Matemático* (vols. 15–16, 1942–3: 186); *Zentralblatt für Mathematik und ihre Grenzgebiete* (60, 1957: 15); e faz parte da bibliografia de "David Hilbert" [2014], do arquivo electrónico *MacTutor*.

Na secção da *Gazeta* "Temas de estudo", o jovem engenheiro, então com 27 anos (um ano após a conclusão da licenciatura; um ano após o artigo sobre Hilbert), propõe um ousado título "Lógica matemática — indicações bibliográficas", notas que preenchem as páginas 14–16. Vale a pena reproduzir a bibliografia sugerida aí, no remate do artigo:

> "Livros de iniciação: Max Black [1934], *The nature of mathematics*; Bertrand Russell [1903], *The principles of mathematics*. Para um conhecimento mais profundo: David Hilbert & Paul Bernays [1934/1939], *Grundlagen der Mathematik* I/II; W. v. Quine [1940], *Mathematical logic*. Pelo seu interêsse histórico: Gottlob Frege [1893/1903], *Grundgesetze der Arithmetik* I/II; Richard Dedekind [1888], *Was sind und was sollen die Zahlen?*; Giuseppe Peano [1894, 1895, 1897–9 e 1901], *Formulaire de mathématiques* [4 vols.]."

As indicações de Barros Machado incluem ainda os nomes de Boole, Peirce, Lukasiewicz, Tarski, Sheffer, von Neumann, Cantor e Skolem. Do ponto de vista histórico-filosófico, este é um conjunto de referências, reunido por um recém-

-formado engenheiro civil na década de 40 do século XX, passadas sete décadas, de exigência assinalável.[3]

Como foi possível a Machado iniciar tão rara apetência por lógica e fundamentos da matemática? A resposta completa é inalcançável, mas há indícios que importa reunir.

A atmosfera matemática do país nos anos 30 e 40 foi invulgarmente engenhosa e talvez possa, de forma geral, explicar as proezas de jovens talentosos, como a de Barros Machado. Por essa altura, despontava aos poucos, com o vigor e a fragilidade dos começos inesperados, o que se pode chamar de investigação matemática moderna. Porto e Lisboa são os principais pólos desse desenvolvimento. Formam-se então diversos núcleos, seminários, centros e clubes; a SPM é fundada no ano de 1940 (mas só formalmente instituída em 1977). Desses, salientam-se: o Núcleo de Matemática, Física e Química (1936), o Seminário Matemático de Lisboa (1938, renomeado, um ano depois, Seminário de Análise Geral), o Centro de Estudos Aplicados à Economia (1938), o Centro de Estudos Matemáticos de Lisboa (1940) e do Porto (1942), e a JIM (1943) — os jovens estudantes eram incentivados a participar e Bernardino participou destas últimas duas instituições. Mais: a par do espírito do tempo (eg, *The Journal of Symbolic Logic* [*JSL*] fora criado em 1936), funda-se em 1937 a *Portugaliæ Mathematica*, em 1939 a *Gazeta de Matemática* e em 1947 o *Boletim* da SPM. Mais ainda: apesar das dificuldades externas e internas, provocadas pelas guerras (civil espanhola e mundial) e pela crescente coercividade do regime político, inicia-se, por regra e boa prática, a troca de revistas especializadas e a correspondência com matemáticos estrangeiros — John von Neumann, caso paradigmático, correspondeu-se com António Monteiro, Ruy Gomes e Hugo Ribeiro.

Sabemos ainda três factos. Primeiro, em maio de 1942, apoiado pelo CEMP, Bento de Jesus Caraça fez duas conferências sobre o conceito de infinito — numa focando os elementos históricos; noutra realçando os respectivos aspectos filosóficos e matemáticos, ligando nesta palestra a teoria dos conjuntos e a problemática dos fundamentos. Pelas notas manuscritas em arquivo

[3] Numa carta de Hugo Baptista Ribeiro (cf. esp. N69, Biblioteca Nacional de Portugal) a Alfredo Pereira Gomes, datada de 8 de Agosto de 1944, Ribeiro escreve "[...] gostei da ideia do B. Machado", mas o assunto, "mais do que qualquer outro, deve ser abordado com extremo cuidado; [...] há omissões de importância decisiva. Este assunto é um daqueles que começo agora a estudar o melhor que posso; haverá no próximo semestre um curso do Bernays." Na mesma carta antevê um contacto com Bernardino através do próprio Pereira Gomes. (Até agora não se conseguiu localizar essa eventual resposta.) Ribeiro assistiu em Zurique a vários seminários leccionados por Paul Bernays — teoria dos conjuntos, lógica matemática e fundamentos da matemática.

(pasta 4399.018 [1942]), Caraça apresenta e comenta, entre outros, do lado histórico, Aristóteles, Pascal, Kant, e do lado filosófico-matemático, Cantor, Poincaré, Hilbert, além de (ao menos uma vez, em passagem) se referir a Gödel enquanto tendo demonstrado a "não-contradição da hipótese generalizada do contínuo".[4] De acordo com o testemunho de Ruy Gomes (relatado por J. Morgado 1995), as conferências foram um sucesso e abriram horizontes no que diz respeito ao interesse intrínseco da teoria dos conjuntos e à importância dos fundamentos e da filosofia da matemática.

E eis um segundo facto significativo para a exposição de Bernardino aos novíssimos assuntos da lógica: Luís Neves Real, no ano lectivo 1942–43, então professor contratado pela Faculdade de Ciências do Porto, dá uma "série de lições (as primeiras realizadas na U. P.) sobre Teoria dos Conjuntos [e o] Axioma de Zermelo"[5] no curso de física matemática regido por Ruy Gomes, que procurava tratar, entre outras novidades, dos fundamentos da mecânica quântica.

De nota, e terceiro dado significativo (uma viva e mesmo familiar confluência de espíritos), é a amizade próxima de António de Barros Machado (bioespeleologista, irmão mais velho de Bernardino) com Luís Neves Real e destes com Ruy Gomes — Neves Real (1985: 33) recorda que foi com António Machado, em 1930 e por razões de luta estudantil, que conheceu Ruy Gomes. (Em 1951, Real escreveria a primeira exposição informal portuguesa sobre os célebres resultados de Gödel; e passados quatro anos, Real e Gomes elaborariam um ensaio histórico-filosófico que culmina no aspecto "conciliador" das contribuições gödelianas.)

Em suma, no miolo desse meio virtuoso, é muito provável que Bernardino tivesse assistido tanto às palestras de Caraça como ao curso de Neves Real (e aos de Gomes) e fosse fortemente influenciado por ambos.

Para se sentir a força da novidade ao indicar, de uma penada, Gödel e Frege

[4]Caraça cita o volume de comunicações do primeiro dos "entretiens" organizados, e posteriormente editados (1941), por Ferdinand Gonseth em Zurique: *Les entretiens de Zurich sur les fondements et la méthode des sciences mathématiques.* Caraça parece ter seguido de perto, para a exposição da hipótese do contínuo e na referência a Gödel, a comunicação e sequente discussão de Sierpinski, "L'axiome du choix et l'hypothèse du continu" (pp. 125–143). Ou seja, aparentemente, não terá usado, de modo directo, os escritos publicados por Gödel entre 1938 e 1940.

[5]Cf. Morgado 1988: 22. Já na década de 20, por ocasião de duas palestras em congressos espanhóis, Pedro José da Cunha falara do tema: 1923, "A teoria dos conjuntos e as suas aplicações à teoria geral das funções de variáveis reais" (discurso inaugural da 1.ª secção de ciências matemáticas, Asociación Española para el Progreso de las Ciencias [AEPC], Salamanca); 1927, "A noção de conjunto numa das memórias de Daniel da Silva" (AEPC, Cadiz). Cf. *Colecção de trabalhos de Pedro José da Cunha (1867–1945)*, 2014 — catálogo de publicações org. pela Biblioteca Matemática da U. de Coimbra.

(e o vol. II de Hilbert & Bernays juntamente com Quine), basta recordar que nos 3 volumes (1986–88) publicados da obra filosófica de Francisco Vieira de Almeida — a quem Gama Caeiro (1991: 11) honrou de "introdutor da lógica matemática no ensino filosófico em Portugal"[6] — não se encontra qualquer referência a Frege, Bernays, Ackermann, Gödel ou Quine, mas sim a Boole, Russell e Carnap (Brouwer e Tarski são mencionados raramente).

Manuel Lourenço (1991: 12) identifica o ponto crítico do ensino da lógica praticado por Vieira de Almeida (ie, falando acerca do ensino que recebeu em Lisboa antes de ir para Oxford):

> "[O] método lógico de Boole foi ultrapassado pelo de Frege, o qual, por sua vez, foi completado por um teorema demonstrado por Kurt Gödel em 1930. Foi por não o ter conhecido [o sistema de Frege] que não lhe foi possível [a V. de A.] ter a visão de conjunto que já se encontra nos anos 40 no livro de Hilbert e Ackermann *Grundzüge der theoretischen Logik* [2.ª ed. alemã, 1938]."[7]

Apesar do sucesso das conferências de Caraça ou das lições de Real, a escassez de jovens interessados (e uma disciplina nova precisa de interessados no-

[6] M. Lourenço (2010 [1993]) reconheceu que tomou verdadeira consciência dos seus interesses por lógica e filosofia da matemática nas aulas de Vieira de Almeida.

[7] Já a estudar lógica e filosofia da matemática em Oxford, numa nota sobre Delfim Santos publicada em *O Tempo e o Modo* (1966: [p.] 1095), Lourenço apontou a falta de estudo, sentida por ele em Lisboa, tanto do cálculo de predicados (lógica de primeira-ordem) como da discussão dos fundamentos da matemática: "As obras do Prof. Vieira de Almeida e de Edmundo Curvelo ocuparam-se principalmente da definição do cálculo proposicional clássico e de uma álgebra de classes em termos de uma álgebra de Boole". Sobre Delfim Santos, declara que "é a ele que se deve a apresentação, em português, de alguns" dos problemas de filosofia da matemática, sobretudo as ideias de Russell no *Situação valorativa do positivismo* de 1938 (ibid.). Delfim terá assistido, um ano antes em Paris, a diversas palestras do III congresso internacional para a unidade da ciência, entre as quais, às de Bernays e de Fraenkel. Mas, como o próprio relata, foi no "curso do Prof. Schlick" e no "círculo de discussões, propriamente chamado *Wiener Kreis*", a partir de leituras de Frege, Wittgenstein e Hilbert, que tomou contacto com as questões dos fundamentos da matemática — cf. Fitas 2013: 23–52. Delfim Santos foi um dos convidados a participar do círculo de Viena, tal como Ayer, Bergamnn, Geymonat, Gödel, Hempel, Menger e Quine (Stadler 2015: 595–6). E por um semestre, Delfim não pôde assistir aos seminários do *Dozent* Gödel, que no semestre de verão em Viena, leccionara (Dawson 2005: 314) um curso sobre tópicos de lógica matemática. Quando o bolseiro Delfim chega a Viena para se inscrever no semestre de outono de 1935, Gödel estava em Princeton — a 6 de Outubro desse ano, Delfim, a caminho de Viena, visita Henri Bergson em Paris e nesse exacto dia 6 Gödel chega a Nova Iorque. (Cf. Magda Carvalho 2015: 308; e para a chegada de Gödel, Dawson 2005: 97). Num ensaio de 1939 ("Da filosofia"), Delfim formula uma breve referência gödeliana: "Deve-se a Carnap a tentativa de elaboração de uma sintaxe lógica apropriada à ciência, a Goedel um sistema aritmético ómega-consistente não-saturado, de predicados diádicos [...]." Barkley Rosser [1936] mostrara que a consistência simples (uma propriedade mais fraca) é suficiente para os propósitos de Gödel.

vos) era decerto evidente ao espírito de Bernardino e dos seus mentores. Tentou o jovem portuense assim, nas citadas indicações, acordar os "matemáticos novos" do seu tempo:

> "É a Lógica Matemática um domínio de investigação em activa formação. Porque não se vê em Portugal como em alguns países do mundo lançar-se os matemáticos novos a trabalhar nêle, parece-me oportuno dar estas indicações esquemáticas aos leitores da *Gazeta* no intuito de despertar talvez nalgum dêles o interesse por tal assunto e guiá-lo nas primeiras leituras."

Passados 65 anos, também Manuel Lourenço tentou despertar os espíritos lusitanos (em especial, dos estudantes de filosofia) para a lógica matemática, publicando em 2006 o livro *Acordar para a lógica matemática*.[8]

António Luís Machado, filho de Barros Machado, reportou (através de comunicação pessoal) a história muitas vezes repetida em família de um convite que chegou de Göttingen (ou aceitação, pela mão de quem ou quando, permanece incerto) para que Bernardino fosse estudar na escola de Hilbert; porém (continuou), dada a sua actividade política (e decerto a do irmão e de professores próximos, como Neves Real e Ruy Gomes), a polícia salarazista interveio e impediu que fosse estudar (provavelmente como bolseiro) para a Alemanha. (O irmão António, Neves Real e Ziller Perez haviam sido demitidos da Universidade do Porto já em 1934. Aliás, Neves Real viu todas as suas seis candidaturas (a bolsas ou subsídios) rejeitadas, tendo proposto por três vezes especializar-se em teoria dos conjuntos em Princeton (entre 1944 e 1946, cf. Morgado 1988: 23), onde estavam Gödel, von Neumann, Church e outros lógicos.) Daí em diante, sem abdicar da sua paixão pelos desenvolvimentos matemáticos e pelas questões da filosofia da matemática, Barros Machado desviou a sua vida profissional para a engenharia civil, trabalhando em Portugal e em Angola (junto do seu irmão).

O estudo de Barros Machado aparece em 1944, ano em que, num ensaio sobre diversos aspectos da lógica de Russell (que vão da analiticidade axiomática

[8]Julgo que Lourenço desconhecia o apelo de Machado. Mas já antes, entre filósofos, havia quem se inquietasse com os estudos lógicos no país. Vitorino Magalhães Godinho, na sua dissertação de licenciatura em ciências histórico-filosóficas (*Razão e história. Introdução a um problema*, 1940), como aponta Franco de Oliveira: "revela uma clara insurgência contra a pouca matematização da lógica [...], malgrado a boa vontade de Vieira de Almeida (que, reconhecendo as falhas, estimulou outros à matematização)" (Oliveira 2010: 121–128; cf. nota 2, sugerida por Paulo Almeida). Godinho tornar-se-ia historiador, mas ainda nos anos 40, fruto do seu interesse pelas questões da lógica e do positivismo (influenciado, entre outros, por Monteiro, Caraça e António Sérgio), publica *Esboços sôbre alguns problemas da lógica*, trabalho que viria a obter uma recensão crítica de Quine (*JSL* 11 (4), 1946: 126).

dos *Principia* à teoria dos tipos), Gödel manifesta publicamente as suas robustas convicções realistas acerca da matemática. E dado à estampa na *Gazeta* 19 (número em que publicam Ruy Gomes e Hugo Ribeiro), obtém uma nota de citação no reputado *JSL* (11 (3), 1946: 101, na mesma página onde A. Church faz uma recensão dos artigos de Silva (I–III, 1941) sobre lógica matemática e ensino). Por fim, para o fecho das notas sobre o jovem engenheiro do Porto (falecido nos anos 2000) e para o explícito registo português à incompletude, eis Bernardino de Barros Machado:

> "Verifica-se que [...] na teoria dos conjuntos e também na teoria dos números, uma proposição pode ser verdadeira e contudo não se poder demonstrar a partir das proposições primitivas nem ela, nem a sua negação. Veja-se Kurt Goedel, Ueber formal unentscheidbare Saetze der «Principia Mathematica[»] und verwandter Systeme I, *Monatsh. fuer Math. u. Phys.*, vol. 38 (1931), pp. 173–198. [...] Chama-se então ao sistema de proposições em questão *incompleto*."

3 Luís Neves Real

Sete anos após a publicação das indicações lógico-matemáticas de Machado, surge um ensaio informal sobre as descobertas de Gödel, escrito pelo punho do matemático (e engenheiro do Porto) Luís Neves Real, então com 41 anos: "Kurt Gödel e os problemas dos fundamentos da matemática e a teoria dos conjuntos", publicado no número 48 da *Gazeta*, em Junho de 1951.

De acordo com a leitura de Neves Real, a entrega (1951) do prémio Albert Einstein a Gödel significava a "consagração mundial" da disciplina de "fundamentos da matemática", frequentemente desprezada ou mesmo arredada das discussões oficiais matemáticas. (Talvez a distinção, afinal, o primeiro reconhecimento institucional e popular de Gödel, tenha exercido estímulo suficiente para que Neves Real escrevesse o seu artigo.) A afirmação daquilo que hoje toma o nome de lógica matemática — teoria dos conjuntos; t. da demonstração (ou metamatemática); t. dos modelos; e t. da recursão — foi difícil e lenta. Neves Real deixou-nos a medida dos obstáculos sentidos nos anos 40 e 50:

> "[A] disciplina [tem sido] olhada por muito tempo com desconfiança pelas matemáticas oficiais: têm pouco mais de cincoenta anos as atitudes de certas revistas científicas [... com as suas] cuidadosas prevenções sobre a natureza de temas que não eram tidos ainda com direito de admissão na Matemática. Ainda hoje em centros de estudos da Europa, são estes trabalhos sobre os Fundamentos de certo modo desdenhados."

Desdém e desconfiança seriam, dentro da comunidade matemática, os efeitos patentes de uma resistência em dobro: institucional e prática. A primeira, por meio do que é 'sério' ou matematicamente publicável (e de quem é contratável). As citadas revistas oficiais não são nomeadas, mas são indicadas duas das temáticas depreciadas: "o axioma de Zermelo" e "a problemática da teoria dos conjuntos". A segunda, talvez raiz daquela e motivada por razões ou vazios filosóficos, uma resistência prática em não reconhecer a importância teórica e metodológica da disciplina e dos seus resultados (arbitrando assim o que é ou não ensinável). Em relação a Gödel, Ernst Zermelo é o paradigma do desinteresse e mesmo oposição, vindo da lógica e propagado ao universo matemático, em atribuir genuíno sentido matemático à incompletude.[9]

No caso dos cursos oficiais portugueses, de "trabalhos sobre fundamentos", Neves Real diz nada conhecer. Havia uma pequena porção de estudiosos, recente e bastante à margem da academia instituída, a iniciar trabalhos em lógica moderna; porção e trabalhos porém escassos, como noticiaram Machado e outros — as inauditas actividades científicas dos anos 30 e 40 tentaram combater carências como esta. Acrescente-se que a oportunidade aberta pela geração de 40 pedia uma renovação matemática e científica do país; o regime ditatorial reagiu rigorosamente ao avesso, arrastando um longo atrofio científico.

A respeito de resistências e lógica, é justo destacar José Sebastião e Silva que escreveu duas teses de doutoramento em Roma, isto porque a primeira (completada em 1944, *Para uma teoria geral dos homomorfismos*) não seria considerada "matemática", terá ajuizado então Federigo Enriques.[10] A tese de "lógica pura" — que segue uma orientação "abstracta, formal ou axiomática" e que contém várias páginas de teor filosófico — só foi publicada na íntegra treze anos após a morte do autor: *Obras de José Sebastião e Silva* I, INIC, 1985.[11] Aí,

[9]Cf. I. Grattan-Guinness 1979: 294–304; Dawson 1985: 66–70. Entre filósofos, dois exemplos: a crítica de Wittgenstein (J. Floyd e H. Putnam 2000: 624–632) e a ambiguidade de Russell.

[10]A consideração provém do testemunho de um antigo aluno, António Andrade Guimarães (1972: 15): "Menos conhecido é o facto capital seguinte; a tese de doutoramento que Sebastião e Silva apresentou à Faculdade de Ciências de Lisboa em 1948 ["As funções analíticas e a análise funcional"] não era a primeira que escrevera para esse acto académico: era a segunda. A primeira escrevera-a na Itália, em redacção definitiva, pronta para a impressão tipográfica, em 80 páginas dactilografadas, e versava Lógica Matemática. [...] Dissuadiu-o de apresentar essa tese de doutoramento o velho e experiente Enriques [teria 73 anos em 1944], com o cáustico argumento de que talvez não lha aceitassem, por então a Lógica Matemática não ser ainda, para muitos, considerada... Matemática."

[11]Silva aponta como objectivo (1985 [1944]: 138), "partindo de um conceito geral de sistema matemático e introduzindo um conceito igualmente geral de homomorfismo, estabelecer uma série de resultados, que sejam válidos em qualquer campo, sem nenhuma distinção — nem mesmo aquela entre [os "dois domínios principais" (p. 137)] 'algébrico' e 'topológico'. É procedendo assim — *sem fazer a mínima hipótese restritiva sobre a natureza do sistema de que se trata,*

apreendendo a definibilidade como problema central (p. 140), Silva foi conduzido ao estudo da recursão e, claro, à menção do "notável teorema" de Gödel (p. 278 [orig. itál.]), "segundo o qual é *impossível atingir a demonstração da não-contradição de um formalismo lógico-matemático, utilizando unicamente os meios oferecidos por este formalismo*". Em nota (ibid.), acrescenta: "Na sua originalíssima demonstração, Goedel estabelece uma correspondência biunívoca entre as expressões do formalismo considerado e os números naturais mediante a decomposição destes em factores primos. Nestas condições, a *sintaxe* do formalismo, isto é, as constantes lógicas, os conceitos de definição, de demonstração, etc. aparecem sob a forma de funções e relações recorrentes."

O essencial dessa primeira tese foi todavia publicado no ano seguinte ("Sugli automorfismi di un sistema matematico qualunque", 1945). Mas as menções a Gödel — presentes na introdução, texto e bibliografia originais — foram todas eliminadas, talvez porque Silva as considerou dispensáveis numa síntese ou porque estariam cobertas por outras referências. (Em letra publicada sobre Gödel em Portugal, à menção de Delfim Santos (1939) e às indicações bibliográficas de Barros Machado (1944) suceder-se-ia o ensaio expositivo de Neves Real (1951).)

Afiando as resistências assinaladas, em suma, as condições de investigação disponíveis para um estudioso interessado em lógica (e filosofia da matemática), talvez até à década de 1970, em Portugal, caíam debaixo de um único conceito: autodidactismo. Neves Real, em 1951 (p. 1), escrevia o seguinte:

> "em Portugal, segundo creio, os nossos cursos oficiais de Matemáticas Superiores desconhecem-nos [os estudos sobre os fundamentos]; e só com um esforço autodidacta imperfeito e dificílimo alguns portugueses têm procurado aproximar-se de tão inacessíveis como fascinantes têmas de estudo."

Barros Machado e Neves Real não puderam prosseguir estudos de lógica fora do país; tiveram de desistir da profissão de lógicos. Vinte anos depois, Manuel Lourenço e Augusto Franco de Oliveira (e antes destes, outros) aproveitaram outra sorte:[12] Lourenço foi para Oxford no verão de 1965 e Oliveira, no fim

colocando-me no terreno da lógica pura [orig. itál.] — que chego no último capítulo à generalização de quase todas as proposições fundamentais da teoria de Galois." Silva assume que o seu ponto de vista — uma orientação "abstracta, formal ou axiomática" (p. 136) — é combatido "por parte de certas mentalidades", temerosas pela "total mecanização" da matemática e consequente "morte da intuição" (ibid.). Assume ainda que contribui em parte para "a discordância geral" em termos de vocabulário formal adoptado; e dedica várias páginas a temáticas filosóficas (secções 23, 28, 46, 47, e notas finais).

[12]Em 1931, Monteiro foi estudar para Paris com Fréchet; Delfim Santos, 1935, Viena com Sch-

dessa década, para Leeds. Mas antes de viajarem — na presciente expressão do matemático e poeta oitocentista José Anastácio da Cunha, "por sua curiosidade e sem mestre"[13] —, é ainda o autodidactismo que os liga.

Numa entrevista de 2007, Manuel Lourenço disse que só em Oxford, na segunda metade dos anos 60, é que teve a "oportunidade de, durante três anos, deixar de lado o autodidactismo tutelado e beneficiar das vantagens conjuntas do ensino tutorial e do sistema de aulas". Do ensino em Letras (mesmo tendo contactos com Ciências), noutra entrevista (2010), diz: "não dava a ideia do que era a restrição de horizontes e de problemas de investigação matemática e filosófica em Portugal"; na bagagem para Oxford levava a primeira edição de Hilbert & Ackermann, Bourbaki e Godement.[14]

---

lick (e depois G. E. Moore, Cambridge); J. Ribeiro de Albuquerque, 1938, Nancy com Jean Delsarte (depois Paris e mais tarde Roma, cf. Rui Albuquerque 2011: 40–46); Hugo Ribeiro, 1942, Zurique com Bernays; Sebastião e Silva, 1943, Roma com Enriques e Fantappiè. Sobre a matemática "pura" e a reentrada de Monteiro em Portugal, em 1936, Ribeiro (1980: v) escreveu: "Com uma ou outra excepção a Matemática (pura) não era cultivada em Portugal e, assim, as escolas superiores limitavam-se a preparar professores das escolas secundárias, ou técnicos e cientistas que porventura a utilizariam. Foi nesta atmosfera, enormemente agravada pela opressão da ditadura e as guerras civil em Espanha e na Europa, que Monteiro, não participante do ensino oficial, fez entrar uma lufada de ar fresco impulsionando decididamente a Matemática neste país." Num artigo sobre Caraça, Silva (1968: 19–20) recorda que muitos matemáticos europeus, ainda durante os anos 50, "eram hostis aos métodos estruturais da matemática moderna" e que deve a Monteiro o ter-lhe "ensinado os méritos reais" de Bourbaki, quando este ainda estava na sua "primeira infância" — mas que teria sido com a visão intuitiva de Bento Caraça que aprendeu a corrigir "os inconvenientes do estruturalismo de Bourbaki". Para prosseguir a sua carreira, num violento duplo exílio, Monteiro precisou de sair do país: Brasil e depois Argentina. Acerca do que ficou, dizendo da sua geração, a da *Portugaliæ*, a memória do também exilado Ribeiro é melancólica (1980: vii): "Mais tarde, decerto com melhores oportunidades, um de nós, José Sebastião e Silva, pôde manter aqui uma brisa desse ar fresco que 40 anos depois, ainda podemos respirar."

[13]Segundo João Filipe Queiró (1994: 1), "Cunha [1744–1787] foi educado pelos padres da Congregação do Oratório na Casa das Necessidades [...]" e aí "estudou Gramática, Retórica e Lógica", mas "Física e Matemática por sua curiosidade e sem mestre". Em 1962, também por sua curiosidade e para estudar matemática, o jovem poeta (e mais tarde professor de filosofia em Letras) António Franco Alexandre viajou primeiro para Toulouse — onde, sob orientação de Albert Crumeyrolle, defende a tese [1969, *3ème cycle*] *Les représentations du groupe spécial orthogonal* $SO(n, \mathbf{R})$ — e depois para Harvard (1969–1971).

[14]Na entrevista de 2007, acrescenta: "[j]ulgo que é em si próprio revelador o facto de no Verão de 1965, quando fui admitido em Oxford, a bagagem que levava da Universidade de Lisboa consistir apenas nos (...) *Grundzüge* de Hilbert e Ackermann [ed. 1928], os *Elements* I e II de Bourbaki e o *Cours d'algèbre* de Godement." Lourenço frequentou Direito em Lisboa de 1955 a 1958, ano em que entra em Letras para fazer (a maior parte como aluno externo) o novo curso de filosofia que substituiu a licenciatura em ciências histórico-filosóficas. Da bibliografia da sua tese de 1964 (*Ludwig Wittgenstein: A análise da linguagem na investigação dos fundamentos: Uma exposição evolutiva de alguns conceitos básicos* [demonstração, cálculo, série, número]),

A persistente paixão gödeliana de Lourenço teve início em Oxford nos anos 60 e foi motivada pelo estudo do programa de Hilbert — influências directas de Georg Kreisel e Michael Dummett, que apresentara no I congresso internacional de lógica, metodologia e filosofia da ciência, em 1960, uma análise da filosofia gödeliana: "The epistemological significance of Gödel's theorem"; foram publicados resumos de Hugo Ribeiro e António Monteiro mas, devido a dificuldades com os vistos deste, só Ribeiro esteve em Stanford.[15]

Franco de Oliveira concluiu a licenciatura em ciências matemáticas em Lisboa (1967). Desse tempo, lembra (2010): "[n]enhum professor (das Faculdade de Ciências de Lisboa, Porto ou Coimbra) se assumia como lógico". E tal como Neves Real ou Lourenço, confessa-se, ele próprio, nos desamparados assuntos da moderna lógica, um diligente autodidacta: "No final da década de 60, tinha completado a minha formação matemática e aprofundava a formação em lógica matemática, iniciada durante a licenciatura em (difíceis) leituras autodidactas, para as quais não tinha ainda preparação suficiente." Apenas o feito alcançado por Paul Cohen — que em 1963 demonstrou a independência da hipótese do contínuo — abalou um pouco a "estática Faculdade de Ciências de Lisboa" (ibid.)[16]

assinalam-se ainda (entre outras referências): Hilbert (a trad. portuguesa dos fundamentos da geometria [1952]), Russell (*Principia M.*; *Introduction à la philo. mathé.* [1952]), Frege ("On concept and object"; *Begriffsschrift*; *Die Grundlagen...*), além de Dedekind, Ramsey, Hahn, Church, Heyting, Mostowski, e vários especialistas wittgensteinianos (de Anscombe a von Wright).

[15]Encontro realizado entre 24 de Agosto e 2 de Setembro — secção de lógica matemática: Monteiro, "Linearisation des algèbres de Heyting"; Ribeiro e Robert Schwabauer, "Remarks on equational completeness and on equational classes of algebras" (cf. Nagel et al. 1962). Passada uma década, o também poeta e tradutor Lourenço (para quem a tradução era um exercício filosófico) fixa em língua portuguesa o vocabulário gödeliano típico. Trata-se do clássico dos Kneale, *O desenvolvimento da lógica* (1972, cf. cap. "Metateoria da aritmética formal").

[16]Oliveira (2010) interessou-se por lógica e filosofia ainda no ensino liceal (Passos Manuel), onde teve como professor de filosofia o historiador Joel Serrão (aluno, por sua vez, de Magalhães Godinho) — de lógica recorda os livros de V. de Almeida e Curvelo. Em Ciências, Oliveira foi assistente de João Santos Guerreiro e, em 1970–71, de S. e Silva. Mais tarde, António J. Antunes Monteiro, aluno (em opção de 5.º ano) de Guerreiro na recente cadeira de lógica, prepara em 1973, por sua iniciativa, um trabalho final de 22 páginas "Sobre o teorema de Gödel" (*Ciência* 1 (2–3), 1981: 21–43). O artigo tem duas partes: a primeira contém a exposição detalhada de 1931 com destaque para o método de demonstração utilizado por Gödel (especificam-se as generalizações de Kleene, Rosser, Tarski, e a crítica de Barzin); a segunda parte analisa a importância de 1931 para o panorama da lógica, sublinhando-se a escola de Hilbert e a noção de sistema formal. Monteiro relata (via email) que "o assunto [Gödel 1931] estava totalmente fora do programa da disciplina leccionada", de iniciação (obrigatória para estudantes do 3.º ano), "tratando de temas muito elementares do Cálculo Proposicional, etc." Conversas "a partir de 1969" com o amigo e então também aluno de matemática, João Sousa Monteiro, despertaram nele o interesse por tópicos de lógica matemática, para a discussão dos quais organizaram "por volta de 1970 (...) ao longo de um ano lectivo", com a participação de Franco de Oliveira, "uma pequena tertú-

Tomado o passo de estudar fora do país, a estaticidade e o autodidactismo demoravam a vencer. Num memorando enviado ao Instituto para a Alta Cultura, Hugo Ribeiro confessava em Agosto de 1945 (cf. doc. 1309, espólio N69 BNP) "a difícil e demorada adaptação aos estudos em Zurique". Além do desconhecimento da língua e de um novo ensino de orientação "universal" (e "verdadeiramente actual"), a tradição matemática que foi encontrar, a alemã, contrastava com a escola francesa — diz Ribeiro — dominante em Portugal; aquela, "mais rica" e da qual "a escola matemática americana é originária", distinguir-se-ia da escola francesa (distinta em análise) pelo desenvolvimento dos estudos de "álgebra, geometria e dos fundamentos". Mais tarde, então professor no Nebraska, apesar de reconhecer que o centro gravítico matemático se deslocara "para fora da Alemanha" e que se iniciou entretanto uma "profusão de traduções [inglesas]" — eg, Frege e Hilbert & Ackermann, nos anos 50; em Princeton desde 1940, Gödel escreve directamente em inglês (eg, 1944 e 1947) —, Ribeiro (1951: 28) reafirma a importância da leitura de obras de matemática em língua alemã, "um requerimento necessário a uma bem equilibrada cultura matemática".[17]

Regressando ao "esforço autodidacta imperfeito e dificílimo" de Neves Real: o estudo gödeliano de oito páginas (citado em *Zentralblatt für Mathematik und ihre Grenzgebiete* 42, 1952: 243), onde já se indicam os resultados mais recentes de Gödel em teoria dos conjuntos, teve de atravessar o Atlântico, demorando 24 anos, para obter uma nota de recensão crítica. Em 1975, o lógico brasileiro Newton C. A. da Costa publica no *JSL* (40, p. 241) um parágrafo acerca da estrutura temática do texto.[18]

lia". António Monteiro recorda ainda um estimulante seminário de Florencio González Asenjo. Segundo o relatório *American Fulbright scholars in Europe 1969–1970*, Asenjo leccionou sobre "mathematical logic with emphasis on model theory, non-standard analysis, and new metamathematical methods". Este também compositor argentino e à data (1970) professor de matemática em Pittsburgh, doutorado em La Plata (1954) com Alberto Sagastume Berra, regressaria a Lisboa em 1984 para expor temas de lógica e probabilidade. Do interesse de Monteiro por lógica matemática resultariam, enquanto professor, cursos no ISLA e na Universidade Lusíada.

[17] Cf. recensão de Ribeiro (*Gazeta* 49, 1951) ao *Höhere Algebra I–II* de Helmut Hasse — um trabalho que em Portugal, diz, talvez "meia dúzia de leitores" conheçam, e que só viu citado por António Almeida Costa. Perto do fim da sua carreira, é da longínqua Pensilvânia que tenta despertar o interesse dos estudantes portugueses pelas questões e métodos fundamentais "que se situam na fronteira da Matemática e da Lógica", escrevendo na *Gazeta* (113, 1969) — em memória do falecimento de Zaluar Nunes — "Linguagens elementares e estruturas matemáticas". As secções 3 e 4 tratam do "[t]eorema de compacticidade (finitude)" e de "[a]lgumas aplicações de teoremas do tipo de Löwenheim-Skolem".

[18] "This is an expository paper in which the author informally explains some of the contributions of Gödel to logic and to the foundations of set theory. Gödel's two incompleteness theorems and his proofs of the relative consistency of the axiom of choice and of the generalized conti-

Neves Real[19] começa por apresentar formalmente um sistema lógico ξ que inclui a aritmética de Peano, para depois passar ao enunciado que expressa "o resultado surpreendente obtido por Gödel", a saber: "é impossível dentro do formalismo ξ demonstrar a compatibilidade de ξ" (p. 2) — visa aí o segundo teorema da incompletude (em nota, o leitor é remetido para Weyl 1949 e para Rosser [1939]). Segue-se então (pp. 2–3) a exposição da "numeração de Gödel", técnica exposta através de casos sintácticos simples, os quais mostram que a ideia criativa de Gödel foi transformar qualquer demonstração (e proposição) lógica num número natural. O passo pedagógico queda-se (p. 3) "noutro aspecto chocante desses trabalhos de Gödel [mirando agora o primeiro teorema]: a distinção que obriga a fazer entre enunciados verdadeiros e enunciados demonstráveis". Nas páginas seguintes, Neves Real descreve os elementos básicos da teoria dos conjuntos de Cantor (pp. 4–5, com o paradoxo de Buralli-Forti) e enuncia os sete axiomas de Zermelo de 1908 para a teoria dos conjuntos, referindo as "novas axiomatizações, menos contestáveis" de Frankael [1928], von Neumann [1928] e Bernays [1937, 1941, 1943]. Por fim, indica a problemática do contínuo e do AC (pp. 6–8). É aí que firma (citando Gonseth 1941) os resultados conjuntistas de Gödel acerca da consistência relativa da hipótese generalizada do contínuo [HGC] com os axiomas enunciados, incluindo o problemático AC. Seria pois o "fecho dum vivíssimo debate" (p. 4) em torno do acossado axioma no âmbito dos fundamentos da matemática, podendo concluir-se — e é com as palavras de Gödel que Real encerra o artigo — que "o axioma da escolha estaria tão bem fundamentado como todos os outros". [20]

nuum hypothesis with the other axioms of set theory are discussed and their importance duly stressed. Reviewer's remark: The author's use of the same letters for sentential as well as for individual variables is a little misleading."

[19]As primeiras traduções de Gödel para língua portuguesa (em Portugal) pertencem a Neves Real (itálico, abaixo). Duas são do ensaio de 1947 e uma outra é da carta que Gödel enviou a Gonseth em 25 Setembro de 1938 (depositada no espólio deste em Lausanne), e que foi lida nos "Entretiens" de Zurique. Real 1951: 7, da carta de Gödel (Gonseth 1941): "*Num curso professado em Viena durante o verão de 1937 fiz a demonstração da não contradição do axioma da escolha. A seguir e pelo mesmo método, consegui provar igualmente a não contradição da hipótese generalizada do contínuo.*" Real 1951: 7–8, do ensaio de 1947 (cf. *CW* 2, 1990: 180): "Assim a ciência matemática possui hoje em dia *uma fundação satisfatória da Teoria dos Conjuntos de Cantor, em toda a integridade da sua creação original*"; e do mesmo ensaio (cf. ibid. nota 2): "*pode agora afirmar-se que, no estado presente do nosso conhecimento, o axioma da escolha está tão bem fundamentado como todos os outros.*" A passagem da carta a Gonseth é repetida *ipsis verbis* por Gomes e Real (1955: 252) e aí se inclui um novo excerto de 1947, relativo ao chamado universo cumulativo dos conjuntos (1955: 253).

[20]A técnica gödeliana fundamental é a de modelo interno: ZF permite a definição de um modelo (interno de conjuntos construtíveis) de ZFC com HGC. Mais tarde, entre 1963 e 1964, alcançou-se a *independência* da HC. Paul Cohen, usando uma técnica diferente da de Gödel, mostra que a negação da HC é consistente com ZFC. A *independência* significa que o contínuo não é

Luís Neves Real nasceu em 1910, sete anos antes de Bernardino, de quem foi professor e amigo. Aos 22 anos licenciou-se em ciências matemáticas (com 18 valores) na Faculdade de Ciências do Porto. É convidado por Sarmento de Beires e Cipião de Carvalho para ocupar um cargo de assistente. Aceita. Cinco anos volvidos, ainda no Porto, conclui engenharia electrotécnica. De 1931 a 1934 lecciona as aulas práticas de mecânica racional e álgebra superior. O contrato oficial com a Universidade do Porto (para segundo-assistente) data de 1933. No ano imediatamente a seguir, em consequência do apoio político manifestado (através de abaixo-assinado) a Abel Salazar, é demitido da academia, tendo regressado ao ensino no Porto apenas em 1942; passados três anos rescinde o contrato para trabalhar no CEMP. Das bolsas e subsídios que solicitou para estudar fora do país, sempre um e o mesmo resultado de volta: recusado. Após a infame ofensiva política de 1947 (Zaluar Nunes, Pereira Gomes e José Morgado, entre outros, foram então depurados politicamente), as suprimidas actividades matemáticas do CEMP foram transferidas para a "Universidade da Rua do Almada", casa de Neves Real (em Lisboa papel dual teve a casa de Hugo Ribeiro: "Universidade do Murtal"). Do vasto conjunto temático dos seus cursos universitários sobressaem as lições em análise, teoria da medida, física matemática e teoria dos conjuntos (leccionadas em 1942–43 e publicadas no ano lectivo seguinte, "Axiomática da teoria dos conjuntos"). Em paralelo (1938–1948), foi engenheiro dos Correios. Colaborou também, entre outras instituições, com a JIM e a SPM.

Do profundo envolvimento de Neves Real nos projectos científicos portuenses, brilha uma relação de respeito, afinidade e admiração incomum — "um verdadeiro acontecimento moral", refere Neves Real (1985: 34) ao evocar a dimensão de Ruy Luís Gomes (de quem Machado teria sido igualmente discípulo) e a quem dedicou vários trabalhos.

demonstrável nem refutável em ZFC. As formulações relevantes de Real ao longo do texto são as seguintes: AC (p. 6): "para todo o conjunto M, cujos elementos são conjuntos P não vazios e sem elementos comuns dois a dois, existe pelo menos um conjunto N, que contém um elemento e um só de cada conjunto P de M."; problema e HC (ibid.): "O *problema do contínuo* consiste em encontrar na escala crescente dos alephs, isto é $\aleph_1, \aleph_2, \ldots$ o lugar ocupado pelo número cardinal $2^{\aleph_0}$, potência do contínuo, isto é número cardinal do conjunto dos números reais. Cantor supunha que ele deveria ser o primeiro aleph não numerável, isto é $\aleph_1$. Daí o designar-se a igualdade $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ por hipótese do contínuo."; HGC (a obtida por Gödel): "[a] hipótese do contínuo [...] é um caso particular da chamada hipótese generalizada de Cantor, segundo a qual todo o número cardinal infinito m é *imediatamente* seguido pelo número cardinal 2^m. [... C]om o auxílio do axioma da escolha [...]: para todo ordinal θ, $\aleph_{\theta+1} = 2^{\aleph_\theta}$."

4 Neves Real e Ruy Luís Gomes

É em co-autoria com Ruy Gomes que, em Março de 1955, Neves Real participa do I congresso português de filosofia em Braga. Apesar da perseguição pidesca a Gomes, que resultou à época em mais de dez detenções (em Junho desse ano, acusado de traição à pátria, é condenado a 18 meses de prisão),[21] ambos compareceram em Braga — Gomes terá proferido a comunicação (Bebiano 2005: 125). Uma das primeiras contribuições portuguesas sobre a moderna lógica e filosofia da matemática — culminando em Gödel — foi assim (em parte) pensada e escrita na prisão.

A conferência intitulou-se "O intuicionismo de Poincaré a Sampaio Bruno"[22] e foi dedicada a Bento Caraça e Edmundo Curvelo (falecido nesse ano

[21]Entre 1945 e 1957, Gomes "é preso mais de dez vezes pela polícia política, agredido, julgado e condenado em Tribunal Plenário" (F. Rosas e Cristina Sizifredo 2011: 53. Cf. ainda Natália Bebiano (coord.), *Ruy Luis Gomes: uma fotobiografia*, Gradiva, 2005; e os blogues de Jorge Rezende sobre Ruy Gomes e Aniceto Monteiro.) Durante o ano de 1954, preso na Colónia Penal em Santa Cruz do Bispo (Matosinhos), Gomes leu *O Brasil mental* de Sampaio Bruno (Bebiano 2006: 13), trabalho que terá sido especialmente discutido com Neves Real.

[22]Em actas o texto obteve uma descrição alongada: "De Poincaré ao intuicionismo actual na crítica dos fundamentos da matemática; Reflexos no pensamento filosófico e matemático português" (cf. *Revista Portuguesa de Filosofia* [*RPF*] 11 (3/4), 1955: 233–255), incluída na secção "Filosofia, suas determinações e problemas", da qual também participaram Delfim Santos e Victorino de Souza Alves — doutor em filosofia e teologia em Roma (1950, depois pela Católica de Braga, "Dialética do espaço e do tempo", 1957), e sócio da Association of Symbolic Logic. Talvez tenham ambos assistido à conferência de Gomes e Real. Certo é que Souza Alves, na sua palestra ("Limites conceituais da filosofia e da matemática", *RPF*: 216–232), após a descrição de "Gödel (1931)" via Evert Beth [em nota: *Les fondements logiques des mathématiques* 1955: 71–75], comenta (p. 230): "[m]as a demonstração do teorema de Gödel não nos parece apodíctica, porque sendo uma tese de metamatemática deve também ser aritmetizada e formalizada, e assim sucessivamente... Logo, também não exclui a sua não-contradição ou seja nada prova!". Isto ilustra a dificuldade em captar o significado matemático dos teoremas. É importante situar o comentário: antes, Alves menciona o problema hilbertiano da consistência da matemática e a seguir (ao comentário transcrito) escreve (ibid.): "Gentzen (1936) veio afirmar, ao contrário de Gödel, que a Aritmética não pode levar a contradição". No âmbito de 1931, portanto, parece assumir-se que a aritmética de Peano [AP] pode levar a contradições (ou é inconsistente); e que Gödel obteve uma espécie de inconsistência aritmética ao infinito, vazia de conteúdo matemático, se comparada com a demonstração de Gentzen. Ora, a *consistência* é uma das condições necessárias dos sistemas formais de 1931; a suposta regressão é travada, pois 1931 "*exclui* a sua não-contradição". (Para uma ramificação infinita de variantes consistentes de AP — "teorias desinteressantes", diz o autor sueco — cf. Torkel Fránzen, *Gödel's theorem*, 2005: 51–54; 133–134.) Por outro lado, ainda de modo simples, o segundo teorema diz que a AP não pode demonstrar a *sua própria* consistência, mas não diz que essa consistência, usando recursos formais diferentes de AP, seja impossível — em 1936 Gentzen mostrou que era possível. Regressando a Braga: não custa imaginar uma discussão sobre Gödel e outras questões de lógica entre Nevel Real, Ruy Gomes, Souza Alves e Delfim Santos. Para outras menções de Alves a Gödel, cf. *RPF*: 10, 1954; 19,

com 40 anos; Caraça falecera 7 anos antes, com 47), que sempre procuraram atrair "a nossa cultura [...] às questões cruciais do debate dos fundamentos" (p. 255). Logo nas primeiras linhas avançam trazer "uma primeira contribuição para o estudo dos reflexos da crise lógico-matemática do final do século passado nas obras dos nossos pensadores, enquadrando-a num relancear de olhos sobre a evolução dessa crise" (p. 233). De Dedekind-Frege-Cantor a Gödel, a palestra é uma viagem histórico-filosófica, matematicamente sustentada e com evocações a Sampaio Bruno, que culmina na interpretação "conciliadora" de três blocos de resultados gödelianos.

No panorama português, "habilitado a argumentar tanto com Galileu e Cauchy como com Cantor e Dedekind", é Sampaio Bruno o exemplo que tomam em mãos. Para Real e Gomes, a actualidade do filósofo (nascido José Pereira de Sampaio) decorre do seu contacto com a aritmetização da análise (através de Jules Tannery, *Introduction à la théorie des fonctions d'une variable* [1886]) e com a teoria dos conjuntos de Cantor (através de Louis Couturat, *De l'infini mathématique* [1896]). Sampaio Bruno é o exemplo escolhido do contemporâneo português que tratou de "problemas do maior interesse para a Matemática e para a Filosofia" (p. 255). A crítica implícita da escolha é a seguinte: Bruno considerava em 1900 o que os cursos de matemática do país persistiam em não querer conhecer passados 50 anos — nem fundamentos nem lógica e menos ainda filosofia da matemática. Ou seja, lida num congresso de filosofia por dois matemáticos expurgados da academia, a comunicação é uma defesa pública da lógica matemática e, em especial, da importância do estudo dos fundamentos no âmbito da recente teoria axiomática dos conjuntos, os objectos — desprezados pelo ensino oficial — da matemática de Gödel.

O ensaio (1955) está dividido em três partes sequenciais: I. "A redução da Matemática à Lógica e a crítica pré-intuicionista" (da década de 1880 a inícios do séc. XX); II. "As antinomias e as suas consequências: as teses logística, intuicionista e metamatemática" (de inícios do séc. XX à década de 30); III. "Superação das antíteses: os resultados de Gödel" (de 1930 a 1940). De notar, por exemplo, a definição fregeana de "número dum conjunto" (p. 240; vs. Russell, p. 244) e a caracterização brouweriana do "primeiro acto do intuicionismo" (pp. 247–248).

Há ainda (pp. 234–238) uma abertura ou prelúdio dedicado a "Sampaio Bruno e o pensamento matemático do seu tempo". Contra o imobilismo solipsista instituído na academia portuguesa, Real e Gomes aproveitam as críticas de *O Brasil mental: Esboço crítico* (1898) e de *A ideia de Deus* (1902) como guias

1963; 21, 1965; 28, 1972; e doutros autores (onde Gödel é apenas nomeado), cf. [*RPF*:] Cassiano Abranches (4, 1947) e Filipe Rocha (30, 1974).

ou motes filosóficos — Bruno abre e fecha o ensaio — para atravessar a crise matemática desses sessenta anos. O também portuense Bruno é considerado em dois modos históricos gerais: ou antecipa horizontes (eg, quando critica "com aguda intuição" uma matemática futura "toda formal e subjectiva") ou reflecte as hesitações dos matemáticos da época (eg, quando critica a existência do "número actualmente infinito").

Na parte III, Gomes e Real (1955: 251–252) procedem à exposição sumária de três blocos de resultados "sensacionais" — 1. teoremas da incompletude; 2. consistência relativa da HGC com ZFC; 3. interpretação da aritmética clássica na intuicionista. A apresentação, apesar de menos desenvolvida, é elaborada em termos semelhantes aos utilizados por Neves Real em 1951 (talvez esta parte tenha sido escrita por Real). A saber:

1. – (p. 251) "Graças à enumeração conveniente do simbolismo da matemática formalizada para as investigações metamatemáticas, Gödel, exprimindo cada proposição metamatemática por uma fórmula aritmèticamente, obtém uma fórmula que, se a matemática não for contraditória, corresponde a uma proposição que é verdadeira mas não demonstrável." Trata-se do primeiro teorema. Em consequência, "[a] verdade matemática e a demonstrabilidade revelam-se noções não equivalentes". Para o dito segundo teorema: "E se a proposição «A matemática não é contraditória» for formalizada na teoria e nele ["simbolismo" referido acima] dedutível, então também o é aquela fórmula, contra a conclusão anterior". As descrições são acompanhadas em notas de rodapé pela mais fina bibliografia da época: Kleene 1952; Mostowski 1952; Barkley [1939]; Weyl 1949; Hilbert & Ackermann 1950).[23]

2. – (p. 252) Os resultados em teoria dos conjuntos são descritos, como fez Real em 1951, através de uma citação de Gödel lida por Gonseth nos "Entretiens" de 1938 — Gödel anuncia que demonstrou "a não contradição do axioma da escolha" e "pelo mesmo método [...] a não contradição da hipótese generalizada de Cantor para o contínuo". *The consistency of the continuum hypothesis* (Harvard U. P., 1940) consta em nota de rodapé (inserida após Gonseth 1941).

[23]Noutro contexto (em suporte do golpe que as modernas formalizações axiomáticas (*a priori*) representaram para a tese kantiana de que os juízos matemáticos são sintéticos), Gomes e Real citam a colectânea *Lógica e teoria do conhecimento*, editada por Joel Serrão e Rui Grácio (ambos cursaram ciências histórico-filosóficas em Lisboa), a qual contém, na reedição de 1962 (p. 107), um extracto textual de uma palestra [1959] de José da Silva Paulo ("O método axiomático"): "o teorema de Gödel [...] afirma que numa teoria formalizada é sempre possível encontrar teoremas/fórmulas acerca dos quais não se pode provar, dentro do sistema, que sejam verdadeiros ou falsos". Silva Paulo, que com Aniceto Monteiro escreveu *Aritmética racional* [1945], foi um dos fundadores da *Portugaliæ* e da *Gazeta*, e em 1951, com Maria Pilar Ribeiro (uma das fundadoras e eleita 1.ª-secretária da SPM), traduz os *Grundlagen der Geometrie* de Hilbert [1899] — trabalho reeditado em 2003, sob org. de Oliveira.

3. – (p. 251) Numa primeira referência portuguesa às contribuições sobre lógica e aritmética intuicionistas, Gomes e Real escrevem: "o mesmo Gödel [que obteve a incompletude, resultado que "os intuicionistas não puderam (...) saborear por muito tempo"] provando que a matemática intuicionista é parte própria da matemática clássica, obteve ainda o surpreendente resultado: [citando S. Kleene (1952)] «se a lógica intuicionista for não contraditória também o é a lógica clássica»."[24]

A exposição de Gomes e Real acerca da obra de Gödel contém pontos históricos e filosóficos interessantes. Do ponto de vista histórico, apresenta Gödel enquanto fundador da lógica moderna. Os resultados obtidos entre a década de 30 e 40 constituiriam um período de "consagração", ou seja, uma espécie de "carta de idoneidade científica" relativa à lógica matemática e ao estudo "do problema dos Fundamentos", "integrando-o assim nos domínios da investigação científica" (p. 236). Gomes e Real mostram, em 1955, ter plena consciência das transformações originadas pelo trabalho de Gödel. Numa segunda consideração histórica, Gödel é apresentado como prossecutor da linha metamatemática concebida por Hilbert. Esta, segundo os autores (p. 249), é uma "nova teoria dedutiva" com base em "métodos estritamente finitistas" ("que po[dem] ser aceites pelos próprios intuicionistas"), a qual procura "encontrar uma prova de que tal formalismo [que "coloca a Lógica (...) lado a lado com a Aritmética"] não pode conduzir a uma contradição." Boa parte das descobertas gödelianas são respostas a problemas formulados pela escola de Hilbert. Acerca do impacto de Gödel nas "excelentes intenções de Hilbert", os autores afirmam-se "[s]ob reserva" (p. 251). (Anos antes, Neves Real (1951: 1–2) escrevera que os objectivos de Hilbert, considerados após Gödel, estariam "em causa".)

O ponto filosófico mais saliente de 1955 é a leitura "conciliadora" dos resultados de Gödel: tratar-se-iam de "esforços de conciliação — de coexistência pacífica" (p. 251); uma "superação de antíteses" (p. 249).

Ao iniciar-se a década de 1930, "o espectáculo oferecido pela matemática na zona que confina com os problemas dos fundamentos continuava a escandalizar por virtude das dúvidas patenteadas dos matemáticos" (pp. 249-250) —

[24] Aludindo a Gödel (1932–1933) e outros, eis o passo de Kleene (*Introduction to metamathematics*, 1952: 497): "Corollary 2 [...] *The classical number-theoretic formal system is simply consistent, if the intuitionistic is.*" (No texto de Gomes e Real acima, a ordem é inversa — 'provando que a matemática *clássica* é parte própria da matemática *intuicionista*'.) Em termos simples, mostra-se que a aritmética clássica é tradutível na aritmética intuicionista. O ónus da consistência passa assim da aritmética clássica para a intuicionista. Note-se ainda que a demonstração de Gödel parte do caso proposicional. Segundo A. S. Troelstra (cf. *CW* 1, 1986: 282–286; que remete para Bernays), Gödel mostrou duas coisas simples: há alternativas metamatemáticas ao raciocínio finitista; os princípios intuicionistas passam além do finitismo.

dúvidas e oposições “de empiristas e intuicionistas” em torno do AC, da indução transfinita ou ainda (destacados Poincaré, Russell e Weyl) à volta do papel das antinomias (Burali-Forti, Frege) e definições impredicativas. Ora, depois dos resultados de Gödel, que ainda relacionou a aritmética e lógica clássicas com as de tipo intuicionista, podia agora esperar-se o uso apaziguado do AC e, em sentido lato, da abordagem axiomática dos conjuntos. Mas o que é conciliado ou superado pelos “enunciados desnorteantes [dos] teoremas obtidos por Gödel” (p. 251)? Gomes e Real não escondem que a interpretação filosófica da incompletude é controversa; mas de imediato, seguros no “carácter radicalmente não ontológico das matemáticas”, declaram que as preocupações metafísicas, ainda que interessantes, são “[hoje] exteriores” à matemática (p. 254). Assim que “os pontos de vista extramatemáticos” — eg, dos citados empiristas e intuicionistas — se tornam “algoritmos matemáticos”, a “práxis [ou codificação gödeliana] decide” (p. 252). O “problema dos fundamentos”, em suma, de tema de discussões passou a problema de matemática. Vinca-se, portanto, a ideia (já à pele do ensaio de Real em 1951) acerca do papel transformador que Gödel desempenhou dentro da (lógica) matemática, não no sentido céptico ou renunciador que à primeira vista os resultados imprimem, dizem Gomes e Real, mas justamente ao contrário, conduzindo antes “a futura síntese da teoria dos fundamentos” (p. 251). É um olhar optimista, em contacto com o optimismo racionalista de Gödel.

Três pontos adicionais. O primeiro é acerca da nova disciplina de lógica matemática: apontar que a sua consagração completa ocorreu após a segunda guerra mundial; e mais importante, segundo Feferman (“Kurt Gödel: conviction and caution”, 1984: 546), é fazer notar que essa maturação é alcançada (em adição à obra de Gödel) com a análise dos conceitos fundamentais de verdade e computabilidade — Parsons (2014: 96) acrescenta a “demonstração de resultados de indecibilidade”, como a da lógica de primeira-ordem.

Segundo: alongando a interpretação conciliadora de Gomes e Real, pode dizer-se que Gödel procurou ser um filósofo concertante. Por um lado, como relatou a Hao Wang (1996: 235), revela-se cauteloso, apenas publicando as partes menos controversas da sua filosofia — Wang (ibid.) diz que Gödel sempre se esforçou por apresentar as suas ideias de tal forma que pessoas com diferentes perspectivas as pudessem apreciar (de diferentes maneiras). Por outro lado, o aspecto concertante — agora ambicioso — também se verifica de um ponto sistemático, ie, o seu ideal de filosofia rigorosa recupera as raízes racionalista e optimista das tradições pré-leibniziana e leibniziana, as quais tentaram ligar a metafísica e a teologia numa visão unificada do mundo.[25]

[25] Para as frases de Gödel, cf. Wang 1996: 235. Um outro célebre trabalho de Gödel, exemplo da

O último e terceiro ponto. A exposição de Gödel feita por Ruy Gomes e Neves Real está orientada para a descrição matemática, separada de aspectos filosóficos. Porém, nos ensaios da década de 40, Gödel expressa teses e argumentos realistas robustos acerca da matemática (relativos à teoria dos conjuntos e seus objectos) — na década de 70 relata a Wang que a concepção objectivista da (meta)matemática e do raciocínio transfinito, uma esclarecida "atitude epistemológica", foi fundamental para o seu trabalho matemático.[26] O comentário de Gödel a Wang é posterior a 1955, mas os ensaios filosóficos sobre a lógica de Russell e o contínuo de Cantor já existiam (respectivamente, 1944 e 1947; ainda sem o suplemento filosófico de 1964). Um excerto do ensaio de 1947 (relativo à noção de universo cumulativo dos conjuntos) é aliás traduzido por Gomes e Real (1955: 253).[27]

Consciente ou não (a recensão de Bernays (*JSL* 11, 1946: 75–79) contém uma discussão filosófica de 1947), o platonismo matemático de Gödel podia ter sido visitado sem dano para a leitura conciliadora de Gomes e Real. A respeito de fundamentos, a análise epistemológica (a filosofia) é inescapável. Numa palestra de 1933 ("The present situation in the foundations of mathematics", *CW* 3, 1995: 45–53), Gödel diz que o problema dos fundamentos da matemática (relativos à totalidade de métodos formais usados pelos matemáticos) tem duas partes distintas: *i.* reduzir os axiomas e as regras primitivas de inferência ao mínimo, descrevendo-os com a máxima precisão; e *ii.* de algum modo, justificar tais axiomas e regras. Até aos anos 30, a situação da primeira parte, declara Gödel, foi resolvida pela conhecida "formalização" matemática, mas a justificação teórica, a segunda parte do problema, continua por alcançar — são aí (pp. 49–50) indicados os três "pontos fracos" nos axiomas de então, as noções de "exis-

sua busca filosófica rigorosa e concertante, é a sua contribuição axiomática [1970, iniciada em 1941] para os estudos dos argumentos ontológicos, onde se deduz que 'necessariamente, Deus existe'. Cf. o apêndice B de *CW* 3, 1995: 429–437. Esforços computacionais recentes (Christoph Benzmüller e Bruno Paleo, "Formalization, mechanization and automation of Gödel's proof of God's existence", 2013) sugerem que o argumento de Gödel é formalmente válido.

[26] O contraste implícito visa as posições metamatemáticas da então dominante escola de Hilbert, vistas de forma *estritamente* formalista, interpretação repudiada, aponta Parsons (2014: 189–190), por Paul Bernays desde 1930. As passagens relevantes de Gödel são reproduzidas em Wang 1974: 8–10.

[27] Eis o excerto de "What is Cantor's continuum problem?" (cf. *CW* 2, 1990: 180): "Na medida em que ocorrem e são necessários os conjuntos na Matemática (pelo menos na Matemática de hoje, incluindo toda a teoria dos conjuntos de Cantor) [...] isto é na medida em que conjunto é qualquer coisa que se obtém dos inteiros (ou quaisquer outros objectos bem definidos) por iteração, finita ou transfinita, da operação «conjunto de» — e nada se define dividindo a totalidade de todas as coisas existentes em duas classes — nunca se chegou a qualquer antinomia fosse de que natureza fosse; ou, por outras palavras, o uso perfeitamente «ingénuo» e não crítico do conceito de «conjunto» tem-se até hoje revelado consistente."

tência não-construtiva", "classe" e "o axioma da escolha". Homenageando as reservas de Sampaio Bruno quanto ao infinito, em desfecho filosófico, Gomes e Real encerram a palestra dizendo que mesmo as "modernas axiomatizações («humildes») da teoria dos conjuntos" (p. 254) incluem um axioma (expresso ou equivalente) garantindo a existência de um conjunto infinito.

Passados trinta anos certos da palestra-tornada-ensaio de 1955, e um ano após o falecimento do mestre Ruy Luís Gomes, Luís Neves Real — que acrescentava aos seus interesses espectaculares o cinema (ver, por exemplo, *Cartas abertas aos senhores deputados da nação. Em defesa do cinema*, 1955) — morreu. Corria o ano de 1985.

5 Conclusão: Influências gödelianas

Paolo Mancosu (2004: 117) escreve que após a revelação pública do primeiro teorema de Gödel em Königsberg, em Setembro de 1930, as notícias correram depressa: Nöbeling informou Menger; Courant e Schur informou Bernays; von Neumann conta a Herbrand, que por sua vez conta a Behmann.

De obras influentes para a transmissão gödeliana em Portugal, F. Gonseth 1941 (que viria a ser um dos professores de Ribeiro em Zurique) e M. Black 1933 (livro preparado durante um ano em Göttingen) aparecem, entre alguns estudiosos portugueses, como possíveis primeiros transmissores ou livros de iniciação. Igualmente relevante parece ter sido a versão inglesa de um livro escrito por Hermann Weyl (antigo aluno de Hilbert), *Philosophy of mathematics and natural science*, o qual contém um apêndice histórico e filosófico — centrado nas descobertas gödelianas (1931, 1940) — sobre a estrutura moderna da matemática (1949: 17 pp.). No âmbito da incompletude, Weyl é citado em texto por Real (1951: 2) e em nota de rodapé por Gomes e Real (1955: 252).

Para as descobertas em teoria dos conjuntos, a colectânea editada por Gonseth 1941 — *Les entretiens de Zurich sur les fondements et la méthode des sciences mathématiques* — é a fonte utilizada (ou uma das utilizadas) por Caraça [1942], Real (1951), e Gomes e Real (1955). Neste último, uma nota de rodapé contém Gödel 1940, referência também incluída no texto de Real 1951, mas a frase traduzida para português (em 1955 e 1951) é de uma carta de Gödel (enviada a 25 de Setembro de 1938) a Gonseth. Após sintetizar a incompletude, Machado (1944) reproduz citações bibliográficas completas de Gödel 1931 e de Skolem [1941], este integrado na colecção de Gonseth — as comunicações de Gonseth, Fréchet, Lukasiewicz, Lebesgue, Pólya, Sierpinski, Bernays e Finsler (estas últimas três tratam de resultados de Gödel) foram publicadas nesse mesmo volume.

Machado parece ter feito uso dedicado do livro de Max Black 1933 — *The na-*

ture of mathematics. A critical survey — que propõe uma vista actualizada das correntes formalista e intuicionista, tentando, ao mesmo tempo, uma exposição crítica dos *Principia Mathematica*; há uma nota (2 pp.) sobre os teoremas de Gödel na secção dedicada ao formalismo. A obra resulta de uma oportunidade que Black pôde aproveitar mas Machado não: ter uma bolsa para estudar em Göttingen (onde estava, nesse ano de 1932, Hermann Weyl). Apesar de Barros Machado não indicar a completude semântica publicada por Gödel em 1930, e desse resultado também não ser tratado por Black (sendo apenas listado na bibliografia; Quine 1940 repete estas opções), ou de apontar um resumo histórico similar ao de Black, Machado inclui na sua bibliografia, "para um conhecimento mais profundo do assunto", Hilbert & Ackermann (1939) e Quine 1940.

Também Edmundo Curvelo leu Black 1933, recomendando-o aos seus alunos ("um livro muito importante"), numa aula de lógica em 1949, no seguimento de uma menção a lógicas trivalentes e a Brouwer.[28]

Além da partilha de periódicos especializados (eg, *JSL*) e correspondência internacional — eg, Monteiro, Gomes, Delfim, Ribeiro e Curvelo alcançaram amplas redes de contactos com lógicos, matemáticos e filósofos no estrangeiro —, alguns cursos, palestras e seminários conseguiram compensar os desamparados estudos de lógica em Portugal.

As comunicações de Caraça sobre o infinito, os cursos (um deles sobre teoria dos conjuntos) de Neves Real, bem como as lições de Ruy Gomes (conhecedor das questões do positivismo lógico por influência de Abel Salazar) e os seminários de Aniceto (que em 1933, em Paris, se iniciara no estudo da lógica moderna e que ainda nesse ano assistiu ao seminário de Gaston Julia sobre grupos e álgebras [cf. blogue de J. Rezende], onde participaram André Weil, Jean Dieudonné e outros futuros membros do grupo Bourbaki), contribuíram para despertar em jovens matemáticos e engenheiros — como tornou manifesto Bernardino — um interesse incomum pela nova lógica. (Também diplomado em engenharia mecânica (1908), Wittgenstein transferiu o seu interesse por aeronáutica, enquanto lia Russell e Frege, para problemas de lógica e fun-

[28]Curvelo, então professor na Fac. de Letras em Lisboa, aconselha Black, a par de uma obra "mais acessível": Fausto Toranzos, *Introducción a la epistemología y fundamentación de la matemática* [1943]; e para o estudo da noção de verdade: Léon Brunschvicg, *Les étapes de la philosophie mathématique* [1912] e Federigo Enriques, *L'évolution de la logique* [1926]. Numa carta a Delfim Santos (10 Novembro 1951), aponta a posição fundamental de Gödel 1931 no âmbito da lógica moderna: "Infelizmente, escandaliza que alguém que não sabe o que é um operador seletivo se pronuncie sobre problemas de física nuclear, mas não escandaliza que se pronuncie sobre os problemas da lógica simbólica aquele que não sabe o que seja uma lógica modal ou que nunca ouviu falar do Teorema de Gödel." Cf. Manuel Curado e José Alves 2013: p. 169 [Black], 335 [Gödel].

damentos da matemática.) Entre filósofos — eg. Delfim, Curvelo, Lourenço: leitores massivos —, papel correspondente tiveram as lições de Vieira de Almeida em Lisboa.

Do que aqui pôde brilhar de Gödel — percorrendo as revistas portuguesas, criadas ao tempo da primeira geração de estudiosos de lógica moderna no país — é-se levado às notas lógico-matemáticas do esclarecido Bernardino de Barros Machado (1944) e especialmente aos ensaios expositivos, com Ruy Luís Gomes, do gödeliano Luís Neves Real (1951, 1955); trabalhos estes em linha com H. Weyl (1949, apêndice A) ou E. Nagel & J. R. Newman (1956, "Gödel's proof"), e que se fossem escritos em língua inglesa talvez tivessem alcançado a atenção que mereciam.

Os resultados mais elaborados são 1931 e 1940. A surpresa é a breve descrição (Gomes e Real 1955: 251) das contribuições sobre o intuicionismo. Não há referências explícitas à completude do cálculo de predicados;[29] aparentemente, a excepção implícita é Neves Real (1951: 1) quando assinala a notoriedade "dos resultados que [Gödel] obteve em 1930 e 1931". Lembre-se que Quine 1940 e Black 1933 não tratam a completude. O silêncio não significa desconhecimento. Pelo menos entre os nossos autores (sem discutir aqui as razões do seu reconhecimento gradual), o eclipse da completude teve talvez causas simples: a novidade técnica e o impacto de 1931 e 1940 eram sensacionalmente imediatos.

Continuando a busca, dos pioneiros Barros Machado, Neves Real e Ruy Gomes chega-se a outros estudiosos e primeiros conhecedores de Gödel, aqui reflectidos: Delfim Santos (1939), Bento Caraça [1942], Sebastião e Silva (1985 [1944]), Edmundo Curvelo [1951], Souza Alves (1955), Silva Paulo (1962 [1959]), Hugo Ribeiro (1969) e Antunes Monteiro (1981 [1973]). Três pontos em tangente. Primeiro, com a excepção de Caraça (em 1942, no ISCEF) e Curvelo (1951, FLUL), estavam todos (ao tempo das respectivas referências) à margem do ensino oficial das universidades portuguesas, o que impedia alguma estabilidade temporal e geográfica, necessárias para criar movimentos ou escolas de lógica no país. Mas mesmo essas posições não perduraram: Caraça foi demitido em 1946 e faleceu dois anos depois, e Curvelo morreu em Janeiro de 1954. Segundo, excluindo Ribeiro (em 1969, *full professor* na Pensilvânia, onde ensinava eg, lógica e teoria dos conjuntos), todos dedicados não-especialistas ou (ainda que em graus diferentes) estudiosos de "esforço autodidacta imperfeito e dificílimo"

[29] Em essência, toda a fórmula universalmente válida (verdadeira em todos os modelos da lógica de primeira ordem) é formalmente dedutível — um problema deixado em aberto por Hilbert & Ackermann (1928). Isto significaria, segundo Wang (1996: 73), "o fecho bem sucedido da procura por uma formulação satisfatória do que Gödel chama de 'a lógica para a mente finita'".

(Real *dixit*, 1951). Esse autodidactismo significava *dispersão* e *descontinuidade* de esforços. Dos autores referidos, apenas S. Silva (Lisboa) e Alves (Braga) puderam dar alguma continuidade aos seus conhecimentos lógicos no país. (Seria interessante estudar (existindo) a correspondência entre ambos.) Uma certa regularidade e proximidade de contactos, bem como a disponibilidade de informação actualizada, foram aspectos determinantes para o surgimento de textos mais elaborados sobre Gödel: no Porto, durante os anos 40 e até à partida forçada de Ruy Gomes para a Argentina em 1958, surgem Machado 1944, Real 1951 e 1955 com Gomes; em Lisboa, no início dos anos 70, após o seminário de Asenjo e a "pequena tertúlia" de lógica, surge Monteiro [1973]. (Seria interessante estudar as visitas de matemáticos e lógicos estrangeiros entre as décadas de 40 e 70.) Terceiro, estas notas evidenciam alguns dos pioneiros de Gödel publicados em periódicos especializados até à década de 70: por caminhos mais largos, outros autores e referências haverá por redescobrir.[30]

Formado em Zurique e com uma carreira em lógica nos EUA (Berkeley, Nebraska e Pensilvânia), Hugo Ribeiro teria de ser um desses primeiros portugueses a estudar Gödel. E assim foi. Além do artigo de 1969, há pelo menos quatro *reviews* no *JSL* que contêm referências gödelianas (cf. 1945, 1947, 1952, 1959). (Ribeiro talvez tenha assistido à conferência de Gödel sobre resultados

[30]A extensa "Bibliografia de lógica em Portugal no século XX", reunida por Manuel Curado, contém quase 200 referências. A temática é analisada pelo mesmo autor em "O destino trágico da lógica portuguesa no século XX", *Diacrítica* 15, 2000: 397–431. No que diz respeito à "obra de Gödel", aponta-se uma "surpreendente [...] ausência de reflexão e debate", agravada entre aqueles que se "dedicavam à filosofia em Portugal" (p. 407) — o ponto é aliás geral, aplicando-se às "linhas que marcaram a lógica" no séc. XX (ibid.). Ora, Machado, Real, Gomes e Monteiro *beneficiaram* da discussão de interesses coincidentes em pelo menos duas redes: Machado-Real-Gomes e S. Monteiro-A. Monteiro-Oliveira(-Asenjo); e foram publicados em revistas e actas com alguma circulação nos seus meios (Porto, Braga e Lisboa). Mais: Machado 1944 e Real 1951 obtiveram menções internacionais (*JSL*, *Zentralblatt*). Talvez "ausência" signifique que o que se produziu sobre os resultados de Gödel (eg, o conjunto de referências citado acima) foi escasso e orientado para a exposição informal ou pedagógica. Mas pode isso surpreender num terreno lógico impreparado e sitiado até à década de 1970? De acordo com os testemunhos de Real, Gomes, Lourenço e Oliveira, nos anos 50 e 60, fundamentos da matemática ou metamatemática eram assuntos desconhecidos do ensino superior oficial. Quanto aos que se "dedicavam à filosofia", encontram-se (no âmbito dos autores citados) mais matemáticos e engenheiros do que filósofos (Delfim, Curvelo e Alves). Uma resposta completa à relação lógica-filosofia durante o séc. XX depende, porém, de estudos detalhados sobre a situação da lógica a partir dos anos 70, começando por explorar os contributos e a influência de Manuel Lourenço entre filósofos. Ainda assim, para conhecer Gödel, o mais relevante talvez não tenha sido a origem da formação (filosofia ou outra) mas sim a proximidade à lógica matemática, eg, Delfim em Viena. Por outras palavras, pode ser-se matemático sem ter interesse por tal área, mas dificilmente se pode apreciar Gödel sem se reconhecer o significado de Hilbert e das investigações metamatemáticas em geral.

cosmológicos a 31 de Agosto de 1950, realizada no congresso internacional de matemáticos, Cambridge (EUA); no dia seguinte, Ribeiro apresentaria "On lattices of abelian groups with a finite basis".)

O destaque, contudo, vai para a recensão de *Sentences undecidable in formalized arithmetic: an exposition of the theory of Kurt Gödel* (cf. *Scripta Matematica* 21 (1), 1955: 68–69). Trata-se da exposição técnica, hoje clássica, escrita pelo polaco Andrzej Mostowski (1952), aluno em Varsóvia de (entre outros) Lukasiewicz, Sierpinski, Lindenbaum e Tarski, quem na realidade orientou a sua tese de 1939 — a chamada escola lógica polaca (Varsóvia e Lviv) contava já (ao iniciar a década de 40) mais de 30 anos. Sobre o livro, Ribeiro conclui: "[...] it is far more than a skillful exposition of known results and methods, as it includes and develops the author's original theory of ℓ-definability."

O que alguns (como Ribeiro) aproveitaram era, de facto, o método mais eficaz para se conhecer os novos resultados e métodos lógicos: sair do país. Eficaz mas muito difícil, como se percebe pelo relato do caso de Barros Machado e pelas seis bolsas repetidamente rejeitadas a Neves Real.

Grosso modo, até meados de 1980, há quatro períodos de estudos lógicos modernos além fronteiras: anos 30 — Paris, Aniceto Monteiro; Viena e Berlim, Delfim Santos; Nancy, J. Ribeiro de Albuquerque; anos 40 — Zurique, Hugo Ribeiro; Roma, Sebastião e Silva, J. R. Albuquerque, Souza Alves; anos 60 e inícios dos 70 — Oxford, Manuel Lourenço; Leeds, Franco de Oliveira; anos 70 e inícios dos 80 — Londres, Luiz Moniz Pereira e Amílcar Sernadas; Oxford, Narciso Garcia. Estes momentos formativos convergem em duas gerações (30–40 e 70–80) de especialistas de lógica no país.

No regresso a Portugal, 30 anos após os primeiros esforços "dificílimos", a nova geração inicia linhas sistemáticas de ensino e investigação dedicadas à lógica moderna (direccionadas à filosofia e à computação), incluindo, obviamente, o trabalho de Gödel. Eis, em esboço, o caso em Lisboa, de meados de 1970 a inícios dos anos 80: Lourenço (cf. 2004: prefácio) na Faculdade de Letras; Oliveira (cf. 1979–80) na Faculdade de Ciências; Moniz Pereira na Universidade Nova; Sernadas e Garcia no Instituto Superior Técnico.

Em vantagem sobre a geração de 30–40, os lógicos portugueses de 70–80 puderam aproveitar um país livre de ditadura, uma academia em abertura e expansão, e a maturação florescida da lógica matemática, um domínio de investigação transformado e influenciado — em todas as direcções — por K. F. Gödel.

Agradecimentos

Estou muito grato por todas as sugestões, comentários e apoio que recebi ao longo deste trabalho. Em particular, gostaria de agradecer a António Luís Machado, António J. Antunes Monteiro, Augusto Franco de Oliveira, Carlos Correia de Sá, Carola Meierrose, Fábio Bertato, Henrique Leitão, Ítala D'Ottaviano, João Caramalho Domingues, João Dionísio, José Moreira Araújo, Manuel Arala Chaves e Reinhard Kahle. Agradeço ainda a leitura e os comentários de um árbitro anónimo. A Fernando Ferreira e a Luís Saraiva, os meus agradecimentos especiais.

Referências

Albuquerque, R. R., "José Ribeiro de Albuquerque", *Gazeta de Mat.* 163, 2011: 40–46.

Almeida, F. V. de, *Obra filosófica*, org. J. Serrão e R. Fernandes, F. C. Gulbenkian (Lisboa), 1986–8.

Alves, V. de S., "Limites conceituais da filosofia e da matemática", *Rev. Port. de Filosofia* [*RPF*], 11 (3/4), 1955: 216–232.

Bebiano, N. (coord.), *Ruy Luis Gomes: uma fotobiografia*, Gradiva, 2005.

Bebiano, N., "Ruy Luís Gomes: vida e obra", *Gaz. Mat.* 151, 2006: 6–16.

Benzmüller, C., e B. Paleo, "Formalization, mechanization and automation of Gödel's proof of God's existence", in `http://arxiv.org/abs/1308.4526`, 2013.

Bernays, P., review (Gödel "Russell's mathematical logic"), *JSL* 11, 1946: 75–79.

Black, M., *The nature of mathematics. A critical survey*, Routledge, 1933.

Bruno, S., *O Brasil mental: Esboço crítico*, Livraria Chardron (Porto), 1898.

Bruno, S., *A ideia de Deus*, Lello & Irmão (Porto), 1902.

Caeiro, F. G., "Vieira de Almeida e a filosofia em Portugal", in N. Nabais (ed.), *Vieira de Almeida (1888–1988): colóquio do centenário*, Dep. Filosofia FLUL, 1991.

Caraça, B., "Aspectos do conceito de infinito — cartaz e manuscritos preparatórios", in `http://www.casacomum.org/`, Arquivo & Biblioteca da Fundação Mário Soares, pasta 04399.018 (documentos doados por João Caraça), 1942.

Carvalho, M., "Delfim Santos: cartas inéditas a Henri Bergson", in M. Castro e M. Carvalho (eds.), *Horizontes do conhecimento. Estudos em homenagem a José Luís Brandão da Luz*, CEF U. Açores, 2015: 303–328.

Creath, R. (ed.), *Dear Carnap, Dear Van: The Quine-Carnap correspondence and related work*, U. California Press (Berkeley), 1990.

Curado, M., "O destino trágico da lógica portuguesa no século XX", *Diacrítica* 15, 2000: 397–431.

Curado, M., "Bibliografia de lógica em Portugal no século XX", in `http://cvc.instituto-camoes.pt/filosofia/1910l.html`, Centro Virtual Camões.

Curado, M., e J. Alves, *Um génio português: Edmundo Curvelo 1913–1954*, Imprensa da U. Coimbra, 2013. (Contém Curvelo [1951].)

Dawson Jr., J., "Completing the Gödel-Zermelo correspondence", *Historia Math.* 12 (1), 1985: 66–70.

Dawson Jr., J., *Logical dilemmas: The life and work of Kurt Gödel*, A. K. Peters, 2005 [1997].

Feferman, S., "Kurt Gödel: conviction and caution", *Philosophia Naturalis* 21 (2/4), 1984: 546–562.

Ferreira, F., (org.) *Kurt Gödel (1906–2006)*, *Boletim* da SPM 55, 2006. Artigos de F. Ferreira ("A matemática de Kurt Gödel"), S. Feferman ("Vida e carreira", tradução de Ana Sampaio), Franco de Oliveira ("Kurt Gödel, Viena"), R. Kahle ("Os teoremas de incompletude de Kurt Gödel"), L. Moniz Pereira ("Gödel e a computabilidade") e M. S. Lourenço ("Um filósofo da evidência").

Fitas, A. J. S., "A influência da Escola de Viena em Portugal no período entre guerras", *Delfim Santos Studies* 1, 2013: 23–52.

Floyd, J., e H. Putnam, "A note on Wittgenstein's 'Notorious paragraph' about the Gödel theorem", *The Journal of Philosophy* 97, 2000: 624–632.

Fránzen, T., *Gödel's theorem: An incomplete guide to its use and abuse*, A. K. Peters, 2005.

Gentzen, G., "Die Widerspruchsfreiheit der reinen Zahlentheorie", *Math. Annalen* 112, 1936: 493–565.

Gödel, K., *Kurt Gödel: Collected works*, 5 vols. [*CW* 1–5] org. S. Feferman et al., Oxford U. P., 1986–2003.

Gödel, K., *Maxims and philosophical remarks*, vol. X [1943 Mar.–1944 Jan.] of the Max Phil Notebooks. G. Crocco et al. (eds.); E.-M. Engelen et al. (transcription), 2017. Online: hal-01459188.

Gödel et al., K., *O teorema de Gödel e a hipótese do contínuo*, trad. M. Lourenço, F. C. Gulbenkian, 2009 [1979].

Godinho, V. M., *Razão e história. Introdução a um problema*, Lisboa, 1940 [tese lic.].

Godinho, V. M., *Esboços sôbre alguns problemas da lógica*, Coimbra Editora, 1943.

Gomes, R. L., e L. Neves Real, "De Poincaré ao intuicionismo actual na crítica dos fundamentos da matemática; Reflexos no pensamento filosófico e matemático português", *RPF* 11 (3/4), 1955: 233–255.

Gonseth, F., *Les entretiens de Zurich sur les fondements et la méthode des sciences mathématiques, 6–9 décembre 1938*, S.A. Leemann Frères & Cie., 1941.

Grattan-Guinness, I., "In memoriam Kurt Gödel: His 1931 correspondence with Zermelo on his incompletability theorem", *Historia Mathematica* 6, 1979: 294–304.

Grattan-Guinness, I., "The reception of Gödel's 1931 incompletability theorems by mathematicians, and some logicians, to the early 1960s", in M. Baaz et al. (eds.), *Kurt Gödel and the foundations of mathematics*, Cambridge U. P., 2011: 57–74.

Guimarães, A. A., *Vida e obra do Professor José Sebastião e Silva*, Fac. Ciências Porto, 1972.

Hilbert, D., e W. Ackermann, *Grundzüge der theoretischen Logik*, Springer, 1928 [rev. 1938; trad. inglesa de L. Hammond e G. Leckie, *Principles of mathematical logic*, 1950].

Hilbert, D., e P. Bernays, *Grundlagen der Mathematik*, Springer, 1934/1939 [I/II].

Kleene, S. C., *Introduction to metamathematics*, North-Holland Pub. Co., 1952.

Kneale, W., e M., *O desenvolvimento da lógica*, trad. M. Lourenço, F. C. Gulbenkian, 1972 [1962].

Lourenço, M. S., *Ludwig Wittgenstein: A análise da linguagem na investigação dos fundamentos: Uma exposição evolutiva de alguns conceitos básicos*, Lisboa, 1964 [tese lic.].

Lourenço, M. S., "Prof. Delfim Santos", *O Tempo e o Modo* 43–44, 1966: 1095–1098.

Lourenço, M. S., *Teoria clássica da dedução*, Assírio & Alvim, 1991.

Lourenço, M. S., *Os elementos do programa de Hilbert*, CFUL, 2004.

Lourenço, M. S., *Acordar para a lógica matemática*, CFUL, 2006.

Lourenço, M. S., "Entrevista com o Professor M. S. Lourenço (por Nuno Nabais)", *Kairos* 1, 2010: 97–120.

Lourenço, M. S., e M. Tamen, "Entrevista com M. S. Lourenço", in A. Feijó & M. Tamen (eds.), *A teoria do programa: Uma homenagem a Maria de Lourdes Ferraz e a M. S. Lourenço*, Programa em teoria da literatura (Lisboa), 2007: 313–64.

Machado, B. B., *O ensino da engenharia na Universidade do Porto*, U. Porto, 1942.

Machado, B. B., "David Hilbert", *Gaz. Mat.* 14, 1943: 1–2.

Machado, B. B., "Lógica matemática — indicações bibliográficas", *Gaz. Mat.* 19, 1944: 14–16.

Mancosu, P., review (*CW* 4–5), *Notre Dame Journal of Formal Logic* 45 (2), 2004: 109–125.

Monteiro, A. J. A., "Sobre o teorema de Gödel", *Ciência* 1 (2–3), 1981: 21–43.

Morgado, J., "Curriculum Vitae de Luís Neves Real", *Boletim* da SPM 11, 1988: 21–24.

Morgado, J., *Para a história da SPM* [1995, CMUC (Coimbra)]; disp. em Jaime Carvalho e Silva, `http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/indexhspm.html`.

Mostowski, A., *Sentences undecidable in formalized arithmetic: An exposition of the theory of Kurt Gödel*, North-Holland Pub. Co., 1952.

Murphey, M., *The development of Quine's philosophy*, Springer, 2012.

Nagel, E., e J. R. Newman, "Gödel's proof", *Scientific American* 194, 1956: 71–86.

Nagel, E. et al. (eds.), *Logic, methodology and philosophy of science: Proceedings*, Stanford U. P., 1962.

Oliveira, A. J. F. de, *Lógica elementar: Introdução à lógica matemática*, AEFCL, 1979–80.

Oliveira, A. J. F. de, "Os lógicos de Letras", *Kairos* 1, 2010: 121–128.

Oliveira, A. J. F. de, "José Sebastião e Silva e a lógica matemática — pioneirismo e actualidade", in `http://www.sebastiaoesilva100anos.org`, 2015.

Parsons, C., *Philosophy of mathematics in the twentieth century. Selected essays*, Harvard U. P., 2014.

Paulo, J. D. da S., "O método axiomático" [palestra de 1959], in J. Serrão e R. Grácio (eds.), *Lógica e teoria do conhecimento*, Sá da Costa (Lisboa), 1962 [1.ª ed., 1954].

Queiró, J. F., "José Anastácio da Cunha: Um matemático a recordar, 200 anos depois", *Boletim* da SPM 29, 1994: 1–18.

Quine, W. V., *Mathematical logic*, Harvard U. Press, 1981 [1940].

Quine, W. V., "Autobiography of W. V. Quine", in L. Hahn & P. Schilpp (eds.), *The philosophy of W. V. Quine*, Southern Illinois U., 1987.

Real, L. N., "Kurt Gödel e os problemas dos fundamentos da matemática e a teoria dos conjuntos", *Gaz. Mat.* 48, 1951: 1–8.

Real, L. N., *Cartas abertas aos senhores deputados da nação: Em defesa do cinema*, Cine-Clube do Porto, 1955.

Real, L. N., "Testemunho", *Boletim* da SPM 8, 1985: 33–40.

Rezende, J., `http://antonioanicetomonteiro.blogspot.pt` e `http://ruyluisgomes.blogspot.pt/`.

Ribeiro, H. B., review (L. Goodstein, "On the restricted ordinal theorem"), *JSL* 10 (3), 1945: 104–105.

Ribeiro, H. B., review (Quine, *Os Estados Unidos e o ressurgimento da lógica. A vida intelectual nos Estados Unidos*), *JSL* 12 (1), 1947: 26.

Ribeiro, H. B., recensão (Helmut Hasse, *Höhere Algebra I–II*), *Gaz. Mat.* 49, 1951: 28.

Ribeiro, H. B., review (E. Beth, *La existencia de los entes matematicos. Notas y estudios de filosofia*, trad. R. Rojo), *JSL* 17 (4), 1952: 287–288.

Ribeiro, H. B., review (A. Mostowski, *Sentences undecidable in formalized arithmetic*), *Scripta Matematica* 21 (1), 1955: 68–69.

Ribeiro, H. B., review (N. da Costa & L. Barsotti, "Kurt Gödel e os problemas da matemática atual"), *JSL* 24 (3), 1959: 272–273.

Ribeiro, H. B., "Linguagens elementares e estruturas matemáticas", *Gaz. Mat.* 113, 1969: 1–8.

Ribeiro, H. B., "Actuação de António Aniceto Monteiro em Lisboa entre 1939 e 1942", *Portugaliæ Math.* 39, 1980: v–vii.

Ribeiro, H. B., *Colecção de Hugo Ribeiro 1910–1988: Espólio N69*, Biblioteca Nacional de Portugal.

Rosas, F., e C. Sizifredo (textos e org.), *Depuração política do corpo docente das universidades portuguesas durante o estado novo (1933–1974)*, Comissão organizadora da homenagem aos docentes demitidos das universidades pelo estado novo, 2011.

Santos, D., *Situação valorativa do positivismo*, [Berlim] 1938.

Santos, D., *Da filosofia*, Imprensa Portugesa (Porto), 1939.

Saraiva, L., "A década prodigiosa da matemática portuguesa: Os começos da SPM (1936–1945)", *Revista Brasileira de Hist. da Mat.* 11 (23), 2011: 73–98.

Silva, S., "A lógica matemática e o ensino médio [I–III]", *Gaz. mat.* 5, 6 e 7, 1941: [resp.] 1–4, 3–7 e 3–4.

Silva, S., "Sugli automorfismi di un sistema matematico qualunque", *Commentationes, Pontificia Academia Scientiarum* IX (9), 1945: 327–357. Tradução inglesa, revisão e notas de F. de Oliveira: "On automorphisms of arbitrary mathematical systems", *History and Philo. of Logic* 6 (1), 1985: 91–116.

Silva, S., "As funções analíticas e a análise funcional", *Portugaliæ Math.* 9, 1950: 1–130.

Silva, S., "Bento Caraça", *Diário de Lisboa*, 25 Junho 1968: 19–20.

Silva, S., *Obras de José Sebastião e Silva* I, INIC, 1985. (Contém "Para uma teoria geral dos homomorfismos" [1944].)

Stadler, F., *The Vienna circle*, Springer, 2015.

Wang, H., *From mathematics to philosophy*, Routledge and Kegan Paul (London), 1974.

Wang, H., *A logical journey: From Gödel to philosophy*, MIT Press (Cambridge, MA), 1996.

Weyl, H., *Philosophy of mathematics and natural science*, Princeton U. P., 1949 [ed. aumentada e trad. inglesa do original de 1927, *Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft*, Leibniz Verlag (München)].

From Hilbert to Bourbaki

Reinhard Kahle
CMA and DM, FCT, Universidade Nova de Lisboa, Portugal
kahle@mat.uc.pt

Resumo: David Hilbert foi a figura dominante na matemática na primeira metade do século XX; o mesmo pode ser dito para Bourbaki — o pseudónimo de um grupo de excelentes matemáticos franceses — em relação à segunda metade do século XX. Neste artigo discutimos de que forma Bourbaki pode defender o título de herdeiro de Hilbert com respeito à sua filosofia (implícita) de matemática.

Abstract David Hilbert was the dominant figure of Mathematics in the first half of the 20th century; the same can be said for Bourbaki—the pseudonym for a group of excellent French mathematicians—with respect to the second half of the 20th century. In this paper we discuss in which way Bourbaki can defend the hereditary title of Hilbert with respect to their (implicit) philosophy of mathematics.

1 Hilbert's legacy in the philosophy of mathematics

Hilbert's reputation as mathematician was based on outstanding contributions to a wide range of topics in Mathematics. When he conceived, in the 1920s, his programme to re-evaluate the foundations of Mathematics [Sieg 1999], his unquestionable authority as first-class mathematician was, without doubt, instrumental to attract special attention to this programme by the mathematical community. As reply to both, the set-theoretical paradoxes and the attacks on classical mathematics by Brouwer and Weyl, Hilbert tried to secure classical mathematics by formal consistency proofs. In the course of preparing the stage for such consistency proofs, Hilbert tactically assumed a position which gave the impression that mathematics could be reduced to a "game of symbols" and which earned him the label of *formalist*.

It should go without saying that characterizing Hilbert as a naive formalist is rather a caricature.[1] His formalist declarations—which exist, indeed, in

Work partially supported by the Portuguese Science Foundation, FCT, through the project *The Notion of Mathematical Proof*, PTDC/MHC-FIL/5363/2012, the project *Hilbert's 24th problem*, PTDC/MHC-FIL/2583/2014, and the *Centro de Matemática e Aplicações*, UID/MAT/00297/2013.

[1] "the dogmatic formalist Hilbert is a figment of historical (de)construction!" [Sieg 1999, Abstract].

print[2]—are better described as a tactical move to find firm ground to repel the intuitionistic attacks.[3] It would take us too far afield, to give a proper analysis of Hilbert's (alleged) formalism, but one can easily convince oneself of the fact that Hilbert was never a philosophical hardliner; to the contrary, he was able to change his philosophical view point, whenever it seems to be adequate with respect to his mathematical convictions.[4] Thus, to reduce Hilbert's contribution to the philosophy of mathematics to an introduction of formalism misses completely the point. His main objective was to secure classical mathematics in the way it was performed up to his times. He "tried out" several ways to do so, of course, with the idea of finitist consistency proofs as principle attempt. But above all of these attempts—and historically even before of them—he conceived the *axiomatic method*:[5]

> The axiomatic method consists in choosing a domain and putting certain facts on top of it; the proof of these facts does not occupy us anymore. The classical example of this is provided by geometry.

To us, it seems to be that the emphasis on the axiomatic method and its place in *any* further philosophy of mathematics is the true legacy of Hilbert in the philosophy of mathematics.[6] It is even an ironic turn of the history of mathematics, that even Brouwer's—orginally anti-formal—intuitionism fall victim to the axiomatic method under the hands of Heyting.[7]

On the technical side—even before any philosophical reflection—there is a first benefit of axiom systems: they open the doors for a meta-mathematical

[2]For instance: *am Anfang* [...] *ist das Zeichen*, [Hilbert 1922, p. 163] ("In the beginning is the sign." [Mancosu 1998, p. 202, corrected]).

[3]Smoryński describes it as *strategy*: "Ich finde keinen Hinweis in Hilberts Schriften, daß der Formalismus etwas anderes als eine Strategie gewesen wäre, um Brouwer zu besiegen." [Smoryński 2002, p. 148] ("I don't find any hint in Hilbert's writings that the formalism would have been something else than a strategy to defeat Brouwer" [our (re-)translation]).

[4]As examples one may take, first, Hilbert's conversion from logicism to formalism after the failure of a logicist justification of the reducibility axioms; secondly, he easily extended—"sharpened" to pick up a term he used in the Preface of [Hilbert and Bernays 1934]—his finitist base to transfinite reasoning in the line of Gentzen (see [Kahle 2015a]). However, a thorough analysis of the changes in Hilbert's philosophies is still a desideratum.

[5]"Die axiomatische Methode besteht darin, daß man ein Gebiet herausgreift und bestimmte Tatsachen an die Spitze stellt u. nun den Beweis dieser Tatschen sich nicht weiter besorgt. Das Musterbeispiel hierfür ist die Geometrie." [Hilbert 1913], cited according to [Corry 2004, p. 274] from which we also took the translation.

[6]It would not be the *introduction* of the axiomatic method, as Hilbert clearly states, that this method "is not a new one; rather it is deeply ingrained in the human way of thinking". ("Die axiomatische Methode ist nicht neu, sondern in der menschlichen Denkweise tief begründet." [Corry 2004, p. 274].)

[7]This was actually observed and heavily criticised by Bishop; cf. [Bishop 1975].

treatment of them. Although the idea of such a second layer was suggested to Hilbert by Brouwer (see [Brouwer 1928] and [Van Dalen 2000, p. 302]), it was Hilbert who recognized the full philosophical potential of it; and even if one admits the failure of his programme, without Hilbert's idea of reflecting mathematics by mathematical means one could not even imagine to arrive at Gödel's results.

But there is a second aspect of the axiomatic method which is of philosophical significance: it allows to disconnect the mathematical structure[8] from the original motivation and any other concrete interpretation. This was expressed by Hilbert in his famous dictum about the axioms of Geometry that "one must be able to say 'tables, chairs, beer-mugs' each time in place of 'points, lines, planes' " [Blumenthal 1935, p. 403] (translated in [Grattan-Guinness 2000, p. 208]).[9]

We will see that Bourbaki took this conceptional idea serious, and it is justifiable to take it as the philosophical fundament of Bourbaki.

With respect to Hilbert we should, however, remark that he—to our knowledge—never explicitely put forward the idea of general axioms systems as we know them today from abstract algebra, as for groups, rings, and fields, for instance—although he was definitely aware of its development, in particular in the hands of Emmy Noether in Göttingen. Hilbert rather considered only axioms systems which were supposed to characterize completely a given domain, with geometry as his prime example.[10]

We like to distinguish these two forms of axiomatizations: *generalizing axiomatizations* for cases where one explicitly aims to capture the common part of different models, as for groups, cases where the axiomatization is, intentionally, incomplete; and *characterizing axiomatizations* where one tries to capture a given model, aiming for a complete axiom system (for which we know, however, today the limitations by Gödel's first incompleteness theorem). The rea-

[8]Anticipating the second part of this paper, we use here the term "structure" in the *bourbachique* way—not in the sense of mathematical logic.

[9]We actually wonder why it is never remarked that, as much as this citation is famous, as much it is misplaced: of course, tables, chairs, and beer-mugs will under no reasonable interpretation of the other terms fulfil the axioms of Geometry. It is, in fact, a non-trivial enterprise to find good examples of meaningful re-interpretations for theories which were designed upon an concrete interpretation in mind.

[10]In this context one should not forget, however, that Hilbert also promoted such axiomatizations to clarify a certain scientific domain in mathematical terms. His sixth problem from the famous Paris problem speech runs under the title of "axiomatization of physics", but it addressed explicitely probability theory as one of the areas asking for an axiomatization. Kolmogorovs fulfillment of this request seems to us the perfect example for what Hilbert had envisaged. And we have to credit Hilbert for the philosophical vision which lead to Kolmogorov's axiomatization.

son for Hilbert's focus on characterizing axiomatizations might have been that the meta-mathematical questions he was concerned with (first of all consistency, but he also insisted on independence, for instance) are clearly more relevant for this type of axiomatizations. But that doesn't diminish Hilbert's merit in having laid out the idea which led to generalizing axiomatizations.

2 Bourbaki's "non-philosophy" of mathematics

To look for explicit philosophical denominations of Bourbaki is to search in vain. Corry [2002, p. 302] writes that "it seems more convenient to speak about Bourbaki's images of mathematics rather than of Bourbaki's philosophy of mathematics". Probably, even Bourbaki would agree as, as noted by Shapiro [1997, p. 176], "[i]n a number of places, Bourbaki expressed scorn for philosophy". But that still doesn't mean that Bourbaki didn't have any philosophy or that we cannot assign a philosophy to them. Without any doubt there is a certain philosophy present in their mathematical work. We have at least three publications which might serve as references for a more direct access to it: the two papers "Foundations of Mathematics for the working mathematician" [Bourbaki 1949], "Architecture of Mathematics" [Bourbaki 1950], and the book "Elements of the History of Mathematics" [Bourbaki 1998]. One may bear in mind, however, that it is mainly Jean Dieudonné behind these writing.

In particular, the *Architecture of Mathematics* is considered as some kind of *manifesto* of Bourbaki. Its style, however, was harshly critized from the philosophical side: "There, Bourbaki quietly handles properly Neanderthaloid philosophical bludgeons contrasting with his usual snaky cautiousness" [Roubaud 1997, p. 123], cited according to [Aubin 1997, p. 305]. But Aubin adds immediately after: "Even if philosophically naive [...], and perhaps because of this, the article was widely read."

Whatever the conclusion of a philosophical evaluation of the paper might be, taken on the face level, the *Architecture of Mathematics* advocates an axiomatic account of mathematics which dispenses the mathematician with any further epistemological and ontological questions:

> From the axiomatic point of view, mathematics appears thus as a storehouse of abstract forms—the mathematical structures; and it so happens—without our knowledge why—that certain aspects of empirical reality fit themselves into these forms, as if through a kind of preadaptation. Of course, it can not be denied that most of these forms had originally a very definite intuitive content; but, it

> is exactly by deliberately throwing out this content, that it has been possible to give these forms all the power which they were capable of displaying and to prepare them for new interpretations and for the development of their full power.

But even the issue of applicability (including ethical implications) is rejected in *Foundations of Mathematics for the working mathematician* [Bourbaki 1949, p. 2]:

> Why do such applications ever succeed? Why is a certain amount of logical reasoning occasionally helpful in practical life? Why have some of the most intricate theories in mathematics become an indispensable tool to the modern physicist, to the engineer, and to the manufacturer of atom-bombs? Fortunately for us, the mathematician does not feel called upon to answer such questions, nor should be held responsible for such use or misuse of his work.

Years later, Bishop stated a *crises in contemporary mathematics*, which "*is due to our neglect of philosophical issues* ... we prove these theorems and we do not know what they mean." [Bishop 1975, p. 507].[11]

Dieudonné replied firmly (given in the discussion transcribed in [Bishop 1975, p. 516]):[12]

> There is no crisis in mathematics. Mathematics has never been as prosperous as it has been in the last ten years. Never before had we proved so many new and powerful theorems. I just want to work in the way Gauss, Riemann, and Poincaré worked; I want nothing else.

We take it as confirmation that for Dieudonné—and with him, Bourbaki in general—the inner-mathematical success ("powerful theorems") is the driving force for mathematical research. In particular, philosophical considerations are not supposed to put restrictions on our mathematical practise.[13]

[11] He also speaks, at another occasion, of "the debasement of meaning" [Bishop 1985, p. 1].

[12] One may feel reminded of Hilbert's famous dictum: "Aus dem Paradies, das Cantor uns geschaffen, soll uns niemand vertreiben können." [Hilbert 1926, p. 170] ("No one shall be able to drive us from the paradise that Cantor created for us." [Van Heijenoort 1967, p. 376]). For more on the comparison of Bishop and Bourbaki, cf. [Kahle 2015b].

[13] In [Corry 2001], the author comes to the conclusion: "As a matter of fact, Bourbaki's work did imply many important contributions to twentieth century mathematics, but the concept of *structure* is certainly not among them." This is as correct as to criticise the Pythagoreans for not providing a philosophically satisfactory concept of *number*. But—like for the Pythagoreans

3 Traces from Hilbert to Bourbaki

Leo Corry, in [2002], devotes a full chapter to "Nicolas Bourbaki: Theory of *Structures*" and refers there [Corry 2002, p. 308] to "the pervasive influence of Hilbert on Bourbaki's image of mathematics" and discusses shortly [Corry 2002, p. 310] Bourbaki's "self-proclaimed status as 'legitimate heir' of Hilbert's alleged 'formalist' doctrine". But he doesn't provide a single explicit reference to Hilbert in the citations of Bourbaki, and the best correlation is found in Bourbaki's appeal to the unity of Mathematics in [Bourbaki 1950] and Hilbert's thoughts about it expressed in the Paris problem speech [Hilbert 1902], cf. [Corry 2002, p. 303f.].

We also didn't find explicit references to Hilbert in Bourbaki's writings concerning Hilbert's foundational views (his mathematical archievements might be, however, a different issue), with one marginal exception: [Cartan 1959] cites Hilbert's *Grundlagen der Geometrie*. But this reference is even of such a general nature that, maybe, it must be taken as illustration of general affinity to Hilbert rather than as a proof of philosophical heritage; after all, the *Grundlagen* were written in 1899 and Hilbert's philosophical views have been developed significantly since then. The same holds for the mentioning of Hilbert in passing in the *Architecture of Mathematics* [Bourbaki 1950, p. 230], even in a rather misleading context:

> The first axiomatic treatments and those which caused the greatest stir (those of arithmetic by Dedekind and Peano, those of Euclidean geometry by Hilbert) dealt with univalent theories, *i.e.*, theories which are entirely determined by their complete system of axioms; for this reason they could not be applied to any theory except the one from which they have been extracted (quite contrary to what we have seen, for instance, for the theory of groups).

It is, of course, Bourbaki's right to promote *generalizing axiomatizations* instead of *characterizing axiomatizations* (as we called them). And they oppose studies of characterizing axiomatizations in a way that Hilbert's foundational work was not only neglected but planly dismissed, see Adrian Mathias's profound study of Bourbaki's scorn for *logic* [Mathias 1992, 1998, 2012].

But the axiomatic method as applied and perfectionized for generalizing

with respect to numbers—Bourbaki's merit is the way as they skillfully handled structures in the mathematical practise. And this is also admitted by Corry who continues his conclusion by saying: "Bourbaki's structural image of mathematics, on the contrary, was a main force in shaping mathematical activity all over the world for several decades after its emergence."

axiomatizations by Bourbaki, is taken from Hilbert's heritage. Mehrtens [1990, p. 319] writes[14]:

> Bourbaki adopts Hilbert's programme in a modified form. The question of sense and value is not even any longer asked indirectly; the foundational research is irrelevant. Bourbaki presents a philosophy for the modern working mathematician.

This is even exaggerated, as after such a modification nothing is left which could be called "programme"; however, Bourbaki takes over the formal account promoted by Hilbert and, in particular, invokes Hilbert's philosophical insight that structures can be disconnected from the motivating interpretation. With it, mathematics was able to liberate itself from philosophical restrictions. While Hilbert tried to base such a liberation on formal studies, Bourbaki reached it by inner-mathematical success.

In this view, Bourbaki can, indeed, be considered as a legitimate heir of Hilbert; not with respect to Hilbert's programme but with respect to the vision of mathematics as based on the axiomatic study of structures.[15]

References

D. Aubin. The withering immortality of Nicolas Bourbaki: A cultural connector at the confluence of mathematics, structuralism, and the Oulipo in France. *Science in Context*, 10(2):297–342, 1997.

E. Bishop. The crisis in contemporary mathematics. *Historia Mathematica*, 2 (507–517), 1975.

E. Bishop. Schizophrenia in contemporary mathematics. In M. Rosenblatt, editor, *Errett Bishop: Reflections on Him and His Research*, pages 1–32. American Mathematical Society, 1985.

O. Blumenthal. Lebensgeschichte. In *David Hilbert: Gesammelte Abhandlungen*, volume III, [Hilbert 1935], pages 388–429. Springer, 1935.

N. Bourbaki. Foundations of mathematics for the working mathematician. *Journal of Symbolic Logic*, 14(1):1–8, 1949.

[14]German original: "Bourbaki übernimmt das Hilbertsche Programm in verwandelter Form. Die Frage nach Sinn und Wert wird auch nicht mehr indirekt gestellt; die Grundlagenforschung ist nebensächlich. Bourbaki präsentiert eine Philosophie für den modernen 'working mathematician'."

[15]See also [Kahle 2017].

N. Bourbaki. Architecture of mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 57(4):221–232, 1950.

N. Bourbaki. *Elements of the History of Mathematics.* Springer, 1998.

L. Brouwer. Intuitionistische Betrachtungen über den Formalismus. *KNAW Proceedings*, 31:374–379, 1928. English translation in [Mancosu 1998, pp. 40–44].

H. Cartan. *Nicolas Bourbaki und die heutige Mathematik.* Number 76 in Arbeitsgemeinschaft für Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen. Westdeutscher Verlag, 1959.

L. Corry. Mathematical structures from Hilbert to Bourbaki: The evolution of an image of mathematics. In A. Dahan and U. Bottazzini, editors, *Changing Images of Mathematics in History. From the French Revolution to the new Millenium*, pages 167–186. London, Harwood Academic Publishers, 2001.

L. Corry. *Modern Algebra and the Rise of Mathematical Structures.* Birkhäuser, second revised edition, 2002.

L. Corry. *Hilbert and the Axiomatization of Physics (1898–1918)*, volume 10 of *Archimedes.* Dordrecht: Kluwer, 2004.

D. van Dalen. Brouwer and Fraenkel on intuitionism. *The Bulletin of Symbolic Logic*, 6(3):284–310, 2000.

I. Grattan-Guinness. *The Search for Mathematical Roots, 1870–1940. Logic, Set Theories and the Foundations of Mathematics from Cantor Through Russell to Gödel.* Princeton University Press, 2000.

J. van Heijenoort, editor. *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931.* Harvard University Press, 1967.

D. Hilbert. Mathematische Probleme. Vortrag, gehalten auf dem internationalen Mathematiker-Kongreß zu Paris 1900. *Nachrichten von der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse*, pages 53–297, 1900. English translation: [Hilbert 1902].

D. Hilbert. Mathematical Problems. Lecture Delivered Before the International Congress of Mathematicians at Paris in 1900. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 8:437–479, 1902. English translation of [Hilbert 1900].

D. Hilbert. Elemente und Prinzipien der Mathematik. unpublished Lecture Notes, 1913.

D. Hilbert. Neubegründung der Mathematik. *Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität*, 1:157–177, 1922.

D. Hilbert. Über das Unendliche. *Mathematische Annalen*, 95:161–190, 1926.

D. Hilbert. *Gesammelte Abhandlungen*, volume III: Analysis, Grundlagen der Mathematik, Physik, Verschiedenes, Lebensgeschichte. Springer, 1935. 2nd edition 1970.

D. Hilbert and P. Bernays. *Grundlagen der Mathematik I*, volume 40 of *Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen*. Springer, 1934. 2nd edition 1968. Partly translated into English in the bilingual edition [Hilbert and Bernays 2011].

D. Hilbert and P. Bernays. *Grundlagen der Mathematik I / Foundations of Mathematics I*. College Publications, 2011. Bilingual edition of Prefaces and §§1–2 of [Hilbert and Bernays 1934].

R. Kahle. Gentzen's consistency proof in context. In R. Kahle and M. Rathjen, editors, *Gentzen's Centenary*, pages 3–24. Springer, 2015a.

R. Kahle. After Hilbert and Brouwer: Bourbaki and Bishop. In E. Agazzi and G. Heinzmann, editors, *Pragmatism and the Practical Turn in Philosophy of Science*, pages 190–200. FrancoAngeli, 2015b.

R. Kahle. Mathematical Truth Revisited: Mathematics as a Toolbox. In E. Agazzi, editor, *Varieties of Scientific Realism*, pages 395–406. Springer, 2017.

P. Mancosu, editor. *From Brouwer to Hilbert*. Oxford University Press, 1998.

A. R. D. Mathias. The ignorance of Bourbaki. *Mathematical Intelligence*, 14: 4–13, 1992.

A. R. D. Mathias. Further remarks on Bourbaki (A reply to criticism by professor Sanford L. Segal of the essay [Mathias 1992].). Preprint, 7 pages, available on the author's homepage, 1998.

A. R. D. Mathias. Hilbert, Bourbaki and the scorning of logic. Preprint, 60 pages, available on the author's homepage, 2012.

H. Mehrtens. *Moderne — Sprache — Mathematik*. Suhrkamp, 1990.

J. Roubaud. *Mathématique*. Paris: Seuil, 1997.

S. Shapiro. *Philosophy of Mathematics*. Oxford University Press, 1997.

W. Sieg. Hilbert's programs: 1917-1922. *The Bulletin of Symbolic Logic*, 5(1):1–44, 1999.

C. Smoryński. Gödels Unvollständigkeitssätze. In B. Buldt, E. Köhler, M. Stöltzner, P. Weibel, C. Klein, and W. DePauli-Schimanovich-Göttig, editors, *Kurt Gödel, Wahrheit und Beweisbarkeit*, volume II: Kompendium zum Werk, pages 147–159. öbv & hpt, 2002.

Índice

*Este artigo combina uma conferência plenária no Simpósio História da Astronomia com uma comunicação no Simpósio Henri Poincaré.

Simpósio História do Ensino da Matemática

Simpósio História da Lógica

António Costa Canas, João Caramalho Domingues, Luis Saraiva (Eds.)

Actas/Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática

Volume II

spm
Sociedade Portuguesa de Matemática

2018

Actas/Anais
do
7.º Encontro Luso-Brasileiro
de
História da Matemática

Volume II

Actas/Anais
do
7.º Encontro Luso-Brasileiro
de
História da Matemática

(Óbidos, Portugal, 15 a 19 de Outubro de 2014)

Volume II

Editores:
António Costa Canas
João Caramalho Domingues
Luis Saraiva

spm
SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA

2018

Título	**Actas / Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática**
Editores	António Costa Canas João Caramalho Domingues Luis Saraiva
Edição	**Sociedade Portuguesa de Matemática** Av. da República, 45, 3.º esq. 1050–187 Lisboa `www.spm.pt`
Data de edição	2018
Paginação	João Caramalho Domingues (com colaboração de António Costa Canas)
Arquivo fotográfico	Luis Saraiva
Foto da capa	Município de Óbidos
Impressão	Copissaurio Repro, Lda. Universidade do Minho Campus de Gualtar, Ed. 2 4710–057 Braga
Depósito Legal	443493/18
ISBN	978-989-8243-07-2

Simpósio
História dos Instrumentos Científicos

Organizadora:
Marta Lourenço

Revisora científica:
Marta Lourenço

Objetos com história: a preservação e divulgação do património científico e didático da Escola Superior de Educação de Lisboa

Nuno Martins Ferreira, Paulo Maurício, Mercês Sousa Ramos, Ana Teodoro
Escola Superior de Educação de Lisboa – IPL
Centro Interdisciplinar de Estudos Educacionais
nunoferreira@eselx.ipl.pt
paulom@eselx.ipl.pt
mercesr@eselx.ipl.pt
anat@eselx.ipl.pt

Resumo: O objetivo deste trabalho é o de apresentar os aspetos metodológicos que orientam o projeto de investigação "Memória e Identidade: Salvaguarda do património histórico da Escola Superior de Educação de Lisboa", bem como alguns resultados já obtidos. Este projeto, que desde o início assumiu uma vertente didática no âmbito do desenvolvimento de aprendizagens em ambientes não-formais, incorpora a musealização dos instrumentos científicos e didáticos existentes na Escola bem como a preservação do seu acervo, através do trabalho conjunto de professores e estudantes. Os instrumentos didáticos e científicos da coleção, tanto quanto podemos afirmar, tiveram a sua origem em várias instituições de formação de professores, remontando, alguns deles, à formação das escolas Normais na década de 1860.

Abstract: In the current work we present the methodological aspects that guide the research project "Memory and Identity: Safeguard of the Historical Heritage of the *Escola Superior de Educação de Lisboa*" as well as some results already obtained. This project took from the beginning a didactic dimension with the development of learning in non-formal settings. The project incorporates museology research of scientific and teaching instruments existing in the institution, as well as the preservation of its collection, through the joint work of students and teachers of this higher education school. The didactic and scientific instruments from the collection, as far as we can tell, had probably their origin in various institutions for the training of teachers and educators, dating back, some of those institutions, to the creation of the normal schools in the 1860s.

Actas/Anais do 7º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, II, 3–14

1 Introdução

A formação de professores para o ensino primário em Portugal estabeleceu-se, de forma continuada, com a entrada em funcionamento da Escola Normal para o sexo masculino, em 1862, em Marvila, e quatro anos depois, da sua congénere para o sexo feminino, no Calvário [Mogarro e Zaia, 2009]. Processos paralelos desenrolavam-se no restante continente europeu [Felgueiras, 2011; Nóvoa, 2000; Pintassilgo e Fernandes, 2000; Ruiz-Castell, 2008]. A formação de professores teve, entre os anos 60 do século XIX e o início dos anos 20 do século XX, um período de profunda e extensa reorganização institucional e pedagógica.

Ainda que muitos dos instrumentos didáticos e científicos que pertencem à coleção da Escola Superior de Educação de Lisboa (ESELx) tenham origem no século XX e já no período republicano (e. g., caixas métricas), outros instrumentos foram adquiridos ainda no século XIX como a Bobina de Ruhmkorff ou a Pilha de Volta. De facto, um deles tem aposta a etiqueta da Escola Normal e outro um espaço que, de modo claro, esteve ocupado pela mesma etiqueta. Podemos ainda assinalar, como argumento adicional à contemporaneidade de vários instrumentos e modelos didáticos com a formação da Escola Normal que, entre os assuntos tratados no Livro de Correspondências Expedidas da Escola Normal Masculina consta a "Compra de materiais para o gabinete de física, química e ciências naturais" e que, no Livro de Correspondências Expedidas e Recebidas da Escola Normal Feminina, consta uma "Lista de materiais necessários para a organização do laboratório de física e química" e "Compra de mapas geográficos". Releve-se, ainda, a referência, no inventário de 1869 realizado na Escola Normal de Marvila, a um barómetro proveniente do Observatório D. Luis [1] [Mogarro e Zaia, 2009].

O barómetro em causa, que é uma peça eventualmente perdida, apresenta um interesse particular, pois, ao ter a sua proveniência no Observatório pode indicar uma linha de investigação que nos interessa prosseguir: Qual ou quais os papéis que as emergentes instituições científicas nacionais desempenharam na promoção do ensino da ciência nas escolas normais? Quais foram os fabricantes e os fornecedores de instrumentos científicos e didáticos? Quais os

[1] O Observatório Meteorológico Infante D. Luís entrou em funcionamento em Outubro de 1854, como estabelecimento anexo à Escola Politécnica de Lisboa. Na origem da sua criação, terá estado a realização da Conferência Internacional de Bruxelas, de 23 de Agosto de 1853, que juntou representantes dos Estados Unidos da América, da Grã-Bretanha, da Bélgica, da Dinamarca, da França, da Holanda, da Rússia, da Suécia e de Portugal. O observatório português iniciou em 1857, em colaboração com o seu congénere de Paris, as primeiras tentativas de previsão do tempo, emitindo alertas de tempestade com sinais que eram içados nas estações semafóricas costeiras.

percursos dos instrumentos e seus usos explícitos? Houve o desenvolvimento em Portugal de alguma indústria de fabricação ou reparação de instrumentos científicos e didáticos como aconteceu, ainda que de modo incipiente, em Espanha? Quais as políticas que orientavam a compra dos instrumentos?

Deste modo, o projeto "Memória e Identidade: Salvaguarda do património histórico da Escola Superior de Educação de Lisboa" tem dois objetivos fundamentais. Um primeiro, proceder à inventariação do património científico e didático da ESELx e um segundo, que concorre paralelo ao anterior, investigar os percursos, usos implícitos e explícitos dos instrumentos da coleção bem como relações estabelecidas com outras instituições científicas. Estes dois objetivos concorrem para um terceiro, a saber, o estabelecimento de uma coleção visitável de modo a dar a conhecer à comunidade escolar e científica o património existente.

1.1 Alguns exemplares da coleção e sua inserção na História da Ciência

Como referimos, vários instrumentos e modelos científicos e didáticos foram já adquiridos no século XX. A caixa métrica (Figura 1), assim designada no frontispício e adquirida à Papelaria Fernandes, será um desses objetos. Ainda que esta empresa tenha funcionado desde 1891, apenas mais tarde adquiriu este nome, pelo que a figura deverá representar um exemplar do século XX. Já o aparelho de rotação, no qual está um meridiano encaixado, poderá ter origem anterior. De facto, é crível, tendo em conta a existência da Bobina de Ruhmkorff e da Pilha de Volta (Figura 2) que a encomenda inicial, incluída no Livro de Correspondências Expedidas e Recebidas da Escola Normal Masculina, inclua instrumentos e modelos científicos e didáticos que seriam comuns ou necessários à época, para uma introdução aos fenómenos físicos e naturais. Neste sentido, o aparelho de rotação seria uma aquisição adequada, pois a ilustração das leis de Newton no ensino das ciências era uma abordagem comum na época.

Porque também existem na coleção vários tubos de descarga (tubos de Geissler) e tubos de Crookes (Figura 3), a eletricidade, e a demonstração de descargas elétricas, parece poder ter sido uma atividade comum na introdução dos alunos da instituição aos fenómenos físicos e naturais.

O século dezanove é coincidente com a conclusão de processos de formação disciplinar nas ciências físicas e naturais e a sua concomitante institucionalização política, académica e profissional. Como refere Delicado [2009], no século XIX

Figura 1: Caixa métrica com origem na Papelaria Fernandes (esquerda) e aparelho de rotação (direita).

> dá-se a efetiva institucionalização e profissionalização da ciência: cursos universitários especializados, autonomização das disciplinas, estabelecimento de postos de ensino e investigação, criação de novas universidades e do ensino técnico, início da investigação industrial, criação de institutos de investigação associados a universidades, exigência de uma educação formal para o acesso à profissão de cientista. (p. 36)

Este processo de institucionalização concretizou-se através de uma muito rica circulação de pessoas, ideias, documentos legislativos, instrumentos e políticas sobre o qual dispomos de conhecimento muito parcelar. Apenas a título ilustrativo, mencionamos que o início da atividade quase simultânea do Observatório Astronómico de Lisboa, fundado em 1857 [Raposo, 2008], e do Observatório Meteorológico Infante D. Luiz que começou a funcionar em 1854, com instituições similares no Porto e em Coimbra, evidencia, por um lado, a materialização em Portugal de instituições congéneres de outros países euro-

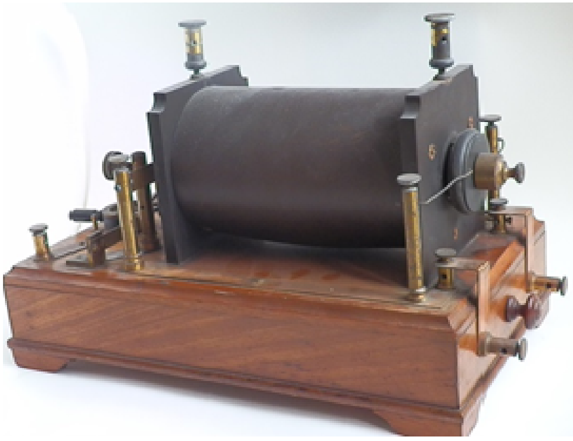
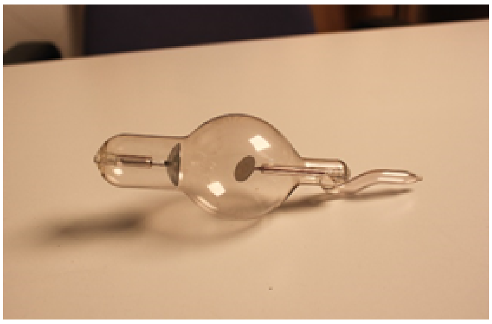


Figura 2: Bobina de Ruhmkorff (esquerda) e Pilha de Volta (direita).



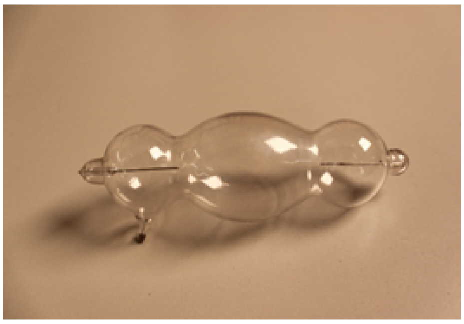


Figura 3: Tubo de Crookes (esquerda) e tubo de descarga, ou tubo de Geissler (direita).

peus e por outro a assimilação de práticas e ideias aí desenvolvidas. O facto de as Escolas Normais terem começado a funcionar na mesma altura, indicia que a sua constituição e, em particular, o equipamento dos seus laboratórios e práticas didáticas de demonstração experimental, seguiu, ou pretendeu-se que seguisse, muito de perto, o que acontecia noutros países europeus.

2 Metodologia

Como metodologia para o estudo dos instrumentos, fazemos uso de uma adaptação do Modelo de Winterthur de Fleming [1974], na versão desenvolvida por Anderson [2013]. Nesta versão, o artefacto é sujeito a quatro operações analíticas baseadas em propriedades básicas do instrumento: história; material de que é feito e técnicas de construção; design; função (explícita ou implícita).

As quatro operações analíticas são: i) estudo do próprio objeto e de documentação que lhe diga respeito, visando a descrição, classificação e autenticação; ii) avaliação do objeto considerando decisões de acabamento, de estética, de fabrico, por exemplo, por comparação com objetos semelhantes ou padrões da época; iii) análise cultural que inclui as funções e usos do objeto, concretas ou abstratas, em termos do seu uso, significado e o que comunica acerca do seu fabricante e utilizadores anteriores e, por fim, iv) interpretação, com vista a estabelecer a relevância e significado do artefacto para o tempo e cultura presentes.

Segundo Lourenço e Gessner [2014], o modelo de Winterthur mantém toda a sua capacidade na abordagem aos estudos dos objetos, e as modificações propostas por vários autores, e. g.,Anderson [2013] apenas salientam a sua capacidade heurística. No entanto, Anderson [2013, 1185–1187] identificaram algumas lacunas no modelo quando os artefactos em estudo são instrumentos científicos ou didáticos, como é o caso da nossa coleção.

O maior problema, de acordo com estes últimos autores, reside na relação dicotómica entre estilo e função, e na abordagem, comum a certas áreas da cultura material, que privilegia o primeiro em detrimento da segunda. Por estilo entendem-se aspetos de produção, mecenato, visualização e modos de apresentação do fabricante [Kemp, 2010]. Como Kemp [2010] salienta, para depois mostrar na análise de representações anatómicas, precisamente a necessidade de considerarmos o estilo, este "não é normalmente tomado como um dos primeiros critérios na análise de uma atividade científica" (p. 192).

Ora, é precisamente a relevância do estilo e a sua relação com a função que vários autores revelam nos seus estudos da cultura material da ciência [Field, 1998; Lourenço, 2011]. Assim, como salientam Anderson [2013], na análise do trabalho científico, esta distinção hierárquica entre estilo e função é pouco produtiva e "vai contra, tanto as asserções epistemológicas como pedagógicas, dos estudos de artefactos e instrumentos na história da ciência" (p. 1185).

Anderson [2013] avançam com mais dois problemas associados ao modelo de Winterthur. Um primeiro relaciona-se com o que chamam de "cegueira da etiquetagem". A olhos não treinados, uma vez tendo identificado um objeto como um barómetro, ou uma balança, facilmente escapam pormenores que poderão eventualmente ser relevantes. Para contrariar este problema, Anderson [2013] sugerem que o desenho do instrumento pode levar a um processo que denominam de "autópsia visual" sobre o instrumento. Este processo pode colocar em evidência diferentes funções de diferentes partes do objeto, bem como levar à identificação de detalhes significativos, que uma abordagem direta e não mediada poderia dificultar ou mesmo impedir.

O outro problema, referido por Anderson [2013], reside na identificação da composição material e modo de produção. Com efeito, "materiais e processos de fabrico [...] podem transportar uma variedade de informação sobre as várias funções dos objetos, os constrangimentos geográficos e económicos que afetaram a sua manufatura, ou a posição do seu detentor dentro da comunidade científica" (p.1187). No entanto, prosseguem os autores, "identificar plásticos, avaliar a qualidade do vidro e reconhecer diferentes tipos de madeira, requer considerável grau de conhecimento"(p. 1187). De igual modo, determinar se um instrumento é manufaturado ou resulta de produção industrial, ou se sofreu modificações por aqueles que os usaram requer soluções inovadoras para que não tenhamos que depender, de modo sistemático, dos especialistas. Anderson [2013] referem o amplo uso de estudos comparativos, utilizando instrumentos do mesmo tipo, categoria, etc., encontrados no mesmo lugar como padrão, ou fazendo uso dos cada vez mais abundantes sítios eletrónicos na internet onde os museus e outras instituições disponibilizam as suas coleções digitais.

2.1 Dos problemas metodológicos à sua resolução

O modelo de Winterthur com as adaptações de Anderson [2013] — deixar de considerar a função subordinada ao estilo, combater a "cegueira da etiquetagem" no processo de inventariação e proceder de modo exaustivo a estudos comparativos de modo a evitar o recurso constante a peritos — revela uma capacidade heurística para o estudo de instrumentos científicos que a literatura reporta [Lourenço e Gessner, 2014; Prown, 1982] e que estudos de caso desenvolvidos no âmbito deste projeto reafirmam. Recentemente, Lourenço e Gessner [2014]por causa das lacunas anteriormente referidas propuseram uma construção metodológica que assenta no modelo de Winterthur e que consiste numa análise do objeto realizada em quatro quadrantes que se sucedem no sentido dos ponteiros de um relógio (Tabela 1).

<table>
<tr><th></th><th>Aspetos singulares</th><th>Aspetos gerais</th></tr>
<tr><td>Análise sincrónica</td><td>Descrição material do objeto na mão:
Partes constituintes
Forma, montagem
Medidas (tamanho e peso)
Materiais
Inscrições
Ornamentos
Sinais de utilização
Objetos relacionados
Defeitos e partes em falta
Estado atual (proprietário, local e valor de mercado). . .</td><td>Princípio de funcionamento:
Itens que compartilham o mesmo princípio
Explicação científica atual aceite ou o princípio de funcionamento
Forma geral do seu uso na atualidade. . .</td></tr>
<tr><td>Análise diacrónica</td><td>Biografia do objeto na mão:
Lugar e data de fabrico
Pessoas envolvidas no fabrico
Sequência da sua utilização
Proprietários anteriores
Utilizadores anteriores
Mudanças sofridas. . .</td><td>Contextos da descoberta, conceção e uso:
Material, social, contextos intelectuais
Variação do uso ao longo do tempo
Representações históricas
Explicações históricas (fontes textuais)
Capacidades e conhecimento envolvendo a utilização do objeto
Papel e impacto na história (objeto raro ou comum). . .</td></tr>
</table>

Tabela 1: Modelo proposto por Gessner e aplicado no estudo de objetos. Adaptado de Lourenço e Gessner [2014].

No quadrante I desenvolve-se uma análise sincrónica considerando os aspetos singulares, isto é, o objeto concreto. O quadrante II, mantendo-se numa análise sincrónica, considera os objetos do mesmo tipo, ou classe de objetos que apresentam as mesmas caraterísticas, ajudando assim, por comparação e confronto a um melhor entendimento do objeto que temos em mão. O quadrante III continua nos aspetos gerais mas considera uma análise diacrónica, em que a classe de objetos em consideração é sujeita a uma análise histórica e cultural, situando o nosso objeto nesse percurso. Por fim, o quadrante IV mantém-se numa análise diacrónica, mas passa para o nosso objeto concreto. O estudo realizado no quadrante III vai, assim, ganhar significado concreto, para o conhecimento do objeto no quadrante IV. Mas o trabalho realizado no quadrante III apenas tem significado para o estudo se o objeto identificado no quadrante I, for enquadrado numa classe de objetos (quadrante II).

3 Discussão

O projeto "Memória e Identidade: Salvaguarda do património histórico da Escola Superior de Educação de Lisboa" pretende inventariar, preservar, e promover investigação em torno da coleção de instrumentos científicos e didáticos da ESELx. Procurando seguir os passos que o estudo de coleções tem sedimentado na comunidade científica, este projeto, sendo realizado numa escola de formação de professores, cedo adotou preocupações de ordem didática.

Assim, foram definidos para o projeto dois grupos de objetivos. Um grupo que visa o desenvolvimento de um trabalho de investigação em história da ciência e em história da educação, com os seguintes objetivos:

- Conhecer o património museológico científico e didático existente na ESELx, identificando origens, percursos, usos e identidades de cada instrumento;
- Desenvolver ações com vista à sua recuperação e manutenção;
- Desenvolver iniciativas de organização — tanto espacial como virtual (web) — e de divulgação do património museológico, científico e didático;
- Enquadrar o património museológico científico e didático na atual historiografia das ciências.

Um segundo conjunto de objetivos, de natureza pedagógica, diz respeito às aprendizagens que podem ser alcançadas e às competências que podem ser desenvolvidas pelos estudantes das licenciaturas e mestrados ministrados na ESELx que participam no projeto. São os objetivos:

- Realizar e aprofundar aprendizagens nos âmbitos das Ciências Naturais, da História da Ciência, da Didática das Ciências ou do Estudo do Meio;
- Realizar e aprofundar aprendizagens no âmbito de outros domínios do conhecimento para os quais o património releve;
- Realizar aprendizagens sobre as potencialidades de um espaço museológico como instrumento de formação e ensino, em contextos formais e não formais;
- Aumentar a prática de realização de tarefas estruturadas por objetivos, num enquadramento interdisciplinar;
- Contribuir para o desenvolvimento de um conjunto diversificado de competências (pesquisa e organização de informação; resolução de problemas; leitura e escrita em língua portuguesa e línguas estrangeiras; desenvolvimento de técnicas oficinais para a sua utilização com fins educativos em diversos contextos; criação e manutenção de sítios eletrónicos e utilização de outras tecnologias de informação e comunicação).

4 Comentários finais

Estando o projeto "Memória e Identidade: Salvaguarda do património histórico da Escola Superior de Educação de Lisboa", profundamente enraizado nos estudos da cultura material da ciência, os docentes que nele se envolveram procuraram desde logo o envolvimento dos estudantes dos vários cursos ministrados na Escola para realização das tarefas e consecução dos objetivos. A importância atribuída a esta dimensão didática levou a que o Conselho Técnico-Científico da ESELx reconhecesse a pertinência da atribuição ao trabalho dos estudantes de um número de ECTS que fica, em cada caso, registado como suplemento ao diploma.

Neste artigo assinalámos os aspetos metodológicos que orientam o nosso trabalho. Em particular, vimos como, de forma consistente, as propostas metodológicas evoluíram no sentido de romper dicotomias (e. g., função *vs* estilo), eliminar hábitos promotores de uma descrição pobre (e. g., "cegueira da etiquetagem") e integração dos aspetos diacrónicos.

O trabalho de inventariação tem progredido de forma lenta, mas consistente, e de entre os cerca de 450 objetos já identificados (maioritariamente das áreas disciplinares da Física, Química e Biologia) já foram alvo de aplicação da metodologia descrita a Bobina de Ruhmkorff, um frasco com um anfíbio preservado (rela comum), os tubos de Crookes e tubos de Geissler e alguns mapas pedagógicos.

A herança, de um possível conjunto de diversas instituições de formação de professores, dos instrumentos didáticos e científicos apresentados levanta questões que poderão ser específicas da coleção da ESELx como: os instrumentos eram usados pelos alunos ou eram usados pelos professores em atividades de demonstração? Quais os instrumentos que não tiveram uso pedagógico e ficaram no acervo da ESELx em resultado do fecho ou extinção das instituições que a precederam? A que decisões políticas ou pedagógicas correspondem as aquisições que parecem ser provenientes de épocas diferentes?

O trabalho de inventariação, preservação e investigação em torno da coleção de instrumentos científicos e didáticos da ESELx constitui-se, por todas estas razões, como um desafio longe de estar concluído.

Referências

Anderson, K., Fapprier, M., Neswald, E., Trim, H. 2013. Reading Instruments, Objects and Texts. Science & Education, 22(5), 1167–1189. doi:10.1007/s11191-011-9391-y

Delicado, A., 2009. A musealização da ciência em Portugal. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Felgueiras, M. L., 2011. Modos de ensinar na República. Em Proênça, M. C. (Ed.), Nos cem anos da reforma: O quotidiano na escola republicana (pp. 37–57). Lisboa: Comissão Nacional para as Comemorações do Centenário da República.

Field, J. V., 1988. What is scientific about scientific instruments? Nuncius, 3, 17–26.

Fleming, E. M., 1974. Artifact Study: A Proposed Model. Winterthur Portfolio, 9, 153–173. Consultado em http://links.jstor.org/sici?sici=0084-0416(1974)9<153:ASAPM>2.0.CO;2-F

Kemp, M., 2010. Style and non-style in anatomical illustration: From Renaissance Humanism to Henry Gray. Journal of Anatomy, 216(2), 192–208. doi:10.1111/j.1469-7580.2009.01181.x

Lourenço, M. C., 2011. Royal cabinets of physics in Portugal and Brazil: An exploratory study. Opuscula Musealia, 19(1) 81–85. doi:10.4467/20843852.OM.11.006.0263

Lourenço, M. C. e Gessner, S., 2014. Documenting Collections: Cornerstones for More History of Science in Museums. Science & Education, 23(4), 727–745. doi:10.1007/s11191-012-9568-z

Mogarro, M. J. e Zaia, I. B., 2009. Do Palácio ao Calvário — Escolas de formação de professores em Portugal no século XIX. In J. Pintassilgo e L. Serrazina (Eds.), A Escola Normal de Lisboa e a formação de professores: Arquivo, história e memória (pp. 41–60). Lisboa: Colibri.

Nóvoa, A., 2000. The teaching profession in Europe: Historical and sociological analysis. In E. S. Swing, J. Schriewer, & F. Orivel (Eds.), Problems and Prospects in European Education (pp. 45–71). Westport, Connecticut: Praeger. Consultado em http://hdl.handle.net/10451/4813

Pintassilgo, J. A. S. e Fernandes, A. L. C., 2009. A influência alemã e a construção da modernidade pedagógica em Portugal: o exemplo da revista Froebel (1882–1885). Em H. Díaz & J. Maria (Eds.), Influencias Alemanas en la Educacion Española e Iberoamericana (1809–2009) (pp. 551–567). Salamanca: Globalia Ediciones Anthema.

Prown, J., 1982. Mind in matter: An introduction to material culture theory and method. Winterthur Portfolio, 17(1), 1–19. doi:10.1086/496065

Raposo, P., 2008. The Material Culture of Nineteenth-Century Astrometry, its Circulation and Heritage at the Astronomical Observatory of Lisbon. In Cultural heritage of astronomical observatories: from classical astronomy to modern astrophysic. Proceedings of the International ICOMOS Symposium in Hamburg. Berlin: Hendrik Bäßler Verlag.

Ruiz-Castell, P., 2008. Scientific Instruments for Education in Early Twentieth-Century Spain. Annals of Science, 65(4), 519–527. doi:10.1080/00033790801971752

Três embarcações, alguns caixotes e uma travessia: a transferência do Real Gabinete de Física da Ajuda para o Rio de Janeiro (1810–1812)

David Felismino

Museu da Saúde, Instituto Nacional de Saúde Dr. Ricardo Jorge
Museu Nacional de História Natural e da Ciência, Universidade de Lisboa
Centro de Humanidades, Universidade Nova de Lisboa
davidfelismino@gmail.com

Resumo: Em finais de 1777, iniciou-se a organização sistemática de um Gabinete de Física no palácio da Ajuda para, entre outras razões, servir à educação dos filhos de D. Maria I (1734–1816), os jovens Príncipe D. José (1761–1788) e Infante D. João (1767–1826), futuro D. João VI. Organizado de acordo com os modelos científicos e tipológicos coevos, a sua coleção de instrumentos, modelos e máquinas foi gradualmente aumentada e enriquecida. Totalizava mais de 300 instrumentos e aparelhos em finais do século, destinado ao ensino e demonstração das leis da física, química e matemática.

Em 1810, perante a ameaça de uma segunda invasão francesa, cerca de ¼ desta coleção foi transferida para o Rio de Janeiro, presumivelmente para complementar a educação do jovem Príncipe Pedro (1798–1834), futuro Imperador Pedro I, então com 9 anos de idade. A ausência de inventários aprofundados não permite um conhecimento detalhado dos objetos transferidos. Na ocasião, preparou-se igualmente o empacotamento de parte dos espécimes zoológicos, mineralógicos e botânicos do Real Museu de História Natural da Ajuda, mas a transferência foi entretanto abandonada.

Em 1812, quando chegaram ao Rio, os instrumentos e modelos foram instalados, juntamente com a Real Biblioteca, no Hospital da Ordem Terceira do Carmo, junto ao Paço régio. As fontes silenciam o seu destino na capital carioca, à exceção de dispersas e lacônicas referências a algumas doações de D. João VI a instituições técnico-científicas criadas então no Rio. Neste texto, dá-se a conhecer, ainda que de forma breve, este Gabinete, caracterizando a

Uma primeira versão deste trabalho foi apresentada no XXXI Symposium of the Scientific Instrument Commission – International Conference «Use, Trade and Transfer of Scientific Instruments between Europe and the Americas» [Scientific Instrument Commission / MAST – Rio de Janeiro, 8-12 Outubro de 2012, Rio de Janeiro], resultando da investigação desenvolvida no âmbito do projeto *On the instruments' trail: Exploring Royal Cabinets of Natural Philosophy in Portugal (18th-19th century)*, financiado pela FCT/MCTES, PTDC/HIS-HCT/098970/2008. Uma versão extensa e detalhada deste trabalho encontra-se em publicação: veja-se [FELISMINO, LOURENCO, GESSNER 2017].

natureza das suas coleções, a sua organização e os seus usos. De seguida, daremos particular atenção à sua transferência para o Brasil e levantando algumas pistas sobre a natureza, propósito e destino das coleções transferidas.

Introdução

A reação contra a cultura escolástica e aristotélica, sob o signo da qual se iniciou o século XVIII, constituiu um acontecimento de relevo na história das mentalidades da sociedade portuguesa. Esta renovação do panorama cultural, eriçada por lutas intelectuais, não se limitou à discussão das relações entre conhecimento e religião, mais ou menos afeta ao questionamento da peripatética escolástica, tendo antes por objeto a receção e divulgação em Portugal de autores e correntes filosóficas e de pensamento variadas, o cartesianismo na filosofia, o classicismo na arte, o jansenismo na religião, em suma, em quase tudo, o criticismo contra edifícios doutrinários de alicerces seculares[1].

A disputa entre «antigos» e «modernos», conforme se denominavam a si mesmos na época os protagonistas desta discussão, no que toca à interpretação dos fenómenos da natureza, centrou-se em questões fundamentais do âmbito tanto da epistemologia como da metodologia científica. O argumentário reconhecia, no encalço dos modelos galilaico-newtonianos, uma ordem mecânica objetiva na natureza, exterior ao homem e acessível apenas por via da razão, da qual Deus seria o supremo criador e organizador. Nesse sentido, o conhecimento sobre a natureza, designado por *filosofia natural*, incluía o estudo de todas as coisas naturais e dos fenómenos a estas associadas, abrangendo um conjunto variado e díspar (aos olhos dos cânones contemporâneos de classificação) de áreas de saber, indo desde as ciências naturais às físico-matemáticas.

Por *física*, ou filosofia experimental, entendia-se a apreensão da matéria / dos corpos, das suas propriedades (extensão, impenetrabilidade, divisibilidade) e dos fenómenos relacionados (sobretudo os inerentes à sua mobilidade). Advogava-se uma prática metodológica baseada na observação e experiência, considerados como caminhos privilegiados (ou únicos) para o alcance de uma interpretação correta destes fenómenos físicos naturais. Era na medida e quantificação dos mesmos que residia a chave da investigação, conferindo ao cálculo matemático uma centralidade inédita.

Há muito que a receção deste ideário «moderno» em Portugal é tema de análise historiográfica, centrando-se em duas questões: a querela das propostas pedagógicas jesuítas e oratorianas e, por outro lado, a reforma pombalina

[1]Para uma síntese sobre estas matérias, veja-se [CALAFATE 2001].

dos estudos secundários e da Universidade de Coimbra, na segunda metade do século XVIII[2]. Nas últimas décadas do século XX, acompanhando a renovação dos temas historiográficos, despoletada pela chamada *nova história*, o tema viria a ser abordado na perspetiva da cultura material da ciência. Nome incontornável desta abordagem é o de Rómulo de Carvalho que, em vários trabalhos[3], chamou à atenção para as vastas coleções de instrumentos científicos reunidas para servir à demonstração e ensino da física experimental. As necessidades decorrentes do método experimental, longe de ser somente uma explanação de especulações abstratas, originaram instrumentos, máquinas e dispositivos didáticos diversos, destinados à realização de experiências nos campos da mecânica, electroestática, hidráulica, pneumática e da ótica, alguns com efeitos mais ou menos espetaculares e lúdicos, e a sua reunião, em espaços e compartimentos organizados tipologicamente, os chamados *gabinetes de física*. Gabinetes deste tipo, adotando modelos europeus, sistematizados e teorizados em tratados com vasta circulação[4], surgiram em Portugal logo na primeira metade do século XVIII, muito antes da sua institucionalização no Colégio dos Nobres (1767)[5], em Coimbra (1772)[6] e na Academia das Ciências de Lisboa (1794)[7].

A Casa Real portuguesa, além de patrocinar a atividade científica de muitos homens de mentalidade esclarecida, contribuiu, direta e insistentemente, para a constituição de gabinetes para o ensino e prática da física experimental. Referimo-nos, entre outros, ao patrocínio dos gabinetes do Colégio jesuíta de Santo Antão, ao longo da primeira metade do século XVIII; à criação de um gabinete no Palácio-Convento das Necessidades, a partir de 1749[8], para o apoio do ensino dos Oratorianos; ou ainda, a reunião de numerosos instrumentos científicos, representativos do estado da arte científico e técnico da época, em particular nas áreas da astronomia e matemática, no Palácio da Ribeira, antes do sismo de 1755, por D. João V (1689–1750)[9].

A partir de 1777, patrocinou ainda a constituição e organização de um *Real Gabinete de Física* no paço da Ajuda[10], para o apoio do ensino da filosofia na-

[2]Veja-se [ANDRADE 1966; 1982; 1984]. Veja-se [AZEVEDO 1959], [DOMINGUES, 1994], [SILVA, 2009] e [SILVA DIAS, 2006].

[3]Veja-se [CARVALHO 1982; 1985].

[4]Entre os quais, os de Theophilus Desaguliers (1683–1744), Willem's Gravesande (1688–1742), Jean Antoine Nollet (1700–1770) e ainda de Joseph-Aignan Sigaud de Lafond (1730–1810).

[5][CARVALHO 1959].

[6][CARVALHO 1978].

[7][CARVALHO 1993].

[8][DOMINGUES 1994, 28–29 e 74–78]; [CORTE-REAL 1983, 13–18]; [FERRÃO 1994, 178–180].

[9]Sobre as coleções científicas da Ribeira, veja-se [DELAFORCE 2002, 86–87]; [MANDROUX FRANÇA 2003]; [SERUYA 2005] e [TIRAPICOS 2010].

[10]O Gabinete nunca tinha sido alvo de estudo sistemático e detalhado, veja-se [CARVALHO

tural dos netos do rei D. José I (1714–1777) e filhos da futura rainha D. Maria I (1734–1816), o Príncipe D. José (1761–1788) e o Infante D. João (1767–1826), futuro D. João VI[11].

O *Real Gabinete de Física da Ajuda* (1777–1817)

D. José e D. Maria I seguiram a política joanina de constituição e promoção de importantes coleções científicas na corte, em particular na *Barraca da Ajuda* onde a Família Real se instalou após o terramoto de 1755[12]. Físicos, matemáticos e naturalistas estrangeiros foram recrutados um pouco por toda a Europa para organizar, desenvolver e administrar estas novas coleções com propósitos simultaneamente educativos, simbólicos e científicos.

Em 1763, deu-se início à construção de um Jardim Botânico e de um Museu de História Natural (num curto espaço de tempo, apoiado por um laboratório, uma livraria especializada e uma aula de risco) nos terrenos do antigo Paço dos Condes de Óbidos, contíguos à *Barraca*. O projeto e respetiva administração couberam ao naturalista paduano Domenico Vandelli (1735–1816) que viera para Lisboa para ensinar no recém-criado Colégio dos Nobres (1761)[13].

Complementar destas instalações foi a organização de um *Real Gabinete de Física*. Frei Manuel do Cenáculo (1724–1814), primeiro preceptor do Príncipe D. José, terá estado na origem da sua organização, ainda que seja difícil de o precisar com toda a segurança. Em notas deixadas no seu diário, refere que a educação do jovem infante era informal, útil e experimental. Desde muito novo, a física experimental — ou pelo menos os seus rudimentos mais básicos — integrava o currículo dos seus estudos juntamente com a história, a literatura, a geografia, a geometria e alguns conceitos de filosofia[14]. Várias fontes referem, a partir de meados da década de 1760, a aquisição paulatina de instrumentos científicos para apoiar o ensino do jovem Príncipe, entre as quais avultam a referência a uma câmara ótica com 187 placas de vidro, remetida de

1985, 80–85] e [FERRO 1989, 56–62]. As escassas informações fornecidas por Carvalho e Ferro foram retomados por [SILVA 2006, 122–124] e [MONTEIRO 2006, 250–253].

11 Para um visão atualizada dos gabinetes científicos da Casa Real, veja-se [LOURENÇO 2012], [LOURENÇO, FELISMINO 2013; 2016].

12 [ABECASIS 2009].

13 Da muita bibliografia sobre o assunto, vide [ALMAÇA 1985, 1993]; [BRIGOLA 2003]; [FELISMINO 2015; 2016].

14 CENÁCULO, Frei Manuel do, «Diário», 1766–1780, Évora, BPE, CXXIX/I-17, fls. 231–237. Para uma bibliografia do Cenáculo, veja-se [MARCADÉ 1978, 62–66].

Londres em finais de 1766, pelo Embaixador Martinho de Melo e Castro (1716–1795)[15].

Além de rudimentos incipientes de filosofia experimental, o Príncipe recebia ainda aulas regulares de geometria, cujo ensino era iniciado por volta dos 6 anos de idade. Considerava-se imprescindível a geometria pela sua relação direta a navegação, a arquitetura militar e a artilharia, em suma, com as artes militares, cujo domínio era essencial para aqueles que viriam um dia a ascender ao trono e zelar pela proteção dos seus povos. Citando o próprio monarca D. José, em carta ao Cenáculo, sobre a educação do neto e referindo-se a geometria, era «indispensável necessidade aos príncipes [...] o estudo da Geometria: porque só com a ciência dela podem discorrer, e obrar sobre os princípios certos [...], que por falta de conhecimento desta utilíssima arte deixavam muitos monarcas precipitar as suas reais pessoas, e os seus reinos nas maiores ruínas». Por outro lado, o ensino da geometria ajudava a estruturar o pensamento e moralidade do Príncipe, a construir a exigência da sua objetividade: o «espírito geométrico», desta vez nas palavras de Cenáculo, consistia «em tomar por princípios e axiomas coisas universalmente verdadeiras, [...], e admitidas por certas, e daí trazer suas proposições intentadas, e descobrir incógnitas». Em suma, permitia «dirigir a mente para descobrir a falsidade, para a fazer ver aos outros, para os chamar ao bom caminho». Nesta fase de primeira instrução, os principais manuais de ensino eram, entre outros, a profusamente ilustrada *Nova Geometria Prática* de Sébastien Leclerc e o *Cours Élémentaires de Mathématique*s do francês Etienne Bezout[16].

A constituição do *Real Gabinete* vinha, desta forma, prolongar e apoiar um ensino mais aprofundado e prático das matérias científicas, próprio de um jovem de 11/12 anos. O matemático veneziano Michele Franzini (1740?–1810)[17], nomeado responsável do Gabinete em abril de 1777, inspirado pelos modelos europeus vigentes, entre os quais de Nollet, Sigaud de la Fond, Para du Phanjas, Gravesande e Desaguliers[18], irá até finais de 1793, adquirir mensal, se não por vezes semanalmente, instrumentos, modelos, máquinas e outros dispositivos destinados ao ensino da ótica, mecânica, astronomia, náutica, engenharia hidráulica, balística e arquitetura militar, conferindo ao gabinete da Ajuda dimensões e conteúdos em tudo idênticos a outros gabinetes régios congéneres como em Versailles, Nápoles, Kassel ou Dresden[19].

Apoiando-se na rede diplomática portuguesa, nalguns agentes comerciais

[15]ANTT, Conselho de Guerra, Mç. 297.

[16]ANTT, Casa Real, Cx. 3111.

[17]Sobre a vinda de Franzini para Portugal, veja-se [CARVALHO 1959] e [RUIVO 1997].

[18]ANTT, Casa Real, Cx. 3113 e 3117.

[19]Veja-se [DE CLERQ 1988], [MORMICHE 2011] e [PEYSON 2002].

e, ainda, algumas figuras de destaque da cultura portuguesa desse tempo, residentes no estrangeiro, procurou adquirir o que de mais atualizado existia à época. O célebre fabricante de instrumentos João Jacinto Magalhães (1722–1790), instalado em Londres, Paris e Bruxelas; D. Rodrigo de Sousa Coutinho (1745–1812), Conde de Linhares e Embaixador na corte de Turim; D. Vicente de Sousa Coutinho (1726–1792), tio deste último e Embaixador em Paris; e Francisco José da Horta Machado (1746–1817), embaixador na Rússia, tornaram-se interlocutores privilegiados de Franzini, remetendo sistematicamente para a corte lisboeta novos instrumentos e modelos.

No inventário mais antigo conhecido, levantado em Julho de 1808, o Gabinete reunia, à data, 324 instrumentos, modelos, maquetas e dispositivos, cobrindo, entre outras, as áreas da hidráulica, física, matemática, balística e arquitetura. Os instrumentos didáticos eram numerosos e diversos: 50 instrumentos ilustrando as leis da pneumática e do magnetismo, 39 dispositivos electroestáticos, 23 instrumentos de óptica, incluindo 4 telescópios e 2 espelhos côncavos. Reunia ainda 72 modelos de arquitetura militar e artilharia, especialmente fabricados na corte de Turim a pedido de Rodrigo de Sousa Coutinho. Muitos destes instrumentos provinham dos principais artífices da época: para além de telescópios e outros instrumentos da famosa casa londrina Adams, contava com peças fabricadas pelos ingleses Nairne, Nicholson e os franceses Chevalier e Dumotiez. Integrava ainda o gabinete abundante material relacionado com novas tecnologias e indústrias em desenvolvimentos[20].

O ensino das matemáticas — álgebra, geometria, aritmética, trigonometria — era feito mediante, além dos tradicionais compasso, esquadro e régua (presentes em quantidade no *Gabinete*), o recurso a instrumentos de medições diversos, diretamente relacionados com outras áreas de saber como a óptica, a mecânica e a astronomia. Como atestam as facturas de compra, o ensino teórico apoiava-se nos trabalhos recentes de Sylvestre de La Croix, d'Étienne Bezout, nos cursos de Bernard Bélidor ou ainda em edições comentadas dos clássicos elementos de Euclides.

O incêndio e destruição da *Barraca* em 1794, a consequente mudança da Corte para Queluz, a conclusão dos estudos de D. João, então 26 anos, ditaram o abandono progressivo do Gabinete até 1810 quando foi tomada a decisão de o transferir parcialmente para o Rio de Janeiro. Nessa data, perante a ameaça de uma segunda invasão francesa, cerca de ¼ das colecções foram transferidas para o Rio de Janeiro, possivelmente para serem usadas na educação do jovem

[20]Tibère Blanc, «L'Etat des Instrumens de Physique experimentale, Modeles de Fortifications et des Arts et Métiers", 1808/07/28, conservado em Paris, ANF, Carton AJ/15/600. Veja-se [LOURENÇO, FELISMINO 2013; 2016].

Príncipe Pedro (1798–1834), futuro Imperador Pedro I que acabava de completar 9 anos de idade.

1810 — Três embarcações, alguns caixotes e uma travessia

A partir de 1801, Napoleão procurou instaurar, pela força militar, um império hegemónico na Europa, polarizando-se, no continente, os apoios a França e a Inglaterra, principal opositor do belicismo gaulês. Em Agosto de 1807, França e Espanha intimaram a Coroa portuguesa[21]: no prazo de um mês, até 1 de Setembro, todos os portos terrestres e marítimos lusos deveriam fechar aos navios mercantes ingleses; as representações diplomáticas inglesas, em território nacional, ser expulsas; e os bens dos britânicos, instalados em praças portuguesas, confiscados. O não respeito deste pedido no prazo estabelecido levaria à invasão imediata de Portugal pelas tropas francesas e seus aliados.

A lentidão da reação portuguesa, a premência da manutenção das relações comerciais e militares seculares com Inglaterra, e o consequente incumprimento do ultimato desencadeiram a invasão do território luso pelas tropas francesas, em 18 de Outubro, sob o comando do general francês Jean-Andoche Junot (1771–1813).

Perante a ameaça, nos meses de Julho a Setembro, a Corte portuguesa preparou minuciosamente a transferência da Família Real e do seu séquito para o Rio de Janeiro[22]. Apesar da urgência, ordens precisas e detalhadas são dadas para formar a armada para a travessia; empacotar e transportar o tesouro da Casa Real, os principais bens da Capela Real, do Guarda-Jóia, da Biblioteca Régia e o mobiliário de vários palácios, entre outros[23]. A partida do herdeiro da Coroa, o jovem príncipe herdeiro, D. Pedro de Alcântara, primogénito do Infante D. João, então com 9 anos de idade, é alvo de todas as atenções: o séquito curial é minuciosamente definido; novos perceptores e professores são designados; móveis, roupas e baixelas para o seu serviço, na travessia e uma vez no Rio, são meticulosamente selecionados[24]. Em Novembro de 1807, 48 navios e

[21] [GORETTI 2006].

[22] Sobre o tema da saída da Família Real para o Rio: [PEREIRA 1946; 1953; 1958], [MARTINS 1968], [MANCHESTERM 1967], [WILCKEN 2005], [LIGHT 2008], [IPANEMA 2008] e [COUTO 2010].

[23] «Rellação da Obra de que precisão os Vazos de Guerra Surtos neste Porto e do estado actual de cada hum», 29 Agosto de 1807, in Arquivo da Marinha, Cx. 14, doc. 38 e o relatório sobre os preparativos, apresentado em 29 de Setembro de 1807 (Arquivo Nacional Rio de Janeiro, Negócios de Portugal, transcrito em E. Martins Filho, *op. cit.* (2), doc. 6, 37).

[24] In Inácio da Costa Quintela, Carta dirigida ao Visconde de Anadia, 15 Outubro de 1807, Arquivo da Marinha, Cx. 667, Pasta 9, doc. 3.

naus e perto de 15000 pessoas largaram a barra de Lisboa rumo ao Brasil, entrando no Rio já em Fevereiro de 1808[25].

Nesta fase, nenhuma ordem foi dada em relação às coleções científicas da Casa Real, fossem estas de história natural ou do *Real Gabinete de Física*. Podem ser apontadas várias razões. Por um lado, nem o Príncipe D. Pedro, nem o seu irmão mais novo, o Infante D. Miguel, então com 5 anos de idade, tinham idade para receber um ensino científico mais complexo, que era apenas iniciado, como já mencionámos, por volta dos 12 anos. Por outro lado, deu-se prioridade aos palácios que eram residências permanentes da Família Real que se dividia à época, sobretudo, entre Queluz, as Necessidades e o palácio da Amora. O *paço velho* da Ajuda encontrava-se «abandonado» desde o incêndio de 1794 que destruíra na totalidade a *Barraca* erguida depois de 1755. Por fim, a maioria dos instrumentos e modelos do gabinete tinha sido adquirida entre 1777 e 1794. Volvidos mais de treze anos e fechado desde então, muitos instrumentos estariam danificados pelo passar do tempo, outros até estariam obsoletos em termos científicos e de operacionalidade.

Todavia, em 27 de Janeiro de 1809, perante a ameaça de uma segunda invasão francesa, o Governo provisório, formado em Lisboa desde 1807[26], decidiu que todos os bens da Casa Real deveriam ser transferidos para o Brasil, em particular a Biblioteca Régia, empacotada desde finais de 1807; os arquivos da Torre Tombo, bem como todos os pertences das Reais Estrabarias e Cocheiras[27].

Foi no âmbito deste processo de transferência generalizada que o Governo Provisório deu ordens para o envio das coleções científicas da Casa Real para o Brasil. Não obstante, as dificuldades financeiras, provocadas por dois anos de guerra e ocupação, e a inexistência de uma frota apetrechada para o efeito, obrigariam os vários departamentos da estrutura doméstica da Casa Real a selecionar meticulosamente os bens a remeter para o Rio, não podendo suportar uma transferência total[28].

Logo nos primeiros dias de Fevereiro de 1809, caixas e caixotes de madeira foram encomendados para acomodar alguns instrumentos do *Real Gabinete de*

[25]«Lista dos Navios que saíram de Lisboa em 29 de Novembro de 1807», Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro, Manuscritos, Mss. 1210498.

[26]Criado pelo decreto de 26 Novembro de 1807, BNRJ, Manuscritos, Mss. 1244827.

[27]Decisão do Governo Provisório de 27 de Janeiro de 1809, ANTT, Ministério do Reino, Lv. 314, 14v.

[28]Sobre esta matéria, veja-a a correspondência do Governo Provisório, entre as quais a carta de 20 Outubro 1810, ANTT, Avisos e Ordens, Mç. 7, n.º 18; a carta de 21 Outubro 1810, ANTT, Ministério do Reino, Mç. 495, Cx. 616; e a carta de 9 de Novmbro de 1810, ANTT, Ministério do Reino, Lv. 314, 133–133v.

Física[29]. Paralelamente, foram reunidos para serem remetidos os instrumentos científicos de uso quotidiano e doméstico, tais como barómetros e pluviómetros, dispersos pelas várias residências régias[30]. Os instrumentos do Real Observatório da Marinha foram, da mesma forma, empacotados. No final do mês, encontrava-se carregada, na barra de Belém, a nau *Princesa Real* com 310 caixotes da Biblioteca Régia[31] e 13 caixotes do Real Observatório[32].

Os trabalhos de empacotamento do *Real Gabinete de Física* prosseguiram e, em meados de Abril, 18 caixotes com instrumentos e modelos do Gabinete encontravam-se no convés da fragata *São Carlos Augusto*[33]. Volvidos uns meses, em Dezembro do mesmo ano, um número incerto de caixas e caixotes com coleções do Gabinete foram embarcados a bordo da fragata *São João Magnânimo*. O número de volumes transportados para este navio permanece desconhecido mas não deverá exceder os 10 caixotes, tendo em conta que apenas 16 homens foram pagos para transportar os mesmos, numa única viagem, desde o alto da Ajuda até à barra de Belém[34].

Com as tropas francesas às portas de Lisboa, no dia 31 de Janeiro de 1810, os três navios — a nau *Princesa Real*, e as fragatas *São Carlos Augusto* e *São João Magnânimo* — partiram para o Brasil[35]. As coleções de história natural do *Real Museu*, devido à falta de espaço, ficariam para trás, bem como um conjunto de 34 caixas com exemplares zoológicos da Universidade de Coimbra[36]. Os primeiros seriam despachados novamente para a Ajuda escassos meses depois, e

[29]Despesas de 11 a 25 de Fevereiro de 1809, ANTT, Casa Real, Cx. 3245.

[30]Despesas de 23 Fevereiro de 1809, ANTT, Casa Real, Cx. 3245. Grande parte deste trabalho foi realizado por Jacob Bernard Haas (1735–1828), fabricante de instrumentos científicos, instalado em Lisboa. Veja-se ainda [REIS 1991].

[31]Acerca da transferência da biblioteca, [SCHWARCZ 2007].

[32]«Relação dos caixotes que contem Preciosidades da Casa Real», 25 de Fevereiro de 1809, ANTT, Casa Real (reproduzido no *Boletim da Academia Nacional de Belas Artes*, II, *Documentos*, Lisbon, 1936, 125–126); «Relação de tudo o que se tem embarcado a bordo da charrua Princesa Real», Arquivo da Marinha, Cx. 666, Pasta 3, doc. 8. Para uma lista detalhada dos instrumentos do Observatório levados para o Rio, veja-se «Inventário dos bens a bordo do *Princesa Real*», 2 Março 1809, Arquivo da Marinha, Lv. 2406, 82–82v (reproduzido em [REIS 1991, 58]). Veja-se ainda Arquivo da Marinha, Lv. 2406, 82v.

[33]«Rol das despesas que fiz com a conducção dos Caixotes da Casa da Mathemática do Palácio da Ajuda para o Cais de Belém, os quais foram para bordo da charrua São Carlos Augusto», 11 Abril de 1809, ANTT, Casa Real, Cx. 3245.

[34]Despesas de 2 Janeiro de 1810, ANTT, Casa Real, Cx. 3246.

[35]Carta do Governo Provisório de 8 de Janeiro de 1810, Arquivo da Marinha, Cx. 652, Pasta 19, doc. 19.

[36]Em Outubro de 1810, 34 caixas com espécimes do museu de história natural da Universidade de Coimbra foram embarcados a bordo das naus *Gratidão* e *Vasco da Gama*. Veja-se a informação do Real Arsenal da Marinha dirigida ao Conde de Redondo, em 23 de Outubro de 1810, Arquivo Histórico Ultramarino Lisbon, Conselho Ultramarino-Reino, Cx. 33, Pasta 27.

as coleções de Coimbra para o Colégio dos Nobres, em princípios de 1812[37]. Ao que tudo indica, mais nenhum instrumento do *Real Gabinete* foi transferido para o Rio.

Sobre o conteúdo destas quase 30 caixas enviadas em 1810, pouco se sabe. Os inventários posteriores do Gabinete conhecidos, muito afastados em termos cronológicos destes episódios (são de 1847[38] e 1854[39]), não permitem a identificação cabal dos objetos transferidos em 1810. Por outro lado, apesar do levantamento e cruzamento de múltiplas fontes em arquivos portugueses e estrangeiros, em particular brasileiros, o silêncio das mesmas não permite um conhecimento detalhado do destino destes instrumentos uma vez em território carioca.

Desembarcadas em Abril de 1810, após três meses de travessia, as caixas com as coleções do *Real Gabinete* permaneceram nos depósitos do Arsenal da Marinha do Rio de Janeiro durante largos meses[40]. Finalmente, em Março de 1812, foram levadas para o Hospital da Ordem Terceira do Carmo, remodelado progressivamente, a partir de 1810, para receber a Biblioteca Régia[41]. A partir de 1813, o «novo» Gabinete já se encontraria em funcionamento: em Março desse ano, o fabricante de instrumentos Gaspar José Marques, aprendiz de Jesse Ramsden em Londres, é nomeado Fiel do Gabinete[42], sendo-lhe pedido a limpeza e remontagem de alguns instrumentos[43].

Contudo, nenhuma fonte coeva atesta o uso dos instrumentos uma vez instalados no Hospital. Por um lado, a abertura dos portos brasileiros ao comércio internacional, potenciando a circulação a uma escala global de novas mercadorias, possibilitou tanto o acesso a instrumentação nova e mais atualizada, como permitiu a instalação no Rio de casas comerciais e artífices de instrumentos estrangeiros, tornando possivelmente obsoletos os instrumentos vin-

[37]«Relação dos Caixões pertencentes ao Real Museo com a marca R. M. e N.os de 1 ate 9», Bibliothèque Central du Museum National d'Histoire Naturelle de France, Ms. 2441.

[38]V. F. Sousa Brandão, «Relação dos objectos que se achão depositados nas Salas do Antigo Real Gabinete de Physica do Palácio d'Ajuda», 15 Outubro de 1847, ANTT, Casa Real, Cx. 4135.

[39]V. F. Sousa Brandão, «Relação dos objectos existentes nas sallas do Antigo Gabinete de Physica do Real Palácio d'Ajuda», 1854/06/14, ANTT, Casa Real, Cx. 4135

[40]Ordem de D. João VI de 23 de Junho de 1810, Arquivo Geral da Cidade do Rio de Janeiro, OC.AD, 12.14, 227v–228.

[41]Despesas de I. Dias Moreira com a manufatura dos armários destinados à arrumação dos instrumentos do Real Gabinete, 9 de Março de 1812, ANTT, Casa Real, Cx. 3255. A este propósito, veja-se ainda a carta de Luís Santos Marrocos dirigida ao pai em 13 de Janeiro de 1813, [MARROCOS, 2008, 170].

[42]Veja-se a carta de Luís Santos Marrocos dirigida ao pai em 4 de março de 1814, [MARROCOS, 2008, 214].

[43]Acerca da atividade de Gaspar José Marques no Rio de Janeiro, veja-se [REIS 1991, 2009].

dos de Lisboa. Por outro lado, ao que tudo indica, nunca terão sido usados na educação dos dois príncipes. Em 1808, a Família Real instalara-se na Quinta da Boa Vista, uma propriedade nos arrabaldes do Rio de Janeiro, deslocando-se apenas ao Paço Real, de acordo com a documentação da época, em ocasiões protocolares e solenes[44]. A partir de 1815, as contas da Casa Real deixam de atestar a existência de um funcionário para a manutenção dos instrumentos, podendo tanto indiciar o fecho do *Real Gabinete* como a dispersão do seu conteúdo.

Apesar do carácter muito lacunar das fontes disponíveis, a hipótese da rápida dispersão do *Real Gabinete*, depois de 1815, parece ser muito plausível quando olhada à luz da política de desenvolvimento científico e tecnológico, fomentada pelo Infante Regente D. João, com a criação de instituições de ensino, de academias científicas, de laboratórios, de museus e estabelecimentos de artes e ofícios[45]. As fontes coevas dão conta do destino de pelo menos um objeto do *Real Gabinete* uma vez em terras cariocas.

Em Junho de 1818, D. João dava ordens para a criação de um *Museu Real* no Rio de Janeiro, oferecendo vários objetos das suas coleções particulares e da Casa Real para a formação do primeiro acervo, entre os quais, duas caixas piramidais em madeira, contendo perto de 80 modelos das artes e ofícios existentes em Portugal[46].

Fabricadas em Portugal a pedido de Martinho de Melo e Castro em princípios de 1780, integravam as coleções do *Real Gabinete* na Ajuda. Constam do já referido inventário de 1808 e terão, então, feito parte dos cerca de 30 lotes, transferidos em 1810. Este facto sugere a possível transferência dos restantes objetos por outras instituições. Aliás, note-se que os primeiros laboratórios e gabinetes constituídos no Rio, beneficiaram, na sua maioria, de objetos, instrumentos e máquinas, provenientes das instituições congéneres em Lisboa. Em Junho de 1812, criou-se um *Laboratório Químico-Prático* para apoio do ensino da química dos cursos da *Academia Militar* (1808) e da *Escola Médico-Cirúrgica* (1810). Os primeiros instrumentos do Laboratório viriam das coleções do *Laboratório Químico da Casa da Moeda* de Lisboa, em Novembro de 1812, a pedido do primeiro diretor da instituição[47].

O que ficou em Lisboa em 1810 acabaria por desaparecer ou ser disperso naturalmente. A partir de 1817, o *Real Gabinete* foi sendo desmantelado e os

[44] [DANTAS 2007].

[45] Acerca desta questão, entre muitos, [OLIVEIRA 2004; 2005], [MOURÃO 2006; 2007], [SCHWARTZMAN 2001].

[46] [SILVA MAIA, 1852] e [LOPES 2009, 51–53].

[47] «Relação de materiais enviados por Goulart», 23 de Fevereiro de 1812, Arquivo Histórico da Câmara Municipal de Lisboa, Mç. 718.

sobejos da coleção transferidos para depósitos e arrumos contíguos à *Real Livraria* da Ajuda. O plano de reconstrução do palácio em curso e a necessidade de transformar as instalações do antigo de Palácio dos Condes de Óbidos em salas de aparato tinham ditado o seu fim. Em 1854, menos de ⅓ dos instrumentos, listados em 1808, sobreviviam nos depósitos da Ajuda[48].

Bibliografia

ABECASIS, M. I., *A Real Barraca. A Residência na Ajuda dos Reis de Portugal após o Terramoto (1756–1794)*, Lisboa, Tribuna, 2009.

ALMAÇA, C., *Museus de zoologia e investigação científica*, Lisboa, MNHN, 1985.

ALMAÇA, C., *Bosquejo histórico da zoologia em Portugal*, Lisboa, MNHN, 1993.

ANDRADE, A. A. Banha de, *Vernei e a Cultura do Seu Tempo*, Coimbra, Universidade de Coimbra, 1966.

ANDRADE, A. A. Banha de, *Contributos para a história da mentalidade pedagógica portuguesa*, Lisboa, INCM, 1982.

ANDRADE, A. A. Banha de, *A reforma pombalina dos estudos secundários (1759–1777): para o estudo da pedagogia em Portugal,* Coimbra, Imprensa da Universidade, 1984.

AZEVEDO, M. L., *Padre Teodoro de Almeida, subsídios para o estudo da sua vida e obra*, Dissertação de Licenciatura em História, Coimbra, Faculdade de Letras, 1959.

BRIGOLA, J. C., *Colecções, Gabinetes e Museus em Portugal no século XVIII*, Lisboa, 2003.

CALAFATE, P., *História do pensamento filosófico português*, vol. 3, *As Luzes*, Lisboa, Editorial Caminho, 2001.

CARVALHO, R., *A Física Experimental em Portugal no século XVIII*, Lisboa, ICLP, 1982.

CARVALHO, R., *A astronomia em Portugal no século XVIII*, Lisboa, ICLP, 1985.

CARVALHO, R, *História da Fundação do Colégio Real dos Nobres de Lisboa*, Coimbra, Atlântida Editora, 1959.

[48] V. F. Sousa Brandão, «Relação dos objectos existentes nas sallas do Antigo Gabinete de Physica do Real Palácio d'Ajuda», 1854/06/14, ANTT, Casa Real, Cx. 4135.

CARVALHO, R, *História do Gabinete de Física da Universidade de Coimbra*, Coimbra, Biblioteca Geral da Universidade de Coimbra, 1978.

CARVALHO, R, *O material didáctico dos séculos XVIII e XIX do Museu Maynense da Academia das Ciências de Lisboa*, Lisboa, Academia das Ciências de Lisboa, 1993.

CIDADE, H., *Ensaio sobre a crise cultural do século XVIII*, Coimbra, Imprensa da Universidade, 1929 (reed. Lisboa, presença, 2005).

CORTE-REAL, M. H., *O Palácio das Necessidades*, Lisboa, MNE, 1983.

COUTO, J. (org.), *Rio de Janeiro, Capital do Império Português (1808–1821)*, Tribuna, Lisboa, 2010.

DE CLERQ, P., «Science at Court: the Eighteenth Century Cabinet of Scientific Instruments and Models of the Dutch Stadholders», *Annals of Science* (1988), 45, 113–152.

DELAFORCE, A., *Art and Patronage in Eighteenth Century Portugal*, Londres, CUP, 2002.

DIAS, J. S. S., *Portugal e a cultura europeia (Séculos XVI a XVIII)*, Biblos, n.º 28 (1952), pp. 203–498 (reed. Lisboa, Campo das Letras, 2006).

DOMINGUES, F. C., *Ilustração e Catolicismo, Teodoro de Almeida*, Lisboa, Colibri, 1994.

FELISMINO, D., *Natureza, Saberes & Poder. Colecções Científicas da antiga Casa Real portuguesa*, Lisboa, Caleidoscópio, 2015.

FELISMINO, D., «O estudo do mundo natural de Portugal, da Madeira e dos Açores em finais do século XVIII», in *Os Naturalistas do Império. O Conhecimento Científico de Portugal e suas Colônias (1768–1822)*, org. Magnus Roberto de Mello Pereira e Ana Lúcia Rocha Barbalho da Cruz, São Paulo, Odebrecht / Prêmio Odebrecht de Pesquisa Histórica, 2016, 176–195.

FELISMINO, D., LOURENÇO, M. C., «Les Cabinets de physique des rois du Portugal (XVIII–XIX siècles). Organisation, dispersion et collections perdues», *ARTEFACT. Techniques, histoire et sciences humaines*, N.º 5 (2016), *Musées Éphémères, Musées Imaginaires*, org. D. Roche, 11–26.

FELISMINO, D., LOURENCO, M. C., GESSNER, S., «The Transfer of the Royal Cabinet of Physics of The Ajuda Palace from Lisbon to Rio (1810–1821)», in *Royal Cabinets of Physics in Portugal*, ed. M.C. Lourenço, Lisboa, 2017, 30 pp., no prelo.

FERRÃO, L., *A Real Obra de Nossa Senhora das Necessidades*, Lisboa, Quetzal, 1994.

FERRO, J. P., *Um príncipe iluminado português: D. José (1761–1788)*, Lisboa, Lucifer Edições, 1989.

GORETTI, N., *Napoleão e Portugal*, 2.ª ed., Lisboa, Teorema, Lisboa, 2006.

IPANEMA, R. M. (org.), *D. João e a Cidade do Rio de Janeiro, 1808–1821*, IHGB, Rio de Janeiro, 2008.

LEITÃO, H., «A História da Ciência e a revista Brotéria», in Hermínio Rico, José Eduardo Franco (org.), *Fé, Ciência, Cultura: Brotéria / 100 anos*, Lisboa, Edições Gradiva, 2003, pp. 326–350.

LIGHT, K. L., *A viagem marítima da Família Real. A transferência da Corte portuguesa para o Brasil*, Zahar, Rio de Janeiro, 2008.

LOURENÇO, M. C., «Royal Cabinets of physics in Portugal and Brazil: an exploratory study», *Opuscula Musealia*, n.º 19 (2012), pp. 70–88.

LOURENÇO, M. C., FELISMINO, D., «Between Teaching and Collecting: The Cabinet of Physics of Princes Joseph and John of Portugal (1778–1808)», in Jim Bennett & Sofia Talas (eds), *Making Science Public in 18th-Century Europe: the Role of Cabinets of Experimental Philosophy*, Brill, Leiden, 2013, 137–153.

MANCHESTERM A. K., «A transferência da Corte portuguesa para o Rio de Janeiro», *RIHGB* (1967), 277, 3–44.

MANDROUX-FRANÇA, M. T. (dir.), *Catalogues de la Collection d'estampes de Jean V, roi du Portugal*, 3 vols., Lisbonne, FCG / CCCG / BNF, 2003.

MARCADÉ, J., *Frei Manuel do Cenáculo Vilas Boas. Évêque de Beja, Archevèque d'Évora (1770–1814)*, Paris, FCG, 1978, pp. 62–66.

MARROCOS, L. J. S., *Cartas do Rio de Janeiro, 1811–1821*, Biblioteca Nacional de Portugal, Lisboa, 2008.

MARTINS, E. Filho, *O Conselho de Estado e a Transmigração da Família Real em 1807*, Arquivo Nacional, Rio de Janeiro, 1968.

MORMICHE, P., *Devenir Prince. L'École du pouvoir en France (XVII–XVIIIe siècles)*, Paris, CNRS Éditions, Paris, 2011.

MOURÃO, R. R., *Dicionário Enciclopédico de Astronomia e Astronáutica*, Rio de Janeiro, 2006.

MOURÃO, R. R., «O cenário da ciência após a chegada da Corte», *RIHGB* (2007), 436, 263–303.

OLIVEIRA, J. C., *D. João VI. Adorador do Deus das Ciências? A constituição da cultura científica no Brasil (1808–1821)*, Rio de Janeiro, 2005.

OLIVEIRA, J. C., *O Patriota e a cultura científica no Brasil Joanino (1813–1814)*, Rio de Janeiro, 2004.

OLIVEIRA, J. C., «O cenário da ciência após a chegada da Corte», *RIHGB* (2007), 436, 263–303.

PEREIRA, A., *Os Filhos d'El rei D. João VI*, Emprensa Nacional de Publicidade, 1946.

PEREIRA, A., *D. João VI, Príncipe e Rei: a retirada da família real para o Brasil*, vol. 1, Emprensa Nacional de Publicidade, Lisboa, 1953.

PEREIRA, A., *D. João VI, Príncipe e Rei: a independência do Brasil*, Emprensa Nacional de Publicidade, Lisboa, 1958.

PEYSON, L., *L'Art d'Enseigner la Physique. Les appareils de démonstration de Jean-Antoine Nollet (1700–1707)*, Paris, Septentrion, 2002.

REIS, A. E. dos, *Uma oficina de Instrumentos Matemáticos e Náuticos (1800–65)*, Academia de Marinha, Lisbon, 1991.

REIS, A. E. dos, *Observatório Real da Marinha*, Lisboa, CTT – Correios de Portugal, 2009.

RUIVO, M. C., *Engenho e Arte. Coleção de instrumentos do Real Gabinete de Física*, Lisboa, FCG / Centro de Arte Moderna José de Azeredo Perdigão, 1997.

SERUYA, Ana, PEREIRA, Mário, *Globos Coronelli. Sociedade de Geografia*, Lisbonne, IPCR, 2005.

SCHWARCZ, L. (ed.), *A Longa Viagem da Biblioteca dos Reis. Do Terremoto de Lisboa à Independência do Brasil*, Assírio e Alvim, Lisboa, 2007.

SCHWARTZMAN, S., *Um espaço para a ciência — a formação da comunidade científica no Brasil*, Brasília, 2001.

SILVA, J. A., *A apropriação da filosofia natural em Teodoro de Almeida (1722–1804)*, Lisboa, CIUHCT, 2009.

SILVA MAIA, E. J., «Esboço Histórico do Musêu Nacional, servindo de introdução a trabalhos sobre as principaes espécies zoológicas do mesmo estabelecimento, pelo Dr. Emílio Joaquim da Silva Maia», *Biblioteca Guanabarense. Trabalhos da Sociedade Vellosiana. Secção Zoológica*, 1852.

TIRAPICOS Luís, *O telescópio astronómico em Portugal no século XVIII*, dissertação de Mestrado em História e Filosofia da Ciência, Lisboa, Faculdade de Ciência da Universidade de Lisboa, 2010.

WILCKEN, P. *Império à deriva. A Corte portuguesa no Rio de Janeiro, 1808–1821*, Civilização, Lisboa, 2005.

Simpósio
Luciano Pereira da Silva

Organizadora:
Carlota Simões

Revisores científicos:
António Costa Canas, Carlota Simões

As Obras Completas de Luciano Pereira da Silva

Carlota Simões
Grupo de Ensino e História das Ciências do Centro de Física Computacional,
Departamento de Matemática e Museu da Ciência, Universidade de Coimbra
carlota@mat.uc.pt

Resumo: Os trabalhos de Luciano Pereira da Silva (1864–1926), matemático e professor catedrático em Coimbra, desenvolvem-se maioritariamente nas áreas da história da astronomia, da ciência náutica e dos descobrimentos portugueses. Uma incursão pelas suas obras permite-nos constatar que os seus estudos percorreram ainda, para além da matemática, matérias tão diversas como a educação, o actuariado, o património cultural português ou mesmo a literatura: um apaixonado por Camões, Luciano Pereira da Silva publicou entre 1913 e 1915 uma série de textos reunidos em *A Astronomia dos Lusíadas*, a que podemos chamar a sua obra-prima.

Longe de ser uma lista exaustiva dos trabalhos escritos por Luciano Pereira da Silva, este texto, que assinala os 150 anos do seu nascimento, pretende dar a conhecer os seus conhecimentos eruditos, a vastidão da sua obra, os temas que tratou, a repercussão dos seus trabalhos que devolveram à Ibéria a ciência náutica que conduziu os descobrimentos dos Séculos XV e XVI, mas também o estilo jovial e cristalino que apaixona o seu leitor. As suas *Obras Completas* encontram-se disponíveis em formato digital na página da internet da Biblioteca Nacional de Portugal, vale a pena lê-las.

Abstract: The works of Luciano Pereira da Silva (1864–1926), mathematician and Professor in Coimbra, are developed mainly in the fields of history of astronomy, nautical science and the Portuguese discoveries. A raid by his works allow us to observe that the subject of his studies include as well, in addition to mathematics, areas as diverse as education, Portuguese cultural heritage, actuary or even literature: interested in Camões, Luciano Pereira da Silva published between 1913 and 1915 a series of texts gathered in *A Astronomia dos Lusíadas*, which we may call his masterpiece.

Far from being an exhaustive list of works written by Luciano Pereira da Silva, this text, which marks the 150th anniversary of his birth, intends to inform his scholarly knowledge, the vastness of his work, the topics treated, the impact of his work which returned to Iberia the nautical science behind the 15th and 16th centuries discoveries, but also the youthful and clear style that enchants his reader. The *Obras Completas* are available in digital format on the webpage of the National Library of Portugal, it is worth to read them.

Actas/Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, II, 33-44

1 As Primeiras Obras

> *Perante a perda prematura e irreparável do sábio professor, a Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra resolveu evitar a dispersão da sua livraria e reunir em volume os seus escritos, espalhados por publicações periódicas dificilmente acessíveis.* [...] *Se bem que estes escritos se pudessem ordenar por cinco ou seis secções (matemática, pedagogia, astronomia náutica, descobrimentos, história geral e arte), adoptou-se na presente edição a ordem cronológica, que permite apreciar melhor a evolução do pensamento e do estilo do Autor.*
>
> João Pereira Dias, do prólogo de *Obras Completas* (1943)

As Obras Completas de Luciano Pereira da Silva [L. Silva, 1943, 1945, 1946] contêm 45 textos publicados em ordem cronológica, facilitando a análise do desenrolar dos interesses do autor ao longo da sua vida. Constatamos que, depois das suas teses académicas (1888 e 1889), o primeiro texto publicado é a transcrição de um discurso sobre a instrução secundária que Luciano Pereira da Silva proferiu em 1903, quando pertencia à *Câmara dos Senhores Deputados*. É o único texto preparado para ser lido em voz alta, perante uma vasta plateia; ao lê-lo, o leitor quase consegue ouvir a voz do autor, jovial mas erudito e contundente. Pereira da Silva baseia os seus argumentos em dois artigos escritos por um pedagogo alemão, Schiller, que analisou a reforma portuguesa de 1894; entre as críticas do deputado incluem-se a extensão de alguns programas, o excesso de horas lectivas, os intervalos para refeições demasiado breves, o sistema do compêndio único. É uma reflexão que tem lugar num país ainda monárquico. Uma década mais tarde, já depois da implantação da República em Portugal, numa altura em que surgiam novas universidades, novos cursos e novos temas de estudo no nosso país, Pereira da Silva faz uma reflexão acerca da teoria matemática dos seguros, a sua eventual inclusão nos programas académicos universitários (que tinha sido sugerida por Sidónio Pais enquanto Vice-Reitor da Universidade de Coimbra) e a sua aplicação rigorosa pelas companhias de seguros portuguesas (1912), mas sobre este tema recomendamos a consulta de [A. Martins, 2015] neste mesmo livro de actas.

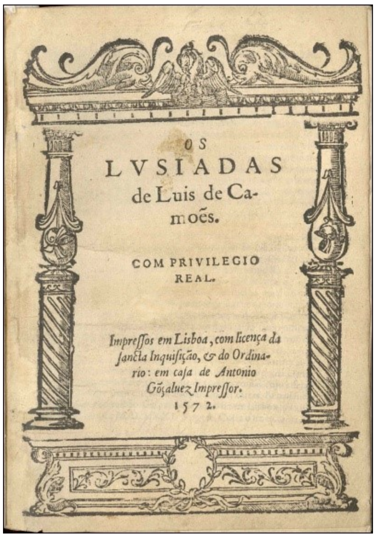
A partir de 1913, as publicações passam ser quase exclusivamente sobre história (da matemática, da náutica, dos descobrimentos, de Portugal). Enquanto vai publicando em separatas os diversos capítulos de *A Astronomia dos Lusíadas*, publica ainda na *Revista da Universidade de Coimbra* um texto acerca dos dois coevos Doutores Pedro Nunes (1913), um pequeno texto sobre o *Libro de Algebra* de Pedro Nunes (1914) e, também em 1914, uma transcrição comentada de um texto de M. L. Gallois (Sorbonne) sobre o livro *L'Astronomie nautique au Portugal à l'époque des grandes découvertes* de Joaquim Bensaúde [Bensaúde, 1912]. Bensaúde contestava um grupo de historiadores alemães do Séc. XIX (entre os quais o notabilíssimo Alexander von Humboldt (1769–1859)) cuja tese era a de que os navegadores portugueses teriam supostamente usado ciência alemã, em particular tabelas de efemérides da autoria de Regiomontano (1436–1476) que teriam chegado a Portugal pela mão de Martin Behaim (1459–1507). Bensaúde demonstrava que as tábuas náuticas portuguesas se basearam no *Almanach Perpetuum* de Abraão Zacuto (1452–1515) e não nas efemérides de Regiomontano. O texto de 1914 define um momento crucial para Pereira da Silva: ao publicar e comentar o texto de Gallois acerca do trabalho de Bensaúde, Luciano Pereira da Silva entrava para a lista de autores que procuraram devolver à Península Ibérica a autoria da ciência náutica que acompanhou os descobrimentos portugueses dos séculos XV e XVI. E em 1915, Luciano Pereira da Silva publicava *As tábuas náuticas portuguesas e o Almanach perpetuum de Zacuto* [L. Silva, 1945].

2 A Astronomia dos Lusíadas

> *As ideias astronómicas de Camões são as do texto de Sacrobosco, com as modificações contidas nas notas de Pedro Nunes. Assim o 'Tratado da Sphera' deste ilustre matemático pode considerar-se a principal fonte astronómica dos 'Lusíadas'.*
>
> Luciano Pereira da Silva, do prefácio de *A Astronomia dos Lusíadas* (1915)

A obra mais conhecida de Luciano Pereira da Silva é certamente *A Astronomia dos Lusíadas*, também a sua primeira grande obra. Antes dela conhecem-se as suas teses académicas e alguns pequenos textos listados na secção anterior, mas subitamente, quase de um fôlego, entre 1913 e 1915, Luciano Pereira da Silva vai publicando sucessivamente os diversos capítulos de *A Astronomia dos Lusíadas* em separatas da *Revista da Universidade de Coimbra* e em 1915 os capítulos são reunidos num livro publicado pela Imprensa da Universidade de Coimbra [L. Silva, 1915]. Luciano Pereira da Silva continuou a estudar Camões depois da publicação de *A Astronomia dos Lusíadas*. Sobre o tema escreveu ainda *As estrelas nas poesias de Camões* (1918), *A Estrela Vénus nos Lusíadas* (1919), *A concepção cosmológica nos Lusíadas* (1925). Em 1972, por ocasião do 400.º aniversário da publicação de *Os Lusíadas*, a obra é reeditada pela Junta de Investigação do Ultramar, numa edição com prefácio de Luís de Albuquerque [L. Silva, 1972].

Trata-se de uma obra interdisciplinar onde o autor revela conhecimentos profundos de literatura clássica, mitologia, astronomia, história da astronomia, história de Portugal, história da náutica, instrumentos náuticos. Pela primeira vez na história, alguém estudava a viagem de Vasco da Gama relatada nos Lusíadas analisando os diversos momentos do poema à luz do *Roteiro da Primeira Viagem de Vasco da Gama* de Álvaro Velho (1497–1499), que desde 2013 está inscrito no registo *Memória do Mundo* da UNESCO, do *Reportório dos Tempos* de Valentim Fernandes (1518), do *Almanach Perpetuum* de Abraão Zacuto (1496), do *Tratado da Sphera* de Pedro Nunes (1537), da *Margarita Philosophica* de Gregor Reisch (1525), da *Divina Comédia* de Dante (1472), de tabelas de efemérides, dos tratados de Aristóteles, dos clássicos de Virgílio e de Ovídio, enfim, das obras a que supostamente Camões terá tido acesso enquanto escrevia o seu poema.



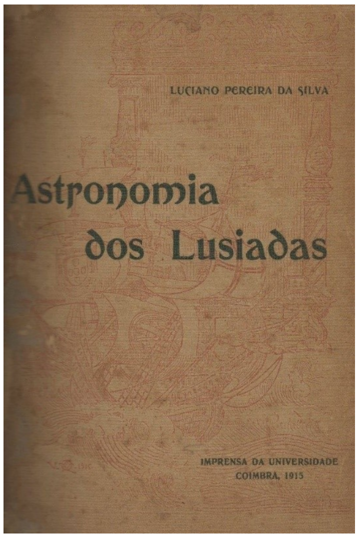


Figura 1: *Os Lusíadas*, primeira edição, 1572; *A Astronomia dos Lusíadas*, primeira edição, 1915.

Depois de Luciano Pereira da Silva revelar a mestria de Camões na área da astronomia, outros autores se seguiram, mostrando como era profundo o conhecimento do poeta nessa e noutras áreas, como é o caso de Ronaldo Rogério de Freitas Mourão que tem vindo a divulgar a obra de Pereira da Silva no Brasil [Mourão, 1998], ou o médico brasileiro Pedro Nava que, a 10 de Junho de 1961, proferiu a conferência *A Medicina dos Lusíadas* no Real Gabinete Português de Leitura no Rio de Janeiro [Nava, 2004]. A geografia foi estudada por Orlando

Ribeiro [Ribeiro, 1980], a química por Armando Tavares da Silva [A. Silva, 2010], a música por João de Freitas Branco [Branco, 2005], e mesmo a matemática, em particular a proporção áurea: esta foi tornada moda por Luca Pacioli (1445–1517) no período do Renascimento após a publicação da sua obra *De Divina Proportioni* (1509), ilustrada por Leonardo da Vinci e que terá sido introduzida em Portugal por Pedro Nunes. A proporção áurea foi analisada em *Os Lusíadas* primeiro por Jorge de Sena [Sena, 1970], mais tarde por Vasco Graça Moura [Moura, 1984] e posteriormente por Arnaldo de Mariz Roseira [Roseira, 1997].

3 As Obras Completas

> *Podemos dizer que Luciano Pereira da Silva reconstituiu a história das origens da marinharia moderna, completando assim o que outros autores, e em especial Joaquim Bensaúde, tinham pouco antes iniciado; os pequenos estudos que foi editando sobre as tábuas astronómicas de Abraão Zacuto, sobre as tavoletas da Índia, sobre as regras das festas mudáveis de Gonçalo Trancoso, etc., prepararam a sua Arte de Navegar desde o Infante D. Henrique até D. João de Castro, primeira exposição sistemática da náutica praticada pelos navegadores portugueses entre 1450 e 1550 e obra que decisivamente contribuiu para o aparecimento de uma corrente de estudos sobre um tema até então praticamente ignorado.*
>
> Luís de Albuquerque, *Dicionário de História de Portugal* [Serrão, 1971]

A instrumentação náutica é um dos temas que interessará Luciano Pereira da Silva até ao final da sua vida. Escreveu diversos estudos sobre astrolábios, em particular provou que o astrolábio náutico português era uma simplificação do astrolábio plano que os árabes introduziram na península depois de o receberem dos gregos, mas para este tema recomendamos o texto [Canas, 2015] neste mesmo livro de actas. Já em *Kamal, Tábuas da Índia e Tavoletas Náuticas* (1924) descreve os instrumentos náuticos que Vasco da Gama terá conhecido na Índia e que ali seria usados pelos pilotos no Índico, enquanto que no brevíssimo texto *Primeira Travessia Aérea do Atlântico* (1922) faz o elogio ao engenho de Gago Coutinho que, ao adaptar um nível ao sextante marítimo, criava um novo instrumento para navegação aérea. Luciano Pereira da Silva já não viveria para ver o Graf Zepellin dar a volta ao mundo em 1929 com um sextante de Gago Coutinho, nem ver este instrumento a ser utilizado na aviação comercial em todo o mundo durante a década de 1930.

O carinho e dedicação que tinha pela sua terra natal motivou também alguns dos seus trabalhos, como *Da Roca ao Norte* (1918), uma análise a uma trova popular, *vai da Roca ao Norte/ do norte ao nordeste*, que descreve o final da viagem dos emigrantes no continente americano de regresso a Caminha, passando pelo Cabo da Roca e pelas Berlengas até apontar a Caminha, ou *A Igreja Matriz de Caminha* (1926), um apelo à recuperação da Igreja Matriz de Caminha, do Séc. XV, escrito em Maio de 1926, poucos meses antes da sua morte.

Figura 2: *Regra Geral para aprender a tirar pela mão as festas mudáveis*, Gonçalo Trancoso, 1570.

Gonçalo Fernandes Trancoso (1520–1596) é mais conhecido pelos seus *Contos e Histórias de Proveito e Exemplo* (1575), mas foi a *Regra Geral para aprender a tirar pela mão as festas mudáveis do ano* [Trancoso, 1570] que chamou a atenção de Luciano Pereira da Silva (1925). Foi a preocupação com a 'arte' de determinar a data da Páscoa de forma simples que motivou Trancoso para escrever aquele documento, pois achava que tirar as datas das festas móveis pela mão tratava-se de 'arte antiga', passível de ser executada por crianças pequenas. Luciano Pereira da Silva fez uma análise rigorosa da obra de Trancoso e deu nova vida àquela técnica.

E não abandonará nunca o tema da história da náutica. *A arte de navegar dos portugueses desde o Infante a D. João de Castro* (1921) é um tratado acerca do saber náutico português no tempo dos descobrimentos. Nele se descrevem com rigor instrumentos como o astrolábio, o quadrante e a balestilha, mas também os regimentos da Estrela do Norte, do Cruzeiro do Sul, da altura do Pólo ao meio dia solar, da altura do Pólo a qualquer hora do dia, bem como estudos acerca da variação da agulha e das cartas de marear. Entre as suas muitas obras nesta área contam-se *O livro do Sr. J. Bensaúde 'L'Astronomie nautique au Portugal à l'époque des grandes découvertes' apreciado pelo Sr. Pedro de Novo y Colson na Real Academia de História de Madrid* (1916), *As edições fac-similadas do Sr. J. Bensaúde* (1920), *A primeira edição dos tratados latinos sôbre a Arte de navegar de Pedro Nunes* (1921), *Duarte Pacheco Pereira precursor de Cabral* (1921), *A propósito das leituras do Infante* (1924), *O 'Regimiento de Navegacion' de Pedro de Medina* (1924), *As obras de Pedro Nunes, sua cronologia bibliográfica* (1925), *Pedro Nunes espoliado por Alonso de Santa Cruz* (1925), *O roteiro da primeira viagem do Gama* (1925), *O Roteiro da primeira viagem do Gama e a suposta conjuração* (1925), *João Dias de Sólis, piloto português* (1926) ou a nota bibliográfica de 1926 sobre *La conquête des routes océaniques, d'Henri le Navigateur à Magellan*, a tradução francesa do livro do historiador mexicano Carlos Pereyra (1871–1942).

Em 1926 estava Luciano Pereira da Silva no auge da sua carreira de historiador; tinha as ideias, as fontes, a cultura, a erudição, os contactos internacionais. A sua produtividade científica era nesse momento uma torrente, infelizmente cruel e inesperadamente interrompida.

4 A ciência náutica ibérica

> *À obra de reivindicação para a ciência ibérica, da glória dos Descobrimentos, ficaram associados dois investigadores insignes do nosso tempo: Joaquim Bensaúde e Luciano Pereira da Silva. Joaquim Bensaúde, com a crítica penetrante de documentos cujo significado havia passado despercebido a outros, e Luciano Pereira da Silva, com a análise subtil dos instrumentos e preceitos náuticos empregados na época dos descobrimentos, fizeram derruir de vez o edifício de falsidades construído durante um século e ergueram em seu lugar novo padrão dos feitos gloriosos dos nossos antepassados.*
>
> João Pereira Dias, do prólogo de *Obras Completas* (1943)

Durante todo o Séc. XIX, Humboldt e os seus discípulos reescreviam a história dos descobrimentos portugueses ao atribuírem a cientistas alemães a documentação e os instrumentos que conduziriam os nossos navegadores nas suas viagens. Tão poderosa foi a argumentação, que os historiadores nacionais começavam eles próprios a proclamar o papel da ciência alemã nos descobrimentos portugueses. No texto de introdução às *Obras Completas* intitulado *Luciano Pereira da Silva e a sua obra*, Joaquim Bensaúde sublinha que *o prestígio enorme de Humboldt ofuscou e confundiu a consciência nacional. Os historiadores nacionais vindos a seguir a* [*o Visconde de*] *Santarém surgem dominados pela descrença, pelo pessimismo, pela fatalidade.* Até Oliveira Martins colocava ingenuamente sobre a mesa do Infante D. Henrique as obras de Regiomontano [O. Martins, 1879], mais um mito acerca da Escola de Sagres que Luciano Pereira da Silva iria desfazer no seu texto *A propósito das leituras do Infante* (1924).

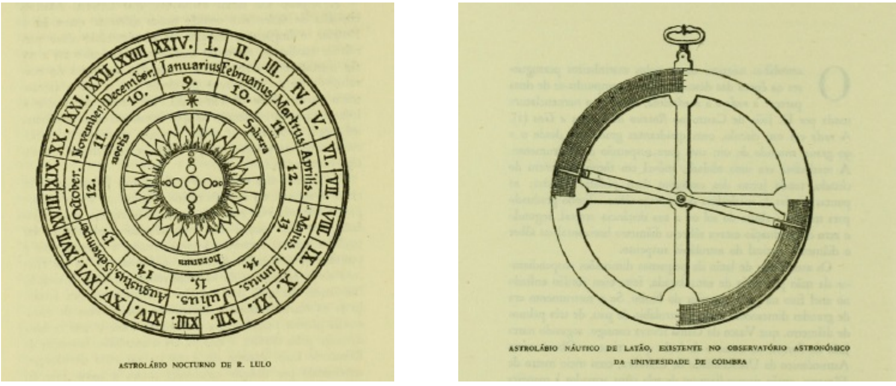


Figura 3: *O suposto astrolábio de Raimundo Lulo e o astrolábio náutico da Universidade de Coimbra* [L. Silva, 1945, 1946].

Nem o astrolábio náutico escapava: Alexandre Humboldt afirmava que desde o Séc. XIII que *havia na marinha catalã e maiorquina instrumentos de astronomia náutica próprios para determinar, sobre o mar, a hora da noite pelas estrelas, e que tal era o astrolábio, invenção de Raimundo Lulo, descrito em 1295* [L. Silva, 1946]. Luciano Pereira da Silva não descansou enquanto não encontrou o suposto astrolábio de Lulo, que reproduziu no texto *A propósito das leituras do Infante* e que se encontra na Figura 3, ao lado do astrolábio náutico português que faz hoje parte do acervo do Museu da Ciência da Universidade de Coimbra. Pelos vistos, nem sequer se pode chamar ao instrumento *astrolábio*, pois trata-se de um *nocturlábio*, uma ferramenta para saber as horas a partir do movimento da Ursa Maior em torno do Pólo Norte.

Os conhecimentos de astronomia e mecânica celeste associados à sua forte formação em história permitiram a Luciano Pereira da Silva construir uma contestação sólida que consolidou e desenvolveu os trabalhos de Joaquim Bensaúde, desfazendo muitas incorrecções que se reproduziam e espalhavam pela literatura nacional e internacional.

5 O seu legado na Universidade de Coimbra

> *Graças à generosidade de Joaquim Bensaúde, a livraria de Luciano Pereira da Silva entrou pouco depois na Biblioteca Matemática da Universidade; e constitui, ainda hoje, para a história da náutica na época dos Descobrimentos, o núcleo bibliográfico mais valioso que o Estado tem à disposição dos estudiosos.*
>
> João Pereira Dias, do prólogo de *Obras Completas* (1943)

Figura 4: Modelo da série *cartoon-modellen*, Martin Schilling, Coimbra.

Reunidos na *Galeria de Matemática* do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra encontram-se modelos matemáticos em materiais diversos, grande parte representando superfícies algébricas de segunda ordem. No total, podemos contar mais de sessenta destes modelos, sendo o mais numeroso o conjunto que pertence à colecção da empresa de Martin Schilling, na Alemanha. Os modelos de Schilling, feitos de cartão, gesso e fios fixos e móveis, foram adquiridos entre 1912 e 1914 no âmbito de um denominado *Gabinete de Geometria*, cuja proposta de criação é da iniciativa de Luciano Pereira da Silva [Simões, Tenreiro, 2013]. Um século depois, o Departamento de Matemática ainda mantém em bom estado a maioria destes objectos, que fazem hoje parte de uma exposição permanente.

A aquisição da sua biblioteca pessoal após a sua morte permitiu à Universidade de Coimbra construir um importante núcleo bibliográfico sobre cartografia antiga e história da náutica, ao qual se juntaram outros espólios como os de António Barbosa e de Armando Cortesão. Décadas mais tarde, seria o acesso a estes mesmos livros a conduzir Luís de Albuquerque ao estudo de história da náutica, cartografia e expansão portuguesa, tornando-se ele próprio uma referência internacional. Curiosamente, também a Luciano Pereira da Silva se deve a designação de *Biblioteca Mathematica* para a biblioteca da Secção de Matemática, nome que ainda hoje mantém a biblioteca do Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra [Tenreiro, 2014].

6 Conclusão

Luciano Pereira da Silva viveu toda a sua vida num período conturbado e de grandes mudanças em Portugal. Nasceu, cresceu e fez os seus estudos durante a Monarquia; viu chegar à Universidade de Coimbra, em 1891, a primeira mulher a seguir estudos superiores em Portugal, Domitila de Carvalho, de quem foi colega e amigo; pertenceu à *Câmara de Deputados* entre 1901 e 1903; viveu a morte abrupta do Rei D. Carlos e do Príncipe herdeiro D. Luís Filipe em 1908; foi Governador Civil de Coimbra entre 1909 e 1910; assistiu à Implantação da República; acompanhou e fez parte das profundas alterações que a Universidade de Coimbra fez na transição para a República; assistiu à criação das novas universidades portuguesas; foi colega e amigo de Sidónio Pais, também ele caminhense, Vice-Reitor da Universidade de Coimbra em 1910 e Presidente da República em 1918, morrendo brutalmente assassinado nesse mesmo ano. Alguns anos depois, no Verão de 1926, quando passava férias em Caminha, Luciano Pereira da Silva foi esfaqueado à porta de sua casa por um indigente da terra que conhecia e a quem por vezes dava esmola. Morreu três dias depois, a 18 de Agosto de 1926 e até hoje as razões do seu assassinato continuam a ser um mistério.

Referências

Bensaúde, Joachim. *L'astronomie nautique au Portugal à l'époque des grandes découvertes*. Max Drechsel, Berne, 1912.

Branco, João de Freitas. *Camões e a Música*, IST Press, Lisboa, 2005.

Camões, Luís Vaz de. *Os Lusíadas*, Lisboa, 1572.

Canas, António Costa. 'Astrolábios: Desde Luciano Pereira da Silva aos nossos dias', *Actas do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática*, 2015.

Martins, Ana Patrícia. 'Curta passagem de Luciano Pereira da Silva pelo actuariado português', *Actas do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática*, 2015.

Martins, Oliveira. *História de Portugal*, 1879.

Moura, Vasco Graça. *Camões e a Proporção Divina*, Imprensa Nacional Casa da Moeda, Lisboa, 1984.

Mourão, Ronaldo Rogério de Freitas. *A Astronomia em Camões*, Lacerda Editores, Rio de Janeiro, 1998.

Nava, Pedro. *A Medicina de 'Os Lusíadas'*, Ateliê Editorial, São Paulo, 2004.

Ribeiro, Orlando, 1980. 'Camões e a geografia'. *Finisterra, Revista Portuguesa de Geografia* (Centro de Estudos Geográficos). XV (30), pág. 153–pág. 199, Lisboa, 1980.

Roseira, Arnaldo de Mariz. *Os Lusíadas e os Números*. Fundação Lusíada, Lisboa, 2007.

Sena, Jorge de. *A estrutura de 'Os Lusíadas' e outros estudos camonianos e de poesia peninsular do século XVI*, 1970.

Serrão, Joel (ed.). *Dicionário de História de Portugal*, Livraria Figueirinhas, Porto, 1963–1971.

Silva, Armando Tavares da. *Camões e a Química — A Química em Camões*, Lisboa, 2010.

Silva, Luciano Pereira da. *A Astronomia dos Lusíadas*, Imprensa da Universidade de Coimbra, 1915.

Silva, Luciano Pereira da. *A Astronomia dos Lusíadas*, Junta de Investigações do Ultramar, Lisboa, 1972.

Silva, Luciano Pereira da. *Obras Completas (Vol. 1)*, Agência Geral das Colónias, Lisboa, 1943.

Silva, Luciano Pereira da. *Obras Completas (Vol. 2)*, Agência Geral das Colónias, Lisboa, 1945.

Silva, Luciano Pereira da. *Obras Completas (Vol. 3)*, Agência Geral das Colónias, Lisboa, 1946.

Simões, Carlota e Tenreiro, Carlos. 'O Gabinete de Geometria da Faculdade de Ciências e a sua colecção de modelos para o ensino', *Imprensa da Universidade de Coimbra*, Coimbra, pág. 193–pág. 207, 2013.

Tenreiro, Carlos. *A Biblioteca Matemática da Universidade de Coimbra, 1913–1969, génese, formação e desenvolvimento*, Imprensa da Universidade de Coimbra, Coimbra, 2014.

Trancoso, Gonçalo Fernandes. *Regra geral pera aprender a tirar pola mão as festas mudaueis, que vem no anno, a qual ainda que he arte antiga está per termos mui claros*, Francisco Correa, Lisboa, 1570.

Curta passagem de Luciano Pereira da Silva pelo actuariado português

Ana Patrícia Martins
Escola Superior de Educação de Viseu / CIUHCT
anapatmartins@gmail.com

Resumo: A passagem de Luciano Pereira da Silva pelo actuariado português foi breve.

Em 1908, e por cerca de um ano, foi actuário da seguradora *Portugal Previdente*, corrigindo os planos incorrectos sobre que tinha sido fundada. Significativo é, também, o estudo feito com o matemático António dos Santos Lucas e o actuário Fernando Brederode, estabelecendo bases comuns para as seguradoras ramo Vida a que pertenciam. Publicado em 1909, foi indicado, em 1934, para ser adoptado pelas seguradoras nacionais. Na década de 1910, demonstrou preocupações com a instrução em actuariado em Portugal, procurando saber da formação em universidades de países mais adiantados nessa área. Destaca-se, ainda, a sua ligação à *Associação dos Actuários portugueses*, a primeira associação profissional portuguesa, criada em 1926.

Comentamos os seus contributos, enquadrando-os no panorama do desenvolvimento do Cálculo Actuarial, da indústria dos seguros e do ensino de actuariado em Portugal no primeiro quartel do século XX.

1 Introdução

Em um parágrafo nos resume Fernando Teixeira Homem de Brederode (1867–1939) o percurso de Luciano Pereira da Silva (1864–1926) pelo actuariado português:

> Curta foi a sua passagem pelo actuariado portuguez onde o seu profundo saber e agudíssima inteligencia levando a cabo a transformação da Portugal Previdente realizaram façanha comparavel á da limpeza da estrebaria do argonauta rei da Elida, pelo desvio do curso do rio Alfeu. Passado pouco tempo não quis continuar ao serviço d'esta companhia, mas nunca deixou de se interessar pelos estudos actuariaes[...] [Brederode, 1926, 3].

Uma passagem curta, mas marcante.

Brederode assume-se como uma figura incontornável no desenvolvimento da indústria dos seguros em Portugal nas primeiras décadas do século XX. Argumento que, por si só, justificaria as referências que faremos a contributos seus. A relação de amizade que manteve com Pereira da Silva reforçam, ainda, a importância dos seus testemunhos.

Para contextualizar a actividade de Pereira da Silva, fazemos, nesta comunicação, uma breve menção inicial ao desenvolvimento dos seguros Vida em Portugal antes de 1907, ano em que ocorre uma nova regulamentação da indústria dos seguros, com a novidade de conter pela primeira vez referências à modalidade de seguro Vida. Referimo-nos ao início de actividade da companhia Portugal Previdente e às circunstâncias em que Pereira da Silva se tornou o seu actuário responsável, em 1908. Enquadramos o seu único escrito nesta área, um estudo feito em colaboração com dois outros actuários. Comentamos a preocupação que demonstrou, na década de 1910, com a instrução em actuariado em Portugal, contextualizando-a no panorama do ensino dessa área em Portugal. Por fim, fazemos breves considerações sobre a primeira associação profissional de actuários, de que Pereira da Silva foi sócio fundador.

2 Desenvolvimento dos seguros em Portugal até 1907

As primeiras companhias portuguesas de seguros Vida foram criadas ainda na primeira metade do século XIX — a *Fidelidade*, em 1835, e a *Providência*, em 1845. De qualquer modo, essa modalidade não singrou. Em 1854, na *Fidelidade*, decide-se suprimir essa assistência, sem que existam certezas de que tenha funcionado em pleno, retomando-se apenas em 1920; a companhia *Providência* foi extinta em 1859. A ambas as companhias se encontra ligado um mesmo personagem, Cláudio Adriano da Costa (1795–1866), a quem se atribui a iniciativa de constituição da *Fidelidade* e a autoria da proposta da *Providência*. A relevância de escritos seus nesta área, designadamente a originalidade das tábuas de prémios propostas para a *Providência*, está por determinar, podendo isso significar o pioneirismo da utilização de técnicas de Cálculo Actuarial em Portugal. Pessoa com grande capacidade intelectual, curiosidade científica e espírito crítico, desconhece-se, no entanto, a sua formação académica. Desde cedo esteve ligado ao comércio nacional e internacional, viajando pela Europa, onde se terá apercebido da importância da indústria dos seguros e do seu progresso, designadamente em Inglaterra e França. Destacou-se no domínio económico-social, assumindo-se a sua obra como o melhor do seu tempo. Pertenceu a importantes empresas nacionais, em ramos diversos — para além da companhia de seguros *Fidelidade*, também o banco *Companhia*

União Mercantil, a *Associação Mercantil Lisbonense* e a *Companhia Lisbonense de Iluminação a Gás*, uma das que originaram a actual EDP.

Ao nível do uso de conhecimentos do Cálculo Actuarial para a organização científica de sociedades portuguesas que lidassem com contingências da vida, há a destacar, ainda no século XIX, os trabalhos do matemático Daniel Augusto da Silva (1814–1878), no âmbito da organização dos planos de pensões de montepios de sobrevivência [Martins, 2013]. Iniciados na década de 1860, a relevância dos seus textos não é tanto ao nível do seu valor científico, mas no uso que faz de conhecimentos da Ciência Actuarial. Com maior destaque no Montepio Geral, a instituição mais próspera do género, e que ainda hoje existe, os seus contributos estenderam-se ainda à generalidade dos montepios de sobrevivência portugueses, instituições de previdência cujo principal fim era o de proporcionar pensões de sobrevivência aos herdeiros dos seus sócios, depois do seu falecimento. Durante o século XIX, essas instituições atravessaram períodos difíceis e as que se mantiveram foram poucas. Um caso de sucesso foi o Montepio Geral, explicando-se o seu progresso pelo funcionamento de instituições que lhe estavam associadas, as quais permitiram obviar a insustentabilidade do seu fundo de pensões e assegurar a sua longevidade. Dessas, destacou-se a Caixa Económica.

O primeiro texto conhecido tratando contingências sobre a vida foi publicado ainda na primeira metade do século XVIII — *Annuities upon Lives* (1725), do matemático Abraham de Moivre (1667–1754) — e a partir dos inícios do século XIX compuseram-se em Inglaterra tratados de anuidades e de seguros sobre a vida que apresentavam a teoria de forma acessível a quem tivesse conhecimentos razoáveis de Matemática. De qualquer forma, a inexistência de estatísticas de mortalidade da população portuguesa impossibilitava tanto os montepios de sobrevivência como as companhias de seguros Vida de organizarem cientificamente os seus planos. Apenas a partir da década de 1860 surgem as primeiras estatísticas credíveis da população portuguesa, na sequência das orientações do Congresso Internacional de Estatística, um organismo fundado em meados do século XIX, cujas bases são criadas por ocasião da Primeira Exposição Universal, em Londres, em 1851, por se identificar então a necessidade de uniformizar os moldes em que as diversas Nações procediam ao estudo das suas populações, bens e serviços. A presença de Portugal nos encontros do Congresso Internacional de Estatística que decorreram durante o século XIX, de 1853 a 1876, não foi muito assídua: num total de nove sessões, fez-se representar em seis, variando os delegados entre ministros, lentes da Universidade de Coimbra, sócios da Academia das Ciências de Lisboa e responsáveis por organismos oficiais ligados à Estatística. De qualquer modo, notaram-se na segunda metade do século XIX, influências desse Congresso no desenvolvimento da Estatística em Portugal [Martins, 2013, 237–251].

Somente no século XX a indústria dos seguros Vida singrou em Portugal. A pouca popularidade dos seguros e o reduzido hábito de poupança contribuíram para esse atraso. A primeira companhia de seguros que no século XX iniciou a modalidade Vida foi a companhia *A Nacional*, em 1906, dirigida por Fernando Brederode que assumiu, também, o cargo de actuário.

3 Regulamentação dos seguros Vida em 1907

Foi somente em 1907 que a indústria dos seguros recebeu em Portugal nova regulamentação, em particular o ramo Vida. Até então, o desconhecimento da fundamentação científica a dar a essa modalidade de seguros potenciava negócios abusivos, como podemos ler num dos primeiros números da revista *Seguros e Finanças. Revista económica e industrial*:

> A industria do seguro de vida em Portugal tem tomado, nos últimos tempos, uma feição mercantil absolutamente condemnavel.
>
> A caça ao segurado é um sport de novo género em que se lança mão de toda a sorte de embustes para assegurar o êxito.
>
> A redacção pouco clara dos prospectos apresentados ao publico, e a promessa de participação e acumulação de lucros no fim de um largo período, são armas que em mão de agentes pouco escrupulosos, cujo único interesse é obter o pagamento do primeiro premio, só servem para crear desilusões e lançar a desconfiança sobre a industria que por todos os motivos deveria progredir entre nós.
>
> Ainda hoje em Portugal se não sabe o que é o seguro de vida e a maioria dos contractos são angariados por meios indirectos, desconhecendo o segurado a verdadeira natureza do contracto que realiza. [A lei da vigilância, 1906, 69].

Essa revista, criada em 1906, é de particular importância pela diversidade de textos que contém nas temáticas de seguros e finanças — artigos técnicos, teóricos, científicos ou com o propósito de divulgar a indústria de seguros; notícias sobre companhias de seguros nacionais e estrangeiras, nomeadamente sobre a sua prosperidade, estatutos, falências, relatórios anuais. Publicada de 1906 a 1927 (com uma longa interrupção entre Outubro de 1911 e Setembro de 1926), a sua análise está por fazer mas tudo indica para que seja um contributo importante para delinear o progresso da indústria dos seguros em Portugal no século

XX. Brederode foi o seu mentor e Director. O seu propósito principal foi lançar a companhia de seguros *A Nacional*, criada nesse mesmo ano, se bem que não se tenha descurado a moralização da indústria dos seguros, destacando-se na crítica a programas incorrectos lançados por outras companhias de seguros ramo Vida.

O decreto-lei de 21 de Outubro de 1907 é um marco na regulamentação dos seguros Vida em Portugal, na medida em que estabeleceu a obrigatoriedade de pedido de autorização para o exercício da actividade, a obrigatoriedade de constituição de reservas matemáticas e a sujeição a uma fiscalização por parte do Estado, com a criação do *Conselho de Seguros*. A regulamentação das sociedades estrangeiras em funcionamento em Portugal assume-se como uma mais-valia, exigindo-se a constituição de reservas em Portugal, uma medida para restringir a emigração do ouro. Está ainda por aferir a existência de uma relação directa entre essa lei e a fundamentação científica e progresso das seguradoras ramo Vida daí em diante.

Na sequência dessa lei, em 1908, várias companhias não foram autorizadas a continuar a sua actividade. Cinco eram estrangeiras — *The Mutual Life Insurance Company NewYork*, *The Equitable Life Society United States*, *Garantia da Amazonia*, *The Mutual Reserve Life Insurance Company* e *Consolitated Assurance Company Limited* — e três eram nacionais — *Previdência*, *A União faz a força* e *Portugal Previdente*. Esta última foi aquela a que Luciano Pereira da Silva se ligou, ainda em 1908, tornando-se seu actuário.

4 Companhia de seguros Vida *Portugal Previdente*

Fundada em Março de 1907, a *Portugal Previdente* apresentava no seu conjunto de produtos a atribuição de *rendas vitalícias*. No entanto, a forma de cálculo dos prémios a serem cobrados e das pensões a serem atribuídas não estavam cientificamente fundamentados, por não atenderem às condições que influenciavam a sua duração. Conforme podemos ler no prospecto abaixo, figura 1, a troco de um prémio uniforme de 240 réis mensais era proporcionada, ao final de vinte anos, uma renda vitalícia anual no valor de 30$000 réis, não se atendendo à idade do subscritor nem sequer haver necessidade de inspecção médica.

Esta situação mereceu a reacção de Brederode, logo em Maio seguinte. Simulando o plano da companhia, e supondo condições ideais, comprovou a impossibilidade de cumprimento do prometido pela companhia [Brederode, 1907a, 99]. Com um alto sentido de dever e responsabilidade, afirma:

> Como profissional da instituição dos seguros de vida, a que por

> completo me dediquei com paixão, e que desejo vêr fortemente organisada no meu paiz dentro dos molde[s] correctos e scientificos, não podia assistir impassível e calado á creação e desenvolvimento de empresas de pseudos previdência, prejudiciaes ainda pelo descredito que por sua causa recahirá sobre todas as verdadeiras instituições de previdencia. [Brederode, 1907a, 99].

Figura 1: Prospecto da *Portugal Previdente* (1907)

Na mesma altura, foi contratado para actuário da *Portugal Previdente* o matemático António Cabreira (1868–1953) que, no *Jornal dos Seguros*, reage às críticas de Brederode, contrariando alguns dos seus argumentos [Cabreira, 1907a]. Na sequência dessas críticas, e de outras sobre o mesmo assunto, [Cabreira, 1907b], compôs o estudo *Demonstração mathematica do seguro Portugal Pre-*

vidente, [Cabreira, 1907c], o único escrito que lhe conhecemos na temática do Actuariado.

Devemos ainda destacar uma última reacção de Brederode aos textos de Cabreira, a qual, novamente, publica na revista que dirige, *Seguros e Finanças* [Brederode, 1907b]. Tomando, mais uma vez, como sua a responsabilidade pela denúncia de situações contrárias ao exercício correcto da profissão de actuário, desmonta a argumentação de Cabreira, apresentando uma comparação com companhias estrangeiras que se assemelham à *Portugal Previdente*.

O estudo feito por Brederode dos planos desta companhia foram pormenorizados, concluindo que as operações a que se destinava eram uma "copia mal traduzida" de companhias estrangeiras — a francesa *Les Prévoyants de l'Avenir*, a belga *Belgique Prévoyante* e a espanhola *Les Previsores del Porvenir* [Brederode, 1926, 3]. Mal traduzida, porque as sociedades belga e espanhola mantiveram o sistema de mutualidade da francesa sem, no entanto, garantir o pagamento da importância da renda anunciada; pelo contrário "havia um máximo restrictivo das presumíveis prodigalidades nos primeiros anos em que se pagassem rendas" [Brederode, 1926, 3].

5 Luciano Pereira da Silva, actuário da *Portugal Previdente*

Pereira da Silva entrou na *Portugal Previdente* a pedido da Direcção, após o Conselho de Seguros ter impedido, em 1908, a actividade da seguradora. Sabemos que Brederode teve influência na tomada de decisão do Conselho de Seguros — o próprio afirma que foi devido aos artigos que publicou sobre a Portugal Previdente que o "Conselho de Seguros concordou com a minha maneira de ver" [Brederode, 1926, 4]. Mas nada podemos afirmar da razão que levou a Direcção da companhia a convidar Pereira da Silva para o lugar de actuário. Desconhecem-se as motivações que o terão levado a aceitar o lugar ou interesse por essa área anterior a esta altura. À data, era lente catedrático da Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra, regendo a cadeira de Mecânica Celeste.

Dois trabalhos haveria a efectuar para que a *Portugal Previdente* pudesse retomar a sua actividade. O mais custoso, remediar os contratos existentes que estabeleciam pensões vitalícias sem atender à idade dos pensionistas; o outro, formular novas bases para a companhia, com fundamentos na Ciência Actuarial. Sobre o método adoptado para a primeira dessas tarefas, conhecemos apenas dois apontamentos relatados por Brederode — o uso da tábua de mortalidade inglesa H^M (healthy male), publicada em 1869, resultante da compilação de dados de seguradoras inglesas, e a taxa de juro de 6%. Com base nesses pressupostos:

> levou o Dr. Luciano a cabo essa obra da transformação de milhares de apólices atendendo em cada uma delas á edade do pensionista, á antiguidade da apólice, ás importâncias já recebidas pela Companhia e aos premios a receber. [Brederode, 1926, 3].

6 Publicação *Bases technicas*

Para a definição dos planos que daí em diante se haveriam de adoptar na *Portugal Previdente*, Pereira da Silva trabalhou em conjunto com outros dois actuários: Brederode, actuário da companhia *A Nacional*, e António dos Santos Lucas (1866–1939), actuário da seguradora *A Lusitana*. Essas eram, à data, as únicas companhias de seguros de vida nacionais em funcionamento e Brederode viu nessa situação uma oportunidade para, em conjunto com os seus colegas de profissão, e amigos, estabelecer bases comuns para os seguros Vida das companhias a que pertenciam [Brederode, 1926, 3]. Dessa cooperação resultou a publicação *Bases technicas das companhias portuguezas de seguros de vida: a Nacional, a Lusitana e Portugal Previdente aprovadas pelo Conselho de Seguros e elaboradas pelos seus actuarios* [Brederode, Lucas & Silva, 1909].

A importância desse contributo reside no facto de estas bases terem sido seguidas por companhias de seguros de vida que se fundaram posteriormente. Em 1934, por circular de 5 de Junho, ficou determinado que todas as companhias de seguros deveriam limitar as bases dos seus cálculos, e, portanto, das reservas matemáticas, àquelas definidas nessa publicação. Será relevante perceber em que medida essa determinação foi levada a cabo, aferindo portanto a fundamentação científica das seguradoras daí em diante.

Breves palavras se justifica serem dadas sobre a actividade na área do actuariado, quer de Santos Lucas, quer de Brederode. O primeiro, doutor em Matemática; o outro, bacharel em Filosofia e sobre quem se sabe ter frequentado a *École des Points et Chaussés*. Santos Lucas iniciou em 1907 a actividade na indústria dos seguros, como actuário de *A Lusitana*, desconhecendo-se, no entanto, até quando. Juntamente com Pereira da Silva e Brederode, foi um dos sócios fundadores da *Associação dos Actuários Portugueses*, criada em 1926, e membro do *Congrès Internationaux d'Actuaires*, tendo participado em alguns dos encontros. A essas organizações nos referimos mais adiante. O currículo de Brederode na indústria dos seguros é mais extenso. Ao que já mencionámos, acrescentamos que em 1904 começou o seu interesse pelos seguros, enquanto

Director da *Previdência*. Em 1906 decide fundar uma companhia de seguros Vida sobre bases científicas, que viria a ser *A Nacional*, assumindo os cargos de Director e actuário. Foi o fundador da revista *Seguros e Finanças* e seu Director durante a sua existência, de 1906 a 1927. Escreveu diversos textos de seguros e actuariado.

Mais uma vez sabemos por Brederode que a passagem de Luciano Pereira da Silva pela *Portugal Previdente* foi, por opção sua, curta. Passado pouco tempo dos trabalhos que descrevemos,

> não quiz continuar ao serviço d'aquela companhia, mas nunca deixou de se interessar pelos estudos actuariaes, como se vê da carta que me escreveu da Alemanha. [Brederode, 1926, 3].

7 Luciano Pereira da Silva e a instrução em actuariado em Portugal

Tal carta, sobre a instrução em Actuariado nas universidades alemãs, foi enviada por Pereira da Silva de Berlim. Com data de 23 de Junho de 1912, foi reproduzida em 31 de Julho seguinte no *Jornal de Seguros. Revista internacional*, com aval de Brederode, sob o título "A sciencia dos seguros no extrangeiro" [Silva, 1912]. Em 1926, Brederode publica-a na revista que dirige, *Seguros e Finanças*, por ocasião do falecimento de Pereira da Silva, dando-lhe o título "A teoria matemática dos "Seguros" nas Universidades alemãs".

Dessa carta transparece o interesse de ambos pela instrução superior em actuariado em Portugal. Seria assunto sobre que já haviam discutido, comprometendo-se Pereira da Silva a recolher informações sobre o ensino da ciência dos seguros nas universidades alemãs, por ocasião de uma deslocação a Berlim.

7.1 Instrução em Actuariado em Portugal

O ensino em actuariado começou em Portugal na década de 1880, nos institutos industriais e comerciais e não nas universidades. Inicialmente, na cadeira *Operações financeiras* do curso superior de comércio, em funcionamento no Instituto Industrial e Comercial de Lisboa. Foi essa cadeira criada em 1886 e, a julgar pelo seu programa, atendiam-se às diversas empregabilidades de um actuário, quer em companhias de seguros ramo Vida, instituições proporcionando planos de pensões ou mesmo instituições bancárias. A esse instituto sucederam o Instituto Superior de Comércio, fundado em 1911, e o Instituto Superior de

Ciências Económicas e Financeiras (ISCEF), em 1930, com algumas reformas desse curso. Sobre a adequação da formação proporcionada em actuariado, podemos atender à crítica feita logo após a criação do ISCEF. Reconhece-se que a formação ministrada não se havia alterado consideravelmente por mais de três décadas e não reflectia o estado de desenvolvimento de diversas áreas, designadamente, a Estatística Matemática, o Cálculo de Probabilidades e suas aplicações à teoria dos seguros de vida e a Teoria matemática das operações financeiras. Para mais pormenores sobre a instrução em actuariado em Portugal até à década de 1930 veja-se [Martins, 2013, 508–558] .

Apontamentos sobre a insuficiência da instrução em actuariado para o exercício da profissão de actuário encontram-se ainda na década de 1910, em notícias publicadas na revista *Seguros e Finanças*. Brederode seria, porventura, o seu autor. Referimo-nos a duas notícias publicadas em Março de 1908 e Janeiro de 1909. A primeira, sugerindo que se se atribuíssem pensões a diplomados em Portugal com o curso superior de comércio para frequentar aulas nos Institutos de actuários de Inglaterra ou Alemanha [Actuarios, 1908]. A outra, dando conta de cursos de actuários em funcionamento na Alemanha, Áustria, Estados Unidos e França [Cursos de actuarios, 1909].

Da carta que Pereira da Silva escreve a Brederode entende-se que essa preocupação era, em 1912, ainda actual para Brederode. Pereira da Silva reflete sobre a vantagem que haveria para as companhias de seguros e para a vida económica do país ao exigir-se estudos mais profundos sobre as matérias relacionadas com seguros ramo Vida, podendo cada escola concorrer com os seus meios próprios, antevendo vantagens na colaboração das universidades. A esse respeito, recorda a tentativa, fracassada, de criação de um curso de Matemática dos Seguros na Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra, iniciativa de Sidónio Pais, então vice-Reitor da Universidade e lente dessa Faculdade. Essa proposta não foi adiante porque alguns professores entendiam não ser esse assunto adequado para uma Universidade. Ele próprio era, à data, lente de Matemática nessa Faculdade, pelo que o seu conhecimento dessa sequência de acontecimentos é pessoal. Na carta que escreve a Brederode, dá informações sobre os cursos de seguros em funcionamento nas universidades de Berlim, Munique, Göttingen, Viena de Áustria, Basileia e Berna.

8 Luciano Pereira da Silva, sócio fundador da Associação dos Actuários portugueses

Para finalizar, breves palavras sobre a regulamentação e exercício da profissão de actuário em Portugal, à qual também Pereira da Silva esteve ligado.

A primeira associação profissional portuguesa foi criada em 1926, a Associação dos Actuários portugueses (AAP), uma associação sobre a qual se sabe pouco, sequer quando se extinguiu, mas cuja entrega de espólio ao actual Instituto dos Actuários Portugueses, criado em 1945, constitui um "testemunho inequívoco da sucessão das duas associações", ainda mais pela coincidência de vários dos sócios fundadores de ambas as sociedades [Barroso & Caeiro, 2005]. A iniciativa da criação da AAP partiu de Brederode, que convidou as pessoas que, à data exerciam, ou haviam exercido a profissão de actuário para serem sócios fundadores [Brederode, 1926, 4]. Da lista dos vinte e um sócios fundadores, constam, para além de Brederode, Pereira da Silva e Santos Lucas. Quanto à formação académica desses sócios, podemos identificar dezoito actuários ou ex-actuários, sete com o *curso de Comércio*, seis licenciados em Matemática, sendo quatro pela Universidade de Coimbra (dois dos quais, doutores) e dois formados pela Universidade de Lisboa. Muitos desses sócios exerciam o magistério — quatro no Instituto Superior de Comércio, dois na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, dois na Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra, um no Instituto Superior Técnico e dois na Escola Comercial Ferreira Borges.

No artigo primeiro dos estatutos da AAP, podemos notar a preocupação pela organização científica da indústria dos seguros Vida. Estabelece-se como objectivo da associação,

> Porfiar em Portugal pela adopção dos métodos scientíficos na organização e funcionamento das instituições de previdência [Associação dos Actuários portugueses, 1921, 20].

A AAP foi criada perto de oito décadas depois do pioneiro Institute of Actuaries, em Inglaterra, fundado em 1848. Depois da Faculty of Actuaires, criada em Edimburgo em 1856, seguiram-se na Europa Continental a fundação de associações profissionais na Alemanha (1868), Holanda (1888), França (em 1872, o Cercle des actuaires français, extinto em 1880; em 1890, o Institut des Actuaires), Bélgica (1895), Itália (1897), Dinamarca (1901), Aústria (1904), Noruega (1904), Suíça (1905), Checoslováquia (1919), Polónia (1920), Finlândia (1922), Bulgária (1924), México (1937) e Espanha (1942). Em Portugal, o actual Instituto dos Actuários portugueses foi criado três anos depois da sociedade espanhola, sendo somente com esta instituição que a profissão de actuário ficou regulamentada em Portugal.

O interesse de Pereira da Silva por assuntos de actuariado pode ainda notar-se na ligação ao Congrès Internationaux d'Actuaires, tendo-se tornado seu membro em 1909. Aliás, entre 1908 e 1909, vários portugueses se tornaram membros desse organismo, criado em 1895, o que faz antever uma forte preocupação por assuntos de actuariado e pelo correcto exercício da profissão. Em 1908, Fernando Brederode, Caetano Beirão da Veiga, Augusto Patrício dos Prazeres, José Quintela, António dos Santos Lucas e Francisco Xavier Esteves; em 1909, Luciano Pereira da Silva, Adolfo Guimarães e o General Augusto Alves. Se atendermos às representações de Portugal nos encontros do Congrès Internationaux d'Actuaires, notamos que até 1912, num total de sete encontros (1895, Bélgica; 1898, Londres; 1900, Paris; 1903, Nova Iorque; 1906, Berlim; 1909, Viena; 1912, Amsterdão), Portugal esteve representado em quatro (no primeiro e nos quatro últimos).

9 Conclusões

Apesar de uma curta passagem de Luciano Pereira da Silva pelo actuariado português, vemos que foram significativos os seus contributos.

Numa época em que se iniciava a regulamentação da indústria dos seguros, tornou-se essencial a definição de bases científicas sobre que se fundassem as companhias de seguros Vida. A criação de um modelo de bases técnicas, iniciativa dos três actuários das três companhias nacionais de seguros Vida existentes, ilustra um enorme contributo no sentido de zelar pelo futuro da indústria dos seguros Vida.

A par dessa regulamentação científica, assumia-se como tarefa de suma importância a regulamentação da profissão de actuário e, nesse campo, também Pereira da Silva deu o seu contributo, como sócio fundador da primeira associação profissional, a Associação dos Actuários portugueses, e como membro do Congresso Internacional de Actuários, a par de outros nomes importantes da indústria seguradora.

Por último, o seu interesse pela instrução em actuariado corrobora a tese de que na sua época esteve ligado a assuntos fundamentais do desenvolvimento da profissão de actuário e da indústria dos seguros Vida.

Luciano Pereira da Silva é um exemplo de um matemático que colocou ao serviço do actuariado a sua formação científica, uma prática corrente à época. Outros exemplos, que mencionámos nesta comunicação, são Daniel Augusto da Silva, sendo a sua obra nessa área analisada em [Martins, 2013], António Cabreira e António dos Santos Lucas, cujos trabalhos se conseguem delinear mas acerca dos quais se desconhecem pormenores. Nesta comunicação demos um contributo para a divulgação da actividade de Luciano Pereira da Silva na área do Cálculo Actuarial, uma faceta menos conhecida deste eminente personagem. Um homem com interesses muito distintos e que se destacou em áreas como a Matemática, a Física astronómica e a Ciência Náutica.

Referências

"A lei da vigilância". 1906. *Seguros e Finanças*, n.º 6, 69–70.

"Actuarios". 1908. *Seguros e Finanças*, n.º 12, 155.

"Associação dos Actuários portugueses". 1921. *Seguros e Finanças*, n.º 2, 2.ª série, 20–21.

Barroso, M. N. E. & Caeiro, A., 2005. *Instituto dos Actuários portugueses — Comemoração dos 60 anos*. Portugal Previdente, Lisboa.

Brederode, F., 1907a. "Rendas differidas". *Seguros e Finanças*, n.º 8, 97–99.

Brederode, F., 1907b. "Rendas differidas II". *Seguros e Finanças*, n.º 9, 109–112.

Brederode, F., 1926. "Dr. Luciano António Pereira da Silva". *Seguros e Finanças*, n.º 1, 2.ª série, 3–4.

Brederode, F., Pereira da Silva, L. & Santos Lucas, A., 1909. *Bases technicas das companhias portuguezas de seguros de vida: a Nacional, a Lusitana e Portugal Previdente aprovadas pelo Conselho de Seguros e elaboradas pelos seus actuarios*. Imprensa Nacional, Coimbra.

Cabreira, A., 1907a. "Portugal Previdente". *Jornal de Seguros*, n.º 34, 1–2.

Cabreira, A., 1907b. "Cartas do sr. Antonio Cabreira". *Jornal de Seguros*, n.º 35, 2–3.

Cabreira, A., 1907c. *Demonstração Mathematica do Seguro Portugal Previdente pelo actuario Antonio Cabreira*. Portugal Previdente, Lisboa.

"Cursos de actuarios". 1909. *Seguros e Finanças*, n.º 15, 195–196.

Martins, A. P., 2013. *Daniel Augusto da Silva e o Cálculo Actuarial em Portugal*. Tese de Doutoramento em História e Filosofia das Ciências, Universidade de Lisboa, Portugal.

Silva, L. Pereira da, 1912. "A sciencia dos seguros no extrangeiro". *Jornal de seguros*, n.º 156, 1–2. (reprodução de carta de 23 de Junho de 1912 de Luciano

Pereira da Silva para Fernando Brederode). Também em: "A Teoria Matemática dos "Seguros" nas Universidades Alemãs". *Seguros e Finanças*, n.º 1, 2.ª Série, 1926, 3–4.

Astrolábios: De Luciano Pereira da Silva aos nossos dias

António Costa Canas
Museu de Marinha — CINAV & CIUHCT
`costacanas@gmail.com`

Resumo: No início do século XX não se conheciam praticamente nenhuns exemplares de astrolábios náuticos. Ao longo deste século o número de astrolábios conhecidos cresceu significativamente, conhecendo-se hoje cerca de cem.

Luciano Pereira da Silva foi um dos primeiros autores a estudar detalhadamente este género de instrumentos. Além de explicar o seu uso, identificou também os astrolábios que se conheciam em Portugal. Descreveu astrolábios náuticos, mas também descreveu astrolábios planisféricos. O seu papel como pioneiro no estudo de astrolábios náuticos foi reconhecido pelos autores que na segunda metade do século publicaram textos descrevendo todos os instrumentos deste género então conhecidos.

Abstract At the beginning of the 20th century, hardly any marine's astrolabe was known. During this century the number of known mariner's astrolabes increased significantly. Nowadays we know around one hundred mariner's astrolabes.

Luciano Pereira da Silva was one of the first scholars to study this kind of nautical instrument. Besides explaining how it works, he also identified the astrolabes known in Portugal in the beginning of the century. He described mariner's astrolabes, but he also described planispheric astrolabes. His role as a pioneer in the study of mariner's astrolabes has been recognized by the scholars that published papers describing all the astrolabes known in the second half of the century.

1 Introdução

A navegação astronómica permitiu a realização de grandes viagens oceânicas, a partir do final do século XV. Nestas os navios passavam longos períodos, geralmente vários meses, sem avistar terra. Graças aos métodos de navegação astronómica que utilizavam os navegadores conseguiam conhecer a latitude em alto-mar, aumentando assim o rigor do seu posicionamento. O astrolábio náutico foi um instrumento fundamental para o desenvolvimento da navegação astronómica.

O astrolábio náutico manteve-se em uso durante alguns séculos. O número de astrolábios produzidos durante esse tempo foi certamente de muitas centenas. É natural que desses tenham sobrevivido bastantes. Curiosamente, a maior parte dos "sobreviventes" foram encontrados em locais onde naufragaram navios, tendo permanecido no fundo do mar desde o afundamento do navio até terem sido encontrados, geralmente no decurso de trabalhos de arqueologia subaquática.

Neste texto serão apresentados alguns estudos de Luciano Pereira da Silva sobre astrolábios. Não se analisarão todos os trabalhos de sua autoria onde ele aborda estes instrumentos. Muitos dos seus estudos são dedicados à análise das técnicas de navegação usadas na época das descobertas. Nesses textos ele estuda, detalhadamente, o uso dos astrolábios e as tabelas necessárias para o cálculo da latitude, entre outros elementos.

A nossa atenção centrar-se-á nos textos em que analisa exemplares concretos de astrolábios. Na época em que Luciano viveu conheciam-se muito poucos exemplares de astrolábios náuticos. Não é assim de estranhar que ele também descreva astrolábios planisféricos. O astrolábio náutico teria resultado de uma simplificação daqueles instrumentos, por forma a poderem ser usados no mar. Será este o tema da primeira parte deste estudo: a análise dos textos que Luciano Pereira da Silva dedicou a descrever os astrolábios conhecidos na sua época, seguindo-se a apresentação dos principais textos que se publicaram posteriormente, dedicados aos astrolábios náuticos conhecidos em cada momento. A segunda parte do texto será dedicada aos astrolábios náuticos presentemente conhecidos em Portugal.

2 Astrolábios náuticos

Há cerca de cem anos aquilo que se sabia sobre astrolábios náuticos resultava basicamente de informação existente na literatura dos séculos anteriores. Exemplares conhecidos de astrolábios náuticos da época dos descobrimentos eram bastante raros. Luciano Pereira da Silva foi o primeiro investigador português, e dos primeiros a nível mundial, a escrever sobre este instrumento fundamental para a arte de navegar da era das descobertas.

O primeiro artigo que escreveu sobre o tema [SILVA, 1917a], tem por título "O astrolábio náutico dos portugueses" e surgiu na revista *Águia* em 1917. O texto baseia-se em informações retiradas de diversas fontes da época dos Descobrimentos. Além das explicações sobre o uso do instrumento, retiradas desses textos, refere também a existência de um astrolábio náutico na Universidade de Coimbra, apresentando uma imagem do mesmo. Menciona ainda uma réplica

Figura 1: Réplica de astrolábio, construída no Instituto Superior Técnico

de astrolábio construída nas oficinas do Instituto Superior Técnico, por iniciativa de Alfredo Bensaude. Mostra uma fotografia desta réplica, reproduzida na figura 1, assim como outra foto representando Bensaude a usar o astrolábio, conforme figura 2.

Nesse mesmo ano de 1917, Pereira da Silva publicou um outro artigo: "Astrolábios existentes em Portugal", na obra *Fôlhas de Ouro*. Como o título indica, neste artigo o autor fala sobre os astrolábios que na época se conheciam em Portugal [Silva, 1917b]. Tratava-se de dois astrolábios planisféricos, um na Escola Naval e outro na Sociedade de Geografia de Lisboa, assim como o astrolábio náutico da Universidade de Coimbra, referido no artigo anteriormente mencionado.

Em 1924, saiu "O astrolábio da Sociedade de Geografia e o nónio de Pedro Nunes" no *Jornal de Ciências Matemáticas, Físicas e Naturais da Academia das Ciências de Lisboa*, n.º 17 da 3.ª série e publicado no ano seguinte em separata

Figura 2: Alfredo Bensaude testando a réplica de astrolábio

pela Imprensa Nacional [SILVA, 1945a][1]. Trata-se de um astrolábio planisférico existente na referida sociedade de Lisboa.

Uma das informações que se poderia extrair da maior parte dos astrolábios planisféricos era a duração das horas desiguais. Importa explicar o que são horas desiguais. No passado consideravam-se dois conceitos de dia. O dia natural corresponde ao intervalo de tempo decorrido entre duas passagens consecutivas do Sol pelo meridiano de um lugar, e divide-se em vinte e quatro horas, todas com a mesma duração, conhecidas por horas iguais[2]. Por outro lado, o

[1]Nos casos em que não foi possível consultar a publicação original, será apresentada a referência dos textos publicados nas *Obras Completas*.

[2]Na realidade, o tempo decorrido entre passagens meridianas consecutivas não é sempre igual, variando ao longo do ano. Por esse motivo é que os nossos relógios fornecem horas médias, designando-se por equação do tempo a diferença entre o movimento médio e movimento verdadeiro do Sol. Porém, essa diferença na duração dos dias naturais é tão pequena que não cometemos grande erro se considerarmos que têm todos igual duração.

dia artificial corresponde ao período em que o Sol está acima do horizonte. A soma da duração do dia artificial com a duração da noite dá o dia natural. O dia artificial dividia-se sempre em doze horas. A duração do dia artificial varia em função da data e da latitude. Como a duração do dia, num dado local, era variável ao longo do ano, a duração destas horas variava de igual modo, sendo conhecidas como horas desiguais. O processo, figura 3, usado no astrolábio que Pereira da Silva apresentou no artigo que estamos a analisar baseava-se num esquema gráfico que se assemelhava bastante ao usado por Pedro Nunes no seu nónio, daí o título do artigo.

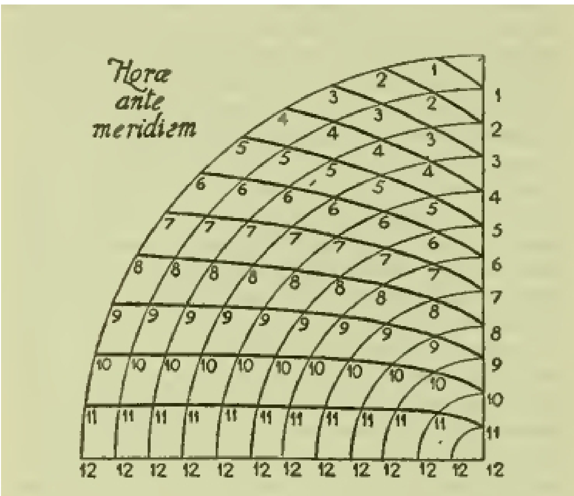


Figura 3: Esquema para cálculo das horas desiguais.

O texto termina com as seguintes palavras:

> Esclarecido o modo como o astrolábio resolve o problema das horas iguais e desiguais, trataremos em subsequente estudo, dos outros problemas astronómicos de que ele dava a solução [Silva, 1945a, 27].

A promessa estava feita e foi cumprida em 1925. Neste ano deu à estampa "O astrolábio universal da Sociedade de Geografia de Lisboa", inserido no mesmo *Jornal de Ciências Matemáticas, Físicas e Naturais da Academia das Ciências de Lisboa*, n.º 20 da 3.ª série, e publicado no ano seguinte em separata pela Imprensa Nacional [Silva, 1945b]. Neste outro texto faz uma descrição detalhada do instrumento da Sociedade de Geografia explicando os diversos cálculos que podem sem feitos com o mesmo. Para as suas explicações baseia-se num texto de João de Rojas, que descreve o uso dos astrolábios planisféricos universais em projeção ortográfica equatorial. São deste tipo, tanto o astrolábio da Sociedade de Geografia como um outro, que Luciano encontrou no Museu Naval de Madrid, e que também descreve neste estudo.

Em 1926 Pereira da Silva publicou mais dois textos dedicados a astrolábios. No primeiro deles [SILVA, 1926a] dá notícia de mais um astrolábio que pertencera a um frade, D. Gaspar da Conceição, da família Lobos Vilasboas, de Caminha. Luciano refere que o instrumento que descreve lhe foi cedido por António Coelho Vilasboas, da família de D. Gaspar.

Neste texto ficamos a saber que no ano em que foi assassinado, Pereira da Silva tinha conhecimento de quatro astrolábios em Portugal:

> Com este são já quatro os astrolábios conhecidos, existentes em Portugal. Os outros três são: o da Escola Naval, construido em 1616 por Nicol Patenal; o da Sociedade de Geografia de Lisboa, do século XVI: e o astrolábio náutico do Observatório astronómico da Universidade de Coimbra [SILVA, 1926a, 409].

Refere ainda que sobre os outros três já tinha publicado um breve estudo em 1917, tendo este último texto servido para revelar a existência do quarto. O instrumento que descreve em 1926 servia para determinar as horas. Uma das faces permitia saber as horas noturnas, observando a estrela *Polar*, enquanto que a outra face servia para o mesmo fim, mas observando o Sol durante o dia.

Finalmente, em maio de 1926 surge mais um texto de Luciano Pereira da Silva, sobre astrolábios, neste caso sobre um astrolábio náutico [SILVA, 1926b]. Na revista em que o texto foi publicado, *Ilustração*, de 16 de maio, o mesmo ocupa quase dois terços de uma página, incluindo uma imagem do astrolábio estudado[3], e faz parte de uma secção intitulada "Vida Científica".

Neste caso, aquilo que é relatado é a descoberta de um astrolábio náutico no porto de Vera Cruz, no México. A descoberta teria ocorrido alguns anos antes, durante trabalhos de dragagem do porto. Pereira da Silva realça o facto de se tratar do mais antigo exemplar de astrolábio náutico então conhecido e compara-o com o existente na Universidade de Coimbra:

> É este o mais antigo exemplar conhecido do velho astrolábio náutico da época dos descobrimentos, venerável relíquia que o acaso de uma dragagem felizmente exumou do fundo do mar. O instrumento similar existente no Observatório astronómico da Univer-

[3] O texto da revista é escrito a três colunas. O artigo de Pereira da Silva ocupa quase a totalidade das duas primeiras colunas, tendo a imagem em caixa no texto. Segue-se um pequeno texto sobre o Raio Verde.

> sidade de Coimbra, com meio metro de diâmetro e dez quilos de peso é do século XVII. Estes dois exemplares, de tão diferentes dimensões, fazem compreender muito bem a explicação que dá João de Barros sobre o modo como se tomava a altura do sol ao tempo da primeira viagem do Gama quando descreve a chegada à ilha de Santa Helena[4]: "Principalmente com um astrolábio de pau de três palmos de diâmetro, o qual armavam em três paus à maneira de cábrea, por melhor segurar a linha solar, e mais verificada e distintamente poderem saber a verdadeira altura daquele lugar; posto que levassem outros de latão mais pequenos, tão rusticamente começou esta arte que tanto fruto tem dado ao navegar" [Silva, 1926b, 31].

A transcrição anterior merece um comentário. Pereira da Silva considerava que o astrolábio de Coimbra deveria ter sido usado no mar, ou melhor em terra firme, nos mesmos moldes que na viagem de Vasco da Gama se usara um astrolábio de grandes dimensões na Angra de Santa Helena. À luz dos conhecimentos atuais, duvida-se que o instrumento de Coimbra alguma vez tenha sido usado num navio. No entanto, considerando o reduzido conhecimento sobre astrolábios náuticos na época de Luciano, as suas ideias têm alguma lógica, tendo em conta a descrição de João de Barros.

Passados alguns anos, surgiu um outro texto que menciona mais um astrolábio náutico [Costa, 1983]. Na sua *Marinharia dos Descobrimentos*, Fontoura da Costa refere um astrolábio náutico encontrado no Japão em 1928[5]. Nesse ano foram recuperados do fundo do mar os restos do naufrágio da nau *Madre de Deus*, afundada perto do porto de Nagasaki em 1610. No local encontrava-se um astrolábio náutico num razoável estado de conservação [Costa, 1983, 22–23].

A referência seguinte que encontrámos a astrolábios náuticos é da autoria de Derek J. Price [Price, 1956]. Com o título "Two Mariner's Astrolabes", o texto foi publicado no *Journal of Navigation* de julho de 1956. O autor refere a existência de sete astrolábios náuticos, divulgando mais dois, tal como se deduz do título.

No ano seguinte, no mês de outubro, surge um outro texto no mesmo *Journal of Navigation* [Waters, 1957]. Desta vez, o seu autor é o Comandante Da-

[4]Na realidade, a armada de Vasco da Gama tocou a costa africana na baía, ou angra, de Santa Helena, e não passou na ilha do mesmo nome, situada ao largo dessa costa africana. Trata-se certamente de uma gralha, pois noutros textos Pereira da Silva refere-se à baía, e não à ilha.

[5]Esta obra publicada inicialmente em vários números dos *Anais do Clube Militar Naval*, a partir de 1933. Mais tarde foi publicada como livro.

vid Waters, da Marinha Inglesa, responsável pelo Departamento de Navegação e Astronomia do Museu Marítimo de Greenwich. Mais uma vez o título esclarece-nos sobre o conteúdo. "A Tenth Mariner's Astrolabe" dá conta de mais um astrolábio a acrescentar à lista divulgada por Price no ano anterior. Curiosamente, este décimo astrolábio é o mesmo que Fontoura da Costa referira mais de vinte anos antes.

Em 1966, Waters volta a escrever um texto sobre astrolábios náuticos [WATERS, 1966]. Publicado como separata da *Revista da Faculdade de Ciências* de Coimbra, o texto "The Sea-or Mariner's Astrolabe" dá conta da existência de vinte e um exemplares deste instrumento de navegação.

> The choice of subject as a contribution to a work in honour of Professor Luciano Pereira da Silva has been made with deliberation. Luciano Pereira da Silva was the first scholar to write scientifically about the sea- or mariner's astrolabe. Of the forty-five papers comprising his collected works no less than ten deal directly with the mariner's astrolabe and its associated tables, its characteristics, and use at sea; a number of his other papers are concerned with planispheric astrolabes, those instruments which the Portuguese modified into sea-astrolabe for the use of their pilots [...] [WATERS, 1966, 5–6]

Este crescimento significativo do número de astrolábios conhecidos resulta da introdução dos equipamentos autónomos de mergulho, que permitiram tempos muito mais longos de permanência dos mergulhadores em imersão, assim como uma maior liberdade de movimentos dos mesmos:

> During the 1960s, the self-contained underwater breathing apparatus (SCUBA), or Aqualung, was indirectly responsible for increasing the number of existing mariner's astrolabes. This new mechanism allowed people to remain underwater for relatively long periods with little movement constraints and the exploration of shipwreck sites suddenly became the pastime of many. As a result, by 1966, only nine years after Water's first publication, the number of known nautical astrolabes had risen from ten to twenty-one. By 1988 the number skyrocketed to sixty-five. This does not mean that all instruments found after 1957 were recovered during underwater salvage or archaeological operations. However, most of them were. Of the forty-four astrolabes found between 1966 and 1988, thirty-three were recovered through SCUBA. [GARCIA, 2005, 41]

O número cada vez maior de astrolábios náuticos recolhidos fez crescer o interesse pelo assunto. Assim, em 1983, na IV Reunião Internacional de História da Náutica e da Hidrografia, Alan Stimson deu notícia de quarenta e oito astrolábios [Stimson, 1986]. O mesmo autor publicará em 1988 uma obra na qual nomeia sessenta e cinco astrolábios [Stimson, 1988]. Cada um dos exemplares que identifica tem associado um número do Catálogo do National Maritime Museum, Greenwich. Este livro continua a ser a obra publicada com a mais completa listagem de astrolábios náuticos, embora o número de instrumentos conhecidos tenha crescido significativamente. No presente esse número ultrapassou já a centena.

Alan Stimson fez questão de realçar a prioridade dos portugueses na introdução do astrolábio náutico a bordo, assim como a importância de Portugal no desenvolvimento dos estudos históricos sobre o assunto. O seu primeiro texto foi apresentado em Portugal, assim como o estudo mais completo de Waters sobre o tema. Stimson reconhece que os seus escritos se baseiam nos contributos de Waters para o assunto. Já vimos anteriormente que este último reconhecia o pioneirismo de Luciano Pereira da Silva nos estudos sobre astrolábios.

> When *The Sea- or Mariner's astrolabe* was published by Coimbra University, Portugal in 1966 twenty-one surviving sea astrolabes were recorded in the register maintained in the Department of Navigation and Astronomy at the National Maritime Museum, Greenwich. D. W. Waters succint summing up of the Portuguese introduction of this instrument to seamen, the early evidence of its use and his analysis of the surviving examples remains a model of its kind today[…]
>
> The IVth International Reunion for the History of Nautical Science and Hydrography held in July 1983 at Lagos and Sagres, Portugal was the spur to review the additional evidence provided by the forty-eight surviving astrolabes known at that time. My paper *The Mariners Astrolabe, a survey of 48 surviving examples*, read at this conference [1983] and published by Coimbra University in 1985, is the basis for the historical introduction to this survey, augmented by new facts provided by the seventeen astrolabes recovered since 1983.
>
> This study is closely modelled on Water's earlier paper […] [Stimson, 1988, 11]

3 Astrolábios náuticos em Portugal

Nesta secção serão descritos os astrolábios náuticos existentes em Portugal. Da centena de instrumentos conhecidos, dez encontram-se em Portugal. Destes, nove estão geralmente em exibição no Museu de Marinha, sendo a maior coleção de astrolábios náuticos reunidos num único local.

Desses astrolábios aquele que é conhecido há mais tempo é o do Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra. Tendo em conta o local onde se encontra é conhecido por **Coimbra**[6]. Este astrolábio é mencionado por Luciano Pereira da Silva, por diversas vezes. Possui um "nónio", que consiste numa escala diagonal, que permite aumentar o rigor da leitura de alturas. Conforme já anteriormente afirmado, hoje em dia duvida-se que este astrolábio tenha embarcado alguma vez, dadas as suas grandes dimensões, cerca de meio metro de diâmetro, e o seu peso, superior a dez quilogramas.

O primeiro astrolábio a ser integrado na coleção do Museu de Marinha foi o **Sacramento B**. O galeão português **Santíssimo Sacramento** naufragou em Salvador da Baía, no ano de 1668. Na década de setenta do século XX o local do naufrágio foi escavado por mergulhadores da Marinha Brasileira. Entre os artefactos recolhidos encontravam-se dois astrolábios.

Na época, o único astrolábio náutico que se conhecia em Portugal era o **Coimbra**. Prestava então serviço no Museu de Marinha o Comandante Estácio dos Reis, pessoa com uma especial sensibilidade para a história da ciência e dos instrumentos científicos. Estabeleceu contacto com o seu amigo, Almirante Max Justo Guedes, da Marinha do Brasil e conseguiu que um dos astrolábios recolhidos do naufrágio do galeão fosse oferecido à Marinha Portuguesa.

O **Sacramento B** é do século XVII. Não se consegue ver a data de fabrico do mesmo, mas nota-se uma marca de fabricante que permite atribuir a sua autoria a Agostinho de Goys Raposo. Embora o disco apresente algum desgaste, consegue perceber-se parte da escala. Nota-se que esta se encontra graduada em distâncias zenitais, caraterística que geralmente se encontrava nos astrolábios de origem portuguesa[7].

[6]Todos os astrolábios náuticos conhecidos têm um nome. Normalmente esse nome está ligado ao local onde o astrolábio se encontra, ou então onde foi descoberto. Noutros casos, o nome atribuído está relacionado com o navio em que o instrumento se encontrava, aquando do naufrágio, quando este é conhecido. Sempre que existem vários astrolábios com o mesmo nome, definido de acordo com as regras precedentes, a distinção entre eles faz-se acrescentando uma letra, ou um número, ao nome.

[7]Os instrumentos usados para medir alturas de astros tinham geralmente o zero da escala na direção do horizonte e os 90° na direção do zénite. Os astrolábios eram geralmente usados para observar a altura do Sol. As regras de cálculo implicavam sempre um primeiro passo que consistia na conversão da altura no ângulo complementar, ou seja na distância zenital. Para eli-

O próximo astrolábio a ser integrado na coleção do Museu de Marinha foi o **Ericeira**. Mais uma vez foi fundamental a intervenção do Comandante Estácio dos Reis. Intrigado com o facto de apenas se conhecer um astrolábio náutico em Portugal, o **Coimbra**, o Comandante conseguiu lançar um apelo num programa televisivo, com o objetivo de descobrir mais algums destes instrumentos. O apelo foi bem sucedido e um habitante da Ericeira, Sardinha Alves, trouxe um astrolábio que tinha encontrado na praia da sua terra. O instrumento encontra-se bastante deteriorado pela erosão, restando apenas o disco e a parte central da alidade.

O navio espanhol *Nuestra Señora de Atocha* naufragou em 1622 ao largo da Flórida, devido a um furacão. Em 1973 foi encontrado um astrolábio pertencente a este navio, assim como um outro, que estaria a bordo de um outro navio, que naufragou na mesma altura. Um segundo furacão arrastou parte do casco do *Nuestra Señora de Atocha* para um local bastante afastado do primeiro naufrágio. A exploração deste segundo sítio arqueológico permitiu descobrir um cesto no qual se encontravam outros quatro astrolábios, assim como outros instrumentos de navegação. Em 1988 foram adquiridos para Portugal o **Atocha III** e o **Atocha IV**. Este último encontra-se bastante degradado, tendo sobrado apenas o disco. Contudo, no disco é possível ler várias informações, nomeadamente a data: 1614 e o nome do fabricante: Y DYAS, assim como uma imagem que representa o selo da Casa de la Contratacion e outra marca ilegível. O **Atocha III** está em muito boas condições, conservando as pínulas na alidade e sendo possível ler a data: 1605, e a marca do fabricante: "G", assim como os valores da escala.

Um dos naufrágios relatados na *História Trágico-marítima* é o da nau *Santiago*, que ocorreu em 1585, no Canal de Moçambique. Entre as peças retiradas do local do naufrágio conta-se um astrolábio, que atualmente se encontra no Museu de Marinha. O **Santiago** encontra-se bastante degradado pela erosão, restando apenas o disco e uma pequena parte da alidade.

Um outro astrolábio que foi descoberto por um particular foi o **Aveiro**. Em 1994, Victor Manuel Ferreira Paiva Santos encontrou um destes instrumentos na ria de Aveiro. Encontra-se em boas condições de conservação, percebendo-se pela escala que é de origem portuguesa. Consegue igualmente ler-se a data de fabrico do mesmo, 1575.

A entrada do porto de Lisboa, especialmente na zona de São Julião da Barra é bastante rochosa e relativamente estreita. Por esse motivo ocorriam aí naufrágios com alguma frequência, tendo perecido diversas naus da Carreira da

minar esta operação, que poderia acarretar erros nos cálculos, os astrolábios portugueses eram geralmente graduados em distâncias zenitais, tendo o zero na direção do zénite.

Índia. Nos anos noventa do século passado foram realizados trabalhos de arqueologia subaquática na área, com o objetivo de recolher vestígios resultantes dos naufrágios. No final, uma parte significativa desses vestígios esteve em exibição no Pavilhão de Portugal da EXPO98.

Entre os inúmeros artefactos recolhidos em São Julião da Barra estavam três astrolábios. Dois desses astrolábios, **São Julião da Barra I** e **São Julião da Barra II** estão bastante desgastados pela erosão. No entanto, o **São Julião da Barra III** encontra-se em muito bom estado. Percebe-se perfeitamente a data, 1605, e a marca do fabricante, que foi Francisco de Goys Raposo. Provavelmente, o seu bom estado de conservação deve-se ao facto de o mesmo ter sido encontrado junto a uma peça de artilharia. A proximidade de dois objetos metálicos de composições diferentes num meio salino, criou uma pilha eletrolítica. Nestas circunstâncias apenas o ânodo, neste caso a peça de artilharia, se degrada, protegendo o astrolábio.

4 Considerações finais

O presente texto foi dividido em duas partes. Na primeira apresentou-se um breve historial da forma como evoluiu o conhecimento sobre astrolábios, ao longo do século XX. Neste processo merece destaque o papel pioneiro de Luciano Pereira da Silva. Este pioneirismo é reconhecido pelos autores estrangeiros que, na segunda metade de Novecentos, estudaram sistematicamente todos os astrolábios náuticos conhecidos.

Os astrolábios que Luciano descreveu são quase todos astrolábios planisféricos. Tal sucede porque na época em que ele viveu se conheciam muito poucos astrolábios náuticos. Com o decorrer dos anos foram-se descobrindo novos exemplares. Os dados mais recentes apontam para a existência de cento e um astrolábios[8]. Desses uma larga percentagem é de origem portuguesa.

Na segunda parte fez-se uma breve descrição dos astrolábios náuticos existentes em Portugal. Dos dez que se conhecem, nove estão normalmente em exposição no Museu de Marinha, o que faz desta a maior coleção de astrolábios reunidos num único local. As suas origens são diversas: ofertas, aquisições e depósito. Merece destaque o papel do Comandante Estácio dos Reis para a constituição desta coleção.

[8]Um agradecimento ao professor Filipe Castro, que mantém uma listagem na qual vai acrescentando todos os astrolábios que chegam ao seu conhecimento.

Referências bibliográficas

Costa, Abel Fontoura, 1983. *Marinharia dos Descobrimentos*. Edições Culturais da Marinha, Lisboa.

Garcia, Adolfo Gustavo, 2005. *The Rincón astrolabe shipwreck*. Master of Arts Thesis, Texas A&M University, E.U.A.

Price, Derek J., 1956. "Two Mariner's Astrolabes". *Journal of Navigation*, n.º 9, 338–344.

Silva, Luciano Pereira da, 1917a. "O astrolábio náutico dos portugueses". *A Águia*, n.º 64, abril de 1917, 144–150.

Silva, Luciano Pereira da. 1917b. *Astrolábios existentes em Portugal*. Separata de *Folhas de Ouro*, Lisboa, Tipografia dos Caminhos de Ferro do Estado.

Silva, Luciano Pereira da, 1926a. "Um astrolábio do século XVII". *Lusitânia. Revista de Estudos Portugueses*, n.º 64, abril de 1926, 409–416.

Silva, Luciano Pereira da, 1926b. "Um astrolábio náutico do século XVI". *Ilustração*, n.º 10, 16 de maio de 1926, 31.

Silva, Luciano Pereira da, 1945a. "O astrolábio da Sociedade de Geografia e o nónio de Pedro Nunes". *Obras Completas*, vol. III, Lisboa, Agência Geral das Colónias, 15–27.

Silva, Luciano Pereira da, 1945b. "O astrolábio universal da Sociedade de Geografia de Lisboa". *Obras Completas*, vol. III, Lisboa, Agência Geral das Colónias, 331–352.

Stimson, Alan, 1986. "The mariner's astrolabe: a survey of 48 surviving examples". *Revista da Universidade de Coimbra — Actas da 4.ª Reunião Internacional de História Náutica e da Hidrografia, Coimbra, 1983*, 1986, 573–605.

Stimson, Alan, 1988. *The Mariner's Astrolabe: A Survey of Known, Surviving Sea Astrolabes*, Hes & De Graff Pub B V, Utrecht.

Vale, J. P. do, 1998. "Astrolábios náuticos". *Nossa Senhora dos Mártires. El último Viaje*. Editorial Verbo, Lisboa, 97–105.

Waters, D. W., 1957. "A Tenth Mariner's Astrolabe". *Journal of Navigation*, n.º 10, 411–415.

Waters, David, 1966. *The sea or mariner's astrolabe*. Junta de Investigações do Ultramar, Coimbra. Separata da *Revista da Faculdade de Ciências*, vol. XXXIX.

Simpósio
História da Cartografia

Organizadores:
Francisco Roque de Oliveira

Revisores científicos:
Francisco Roque de Oliveira, Luis Saraiva

Mapeamento da Amazônia na segunda metade do século XVIII: Contribuições dos cartógrafos e astrônomos da comissão demarcadora de limites

Iran Abreu Mendes
UFRN
iamendes1@gmail.com

Maria Lúcia Pessoa Chaves Rocha
IFPA
lucia.rocha@ifpa.edu.br

Resumo: Neste trabalho apresentamos contribuições importantes de astrônomos e cartógrafos na comissão demarcadora dos limites territoriais entre Portugal e Espanha na Amazônia Brasileira, na segunda metade do século XVIII (c. 1750–1800), a partir de estudo histórico que objetivou verificar como esses profissionais mobilizaram práticas cartográficas para a demarcação das fronteiras da região no referido período. Em 1753 foram contratados os profissionais astrônomos e cartógrafos João André Schwebel, Gaspar João Geraldo Gronsfeld, Adão Leopoldo Breunig, Henrique Antonio Galluzzi, Phelippe Frederico Sturm, João Ângelo Brunelli e Inácio Szentmártonyi para compor tal comissão. O trabalho desses profissionais resultou em uma produção cartográfica bastante apreciável, que hoje pertence à Divisão de Iconografia da Biblioteca Nacional.

Abstract: In this work we present important contributions of astronomers and cartographers in the demarcation commission of the territorial limits between Portugal and Spain in the Brazilian Amazon, in the second half of the 18th century (c. 1750–1800), based on a historical study that aimed to verify how these professionals mobilized practices For the demarcation of the region's frontiers in that period. In 1753 the professional astronomers and cartographers João André Schwebel, Gaspar João Geraldo Gronsfeld, Adam Leopoldo Breunig, Henrique Antonio Galluzzi, Phelippe Frederico Sturm, João Ângelo Brunelli and Inácio Szentmártonyi were hired to compose such commission. The work of these professionals resulted in a very appreciable cartographic production, which today belong to the Division of Iconography of the National Library.

Apresentação

Neste artigo apresentamos algumas contribuições da comissão demarcadora das terras portuguesas na Amazônia Brasileira, na segunda metade do século

XVIII, relacionadas ao mapeamento cartográfico da região. Nossa intenção foi descrever aspectos importantes da participação de astrônomos e cartógrafos pertencentes à comissão demarcadora dos limites territoriais entre Portugal e Espanha no Norte da América do Sul (região Amazônica) na segunda metade do século XVIII (c. 1750–1800). O objetivo principal do estudo histórico foi verificar como as atividades desses profissionais mobilizaram práticas cartográficas para a demarcação das fronteiras, materializadas nas elaborações cartográficas da região no referido período.

Com a assinatura do Tratado de Madri (1750) foram estipulados novos limites territoriais entre as possessões portuguesas e espanholas na América. Pelo lado português a aplicação do referido tratado ficou sob a responsabilidade de Sebastião José de Carvalho e Melo (o Marquês de Pombal), que nomeou seu irmão Francisco Xavier de Mendonça Furtado ao posto de governador da província do Grão Pará e Maranhão, na região Amazônica. Em 1753 foram contratados os profissionais astrônomos e cartógrafos João André Schwebel, Gaspar João Geraldo Gronsfeld, Adão Leopoldo Breunig, Henrique Antonio Galluzzi, Philipe Sturm, João Ângelo Brunelli e Inácio Szentmártonyi. O trabalho da referida comissão resultou em uma produção cartográfica bastante apreciável, que hoje pertencem à Divisão de Iconografia da Biblioteca Nacional.

Nesse sentido, identificamos uma coleção de imagens, legendas e informações acerca da cartografia das terras portuguesas na Amazônia do século XVIII, considerando a importância das imagens para o processo de tratamento da informação nesse momento histórico. Assim sendo, as mesmas imagens foram tomadas como uma fonte de explicação visual das ideias e pensamentos do passado relativos à arte e técnicas cartográficas.

A organização da referida coleção teve a intenção de mostrar um pouco do trabalho produzido pelos técnicos em cartografia e astronomia que participaram da construção de um momento importante da cartografia brasileira, especialmente da Amazônia no século XVIII, onde se incluíram mapas dos contornos e curvaturas dos rios e imagens das aldeias de diversos trechos da região Amazônica, bem como indicações do relevo e de outros acidentes geográficos. O material resultou de um trabalho exaustivo da expedição realizada por um grupo de técnicos que traçavam a rota entre o Pará e o Amazonas. Os desenhos representam principalmente casas, igrejas e outros edifícios locais ao longo das margens do rio. Os mapas são atribuídos aos profissionais participantes da expedição.

Para realizar a pesquisa tomamos as histórias já construídas como fonte importante para a compreensão das práticas matemáticas trazidas da Europa do século XVIII para a região, bem como para compreender o processo de urbanização da Amazônia Brasileira. Tal construção histórica operacionalizou--se como um exercício arqueológico focado nas ideias e fatos, direcionado por uma reorganização e análise de documentos originais (fonte primária) e de diversas informações escritas acerca da presença das comissões demarcadoras de limites territoriais na Amazônia (fonte secundária).

Adotamos como foco do nosso exercício descritivo-analítico a consulta de diversos documentos originais existentes no Arquivo Histórico Ultramarino de Lisboa (AHU), já catalogados e que muito contribuíram para o estudo realizado, bem como publicações referentes à história da Era pombalina na região amazônica, no século XVIII. Muitos foram os personagens envolvidos e decisivos foram seus trabalhos realizados na região. A esse respeito consideramos relevante destacar algumas ações e os atores nelas envolvidos.

As ações realizadas por alguns participantes da comissão

Ignácio Szentmártonyi e suas observações astronômicas na região

Ignácio Szentmártonyi (também escrito em vários documentos como Ignác ou Inácio), nasceu na Croácia, em 1718, filho de pai húngaro e mãe croata; na época, sua região era considerada húngara, pertencente ao chamado Reino Apostólico Húngaro. De acordo com Rácóczi (2006), Kotiri era o nome de uma fortaleza medieval e junto dela foi edificada a cidade de Kotorina (atual Kotoriba), onde nasceu Szentmártonyi. Após ter concluído o liceu em Zagreb e ter entrado em um noviciado jesuíta em 27 de Agosto de 1735 em Viena, passou a exercer durante um ano o cargo de professor do liceu de Varazdin (1738).

Entre 1739 e 1741, desenvolveu estudos sobre filosofia em Graz e em seguida retomou os serviços durante os dois anos seguintes como professor nos liceus de Zagreb e de Varazdin. De 1744 a 1745, especializou-se nas matemáticas em Viena e na mesma cidade ampliou seus estudos sobre a teologia entre 1746 e 1749. No seu terceiro ano de teologia Szentmártonyi foi ordenado noviço. Diretamente após ter concluído seus estudos de teologia, ingressou durante um ano no noviciado a fim de cumprir o necessário período de provação religiosa e de concluir o período preparatório necessário para que pudesse exercer sua atividade profissional e sacerdotal. Daquele momento em diante recebeu a incumbência de ensinar aos alunos jesuítas temas matemáticos como a geometria do teorema de Pitágoras, bem como os princípios do cálculo integral. (RÁCÓCZI, 2006).

Pode-se destacar que Szentmártonyi realizou uma passagem pelo curso baixo do rio Amazonas medindo a longitude e a latitude de diferentes coordenadas geográficas antes mesmo que a expedição oficial houvesse começado. Sua missão consistia em efetuar diversas operações astronômicas para determinar a situação geográfica das localidades e os rios, de modo que os cartógrafos pudessem elaborar mapas precisos de toda a região e assim demarcar as fronteiras territoriais do Brasil.

Em 1754 Szenmártonyi ficou vários dias na sua missão, desceu o rio Madeira e fixou a longitude geográfica daquela localidade já que o rio Madeira quase deságua no meio do curso do rio Amazonas, ligeiramente antes do rio Negro. No mesmo ano, lá também antes que a expedição partisse, realizou observações em Macapá, na embocadura do rio Amazonas. As medições efetuadas na cidade de Belém, bem como em outras observações ao longo da Amazônia, foram feitas provavelmente antes mesmo do trajeto sobre o rio Negro.

No livro *Astronomia na Amazônia no século XVIII*, seu autor Carlos Francisco Moura (2008) informa que Szentmártonyi teve grande importância nos levantamentos feitos na Amazônia e foi designado para a demarcação do trecho de maior responsabilidade, ao longo dos rios Guaporé e Madeira. É dele o estabelecimento da longitude de Belém e a diferença de longitude entre Belém, Macapá e Mariuá, tendo como base a observação de um eclipse lunar e a observação de satélites de Júpiter.

A respeito do trabalho de Szentmártonyi e Brunelli sobre os cálculos de latitude, de longitude e de observações que permitissem a elaboração de uma cartografia mais precisa, Moura (2008) descreve, de forma detalhada, os instrumentos e livros utilizados por eles e a trajetória de ambos ao regressarem a Portugal. Moura ressalta, ainda, a importância dos métodos de medição astronômica e cartográfica desenvolvidos na segunda metade do século XVII e a preocupação do governo português de D. João V com a atualização dos estudos em Portugal e os desdobramentos dessas novas análises na demarcação dos limites das colônias portuguesas. Um desses métodos diz respeito à utilização de parâmetros astronômicos como eclipses lunares e a observação dos satélites de Júpiter para o cálculo da longitude. Algo particularmente significativo a esse respeito foi o uso dos instrumentos científicos mais atualizados que foram trazidos na expedição, como telescópios, quadrantes, grafômetros, barômetros, dentre outros. Muitos desses instrumentos eram feitos sob encomenda por renomados artesãos da época, como é o caso dos óculos e lunetas confeccionados pelo artesão francês Nicolas Bion.

Szentmártonyi teve grande importância nos levantamentos feitos na Amazônia e foi designado para a demarcação do trecho de maior responsabilidade, ao longo dos rios Guaporé e Madeira. É dele o estabelecimento da longitude de Belém e a diferença de longitude entre Belém, Macapá e Mariuá, tendo como base a observação de eclipse lunar e a observação de satélites de Júpiter (MOURA, 2008).

De acordo com as cartas enviadas ao Marquês de Pombal (MENDONÇA, 2005a), foi com base nos cálculos precisos, realizados por Szentmártonyi, relativos às longitudes e a latitudes geográficas que os engenheiros puderam elaborar um grande mapa que reconstituiu o percurso da expedição desde Belém até Mariuá (atualmente a cidade de Barcelos, no Amazonas). De acordo com o parecer dos peritos, este mapa é da competência dos melhores desempenhos da cartografia daquela época.

Há três documentos de época que evidenciam o trabalho de Szentmártonyi, que compõem trechos de uma correspondência do próprio Szentmártonyi dirigida ao Marquês de Pombal, que consta de três páginas que incluem: a) observações das latitudes; b) longitudes astronomicamente determinadas; c) variações da agulha; e d) termômetros e barômetros. Sobre tais documentos, Moura (2008, p. 90–95) menciona que nesse documento constam informações detalhadas sobre os levantamentos feitos durante a viagem da expedição desde Belém até Mariuá, concernentes às observações astronômicas realizadas em todo o percurso da viagem. Maiores detalhes a respeito desses documentos podem ser verificados em `https://bndigital.bn.br/dossies/projeto-resgate-barao-do-rio-branco/?sub=acervo-digital%2Fbrasil%2F`.

Durante o desenvolvimento de suas atividades como astrônomo na Amazônia brasileira, Szentmártonyi foi detido no Pará e enviado para Portugal, onde foi condenado e aprisionado nas prisões do Forte de São Julião da Barra e de Azeitão por 17 anos, juntamente com outros jesuítas, por ordem do Marquês de Pombal contra a Companhia de Jesus. Após o falecimento do rei D. José I (c. 24 de Fevereiro de 1777), o Marquês de Pombal foi destituído e algumas das suas decisões foram anuladas. Uma elas propunha que alguns dos jesuítas sobreviventes às prisões fossem colocados em liberdade e um deles foi Ignácio Szentmártonyi. Após ser libertado, seguiu para Viena em setembro do mesmo ano, ficando por lá por três anos antes de voltar a sua pátria, em 1780. Não há consenso em relação ao ano de sua morte, se teria ocorrido em 1793 ou 1806.

Além de ser um dos pioneiros na exploração astronômica da Amazônia, como matemático e astrônomo da comissão portuguesa, seu nome aparece com mais frequência nas enciclopédias croatas do que em outras da Europa Ocidental, em especial quando pertencem à área lingüística portuguesa e espanhola. Szentmártonyi foi igualmente objeto de análises por parte dos historiadores húngaros e alemães que escreveram a seu respeito voltando-se principalmente para o período dos 17 anos que passou nas prisões portuguesas.

João Ângelo Brunelli na Amazônia

João Ângelo Brunelli nasceu na cidade de Bolonha (Itália), em 22 de janeiro de 1722. Era um eclesiástico, presbítero do hábito de S. Pedro. Matemático e astrônomo, exerceu o cargo de professor de Aritmética e Geometria na Academia Real da Marinha de Portugal; foi nomeado por D. José I professor de Filosofia e Matemática na Escola Superior Governativa de Lisboa. E após participar da comissão demarcadora de limites das terras portuguesas na América do Sul, na Amazônia, voltou para Lisboa e assumiu o cargo de professor do Colégio dos Nobres. Faleceu em 25 de fevereiro de 1804.

Em maio de 1750 foi contratado para a referida comissão demarcadora enviada para Belém do Pará (Amazônia) em 1753, junto com Antonio José Landi, onde iniciaram um período de adaptação aos costumes e língua da região. De acordo com Mendonça (2003), o secretário de estado Marco António de Azevedo Coutinho sugeriu a contratação de técnicos estrangeiros para compor a comissão demarcadora dos limites territoriais do Brasil, instruindo o Padre João Álvares de Gusmão para que, entre os técnicos a contratar, escolhesse de preferência os regulares da Companhia de Jesus, principalmente os italianos, uma vez que a Universidade de Bolonha era, naquela época, o ambiente intelectual italiano onde mais havia florescido os estudos matemáticos, motivo pelo qual o mencionado padre deveria procurar professores de matemática que pudessem sugerir ou indicar nomes dos melhores profissionais para compor a equipe que estava sendo organizada. (AHU, Brasil, Limites, Caixa 1, Fl. 1, n.º 2 do maço A).

Durante os oito nos que viveu na Amazônia, Brunelli desenvolveu observações de de toda a ordem, desenvolvendo uma pesquisa ampliada sobre a cultura da região, a história natural e as experiências físicas, principalmente no que se refere à cartografia e astronomia de modo a explicar os fenômenos astrônomicos ocorridos na região naquele período, deixando alguns manuscritos sobre astronomia e matemática, descrição da geografia, da flora e da fauna da Amazônia, em latin, publicados posteriormente na Itália. (AHU, Brasil, Pará, caixa 38).

Talvez a parte mais importante do trabalho realizado por Brunelli nesses oito anos materializou-se nas várias medições astronômicas realizadas nas novas terras e que contribuíram para a determinação dos limites das fronteiras, bem como alguns estudos baseados nas observações da lua, dos eclipses solares e lunares e dos fenômenos dos equinócios, considerando a proximidade da linha equatorial.

No Brasil, além dos trabalhos de observação e registro dos fenômenos naturais ocorridos na região Amazônica, como eclipses lunares, catálogo das estrelas da região ao longo do ano, João Ângelo Brunelli registrou detalhadamente uma série de festas religiosas encenadas por Landi entre 8 e 11 de novembro, em carta enviada à família em Bolonha, em 12 de novembro daquele mesmo ano. (MENDONÇA, 2003, p. 347–348).

As atuações de Domingos Sambuceti, Henrique Antônio Galluzzi, Gaspar João Gerardo de Gronsfeld e Henrique João Wilkens

O engenheiro militar Domingos Sambuceti era natural de Davagna, perto de Genova (Itália) e teve ampla atuação na Amazônia entre 1756 e 1771. Além de ter sido auxiliar de Brunelli, e talvez por esse motivo, em 1770 a corte portuguesa lhe confiou o projeto de planejamento e construção da vila fortificada de Nova Mazagão na Amazônia, para receber os moradores da antiga fortaleza luso-marroquina instalada na costa norte-ocidental africana. Ao chegar na região do Amapá, em um lugar místico de Santa Ana do Rio Mutuacá, ele modificou e aprimorou o antecedente projeto do capitão Inácio da Costa Moraes Sarmento.

Foram, portanto, de sua responsabilidade os trabalhos de reconhecimento do terreno, relevo cartográfico, escolha e preparo do terreno e a elaboração da nova planta urbanística da vila. Para isso, determinou um terreno quadrangular sobre o qual projetou a planta da nova vila, com numerosas quadras, prevendo a construção de 522 casas e a igreja de N. S. da Assunção com 40m de cumprimento, cujas ruínas foram recentemente identificadas.

Durante a execução desses projetos, participou de diversos projetos urbanísticos com Henrique Galluzzi e João Gerardo Gaspar Grönsfeld como a fortaleza e a Vila de Macapá, as fortalezas de Gurupá, Vila Vistosa. Seguiram-se outras missões de trabalho na engenharia militar, principalmente em construções arquitetônicas como a cidade Imperial em Alcântara, no Maranhão (FONTANA, 2005).

Sambuceti adquiriu a admiração do novo Governador do Mato Grosso, Luís de Albuquerque e Cáceres que o convidou para atuar no Mato Grosso entre 1772 e 1780, em diversos projetos de avaliação do terreno e de estudos de fortificações e, finalmente, vindo a ser diretor do projeto e da construção da Fortaleza do Príncipe da Beira (1776–1780). Foi nesse período do criou uma "casa do risco", um centro didático destinada a formação de ajudantes na arte do desenho aplicado a arquitetura e engenharia, que contribuiu de forma decisiva na reorganização e execução do projeto e construção da fortaleza de Bragança feita pelo engenheiro português José Mathias de Oliveira Rego e na construção da fortaleza de Príncipe da Beira (Rio Paraguai).

O engenheiro militar italiano Henrique Antônio Galluzzi, foi o responsável pela construção da fortaleza de S. José de Macapá entre 1763 1769, por ordem recebida de Fernando da Costa Ataide Teíve, governador do Grão Pará e Maranhão à época. Para construir a fortaleza, utilizou as características do sistema básico da engenharia militar italiana do século XVI, mesmo trabalhando no século XVIII e apesar de estar influenciado pelo modelo francês de Sébastien Le Preste, marquês de Vauban e do português Manoel de Azevedo Fortes.

Antes de trabalhar neste grande projeto, Galluzzi executou cálculos astronômicos, inclusive dos eclipses solares e lunares, considerando a proximidade da linha equatorial. Realizou também alguns serviços cartográficos desenhando os mapas do Bispado do Pará e das Capitanias do Pará e do Piauí segundo consta no livro *História da Engenharia no Brasil*, de Silva Telles (1984). Em 1754 elaborou o mapa paraense dos Rios Guamá, Guajará e Caeté. Infelizmente, em virtude das condições ambientais do local de construção da Fortaleza, naquele período, em 27 de outubro de 1769, Galuzzi faleceu vítima de malária, causando um sério transtorno para a conclusão da obra. Imediatamente, quem assumiu a direção dos trabalhos, provisoriamente, foi o capitão Henrique João Wilkens, que ali se achava desde o início da obra, e que serviu até chegar o sargento-mor de engenheiros Gaspar João Gerardo de Gronsfeld, a quem o Governador escolheu para sucessor de Galluzzi.

Gaspar João Gerardo de Gronsfeld (1716–1779), natural da Alemanha, ocupou a função de capitão engenheiro junto outros profissionais que compunham a comissão demarcadora de limites na Amazônia, em 1753, e já citados neste artigo. O trabalho de Gronsfeld à serviço da corte portuguesa era representar os mapas, discriminando detalhes e fazê-los possíveis de entendimento por grande parte das pessoas. Ao os observar, detecta-se a presença de um traço mais detalhado, definido e acabado, com utilização de cores para melhor representar florestas, rios, ruas ou edificações. Tudo era feito para tornar o mapa mais popular.

O engenheiro alemão ficou encarregado de analisar as cidades por onde passava e detectar problemas em sua formação, remodelar seus projetos urbanos e implementar suas alterações. Este último ainda é detentor de um dos projetos mais importantes à época, do ponto de vista conceitual, da cidade de Belém: pensando em como melhorar a defesa da cidade, Gronsfeld elaborou uma série de projetos nos quais programava uma muralha ao redor da cidade (REIS, 1984). Neste sentido, Gaspar Gronsfeld inclui, pela primeira vez na cidade de Belém, o diálogo com a natureza que a circunda na qual pensava, com detalhes, a utilização dos elementos naturais do seu entorno, algumas áreas naturais absolutamente aproveitáveis como espaços insalubres, tal como o alagado do Piri. Neste sentido, Grönsfeld destacou a potencial área de beleza e utilidade pública projetando comportas para a formação de um lago. Todavia, em 1791 foi executado outro projeto de urbanização do local, pelo engenheiro Theodósio Constantino Chermont, que propôs o aterramento do local onde anteriormente havia sido projetada a formação do lago.

Gronsfeld elaborou dois diferentes planos para a fortificação da cidade, sendo sua proposta, em ambos, a implantação de uma muralha. Na primeira, mais cara e ousada, esta proteção circundava a cidade como um todo; na segunda e mais barata, apenas era protegida a área mais alta da cidade, correspondente ao núcleo primeiro da instalação urbana — hoje conhecida como Cidade Velha. O anel urbano de Belém a esta época era formado por dois núcleos principais, a Campina e a Cidade Velha. Este último, instalado em uma área com cota mais elevada, abrigava os principais edifícios da cidade e era balizado, de um lado pelo rio, a nordeste pelo bairro da Campina e a sudeste por um pântano, designado de Alagado do Piri. Na proposta que carecia de maiores recursos, o engenheiro alemão projetou uma dupla muralha, formando um fosso entre elas.

É possível perceber que as principais construções da cidade estão representadas no mapa com cores mais fortes. Neste sentido, Fleury (2013) destaca que

> A cadeia São José encontrava-se fora da muralha do outro lado do lago, deixando ainda mais isolado os desordeiros. Na parte sul da cidade, também fora do cinturão fortificador, estava o arsenal Boaventura. Na parte mais a noroeste da cidade, se fazendo como projeção para o rio, porém internamente à muralha, estava o Forte de Santo Cristo e, em uma análise mais aprofundada, este protegia diretamente a praça central onde estavam as principais edificações da cidade, como o Palácio, a Igreja da Sé, o Convento e os aparatos militares. Isto mostra bem a configuração simbólica da cidade, que tinha como principais forças atuantes o Estado e a Igreja. A composição e distribuição dos equipamentos urbanos nos projetos era extremamente rica em simbologias e ritos, como já foi visto. A praça usada como matriz projetual estabelece referência mitológica inequívoca, identificada com o centro da cidade, reforçando a ideia de centro do mundo, berço da vida. A instalação do pelourinho só vem enfatizar este pensamento. Os contornos das praças

> são marcados pelos edifícios mais representativos como a igreja, a câmara, a cadeia e o palácio dos governadores (FLEURY, 2013, p. 280).

De acordo com Meira Filho (1989), os engenheiros portugueses tinham um vasto leque de figuras geométricas em seu acervo; no entanto é de comum opinião o fato da preferida e mais trabalhada entre eles ser o quadrado e seus derivados retangulares. Na outra proposta de Gronsfeld há evidências de um trabalho mais bem pensado e elaborado. No lugar do alagado foi projetada uma comporta para manter a água do rio enjaulada uma vez este atingisse o seu nível mais alto.

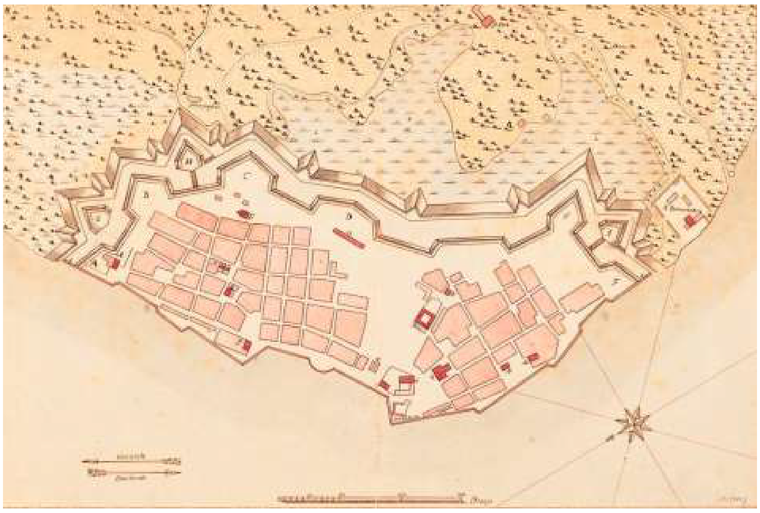
Sobre as imagens cartográficas descritivas da região

Apresentamos a seguir algumas imagens da coleção de mapas e imagens elaboradas pela comissão demarcadora de limites territoriais na região amazônica, na segunda metade do século XVIII, cujos trabalhos são atribuídos aos profissionais participantes da expedição.

Planta da Vila de São José de Macapá do ano de 1761 desenhada por Gaspar João Gronsfeld.

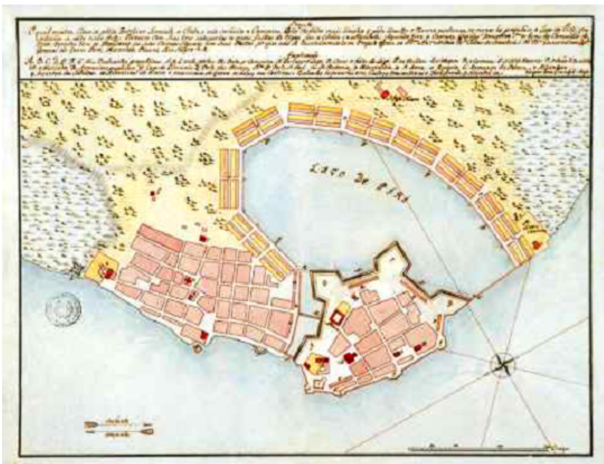
Fonte: Arquivo Histórico Ultramarino, Cartografia Manuscrita, Pará 789.

Projeto de fortificação da cidade de Belém do Grão-Pará, oferecida ao senhor João Pereira Caldas e executada pelo Engenheiro Gaspar João Gerardo de Gronsfeld.



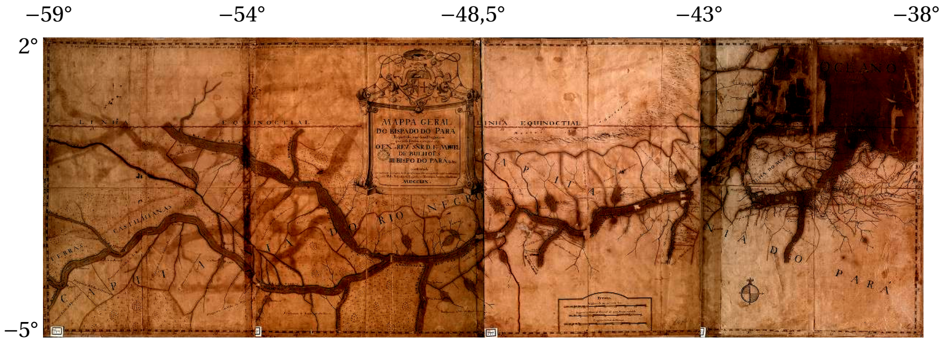
Fonte: Arquivo Histórico Ultramarino, cartografia Pará 808.

Projeto de fortificação da cidade de Belém do Grão-Pará, oferecida ao senhor João Pereira Caldas e executada pelo Engenheiro Gaspar João Geraldo de Gronsfeld.



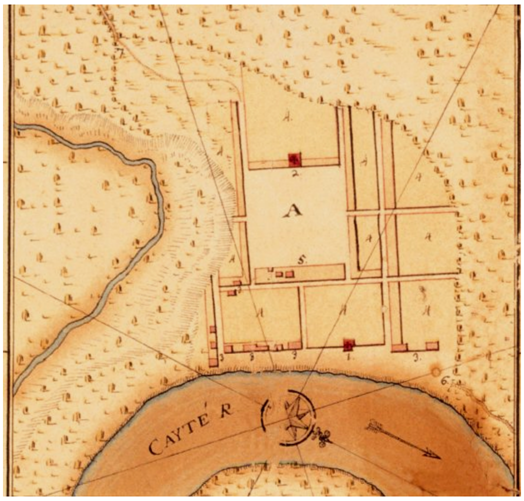
Fonte: Arquivo Histórico Ultramarino, Cartografia Pará 806.

Composição das 4 folhas do Mappa Geral do Bispado do Pará, mostrando seus limites em latitude e longitude. Galluzzi, 1759.



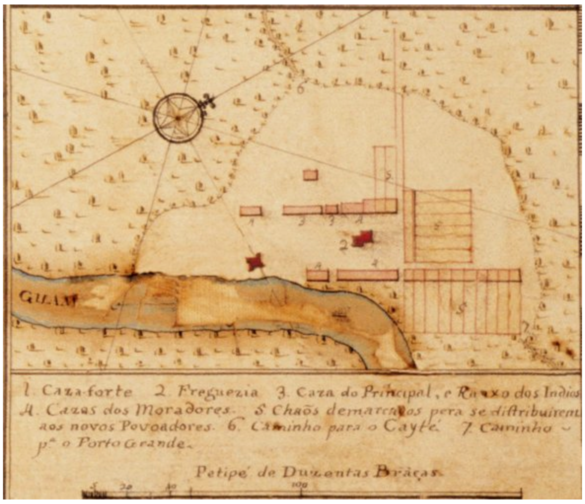
Fonte: Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro

Planta da Villa Nova de Bragança. Detalhe do Mapa dos rios Guamá, Guajará e Caeté, do Estado do Grão Pará, onde mostra-se o caminho novamente aberto por terra da Villa Nova de Bragança.
Autor: Engenheiro Henrique Antônio Galuzzi. 1754.



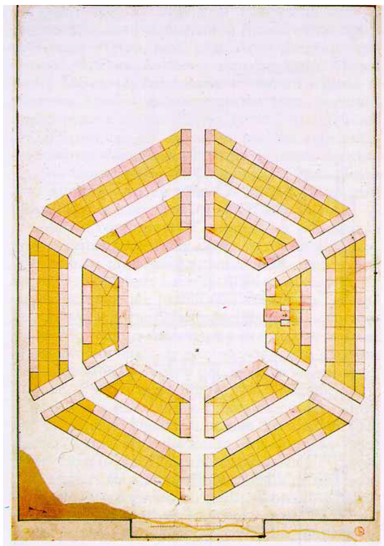
Fonte: Original manuscrito do Arquivo Histórico do Exército, Rio de Janeiro.

Planta da Vila Nova de Ourém. Detalhe do Mapa dos rios Guamá, Guajará, e Caeté do Estado do Grão Pará, onde mostra-se o caminho novamente aberto por terra da Vila Nova de Bragança.
Autor: Engenheiro Henrique Antônio Galluzzi. 1754.



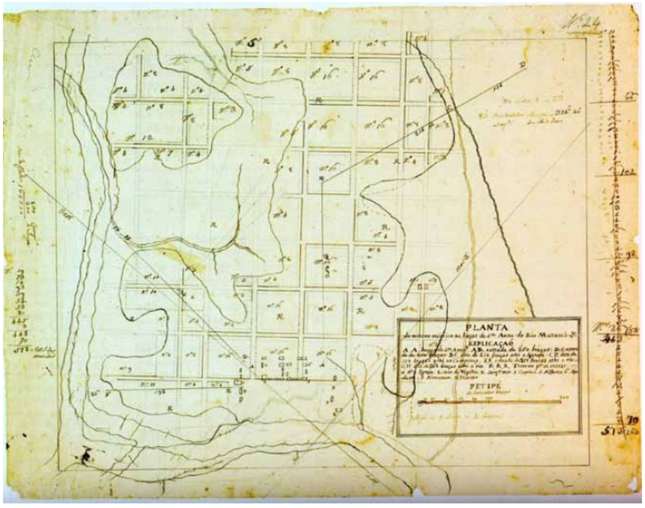
Fonte: Original manuscrito do Arquivo Histórico do Exército. Rio de Janeiro.
A planta é um detalhe de um mapa de caráter geográfico, elaborado em 1754 por Henrique Antônio Galluzzi, como parte das ações da Comissão de demarcação dos limites da América portuguesa.

Planta da Villa de Serpa erigida pello Illmo e Exmo Snr Joaquim de Mello e Povoas Governador desta Capitania. Porj. e Delinitada pello Captam Ing. Philippe Sturm.



Fonte: Biblioteca Nacional de Portugal, Lisboa, Iconografia D 201 A.

Planta do terreno místico do lugar de Santa Ana do Rio Mutuacá (Amapá), desenhado por Domingos Sambucetti



Fonte: Manuscrito Casa da Insua. Cota n.º 24 (Garcia, 2002, p. 202–203)

Considerações finais

Neste artigo apresentamos algumas ações desenvolvidas pelos cientistas, engenheiros e desenhadores participantes da comissão demarcadora dos limites territoriais da região Amazônica, cujas atividades profissionais foram importantes para a astronomia, cartografia e arquitetura da região, na segunda metade do século XVIII. O trabalho da referida comissão resultou em uma produção cartográfica bastante apreciável, que hoje pertencem à Divisão de Iconografia da Biblioteca Nacional.

A leitura e interpretação dos mapas produzidos em determinada época da nossa história, tais como aqueles que compõem a cartografia artística elaborada por Gronsfeld, Galuzzi, Sambuceti, Szentmártonyi e outros participantes da comissão demarcadora da Amazônia Brasileira no século XVIII, são alguns dos apontadores das formas de compreensão da contextualização histórica que envolveu o período estudado e de que maneira as artes e técnicas desenvolvidas naquele período puderam contribuir para o registro dos fatos. Talvez o exercício de interpretação dessas fontes seja de extrema importância para o trabalho dos historiadores, bem como para os educadores de um modo geral, principalmente para aqueles que se envolvem na descrição, compreensão e explicação dos processos geométricos, geográficos e cartográficos da região amazônica.

Ao analisar os trabalhos dos engenheiros e cartográfos percebemos como as diferenças culturais ganharam espaço nas produções cartográficas representadas e como foram analisadas as cidades amazônicas na tentativa de solucionar os problemas detectados em sua formação territorial, tendo em vista a remodelação dos projetos urbanos e a implementação de alterações adequadas ao período. Nesse sentido um dos projetos mais importantes à época, do ponto de vista conceitual, da cidade de Belém foi pensado por Gronsfeld quando elaborou uma série de projetos nos quais programava uma muralha ao redor da cidade.

Bibliografia

ARQUIVO Histórico Ultramarino (AHU). Brasil, Limites, Caixa 1, Fl. 1, n.º 2 do maço A.

ARQUIVO Histórico Ultramarino (AHU). Brasil, Pará, Caixa 14A.

ARQUIVO Histórico Ultramarino (AHU). Brasil, Pará, caixa 38.

CORTESÃO, Jaime. *História do Brasil nos velhos mapas*. Rio de Janeiro: Ministério das Relações Exteriores, Instituto Rio Branco, [1965–1971].

CROATIE/PORTUGAL – Relations culturelles et historiques au travers des siècles. *Ignacije Szentmártony*. In: `http://lacroatiediverse.20six.fr/lacroatiediverse/art/1514677/` (acesso em 26/10/2009).

D'AZEVEDO, João Lúcio. *Os Jesuítas no Grão-Pará*: suas missões e a colonização. Bosquejo histórico com vários documentos inéditos. Belém: SECULT, 1999. (Série Lendo o Pará, 20). Publicação original de 1901, pela editora Tavares Cardoso & Irmão, Lisboa.

FLEURY, Jorge Nassar. Predicativo do sujeito: história intelectual de um germânico a serviço da corte portuguesa na Amazônia. *Dimensões*, v. 30, 2013, p. 266–288.

FONTANA, Ricardo. *As obras dos engenheiros militares Galluzzi e Sambuceti e do arquiteto Landi no Brasil colonial do século XVIII*. Brasília: Senado Federal, 2005. (Edições do Senado Federal, 46).

GARCIA, João Carlos (ed.). *A mais dilatada vista do mundo. Inventário da colecção cartográfica da Casa da Ínsua*. Lisboa: CNCDP, 2002.

MEIRA FILHO, Augusto. *Evolução histórica de Belém do Grão-Pará, fundação e história*. Belém, 1989.

MENDONÇA, Isabel Mayer Godinho. *António José Landi (1713–1791)*. Um artista entre dois continentes. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2003. (Série Textos Universitários de Ciências Sociais e Humanas).

MENDONÇA, Marcos Carneiro de. (a). *A Amazônia na Era Pombalina*. 2.ª ed. Tomo 1. Brasília: Edições do Senado, 2005. V. 49 A

MENDONÇA, Marcos Carneiro de. (b). *A Amazônia na Era Pombalina*. 2.ª ed. Tomo 2. Brasília: Edições do Senado, 2005. V. 49 B.

MENDONÇA, Marcos Carneiro de. (c). *A Amazônia na Era Pombalina*. 2.ª ed. Tomo 3. Brasília: Edições do Senado, 2005. V. 49 C.

MOURA, Carlos Francisco. *Astronomia na Amazônia no século XVIII* (Tratado de Madri): os astrônomos Szentmártonyi e Brunelli — Instrumentos astronômicos e livros científicos. Rio de Janeiro: Real Gabinete Português de Leitura, 2008.

RÁCÓCZI, István. *Mares literários Luso-Húngaros*. Lisboa: Edições Colibri, 2006.

REIS, Arthur Cézar Ferreira. As Fortificações da Amazônia no período colonial. In: *Revista do Instituto Histórico e Geográfico Brasileiro*, n.º 344, jul/set, 1984. p. 217–227.

SILVA TELLES, Pedro Carlos da. *História da Engenharia no Brasil* (Séculos XVI a XIX). Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1984.

O CARTÓLOGO NO SEU LABIRINTO: JAIME CORTESÃO E O «MITO DA ILHA-BRASIL»

Francisco Roque de Oliveira
Centro de Estudos Geográficos
Instituto de Geografia e Ordenamento do Território da Universidade de Lisboa
f.oliveira@campus.ul.pt

Resumo: O chamado «mito da Ilha-Brasil» correspondeu a uma das ideias centrais do pensamento geopolítico de Jaime Cortesão, desenvolvido quando este historiador português apresentou no Ministério das Relações Exteriores do Brasil, entre 1944 e 1950, uma importante série de cursos sobre a História da Cartografia e as fronteiras brasileiras. No seu entender, uma razão geográfica de Estado oposta ao Tratado de Tordesilhas preside à formação territorial do Brasil, lógica essa que teria as suas primeiras expressões literárias e cartográficas no século XVI, prolongando-se depois no tempo, a ponto de a podermos reencontrar no pensamento de Alexandre de Gusmão e subjacente à estratégia arquitectada por Portugal para a negociação do Tratado de Madrid (1750). Nesse sentido, os mapas antigos funcionariam como um reflexo particularmente tangível da consciência precoce da unidade geográfica, económica e humana desse território inteiro e da vontade política de o dominar.

Abstract: The so-called "Brazil's island myth" corresponded to one of the central geopolitical ideas the Portuguese historian Jaime developed when he lectured an important series of courses on the History of Cartography and Brazilian borders at the Ministry of Foreign Affairs of Brazil, between 1944 and 1950. In his view, a geographic reason of State opposite to the Treaty of Tordesillas presides over the territorial formation of Brazil. This logic would have its first literary and cartographical expressions in the sixteenth century, extending later in time, so that we can find it underlying both the thought of Alexandre de Gusmão and the strategy crafted by Portugal for the negotiation of the Treaty of Madrid (1750). In this sense, old maps function as a particularly tangible reflection of the early awareness of the geographical, economic and human unity of that entire territory and the political will to dominate it.

Investigação realizada no âmbito do Projecto «Saberes geográficos e Geografia institucional: influência e relações recíprocas entre Portugal e o Brasil no século XX» (FCT/CAPES 8513/14-7 — 2016–2017).

1 Leituras francesas

Na vasta obra historiográfica que Jaime Cortesão (1884–1960) dedicou ao Brasil germinaria, a dada altura, o chamado «mito da Ilha-Brasil», construção teórica de sentido essencialmente geopolítico e, em boa medida, alicerçada numa interpretação muito particular das evidências oferecidas pelos mapas antigos. Tal como Milton Santos uma vez lembrou ao passar em revista a evolução do pensamento geográfico de Caio Prado Júnior, sabemos que é timbre dos grandes autores procederem a uma actualização progressiva da sua visão do mundo, pelo que a análise ou a crítica do seu legado se deve abster de olhar apenas um livro ou um artigo [Santos, 1989, 419]. Assim estamos com o conceito de «Ilha-Brasil» ideado por Cortesão, o qual cristaliza o seu muito particular entendimento da forma como a história dos homens se articula com o espaço. De facto, se é verdade que este conceito surge expresso pela primeira vez nos escritos de Cortesão da década de 1940, não apenas se reescreverá inúmeras vezes nos anos seguintes, como podemos perceber que já estava em embrião em alguns textos da década de 1930 onde o historiador português explorou, de forma encadeada, dois dos tópicos que daí em diante tomaria por indivisos: o processo de integração territorial do Brasil e as relações entre a geografia e a história. Como se verá nesta breve resenha, a ilustração cartográfica do mito começou por surgir como um apontamento lateral em relação a esta reflexão mais ampla sobre a emergência do Brasil como entidade política e os seus alicerces geográficos, para só depois se ter tornado inseparável dela.

Entre as cerca de 500 páginas correspondentes à colaboração que Jaime Cortesão emprestou à *História de Portugal* dirigida por Damião Peres (Barcelos, 6 vols., 1931–1934) encontramos o capítulo consagrado à «Integração do território do Brasil» (vol. VI, pp. 673–741), por sua vez subdividido em seis tópicos, dos quais retemos dois: enquanto o primeiro destes pontos trata, em jeito introdutório, das «Relações entre a geografia e a história do Brasil», o penúltimo retoma uma premissa de análise eminentemente geográfica, ao versar a reivindicação das «fronteiras naturais» ao Sul (Colónia do Sacramento, Sete Missões e Província Cisplatina). A abrir o texto, uma frase que — como tantas outras — Cortesão repetirá uma e outra vez nos seus trabalhos posteriores sobre a matéria, como se da contínua reescrita de um mesmo texto se tratasse: «Poucas histórias nacionais haverá tão luminosamente moldadas sobre a geografia como a do Brasil. E neste caso com a grande vantagem para o historiador, que busca esse nexo essencial, de que o território representava uma terra quase virgem, quando se rasgou à colonização dos portugueses» [Cortesão, 1993, 419].

O que se segue é, no fundamental, a exposição de preocupações de índole teórica e conceptual por via das quais Cortesão procura articular a sua escrita da história com os postulados da geografia universitária francesa de cunho possibilista, quer dizer, com aquela matriz que Paul Vidal de La Blache e os seus próximos afirmavam desde os primeiros anos do século XX como «a geografia humana, uma geografia da vida», demarcando-se do determinismo natural e abrindo caminho para aceitar que a cultura dos povos — incluindo-se aqui a sua percepção do espaço ou as suas representações — constituía, ela mesma, uma fonte de explicação geográfica, a par das condições locais ou dos dados da natureza [Deneux, 2006, 70–71; Mendibil, 2013, 33–34]. «E para que o leitor não possa iludir-se sobre o alcance que damos a esta espécie de considerações» — diz Cortesão, referindo-se aos prolegómenos geográficos que se propõe fazer à história do esforço colonial português na América do Sul — «observemos desde já que, a nosso juízo, as virtualidades políticas da geografia são meramente solicitadoras. As suas determinações estão longe de possuir uma força absoluta de eficácia. Tanto como a terra, o homem pode dirigir. Por sua vez, as suas virtualidades étnicas e culturais saberão ou não aproveitar-se das facilidades que lhe oferece o território. Assim, quando se estudam as relações da geografia com a história dum país, tanto como as considerações de posição e estrutura do terreno, importam as possibilidades humanas de produção, sobre cujo conjunto se moldou o complexo económico e social que forma o corpo do novo Estado» [Cortesão, 1993, 420].

Consumada a profissão de fé nos princípios da filosofia da contingência assimilados pela doutrina científica da «geografia moderna» vidaliana [Capel, 2012, 301–306], Jaime Cortesão passa para a descrição das principais características físicas da América do Sul e, em particular, do espaço que virá a corresponder ao Brasil. É assim que, na sequência de uma proposta de zonamento orográfico tripartido do continente sul-americano, destaca «certos traços gerais da hidrografia, que contribuem em alto grau para dar unidade e riqueza ao território do Brasil» [Cortesão, 1993, 421]. Como isto, tem em mente a proximidade a que se encontram as fontes de alguns dos principais afluentes da margem direita do Amazonas com os do Paraguai e do Paraná, notando como, por isso mesmo, fora sempre fácil a comunicação entre estas duas imensas bacias hidrográficas. Trata-se também de uma ideia que será omnipresente na sua obra posterior e que, em simultâneo, constitui o argumento principal que sustentará a tese da «Ilha-Brasil» que analisamos aqui: «As duas redes unem-se para formar a mesma estrada fluvial, desaguadouro sobre o Atlântico, em duas direcções opostas, de todo o planalto central da América do Sul até ao extremo do território brasileiro» [Cortesão, 1993, 421].

Não será casual que Cortesão sintetize esta ideia com recurso a um termo de sentido equivalente na geologia, na geografia e também na medicina, precisamente a ciência onde fizera a sua formação fundamental: «Este singular arranjo de quase anastomose das duas bacias torna-se mais patente e adquire maior significado com os rios que formam a fronteira bolívio-brasileira, o Guaporé e o Paraguai, porque os dois constituem ao ocidente o limite do planalto central, e formam a dupla estrada natural que uniu a vasta província do Mato Grosso a S. Paulo e ao Maranhão» [Cortesão, 1993, 421]. Mas o exemplo logo se multiplica em outros tantos casos equivalentes, conduzindo à afirmação segundo a qual a história da integração do território brasileiro se ajusta por completo ao traçado do relevo e da hidrografia. Assim, tal como a disposição geral do relevo permitira que a bacia do Prata tenha as suas origens próximo do Atlântico, também os maiores rios intermédios entre o Amazonas e o Prata — o Parnaíba, o São Francisco e o Paraíba do Sul — desenvolvem os seus cursos paralelamente à costa, «estabelecendo ligações entre esta e completando a anastomose hidrográfica e, por consequência, a rede de estradas naturais de penetração ou saída do imenso território» [Cortesão, 1993, 422].

Com a repetição em tão curto trecho de conceitos emblemáticos como os de anastomose e de estradas naturais, Cortesão enfatiza uma interpretação que se quer categórica da presumível lógica geográfica que enformara o todo nacional brasileiro, mergulhando-a num passado nebuloso e aparentemente ancestral — em qualquer caso, anterior à colonização:

> «Esta vasta rede arterial, ao mesmo tempo que encerra e penetra inteiramente o planalto dando-lhe unidade, estabelece a solidariedade económica entre as terras altas e as planícies circundantes, variando fecundamente em todo o seu contorno as possibilidades e as combinações, propícias à formação de um mesmo agregado humano. (...) Não obstante esta prodigiosa variedade de aptidões económicas, a unidade geográfica do Brasil define-se dizendo que as fronteiras naturais duma das maiores nações do mundo, lindando com dez estados e colónias diferentes, são constituídas, *grosso modo*, pelos limites da floresta tropical da planície e do planalto central da América do Sul» [Cortesão, 1993, 422] (itálicos no original).

E, repetindo pela terceira vez os mesmos conceitos, remata:

> «Foi sobre este núcleo — onde o planalto forma a cada passo uma estreita combinação com as planícies costeira, amazónica e platina, cerrado pela anastomose dos grandes rios que vão abraçar-se

> na chapada dos Parecis, — que nasceu e se desenvolveu naturalmente a colónia que originou o Estado brasileiro, estendendo-se até às regiões onde por sua vez a combinação doutras formações geográficas diferentes poderia originar, com novos complexos económicos, novos agregados humanos. Por isso o Brasil nos aparece nas origens e na contextura políticas da América do Sul nascendo como a flor dum cális [*sic*], — formado este pelo arco das Guianas e das repúblicas neo-espanholas de raiz andina» [Cortesão, 1993, 422].

Com excepção de uma alusão pontual a uma passagem de *O Brasil e as Colónias Portuguesas* de Oliveira Martins (1880) que versa sobre os fracassados esforços portugueses para fixar a fronteira meridional do Brasil na bacia do rio da Prata, na generalidade destes parágrafos escritos para a *História de Portugal* dita de Barcelos Jaime Cortesão quase não deixa indicações sobre os recursos bibliográficos em que se apoiou. Na discussão da tese de Oliveira Martins sobre o malogro da marcação da soberania portuguesa na «fronteira natural» supostamente dada pelo triplo curso do Prata-Paraná-Paraguai, como defendia Martins, Cortesão contrapõe um conjunto de conceitos tomados de empréstimo da geografia francesa, sem que para tanto se sinta na necessidade de aparelhar a justificativa. Valerá a pena transcrever o parágrafo completo, para se ter a justa medida do modo como Cortesão encadeia quatro aspectos correlativos na sua tese, sendo que os três primeiros derivam directamente dessa matriz vidaliana que fez sua: a noção de *genre de vie* (modo ou género de vida), que Vidal de La Blache resgatara de Montesquieu e que apelava ao estudo da base material da existência, começando pela produção e o *habitat* [Brunet, Ferras e Théry, 1993, 232–233]; a opção pela identificação de particularismos regionais, sendo cada um deles o resultado da combinação específica de dados naturais, factores humanos e factores históricos, traduzidas na individualidade dos lugares e numa fisionomia específica e irrepetível [Beucher e Reghezza, 2005, 105–107]; a negação da tese das fronteiras naturais, cavalo de batalha da geografia política francesa do período entre as duas Guerras mundiais, que combateu pela afirmação da ideia segundo a qual, mesmo quando apoiada na topografia, a fronteira resulta sempre da vontade dos Estados e decorre das relações de força no terreno em dado momento da história [Beucher e Reghezza, 2005, 93]; e, por último, uma leitura retrospectiva sobre formas diferenciadas e, em certo sentido, imanentes de ocupação do território, que preludiam uma mitografia da construção do Brasil a que voltaremos já a seguir pela mão de Sérgio Buarque de Holanda. Vale também dizer que o sentido literário do texto de Cortesão não é certamente o menor dos seus predicados:

> «Em boa verdade, quando relancemos um olhar à parte da bacia do Prata que forma a vasta zona fronteiriça entre o Brasil de um lado e o Paraguai, a Argentina e o Uruguai do outro, logo reconhecemos que se trata duma daquelas regiões em que se encontram e combinam as formações geográficas e os géneros de vida diferentes, e que em geografia política se designam por *zonas políticas activas* ou *zonas de eclosão dos Estados*. Ali se defrontam e conjugam o clima dos trópicos com a zona temperada; ali, o planalto meridional com as planícies platinas; ali, a floresta tropical e os campos cerrados com os pantanais do Paraguai, a floresta do Chaco e as pradarias rio-grandenses, uruguaianas e das pampas; ali, a zona do mate com a do quebracho; ali, a exploração florestal e as culturas tropicais com a pecuária e a cultura dos cereais e da vinha; a colonização pastoril com a agrícola, a fazenda com a *estância* e o *saladeiro*, o gaúcho ou o índio das selvas com o sertanejo crioulo e o colono branco de estirpe latina. Quer dizer, tudo, as mais complexas combinações de clima, de relevo, de vegetação, de raças, de cultura e género de vida estimulavam a fermentação política de novos Estados» [Cortesão, 1993, 427] (itálicos no original).

Se Jaime Cortesão foi por demais parco na identificação das leituras gerais e específicas em que se baseou para alinhavar estas primícias à sua leitura sobre a integração territorial do Brasil, a verdade é que podemos encontrar num punhado de textos seus pouco anteriores a este, integrados num debate geo-historiográfico mais vasto sobre as origens da nacionalidade portuguesa [Cabral, 2003, 518–520], o mesmo entendimento sobre os fundamentos geográficos da história política. Que o objecto de análise fosse aí Portugal, e não o Brasil, representa para o caso um pormenor de escassa importância. Pensamos nos artigos «Notas de história Pátria: a formação democrática de Portugal» e «O problema das relações entre a geografia e a autonomia política de Portugal», publicados na revista *Seara Nova* entre 1928 e 1930 — quer dizer, nos primeiros anos em que Jaime Cortesão viveu exilado em Espanha e, sobretudo em França, na sequência da sua participação no frustrado golpe de 1927, que visou derrubar a ditadura militar instaurada em Portugal no ano anterior. O mesmo é válido para um dos mais importantes ensaios de toda a obra historiográfica de Cortesão, «Os Factores Democráticos na Formação de Portugal», que abriu o 1.º volume da *História do Regímen Republicano em Portugal* dirigida por Luís de Montalvor (1930), obra que homenageava o regime derrotado em 1926 e se demarcava das «Ditaduras» [Torgal, 1996, 272–274]. O profundo influxo das ideias da geografia francesa manifesta-se nestes três escritos, consubstanciando, a par da história económica e social de Henri Pirenne e da sociologia francesa de Émile Durkheim, um das principais instrumentos que alicerçará a formação teórica de Jaime Cortesão [Godinho, 1974, XII–XV; Macedo, 1984, 62–63; Magalhães, 1985, 44–45; Novais, 2012, XIV–XVIII; Magalhães, 2015, 526].

Desde logo, tome-se como exemplo o apelo ao recurso às bases geográficas da história das civilizações citado de Jean Brunhes e colocado como epígrafe ao primeiro destes textos [Cortesão, 1974, 217]. Depois, no artigo publicado na *Seara Nova* em 1930, Cortesão abre a matéria disposto a corrigir um conjunto de lugares comuns que seriam manifestos entre aqueles que se haviam ocupado até então em indagar as relações entre a geografia e a independência política de Portugal, à cabeça dos quais estaria uma oscilação entre um acentuado viés determinista e um deliberado desdém em tomar o território como factor explicativo para o facto político: «Aos primeiros convirá ponderar que o determinismo das condições naturais, sendo por demais relativo, nunca poderá volver-se numa fatalidade geográfica; aos segundos, que a questão não depende apenas da geografia física, mas se trata essencialmente dum problema de geografia política, e, por consequência, tão relacionado com a geografia geral como com a história» [Cortesão, 1974, 227].

A teorização que se segue sobre os processos de formação da generalidade dos Estados depressa se enreda na discussão das «chamadas *fronteiras naturais*», oportunidade em que não apenas se assinalam os autores de referência junto dos quais o historiador recolheu a autoridade, como até o mesmo alinhamento de palavras que vimos ser empregues para descrição do processo de formação territorial do Brasil no 6.º volume da *História de Portugal* dirigida por Damião Peres:

> «Aqueles que nos últimos anos se têm ocupado da geografia política, desde Ratzel a Brunhes e Vallaux, concordam em afirmar que a formação dos Estados aproveita principalmente com a estreita conexão de elementos geográficos diferentes. *As zonas políticas activas* ou *zonas de eclosão dos Estados*, como lhes chamam os geógrafos, são, segundo Vallaux, "aquelas onde, num mínimo de espaço, se encontram ao mesmo tempo as formas mais diversas da vida terrestre e humana"; onde se realiza o contacto das formações geográficas e dos géneros de vida diferentes, tais como os maciços montanhosos e a planície, o deserto e a floresta; ou os países marítimos em que as populações votadas aos misteres do mar estão em contacto com as populações terrestres. Por esta razão, no estudo da formação de cada Estado há sempre que buscar o germe, a região e o núcleo social de origem, onde, sob a acção dos elemen-

tos geográficos e humanos diferentes, a sociedade nova levedou» [Cortesão, 1974, 228–229] (itálicos no original).

A par de Camille Vallaux e Jean Brunhes, Cortesão também recorre aqui explicitamente a Vidal de La Blache e a Lucien Febvre quando os temas são a circulação e os esteiros de comunicação entre distintas áreas de civilização [Cortesão, 1974, 231–232]. Para a articulação particular entre a autonomia política de Portugal e a geografia, são indicados os estudos de Brunhes e do geógrafo alemão Theobald Fischer. Os argumentos mais relevantes para impugnar a existência de fronteiras naturais do Estado português, conforme pretendido por Oliveira Martins, retira-os Cortesão dos escritos possibilistas de Amorim Girão, à época a figura tutelar da geografia universitária de Coimbra [Cortesão, 1974, 232–238]. Contudo, as citações mais completas sobre as fontes que Cortesão manuseou para gizar os seus conceitos sobre o papel da geografia na história política e na definição das fronteiras encontramo-los dispersos no ensaio «Os Factores Democráticos na Formação de Portugal», onde o leitor é remetido para as páginas de Theobald Fischer sobre a situação geográfica de Portugal integradas em *Länderkunde von Europa* de Alfred Kirchhoff (1893), *La géographie de l'histoire. Géographie de la paix et de la guerre* de Jean Brunhes e Camille Vallaux (1921) e a terceira edição de *La géographie humaine* de Jean Brunhes (1925; 1.ª ed. 1910), sendo também mencionado o conteúdo de *Géographie sociale, le sol et l'État* de Vallaux (1911) [Cortesão, 1974, 19–28].

Esta breve arqueologia do saber será suficientemente esclarecedora a respeito da iniciação na epistemologia da geografia humana francesa e do modo como Jaime Cortesão — sem perder de vista a força do modelo alemão, desde logo patente na influência exercida pelo estudo da paisagem — soube posicionar conscientemente os seus trabalhos a partir do final da década de 1920 numa linha que enfrentou a questão do «determinismo» com os mesmos argumentos espiritualistas que haviam levado Vidal de La Blache a contrapor ao evolucionismo e ao ambientalismo ratzelianos uma leitura que favorecia os dados da cultura e da «civilização» no quadro da relação dialética entre o homem e o meio [Capel, 2012, 313–314].

2 Intuição geográfica

Encontramos apenas num breve parágrafo interpolado no capítulo sobre a «Integração do território do Brasil» no 6.º volume da *História de Portugal* coordenada por Damião Peres uma referência que aponta para as evidências fornecidas pela cartografia antiga. «A importância e a direcção das duas grandes bacias foi desde cedo perlustrada pelos descobridores, cujo testemunho nos ficou em vários documentos cartográficos da época, que patenteiam esse conhecimento incipiente» — diz Jaime Cortesão, referindo-se às bacias hidrográficas amazónica e platina. E remata, sempre vago na cronologia e, sobretudo, continuando sem nomear qualquer mapa em concreto: «Desde o século XVI que as cartas da América do Sul figuram o Prata nascendo dum vasto lago, situado no centro do planalto, onde alguns dos afluentes do Amazonas iam buscar também a sua origem» [Cortesão, 1993, 425].

Neste sentido, a visualização com recurso à cartografia da tese que associa o processo de integração territorial do Brasil operado pelos colonizadores portugueses à razão geográfica oferecida pela sua hidrografia apenas nos surge concretizado — ainda que de forma por demais incipiente, acrescente-se — nos dois capítulos que Cortesão preparou para o 3.º volume da *História da Expansão Portuguesa no Mundo* (1940), projecto editorial dirigido por António Baião, Hernâni Cidade e Manuel Múrias. Quanto ao mais, bastará atender aos títulos destes dois textos, para confirmarmos que estão em plena sintonia com as principais linhas de pesquisa que já vimos presentes nos seus textos historiográficos desde o final dos anos de 1920: «Relações entre a geografia e a história do Brasil» (págs. 7–30) e «Expansão territorial e povoamento do Brasil» (págs. 125–141). Estes textos constituem também a base definitiva sobre a qual se vai alicerçar a monumental investigação sobre a história do Brasil colonial que Cortesão desenvolverá nos anos seguintes, depois de se exilar no Rio de Janeiro, em finais de 1940 [Oliveira, 2014].

Os primeiros parágrafos de «Relações entre a geografia e a história do Brasil» apresentam-se, em boa medida, como uma síntese das ideias expressas no primeiro capítulo que Cortesão preparara para a *História de Portugal* dirigida por Damião Peres, repetindo quase *ipsis verbis* esse texto vindo a lume em 1934, que atrás citámos: «Raras vezes a história duma nação foi tão moldada sobre o quadro geográfico como o Brasil». A explicação da cativante ideia vem encadeada de imediato: «Já porque o seu território era pouco menos que virgem, quando se abriu à colonização dos Portugueses, já porque o Tratado de Tordesilhas, de 1494, que atribuiu quase toda a América do Sul aos Castelhanos, serviu de reagente, patenteando quanto as virtualidades da terra influem na formação dos Estados» [Cortesão, 1969, 255]. Daqui, pouco tarda para que nos reapareça também a descrição da carta orográfica sul-americana que serviria de molde à formação da grande nação brasileira: «Desta disposição de características do relevo derivam os traços gerais duma espécie de circuito hidrográfico, que ratifica a unidade económica do Brasil e define as suas fronteiras naturais» [Cortesão, 1969, 257]. Era, enfim, a consabida ideia de que os afluentes do Paraguai formavam «quase que uma anastomose» com os afluentes da margem direita do Amazonas, fechando um circuito hidrográfico «eminentemente favorável à penetração do território» ou conjunto de «estradas naturais» que constituíam um verdadeiro «sistema de circulação desse organismo geográfico» e favorecia a sua unificação [Cortesão, 1969, 257–259].

O passo seguinte dá-o Cortesão ainda sem recorrer aos mapas antigos, mas a um par de textos do século XVI. No seu entender, o que conferia uma dimensão épica à história da colonização portuguesa do Brasil era o facto de os colonos portugueses terem tido desde muito cedo «a consciência embora confusa, da unidade geográfica do Brasil e do dever de realizar a integração desse território imperial, defeso nos seus dois terços pela linha divisória de Tordesilhas». O sentido quase teleológico que esta afirmação supunha justificava-o com base nos conteúdos de dois escritos do cosmógrafo João Afonso, amiúde identificado como Jean Fontenau ou Jean Alphonse Saintongeois e de suposta origem francesa, mas cuja prova de nacionalidade portuguesa Cortesão pretendeu haver definitivamente resgatado dos arquivos de Sevilha. Diz o nosso historiador que João Afonso «já assinalava essa intuição geográfica, que lhe fora transmitida, por certo, nalguma das suas viagens ao Brasil, pelos primeiros colonos. Na sua *Cosmographie*, terminada de escrever em Maio de 1544, afirmava que tanto o Amazonas, a que ainda dava o nome de Maranhão, como o rio da Prata nasciam de um lago no interior do Brasil, fazendo deste uma ilha que fora totalmente circum-navegada. Mas já antes, nas *Voyages Aventureux*, redigidas cerca de 1527, fizera a mesma afirmação, com referências mais concretas ao Amazonas, cuja foz assinala como divisória entre as terras dos Portugueses e dos Espanhóis» [Cortesão, 1969, 271–272].

Cortesão está em crer que as origens desta lenda geográfica correspondente a um grande lago interior, «origem comum dos dois rios que insulavam o Brasil», reflectiria o conhecimento «dos vastíssimos pantanais em que o Paraguai se perde na ocasião das cheias, entre 21° e 16° lat. S., e que se estendem quase até à Serra dos Parecis, onde o Jauru e o Guaporé, cursos terminais das duas grandes bacias sul-americanas, confundem as fontes» [Cortesão, 1969, 272–273]. Crê que essa «unidade geográfica», precocemente pressentida, tinha servido de base a uma produção económica específica de matriz tupi-guarani — a mandioca —, depressa articulada com a nova civilização material dos colonizadores portugueses, «transplantados para aquela espécie de paraíso tépido, onde Eva se oferecia, quando não a ofereciam, e em que recusar era por vezes tomado como afronta, longe de todo o sistema religioso, jurídico e moral que regulava na Europa as relações entre os sexos» — um excurso que colhe directamente nos postulados de miscigenação e interpenetração cultural da doutrina de Gilberto Freyre depois denominada luso-tropicalismo, circunstância esta que Cortesão faz questão de confirmar através de uma referência explícita a *Casa-Grande & Senzala*, na edição de 1934 [Cortesão, 1969, 273–276. Ver Castelo, 1998, 109].

O raciocínio conclui-se na forma de uma projecção a um tempo histórica, geopolítica e metageográfica: «Da síntese dessas duas forças, em que pode resumir-se a obra da colonização, nasceu o bandeirante, produto da fusão de raças e culturas, consciência activa da unidade geográfica e política do Brasil, em luta com a natureza, as leis e os homens que se lhe opunham. São estas as condições naturais e mais poderosas da expansão portuguesa na América do Sul, durante os primeiros tempos, as que lhe dão carácter épico e dela fazem uma experiência única na história da espécie» [Cortesão, 1969, 272–273]. Entre tudo isto, sobram apenas duas brevíssimas referências à prova cartográfica da «ilha gigantesca» que dava corpo a essa vaga noção de uma unidade geográfica brasileira encerrada entre as bacias do Amazonas e do Prata, qualquer delas presente no capítulo «Expansão territorial e povoamento do Brasil» da *História da Expansão Portuguesa no Mundo.* A primeira temo-la quando Cortesão completa a leitura que fizera dos livros de João Afonso com a ideia de que «este germe de consciência geo-política» aparecera esboçado em mapas anteriores de Lopo Homem ou dos Reinéis [Cortesão, 1969, 311]. A segunda, quando alude à sugestão da «consciência imperial duma vastíssima unidade geográfico-económica» percepível no desenho do Brasil exposto por João Teixeira Albernaz no Atlas que compusera em 1627 [Cortesão, 1969, 315]. Por ora, era tudo o que Cortesão tinha a dizer sobre os reflexos cartográficos da sua tese.

3 Demonstração cartográfica

Será, essencialmente, em duas tarefas abraçadas quase em simultâneo no Rio de Janeiro e, mais cedo ou mais tarde, publicadas em livro, que Jaime Cortesão encontra oportunidade para desenvolver a proposta historiográfica que, buscando evidências recorrentes nos mapas antigos, toma a imaginada «Ilha Brasil» como uma verdadeira concepção estrutural sobre a qual se enraíza boa parte da razão geopolítica que desembocou na consolidação do Estado brasileiro [Ver Magalhães, 2009, 14–17]. Referimo-nos aos cursos de História da Cartografia e da Formação Territorial do Brasil que ministrou no Ministério dos Assuntos Exteriores do Brasil entre 1944 e 1950 e, por outro lado, à longa série de mais de 60 artigos sobre a história das bandeiras e a sua figuração cartográfica durante os séculos XVII e XVIII que publicou nos jornais *A Manhã*, do Rio de Janeiro, e *O Estado de S. Paulo* entre Julho de 1947 e Julho de 1949. Enquanto este último conjunto de breves textos estaria na base da composição da obra póstuma *Introdução à História das Bandeiras* (2 vols., 1964), as lições regidas no Itamaraty — que a partir de 1945 tiveram por palco o recém-constituído Instituto Rio Branco — foram coligidas em *História do Brasil nos velhos mapas* (2 vols., 1957–1971), cujo 2.º volume, preparado pela chefe da Mapoteca do Palácio do Itamaraty e sua discípula Isa Adonias, também só saiu a lume cerca de uma década depois da morte de Cortesão.

Noutra ocasião se deverá fazer o confronto sistemático entre estes dois trabalhos, assim como entre o conjunto completo dos estudos empreendidos por Cortesão no Brasil a partir de 1940 em que a dimensão cartográfica ganhou relativo destaque, com destaque para *Alexandre de Gusmão e o Tratado de Madrid* (9 vols., 1952–1961) e — sobretudo — *Raposo Tavares e a formação territorial do Brasil* (1958), a que nos referiremos adiante. Para o que aqui pretendemos sublinhar, começamos por destacar alguns conteúdos dos artigos reunidos em *Introdução à História das Bandeiras*, passando daí para a síntese proposta na *História do Brasil nos velhos mapas.* A génese comum destes escritos e a sua elaboração em tempos muito próximos e, até, simultâneos, autorizam um comentário conjunto às respectivas matérias. Por outro lado, o teor mais coloquial e conciso dos textos de feição jornalística saídos nos periódicos *A Manhã* e *O Estado de S. Paulo* facilita que tomemos aí o curso à caudalosa prosa de Jaime Cortesão deste período.

A formulação do mito geográfico e expansionista da «Ilha-Brasil» proposta aos leitores dos dois referidos jornais brasileiros aparecerá preludiada pelo interessante resumo de uma troca de palavras havida entre Jaime Cortesão e Fernand Braudel no Rio de Janeiro em 1947, em que, por solicitação do primeiro, os dois terão discutido o sentido do neologismo «geo-história» caro a Braudel e, sobretudo, a opção entre argumentos deterministas e possibilistas na análise do devir histórico: « — Mau grado a inegável importância dos factores físicos e seus derivados próximos, não aceitava o Prof. Braudel a liberdade criadora do homem, a possibilidade da intervenção individual na história?», pergunta Cortesão, resumindo a questão que colocara a Braudel no termo da palestra que lhe escutara na residência da adido cultural à Embaixada de França no Rio de Janeiro sobre «Uma concepção imperialista da história» [Cortesão, 1964, 1, 91–93]. Se é sabido que qualquer dos dois historiadores conhecia bem a obra do seu par [Godinho, 1974, XXIII–XXIV], tem passado despercebido este encontro pessoal e esta troca pública de argumentos, ocorrida já alguns anos depois da permanência intermitente de Cortesão em França, entre o final dos anos 1920 e 1940.

Como tivesse saído convencido de que Braudel «se inclinava para a fatalidade do determinismo físico», Cortesão decide resumir nestes seus artigos aos jornais, «ainda que em forma de solilóquio», os argumentos que o faziam discípulo directo da escola francesa de geografia humana e, de caminho, a base teórica que sustentava a história das bandeiras na América do Sul que se propunha escrever. Fazendo-o, não apenas confirma, mas também amplia em relação ao que conhecíamos, a lista de autoridades que tinha por referência: «De há muito seguimos a Vidal de La Blache, Lucien Febre, Demaigeon [*sic*] e Siegfried, embora não desdenhemos muitas das lúcidas vistas de Ratzel e dos seus continuadores» [Cortesão, 1964, 1, 93–94].

Além da referência previsível a Albert Demangeon, o mais influente discípulo de Vidal no âmbito da geografia humana entre 1915 e 1940, sobressai aqueloutra a André Siegfried — que assentou, em conjunto com Jacques Ancel, a tímida resistência de geografia política francesa à hegemonia da *Geopolitik* alemã e ao breviário do imperialismo pangermânico em que esta se transformara pela mão de Karl Haushofer e do grupo que gravitou em torno da publicação emblemática da geopolítica nazi, os *Zeitschrift für Geopolitik*, dirigidos pelo próprio Haushofer [Ancel, 1938, 97–114; Robic, Tissier e Pinchemel, 2011, 164–165; Louis, 2014, 32–36 e 98–102]. Em qualquer caso, Cortesão torna também patente aqui a sempre difícil demarcação face à duradoura influência da visão naturalista de Ratzel, que propalara a ideia de que o ambiente, não devendo ser considerado passivo, era acima de tudo um organismo vivo dotado dos seus próprios mecanismos de equilíbrio [Berdoulay, 1995, 219–220]. Exemplifica-o bem a seguinte passagem, tomada da descrição da terra do Brasil que está no mesmo texto escrito para *A Manhã* e *O Estado de S. Paulo* e que repõe a imagem do «sistema circulatório» dado pelos grandes rios brasileiros que trazia de longe: «Pode pois definir-se a zona de floresta tropical de planície em que assenta o Brasil, como uma vasta unidade geográfica de intensa circulação fluvial, cujo circuito unitário platino-amazónico se divide em circuitos parciais, formando um organismo vivo e lógico» [Cortesão, 1964, 1, 97].

No parágrafo seguinte, Cortesão entreabre uma derradeira pista bibliográfica de âmbito geográfico que, como veremos, só terá cabal esclarecimento num trecho da *História do Brasil nos velhos mapas*: «Defendem até geógrafos ilustres a opinião de que muitos destes rios comunicam directamente entre si por alguns dos tributários, formando verdadeiras ilhas» [Cortesão, 1964, 1, 97]. Mas mesmo sem a identificação dos autores em causa, ficavam esclarecidos os fundamentos físicos que haveriam de dar lugar à lenta construção do Estado brasileiro a partir da criação e da projecção de uma série de mitos expansionistas — «e, mais que todos, o da Ilha-Brasil» [Cortesão, 1964, 1, 100]. Cortesão explorará este tema recorrente no seu magistério em subsequentes artigos desta série como, por exemplo, «O índio: bússola e mapa vivo», «Sentido da geomítica do Brasil», «A primeira bandeira no papel», «A Ilha-Brasil e os vicentistas», «Origens indígenas da Ilha-Brasil», «Carácter do mito da Ilha-Brasil» e «A Companhia de Jesus e a Ilha-Brasil» — todos eles posteriormente inseridos na *Introdução à História das Bandeiras*.

Ainda antes de se deter na leitura dos mapas de origem portuguesa que trariam a marca indelével do «mito da Ilha-Brasil», Cortesão arrisca estabelecer uma linha de continuidade entre a consciência geográfica e as representações cartográficas quinhentistas e seiscentistas de origem indígena do futuro espaço brasileiro e a aprendizagem do mesmo espaço por parte dos primeiros colonizadores. Apesar de admitir expressamente não conhecer exemplos concretos de cartografia tupi-guarani ou aruaque desse período, não evita assumir como certa e segura a sua suposição. Uma vez mais, a sua convicção profunda impõem-se à necessidade da prova positiva. Uma vez mais também, a força da sua prosa poética não constitui o menor dos argumentos: «Astronomia incipiente e representação plástica ou cartográfica do território não passam de manifestações do mesmo e maravilhoso sentido de orientação. Sentido vital e orgânico. Superlativo do instinto das aves migradoras. Como outros povos nómades, os primitivos habitantes do Brasil eram verdadeiras bússolas e mapas vivos» [Cortesão, 1964, 1, 112. Ver também *ibid.*, 113–122].

Nada atrapalha a circunstância de não sobrar uma linha de continuidade tangível entre esta cartografia oculta e indemonstrável e a prefiguração do conceito da insularidade brasileira que Cortesão começou por identificar nas suas leituras dos textos franceses de João Afonso e depois estendeu aos mapas. No seu entendimento, a construção do território assenta num conceito quase imanente de espaço que precede o seu reconhecimento objectivo e a sua posse: «Antecipando-se ao conhecimento pleno, prefigura a realidade, concebendo-a a seu modo e dando-lhe uma força deflagradora de vontade. Aqui, pois, o homem, criando o mito geográfico, faz o primeiro passo que vai do determinismo puro à liberdade» [Cortesão, 1964, 1, 179]. No limite, a demonstração cartográfica surge a jusante de tudo, mais como um discurso sobre o espaço ou uma representação detentora de uma eficácia geopolítica sobre o real, do que como clássica e escorreita tradução pictórica do próprio real: «Antecipando-se ao conhecimento pleno de uma entidade geográfica e económica», repete Cortesão, «o português concebeu-a sob a forma mítica da Ilha-Brasil e passou a cingir os mapas a esta realidade. Compreendeu ràpidamente que à estreita faixa do continente, talhada pelo meridiano divisório, era indispensável dar fundo geográfico e possibilidade de circulação e defesa, ou seja, viabilidade política, em face da poderosa América Espanhola» [Cortesão, 1964, 1, 182].

Também esta conclusão replicava o que já vimos escrito pela pena de Jaime Cortesão no volume da *História da Expansão Portuguesa no Mundo* publicado em 1940. A principal diferença será que, agora, Cortesão se vai deter, por fim, na identificação pormenorizada das sucessivas representações cartográficas do «mito da Ilha-Brasil» através do comentário a um conjunto seleccionado de mapas portugueses e de proveniência castelhana. «A primeira bandeira no papel» traz logo em título a sugestão disso mesmo, sendo o mapa do Brasil inserto no designado *Atlas Miller* de Lopo Homem – Reinéis (1519) o principal objecto de análise: «Lá está a grande protuberância oriental da América do Sul, firmemente traçada desde as duas largas aberturas do Amazonas (com o contorno da ilha de Marajó, quase inteiramente delineado) até ao vastíssimo rasgão do estuário do Prata, e parte da costa que se lhe segue ao sul. Ao alto da carta, numa larga cartela, uma legenda em latim ensina que "Esta é a carta da região do *Grande Brasil*", situado ao ocidente das Antilhas de Castela, referindo-se a seguir aos habitantes, à fauna e à floresta da nova terra» [Cortesão, 1964, 1, 186]. É o mapa que Cortesão identifica como aquele que representa «apenas uma primeira fase do mito da Ilha-Brasil», ainda que bastando a legenda que identifica o *magni brasilis* para termos já demarcada «a entidade geográfica natural e humana» que pretende inconfundível com o resto [Cortesão, 1964, 1, 192].

No artigo «A Ilha-Brasil dos vicentistas» — alusão ao momento, no século XVI, em que São Vicente polarizava a instalação da colónia portuguesa nas áreas meridionais do Brasil [Moraes, 2011, 317–320] —, o leitor passará directamente das referências colhidas nos escritos de João Afonso «a uma Ilha-Brasil» circum-navegável entre a foz do Amazonas e a boca do Prata para uma selecção de mapas que reproduzem a mesma ideia da ligação entre estes dois grandes rios sul-americanos articulada por um grande lago interior, cuja designação se modifica de mapa para mapa. Nessa lista expurgada das centenas de cartas que copiariam este modelo cartográfico até meados do século XVII — mais precisamente, até à carta da América meridional de Nicolas Sanson d'Abbeville de 1650 — Cortesão inclui o mapa-mundo de Bartolomeu Velho de 1561, a carta atlântica de Luís Teixeira de *c.* 1600 (Figura 1), a carta da América do Sul de Lucas de Quirós de 1618, destacando, ainda assim, o primeiro destes três espécimes cartográficos: «De todas as cartas a mais notável e extraordinária é o mapa de Bartolomeu Velho, de 1561, onde o Brasil aparece claramente delimitado como uma ilha enorme, subdividida em ilhas mais pequenas. O Prata e o Pará, este último assim nomeado e na posição aproximada do Tocantins, ligam-se e comunicam-se pela vastíssima lagoa Eupana, ao sul da qual se vê o "Mar grande ou Paraguaia", que identificamos com os pantanais dos Xarais. Da mesma lagoa nasce o S. Francisco, o qual se reúne por um lado menor ao Parnaíba e mais abaixo ao Paraná, que, por sua vez, se reúne à lagoa Eupana, encerrando esta ligações em seu conjunto de cinco ilhas» [Cortesão, 1964, 1, 195–196].

Este mapa de Bartolomeu Velho servirá de mote para o artigo sobre as «Origens indígenas da Ilha-Brasil» da mesma séria dedicada às bandeiras paulistas, ou não fosse esse «o primeiro mapa onde a Ilha-Brasil, delineada como um todo orgânico e em oposição ou como complemento à divisória de Tordesilhas, aparece pela primeira vez» [Cortesão, 1964, 1, 203]. Por seu turno, em «Carácter do mito da Ilha-Brasil», Cortesão confronta-o com a representação divergente dos vastos circuitos fluviais sul-americanos na cartografia espanhola representada pelo mapa da América de Diego Gutiérrez gravado em 1562 em Amesterdão (lapso por Antuérpia), intuindo daí que portugueses e espanhóis podiam haver recebido dos indígenas as mesmas informações sobre essa geografia interior, «mas uns e outros seleccionaram e adaptaram essas informações às suas tendências e propósitos» [Cortesão, 1964, 1, 215]. E a esperada conclusão, que reunia a prova dos textos à dos mapas: «Hoje sabemos que a Ilha-Brasil, tal como a definiu João Afonso e a representava Bartolomeu Velho, não é geogràficamente exacta. Trata-se de um mito, isto é, de uma criação ideal, em que se fundem crepuscularmente uma realidade geográfica e humana, mal conhecida, e a ambição de lhe dar validade política. A Ilha-Brasil é um mito expansionista, em que se antecipa a solução do problema e do conflito de soberania, entre Portugal e Espanha» [Cortesão, 1964, 1, 218. Ver também *ibid.*, 227–228, 237–238].

Figura 1: Carta atlântica de Luís Teixeira, c. 1600 (Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze). Fonte: Marques, 1991.

4 Reiterações e novidades

Começámos por dizer na abertura do ponto anterior que o trabalho de divulgação dado na série de artigos que veio a compor a *Introdução à História das Bandeiras* deve ser lido em conjunto com o conteúdo das lições sobre cartografia, fronteiras e formação territorial brasileira que Jaime Cortesão ministrou no Itamaraty a partir de 1944. Na verdade, basta atendermos aos esquemas provisórios e ao índice definitivo do primeiro destes cursos — que teve o seu início em Abril de 1944 e foi intitulado «Curso de História da Cartografia, Geografia das Fronteiras do Brasil e Mapoteconomia» — para identificarmos tópicos como «A ilha-continente do Brasil e as suas primeiras expressões literárias e cartográficas no século XVI» ou «Ilha do Brasil nas cartas das bandeiras — séc. XVII e XVIII». No programa preparado para o curso do ano seguinte, que teve a designação mais sintética de «Curso de História da Cartografia Política do Brasil», a matéria é dividida em quatro partes sucessivas, que levam as seguintes designações: «I: O mito político da ilha-Brasil», «II: A realização geográfica do mito»; «III: A unificação geográfica e a sanção política» e «IV: A consolidação política». Nos anos seguintes, designadamente a partir de 1946, quando Cortesão fixar a designação das suas lições no título «Curso de Formação Territorial do Brasil», podemos apercebermos de um paulatino aprofundamento das matérias que relacionam o Tratado de Tordesilhas, os alegados significados e representações da «Ilha-Brasil» e a cartografia indígena brasileira, em particular lendo o conteúdo dos pontos designados «Descobrimento e ocupação do litoral» e «A realisação [*sic*] geográfica da ilha-Brasil» [Oliveira, 2014].

Também dissemos que os dois volumes da *História do Brasil nos velhos mapas* vieram a constituir o receptáculo natural dos temas progressivamente investigados por Cortesão para os cursos do Instituto Rio Branco. Seleccionado dos respectivos índices as sugestões mais evidentes, logo confirmamos que Cortesão prepara a sua interpretação sobre as relações existentes entre os mais antigos mapas portugueses do Brasil e a pretensa insularidade brasileira no capítulo intitulado «Tratado de Tordesilhas e a sua expressão cartográfica», que fecha com a antevisão «dos casos típicos dos mapas de Vaz Dourado e a comparação entre as cartas portuguesas de Luís Teixeira e espanhola de Lopez de Velasco, de c. 1574» [Cortesão, 2009, 1, 198. Cf. Oliveira, 2010, 237]. Esta sugestão vem ilustrada com dois desenhos da autoria do pintor, gravador e desenhista Ary de Queiroz Duarte, que o «cartólogo» Cortesão orientou na realização de uma série de mapas e cartogramas didácticos utilizados nas aulas do Itamaraty. Tal como era timbre nesses trabalhos de Ary Duarte, também estes dois correspondem à cópia esquemática de originais antigos sobrepostos a um mapa moderno das áreas representadas em cada um deles [Oliveira, 2014]. No caso, ilustravam os bosquejos da rede hidrográfica sul-americana que realizariam na cartografia o «mito da Ilha-Brasil» utilizando, uma, o protótipo do espaço brasileiro retirado de uma carta de Fernão Vaz Dourado de 1568 e, a outra, a representação esquemática do litoral do Brasil e do traçado do meridiano de Tordesilhas nas cartas de Luís Teixeira de 1574 e 1600 e de Juan López de Velasco de *c.* 1574, sempre seguindo as datações adoptadas por Cortesão (Figura 2) [Cortesão, 2009, 1, 199–200].

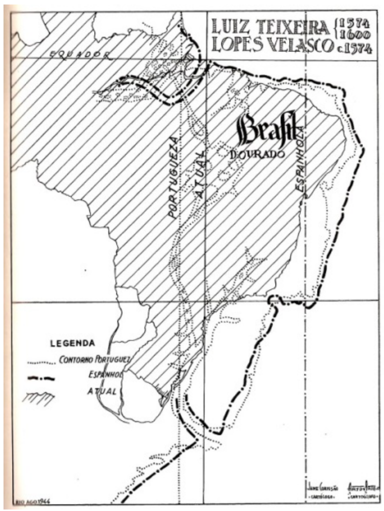


Figura 2: Jaime Cortesão («cartólogo») e Ary Duarte («cartógrafo»), Rio de Janeiro, Agosto de 1944. Representação esquemática do litoral do Brasil e do traçado do meridiano de Tordesilhas nas cartas de Luís Teixeira de 1574 e 1600 e de Juan López de Velasco de *c.* 1574. Fonte: Cortesão, 1964

No extenso capítulo seguinte deste livro, sobre «O descobrimento dos litorais e os primeiros mapas do Brasil», Cortesão enumera vários dos mais antigos exemplares cartográficos onde se plasmara o sentido dessa «deformação geral do mundo, espécie de caricatura geográfica, com fins de soberania política» [Cortesão, 2009, 1, 256] que, mais cedo ou mais tarde, haveria de ajudar à apropriação efectiva do território que veio a corresponder ao Brasil. Entre a longa série de cartas arroladas para ilustrar esta interpretação historiográfica destacam-se os planisférios de Cantino (1502), King-Hamy (*c.* 1502), Nicolo Caverio (*c.* 1504), Vesconte de Maggiolo (1504), Jerónimo Martini (1512), Michiel Barbolan (1514), Kunstmamnn IV (1519), assim como os mapas-mundo de Diogo Ribeiro (1525–1529), o referido mapa do Brasil integrado no *Atlas Miller* e as cartas atlânticas do mesmo Atlas de 1519 e de Gaspar Viegas de 1534. A propósito de um dos mapas mais tardios desta série — a carta atlântica do *Atlas Miller* — Cortesão torna a confessar a fragilidade da prova documental que tem entre mãos, mas antecipa a lacuna com recurso ao substrato de ideias geográficas cuja origem já rastreámos: «A entidade do Brasil, na sua grandeza geográfica, características naturais e *unidade humana* (note-se), já aqui aparece definida nas suas linhas gerais. É este um facto essencial para a história do Brasil, mas que apenas conhecemos por estes documentos» [Cortesão, 2009, 1, 331] (itálico e parêntesis no original).

As principais ideias expressas nesse capítulo têm sequência imediata na IV Parte do 1.º volume da *História do Brasil nos velhos mapas*, que acompanha a pretensa deriva do «mito da Ilha-Brasil» até ao tempo e aos territórios abrangidos pelas «primeiras bandeiras à busca dos limites insulares» [Cortesão, 2009, 1, 403], tal como durante o descobrimento e ocupação do vale amazónico, centrado na viagem de Pedro Teixeira e no seu acto de posse no rio do Ouro (1637–1639) [Cortesão, 2009, 1, 437 segs.] — «Ao regressar, trazia Pedro Teixeira consigo uma ampla informação geográfica, económica, etnográfica e cartográfica. Mais e melhor do que isso: em certo ponto do vale amazónico, no rio do Ouro, fundara uma povoação, a Franciscana, e tomara em nome da coroa portuguesa posse da terra, desde a foz do rio até esse lugar. A um mundo somava-se outro mundo. A geografia impunha-se de novo à política. E um sonho e plano expansionista nasceu: ao mito da Ilha-Brasil e do lago Dourado veio agregar-se o do rio do Ouro» [Cortesão, 2009, 1, 440–441]. Vale esclarecer que a designação de lago *Dourado* era aquela que, por alegada sugestão das concepções geográficas castelhanas, Cortesão notara substituir no mapa de Luís Teixeira de *c.* 1600 a lagoa *Eupana* que se generalizara na cartografia portuguesa para representar o pantanal do Xaraiés a partir do exemplo dado pela carta de Bartolomeu Velho de 1561 [Cortesão, 2009, 1, 384–385].

Entre os documentos cartográficos que — sempre segundo a leitura de Cortesão — teriam coadjuvado, ou tão-só reflectido, todo esse processo de afirmação consciente de uma razão geográfica de Estado contra os «ditames artificiais» de Tordesilhas, sobressaem os seguintes mapas, alguns dos quais já nomeados quando descrevemos a principal cartografia referida a propósito da construção do «mito da Ilha-Brasil» nos artigos reunidos na *Introdução à História das Bandeiras*: os planisférios de André Homem, de 1559, e de Bartolomeu Velho, de 1561, a carta atlântica de Luís Teixeira de *c.* 1600, a carta geral do Atlas do Brasil de João Teixeira Albernaz I de 1642 (Figura 3), a carta da América meridional de Nicolas Sanson de 1650 e a carta da bacia amazónica apensa à *Relation* *historique et géographique de la grande rivière des Amazones dans l'Amérique* de Blaise François de Pangan (Paris, 1565) [Cortesão, 2009, 1, 403 segs. Cf. Oliveira, 2010, 238].

Figura 3: João Teixeira Albernaz I, «Provinsia de Santa Cruz a que vulgarmente chamão Brasil», 1642 (Biblioteca da Ajuda, Lisboa)

Em notas marginais dispersas ao longo da *História do Brasil nos velhos mapas* Jaime Cortesão não se refreará a assinalar mapas portugueses que, além dos casos exemplares de André Homem, Bartolomeu Velho e Fernão Vaz Dourado, também representariam a «Ilha-Brasil». Por exemplo, cabiam nesse lote o planisfério de Domingos Teixeira de 1573 guardado no Service Hydrographique de la Marine, em Paris (hoje na Bibliothèque nacionale de France), o planisfério de Domingos Martins da Orta de *c.* 1623, do British Museum (hoje por regra atribuído a António Sanches e à guarda da British Library), «e, finalmente, a *Planta da América austral do mar do sul* (1777), reprodução arcaizante do Brasil sob forma insular, em que o Prata se continua com o Tocantins e se liga ao São Francisco, de José Monteiro Salazar (Biblioteca da Sociedade de Geografia de Lisboa)» [Cortesão, 2009, 1, 398, n. 36. Cf. Cortesão e Mota, 1987, 5, 17]. Sucede que esta última ocorrência, inscrita num ponto sobre as origens indígenas e a literatura geográfica que sustentam a proposta do «mito da Ilha-Brasil» da IV Parte do 1.º volume deste trabalho de Cortesão, decorre, ao que tudo indica, de um aproveitamento implícito de um texto de Francisco Jaguaribe de Mattos, onde o seu conteúdo foi discutido com relativo detalhe para ilustrar uma longa exposição sobre a originalidade da hidrografia brasileira. Não será por acaso que a ocorrência em causa surge poucas páginas depois de Cortesão facultar citações explícitas de dois autores que, precisamente, haveriam facultado argumentos geográficos e etnográficos razoáveis para «explicar o conceito de origem indígena duma Ilha-Brasil» [Cortesão, 2009, 1, 396]: Jaime Batalha Reis e o mesmo Jaguaribe de Mattos. Vistas com cuidado, estas duas referências, perdidas entre as centenas de páginas desta *História do Brasil* de Cortesão, aparecem-nos muito mais determinantes para a génese de todo este conceito central na sua obra do que à primeira vista poderia parecer.

No primeiro caso, Jaime Cortesão chama à colação o longo ensaio de Francisco Jaguaribe Gomes de Mattos intitulado *Les idées sur la physiograpie sud-américaine*, correspondente a uma comunicação originalmente apresentada ao III Congresso Internacional de História das Ciências, realizado em Portugal em 1934 [Ver Nunes, 2010, 321–324]. Como os restantes trabalhos lidos nessa ocasião, o texto de Jaguaribe de Mattos fora incluído nas Actas deste evento, no capítulo dedicado às comunicações feitas na V secção, sobre a «História das Ciências Geográficas e das Descobertas» [Mattos, 1936]. Destacado geógrafo, cartógrafo e desenhista da Comissão de Linhas Telegráficas Estratégicas do Mato Grosso ao Amazonas — a célebre Comissão criada em 1907 sob a chefia de Cândido Mariano da Silva Rondon, de quem herdará a designação corrente de «Comissão Rondon» —, o então tenente-coronel Jaguaribe de Mattos exilara-se em Portugal na sequência da Revolução Constitucionalista de 1932, onde realizou investigação de arquivo destinada a concluir a elaboração da *Carta de Mato Grosso e Regiões Circunvizinhas*, que tivera uma primeira versão provisória exibida na Exposição Comemorativa da Independência do Brasil, em 1922. Entre 1924 e 1930, Jaguaribe residira em França, ocupando-se da elaboração da nova versão desta carta e trabalhando cartografia brasileira no âmbito do Service Géographique de l'Armée [Mattos, 1963, 3–6 e 10; Bernardino, 2015]. A sua intervenção no quadro do Congresso de 1934 realizara-a na qualidade de membro da Secção de Lisboa do designado «Grupo Português de História das Ciências», onde ingressara «comme hommage de ses mérites personnels et de nos relations tradicionnelles avec le Brésil mental» [Monteiro, 1936, XLII].

Aquilo que nos artigos sobre a história das bandeiras divulgados em *A Manhã* e *O Estado de S. Paulo* era apenas uma indicação genérica de autoria, precisa-se agora na *História do Brasil nos velhos mapas*, quando Jaime Cortesão trata o já então general Jaguaribe de Mattos por «geógrafo e cartógrafo ilustre» [Cortesão, 2009, 1, 38]. Ora, desse estudo de 1934–1936 sobre a fisiografia da América do Sul, Cortesão cita aqui a conclusão principal: «em rigor não existem grandes bacias hidrográficas na América do Sul, pois todas elas se comunicam directamente à superfície da terra umas com as outras» [Cortesão, 2009, 1, 395. Ver *ibid.*, 38]. No pouco mais que a versão original do geógrafo brasileiro encerrava, continuamos a encontrar vários dos demais argumentos que já lemos escritos por Cortesão: «À la rigeur il n'existe point de grands bassins hydrographiques indépendants en Amérique du Sud. Non seulement ler bassins de l'Orénoque et de l'Amazone, ainsi que ceux du S. Francisco et du Tocantins font cause commune [...], mais tous les grands bassins de l'Amérique du Sul se communiquent directement à la surface de la terre les uns avec les autres» [Mattos, 1936, 413].

Jaguaribe arrumava todas estas observações num apartado do seu texto intitulado «Aperçus géognostiques et physiogragraphiques. Aspects nouveaux de la physiographie de l'Amérique du Sul et spécialement du Brésil», onde insistirá em expressões do mesmo teor: «véritable système de bassins communicants», «Le grand bassin hydroglogique sud-américain» ou «Le grand bassin amazonien et sous-amazonien», por exemplo [Mattos, 1936, 413]. Jaime Cortesão retém toda essa lição da geografia física recém-descoberta pelos profissionais militares e civis da Comissão Rondon e, uma vez mais, tradu-la com os termos sinónimos da sua preferência, acrescidos da matéria própria das ciências humanas e de um raciocínio que tudo projecta para o passado, em busca da prefiguração geopolítica do moderno Estado brasileiro e da sua linhagem híbrida, ameríndia e portuguesa: «E, *a priori*, poderíamos supor que a esta vastíssima unidade geográfica, tão fortemente enlaçada e vivificada por um sistema arterial, rico de anastomoses, supondo igualmente uma unidade económica, viesse algum dia a corresponder uma cultural, e, tratando-se de povos primitivos, a uma cultura do espaço. E a essa conclusão chegámos anteriormente» [Cortesão, 2009, 1, 396].

Menos óbvia, mas nem por isso menos relevante para a articulação semi-subterrânea entre os trabalhos de Jaime Cortesão e Jaguaribe de Mattos, parece-nos o aspecto que respeita ao tratamento objectivo de cartas antigas, tal como indiciada pela referência ao mapa de José Monteiro Salazar que citámos pouco acima. Na sua comunicação ao III Congresso Internacional de História das Ciências, Jaguaribe de Mattos fora relativamente sóbrio no aproveitamento de testemunhos cartográficos. Ainda assim, detém-se na leitura desse mapa de autor portuense de finais do século XVIII, notando que o traçado daquelas que parecem ser as três grandes bacias hidrográficas da América do Sul comunicavam entre si: «Ce qu'il y a d'étrange c'est que la rivière qui correspond au Tocantins se lie directement à celle correspondant au Paraná et qu'en un endroit situé sur ces deux lignes d'eux unies entre elles prend naissance le "S. Francisco". On y voit donc indiquée une liason des trois plus grands baissins hydrographiquies Sud-Américains, celui de l'Amazone et celui de la Plata étant les plus vastes du monde, le troisième encore parmi les plus grands» [Mattos, 1936, 403]. Perguntando-se de imediato sobre se essa não seria uma representação puramente fantasista do interior do Brasil, Jaguaribe responde com a intuição de que o cartógrafo deveria ter aproveitado mapas do século XVII e do início do século XVIII onde os exploradores, surpreendidos pelos formidáveis volumes de água lançados no mar pelo Amazonas, o «S. Francisco» e o Prata, «imagiènerent dans l'intérieur des terres des réservoirs d'eau naturels capables d'alimenter ces cours immenses». «D'ailleurs», acrescenta, «les inondations de la rivière des Amazones et surtout celles de la rivière du Paraguay se prétaient assez bien à pareille conjecture» [Mattos, 1936, 405].

Ainda neste texto, Francisco Jaguaribe busca a contraprova desta ideia segundo a qual o esquema da principal hidrografia do Brasil no mapa de Monteiro Salazar configuraria uma ilusão cartográfica convencionada. Para o efeito, recorreu à reprodução do portulano de Luís Teixeira da Biblioteca Nazionale de Florença datado de 1600, que Armando Cortesão acabara de reproduzir em *Cartografia e cartógrafos portugueses dos séculos XV e XVI* (1935) [Ver Cortesão, 1935, 2, 269–271 e Est. LIV], tal como aos mapas-múndi holandeses do início do século XVIII que vira expostos na sala de entrada da Biblioteca de Mafra. Avisadamente, observa ainda que o mesmo tipo de interpretação fantasista fora dado aos grandes rios africanos por alguns cartógrafos do século XVI, conforme o exemplo do mapa de África de Filippo Pigafetta, de 1591 — que sabemos ter tido por base um mapa de África atribuído a Sebastião Lopes, que instituiu uma solução cartográfica para o esqueleto do sistema hidrográfico africano, começando pelas fontes do Nilo, assente num sistema de dois grandes lagos alinhados pela linha de um meridiano [Cortesão e Mota, 1987, 3, 106–107]. A última frase da nota de rodapé onde Jaguaribe inseriu estas relevantes observações soar-nos-á familiar em vista do que já lemos escrito por Jaime Cortesão: «Plusieurs cartes du XVII^{e} et XVIII^{e} siècles representent la rivière Paraguay sortant du "Lac Xarayes", qui n'est autre chose que la région inondée bien au-dessous des sources de la grande rivière» [Mattos, 1936, 405, n. 1].

A segunda referência bibliográfica que queremos destacar das muitas páginas da *História do Brasil nos velhos mapas* refere-se à colectânea *Estudos Geográficos e Históricos* (1941) de Jaime Batalha Reis — e, em particular, ao artigo intitulado «A organização geográfica da América do Sul e do Brasil», originalmente publicado no diário *O Comércio do Porto* de 14 de Janeiro de 1896. Texto de vincado pendor organicista, deve ser lido em conjunto com, pelo menos, outro dos trabalhos que o diplomata-geógrafo Batalha Reis consagrou ao Brasil, também este inserido nesta coletânea póstuma manuseada por Jaime Cortesão e por si referido na mesma ocasião em que articulou os legados de Jaguaribe e de Reis: «The United States of Brazil», correspondente ao capítulo XLVI de *The International Geography*, publicado em 1899, em Londres, por Hugh Robert Mill [Reis, 1899].

No parecer de Cortesão, Jaime Batalha Reis antecipara-se a Francisco Jaguaribe de Mattos quando vislumbrara a figuração da «Ilha-Brasil» no vasto arquipélago de rios intercomunicantes situados no coração da geografia brasileira. Sem deixar de notar que Batalha Reis não enveredara, em momento algum, por uma análise das representações cartográficas ou místicas dessa geografia interior, Cortesão finca — em qualquer caso — esse suposto precedente na seguinte passagem em que Batalha Reis havia sintetizado alguns anos antes de Jaguaribe essas particularidades do quadro físico do subcontinente sul-americano:

> «Considerando o mapa do continente inteiro da América do Sul, êle aparece-nos como o perfil de um titânico corcunda: — com a espinha vertebral fortemente arredonda no dorso (onde está a Colômbia, o Equador e o Perú), reintrante na com que região dos rins (onde inteiramente está a Bolívia e exteriormente começa a tira alongada sôbre o mar Pacífico que vai até ao extremo Sul e que é hoje o Chile). No alto, após um curto pescoço corcovado, que é a Venezuela, uma cabeça espreita para Leste e constitue a Guiana, dividida ainda hoje em colónias inglêsas, holandesas e francesas. O torax abdomen, o peito-pansa saliente do enorme Polichinelo é constituído pela massa de terras altas, que são o centro do Brasil — o centro da ilha brasileira» [Reis, 1941, 218. Cf. Cortesão, 2009, 1, 396].

Tal como o artigo de Jaguaribe de Mattos fora acompanhado pela reprodução de um mapa — no caso, a grande *Carte potamographique speciale de l'Amérique du Sud*, produzida no Gabinete Photocartographico do Estado-Maior do Exército brasileiro, em 1936, a escala 1 : 10.000.000 —, este texto de Jaime Batalha Reis tinha sido ilustrado com um esquema sintético da «Fisionomia fundamental da América do Sul» (Figura 4), onde o autor destacara artificialmente o traçado dos «três grandes colectores de águas», correspondentes aos três sistemas principais de rios ou «conjuntos de canais de esgoto» sul-americanos: o do Orinoco, o do Amazonas e o do Paraná. Entre muitos outros, o seguinte trecho de Batalha Reis resume o essencial: «Sulcos profundos vêm trazer a estes dois sistemas de águas [Amazonas-Madeira e Paraná-Paraguai] do centro da ilha brasileira, [. . .] uma parte das águas condensadas nas montanhas mais altas do Brasil. E de um pequeno espaço de Goiaz, no centro exacto da ilha, onde os brasileiros vão estabelecer a sua nova capital, as águas divergem para todos êsses sistemas, como se aí fosse, na verdade, o coração donde partissem as artérias que a todo o corpo geográfico distribuem movimento e vida» [Reis, 1941, 220. Ver *ibid.*, 223].

Para o que nos importa, acaba por ser muito pouco relevante saber quem é que, entre Jaguaribe de Mattos e Batalha Reis, levou a palma pelo baptismo da *Ilha-Brasileira* ou pela descrição do seu segredo fluvial. Como é bom de ver, o essencial é perceber que qualquer um destes dois autores, através das considerações que legaram sobre a fisiografia da América do Sul e do Brasil, parece ter tido uma influência decisiva na formulação do mito expansionista da «Ilha-Brasil» tal como este veio a ser imaginado por Jaime Cortesão.

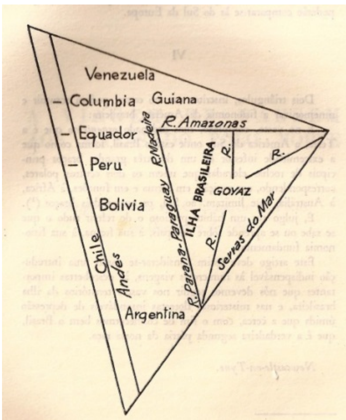


Figura 4: Jaime Batalha Reis, «Fisionomia fundamental da América do Sul», 1896. Fonte: Reis, 1941

5 O «mito da Ilha-Brasil» sob escrutínio

Paralelamente ao que lemos na *História do Brasil nos velhos mapas*, Jaime Cortesão ainda encontrou oportunidade de recuperar os conceitos nucleares associados ao «mito da Ilha-Brasil» nas principais obras que marcaram, em simultâneo, os últimos anos do labor historiográfico que empreendeu no Brasil e os últimos trabalhos de fôlego que dedicou à compreensão da história brasileira do período colonial. Com maior ou menor detença, a sua lição cartográfica, assente na análise de um conjunto bastante circunscrito de mapas que já tipificámos, estará também presente em qualquer dessas leituras. Desde logo, é esse o caso da V Parte de *Alexandre de Gusmão e o Tratado de Madrid* — cujo primeiro ponto versa «Alexandre de Gusmão e a Ilha-Brasil» [Cortesão, 1984, 3, 637 segs.] —, o 2.º capítulo de *Raposo Tavares e a formação territorial do Brasil*

— sobre «A reacção do Tratado de Tordesilhas e o mito da Ilha-Brasil» [Cortesão, 1966, 1, 41 segs.] —, mas também de várias passagens de *A fundação de São Paulo — Capital Geográfica do Brasil* (1955), um dos títulos nos quais Cortesão compilou parte do esforço que fizera na organização da Exposição Histórica comemorativa do centenário da fundação da cidade de São Paulo, que decorreu entre 1954 e 1955. A propósito desta última obra, vejam-se as observações insertas no capítulo «Cartas de marear e mitos do sertão» (Cap. IV), onde Cortesão discute as origens «dêsse mito duma Ilha-Brasil e em que época se formou» [Cortesão, 1955, 63–74] e cartografa a evolução do traçado do rio da Prata nos mapas de Diogo Ribeiro, Sebastião Caboto e Gaspar Viegas, tal como o capítulo «Martim Afonso funda as vila de São Vicente e Piratininga» (Cap. V), que culmina com uma análise detalhada do mapa do Brasil de Gaspar Viegas de 1534 e à forma como este cartógrafo «alargou por forma desmesurada e caricatural o curso dos rios platinos, que mais parecem braços de mar» [Cortesão, 1955, 157].

Em 1952, aquando do aparecimento volume dos *Manuscritos da Colecção De Angelis*, sobre os *Jesuítas e Bandeirantes no Guairá* — primeiro de uma longa série de sete volumes anotada por Jaime Cortesão e publicada pela Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro entre 1951 e 1969 —, Sérgio Buarque de Holanda desencadeará um cordial debate com Cortesão sobre algumas das principais implicações da tese da «geomítica da ilha-Brasil». Os principais termos deste debate ficaram registados nas folhas dos jornais *Diário Carioca*, *Folha da Manhã*, de São Paulo, e *Diário de Notícias* do Rio de Janeiro desse mesmo ano [Cortesão, 1951, 68–76; Oliveira, 2014]. Em essência, Sérgio Buarque considera «que não é possível aceitar sem hesitação a tese do autor de que a expansão bandeirante se insere "em uma espécie de programa deliberado, explicável por considerações geopolíticas" (quando, em realidade, elas contrariavam muitas vezes, nessa expansão, a vontade e os interesses da Metrópole)» [Holanda, 1979, 70].

Entre os muitos tópicos que vieram à discussão nessa oportunidade, também a leitura da cartografia antiga proposta por Jaime Cortesão seria alvo das reticências do historiador brasileiro, que se mostrará céptico diante da tese de que os cartógrafos portugueses do século XVI tivessem concebido um mito político «capaz de inspirar, direta ou indiretamente, toda a nossa expansão colonial», a começar pelo mapa de 1519 atribuído a Lopo Homem: «O que esse mapa sugere será a ambição nada estranhável de dilatar exageradamente as terras da Coroa portuguesa, não a de dar-lhes um perfil nítido e bem delineado» [Holanda, 1979, 79]. As sugestões cartográficas de João Afonso, assim como os mesmos mapas de Bartolomeu Velho, de 1562, e de João Teixeira, de 1642, já interpretados por Cortesão, serão outros dos objectos revistos por Sérgio Buarque e que reforçarão as suas reticências de partida: «A teoria do Professor Cortesão parece-me digna de respeito por defendê-la quem a defende. Apesar de tudo quero acreditar que não passa de uma dessas hipóteses engenhosas, oriundas de nossa constante tentação de procurar submeter os acontecimentos do passado a uma coerência racional ou menos rigorosa», conclui [Holanda, 1979, 83. Cf. 1973, 66–69; Holanda, 2000, 10–11; Holanda, 2011, 183–188, 211–215 e 231–232; Goes Filho, 1999, 113–122; Almeida, 2001, 41–41; Kantor, 2007, 71–77; Novais, 2012, XX–XXII; Ibáñez Bonillo, 2015, 287–300].

Numa versão alargada de uma conferência pronunciada na Sociedade de Estudos Históricos de São Paulo em Agosto de 1954 e publicada no ano seguinte na *Revista de História* da Universidade de São Paulo, seria a vez de Vitorino Magalhães Godinho situar o trabalho historiográfico de Jaime Cortesão entre o dos seus contemporâneos portugueses. Destacando em Cortesão uma invulgar capacidade para pensar a história a partir de um olhar profundamente geográfico, facto revelado, por exemplo, «ao analisar o nascimento de São Paulo relacionando-o com as vias fluviais-terrestres ao serviço da penetração até o Prata» [Godinho, 1955, 12], Godinho também não deixa de notar que «frequentemente sucede-lhe não ter razão» ou «ceder inconscientemente à exaltação patriótica ou ao arroubo místico» [Godinho, 1955, 11 e 12]. É verdade que essa referência não vem explicitada, mas é difícil não encontrar espaço nestas observações de Magalhães Godinho para a polémica linha de interpretação das relações entre os mapas e as circunstâncias históricas e mentais em que foram desenhados que Cortesão forjou em torno do «mito da Ilha-Brasil». Em qualquer caso, o mesmo Magalhães Godinho fá-lo-á anos depois de forma explícita, quando, em capítulo que trata das representações geográficas imaginárias do Atlântico nos primórdios da Expansão europeia, não hesitar em corrigir Cortesão a propósito da tese que associava as referências à suposta insularidade brasileira divulgadas em *Les Voyages Aventureux* de João Afonso a um processo quinhentista ligado ao alargamento da área de Tordesilhas [Godinho, 1990, 224–225].

Independentemente do juízo definitivo que se possa ter sobre a valia das propostas correspondentes ao «mito da Ilha-Brasil» — onde, como vimos vendo, Jaime Cortesão pretendeu ancorar, em simultâneo, uma «Ilha-geográfica» e uma «Ilha-humana» fundidas em uma «razão pré-histórica e etnográfica de Estado» [Cortesão, 1984, 3, 647] —, parece ser hoje consensual a ideia de que esta sua leitura historiográfica é inseparável de uma narrativa nacional e da consciência do espaço ou da «apropriação intelectual dos lugares» que esta mesma narrativa reclama, exactamente como sucede com todos os veículos de fixação identitária do género [Ver Magnoli, 1997, 45–77; Magnoli, 2001, 136–140; Moraes, 2008, 27; Oliveira, 2008, 54–58]. Parece também importante recuperar para aqui a nota que Antonio Carlos Robert Moraes nos deixou quando observou a disseminação de concepções demarcadas do determinismo geográfico no período posterior à Revolução de 1930 entre as principais obras que se propuseram interpretar o Brasil, assinadas por Sérgio Buarque de Holanda, Gilberto Freyre e Caio Prado Júnior [Moraes, 2008, 124–126]. Instalado no Rio de Janeiro vindo do seu longo exílio na Europa, o refugiado político que era Cortesão trazia consigo, plenamente assimilado, o mesmo caldo de cultivo teórico, encontrando-se, por isso mesmo, em condições muito favoráveis para empreender um diálogo proveitoso com boa parte dos seus pares brasileiros. Em paralelo, trazia também bem aprendida a lição que lhe permitiria fixar uma narrativa muito coerente do passado do Brasil, a qual — independentemente do seu maior ou menor desajuste face a outros modelos de leitura, do propalado pendor místico de algumas das suas construções teóricas centrais e, enfim, de uma inapelável fidelidade a um entendimento cívico e pedagógico da escrita da história que não raras vezes terá armadilhado uma ideia mais política do que geográfica da geografia [Oliveira, 2014] — acabava por justificar, de forma muito pragmática, a «integração territorial» do Brasil e as fronteiras que o resguardavam.

Referências

Almeida, A. F. de., 2001. *A formação do espaço brasileiro e o projecto do Novo Atlas da américa Portuguesa (1713–1748).* Comissão Nacional para as Comemorações dos Descobrimentos Portugueses, Lisboa.

Ancel, J., 1938. *Géographie des frontières.* Préface d'André Siegfried. 5e édition. Librairie Gallimard, Paris.

Berdoulay, V., 1995. *La formation de l'école française de géographie.* Comité des Travaux Historiques et Scientifiques — CTHS, Paris.

Bernardino, M. G., 2015. «Redesenhando a Fronteira Noroeste. A Carta de Mato Grosso e Regiões Circunvizinhas (1917–1952)». *Terra Brasilis (Nova Série)* 6. Disponível em `http://terrabrasilis.revues.org/1656`, consultado a 8 de Setembro de 2016

Beucher, S. e Reghezza, M., 2005. *La Géographie: pourquoi, comment? Objets et démarches de la Géographie d'aujourd'hui.* Hatier, Paris.

Brunet, R., Ferras, R. e Théry, H., 1993. *Les Mots de la géographie, dictionnaire critique.* 3e édition. RECLUS — La Documentation Française, Montpellier-Paris.

Cabral, M. V., 2003. «A Identidade Nacional Portuguesa: Conteúdo e Relevância». *DADOS — Revista de Ciências Sociais* 46 (3), 503–533.

Capel, H., 2012. *Filosofía y ciencia en la Geografía contemporánea. Una introducción a la Geografía.* Nueva edición ampliada. Ediciones del Serbal, Barcelona.

Castelo, C., 1998. *«O modo português de estar no mundo». O luso-tropicalismo e a ideologia colonial portuguesa (1933–1961).* Edições Afrontamento, Porto.

Cortesão, A., 1935. *Cartografia e cartógrafos portugueses dos séculos XV e XVI (Contribuïção para um estudo completo)*, vol. 2. Edição da «Seara Nova», Lisboa.

Cortesão, A. e Mota, A. T. da, 1987. *Portugaliae Monumenta Cartographica.* Reprodução fac-similada da edição de 1960, vols. 3 e 5. Imprensa Nacional – Casa da Moeda, Lisboa.

Cortesão, J., 1951. «Introdução». Em *Manuscritos da Coleção De Angelis I: Jesuítas e Bandeirantes no Guairá (1544–1640).* Biblioteca Nacional, Rio de Janeiro, pp. 11–91

Cortesão, J., 1955. *A fundação de São Paulo — Capital Geográfica do Brasil.* Livros de Portugal, Rio de Janeiro.

Cortesão, J., 1964. *Introdução à História das Bandeiras*, vol. 1. Portugália Editora, Lisboa.

Cortesão, J., 1966. *Raposo Tavares e a formação territorial do Brasil*, vol. 1. Portugália Editora, Lisboa.

Cortesão, J., 1969. *A colonização do Brasil.* Portugália Editora, Lisboa.

Cortesão, J., 1974. *Os factores democráticos na formação de Portugal.* Livros Horizonte, Lisboa.

Cortesão, J., 1984. *Alexandre de Gusmão e o Tratado de Madrid*, vol. 3. Livros Horizonte, Lisboa.

Cortesão, J., 1993. *História da expansão portuguesa.* Imprensa Nacional – Casa da Moeda, Lisboa.

Cortesão, J., 2009. *História do Brasil nos velhos mapas*, 2 vols. Imprensa Nacional – Casa da Moeda, Lisboa.

Davidson, D. M., 1973. «How the Brazilian West Was Won: Freelance & State on the Mato Grosso Frontier, 1737–1752». Em Alden, D. (ed.), *Colonial Roots of Modern Brazil.* University of California Press, Berkeley – Los Angeles – London, pp. 61–106.

Deneux, J.-F., 2006. *Histoire de la pensée géographique.* Belin, Paris.

Godinho, V. M., 1955. «A historiografia portuguesa: orientações, problemas, perspectivas». *Revista de História* 21–22 (X), 3–21.

Godinho, V. M., 1974. «Presença de Jaime Cortesão na historiografia portuguesa». Em Cortesão, J., *Os factores democráticos na formação de Portugal.* Livros Horizonte, Lisboa, pp. VII–XLVII.

Godinho, V. M., 1990. *Mito e mercadoria, utopia e prática de navegar — séculos XIII–XVIII.* Difel, Lisboa.

Holanda, S. B. de, 1979. *Tentativas de mitologia.* Editora Perspectiva, São Paulo.

Holanda, S. B. de, 2000. *Visão do Paraíso: os motivos edênicos no descobrimento e colonização do Brasil.* Publifolha, São Paulo.

Holanda, S. B. de, 2011. *Escritos coligidos: livro II, 1950–1979*, org. Marcos Costa. Editora Unesp — Fundação Perseu Abramo, São Paulo.

Ibáñez Bonillo, Pablo, 2015. «Historia de dos islas: los mitos coloniales de la Isla Brasil y la Isla Guayana». *Memorias* [online] 26, 278–321 Disponível em `http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1794-88862015000200010&lng=en&nrm=iso&tlng=es`, consultado a 8 de Setembro de 2016.

Kantor, Í., 2007. «Usos diplomáticos da ilha-Brasil: polêmicas cartográficas e historiográficas». *Varia Historia* 23 (37), 70–80.

Louis, F., 2014. *Les grands théoriciens de la géopolitique.* Presses Universitaires de France, Paris.

Macedo, J. B. de, 1984. «A teoria da História de Jaime Cortesão». *Prelo,* Número especial, 57–66.

Magalhães, J. R., 1985. «No trilho de uma ambição: o poeta-historiador Jaime Cortesão (1910–1927)». *Cadernos da Revista de História Económica e Social* 6–7, 27–48

Magalhães, J. R., 2009. «Apresentação». Em Cortesão, J., *História do Brasil nos velhos mapas,* vol. 1. Imprensa Nacional – Casa da Moeda, Lisboa, pp. 13–17.

Magalhães, J. R., 2015. «António Sérgio, Jaime Cortesão e a necessidade seareira da concepção de uma História de Portugal». Em Pinho, A., Mesquita, A. P. e Pinho, R. V. (orgs.), *Proença, Cortesão, Sérgio e o Grupo Seara Nova.* Centro de Filosofia da Universidade de Lisboa, Lisboa, pp. 517–530.

Magnoli, D., 1997. *O Corpo da Pátria: imaginação geográfica e política externa no Brasil (1808–1912).* Unesp – Moderna, São Paulo.

Magnoli, D., 2001. «Por uma arqueologia da narrativa nacional». *Revista USP* 49, 134–142.

Marques, A. P., 1991. *A cartografia e a construção da imagem do Mundo.* Imprensa Nacional – Casa da Moeda, Lisboa.

Mattos, F. J. G. de, 1936. «Les idées sur la physiograpie sud-américaine». Em *III^e Congrès International d'Histoire des Sciences. Actes, Conférences et Communications.* [S. n.], Lisboa, pp. 391–440.

[Mattos, F. J. G. de], [1963], «Curriculum Vitae do General de Brigada Francisco Jaguaribe Gomes de Mattos». Em *Processo n.º 1939 de 1963. Projeto de resolução n.º 46 de 27-5-63: concede o título de Cidadão Paulistano ao General Francisco Jaguaribe Gomes de Mattos, e dá outras providências.* Câmara Municipal de São Paulo — Seção de Protocolo, São Paulo, 16 pp. Disponível em `http://www2.camara.sp.gov.br/projetos/1963/00/00/0D/BH/00000DBHS.PDF`, consultado a 8 de Setembro de 2016.

Mendibil, D., 2013. «Comment l'école française de géographie est-elle devenue *classique*?» Em Clerc, P. (dir.), *Géographies. Épistémologie et histoire des savoirs sur l'espace.* Éditions Sedes, Paris, pp. 33–36.

Monteiro, A. C., 1936. «Préface». Em *III^e Congrès International d'Histoire des Sciences. Actes, Conférences et Communications.* [S. n.], Lisboa, pp. VIII–XLIX.

Moraes, A. C. R., 2008. *Ideologias geográficas. Espaço, cultura e política no Brasil,* 5.ª edição. Annablume Editora, São Paulo.

Moraes, A. C. R., 2011. *Bases da formação territorial do Brasil. O território colonial brasileiro no "longo" século XVI,* 2.ª edição. Annablume Editora, São Paulo.

Novais, F. A., 2012. «Prefácio a Jaime Cortesão ou 'Encontro Marcado'». Em Cortesão, J., *Raposo Tavares e a formação territorial do Brasil.* Edição fac-símile. Fundap — Imprensa Oficial do Estado de São Paulo, São Paulo, pp. XXIV.

Nunes, M. de F., 2010. «O III Congresso Internacional de História da Ciência, Portugal, 1934. Contextos científicos, contextos culturais e políticos». Em Machado, F. A., Gama, M. R. G. e Ribeirão, J. M. F. (orgs). *Caminhos de Cultura em Portugal: homenagem ao Professor Doutor Norberto Cunha.* Edições Húmus – Departamento de Filosofia e Centro de Estudos Humanísticos da Universidade do Minho, [Braga], pp. 321–336.

Oliveira, F. R. de, 2010. «Método geográfico, cartografia e geopolítica: a propósito da reedição da História do Brasil nos velhos mapas de Jaime Cortesão». *Anais de História de Além-Mar* 11, 225–246.

Oliveira, F. R. de, 2014. «Jaime Cortesão no Itamaraty: os Cursos de História da Cartografia e da Formação Territorial do Brasil de 1944–1950». *Scripta Nova. Revista Electrónica de Geografía y Ciencias Sociales* XVIII (463). [Online]. Disponível em `http://www.ub.es/geocrit/sn/sn-463.htm`, consultado a 8 de Setembro de 2016.

Oliveira, I. T. M., 2008. «Imaginação geográfica, território e identidade nacional no Brasil». *Revista Urutágua* 15, 53–60 Disponível em `http://www.urutagua.uem.br/015/15oliveira.pdf`, consultado a 8 de Setembro de 2016

Reis, J. B., 1899. «The United States of Brazil». Em *The International Geography: by Seventy Authors with 488 Illustrations.* George Newnes, London, pp. 865–877

Reis, J. B., 1941. *Estudos Geográficos e Históricos.* Agência Geral das Colónias, Lisboa.

Robic, M.-C., Tissier, J.-L., Pinchemel, P., 2011. *Deux siècles de géographie française. Une anthologie.* CTHS, Paris.

Santos, M., 1989. «Renovando o pensamento geográfico». Em D'Incao. M. A. (org.), História e Ideal. *Ensaios sobre Caio Prado Júnior.* UNESP, São Paulo, pp. 419–433.

Goes Filho, S. S., 1999. *Navegantes, bandeirantes, diplomatas. Um ensaio sobre a formação das fronteiras do Brasil.* Martins Fontes, São Paulo.

Torgal, L. R., 1996. «A história em tempo de *ditadura*». Em Torgal, L. R.. Mendes, J. M. A. e Catroga, F., 1996, *História da História em Portugal, Sécs. XIX–XX.* Círculo de Leitores, Lisboa, pp. 241–275.

Um desafio científico: a representação cartográfica das fronteiras do Brasil segundo o Tratado de Madrid (1750)

Mário Clemente Ferreira
CHAM, FCSH, Universidade NOVA de Lisboa, Universidade dos Açores
mariocferreira@sapo.pt

Resumo: A assinatura do Tratado de Madrid (1750) por Portugal e Espanha definindo as fronteiras territoriais entre os dois impérios, sobretudo na América do Sul, transformou-se num enorme desafio técnico e científico para ambos os países. Este acordo previa a demarcação no terreno dos limites coloniais por equipas científicas multidisciplinares, constituídas por técnicos ao serviço das duas coroas. Com este texto pretende-se conhecer o processo de constituição dessas partidas, como ficaram conhecidas, e avaliar o resultado da sua ação nos territórios sul-americanos.

Abstract: The signature of the Treaty of Madrid (1750) by Portugal and Spain setting territorial boundaries between the two empires, especially in South America, became a huge technical and scientific challenge to both countries. This agreement established the demarcation on the ground of colonial boundaries by scientific multidisciplinary teams, consisting of technicians in the service of the two crowns. With this text we seek to know the process of constitution of these teams and to evaluate the results of its action in the South American territories.

O Tratado de Madrid de 1750 revogou o velho meridiano de Tordesilhas e definiu novos limites entre os territórios coloniais de Portugal e Espanha, sobretudo na América do Sul. Esses novos limites basearam-se no princípio do «uti possidetis», oriundo do direito romano e que garantia a posse dos territórios a quem já os ocupava, e tiveram por referência as «balizas naturais», isto é, os rios, as serras e as cumeadas dos montes [Tratado de Limites, 1856, 16]. Mas, os tratados complementares assinados posteriormente estabeleceram ainda que esses limites deveriam ser reconhecidos e assinalados no terreno, procedendo-se a observações astronómicas que permitissem a elaboração de mapas que os representassem. Esse trabalho caberia a equipas mistas, formadas por técnicos ao serviço das duas coroas, nomeadamente por «astronomos, engenheiros e geographos», militares e mais pessoal auxiliar [Tratado, pelo qual, 1856, p. 90]. Seriam seis essas equipas, conhecidas por partidas ou tropas, que formavam duas comissões: a do norte e a do sul. A cada uma foi atribuído um troço da linha de limites que havia sido acordada.

Estas determinações constituíam, na verdade, um duplo desafio científico. Por um lado, tratava-se de uma iniciativa de uma enorme exigência técnica e até aí nunca realizada: o reconhecimento, exploração e respetiva representação cartográfica de uma linha de limites territoriais com milhares de quilómetros de extensão. Mas, por outro lado, para que isso fosse possível, tornava-se imprescindível uma autêntica atualização científica do país, quer em termos humanos, quer em termos materiais, nomeadamente ao nível dos equipamentos.

Já na década de 1720, aquando da contratação dos padres jesuítas Domingos Capassi e João Baptista Carbone para a elaboração do pretendido «Novo Atlas da América Portuguesa», se tinha assumido publicamente a insuficiência em Portugal de técnicos capazes [Almeida, 2001, 73–100]. Agora, essa realidade ainda se mantinha, apesar dos esforços de Manuel Azevedo Fortes em reabilitar a profissão de engenheiro em Portugal e de atrair a ela um número significativo de indivíduos [Cortesão, 1971, II, 179]. Por isso, para constituir as equipas demarcadoras, para além dos engenheiros portugueses formados nas Aulas Militares, mais uma vez se recorreu à contratação de estrangeiros, aliás, expediente antigo também no que se referia ao próprio exército.

Assim, semanas antes da assinatura do próprio tratado já se iniciavam as providências nesse sentido. Pretendiam-se homens com formação nos estudos matemáticos e geográficos, experientes nas observações astronómicas, que preferencialmente apresentassem também uma formação prática multidisciplinar, com conhecimentos, por exemplo, de Física, de Medicina e de História Natural. Todavia, a primeira condição a atender seria a formação astronómica e a capacidade de «arrumar bem huma Carta Geografica» [Carta de Pedro da Mota e Silva para o Padre João Álvares de Gusmão, Lisboa, 25-7-1750, pub. in Cortesão, 1963, 41].

Quanto à nacionalidade desses homens, a preferência seria dada aos italianos, desde que não fossem oriundos de Nápoles, Parma ou da Sicília, pela dependência em que estes territórios se encontravam de Espanha. Também por razões políticas, religiosas e geoestratégicas não se pretendiam espanhóis, franceses, holandeses e ingleses. Estes últimos apenas seriam aceites no caso de professarem a religião católica. Quanto aos suíços e alemães, a condição era também não praticarem religiões protestantes. Seriam aceites apenas se não se encontrassem técnicos católicos suficientes. Quanto aos jesuítas, estes seriam bem aceites devido à sua vocação missionária, podendo inclusivamente permanecer no Brasil após as demarcações desenvolvendo essa atividade. Neste processo, foi evidente o cuidado das autoridades em garantir que a nacionalidade dos técnicos não facilitasse a divulgação das informações recolhidas durante as atividades demarcadoras, sobretudo para países que pudessem colocar em causa os interesses de Portugal [Ferreira, 2001, 102–103].

Os principais responsáveis pelo recrutamento daqueles técnicos acabaram por ser Frei Álvares de Gusmão, em Itália, e, em Viena, o Sargento-Mor de Batalha Joham Heirinch Bohm. Em Paris, Londres e Basileia, os contactos efetuados acabaram por não se traduzir em resultados significativos. Dos esforços então desenvolvidos, resultou a contratação de vinte e seis técnicos europeus para trabalharem nas demarcações [Domingues, 1991, 28–29; Ferreira, 2001, 105]. Onze destinaram-se à comissão do norte e quinze às partidas do sul. Relativamente às orientações iniciais quanto à origem e formação dos técnicos pretendidos, elas acabaram por ser em grande medida cumpridas. A maioria era constituída por italianos, os quais juntamente com os alemães totalizavam cerca de 80% daqueles homens. Apenas dois, o holandês José Rollen Vandreck e o francês João Bento Pithon, não cumpriam as preferências relativas à nacionalidade enunciadas no início do processo de recrutamento [1].

Quadro 1:
Origem dos técnicos estrangeiros contratados para as demarcações

Origem	Partidas do Sul	Partidas do Norte	Total	%
Regiões italianas	8	4	12	46,15%
Alemanha	3	6	9	34,61%
Suíça	2	——	2	7,69%
Holanda	1	——	1	3,85%
França	1	——	1	3,85%
Hungria	——	1	1	3,85%

No entanto, importa realçar que aproveitando esta conjuntura da preparação das atividades demarcadoras, as autoridades portuguesas pretendiam igualmente procurar professores capazes de ensinar em escolas que o monarca desejava criar em Portugal. Frei Álvares de Gusmão foi incumbido de conhecer o método com que se regiam as escolas de Matemática na Itália. Deveria recolher exemplares dos estatutos com que funcionavam aqueles estabelecimentos

[1] Sobre os técnicos contratados, nomeadamente a sua identificação, naturalidade, patente e percurso profissional e pessoal, ver os anexos 1 e 2, respetivamente, Participantes nas demarcações do Tratado de Madrid (*Partidas* do norte) e Participantes nas demarcações do Tratado de Madrid (*Partidas* do sul).

de ensino, bem como plantas dos observatórios astronómicos mais notáveis e relações dos instrumentos que neles pudessem existir. Estas preocupações mostram claramente a intenção das autoridades em proceder a uma profunda renovação do ensino das ciências em Portugal, sobretudo da Matemática e da Astronomia [Ferreira, 2001, 101].

Mas para a América do Sul, para além de vários exemplares do texto do tratado de 1750, foram também enviadas diversas obras científicas para facilitar o trabalho dos demarcadores. É conhecida a relação dos livros remetidos para a Amazónia. Em diversas caixas, seguiram vinte e três obras científicas, de natureza diversa, como as *Efemérides* de Zanotti, o relato da viagem de La Condamine ou os célebres *Princípios Matemáticos* de Isaac Newton. A maioria das obras eram em francês (14), as restantes em latim (6) e em espanhol (3). Quanto às nacionalidades dos autores, elas são mais diversificadas: franceses (10), espanhóis (2), holandeses (2), italianos (2), ingleses (2), um alemão e um escocês. Não consta qualquer autor português [Moura, 2008, 97–148; Mendes, 2014, 75–76]. Quanto às partidas da comissão do sul, não se conhece qualquer enumeração das obras então remetidas. No entanto, a partir da documentação dispersa relativa aos trabalhos demarcadores ocorridos na região meridional do Brasil, identificaram-se algumas das obras utilizadas por aqueles técnicos. Encontraram-se referências a catorze obras de caráter científico [Ferreira, 2001, 112–114][2].

Procedendo a uma comparação entre as duas listas, para além do número de obras que as compõem, observamos outras diferenças significativas. Assim, os membros da comissão do sul dispunham de mais tabelas astronómicas para além das de Zanotti. Os demarcadores utilizaram tabelas de Edmond Halley, de Lacaille, para o observatório de Paris, de Bradley, para o observatório de Greenwich, e de Cassini, para o de Paris. Também é de realçar a presença de autores portugueses na lista dos livros usados na parte sul do Brasil. O engenheiro militar José Custódio de Sá e Faria refere os tratados de Manuel Azevedo Fortes, utilizados nas Academias Militares portuguesas: *O Engenheiro Portuguez* e o *Tratado do modo o mais facil e mais exacto de fazer as cartas geográficas*. O mesmo Sá e Faria refere ainda o *Exame de Bombeiros*, da autoria do também engenheiro militar José Fernandes Pinto Alpoim e igualmente membro integrante da comissão do sul.

O aparecimento destas novas obras, ou pelo menos de parte delas, na docu-

[2]Relativamente às obras científicas enviadas e utilizadas pelas equipas demarcadoras na América do Sul, ver anexos 3 e 4, respetivamente, Bibliografia destinada aos trabalhos demarcadores da comissão do norte e Bibliografia utilizada nos trabalhos demarcadores da comissão do sul.

mentação das partidas do sul pode ser explicada pelo facto dos demarcadores terem viajado para o Brasil municiados dos seus próprios livros. Aquando do processo de contratação, o próprio Secretário de Estado Marco António de Azevedo Coutinho alertou para a conveniência dos técnicos levarem para a América os seus livros e instrumentos para uso particular, pois aqueles que a coroa fornecesse seriam para utilização comum dos membros de cada partida. Por exemplo, os homens preparados nas Academias Militares dispunham certamente das obras de Azevedo Fortes que serviam como manuais naquelas instituições de ensino [Ferreira, 2001, 108].

Por sua vez, a lista dos livros enviados para as comissões espanholas é conhecida. Significativamente maior que a portuguesa, ela apresenta trinta e cinco títulos, para além de cartas celestes. Comparando-a com a portuguesa, observam-se também profundas diferenças nos autores que as constituem. Assim, diversas obras enviadas para as comissões portuguesas não aparecem naquela lista. Apenas as tabelas astronómicas de Halley e outros seis títulos são coincidentes, entre os quais as obras de Newton. Ao contrário do caso português, a maioria dos livros remetidos eram provenientes de Inglaterra [Lucena Giraldo, 1993, 132–133].

No entanto, é notório o empenho das duas coroas em equipar as equipas demarcadoras com obras muito recentes, cujas temáticas e autores representavam a ciência de vanguarda da época. Esse esforço, no caso da coroa espanhola, é evidente na autorização concedida pelo Santo Ofício do envio para a América das obras de Lineu, apesar do próprio papa Clemente XIII, em 1759, considerar que as mesmas deveriam ser queimadas [Lucena Giraldo, 1993, 131–132].

Ao nível dos instrumentos científicos adquiridos para equipar as comissões demarcadoras houve igualmente um claro empenho da parte das autoridades portuguesas. Também neste âmbito se recorreu à Europa. Sabemos que o instrumental científico remetido para a comissão do norte foi adquirido na Inglaterra [Carta de Diogo de Mendonça Corte Real para Francisco Xavier de Mendonça Furtado, Lisboa, 3-8-1753, pub. in Cortesão, 1963, 46]. Contudo, há também referência a um quadrante grande de fabrico francês. A origem daqueles instrumentos é compreensível na medida em que a Inglaterra se havia tornado no século XVIII no maior exportador de instrumentos científicos de precisão a nível mundial. Mas tal como sucedeu com os livros, os técnicos também se fizeram acompanhar de instrumentos próprios. Por exemplo, o jesuíta Bartolomeu de Panigai dispunha de um relógio de segundos e de um quarto de círculo [Ferreira, 2001, 108].

Tal como acontece relativamente à literatura científica, dos conjuntos de instrumentos remetidos pelas autoridades portuguesas para as duas comissões demarcadoras, apenas se conhece a relação dos que se destinaram à região setentrional [Moura, 2008, 21–44]. Assim, para se divisar os que teriam sido enviados para a comissão meridional, foi novamente adotado o procedimento da identificação de referências dispersas por toda a documentação analisada. A ausência daquela lista justificará, certamente, serem muito mais abundantes as informações referentes à comissão do norte.

Quadro 2: Instrumentos científicos remetidos/utilizados pelas Comissões do Norte e do Sul

Instrumentos	Comissão do Norte	Comissão do Sul
Telescópios	11 de vários comprimentos, um deles com micrómetro	Referências a telescópios, entre os quais de 12 e 18 polegadas de foco
Óculos	3 de diferentes tamanhos	———
Relógios	3 relógios de pêndulo de segundos (1 «de pendulo de Graham») 2 relógios armilares	Utilização de pêndulos e relógios (o padre Bartolomeu de Panigai possuía um pequeno relógio de segundos)
Quadrantes	5 quadrantes «p.ª observação do mar» 2 quadrantes ingleses (1 grande) 1 quadrante francês grande	Inúmeras referências à utilização de quartos de círculos
Bússolas	8 entre grandes e pequenas	Frequentes referências à utilização de bússolas
Teodolitos	1	———
Estojos de Matemática	2 estojos pequenos 1 estojo grande	———
Grafómetro	1	———
Pranchetas	7 de variados tipos	———
Microscópios	3	———
Níveis	3	———
Barómetros	6 [?]	Referência a frequentes operações com o barómetro

Termómetros	6	Referência à utilização de termómetros, sobretudo de licor, segundo o modelo criado por Réaumur
Réguas	1 graduada em toesas e pés, a qual servia de padrão 6 réguas de latão graduadas 4 réguas de madeira 3 cadeias de medir	———————
Câmaras escuras	4	———————

Durante as demarcações, a observação de eclipses, sobretudo dos satélites de Júpiter, mas também da Lua, foi o expediente utilizado para o cálculo das longitudes. Para isso utilizaram telescópios, que depois da aplicação do micrómetro, permitiam a medição de pequenos ângulos. Como complemento dos telescópios usaram os pêndulos e os relógios de segundos para medir o tempo de duração daqueles fenómenos. O quarto de círculo, ou quadrante astronómico, serviu principalmente para se conhecer as alturas dos astros, o que o tornava indispensável para o cálculo das latitudes. Mas também era um dos instrumentos básicos para a medição dos ângulos da triangulação. Para o registo dos rumos seguidos pelas equipas demarcadoras utilizava-se a bússola. A determinação da altitude de um lugar através do barómetro era menos morosa e menos complexa que os métodos propostos pela geodesia. Com o termómetro procederam à medição de temperaturas, provavelmente também destinadas a estudos sobre a dilatação dos materiais, a qual poderia ser um dos fatores responsáveis pela menor precisão dos instrumentos científicos [Ferreira, 2001, 265–272].

Tudo isto ilustra os esforços das autoridades para tornar possível a obtenção de bons resultados com as atividades demarcadoras. A elaboração de mapas exatos das regiões visitadas constituía uma das preocupações fundamentais. Segundo um método elaborado para orientação dos demarcadores, considerava-se que cada mapa deveria ser elaborado com toda a exatidão, pois só desse modo seria «um cristalino, e diáfano Espelho da verdade Geometrica» [Método que devem seguir os Oficiais Engenheiros que, por Ordem de Sua Magestade Fidelíssima, são constituídos para a descrição dos Mapas do Brasil, pub. in Cortesão, 1963, 182].

Apesar das partidas do norte nunca se terem encontrado com as suas correspondentes espanholas, não tendo, por isso, trabalhado em conjunto como previa o tratado, na região meridional quase toda a missão demarcadora prevista nos acordos foi executada pelas equipas luso-espanholas, desde a foz do Jauru no alto rio Paraguai até Castilhos. No entanto, de todas elas resultou uma importante e volumosa produção cartográfica referente às regiões percorridas por essas diferentes equipas. Trata-se de mapas de vastos territórios do Brasil que ganharam definitivamente o seu carácter científico e cuja utilização política se estendeu até à ação desenvolvida a nível internacional pelo Barão do Rio Branco nas negociações dos limites territoriais brasileiros já em finais do século XIX. São mapas que se caracterizam por um forte rigor científico, mas assumem simultaneamente um forte carácter revelador, pois representam territórios até então ainda não conhecidos pelas autoridades portuguesas. Este duplo aspeto levou Jaime Cortesão a classificar as partidas demarcadoras como «bandeiras científicas» e a considerar os mapas então produzidos como os «títulos de posse do futuro Estado» [Cortesão, 1971, II, 276].

Grande parte das bacias dos rios Paraná, Uruguai, Paraguai e Amazonas foram cartografadas em mapas de variadas escalas. Mas esses mapas não representam apenas os limites das duas coroas. Representam também vastas regiões de fronteira. São cartografados inúmeros rios pertencentes às principais bacias hidrográficas da América do Sul. Mesmo os membros da comissão do norte, que não chegaram a se reunir com as equipas espanholas, estiveram sempre bastante ativos, quer em Belém do Pará, quer no arraial de Mariuá, futura Barcelos, onde aguardavam a chegada dos castelhanos. Produziram excelentes levantamentos cartográficos sobretudo das bacias dos rios Negro e Amazonas. Os planos dos centros urbanos ilustram a centralização demográfica. A representação das fortalezas realça a organizada defesa das fronteiras e a necessidade da mesma ser intensificada. O Brasil ganhava, pela primeira vez, consciência da sua fisionomia física. Com estas atividades demarcadoras, as autoridades metropolitanas adquirem um melhor conhecimento dos territórios que ficariam na sua jurisdição, mas onde a ocupação colonial e exploração económica ainda não haviam acontecido. Para controlar era necessário conhecer. Por isso, foram indicados locais para a edificação de novas fortalezas. Cartografaram-se caminhos existentes, mas também aqueles que se pretendiam abrir. Na verdade, estamos perante verdadeiros instrumentos de apropriação de espaços que se desejavam controlar, dominar e articular. O significado e importância desta cartografia para as autoridades portuguesas avalia-se também pelo facto de ela ter sempre permanecido manuscrita. A sua impressão significaria um fácil acesso a informações que se pretendiam pouco divulgadas. Aliás, aquando da contratação dos técnicos estrangeiros, o perigo de uma grande divulgação dos conhecimentos obtidos era já uma preocupação, como atrás observámos [Ferreira, 2001, 277–280; Guedes, 1997, 34–38; Guerreiro, 1999, 39–44].

No entanto, os demarcadores não deveriam apenas produzir mapas. Também era sua função produzir relatos escritos e representações iconográficas de aspetos marcantes daqueles territórios. Pretendia-se inclusivamente elaborar uma História Natural. As instruções entregues aos responsáveis pelas comissões demarcadoras eram bastante claras ao estabelecerem «Que os Commissarios, Geographos, e mais pessoas inteligentes de cada tropa, vão apontando os rumos, e distancias da derrota, as qualidades naturaes do paiz, os habitantes, e seus costumes, os animaes, plantas, fructos, e outras producções; os rios, lagoas, montes e outras circunstancias dignas de noticia [...], e procurarão que o seu trabalho não só seja exacto pelo que toca à demarcação da raia, e geografia do paiz, mas tambem proveitoso pelo que respeita ao adiantamento das Sciencias, Historia Natural, e as observações Physicas, e Astronomicas.» [Tratado, pelo qual, os Ministros Plenipotenciarios de Suas Magestades Fidelissima e Catholica, 1856, p. 96]. Neste sentido, as partidas adquiriram algumas características da viagem filosófica. Tornaram-se um exercício aplicado da Ilustração, de onde poderiam advir consequências não só políticas, mas também económicas e científicas. Os diários elaborados pelas diferentes partidas do sul constituíram o primeiro registo das observações efetuadas. Neles encontramos relatos pormenorizados das viagens efetuadas, descrições dos rios e suas margens, dos lugares visitados. Mas também surgem descrições da fauna, da flora, do clima e dos grupos indígenas encontrados pelos demarcadores [Collecção das noticias para a Historia e Geografia, 1841, pp. 43–553].

Mas outros registos se fizeram, nomeadamente registos iconográficos, os quais funcionavam muitas vezes como complemento dos registos escritos. Apenas como exemplos, indicamos as representações do famoso Salto do Iguaçú, da autoria de José Fernandes Pinto Alpoim [Mapoteca do Itamaraty, 655a], e do Salto Grande do rio Paraná, de João Bento Pithon [Biblioteca Pública Municipal do Porto, Reservados, pasta 24–67], ambas com evidentes preocupações realistas.

Contudo, o trabalho que melhor ilustra a complexa intenção das autoridades ao enviar as equipas demarcadoras é um célebre atlas de Miguel António de Ciera, representando todo o rio Paraguai, desde a foz do rio Juarú, ao norte, até à Colónia do Sacramento, no Rio da Prata. Composto por trinta e seis páginas, foi elaborado em 1758 e oferecido ao rei D. José I [Fundação Biblioteca Nacional, CAM. 02, 001]. Para além das respetivas cartas geográficas, nele estão representadas seis aves, um réptil e um mamífero. Também estão ilustrados alguns acidentes naturais, centros urbanos, como a cidade de Assunção, e os próprios habitantes das margens do Paraguai. Estas imagens constituem o primeiro conjunto de vistas da paisagem do interior da América meridional [Costa, 2009, pp. 196–212].

Há também a destacar outras atividades desenvolvidas pelos demarcadores, não diretamente relacionadas com os trabalhos de delimitação da fronteira, mas de intervenção sobre os espaços por eles reconhecidos. De destacar foi sobretudo a preocupação com as estruturas que permitiriam vir a garantir a posse do território agora diplomaticamente reconhecido. Por exemplo, foram diversas as plantas de fortalezas elaboradas pelos técnicos demarcadores a construir em diversos locais, desde a foz do Amazonas até ao extremo sul do Brasil, com vista a alcançar aquele objetivo. Mas também foram desenhados edifícios civis e religiosos, destacando-se neste campo António José Landi relativamente a propostas para a cidade de Belém do Pará [Guerreiro, 1999, 44; Ferreira, 2001, 300–304].

Porém, em 1761, a assinatura do Tratado do Pardo suspendia e anulava as atividades demarcadoras decorrentes do Tratado de 1750. Esse facto provocou o regresso a Portugal de grande parte dos técnicos que trabalharam na América do Sul. Sobretudo dos estrangeiros. Mas daquelas atividades demarcadoras resultaram várias consequências. Para além de um mais profundo conhecimento do território brasileiro, houve também uma aproximação à ciência que então se praticava na Europa, através das contratações de técnicos e das aquisições de livros e de equipamentos efetuadas em várias partes da Europa. Mas também alguns dos homens que regressaram a Portugal vieram a desempenhar um papel extremamente importante nas reformas do ensino em Portugal desenvolvidas por Sebastião José de Carvalho e Melo. Foi o caso do desenhador Carlos Francisco Ponzoni, do matemático João Angelo Brunelli e, sobretudo, do matemático italiano Miguel António de Ciera [Ferreira, 2011].

Este último demarcador constitui o exemplo mais expressivo desta realidade. Miguel António de Ciera regressou a Lisboa em 1756 por solicitação do rei D. José I, onde participou nos contactos desenvolvidos com a Itália relativos à organização do Real Colégio dos Nobres de Lisboa. Funcionou então como um útil elemento de ligação entre a corte de Lisboa e os meios académicos italianos. Foi nomeado Prefeito dos Estudos do Colégio dos Nobres em 1765. Também foi sob a sua direção e a de Giovanni António Dalla Bella, professor de Física Experimental, que Joaquim José dos Reis construiu instrumentos de madeira e de metal para o colégio, que depois seriam transferidos para o Gabinete de Física Experimental da Universidade de Coimbra. Ainda antes do início das atividades letivas no Colégio dos Nobres, Miguel Ciera traduziu para português e para utilização dos alunos *Os Três Livros de Cícero sobre as Obriga-*

ções Civis. A pedido do Marquês de Pombal redigiu apontamentos e instruções para a reforma do ensino da Matemática na Universidade de Coimbra. Parece ter tido um papel fundamental na reforma dos estudos referentes à Medicina. Entre 1772 e 1780 foi lente de Astronomia na Faculdade de Matemática então criada. Finalmente foi professor da Aula de Navegação em Lisboa, onde ensinou trigonometria esférica e navegação teórica até 1782, data da sua morte [Ferreira, 2011, pp. 3–6].

Na verdade, as atividades demarcadoras funcionaram como um processo de avaliação das capacidades dos técnicos que nelas foram empregues. Uns foram dispensados ainda no Brasil por apresentarem um desempenho pouco satisfatório. Outros, aqueles que mais se destacaram pela qualidade do seu trabalho, foram aproveitados posteriormente noutras missões. Mas este pensamento estava já presente na mente daqueles que negociaram aquelas contratações na Europa, ou seja, o futuro aproveitamento daqueles homens para o desenvolvimento da atividade científica em Portugal.

Fontes e bibliografia

Cartografia manuscrita

Biblioteca Pública Municipal do Porto, Reservados, pasta 24–67, *Prospecto, e Planta do Salto Grande do Rio Parànà*, João Bento Pithon, post. a 1754.

Fundação Biblioteca Nacional, Rio de Janeiro, CAM. 02, 001, *Mappa geographicum, quo Flumen Argenteum, Paranà, et Paraguay exactissime nunc primum describuntur, facto initio a nova Colonia ad ostium usque Fluminis Iaurú, ubi, ex pactis finium regundorum, Terminus de marmore positus, terrarumque insigniores Prospectus, et quorundam animalium forme suis qualibet apta locis delineantur opera, ac studio Michaelis Ciera R. F. geographi*, Miguel António de Ciera, 1758.

Mapoteca do Itamaraty, 655a, *Vista do Salto do Rio Yguaçù*, José Fernandes Pinto Alpoim, 1759.

Fontes impressas

Collecção das noticias para a Historia e Geografia das Nações Ultramarinas que vivem nos dominios portuguezes ou lhes são visinhas, tomo VII, 1841. Academia Real das Ciências, Lisboa.

Cortesão, Jaime, 1963. *Alexandre de Gusmão e o Tratado de Madrid*, parte V. Ministério das Relações Exteriores, Instituto Rio Branco, Rio de Janeiro.

Tratado de Limites das Conquistas, entre El-Rei o Senhor Dom João V e Dom Fernando VI Rei de Hespanha, assignado em Madrid a 13 de Janeiro de 1750, e ratificado por parte de Portugal em 26 do dito mez, e pela Hespanha em 8 de fevereiro do dito anno. In Castro, José F. Borges de, 1856. *Collecção dos tratados, convenções, contratos e actos publicos celebrados entre a Corôa de Portugal e as mais potencias desde 1640 até ao presente*, tomo III. Lisboa, 8–43.

Tratado, pelo qual, os Ministros Plenipotenciarios de Suas Magestades Fidelissima e Catholica ajustaram, e determinaram as instrucções, que haviam de servir de governo aos Comissarios das duas corôas na demarcação dos limites respectivos na America Meridional, em execução do Tratado de Limites; assignado em Madrid a 17 de Janeiro de 1751. In Castro, José F. Borges de, 1856. *Collecção dos tratados, convenções, contratos e actos publicos celebrados entre a Corôa de Portugal e as mais potencias desde 1640 até ao presente*, tomo III. Lisboa, 85–101.

Bibliografia

Almeida, André Ferrand de, 2001. *A formação do espaço brasileiro e o projecto do Novo Atlas da América Portuguesa (1713–1748)*. Comissão Nacional para as Comemorações dos Descobrimentos Portugueses, Lisboa.

Cortesão, Jaime, 1971. *História do Brasil nos velhos mapas*, tomo II. Ministério das Relações Exteriores, Instituto Rio-Branco, Rio de Janeiro.

Costa, Maria de Fátima, 2009. Miguel Ciera: um demarcador de limites no interior sul-americano (1750–1760). *Anais do Museu Paulista*. 17, nº 2, 189–214.

Domingues, Ângela, 1991. *Viagens de exploração geográfica na Amazónia em finais do século XVIII: Política, ciência e aventura*. Centro de Estudos de História do Atlântico, Funchal.

Ferreira, Mário Clemente, 2001. *O Tratado de Madrid e o Brasil Meridional. Os trabalhos demarcadores das partidas do sul e a sua produção cartográfica (1749–1761)*. Comissão Nacional para as Comemorações dos Descobrimentos Portugueses, Lisboa.

Ferreira, Mário Clemente, 2011. Os demarcadores do Tratado de Madrid (1750) e as reformas pombalinas do ensino. Comunicação apresentada no *IV Simpósio Luso-Brasileiro de Cartografia Histórica*, Porto. Disponível em URL: `http://eventos.letras.up.pt/ivslbch/comunicacoes/96.pdf`

Guedes, Max Justo, 1997. A cartografia da delimitação das fronteiras do Brasil no século XVIII. In: *Cartografia e diplomacia no Brasil do século XVIII.* Comissão Nacional para as Comemorações dos Descobrimentos Portugueses, Lisboa, 10–38.

Guerreiro, Inácio, 1999. *Os tratados de delimitação do Brasil e a cartografia da época.* Chaves Ferreira Publicações, Lisboa.

Lucena Giraldo, Manuel, 1993. *Laboratorio tropical — La expedicion de limites al Orinoco, 1750–1767.* Monte Avila Editores Latinoamericana, Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Caracas.

Mendes, Iran Abreu, 2014. Uma descrição preliminar dos livros utilizados pela comissão demarcadora de limites territoriais na Amazônia na era pombalina. In: *Anais/Actas do 6º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática.* Sociedade Brasileira de História da Matemática, Natal, 71–99. Disponível em URL: `https://www.academia.edu/7322588/Anais_Actas_do_6o_Encontro_Luso-Brasileiro_de_Hist\%C3\%B3ria_da_Matem\%C3\%A1tica`

Moura, Carlos Francisco, 2008. *Astronomia na Amazônia no século XVIII (Tratado de Madri): os astrônomos Szentmártonyi e Brunelli — instrumentos astronômicos e livros científicos.* Real Gabinete Português de Leitura, Rio de Janeiro.

Anexo 1

Participantes nas demarcações do Tratado de Madrid (*Partidas* do norte)

Nome	Naturalidade	Patente	Observações
João André Schwebel	Alemão	Capitão de Infantaria com o exercício de engenheiro	Cartógrafo
Gaspar João Gerardo de Gronsfeld	Alemão	Capitão de Infantaria com o exercício de engenheiro	————
Filipe Sturm	Alemão	Ajudante com o exercício de engenheiro	Cartógrafo

Adão Leopoldo de Brewning	Alemão	Ajudante com o exercício de engenheiro	————
Henrique António Galuzzi	Italiano	Ajudante de Infantaria com o exercício de engenheiro	Cartógrafo 1761: Capitão de Infantaria 1764: Sargento-mor
Manuel Fernandes Gotz	Alemão	Ajudante Capitão de Infantaria	1767: Sargento-mor
João Angelo Brunelli	Bolonhês	————	Doutor em Matemática Em 1765 foi nomeado professor de Matemática do Colégio dos Nobres Traduziu os *Elementos* de Euclides para uso dos alunos do colégio
Ignacio Samartoni (Ignác Szentmártonyi)	Húngaro	————	Astrónomo (?)
José António Landi	Bolonhês	————	Formação em Arquitetura Desenhador, naturalista, arquiteto
Domingos Sambucetti	Genovês	Ajudante de Infantaria com o exercício de engenheiro	Nomeado posteriormente 1756: Sargento-mor engenheiro Arquiteto militar
Daniel Paink	Alemão	Cirurgião	————

Anexo 2

Participantes nas demarcações do Tratado de Madrid (*Partidas* do sul)

Nome	Naturalidade	Patente	Observações
Miguel Ângelo de Blasco	Genovês	Coronel	Promovido em 1763 a Marechal de Campo com o exercício de Engenheiro Promovido em 1769 a Engenheiro-Mor do Reino
João Bartolomeu Havelle	Suíço	Capitão	————
Carlos Inácio Reverend	Alemão	Capitão	————
José Rollen Vandreck	Holandês	Capitão-Tenente	Dispensado das atividades demarcadoras por não mostrar conhecimentos e prática julgados necessários
José Maria Cavagna	Italiano	Ajudante	Dispensado das atividades demarcadoras por não mostrar conhecimentos e prática julgados necessários
João Bento Pithon	Francês	Ajudante	Promovido em 1758 a Capitão Engenheiro
Adam Wentzel Hestcko	Alemão	Tenente	Provavelmente dispensado das atividades demarcadoras

Inácio Hatton	Alemão	Tenente	Provavelmente dispensado das atividades demarcadoras
Guilherme de Bazines	Suíço	Adjunto	Dispensado das atividades demarcadoras por não mostrar conhecimentos e prática julgados necessários
P.ᵉ Bartolomeu de Panigai	Veneziano	Astrónomo	Jesuíta, dispensado pelo facto de desenvolver pouco trabalho
P.ᵉ Bartolomeu Pinceti	Genovês	Astrónomo	Jesuíta, dispensado pelo facto de desenvolver pouco trabalho
P.ᵉ Estevão Bramieri	Placência	Astrónomo	Jesuíta, dispensado pelo facto de desenvolver pouco trabalho
Miguel António de Ciera	Pádua	Astrónomo	Prefeito dos Estudos do Colégio dos Nobres Papel ativo na reforma pombalina da Universidade de Coimbra, nomeadamente na reforma do ensino da Matemática e da Medicina Professor de Astronomia na Universidade de Coimbra

Carlos Francisco Ponzoni	Milão	Desenhador	Inicialmente estava destinado para as demarcações no norte do Brasil. Professor de desenho do Colégio dos Nobres
José Pogliani	Piemonte	Cirurgião	————

Anexo 3

Bibliografia destinada aos trabalhos demarcadores da comissão do norte

Autor	**Título da obra**	**Edição**
Eustachio Zanotti	*Ephemerides Motuum Coelestium Ex Anno MDCCLI in Annum MDCCLXI. Ad meridianum Bononiae Supputatae*	Bolonha, 1750
Jorge Juan y Santacilia e Antonio de Ulloa	*Relacion Historica del Viage a la America Meridional hecho de orden de S. Mag. para medir algunos grados de meridiano [...]*, 4 tomos	Antonio Marin, Madrid, 1748
Jorge Juan y Santacilia e Antonio de Ulloa	*Observaciones Astronomicas, y Phisicas, hechas de orden de S. M. en los Reynos del Peru [...] de las quales se deduce la figura y magnitude de la Tierra, y se aplica á la Navegacion*	Publicada por Juan de Zuñiga, Madrid, 1748
Christian Wolff	*Cours de Mathématique, qui contient toutes les parties de cette science, mises a la portée des commençans* [?], 3 tomos	Chez Charles-Antoine Jombert, Paris, 1747 (edição traduzida para o francês)

Jacques Ozanam	*Cours de Mathematique, qui comprend toutes les parties de cette Science les plus utiles & les plus Nécessaires à un Homme de Guerre & à tous ceus qui veulent se perfectionner dans les Mathématiques*	Chez Claude Jombert, Paris, 1720
Charles Marie de la Condamine	*Rélation Abrégée d'un Voyage fait dans l'intérieur de l'Amérique Méridionale [...]* ou *Journal du Voyage fait par ordre du Roi à l'Équateur, servant d'introduction historique de la mesure des trois premiers Degrés du Méridien* e *Extracto del Diario de Observaciones hechas en el Viage de la Provincia de Quito al Pará, por el Rio de las Amazonas, y del Pará a Cayana, Surinam y Amsterdam*	Veuve Pissot, Paris, 1745 Paris, 1751 Amesterdão, 1745
Jean-Jacques Cassini (Cassini II)	*Elemens d'Astronomie*	Imprimerie Royale, Paris, 1740
Nicolas Bion	*Traité de la Construction et des principaux usages des instruments mathématiques*	Paris, quatro edições datadas de 1703, 1715, 1725 e 1752
Willem Jacob 's Gravesande	*Physices Elementa Mathematica, experimentis confirmata, sive introductio ad Philosophiam Newtonianam*, 2 tomos	Leyde, 1720–1721. Reedições em 1725 e 1742
Claude François Milliet Dechales	*Cursus seu Mundus Mathematicus*, 3 volumes	Lyon, 1674. (2.ª edição de 1690)

Pierre Bouguer	*La Figure de la Terre*	Chez Charles-Antoine Jombert, Paris, 1749
Pd.e Deidier	*Elemens generaux des Principales Parties des Mathématiques, necessaires a l'Artillerie et au génie*, 2 tomos	Chez Charles-Antoine Jombert, Paris, 1745
Edme Mariotte	*Oeuvres de M. Mariotte, de l'Academie Royale des Sciences* [...], 2 volumes	Leyde, 1717 (2.ª edição, Haia, 1740)
Colin Maclaurin	*Traité des Fluxions* [...], 2 tomos (Tradução francesa de *Treatise of Fluxions*, 2 tomos, publicado em 1745)	Chez Charles-Antoine Jombert, Paris, 1749
Colin Maclaurin	*Exposition des Découvertes Philosophiques de M. le Chevalier Newton* [...] (Tradução francesa de *Account of Sir Isaac Newton's Philosophical Discoveries*, publicada em Londres, 1748)	Chez Charles-Antoine Jombert, Paris, 1749 e 1753
Pierre-Louis Moreau de Maupertius	*Astronomie Nautique: ou Élémens d'Astronomie, tant pour un Observatoire fixe, que pour un Observatoire móbile*	Paris, 1743 e 1751
Aléxis-Claude Clairaut	*Theorie de la Figure de la Terre, tirée des Principes de l'Hydrostatique*	Chez Durand, Paris, 1743
Patrick Gordon	*Grammaire Geographique, ou Analise Exacte et Courte du Corps Entier de la Geographie Moderne — Comprenant sous une Méthode Singulière et Nouvelle* (Tradução francesa da 16.ª edição inglesa)	Paris, 1748

Nicolao Gian-Priamo	*Specula Parthenopae a Uranophilis Juvenibus Excitata, Duplici Constructione Ordineque disposita, seu Astronomicae Pro Motibus […]*, 2 volumes	Nápoles, 1748–1749
Isaac Newton	*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, 2 volumes (A tradução inglesa *The Mathematical Principles of Natural Philosophy*, data de 1729)	Londres, 1687–1688 (1.ª edição)
Petrus van Musschenbroek	*Essai de Physique par Mr. Pierre van Musschenbroeck […] avec une description de nouvelles sortes de Machines Pneumatiques, et un Recueil d'Éxpériences*, 2 tomos (tradução do holandês)	Leyden, 1751

Anexo 4

Bibliografia utilizada nos trabalhos demarcadores da comissão do sul

Autor	Título da obra	Edição
Eustachio Zanotti	*Ephemerides Motuum Coelestium Ex Anno MDCCLIin Annum MDCCLXI. Ad meridianum Bononiae Supputatae*	Bolonha, 1750
Jorge Juan y Santacilia e Antonio de Ulloa	*Relacion Historica del Viage a la America Meridional hecho de orden de S. Mag. para medir algunos grados de meridiano […]*, 4 tomos	Antonio Marin, Madrid, 1748

Jorge Juan y Santacilia e Antonio de Ulloa	*Observaciones Astronomicas, y Phisicas, hechas de orden de S. M. en los Reynos del Peru [...] de las quales se deduce la figura y magnitude de la Tierra, y se aplica á la Navegacion*	Publicada por Juan de Zuñiga, Madrid, 1748
Christian Wolff	*Cours de Mathématique, qui contient toutes les parties de cette science, mises a la portée des commençans* [?], 3 tomos	Chez Charles-Antoine Jombert, Paris, 1747 (edição traduzida para o francês)
Jacques Ozanam	*Methode de lever les plans et les cartes de terre et de mer, avec touts sortes d'instruments, et sans instruments* [?]	Paris, 1693 (existe uma edição de 1750, Paris, Chez Charles-Antoine Jombert)
Charles Marie de la Condamine	*Rélation Abrégée d'un Voyage fait dans l'intérieur de l'Amérique Méridionale [...]* ou *Journal du Voyage fait par ordre du Roi à l'Équateur, servant d'introduction historique de la mesure des trois premiers Degrés du Méridien*	Veuve Pissot, Paris, 1745 Paris, 1751
Jean-Jacques Cassini (Cassini II)	*Tables Astronomiques du Soleil, de la Lune, des Planètes, des étoiles fixes et des satélites de Júpiter et de Saturne, avec l'explication & usage de ces mêmes tables*	Paris, 1740
Nicolas Bion	*Traité de la Construction et des principaux usages des instruments mathématiques* [?]	Paris, quatro edições datadas de 1703,1715, 1725 e 1752
James Bradley	Tabelas Astronómicas dos quatro satélites de Júpiter	1719 [?]

Edmond Halley	*Tabulae astronomicae accedunt de usu tabularum praecepta* [...]	Londres, 1749
Nicolas Louis de Lacaille	*Ephemerides des Mouvemens Celestes* (possivelmente o tomo 4)	Paris, 1745
Manuel de Azevedo Fortes	*Tratado do modo o mais facil, e o mais exacto de fazer as Cartas Geographicas, assim da Terra, como do Mar [...]*	Oficina de Pascoal da Silva, Lisboa, 1722
Manuel de Azevedo Fortes	*O engenheiro Portuguez: dividido em dous tratados*	Oficina de Manuel Fernandes da Costa, Lisboa, 1728–1729
José Fernandes Pinto Alpoim	*Exame de Bombeiros que compreende dez tratados [...]*	Oficina de Francisco Martinezabad, Madrid, 1748

Outras comunicações

Revisores científicos dos artigos de autores portugueses:
António Costa Canas, João Caramalho Domingues, Luis Saraiva

Revisores científicos dos artigos de autores brasileiros:
Comissão Científica no Brasil (v. vol. I, pág. xi)

Os pontos imaginários nas obras de Poncelet, Chasles e Laguerre

Jansley Alves Chaves, Gerard E. Grimberg
UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro
chavesrizo@gmail.com
gerard.emile@terra.com.br

Resumo: O objetivo deste trabalho é o estudo do desenvolvimento da noção de ponto imaginário por três autores, Poncelet, Chasles e Laguerre. Esta noção aparece, em 1820 no *Essai sur les propriétés projectives des figures* de Poncelet. Com efeito, além de definir os pontos ao infinito que formam a reta do infinito, considere que todos os círculos do plano se encontram em dois pontos, os chamados pontos imaginários. Esta noção é vista por Poncelet como uma das consequências do princípio de projeção e do princípio de continuidade. Mas Poncelet considera inadequada, ou pelo menos não importante, a interpretação destes pontos imaginários em termos de solução de equação algébrica. A concepção de Chasles é diferente. Este Geômetra propunha na *Géométrie supérieure* [Chasles 1852], uma interpretação algébrica destes pontos imaginários, interpretação que ele utiliza constantemente ao decorrer da sua obra. Laguerre em três breves artigos, publicados em 1853, utiliza a concepção de Chasles para definir o ângulo de duas retas D e D' de ponto comum O. Sendo P e Q, os pontos imaginários, o ângulo das retas D, D' tem por valor o quociente do logaritmo da dupla razão dessas duas retas com as retas OP e OQ por $2i$. Laguerre irá voltar a discutir esta expressão que, aliás, foi redescoberta por Klein [1871], pois esta noção de ponto ao infinito é intimamente ligada a noção de cônica absoluta definida por Cayley e será a pedra fundamental da construção por Klein de todas as geometrias a partir da geometria projetiva.

Abstract: The goal of this work is the development study the notion of the imaginary point by three autors, Poncelet, Chasles and Laguerre. This notion first comes to light, in 1820 on *Essai sur les propriétés projectives des figures* by Poncelet. In summary, besides the given definition of the points at infinity that hammer out a line at infinity, consider that all of the plan circles intersect each other at two points, knowned as imaginary points. This notion is known by Poncelet as one of the consequences of the projection principle and continuity principle. But Poncelet considers inadequate, or at least not importante in terms of algebric equations solution. The Chasles conception is different. This geometrician proposes at *Géométrie supérieure* [Chasles 1852], an algebric interpretation of these imaginary points, interpretation that he betakes constantly during his work. Laguerre in three breafs articles, published in 1853, use

the conception of Chasles in order to define the angles between two lines D and D' with commom point O. If P and Q are the imaginary points, the angle between the lines D and D' is the quocient of the logarithm of the duble reason of these two lines with the lines OP and OQ by $2i$. Laguerre will return to discuss this expression that was redescovered by Kein [1871], because this notion of point at infinity is deeply conected to absoluted conical notion defined by Cayley and will be essencial piece of the contruction by Klein of all the geometries from the projective geometry.

1 Introdução

Um dos aspectos espetaculares da elaboração da geometria projectiva na primeira metade do século XIX, com Poncelet e Chasles é o surgimento dos pontos ao infinito e imaginários ao infinito. As obras de Poncelet [1822] e Chasles [1837, 1852] se desenvolvem sem geometria analítica, quanto ao assunto deste trabalho. Com efeito, a geometria projetiva analítica foi elaborada em uma outra perspectiva por Möbius e Plücker por volta de 1830, com a introdução das coordenadas homogêneas. Com este tipo de coordenadas chega-se a uma representação analítica não apenas dos pontos de uma figura traçada na geometria tradicional herdeira de Euclides, mas também dos pontos ao infinito, reais ou imaginários em termos de coordenadas, o que simples coordenadas cartesianas não nos permite. Na obra de Poncelet e na maior parte dos tratados de Chasles, não há coordenadas. Nas figuras apresentadas não se consegue visualizar os pontos ao infinito. Levanta-se assim à questão de como esses pontos sugiram. Se a resposta é clara para a reta dos pontos ao infinito, pois é a reta dos pontos de encontro das paralelas vista sob uma perspectiva central, há no entanto, no caso dos pontos imaginários ao infinito, de recorrer a diferentes tipos de argumentação.

Tentamos, neste breve artigo, descrever os diferentes tipos de argumentação a respeito da existência de tais pontos imaginários na geometria francesa da primeira metade do século XIX. Veremos, numa primeira parte, como esses pontos aparecem no tratado de Poncelet e o emprego que ele considera para resolver algumas questões ligadas a família de círculos e de cônicas. Em um segundo momento, analisaremos como Chasles articula esses conceitos na sua obra, e enfim, veremos as reflexões que entrega o jovem Laguerre em seus artigos [Laguerre, 1852, 1853a, 1853b], ainda então aluno da École Polytechnique, que levam a uma concepção projetiva da noção de ângulo.

2 Poncelet

Segundo Poncelet dois princípios permitem estudar as propriedades projetivas das figuras. O primeiro é o princípio de projeção que evidencia as propriedades que restam invariantes por perspectiva, quer as propriedades de incidência de retas, quer de curvas, em particular as cônicas. O segundo, aliás intimamente ligado ao primeiro, é o chamado princípio de continuidade. Este consiste em abranger de uma só vez todas as transformações que sofrem as figuras quando o ponto de perspectiva varia.

Vemos o primeiro problema onde surge os pontos imaginários, no início do tratado de Poncelet [1822, p. 45]. Poncelet considera a figura 1 abaixo.

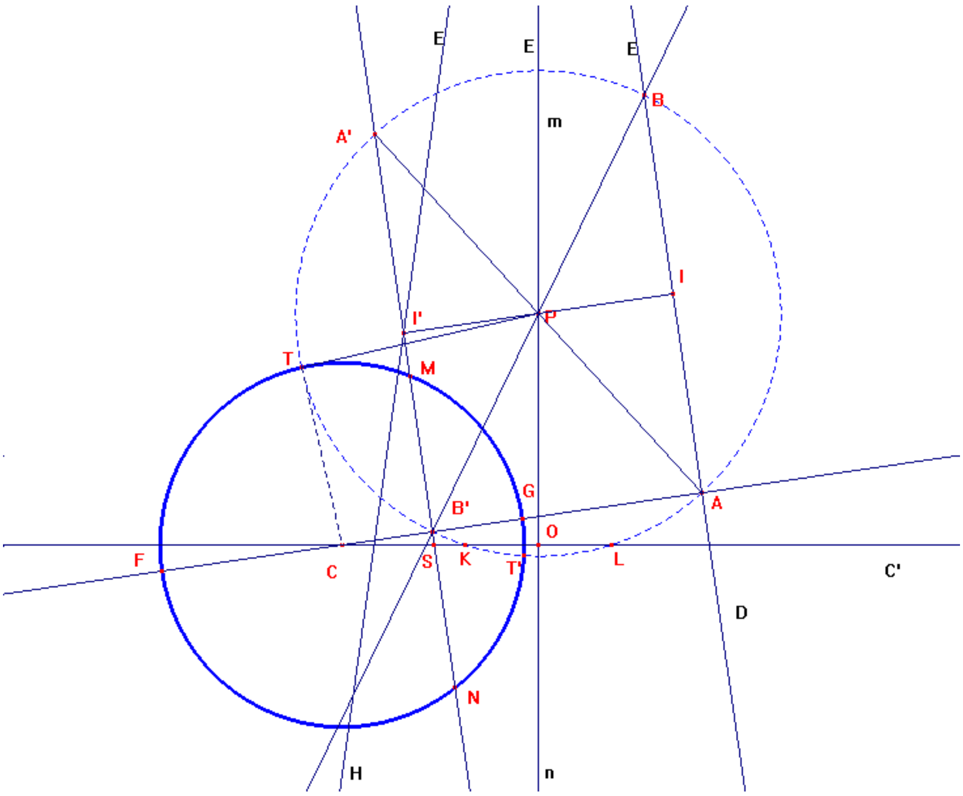


Figura 1: os círculos concêntricos de centro P são ortogonais à família dos círculos de centro C e C'

Ao abordar pontos imaginários ele apresenta um sequência de círculos sobre o mesmo plano e uma reta mn perpendicular à reta que passa pelos centros. Se sobre esta reta as tangentes à sequência de círculos de um mesmo ponto são iguais, então ela será denominada eixo radical[1], ideal quando os círculos são disjuntos e real quando, ao contrário, possuem pontos comuns.

Sobre um feixe C de pares de círculos concêntricos de centros situados sobre a reta CC', e simétricos em relação a reta mn que é o seu eixo radical, considera-se um ponto A do plano, fora da reta CC' e a família P dos círculos ortogonais aos círculos de CC'. O centro P desses círculos está na reta mn, e intersectam CC' em dois pontos K e L simétricos em relação a mn. Mas observa Poncelet:

> Quando a reta mn é uma secante comum aos círculos da sequência CC' os pontos limites K e L tornam-se imaginários [2][...]; Mas, como a curva existe sempre, resulta do princípio de continuidade que deverá ser ainda uma seção cônica, com a reta CC' por secante ideal comum a todos os círculos P. [...]. [Poncelet, 1822, p. 45, art. 84, tradução nossa]

Mesmo que os pontos K e L não aparecem no diagrama, quando se tornam imaginários, esses pontos tem sua existência garantida pelas relações que envolvem esses pontos, como por exemplo, a igualdade de potência em relação a um círculo $SA' \cdot SB' = SK \cdot SL$ onde A' é o recíproco (diametralmente oposto) de A e B' é o recíproco (diametralmente oposto) de B. Considerando uma reta qualquer no plano passando por A e intersectando o círculo P em B. A reta $A'B'$ é paralela à reta AB e intersecta a reta CC' em S. Logo, $SA' \cdot SB' = SK \cdot SL$ o que garante a existência dos pontos K e L sendo a reta CC' corda real ou corda ideal ao círculo P. Relação que indica que todos os pontos A' e B' estão sobre uma cônica, pois a curva passa também por K e L.

Outro exemplo onde aparece a noção de ponto imaginário é o caso de uma família de elipses semelhantes e concêntricas e de suas hipérboles suplementares.

> Quando duas ou um número qualquer de elipses são semelhantes no plano, existe uma infinidade de hipérboles suplementares a essas curvas, relativamente à direções dadas qualquer, cujos os diâmetros de contato são paralelas e concorrem no infinito. [...] portanto as elipses propostas tém uma secante ideal ao infinito, ou em outros termos, elas têm dois pontos imaginários ao infinito. [Poncelet 1822, p. 47].

[1]Louis Gaultier (Gaultier de Tours), inserido no XVI caderno do *journal* da École Polytechnique.

[2]*Traité des Propriétés Projectives des Figures*, 1822, art. 76

Poncelet insiste sobre a importância desses pontos imaginários que permitem estender o teorema de Bézout ao caso da intersecção de dois círculos. Dois pontos de interseção de círculos são sempre pontos imaginários ao infinito enquanto os dois outros podem ser reais ou imaginários finitos. Poncelet justifica a consideração desses pontos imaginários pelo princípio de continuidade. Fazendo variar dois círculos numa figura, os círculos se intersectam, mas se afastando, acabam sendo tangentes e após, disjuntos sem pontos aparentes de interseção. Daí a necessidade de se supor pontos imaginários finitos e infinitos. Desta forma parece mais fácil justificar a existência matemática desses pontos por via de equação algébrica, pois dois círculos tem equações de grau 2 e a interseção contém no máximo quatro pontos, contando a multiplicidade. Poncelet reconhece este fato numa nota no final da seção I, do *Traité de Propriétés Projectives* de 1822: "Dupin já considerou esses pontos imaginários dando deles uma justificativa pela análise algébrica".

> Na verdade este cientista apoia-se sobre considerações oferecidas pela análise algébrica para justificar essa extensão do caso real ao caso imaginário, mas resta que a análise tem uma singular propriedade de tratar os seres de não existência como seres absolutos; e se essa ideia vem apenas pelo fato que se admite o princípio de continuidade, não há razão alguma de não admitir nas pesquisas geométricas de mesma natureza o próprio princípio de uma maneira inteiramente direta e sem recorrer de forma alguma à análise algébrica. [Poncelet, 1822, p. 73, tradução nossa].

Poncelet se recusa a qualquer justificativa dos princípios por via algébrica. No *Applications D'Analyse et de Géométrie* de 1864, publicação dos cadernos de notas que datam do período entre seu retorno à Paris em 1814 e a edição do tratado em 1822, entrega a sua posição de maneira radical:

> Os sinais $\sqrt{-1}$ e -1 considerados de maneira isolada e abstração feita dos seus atributos implícitos ou explícitos, tem uma origem puramente algébrica, convencional e analógica; não poderiam ser derivados a priori de consideração geométrica pura alguma. (...) é impossível de admitir as interpretações gráficas, propostas a diversas épocas, para esses sinais, em particular, que o símbolo $\sqrt{-1}$ é o sinal algorítmico da perpendicularidade. Uma palavra só, como eu tenho dito, essas interpretações devem apenas ser consideradas como o resultado de analogias enganosas, embora sedutoras, relativas à expressão analítica das cordas ou das duplas ordenadas imaginárias das cônicas. [Poncelet, 1864, p. 592, tradução nossa].

3 Chasles

No primeiro livro que ele escreve em 1837, Chasles retoma as teses de Poncelet. Com efeito, Chasles admite que o princípio de continuidade permite definir o conceito de ponto imaginário, por exemplo, no caso das intersecções de círculos e observa que esses pontos não podem aparecer sobre a figura:

> se uma expressão dada pelo cálculo, para determinar um ponto em uma reta, é imaginário, este ponto será ele mesmo imaginário e se cometeria um erro grave construindo este ponto como se a sua expressão fosse real. [Chasles, 1837, p. 369, tradução nossa].

Chasles introduz com o princípio de continuidade a noção de foco imaginário de uma cônica, observando que a tangente e a normal em um ponto de uma cônica encontra cada eixo da cônica em dois pontos que são conjugados harmônicos em relação à dois pontos fixos. Sobre um eixo apresenta os focos reais, sobre o outro eixo esses pontos fixos são imaginários. Assim uma cônica tem quatro focos, dois reais e dois imaginários.

Mas, no prefácio à *Géométrie Supérieure*, Chasles [1852, p. XXVI] defende outras justificativas, e mostra como introduzir, os imaginários tomando o exemplo da expressão analítica do que ele chama uma divisão homográfica (trata-se da expressão analítica de uma homografia). Constatando que tal homografia tem sempre duas raízes reais, imaginárias ou dupla, ele observa que caso sejam imaginárias, o ponto médio das duas raízes e o produto são reais, ou seja, dois pontos são determinados simultaneamente sobre uma reta quando nós conhecemos seus pontos médios e o produto de suas distâncias a uma origem comum colocada sobre a mesma reta. Fica claro que temos um sistema de grau dois e portanto suas raízes serão ou reais ou imaginárias. Desenvolvendo estas considerações Chasles [1852, p. 55] considerando dois pontos a e a' e um ponto M, sobre uma reta, e se α é o ponto médio, e $Ma \cdot Ma' = v$, o seu produto, temos a igualdade $Ma \cdot Ma' = (M\alpha)^2 - (\alpha a)^2 = v$ o que dá para as duas expressões $\alpha a = \pm\sqrt{(M\alpha)^2 - v}$. Chasles afirma que se a quantidade $(M\alpha)^2 - v$ for negativa os pontos serão ditos imaginários. Esses pontos existem apesar de não aparecer na reta. A prova da existência é que o produto e a soma existem e são números reais.

Assim o método de Chasles é um misto de considerações sintéticas junto à considerações algébricas. Os dois pontos imaginários podem estar a uma distância finita ou infinita. Porém, mesmo estando ao infinito os pontos recebem um tratamento algébrico, pois o produto de suas distâncias a um ponto fixo e seu ponto médio são reais. Para justificar o uso de um ou outro método, admite que todos os recursos podem ser úteis. Percebemos o quanto Chasles diferencia-se de Poncelet quanto ao tratamento dado aos pontos imaginários. Contudo, o emprego de métodos algébricos não é a finalidade e Chasles instaura uma certa escala de valores no que diz respeito a natureza da justificativa.

> O que este método tem de mais útil aqui é que ele permite introduzir na teoria dos círculos a noção de pontos imaginários, que parecia exigir o emprego da geometria analítica. Retira-se uma grande dificuldade que entravava a marcha da geometria pura. [Chasles, 1852, p. 422, tradução nossa].

Mesmo que Chasles utilize considerações algébricas, acredita que a geometria pura tem que se libertar de tais considerações.

A ideia de associar a cada ângulo uma razão anarmônica vem de Chasles. Com efeito, Chasles [1852, p. 424–425] considera dois pontos fixos P e P' e um ponto m variável sobre um círculo. As retas mP e mP' encontram a reta do infinito em a e a'; chama-se I e J os pontos imaginários ao infinito do círculo, podemos assim associar a cada ângulo PmP' uma razão anarmônica ma, ma', mI e mJ; Assim cada ângulo é associado a uma razão, mas Chasles não vê nesta propriedade uma maneira de definir a medida de um ângulo a partir dessa razão. Isto será visto em Laguerre.

4 Laguerre

Em 1852 e 1853, Laguerre publica três pequenos artigos onde os pontos imaginários ao infinito desempenham um papel essencial. No primeiro artigo, Laguerre considera uma equação de uma cônica de foco (α, β) sob a forma seguinte $(x-\alpha)^2+(y-\beta)=X^2$, onde X é uma função linear de x e y e transforma esta equação em

$$[(x-\alpha)+\sqrt{-1}(y-\beta)][(x-\alpha)-\sqrt{-1}(y-\beta)] = X^2$$

Constata então que as duas retas de equação

$$[(x-\alpha)+\sqrt{-1}(y-\beta)] = 0$$

e

$$[(x-\alpha)-\sqrt{-1}(y-\beta)] = 0$$

são tangentes à cônica. Assim podemos determinar os quatro focos da cônica a partir da própria equação.

O que é interessante observar é que o fato das equações envolverem grandezas imaginárias não incomodava Laguerre e parece ser uma prática clássica já nesta época. Destas equações das tangentes, Laguerre tira algumas consequências para famílias de cônicas confocais e depois insiste:

> A consideração dos focos imaginários pode muitas vezes ser útil; citarei apenas um exemplo. Consideremos uma cônica e duas tangentes à esta cônica; juntamos os pontos de intersecção das duas tangentes aos quatro focos; os três pares de retas assim obtidos terão uma bissetriz comum, formarão portanto, um feixe em involução. [Laguerre, 1852, p. 290–292, tradução nossa].

No primeiro artigo de 1853, Laguerre retoma os resultados do artigo anterior sendo mais preciso com algumas propriedades. Depois, ele considera de novo as duas retas imaginárias de equação $[(x-\alpha)+\sqrt{-1}(y-\beta)]=0$ e $[(x-\alpha)-\sqrt{-1}(y-\beta)]=0$, e junta a seguinte ideia:

> Se um ângulo constante gira em torno do ponto, os seus lados e as retas de equação $[(x-\alpha)+\sqrt{-1}(y-\beta)]=0$ e $[(x-\alpha)-\sqrt{-1}(y-\beta)]=0$ formam em cada posição do ângulo constante um feixe cuja razão anarmônica é constante. Se o ângulo é reto, o feixe é harmônico. [Laguerre, 1853a, p. 60, tradução nossa].

Assim para Laguerre, a todo ângulo, corresponde uma razão harmônica determinada. Mas haveria dois obstáculos para interpretar esta correspondência como a medida do ângulo. O primeiro seria determinar a razão anarmônica de uma maneira projetiva, ou seja, independentemente da noção de métrica. O segundo obstáculo seria encontrar a relação entre a medida do ângulo na geometria euclidiana e esta razão anarmônica.

Esta relação não é longe de ser definida no segundo artigo de Laguerre [1853b].

> Problema. Um sistema qualquer de ângulos A, B, C, etc., situados no plano sendo relacionados pela equação $F(A,B,C,\ldots)=0$, encontra a relação entre os ângulos correspondentes A', B', C', etc., quando se transforma a figura homograficamente. [Laguerre, 1853b, p. 57–66, tradução nossa].

Laguerre considera uma homografia que envia os ângulos A, B, C, etc. aos ângulos, A', B', C', etc. Sejam os pontos imaginários ao infinito definido por Laguerre como sendo os pontos situados na reta do infinito e sobre as retas de equação $y=xi$ e $y=-xi$. Ele define P e Q como as imagens pela homografia desses pontos ao infinito, e denota por a a razão anarmônica do feixe definido pelos lados do ângulo A', e as retas, $A'P$, e $A'Q$, assim como por b,

c, as razões respectivas dos ângulos B' e C'. Então a relação procurada será $F\left(\frac{\log a}{2\sqrt{-1}}, \frac{\log b}{2\sqrt{-1}}, \frac{\log c}{2\sqrt{-1}} \cdots\right)$.

Mas Laguerre não explica que $\frac{\log a}{2\sqrt{-1}}$ pode servir de medida do ângulo A, pois a é também a razão anarmônica do feixe definido pelos lados do ângulo A e AI e AJ onde I e J são os pontos imaginários ao infinito.

Mas a expressão de Laguerre é tão próxima de uma definição projetiva da medida do ângulo que Klein terá o cuidado de ressaltar que não conhecia os artigos de Laguerre quando deu a definição das diferentes métricas a partir do logaritmo da razão anarmônica.

5 Conclusão

Vemos através de Poncelet, Chasles e Laguerre que a noção de ponto imaginário ao infinito sofre algumas transformações. A introdução de considerações algébricas não impede Chasles de ficar na perspectiva de Poncelet que consiste em uma geometria autônoma libertada da álgebra e da análise. Mas o que podemos observar nos artigos do jovem Laguerre, discípulo quase direto de Chasles, é a convicção de que considerações analíticas não prejudicam a geometria, muito pelo contrário, pois elas conduzem à novos resultados e esclarecem as propriedades e as noções, em particular, a noção de pontos imaginários ao infinito. Este período da primeira metade do século XIX na França mostra o quanto os geomêtras franceses não foram muito receptivos, num primeiro tempo, quanto aos trabalhos de Möbius e Plücker que introduziram, a partir do fim da década de 1820, as coordenadas homogêneas que é talvez a ferramenta mais potente para descrever a natureza geométrica dos pontos imaginários ao infinito. Mais tarde, quando da publicação das obras completas de Poncelet (1862–1866), poderemos verificar que os seus colaboradores nesta empreitada, Moutard e Mannheim, farão uso das coordenadas homogêneas para provar muitos dos resultados da geometria projetiva apresentada por Poncelet de forma sintética. Aliás, é muito interessante, pois Poncelet permite aos seus colaboradores a inserção das coordenadas homogêneas, mas deixa claro sua insenção sobre esta inserção.

Referências

CHASLES, M. *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en Géométrie, particuliérement de celles qui se rapportent a la géométrie moderne*. 1.ª ed. Bruxelles: Hayez Imprimeur de l'Académie Royale, 1837.

CHASLES, M. *Traité de Géométrie supérieure*. 1.ª ed. Gauthiers Villars, 1852.

GAULTIER, L. Mémoire sur les moyens généraux de construire graphiquement les cercles déterminées par trois conditions, et les sphéres déterminés par quatre conditions. *Journal de l'École Polytechnique*. Paris, 1813.

KLEIN, F. Über die F. Klein,"Über die sogenannte nichteuklidische Geometrie", *Mathematische Annalen*, 4 (1871), p. 573–625. *Gesammelte Mathematische Abhandlungen*, vol. 1, Springer, Berlin 1921, p. 254–305.

LAGUERRE-WERLY, E. Note sur la théorie des foyers, *Nouvelles annales de mathématiques*, 1re série, tome 11 (1852), p. 290–292.

LAGUERRE-WERLY, E. Note sur la théorie des foyers, *Nouvelles annales de mathématiques*, 1re série, tome 12 (1853a), p. 57–66.

LAGUERRE-VERLY, E., SACCHI JOSEPH, Note sur les foyers, *Nouvelles annales de mathématiques*, 1re série, tome 12 (1853b), p. 225–226.

NABONNAND, P. *Contributions à l'historie de la géométrie projective au 19e siècle*. Nancy, janeiro 2008.

PONCELET, J. V. *Essai sur les propriétés projectives des sections coniques*. Paris, 1820.

PONCELET, J.V. *Traité des Propriétés Projectives des Figures*. Paris, 1822.

A classificação das geometrias: um diálogo entre os textos de Arthur Cayley e de Félix Klein

Leandro Silva Dias, *Gerard Emile Grimberg*
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática
leandrosilvadias123@hotmail.com
gerard.emile@terra.com.br

Resumo: O objetivo deste trabalho é mostrar a interação entre Cayley e Klein na elaboração das geometrias métricas a partir da geometria projetiva na segunda parte do século XIX. Félix Klein afirma que, em seus desenvolvimentos acerca das geometrias não euclidianas, teve direta influência do trabalho de Arthur Cayley: *A Sixth Memoir upon Quantics* (1859). Nesta memória, Cayley chega ao seu principal resultado: *"Metrical geometry is thus a part of descriptive geometry, and descriptive geometry is all geometry"*. Klein destaca a importância do *Sixth Memoir Upon quantics* em seus textos acerca das geometrias não euclidianas, e que ele percebe que o método de Cayley podia ser expandido para as geometrias não euclidianas. Ao analisar esta relação entre os desenvolvimentos de Klein e Cayley, pretende-se trazer maior claridade sobre esta relação entre os trabalhos destes matemáticos, e a gênese de modelos da geometria não euclidiana.

Abstract: The objective of this work is to show the interaction between Cayley and Klein in the development of metric geometries from the projective geometry in the second half of the nineteenth century. Felix Klein states that, in its developments about the non-Euclidean geometries, had direct influence of the work of Arthur Cayley: A Sixth Memoir upon Quantics (1859). In this memory, Cayley reaches its main result, "Metrical geometry is thus a part of descriptive geometry, and descriptive geometry is all geometry". Klein emphasizes the importance of the sixth memory on quantics in his writings about the non-Euclidean geometries, and he realizes that the Cayley method could be expanded to non-Euclidean geometries. By analyzing the relationship between the development of Klein and Cayley, is intended to bring greater clarity about the relationship between the work of these mathematicians, and the genesis of models of non-Euclidean geometry.

1 Introdução

Na historiografia, a referência a ideia de deduzir as geometrias euclidiana, hiperbólica e esférica a partir da geometria projetiva aparece pela primeira vez no famoso *A sixth Memoir upon Quantics*, Cayley (1859), mas a reconstrução da idéia e a elaboração completa seria devida a obra de Félix Klein, sobre as geometrias não euclidianas (1871–1873) e o seu Programa de Erlangen (1872).

Assim, a obra "fundamental" sobre o assunto seria de Klein, pois Cayley teria apenas esboçado um esquema. Há mesmo um historiador Rosenfeld (1988, p. 236) que afirma que Cayley não teria entendido a geometria hiperbólica de Lobachevsky e, por esse, motivo não teria estendido os resultados do *Sixth Memoir* (1859) ao caso da geometria hiperbólica. Tal afirmação é significativa e nos levou a reler e revisitar o texto de Cayley.

O que também faz questão nesta maneira de considerar a história do problema é que não se investiga as reações de Klein a leitura de Cayley, nem tampouco se Cayley leu os textos de Klein e se respondeu a eles.

O objeto deste artigo consiste em uma releitura do *Sixth Memoir* num primeiro tempo, e num segundo destacar o que muda na visão do problema por Klein. Num terceiro tempo, analisaremos um texto de Cayley de 1872 que permite dar uma luz nova sobre as próprias concepções de Cayley.

2 A noção de distância presente no *Sixth Memoir upon Quantics*

As primeiras memórias vislumbravam elaborar uma teoria dos *quantics*, em particular das formas binárias e ternárias (polinômios homogêneos do segundo grau em duas ou três variáveis). Nestes há certa visão geométrica dos objetos algébricos por via das coordenadas homogêneas, que acompanhava o trabalho algébrico da Teoria dos Invariantes. No *Sixth Memoir* o objetivo de Cayley marca uma ruptura. Pretende utilizar a noção de invariante para definir a partir da geometria projetiva a noção de distância. Conforme consta na introdução a esta memória: "Um objetivo principal desta memória é a criação, em princípios puramente descritivos, da noção de distância." (CAYLEY, 1859, p. 561, tradução nossa[1])

Ele pretende retomar os aspectos geométricos apresentados já nos primeiros parágrafos da Primeira Memória (1854). Cayley faz alusões geométricas a

[1]A chief object of the present memoir is the establishment, upon purely descriptive principles, of the notion of distance.

Teoria dos Invariantes desde a Primeira Memória, e seus artigos fazem parte de uma "rede de textos" que possuem o desenvolvimento da álgebra de polinômios homogêneos munida de visão geométrica (Dias e Grimberg, 2015).

No *Sixth Memoir*, ele apresenta a geometria de uma dimensão, que seria o caso da reta projetiva, em que se utiliza de *quantics* binários e o caso da geometria de duas dimensões, o plano projetivo, no qual trabalha com *quantics* ternários. Cayley desenvolve a noção de distância para os dois casos. Pode-se dividir esta Memória em cinco partes[2]: introdução (parágrafos 147 e 148), *On Geometry of One Dimension* (do parágrafo 149 ao 168), *On Geometry of Two Dimensions* (do parágrafo 169 ao 208), *On the Theory of Distance* (do parágrafo 209 ao 229) e conclusão (parágrafo 230).

Para melhor precisar o que consideramos importante no texto de Cayley, analisaremos apenas a questão no caso das duas dimensões, ou seja, a definição das métricas no caso do plano projetivo.

A geometria de duas dimensões é apresentada como "a geometria de pontos e curvas num plano" (CAYLEY, 1859, p. 561, tradução nossa[3]).

Nesse estudo das relações entre pontos, curvas e planos, Cayley considera a hoje chamada de dualidade. Estas relações eram denominadas de "reciprocidade", onde ponto pode significar curva e curva um ponto. Cayley demonstra em sua introdução conhecer bem essas teorias e as usa para estabelecer bem o tratamento geométrico que pretende seguir.

Cayley apresenta o sistema de coordenadas utilizado por ele, conforme já havia feito, o que equivale à abordagem das atuais coordenadas homogêneas. Ele repete essa definição enfatizando a relação de igualdade das coordenadas quando são multiplicadas por um fator comum que identifica como razão entre as coordenadas. Ele afirma acerca deste fator comum: "[...] é apenas as razões das coordenadas, e não seus valores absolutos, pelos quais são determinados [...]" (CAYLEY, 1859, p. 562, tradução nossa[4]). E completa:

> [...] portanto, ao dizer que as coordenadas x, y, z são iguais a a, b, c, ou por escrito, $x, y, z = a, b, c$, queremos dizer apenas que

[2]As três partes: *On Geometry of One Dimension, On Geometry of Two Dimensions* e *On the Theory of Distance* são subtítulos utilizados por Cayley no corpo do texto do *Sixth Memoir*, o uso das outras duas partes (introdução e conclusão) tem a finalidade de esclarecer a organização desta memória, mas não são subtítulos do texto original.

[3][...] a geometry of points and lines in a plane.

[4][...] it is the ratios only of the coordinates, and not their absolute magnitudes, which are determinate [...].

> $x : y : z = a : b : c$, e nunca como resultado obter $x, y, z = a, b, c$, mas apenas $x:y:z = a:b:c$. (CAYLEY, 1859, p. 562, tradução nossa[5]).

Todas estas afirmações já constavam na Primeira Memória sobre *Quantics*, o que reforça o fato de Cayley sempre possuir em mente os aspectos geométricos por traz das operações algébricas dos *quantics*.

Pode-se destacar que, desde a Quinta Memória (1858), Cayley retoma a relação entre a Teoria dos Invariantes e geometria projetiva. Ou seja, a memória anterior já possuía boa parte do desenvolvimento presente no *Sixth Memoir*, salvo a noção de Absoluto e o estabelecimento de uma métrica que é original no *Sixth Memoir* (DIAS, 2013, p. 64).

2.1 A definição da noção de distância a partir da geometria projetiva

Desde a quinta memória, Cayley desenvolve vários aspectos que relaciona as teorias da involução e homografias com a teoria invariantes, relacionando assim pontos, retas e curvas. Vejamos algumas destas relações fundamentais para o estabelecimento do que ele chama de "Teoria da distancia".

O que Cayley faz é relacionar o fato de quando o invariante, ou covariante, é igual a zero a quantidade de raízes iguais de uma determinada *quantic* fica determinado. Para a quádrica, a condição única do discriminante[6] ser igual a zero nos garante que as raízes são iguais. No caso da cúbica, temos o caso de ter um par de raízes iguais e o caso chamado por Cayley de especial, em que as três raízes são iguais. Cayley já havia publicado um artigo, no *Philosophical Transactions*, *A Memoir on the Conditions for the Existence of Given Systems of Equalities among the Roots of an Equation* (1857), no qual relaciona a Teoria dos Invariantes com o estudo das possíveis relações entre as raízes de quárticas e quínticas.

Seus resultados mais importantes ocorrem quando o invariante, ou covariante, de duas ou mais *quantics* é igualado a zero. Uma relação importante é apresentada no parágrafo 153, relaciona duas quádricas:

> Em particular, para os dois pares de ponto representados pelas

[5][...] hence in saying that the coordinates x, y are equal to a, b, or in writing $x, y = a, b$, we mean only that $x : y = a : b$, and we never as a result obtain $x, y = a, b$, but only $x : y = a : b$.

[6]O discriminante é um invariante. As propriedades dele foram desde cedo elaboradas por Gauss e Boole.

> equações quadráticas
>
> $$(a, b, c \between x, y)^2 = 0,$$
> $$(a', b', c' \between x, y)^2 = 0,$$
>
> quando o invariante lineo-linear dá zero, isto é, se
>
> $$ac' - 2bb' + ca' = 0,$$
>
> obtemos a relação harmónica, — os dois pares de pontos são ditos ser harmonicamente relacionados entre si, ou os dois pontos de um par são ditos harmónicos com respeito aos dois pontos do outro par. A teoria analítica está totalmente desenvolvida na "Quinta Memória sobre Quantics". Os principais resultados, expressos sob a forma geométrica, são os seguintes:
>
> 1.º Se qualquer um dos pares e um ponto do outro par é dado, o ponto restante de tal outro par pode ser encontrado.
>
> 2.º Um par de ponto pode ser encontrado harmonicamente relacionado com quaisquer dois pares de pontos dados. (CAYLEY, 1859, p. 564, tradução nossa[7])

Cayley prossegue apresentando uma forma simples de determinar a involução no caso de três quádricas. Aparece o termo *syzygy*, que indica uma dependência linear. O termo foi utilizado para representar a relação linear entre invariantes e covariantes, concordando com o que diz Crilly (1988, p. 344). Assim, Cayley afirma:

> Os três pares de pontos, $U = 0$, $U' = 0$, $U'' = 0$, estarão em involução quando as quádricas U, U', U'' estão ligadas pela relação linear ou *syzygy* $\lambda U + \mu U' + \nu U'' = 0$. Esta propriedade, ou a relação
>
> $$\begin{vmatrix} a, & b, & c \\ a', & b', & c' \\ a'', & b'', & c'' \end{vmatrix} = 0$$

[7]In particular, for the two point-pairs represented by the quadric equations $(a, b, c \between x, y)^2 = 0$, $(a', b', c' \between x, y)^2 = 0$, if the lineo-linear invariant vanishes, that is, if $ac' - 2bb' + ca' = 0$, we have the harmonic relation,—the two point-pairs are said to be harmonically related to each other, or the two points of the one pair are said harmonics with respect to the two points of the other pair. The analytical theory is fully developed in the "Fifth Memoir upon Quantics". The chief results, stated under a geometrical form, are as follows:

1º. If either of the pairs and one point of the other pair are given, the remaining point of such other pair can be found.

2º. A point-pair can be found harmonically related to any two given point-pairs.

> a que dá origem, poderia ter sido muito bem adotada como definição da relação de involução, mas eu tenho no conjunto preferido para deduzir a teoria da involução da relação harmônica. A noção, no entanto, da relação linear ou *syzygy* de três ou mais sistemas de pontos dá origem a uma teoria mais geral de involução, mas este é um assunto que eu não vou tratar agora, e pode, todavia, ser notado que, se $U = 0$, $U' = 0$ forem dois sistemas de pontos da mesma ordem, então podemos encontrar um sistema de pontos $U'' = 0$, da mesma ordem, na involução com o dado sistema de pontos (isto é, satisfazendo a condição $\lambda U + \mu U' + \nu U" = 0$), e de tal forma que o sistema de pontos $U'' = 0$ é composto por um par de pontos coincidentes, o que é, obviamente, uma extensão da noção dos pontos autoconjugados de uma involução. (CAYLEY, 1859, p. 565, tradução nossa[8])

Ele retoma essas definições que foram apresentadas primeiramente na Quinta Memória, em que tratou das teorias da razão anarmônica e da homografia através das *quantics* binárias bipartidas (chama também de lineo--linear). Cayley aborda a questão com uma visão geométrica, relaciona as *quantics* utilizando coordenadas e vendo suas relações possíveis. Acerca disto, afirma:

> [...] isto pode ser ainda ilustrado geometricamente como segue: podemos imaginar dois espaços distintos de uma dimensão, ou curvas, sendo um deles o lugar de coordenadas (x, y), e o outro das coordenadas (X, Y), que são absolutamente independentes, e

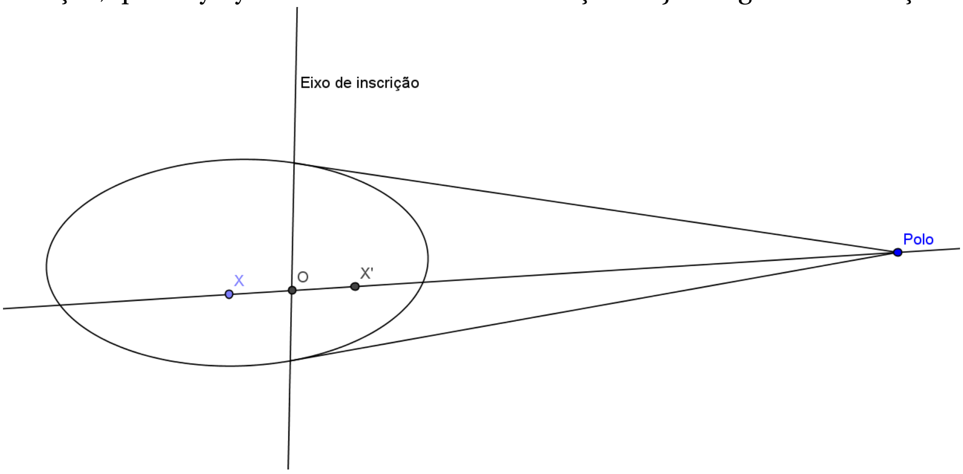
[8]The three point-pairs, $U = 0$, $U' = 0$, $U'' = 0$, will be in involution when the quadrics U, U', U'' are connected by the linear relation or syzygy $\lambda U + \mu U' + \nu U'' = 0$. This property, or the relation

$$\begin{vmatrix} a, & b, & c \\ a', & b', & c' \\ a'', & b'', & c'' \end{vmatrix} = 0$$

to which it gives rise, might have been very properly adopted as the definition of the relation of involution, but I have on the whole preferred to deduce the theory of involution from the harmonic relation. The notion, however, of the linear relation or syzygy of three or more point-systems gives rise to a much more general theory of involution, but this is a subject that I do not now enter upon; it may, however, be noticed, that if $U = 0$, $U' = 0$ be any two point-systems of the same order, then we may find a point-system $U'' = 0$ of the same order, in involution with the given point-systems (that is, satisfying the condition $\lambda U + \mu U' + \nu U'' = 0$), and such that the point-system $U'' = 0$ comprises a pair of coincident points; this is obviously an extension of the notion of the sibiconjugate points of an ordinary involution.

de maneira alguma relacionadas, das coordenadas do primeiro sistema mencionado. (CAYLEY, 1859, p. 565, tradução nossa[9])

Depois de ter determinado as equações de retas em coordenadas homogêneas, a dualidade, a questão de incidência de pontos e retas, Cayley leva em consideração uma quádrica e uma involução deixando invariante a cônica. Considerando o centro da involução, a polar deste ponto é o eixo fixo desta involução, que Cayley define como eixo de inscrição. Veja a seguinte ilustração:



Na figura acima, uma reta encontra o eixo em O e dois pontos x e x', logo a distancia, no sentido hiperbólico, é igual entre x e O e entre x' e O, pois os dois pontos são simétricos em relação a O. Cayley se utiliza deste fato para definir distancia dada uma cônica e a involução.

A equação do feixe de cônicas em involução é da forma seguinte. Considerando as quádricas U e V, temos o feixe :

$$(a, b, c, f, g, h \between x, y, z)^2 + \lambda(\xi' x + \eta' y + \varsigma' z)^2 = 0,$$

sendo $(\xi' x + \eta' y + \varsigma' z)^2 = 0$ a equação do eixo de inscrição.

E chega a equação sob a forma com o coseno:

$$(a, b, c, f, g, h \between x, y, z)^2 (a, b, c, f, g, h \between x', y', z')^2 \cos^2\theta \\ - \{(a, b, c, f, g, h \between x', y', z' \between x, y, z)\}^2 = 0$$

[9][...] this may be further illustrated geometrically as follows: we may imagine two distinct spaces of one dimension, or lines, one of them the locus in quo of the coordinates (x, y), and the other the locus in quo of the coordinates (X, Y), which are absolutely independent of, and are not in anywise related to, the coordinates of the first-mentioned system.

Para interpretar este cosseno precisamos ver que se λ é o parâmetro, então:

$$\cos^2\theta = \frac{\lambda \cdot P(U,V)}{\|U\|^2 \cdot \|V\|^2}.$$

Ora, Cayley evidenciou esta grandeza como um invariante na teoria das quádricas, na realidade o numerador e denominador são invariantes por uma involução que deixa invariante a quádrica e conserva também o produto simétrico associado. A involução na geometria hiperbólica desempenha o papel das reflexões no quadro euclidiano. Sobre a reta considerada na figura acima, os pontos x e x' são simétricos em relação ao ponto O.

Ora as transformações homográficas que conservam a quádrica são geradas pelas involuções.

Durante o processo, utiliza a seguinte abreviação:

$$\begin{gathered}(a, b, c, f, g, h \between x, y, z)^2 = 00,\\ (a, b, c, f, g, h \between x, y, z \between x', y', z') = 01 = 10,\\ (a, b, c, f, g, h \between x', y', z')^2 = 11,\end{gathered}$$

e demais combinações.

E demonstra que o arco cossenos, que pode ser encontrado a partir da expressão acima apresentada, obedece a lei fundamental da teoria da distancia:

$$\cos^{-1}\frac{01}{\sqrt{00}\sqrt{11}} + \cos^{-1}\frac{12}{\sqrt{11}\sqrt{22}} = \cos^{-1}\frac{02}{\sqrt{00}\sqrt{22}}.$$

2.2 A definição de "Absoluto" de Cayley

Na seção "*On the Theory of Distance*" Cayley inicia por apresentar sua definição de "Absoluto", é menos geral, como veremos. Cayley (1859, p. 583, tradução nossa[10]) afirma: "Imagine numa curva, ou lugar da série de pontos, um par de pontos que eu chamo o Absoluto". O Absoluto é utilizado como referência sobre a qual se pode estabelecer uma métrica projetiva e as relações entre retas e pontos do sistema.

Cayley inicia com uma abordagem para "geometria de uma dimensão", ou seja, a reta projetiva. Neste caso, o Absoluto é um par de pontos, e utilizando as relações de involução e razão harmônica ele chega à relação de distância. Então, para o absoluto $ax^2 + bxy + cy^2 = 0$, na notação de Cayley:

[10]Imagine in the line or locus in quo of the range of points, a point-pair, which I term the Absolute.

$(a, b, c \between x, y)^2 = 0$, ele encontra a seguinte relação de distância, dados os pontos (x, y) e (x', y'):

$$\cos^{-1} \frac{(a, b, c \between x, y \between x', y')}{\sqrt{(a, b, c \between x, y)^2}\sqrt{(a, b, c \between x', y')^2}}.$$

A expressão da distância pode ser representada igualmente através do arco seno:

$$\text{sen}^{-1} \frac{(ac - b^2)(xy' - x'y)}{\sqrt{(a, b, c \between x, y)^2}\sqrt{(a, b, c \between x', y')^2}}.$$

Ele demonstra a validade dessas relações de distância para com a propriedade fundamental para distância entre três pontos consecutivos:

$$\text{Dist.}\,(P, P') + \text{Dist.}\,(P', P'') = \text{Dist.}(P, P'').$$

Cayley demonstra que quando $\theta = 0$, sendo θ o arco que representa a distância, os dois pontos (x, y) e (x', y') serão pontos coincidentes. Basta verificar na segunda forma da expressão da distância que, como $\text{sen}\,\theta = 0$, então a expressão se reduz a $xy' - x'y = 0$ que representa pontos iguais.

Ele estabelece uma unidade de medida chamando-a *quadrant.* Para isso, Cayley toma $\theta = \frac{\pi}{2}$. Segue abaixo trecho no qual estabelece a medida:

> Quando temos
> $$(a, b, c \between x, y \between x', y') = 0,$$
> uma equação que expressa que os pontos (x, y) e (x', y') são harmônicos com respeito ao Absoluto. A distância entre dois pontos quaisquer harmônicos em relação ao Absoluto é, consequentemente, um *quadrant*, e estes pontos podem ser dito ser *quadrantal* uns aos outros. O *quadrant* é a unidade de distância. (CAYLEY, 1859, p. 585, tradução nossa[11])

Percebe-se que Cayley cuidadosamente cumpre todas as etapas para estabelecer uma métrica, utilizando-se da sua definição de Absoluto, bem como das propriedades das *quantics.*

[11]When , we have

$$(a, b, c \between x, y \between x', y') = 0,$$

an equation which expresses that the points (x, y) and (x, y) are harmonics with respect to the Absolute. The distance between any two points harmonics with respect to the Absolute is consequently a quadrant, and such points may be said to be quadrantal to each other. The quadrant is the unit of distance.

Mas a definição de Absoluto se torna mais geral quando Cayley a estabelece para a geometria de duas dimensões, ou seja, considerando o espaço do plano projetivo. Cayley (1859, p. 586, tradução nossa[12]) afirma: "Passando agora à geometria de duas dimensões, temos aqui que considerar certa cônica, que chamo o Absoluto". Pode-se observar que esta cônica é referência para qualquer relação métrica projetivamente formulada.

Cayley propõe o caso das modificações no Absoluto para a definição de distância na geometria esférica (CAYLEY, 1859, p. 591) e, em especial, para a geometria euclidiana. Ele afirma:

> Em geometria plana, o Absoluto degenera num par de pontos, isto é, os pontos de interseção da reta infinita com algum círculo, ou o que dá no mesmo, o Absoluto é os dois pontos circular ao infinito. (CAYLEY, 1859, p. 592, tradução nossa[13])

Deste resultado, ele chega à conclusão mais importante dessa memória: "*Metrical geometry is thus a part of descriptive geometry, and descriptive geometry is all geometry,* [...]" (CAYLEY, 1859, p. 592). "*Metrical geometry*" trata-se da geometria euclidiana e "*descriptive geometry*" da geometria projetiva, ou seja, Cayley conclui que a geometria mais elementar é a projetiva, o que quebrava o paradigma da geometria euclidiana ser a mais fundamental, de onde inclusive se fundamentava a geometria projetiva até então.

3 O artigo de 1871 de Félix Klein

Primeiro artigo onde Klein expõe suas considerações a cerca da classificação das geometrias não euclidianas, cujo título é *Über die sogenannte nichteuklidische Geometrie* (Sobre a chamada geometria não euclidiana), foi publicado no Mathematische Annalen de Göttingen, em 30 de agosto de 1871.

Este artigo possui três seções cujos títulos são: as diferentes teorias das paralelas, representação razoável dos três tipos de geometria pela determinação métrica geral de Cayley e independência entre a geometria projetiva e a teoria das paralelas — estabelecimento de três tipos de geometria métrica.

Na primeira parte do texto Klein faz uma introdução ao assunto discutindo sobre a importância das considerações de matemáticos como: Gauss, Lobachevsky, Bolyai, Riemann e Helmholtz. Ele usa o termo "diferentes teorias das

[12]Passing now to geometry of two dimensions, we have here to consider a certain conic, which I call the Absolute.

[13]In ordinary plane geometry, the Absolute degenerates into a pair of points, viz. the points of intersection of the line infinity with any evanescent circle, or what is the same thing, the Absolute is the two circular points at infinity.

paralelas", que se trata da substituição do XI axioma de Euclides (quinto postulado), conforme apresenta na primeira parte de seu texto. Klein encerra a seção apresentando três nomes das geometrias consideradas durante seu texto: hiperbólica, elíptica e parabólica.

Na segunda parte do seu artigo ele relaciona a representação dessas três geometrias pelo método da "métrica geral de Cayley". Klein afirma: "vou mostrar que essas representações não são apenas interpretações destas geometrias, mas elas expressam sua natureza interior e, portanto, levam à sua plena compreensão." (KLEIN, p. 345, 1871, tradução nossa[14]). Ou seja, o desenvolvimento de Klein objetivava não apenas exemplificar, ou classificar, estas geometrias, mas sim exprimir suas características mais fundamentais.

Quando Klein faz menção do trabalho de Cayley ele deixa claro, numa nota de rodapé, que leu o *Sixth Memoir* através da tradução de Fiedler das Seções Cônicas de Salmon, segunda edição de 1860. Comparando a versão original de Salmon com a versão de Fiedler pode-se observar que há diversos capítulos acrescentados na tradução alemã, incluindo uma tradução do *Sixth Memoir*.

Quanto a definição métrica apresentado em seu texto, ele substitui o termo "Absoluto" de Cayley por "superfície fundamental", que é uma superfície do segundo grau qualquer. A partir daí, Klein afirma que de dois pontos dados do espaço determinado pode-se ter uma reta que intersecta a superfície em dois outros pontos que estão a uma razão anarmônica em relação aos dois primeiros. Ele define a distância entre os pontos dados como sendo o logaritmo dessa razão anarmônica, multiplicada por uma constante arbitrária c (Klein, p. 346, 1871). Da mesma forma define o ângulo de dois planos se utilizando do logaritmo da razão anarmônica multiplicada por uma constante c'.

O método de Klein é diferente:

Para definir a métrica sobre a reta considera o grupo dos deslocamentos que deixam invariantes dois pontos que podem ser escolhidos como 0 e o ponto ao infinito. Neste caso a transformação se torna $z' = lz$ e a distancia entre z e z' deve estar da forma $c \cdot \log(z/z')$, onde z/z' é a dupla razão dos quatro pontos z, z', 0, infinito.

Com esta expressão Klein reencontra a relação de Cayley no caso da geometria elíptica. (ver Voelke, 2005 e Klein, 1871).

[14]Je montrerai que ces représentations ne sont pas seulement des interprétations de ces géométries, mais qu'elles expriment leur nature intime et conduisent par conséquent à leur pleine compréhension.

4 Nota explicativa sobre o *Sixth Memoir*

A coletânea dos trabalhos de Cayley possui treze volumes, dentre os quais, pode-se destacar os sete primeiros volumes que foram organizados por ele próprio, incluindo valiosas notas explicativas no final desses volumes. Cayley morre no dia 26 de janeiro de 1895, a partir do oitavo volume A. R. Forsyth assume a organização dos demais volumes, seguindo a organização proposta por Cayley.

Nesta nota dedicada o *Sixth Memoir* Cayley destaca os seguintes artigos para o desenvolvimento da "teoria da distancia", fundada por sua memória: primeiro, o artigo de Klein de 1871, segundo, um artigo próprio cujo título é: *On the Non-Euclidian Geometry* de 1872 e, terceiro, o artigo de 1873 de Klein.

Cayley apresenta a definição de Klein utilizando o logaritmo da razão anarmônica, que substitui o arco cosseno utilizado em seu *Sixth Memoir*. Apesar de aceitar o fato que a definição de Klein é coerente com a relação fundamental da distancia, Cayley coloca uma questão que demonstra que ele tem dificuldade em aceitar a idéia generalizada por Klein em relação à métrica adotada. Para Cayley poderia cair num problema cíclico que dificultaria o trabalho com a dupla razão independente da métrica adotada. Segundo Cayley, Klein indica a referência da página 132 de seu artigo que cita o trabalho de Staudt, *Geometrie der Lage*, que defende a independência da dupla razão de quatro pontos em relação a qualquer noção de distância.

Cayley encerra sua nota com a seguinte afirmação retirada de um artigo de R. S. Ball:

> Nessa teoria [Geometria Não Euclidiana] parece que tentamos substituir a nossa noção comum de distância entre dois pontos pelo logaritmo de uma determinada razão anarmônica. Mas essa relação em si envolve a noção de distância medida na forma ordinária. Como então podemos substituir a velha noção de distância pela noção não euclidiana, na medida em que a própria definição da última envolve a antiga? (CAYLEY, 1895, p. 606, tradução nossa[15])

Como a nota foi escrita num período bem posterior a do *Sixth Memoir*, pode-se concluir que Cayley não acreditava possível definir a dupla razão sem utilizar o conceito de distância, como era proposto no trabalho de Klein.

[15]In that theory [Non-Euclidian Geometry] it seems as if we try to replace our ordinary notion of distance between two points by the logarithm of a certain anharmonic ratio. But this ratio itself involves the notion of distance measured in the ordinary way. How then can we supersede the old notion of distance by the Non-Euclidian notion, inasmuch as the very definition of the latter involves the former?

Este fato também encontra-se destacada na biografia de Cayley, escrita por A. R. Forsyth, que foi acrescentada no início do oitavo volume das obras de Cayley. Segundo Forsyth (1889, p. xxxvi) Cayley utiliza a noção de distancia para definir a métrica adotada, logo a dupla razão não fica independente desta noção.

Mas Cayley pretende mostrar a generalidade do seu ponto de vista: Cayley, em seu artigo de 1872, mostra que a partir da escolha do absoluto no caso hiperbólico ele pode encontrar também uma fórmula para a distância completando assim a definição das três métricas sem utilizar a dupla razão.

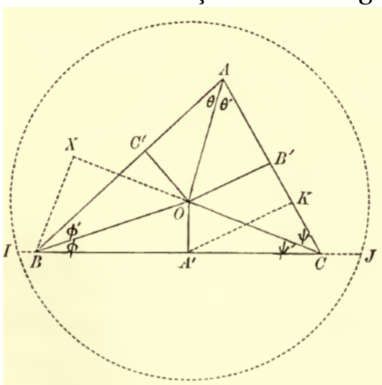
Klein defende a sua posição 1873: segundo uma memória de Von Staudt que chegou a uma definição da dupla razão sem recorrer à noção de distância.

O que ficou na historiografia é que a teoria de Klein envolve conceitos que vão se tornar básicos (*Erlangen Program*, 1872), mas a perspectiva de Cayley permitia definir as três geometrias com a projetiva.

5 O artigo On The Non-Euclidean Geometry de 1872

Este artigo é uma resposta ao desenvolvimento de Klein (1871), onde Cayley toma como absoluto uma cônica não degenerada, pois deseja trabalhar distancia no caso da geometria hiperbólica, e para isto toma o caso do absoluto ser um círculo.

Cayley fala de um sistema de medidas de distancia e ângulos, o que torna possível um trabalho trigonométrico para o caso da geometria hiperbólica. Abaixo a figura apresentada na introdução deste artigo:



Com isso, ele afirma que a distancia de qualquer ponto pode ser expresso através do seno de um ângulo.

Sem analisar os pormenores das detalhas demonstrações apresentadas por Cayley neste artigo, pode-se ver que ele chega as fórmulas da distancia, expressa pelo arco cosseno hiperbólico:

$$\cosh \overline{a} = \frac{\cos^2 q + \operatorname{sen}^2 r + a^2}{2\cos q \cdot \cos r},$$

sendo: a a distancia BC, sen q e sen r para a distancia OB e OC, e $BI \cdot BJ = \cos^2 q$ e $CI \cdot CJ = cos^2 r$.

Cayley desenvolveu neste artigo diversas fórmulas trigonométricas para este caso da geometria hiperbólica. Este artigo demonstra que Cayley entendia muito bem sobre a geometria apresentada por Lobachevsky, bem como desenvolve por seu método todo um tratamento para esta geometria. Ou seja, ele completa todo o desenvolvimento iniciado em seu *Sixth Memoir*, seguindo seu próprio método. Isto contradiz totalmente as afirmações históricas de que Cayley não compreendeu as geometrias não euclidianas, ou que apenas Klein desenvolveu os resultados do *Sixth Memoir* para tais geometrias.

6 Considerações finais

O *Sixth Memoir upon Quantics* de Cayley apresenta de forma clara a relação existente entre a teoria dos invariantes e as teorias da involução e homografia, com a clara finalidade de estabelecer uma “teoria das distancias” que envolveu as geometrias euclidianas, esférica e projetiva. Cayley encontra uma relação importante entre estas geometrias mostrando que a geometria projetiva é a mais elementar, fato inédito para o seu tempo.

Félix Klein percebe a importância das considerações de Cayley e inova com a noção de grupo de transformações, de onde pode fazer a classificação das geometrias euclidianas e não euclidianas a partir da geometria projetiva. Klein destaca a sua influência recebida do trabalho *Sixth Memoir* de Cayley.

Cayley responde aos desenvolvimentos de Klein em seu artigo de 1872, bem como em sua nota referente a *Sixth Memoir*, conforme apresentamos durante nosso artigo. Destacamos o fato de haver comunicação entre esses matemáticos acerca do tema, bem como divergências entre os métodos destes, pois Cayley critica o uso da dupla razão como apresentamos.

O artigo de 1872 de Cayley testemunha de sua familiaridade com o tema, bem como um método próprio de trabalhar o caso da geometria hiperbólica, o que desfaz uma falsa interpretação histórica que afirma que Cayley não havia entendido a geometria de Lobachevsky.

O que podemos apenas observar é que Cayley aborda as geometrias não euclidianas do ponto de visto dos invariantes enquanto Klein observa as propriedades das transformações do grupo que caracteriza cada geometria.

Referências

CAYLEY, A. A Sixth Memoir upon Quantics, 1859. In: CAYLEY, A. *The Collected Mathematical Papers of Arthur Cayley*. Cambridge: At The University Press, v. 2, 1889, p. 561–592.

______. On The non-euclidian geometry, 1872. In: CAYLEY, A. *The Collected Mathematical Papers of Arthur Cayley*. Cambridge: At The University Press, v. 8, 1889, p. 409–413.

CRILLY, T. The Decline of Cayley's Invariant Theory (1863–1895). *Historia Mathematica*, v. 15, p. 332–347, 1988.

DIAS, L. S. *Geometria e álgebra nas seis primeiras memórias de Cayley sobre* Quantics. 86 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática, Rio de Janeiro, 2013.

DIAS, L. S.; GRIMBERG, G. E. Álgebra e Geometria Projetiva Analítica na Inglaterra dos Anos 1841–1853. *Llull, Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, v. 38, n.º 81, 2015. (No prelo)

FORSYTH, A. R. Biographical Notice of Arthur Cayley, 1895. In: CAYLEY, A. *The Collected Mathematical Papers of Arthur Cayley*. Cambridge: At The University Press, v. 8, 1895, p. i–xliv.

KLEIN, F. Über die F. Klein, "Über die sogenannte nichteuklidische Geometrie", *Mathematische Annalen*, 4 (1871), p. 573–625, e *Mathematische Annalen*, 6 (1873), p. 112–145.

KLEIN, F. Sur la géométrie dite non euclidienne. *Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques*, tome 2, p. 341–351, 1871.

KLEIN, F. *Development of Mathematics in The 19th Century*. Tradução M. Ackerman. Massachusetts: Math Sci Press, 1979.

ROSENFELD, B. A. *A History of Non-Euclidean Geometry Evolution of The Concept of a Geometry Space*. New York: Springer-Verlag, 1988.

VOELKE, Jean-Daniel. *Renaissance de la géométrie non euclidienne entre 1860 et 1900*, Peter Lang SA, Editions scientifiques européenne, Bern 2005.

A distinção da loxodromia e da ortodromia nas obras de Pedro Nunes

Aline Mendes Penteado Farves
IFRJ/RJ – Brasil
aline.penteado@ifrj.edu.br

Resumo: Este estudo tem como principal objetivo apresentar uma interpretação acerca do conceito de linhas de rumo (loxodromia), que consiste em uma curva utilizada na navegação, cuja característica é interceptar todos os meridianos da esfera terrestre segundo um ângulo constante. Para isto, utilizamos as obras do matemático português, Pedro Nunes, que foi o primeiro de que temos conhecimento a tratar sobre este conceito. Também apresentamos uma análise das obras de Pedro Nunes que contém estudos sobre a linha de rumo e sua distinção de outra curva denominada ortodromia, que consiste em um círculo máximo na esfera.

Abstract: This study primary aim is to present a interpretation of the concept of rhumb line (loxodrome), a curved line used to navigate. It intersects the meridians of the Earth's sphere at the same angle. We use the works of a portuguese mathematician Pedro Nunes, the first one we know to discuss about this concept. Moreover, we present an analyze of the works of Pedro Nunes that contain studies about the rhumb line and its difference comparing to another curve named orthodromic, a great circle in the sphere.

1 Obras de Pedro Nunes

Pedro Nunes foi o primeiro, que se tem conhecimento, a distinguir dois tipos de trajetórias utilizadas na navegação. Ele trata sobre essas trajetórias em três obras de sua autoria. Neste artigo, essas trajetórias serão analisadas em duas dessas obras de Pedro Nunes, que são: *Tratado da Esfera: Tratado sobre certas Dúvidas de Navegação e Tratado em Defesa da Carta de Marear*, 1537 e *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar*, 1573;

O *Tratado da Esfera* foi sua primeira obra publicada e foi a única que Pedro Nunes escreveu em português, por isso não foi muito conhecida fora de Portugal. Pedro Nunes incluiu no início desta obra a tradução portuguesa de 3 obras importantes sobre astronomia: 1–Tradução portuguesa com anotações e comentários da obra *De Sphæra*, escrita no século XIII por Johannes de Sacrobosco (1195–1256)[1]; 2–Tradução portuguesa anotada dos capítulos iniciais da obra *Theorica Novae planetarum* de Georg Peurbach (1423–1461)[2]; 3–Tradução portuguesa com anotações do Livro primeiro da *Geografia* de Ptolomeu (?–168?)[3];

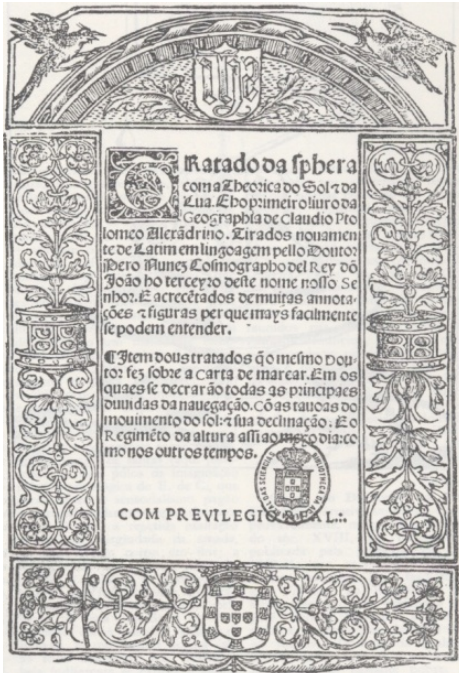


Figura 1: Capa da Obra *Tratado da Esfera* (1537)

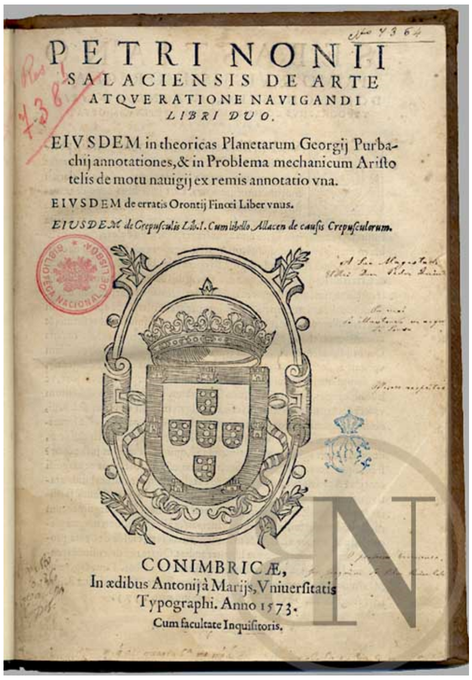


Figura 2: Capa da Obra *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar* (1573)

Em seguida ele apresenta dois tratados de sua autoria, os quais tratam sobre a loxodromia e a ortodromia:

I *Tratado que o doutor Pedro Nunes fez sobre certas dúvidas de navegação:* consiste basicamente nas respostas de Pedro Nunes às perguntas que o navegador Martim Afonso de Sousa fez ao regressar de uma longa viagem que havia feito ao Brasil em 1530.

[1]João de Sacrobosco era um frade inglês, nascido em Halifax em 1195. Estudou na Universidade de Oxford e lecionou na Universidade de Paris.

[2]Georg Peurbach foi astrônomo, matemático, professor da Universidade de Viena e teve como discípulo Regiomontanus.

[3]Claudio Ptolomeu era grego e ficou muito conhecido pelos seus trabalhos em matemática, astronomia e geografia. Sua obra mais conhecida é o *Almagesto*, em que adota o sistema geocêntrico.

II *Tratado que o doutor Pedro Nunes, cosmógrafo do Rei nosso senhor fez em defensam da carta de marear: com o regimento da altura*: é dedicado por Pedro Nunes ao Infante D. Luis e inclui uma diversidade de temas náuticos, como navegação por linhas de rumo e por círculo maior, representação nas cartas, regimento da altura pela Polar, determinação da latitude pela altura meridiana do Sol, entre outros.

Esta provavelmente não deve ter tido muita repercussão, pois haviam poucos que pudessem entender do que ela tratava e também não foi muito conhecida no estrangeiro por ter sido escrita em português. Mais tarde, Pedro Nunes corrigiu e ampliou os tratados presentes nessa obra e escreveu-os em latim, na obra intitulada *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar*.

Nesta, por sua vez, Pedro Nunes traz o conceito de loxodromia, traduzindo-os para o latim, fazendo algumas correções e acrescentando alguns conceitos.

A obra *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar* possui 3 edições, as quais possuem algumas diferenças. Utilizamos a segunda edição para a realização desta pesquisa.

A parte que o autor trata sobre a loxodromia é dividida em dois livros:

Liber I: Sobre dois problemas acerca da arte de navegar, de Pedro Nunes, de Alcácer do Sal: Consiste na tradução latina do tratado de náutica presente na obra *Tratado da Esfera* de 1537 (Tratado sobre certas dúvidas de navegação) com algumas modificações. Apesar das variações com relação a versão portuguesa, *Obras* (2008) considera uma tradução do texto português (cf. *Obras*, vol. IV, 2008, p. 539);

Liber II: Sobre as regras e os instrumentos para descobrir as aparências das coisas tanto marítimas como celestes, partindo das ciências matemáticas, de Pedro Nunes, de Alcácer do Sal. Diferentemente do livro I, que pode ser considerado uma tradução do português para o latim do Tratado de 1537, nesse livro II, ele apenas utilizou o Tratado como ponto de partida para as discussões, sendo muito mais extenso e algumas partes mais desenvolvidas. Alguns desses assuntos foram apenas apresentados no tratado de 1537 e neste livro ele traz demonstrações e detalhes que havia omitido. Também existem alguns assuntos que estavam presentes nos tratados e ele deixou de mencionar neste Livro II, como por exemplos algumas críticas aos pilotos e as referências a Portugal.

Por esses motivos, *Obras* (2008) afirma que o texto latino é "muito mais "internacional"" (*Obras*, vol. IV, 2008, p. 540). Isso também se deve ao fato dessa obra ter sido escrita em latim. Ainda conforme *Obras* (2008), este livro além de conter uma variedade de temas, também tem uma intenção crítica e corretiva (cf. *Obras*, vol. IV, 2008, p. 589), pois já nas principais considerações ele afirma que irá corrigir erros de muitos: pilotos, cartógrafos, mareantes e também de alguns intelectuais da época. É um longo trabalho, composto por 27 capítulos.

Pedro Nunes tinha a preocupação de sempre justificar matematicamente todos esses procedimentos, técnicas e instrumentos utilizados na navegação, de forma que a arte de navegar seja "a mais fundada em sciencias mathematicas", como ele mesmo diz. Ainda conforme *Obras* (2008) "isto é uma intenção completamente nova, que faz desta obra de Pedro Nunes um livro ímpar na náutica quinhentista, e fundador de uma nova disciplina científica" (*Obras*, vol. IV, 2008, p. 541), por isso a importância dessa obra.

2 O que consiste a loxodromia e a ortodromia?

A grande questão dos navegadores sempre foi qual rota deveriam seguir no mar. Como já dissemos, Pedro Nunes fez estudos sobre rotas e sobre várias questões da náutica em suas obras. Além disso, ele foi o primeiro a fazer estudos sobre a loxodromia e sobre a representação dessa curva nas cartas de marear.

Basicamente a loxodromia consiste em uma curva que corta todos os meridianos do globo terrestre conforme um mesmo ângulo. Esta curva foi uma ferramenta muito útil no século XVI nas navegações marítimas, pois a maneira mais natural de se navegar em alto mar é mantendo um ângulo constante com o norte da bússola. Como nessa época os navegadores possuíam poucos instrumentos de navegação, seguir uma trajetória sempre na mesma direção era mais seguro e, apenas com a bússola, eles podiam se orientar desta maneira cruzando todos os meridianos do globo terrestre com a mesma inclinação, chegando aos seus destinos. Navegando desta forma, a rota que o navio seguirá no mar será uma linha de rumo ou loxodromia.

Um dos pontos principais da teoria de Pedro Nunes é que ele distinguiu dois tipos de trajetórias: ortodromia (navegação por um círculo máximo, que não consiste em navegar por rumo constante) e loxodromia (navegação por rumo constante). No decorrer do texto será explicitada em maiores detalhes a diferença entre esses dois tipos de rotas.

As terminologias loxodromia e ortodromia não foram utilizadas por Pedro Nunes em suas obras, apesar de se referirem aos dois tipos de trajetórias distinguidos por este autor. Essa terminologia passou por grandes transformações desde as expressões utilizadas por Pedro Nunes até os termos atuais. Em *Obras* (2008) vemos que "foi um processo demorado e complexo que, do português e latim, passou ao holandês, depois ao grego, seguidamente ao latim, para regressar de novo aos vernáculos, nomeadamente ao português." (*Obras*, vol. IV, 2008, p. 571).

Para referir-se a loxodromia Pedro Nunes empregou diversas expressões como rodeios, certa maneira de linhas curvas, linha curva e irregular, linha curva que não é círculo, rumos, obliquidades e rodeios, sinuoso e oblíquo e linhas orbiculares, entre outros.

Já os termos que ele utilizou para designar a ortodromia, referem-se ao caminho reto e direto: círculo grande, círculos maiores, direito e contínuo.

Por todas essas expressões utilizadas para designar a loxodromia e a ortodromia, verificamos que a primeira determina a ideia de que a navegação por este modo é caracterizada por uma curva na esfera, em contrapartida com a ortodromia que determina uma ideia de reta na esfera, que seria um círculo máximo. Veremos posteriormente, que um dos motivos que levou Pedro Nunes a escrever dessa maneira é que a loxodromia implica em um caminho mais longo do que a ortodromia, por isso, ele designa loxodromia por curva, irregular, sinuoso, oblíquo, rodeio, curvilínea em oposição a ortodromia por reto, direito, circular e contínuo, que é o caminho mais curto.

Neste artigo, utilizamos as palavras loxodromia e linhas de rumo para designar essa curva, mas está esclarecido que este não era o termo utilizado por Pedro Nunes.

3 Loxodromia X Ortodromia

3.1 Tratado sobre certas Dúvidas de Navegação X Livro I: Sobre dois problemas acerca da arte de navegar

Apenas para simplificação da escrita, denominaremos por versão latina o Livro I da obra *Sobre a Arte e a Ciência de Navegar* e por versão portuguesa o Tratado sobre certas Dúvidas de Navegação da obra *Tratado da Esfera*.

Observando os dois títulos, percebemos que Pedro Nunes irá tratar sobre algumas dúvidas/problemas referentes à navegação. No início de ambos os textos encontramos o motivo que o levou a estudar a loxodromia: as perguntas do navegador Martim Afonso de Sousa, quando ele regressou de uma viagem ao Brasil em 1530–32.

Nesses textos Pedro Nunes tenta solucionar dois problemas de navegação que este navegador havia lhe proposto na volta de sua viagem. Às questões de Martim Afonso de Sousa, Pedro Nunes deu uma resposta elaborada, que consistiu na produção do tratado na versão portuguesa e posteriormente sua tradução para o latim.

Em ambos os textos ele expõe o motivo pelo qual ele escreveu o livro:

> "No Ano da Salvação de 1530, por ordem do nosso invictíssimo rei, o ilustre varão Martim Afonso de Sousa navegou com uma esquadra na direcção do ocaso invernal do Sol, em demanda do Rio da Prata. Regressando a Portugal no terceiro ano da sua navegação, referiu-me o grande cuidado e diligência com que tratara de saber a posição dos lugares, tendo-se deparado com algumas coisas que lhe tinham causado admiração. A primeira era que, nos dias do equinócio, tinha observado o Sol no nascente e no ocaso, vendo que nascia a Leste e se punha a Oeste. Perguntou-me, e quis que eu lhe explicasse, por que razão, sempre que navegamos mantendo a rota Leste, seguimos ao longo de um mesmo paralelo, sem nunca conseguirmos chegar ao círculo equinocial, para o qual sempre apontáramos a proa."(NUNES, 2008, p. 268)

Conforme o texto, Pedro Nunes diz que irá esclarecer duas dúvidas de Martim Afonso de Sousa (cf. ALBUQUERQUE, 1987):

1. Por que motivo, estando o sol na equinocial[4], ele verificara que lhe nascia em leste e se lhe punha no mesmo dia em oeste?

2. Qual a razão porque, governando a leste ou oeste, navegavam em uma altura sempre sem nunca poder chegar à equinocial onde levamos a proa juntamente com o leste da agulha;

A segunda dúvida é a que está intimamente ligada ao conceito de loxodromia.

Na Figura 3, os pontos representados correspondem a:

- M: a posição que o navegador Martim Afonso de Sousa se encontrava (tomamos o ponto M entre a linha do equador e o trópico de Capricórnio para coincidir com o ponto que o navegador iniciou sua viagem, que era o Brasil, mais precisamente o Rio da Prata);

- N: o pólo Norte terrestre;

[4]**Equinocial:** é o nome que Pedro Nunes utiliza para citar a linha do Equador e sua definição para equinocial é: "É a equinocial um círculo que parte a esfera em duas partes iguais e por todas suas partes igualmente se aparta de ambos os pólos. Chama-se equinocial, porque quando o sol passa por ele, que é duas vezes no ano, no princípio de Áries e de Libra, são os dias e as noites iguais em toda a terra. E por isto se chama também igualador do dia e noite, porque faz que o dia artificial seja igual a noite." (*Obras*, vol. I, 2002, p. 14).

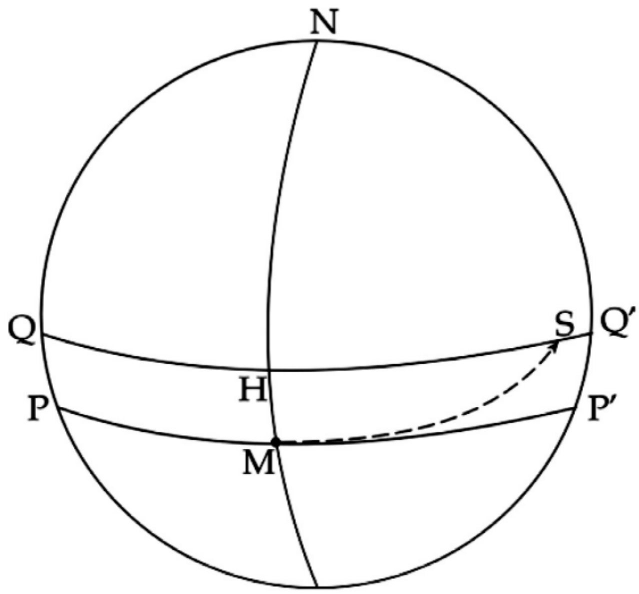


Figura 3: Explicação da dúvida de Martim Afonso de Sousa

- QHQ': a linha do equador;
- PMP': o paralelo que passa pelo ponto M;
- S: o ponto onde nasce o Sol num dia de equinócio (nos dias de equinócio, que é o caso da dúvida de Martim Afonso de Sousa, o sol nasce exatamente a leste e se põe exatamente a oeste em todos os pontos da Terra. Assim, nesses dias, o azimute do Sol ao nascer é exatamente igual a 90°. Observando a Figura 3, o ponto S é a posição do Sol ao nascer no Equador, vista do ponto M);
- NHM: meridiano do lugar do observador;
- MS: é um arco de um círculo máximo (para quem está no ponto M, esta observação está associada ao plano que contém a vertical de M (eixo que passa pelo ponto M e pelo centro da esfera terrestre) e o Sol, S. Este plano corta a esfera terrestre por um círculo máximo, sendo MS um arco e esse plano é perpendicular à MN, que é o meridiano de M);

O círculo máximo formado pelo arco MS, que é perpendicular ao meridiano de lugar é chamado vertical primário, e irá interceptar a equinocial em dois pontos, que são denominados orto e ocaso equinociais ou ocidente e oriente equinociais. Na Figura 3, o ponto S representa o orto ou oriente equinocial.

Martim Afonso de Sousa ao regressar do Brasil, a partir do ponto M resolveu tomar e conservar um rumo leste (V = 90°), ou seja, apontando para o ponto S para sair do Brasil e chegar a Lisboa. Assim, ele acreditava que navegaria pelo círculo máximo que passa por M e S e que em algum momento da viagem iria interceptar o Equador. Entretanto, isto não ocorreu e ele verificou que, em vez de se aproximar do Equador, seguia no paralelo do ponto de saída. Aqui cabe mencionar que pela nossa intuição a ideia de Martim Afonso de Sousa estaria correta.

Quando ele chegou a Lisboa expôs suas dúvidas a Pedro Nunes, que fez algumas explicações sobre este problema, que possuíam os primeiros estudos do conceito de loxodromia.

Pedro Nunes explicou que se um navio partisse de M apontando a leste, com rumo constante, iria percorrer o paralelo PP' e não o círculo máximo, de arco MS, e dessa forma, nunca interceptaria a equinocial:

> "Desta forma a proa do navio está sempre dirigida para o orto equinocial — o qual está afastado do zênite noventa graus — sem nunca o poder alcançar, mantendo-se contudo ao longo do mesmo paralelo, coisa que parece digna de espanto." (*Obras*, vol. IV, 2008, p. 271)

Ele também explicou que para sempre manter V = 90° (ou um outro rumo qualquer) era preciso fazer alguns acertos, porque a agulha magnética faz pequenos desvios sucessivos para ambos os lados e o piloto precisa corrigir o leme durante todo o percurso. Além disso, existem perturbações exteriores como ventos e correntes que desviam o navio do rumo tomado no momento da partida.

Se tivéssemos uma situação ideal com a ausência de perturbações exteriores, mantendo o leme do navio imóvel e alinhado com o eixo longitudinal do navio[5], teríamos que o navio se deslocaria ao longo de um círculo máximo (ou seja, uma geodésica[6] da esfera). Nessa situação idealizada o navio se deslocaria ao longo da menor distância entre dois pontos quaisquer da esfera, que é um círculo máximo (cf. *Obras*, vol. IV, 2008, p. 594).

Os pilotos nessa época procuravam sempre manter um ângulo constante durante os trajetos. Sabemos disto pelos próprios textos de Pedro Nunes, que

[5] Linha proa-popa do navio;

[6] "A menor curva ligando dois pontos em uma superfície regular é uma geodésica neste espaço." (CAMARGO, 2009, p. 18). Camargo (2009), em sua dissertação de mestrado ainda demonstra que o menor caminho entre dois pontos em uma esfera S é um arco de um círculo máximo;

afirma que: “ir por uma mesma rota, sem fazer mudança e isso os navegantes sempre fazem” (*Obras*, vol. I, 2002, p. 114). Além disso, sabemos que nessa época ainda não existiam muitos instrumentos de navegação, por isso, era mais seguro navegar mantendo sempre ângulo constante com o norte da bússola, que era um dos instrumentos de que eles dispunham. Entretanto, eles acreditavam que navegando desta maneira eles percorriam um círculo máximo na esfera.

Explicando de outra maneira, podemos dizer que os pilotos, assim como Martin Afonso de Sousa, acreditavam que navegando com rumo constante eles sairiam de um ponto qualquer da esfera, navegariam ao longo de um círculo máximo e assim, em algum momento regressariam para o mesmo lugar de partida, ou seja, dariam a volta ao mundo.

Essa ideia dos pilotos vai de encontro com nossa intuição, mas Pedro Nunes, em seus textos, mostrou que eles não estavam pensando corretamente: “como se dirigem sempre para a mesma parte do mundo, mantendo uma direcção constante, de forma alguma podem seguir por caminhos direitos”, sendo que “seguir por caminhos direitos” significa navegar por círculos máximos.

O principal da teoria de Pedro Nunes é a distinção entre dois tipos de trajetórias: por círculo máximo (ortodromia) e por linhas de rumo (loxodromia), sendo que esta distinção causou grande impacto na navegação e também na cartografia.

Pedro Nunes afirma que a navegação por um círculo máximo (ortodromia) consiste em fazer diferentes ângulos com os meridianos ao longo do trajeto, com exceção da equinocial:

> “o novo meridiano não faz ângulos iguais com o vertical do ponto de partida, mas sim ângulos diferentes (...) Ora, sempre que o círculo máximo ao longo do qual seguimos não é a equinocial, o ângulo externo é diferente do ângulo interno: umas vezes maior, outras vezes menor, conforme é boreal ou austral a designação das partes do orbe em que nos encontramos e para onde nos dirigimos, seguindo pelos mesmo círculos máximos.” (*Obras*, vol. IV, 2008, p. 270)

Essa ideia de Pedro Nunes foi muito rejeitada pelos pilotos daquele tempo, pois, como dissemos, eles sempre procuravam seguir uma rota que mantivesse ângulo constante com todos os meridianos e acreditavam que dessa maneira estavam navegando ao longo de um círculo máximo.

Pedro Nunes foi o primeiro (de que temos conhecimento) a afirmar que navegar com rumo constante não consiste no mesmo que navegar ao longo de um círculo máximo e distinguiu esses dois tipos de trajetórias:

> "Mas o melhor seria, para claro conhecimento do registro dos lugares, navegar por arte, na qual há dois modos, o primeiro é ir por uma mesma rota sem fazer mudança. (...) O segundo modo seria ir por círculos maiores fazendo sempre aquela diferença." (*Obras*, vol. I, 2002, p. 114)

Ou seja, existe um modo no qual não se faz mudança do ângulo de rumo (loxodromia ou linhas de rumo) e outro modo, no qual é necessário mudar constantemente o ângulo de rumo, que é a trajetória por círculo máximo (ortodromia).

Sobre a navegação ao longo de um círculo máximo, Pedro Nunes expõe sua desvantagem e sua vantagem. Sua desvantagem implica que os navegadores devem fazer mudanças no rumo durante toda a viagem:

> "Mas quem por ele for saiba que tem de mudar de rumo, não apenas uma vez, mas muito amiúde, devido à mudança dos ângulos de posição, resultante dos sucessivos meridianos que se atravessam. A investigação deste assunto é assaz subtil, e consiste em determinar quanto crescem ou decrescem estes ângulos ao longo do trajecto. Quem assim avançar seguirá a direito." (*Obras*, vol. IV, 2008, p. 276)

Já a vantagem implica que é o menor caminho entre dois pontos quaisquer da esfera terrestre: "o caminho ao longo do círculo máximo tem a vantagem de ser o mais breve e curto para os viajantes." (*Obras*, vol. IV, 2008, p. 276).

Com relação a navegação por linhas de rumo, a desvantagem é que implica em um caminho mais longo:

> "(...) e quanto ao comprimento do caminho, andam muito mais do que eles acham, (...), porque vão fazendo grandes rodeios e quando, sem altura por estimação do caminho que tem andado, querem fazer seu ponto, lançam em linha direita o que tem andando por rodeios, e os lugares ficam mais longe do que são (...)." (*Obras*, vol. I, 2002, p. 113 e 114)

Por esse motivo, ele critica os pilotos por navegarem com rumo constante, pois sabe que implica em um caminho mais longo.

Além disso, ele também expõe os casos de exceções com relação à rota por círculo máximo: os meridianos e a linha do Equador, nos quais não é preciso mudar sempre o ângulo de rota para percorrer um círculo máximo. Também podemos concluir, que navegando na linha do Equador ou nos meridianos a loxodromia e a ortodromia coincidem.

Com relação aos paralelos, ele afirma que se quisermos nos deslocar de um ponto a outro, devemos também ir por um círculo máximo e não por um círculo menor, pois "o arco desse círculo máximo, compreendido entre esses dois lugares, é menor do que o arco do paralelo compreendido entre os mesmos, como se pode concluir, de modo necessário e evidente, a partir dos princípios geométricos" (*Obras*, vol. IV, 2008, p. 276)

Como os navegadores procuravam manter um ângulo constante durante o trajeto, Pedro Nunes afirma que Martim Afonso de Sousa havia percorrido um paralelo e assim, ao mesmo tempo em que navegavam por círculos máximos, percorria-se o paralelo, pois não é possível manter um ângulo sempre constante.

A justificativa que ele dá por parecer que sempre navegamos ao longo do paralelo é que o desvio em relação ao círculo máximo é praticamente imperceptível, pelo fato da variação dos ângulos ser pequena:

> "Quanto ao facto de parecer que nos encontramos sempre no mesmo paralelo, creio que a causa disto está em que estes círculos verticais, através dos quais seguimos, cortam os meridianos em ângulos rectos, nos pontos em que tocam o paralelo. Por conseguinte, nos pontos vizinhos, o desvio em relação a este [paralelo] é muito pequeno, pois o vertical corta quase perpendicularmente os meridianos próximos de um mesmo ponto de contacto". (*Obras*, vol. IV, 2008, p. 273)

Como veremos posteriormente, nas outras obras Pedro Nunes irá trabalhar com a ideia de que pequenos trechos de círculo máximo percorridos nessas circunstâncias acima serão componentes elementares para a construção das linhas de rumo (cf. *Obras*, vol. IV, 2008, p. 598).

Depois de apresentar a diferença entre essas duas trajetórias, nas duas versões ele apresenta a seguinte figura:

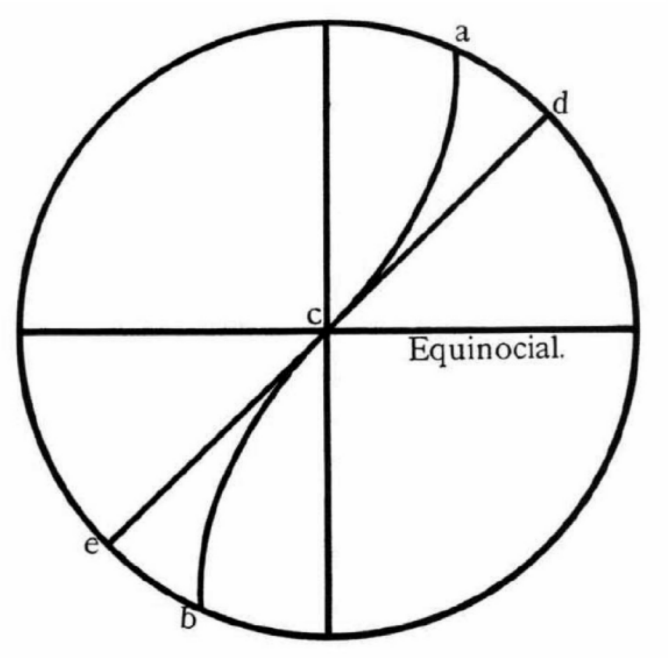


Figura 4: Representação da navegação por círculo máximo e por linha de rumo

> "O rumo de Nordeste–Sudoeste, que imaginam ter seguido, é, nesta figura, a linha dce, mas percorrem acb, que não é recta nem circular. Qualquer pessoa que ponderar e considerar estas coisas facilmente compreenderá como, dos erros e das falsas relações dos mareantes, se pode deduzir a verdade mesmo sem visitar os ditos lugares." (*Obras*, vol. IV, 2008, p. 277)

Nesta figura estão representadas a linha de rumo de 45° e o círculo máximo correspondente passando por um ponto da equinocial. Pedro Nunes afirma que o caminho que os navegadores acreditavam que navegavam mantendo um rumo constante era a linha dce (círculo máximo), entretanto, na realidade, o caminho percorrido por eles era a linha acb (linha de rumo) e os critica por isso.

Obras, volume IV (2008) afirma que esta figura tem grande importância por ser uma das primeiras tentativas de representação de uma curva loxodrômica.

Apesar da navegação ao longo do círculo máximo ser o menor caminho, o problema que se levanta é que os pilotos precisam mudar o rumo constantemente e isso nem sempre é viável.

Outro assunto abordado por Pedro Nunes nesses tratados é sobre as cartas de marear e os globos, que foi mais discutido por ele no Tratado em defesa da carta de marear.

Devido a confusão dos pilotos de acharem que navegar com rumo constante implica em navegar por círculo máximo, Pedro Nunes adverte que isso leve-os a cometer muito erros nas cartas: "(...) alongam a distância para além do destino, porque projectam em linha recta aquilo que por natureza é sinuoso e oblíquo" (*Obras*, vol. IV, 2008, p. 277).

Essa distinção entre as duas trajetórias não era e não é tão simples de se perceber. Pela nossa intuição, acreditamos que navegar ao longo de um círculo máximo corresponde a navegar por rumo constante. Entretanto isso não é verdade e não é tão simples de se imaginar como Pedro Nunes propõe: "e quem esta minha imaginação bem olhar, entenderá que do erro dos navegantes se pode tirar a verdade" (*Obras*, vol. I, 2002, p. 114). Percebemos que as críticas dirigidas aos pilotos eram muito constantes em seu texto, mas temos ciência de que suas ideias não eram tão fáceis de entender, principalmente naquela época.

3.2 Tratado em Defesa da Carta de Marear X Livro II

O Livro II é muito mais extenso e mais desenvolvido do que a versão portuguesa. O principal assunto tratado nesses textos refere-se à representação das trajetórias nas cartas e como traçar rumos nos globos, além de outros assuntos como procedimentos, regras e instrumentos usados na navegação, todos eles apresentados com uma justificação matemática, de forma que a arte de navegar seja "a mais fundada em ciências matemáticas" (*Obras*, vol. I, 2002, p. 137). Além disso, Pedro Nunes enuncia uma importante propriedade na confecção de cartas: a representação de linhas de rumo por linhas retas.

Sobre a maneira que eram feitas as cartas ele afirma que os meridianos e os paralelos eram representados por linhas retas paralelas (linhas que não convergem para os pólos). Sobre os meridianos afirma que são "linhas direitas e equidistantes" (*Obras*, vol. I, 2002, p. 121). Sobre os paralelos, diz que são feitos iguais a equinocial: "a qual posto faça todos os paralelos iguais a equinocial" (*Obras*, vol. I, 2002, p. 121)

Além disso, Pedro Nunes também trata sobre a questão da representação das linhas de rumo nas cartas, sendo que desta maneira consiste em uma linha reta:

> "Nesta representação são desenhadas linhas rectas em lugar dos rumos do mesmo nome; como são paralelas, fazem ângulos iguais

> com toda a linha meridiana ou rumo Norte-Sul." (*Obras*, vol. IV, 2008, p. 258 e 259)

Isso ocorre pelo fato da linha de rumo ter por características cortar todos os meridianos com ângulo constante e assim, na carta quadrada ocorrerá o mesmo. Essa característica é vista por Pedro Nunes como uma grande vantagem na construção das cartas, para guiar os navegadores. Assim, podemos afirmar que:

> "Pedro Nunes, apesar de não ter concretizado as suas teorias na elaboração de um mapa, preparou o caminho para a elaboração de novos mapas para uso dos navegadores, o que veio a ser concretizado por Gerardus Mercator (1512–1594), que revolucionou a cartografia." (REIS, 2003)

Em *Obras*, volume IV, vemos que a diferença da proposta de Pedro Nunes para a de Mercator é que:

> "Pedro Nunes não se refere à construção de cartas abrangendo mais do que uma «região de latitudes», isto é, em que fosse necessário conciliar mais do que uma proporção entre graus de latitude e graus de longitude. É a falta deste último passo que não permite atribuir-lhe a ideia completa da carta de latitudes crescidas." (*Obras*, vol. IV, 2008, p. 628)

Portanto, podemos dizer que Pedro Nunes apenas introduziu algumas ideias, as quais acabaram por ser desenvolvidas por Mercator, consistindo na projeção que hoje leva seu nome.

Pedro Nunes também afirma que um dos problemas das cartas serem feitas desta maneira é que as figuras ficam um pouco deformadas na direção leste–oeste principalmente nas regiões mais próximas dos pólos. Para ele a importância da carta era marcar as distâncias entre os lugares e que cada lugar estivesse rigorosamente marcado nos paralelos e meridianos, mesmo que dessa forma não conservasse as áreas.

Sobre os erros cometidos pelos navegadores, ele afirma que não tem origem apenas no fato da carta ser plana, mas também outros "que se poderiam evitar se, primeiro, convertessem em graus as distâncias verdadeiramente conhecidas, e, depois, usassem as longitudes e latitudes dos lugares." (*Obras*, vol. IV, 2008, p. 291).

Ainda no tratado na versão portuguesa ele acrescenta a seguinte figura:

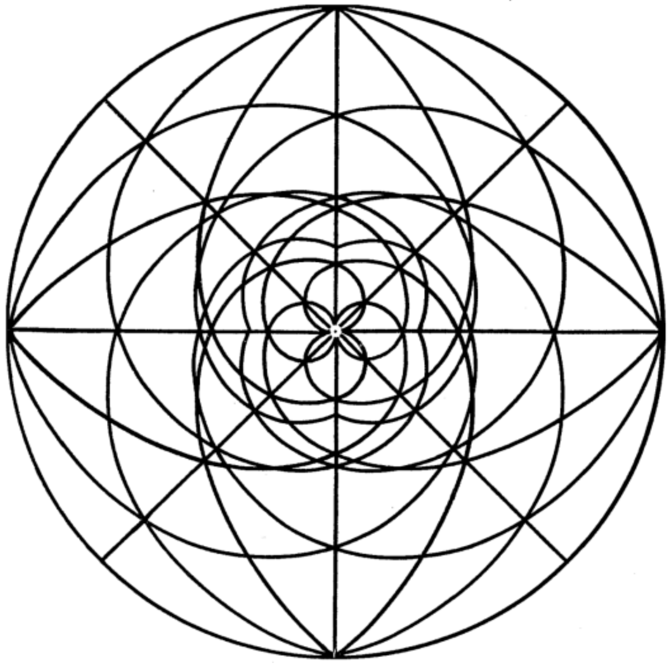


Figura 5: Representação da loxodromia na obra Tratado em Defesa da Carta de Marear

> "O círculo grande representa a equinocial e o seu centro o pólo do norte. As linhas direitas são os rumos de norte sul e as outras duas linhas curvas de uma parte e da outra são nordeste sudoeste e noroeste sudeste." (*Obras*, vol. I, 2002, p. 128)

Em outras palavras, temos que ele se baseou em uma carta de projeção polar equidistante do hemisfério Norte, sem os paralelos e com 4 meridianos (representados pelas linhas retas que se cruzam no pólo, DB e AC. Assim, temos a visão do pólo (no centro da circunferência) e sobre esta circunferência, que é a linha do equador, existem 4 pontos A, B, C e D espaçados 90°. Também temos 4 rumos que partem de cada um desses 4 pontos, sendo que os azimutes das linhas de rumos desses pontos são dois de 45° e dois de 67° 30′.

Como exemplo, do ponto C saem 4 linhas de rumo: duas com azimutes de 45° (vermelhas) e duas com azimutes de 67° 30′ (azuis).

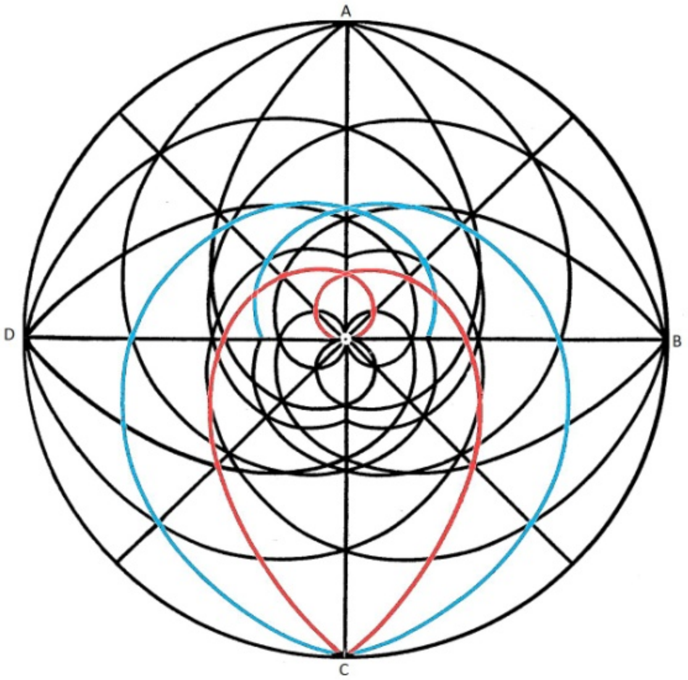


Figura 6: Representação das linhas de rumo de 45° (vermelhas) e 67° 30′ (azuis)

Conforme a explicação de Pedro Nunes e também observando a figura, sabemos que ele acreditava que as linhas de rumo atingiam os pólos: "Como parece nessa figura que vai cercando o globo do mar e da terra, até chegar ao ponto que está debaixo do pólo, onde todos os rumos vão finalmente entrar" (*Obras*, vol. I, 2002, p. 184).

Apesar da simetria geométrica desta figura, ela refere-se a uma fase inicial do estudo da loxodromia por Pedro Nunes. Isso pode ser verificado pelo fato dele ter omitido esta figura na versão latina, confirmando que suas ideias sobre este assunto já estavam mais desenvolvidas.

Essa questão foi objeto de muitas controvérsias no século XVI. Hoje sabemos que as linhas de rumo formam uma curva em forma de hélice esférica na esfera terrestre e que não atingem o pólo.

Ainda na versão portuguesa, Pedro Nunes inclui uma seção intitulada Como se navegar por círculo maior, no qual propõe um método matemático para introduzir as correções necessárias para manter a rota de um barco sobre um círculo máximo. Assim, descreve a forma que o piloto poderá mudar o rumo no decorrer da viagem, de forma a seguir uma rota composta por arcos de linha de rumo, que se aproximem de um círculo máximo. Dessa maneira, os pilotos aproveitariam as vantagens das duas trajetórias. Essa ideia é utilizada até os dias de hoje (cf. QUEIRÓ, 2002, p. 43).

Ele supõe um barco partindo do equador na direção NE e considera o triângulo esférico composto pelos seguintes lados: 1 – o arco meridiano que une o ponto de partida do barco com o pólo; 2 – a rota ao longo de um círculo máximo que o barco pretende seguir; 3 – o arco meridiano que une o pólo com o ponto alcançado pelo barco depois de ter subido um grau de latitude na rota sobre o círculo máximo. Prolongando o lado dois do triângulo, para formar um ângulo externo com o segundo meridiano, Nunes utiliza o teorema de Geber. Este teorema afirma que os senos dos ângulos de um triângulo esférico são inversamente proporcionais aos senos dos arcos opostos. Supondo que o seno de um ângulo obtuso interno do triângulo é o mesmo que o do ângulo externo suplementar, ele compara o ângulo externo com o ângulo do rumo no ponto de partida no interior do triângulo. A diferença entre esses dois origina a correção necessária para manter o barco na trajetória ao longo de um círculo máximo. É importante ressaltar que nesse texto, Pedro Nunes não faz referência direta ao teorema de Geber, o que aparece apenas na versão latina desse tratado.

Esse método de Pedro Nunes não foi adotado pelos navegadores devido a dificuldade de correção constante dos rumos e à falta de instrumentos precisos.

4 Considerações Finais

Muitas das ideias de Pedro Nunes serviram de ponto de partida para a realização de outros estudos, como é o caso de Mercator. Assim, podemos afirmar que o estudo da loxodromia foi fundamental no desenvolvimento da cartografia.

As ideias de Pedro Nunes acerca da loxodromia se propagaram muito rapidamente e tornaram-se conhecidas em diversos países, dos quais podemos citar Espanha, França, Inglaterra e Países Baixos.

Entretanto, no período em que ele publicou suas ideias, pelo fato de suas teorias de navegação estarem alicerçadas na matemática, seu público alvo ficou restrito a matemáticos e astrônomos, inclusive fora de Portugal, e suas ideias não foram muito utilizadas diretamente pelos pilotos portugueses, pois estes não as compreendiam. É claro que aos poucos estas ideias foram sendo introduzidas no conjunto de conhecimentos sobre navegação dos pilotos e estes foram aprimorando suas técnicas de navegação.

Outro fator que colaborou para esta rejeição foi o fato de ele não ser um navegador e por isso não conhecia a prática da navegação. Apesar disto, ele se preocupava em aliar suas teorias baseadas na matemática com a prática dos pilotos, com a finalidade de facilitá-la. Assim, alguns dos estudos de Pedro Nunes, pretendiam mostrar aos pilotos que a teoria (matemática) a respeito da prática (navegação) poderia facilitar as navegações em alto mar.

Referências

ALBUQUERQUE, L., 1987. *As Navegações e a Sua Projeção na Ciência e na Cultura.* Lisboa, Gradiva.

CAMARGO, V. L. V., 2009. *Trajetórias Sobre O Globo Terrestre: Um Estudo da Geometria da Esfera nos Mapas Cartográficos.* Dissertação de Mestrado Unicamp, Campinas.

CARVALHO, J. M., 1952. *Pedro Nunes: Defensão do Tratado da Rumação do Globo para a Arte de Navegar.* Separata da *Revista da Universidade de Coimbra*, v. 17.

NUNES, P., 1940. *Obras: Tratado da Sphera & Astronomici Introductorii de Spaera Epitome*, vol. I. Academia das Ciências de Lisboa, Lisboa.

NUNES, P., 2002. *Obras: Tratado da Esfera: Astonomici Introductorii de Spaera Epitome*, vol. I. Academia das Ciências de Lisboa e Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa.

NUNES, P., 2008. *Obras: De Arte Atque Ratione Navigandi*, vol. IV. Academia das Ciências de Lisboa e Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa.

PEREIRA, F. M. E., 1913. Tratado sobre certas duvidas da navegação pelo Dr. Pedro Nunes. *Revista de Engenharia Militar*, vol. 18, p. 266–275, 364–371, 424–433.

QUEIRÓ, J. F., 2002. Pedro Nunes e as Linhas de Rumo. *Gazeta de Matemática*, n.º 143.

RANDLES, W. G. L., 2002. Pedro Nunes e as Descoberta da Curva Loxodrómica. *Gazeta de Matemática*, n.º 143.

REIS, A. E. A. 1992. Ciência Náutica dos Séculos XV e XVI. *Mare Liberum*, n.º 4, p. 105–114.

RUA, F. B. S., 2004. Relações entre John Dee e Pedro Nunes: a carta de Dee a Mercator de 20 de julho de 1558. *Clio Revista do Centro de História da Universidadade Lisboa*, vol. 10.

O "setor trigonal" e o "saber-fazer" matemático nos séculos XVI e XVII

Fumikazu Saito
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
fsaito@pucsp.br

Resumo: Neste trabalho apresentamos o instrumento como suporte que veicula conhecimentos do "saber-fazer" matemáticos dos séculos XVI e XVII, tendo por foco o "setor trigonal" (*trigonal sector*) de John Chatsfeild (fl. 1638). Os setores, muito utilizados por artesãos e artilheiros, eram verdadeiras "calculadoras" que ajudavam a simplificar cálculos bastante laboriosos a partir de finais do século XVI. As diferentes escalas que os compõem permitiam realizar variados cálculos não só aritméticos, mas também geométricos e trigonométricos. Entretanto, diferentemente dos tradicionais setores, que comumente são compostos de duas "pernas", o "setor trigonal" incorpora num quadrante de círculo dois diferentes tipos de escalas e duas réguas por meio dos quais são realizados diferentes cálculos. Um estudo preliminar das partes desse instrumento, bem como de seu uso, tem revelado diversos aspectos das práticas matemáticas nos séculos XVI e XVII em que "matemáticos" e "praticantes de matemáticas" compartilharam não só técnicas, mas também conhecimentos matemáticos.

Abstract: This work deals with instrument as a material supporting knowledge of "knowing by doing" mathematics in sixteenth and seventeenth centuries, by focusing on the "trigonal sector" by John Chatsfeild (fl. 1638). The sectors, widely used by artisans and gunners, were authentic "calculators" that helped them to simplify laborious calculations from late sixteenth century onward. The different scales that made up these sectors allowed artisans and gunners to perform different types of operations such as arithmetic, geometric and trigonometric calculations. However, unlike the traditional sectors which usually have two "legs", the "trigonal sector" embodies a quadrant and two different types of scales along with two rulers by which different types of calculations can be performed. A preliminary study considering the parts of trigonal sector and its use has revealed different facets of mathematical practices at that time, when "mathematicians" and "mathematical practitioners" shared not only technical skills, but also mathematical knowledge.

Apoio: CAPES e CNPq/Projeto Universal (proc. no. 484784/2013-7).

1 Introdução

Em 1650, John Chatfeild (fl. 1638) publicou um opúsculo intitulado *The Trigonall Sector*. Este tratado, como muitos outros que saíram das prensas a partir do século XVI, apresenta a descrição da construção e do uso de um instrumento matemático para resolver problemas de ordem prática [Daumas, 1972; Hackmann, 1989; Turner, 1998].[1] Denominado “setor trigonal”, este “instrumento geométrico”, tal como Chatfeild o designou, propiciava estabelecer diferentes relações encontradas entre os lados, os ângulos e as alturas de triângulos.

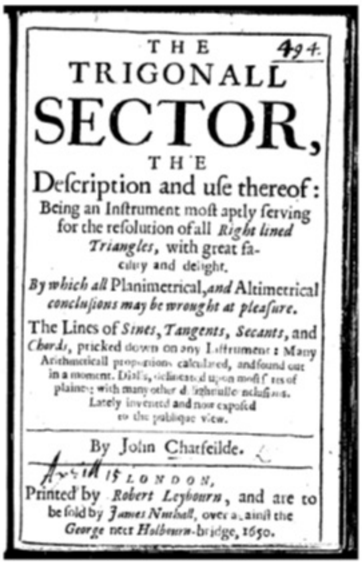

THE
TRIGONALL
SECTOR,
THE
Description and use thereof:
Being an Instrument most aptly serving for the resolution of all *Right lined Triangles*, with great facility and delight.
By which all Planimetrical, *and* Altimetrical *conclusions may be wrought at pleasure.*
The Lines of *Sines*, *Tangents*, *Secants*, and *Chords*, pricked down on any Instrument: Many Arithmeticall proportions calculated, and found out in a moment. Dials, delineated upon most sorts of plaines: with many other delightfull [illegible]. Lately invented and now exposed to the publique view.
By John Chatfeilde.
LONDON,
Printed by *Robert Leybourn*, and are to be sold by *James Nuthall*, over against the *George* neer *Holbourn*-bridge, 1650.

Figura 1: Frontispício da obra [Chatfield, 1650]

Sobre John Chatfeild, pouco sabemos. Segundo Taylor [1954, 236], com base na informação encontrada no *postcript* desse tratado, observa que ele é conhecido apenas por ter descrito o setor trigonal, vendido por Anthony Thompson (fl. 1638–1665), um famoso fabricante de instrumentos que residia em Hosier Lane, em Smithfield, Inglaterra. Além disso, embora o *postcript* mencione que Chatfeild teria desenvolvido outro instrumento, denominado “esfera horográfica” (*Horographicall Spheare*) — útil para se compreender a arte de medir o

[1]Denominamos “instrumentos matemáticos”, aqueles concebidos para medir o que Aristóteles [1952, 9] denominava “quantidades” (distância e ângulos). Estudos a esse respeito podem ser consultados em: [Bennett, 1991, 1998, 2003; Saito, 2012, 2013]. Sobre os praticantes de matemáticas, consulte: [Taylor, 1954; Bennett 1991, 2003; Hill, 1998; Higton, 2001; Mosley, 2009].

tempo — não temos, entretanto, notícias do insturmento, nem da existência de um tratado que versasse sobre ele.

No que diz respeito ao setor trigonal, não encontramos também registro dele em museus. Referências existentes a seu respeito, portanto, reduzem-se apenas a esse pequeno escrito que, à primeira vista, parece tratar-se mais um instrumento de medida utilizado por praticantes de matemáticas, particularmente agrimensores.[2]

De fato, sua forma e seus atributos são muito semelhantes aos diferentes quadrantes que foram utilizados desde a Idade Média. Tendo por base o título da obra, o instrumento foi concebido para resolver problemas "planimétricos" (*planimetrical*) e "altimétricos" (*altimetrical*), ou seja, problemas que, desde a Idade Média, vinham se ocupando agrimensores e outros praticantes de matemáticas, que lidavam com a medida no plano (comprimento e largura) e a elevação, no sentido de altura de uma construção (ou monte), ou de profundidade de um poço (ou vale). Esses dois aspectos "planimétricos" e "altimétricos" empregavam diferentes técnicas de medida que sempre estavam relacionados a diferentes tipos de instrumentos matemáticos.[3]

Podemos dizer que o setor trigonal perpetuava ainda a antiga tradição da *practica geometriae* que remontava ao século XI[4]. Entretanto, ele incorpora outros atributos que não estavam presentes nos instrumentos medievais. Nesse instrumento, as escalas angulares e lineares[5] são dispostas de tal maneira a permitir o cálculo de relações trigonométricas, tais como senos, tangentes, secantes e comprimentos de cordas para diferentes ângulos. Além disso, vem equipada com "linhas de plano" que auxiliam no cálculo da medida de áreas de diferentes tipos de triângulos (figura 2).

Chatfeild descreveu o instrumento da seguinte maneira:

> Ele consiste de uma placa quadrada de metal, ou de madeira, em cujos lados são fixadas lâminas, ou longos filetes, que se projetam um pouco além da placa nas beiradas dos lados. Além disso, contém dois marcadores que são fixados em duas extremidades de um dos lados da placa. Estes marcadores movem-se em torno de seus respectivos centros (ou extremidades) e podem ser aplicados um sobre o outro de modo a cruzarem-se e a formarem um ângulo entre si. Este ângulo deverá completar 180 gr. juntamente com os ou-

[2]Sobre os agrimensores consulte, [Lewis, 2001; Vitrúvio, 1999; Thulin, 1913].

[3]Vide, por exemplo, os tratados de [Bartoli, 1564; Fineo, 1556; Danti, 1586].

[4]Sobre a *practica geometriae*, consulte [Zaitsev, 1999; Hugh of Saint Victor, 1961; 1991].

[5]Denominamos essas escalas "lineares" apenas para distingui-las de outras que se encontram marcadas em "graus", aos quais doravante serão referenciadas por "angulares".

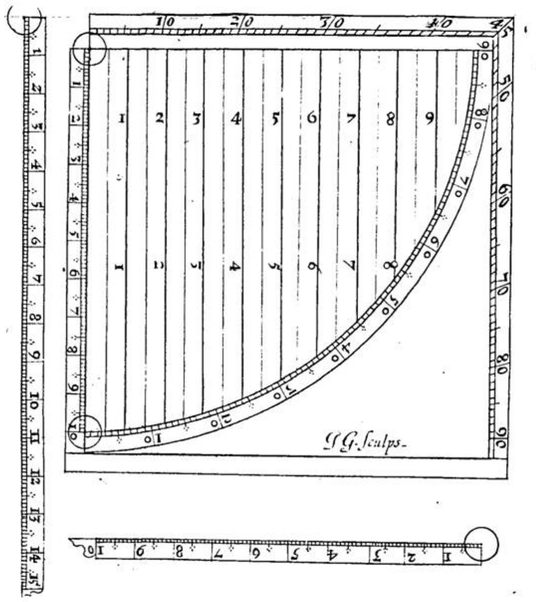


Figura 2: O setor trigonal [Chatfield, 1650, "contracapa"]

> tros dois ângulos formados pelos dois marcadores e o Raio, isto é, o lado do quadrado que contém os dois centros onde são fixados os marcadores (...). [Chatfeild, 1650, 1–2, tradução nossa].

Por outras palavras, o instrumento possui três escalas "lineares" que se encontram divididas em 100 partes iguais. Essas escalas podem ser ajustadas uma sobre a outra, ou seja, sobre os marcadores, tal como podemos observar na figura 3. Além disso, as lâminas do lado esquerdo e superior do instrumento encontram-se marcadas em "graus" (a da esquerda até 45° e a superior, 90°). Soma-se ainda, a inscrição de um quarto de círculo em seu interior, graduado de 0 a 90°, cujo centro coincide com o centro do marcador do lado esquerdo. E na superfície desse quarto de círculo são traçadas linhas paralelas ao "Raio" (denominadas "linhas de plano"), isto é, à lâmina inferior, que se encontra graduada de 1 a 10, tal como uma das escalas lineares. A distância dessas linhas paralelas corresponde exatamente às divisões da escala linear e são numeradas de 1 a 10 como na figura 3.

O instrumento, dessa maneira, possibilitava "construir" nele diferentes tri-

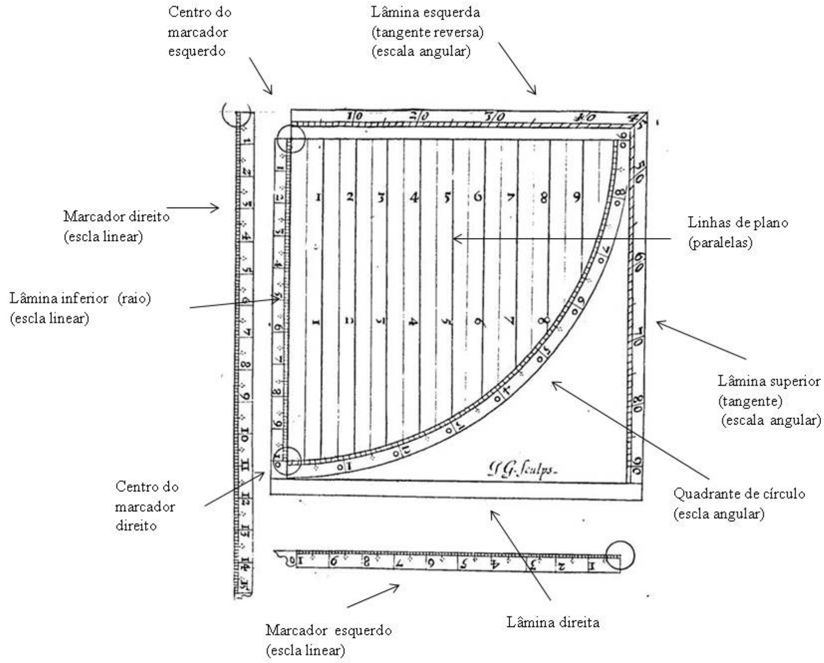


Figura 3: As partes do setor trigonal (figura nossa)

ângulos pela simples sobreposição das lâminas móveis, tais como podemos observar na figura 4. A construção desses triângulos, ou melhor a "representação de diferentes triângulos (retângulo, acutângulo, obtuso)", tal como se refere Chatfeild, parece ser a característica principal desse setor. Por meio da representação de diferentes triângulos, o instrumento permitia realizar diferentes tipos de cálculo.

O setor trigonal, como muitos outros do mesmo tipo fabricados naquela época, era um instrumento que possibilitava realizar cálculos laboriosos. Em seu tratado, Chatfeild descreve quatorze operações que poderiam ser executadas utilizando-se o instrumento.[6] Essas operações incluem o cálculo de tangente, de secante, de seno, de medidas de áreas de triângulos, divisão de números, extração de raízes quadrada e cúbica etc. Entretanto, diferentemente de outros setores comuns naquela época, que continham variadas linhas e escalas (lineares, trigonométrica, de planos, de volumes, de polígonos etc.), o setor tri-

[6]Chatfeild fornece em seu tratado quatorze instruções para manusear o instrumento. Vide: [Dias e Saito, 2014].

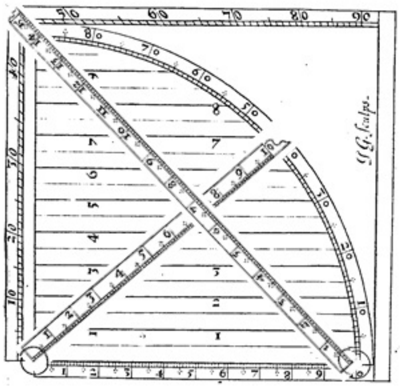


Figura 4: Diferentes triângulos podem ser "construídos" por meio das lâminas (figura nossa)

gonal parece ser um instrumento mais simples, visto que traz inscrito apenas dois tipos de escalas: linear e angular.

Se considerarmos o frontispício da obra que anuncia que este instrumento "... é muito mais adequado para resolver [problemas] em todos os *triângulos retângulos* com maior facilidade e deleite..." (figura 1), poderíamos concluir que se tratava de um instrumento mais fácil e mais "prático" de ser manuseado, comparado aos setores disponíveis a navegadores, astrônomos e agrimensores naquela época. Contudo, uma primeira análise desse tratado revelou-nos que o setor trigonal provavelmente nunca foi utilizado, efetivamente, pelos praticantes de matemáticas. Como veremos a seguir, embora seja possível realizar cálculos razoavelmente precisos com bastante facilidade, há indícios de que esse instrumento era utilizado para iniciar os estudantes nas matemáticas, principalmente ao estudo das propriedades dos triângulos, e instruir navegadores, agrimensores, e outros interessados em matemáticas no uso de setores.

2 Setores e compassos

O setor é um instrumento composto por "duas pernas" e geralmente é confundido, por causa de sua semelhança, com o compasso de proporção (*proportional compass*), inventado no século XVI. A confusão de terminologia tornou-se mais acentuada à medida em que novos atributos começaram a ser incorporados a esse instrumento. Alguns fabricantes de instrumentos ao longo dos séculos XVI e XVII passaram a combinar alguns aspectos do setor aos compassos, mantendo, entretanto, o mesmo nome.

Utilizados para realizar diversas operações aritméticas, principalmente multiplicação e divisão, e também trigonométricas, os setores eram instrumentos muito úteis e populares até o século XVIII, quando então foram gradativamente substituídos pelas réguas de cálculo [Hopp, 1999]. Esses instrumentos surgiram numa época em que a navegação, a artilharia, a agrimensura e a crescente exigência de cálculos mais sofisticados para atender os estudiosos de filosofia natural e astronomia demandavam por métodos mais eficientes para realizar cálculos bastante laboriosos.

Embora não se tenha notícias da origem dos setores, sabe-se que foram inventados por diferentes fabricantes de instrumentos e praticantes de matemáticas no século XVII. Estudiosos ingleses atribuem-no a Thomas Hood (fl. 1577–1598), médico e *fellow* do Trinity College, Cambridge [Taylor, 1954, 179]. Hood publicou, em 1598, um tratado intitulado *The Making and use of the Geometricall Instrument called a sector*, em que descreveu o instrumento e os seus diferentes usos, organizados em diversos "exercícios" [Hood, 1598].

Por outro lado, no continente europeu, a invenção do instrumento é atribuída aos italianos. De fato, o setor mais conhecido e famoso, certamente, é o *compasso geometrico e militare* de Galileu Galilei (1564–1642). Esse instrumento, que não era um invento original, mas um aperfeiçoamento de antigos compassos, foi dirigido para facilitar operações em problemas práticos de engenharia e de arquitetura militar. A esse respeito, é bem conhecido dos historiadores da ciência a controvérsia entre Galileu e Baldassare Capra (1580–1626) que alegou que Galileu o tinha plagiado [Drake, 1995, 120–121].

É difícil reconstruir as circunstâncias pelas quais Galileu e Hood desenvolveram seus instrumentos. Os setores têm por base técnicas e dispositivos antigos que já eram bastante conhecidos e disseminados entre artesãos e alguns filósofos naturais e matemáticos [Camerota, 2000]. Na península itálica, por exemplo, encontramos a *squadra* de Niccolò Tartaglia (1499–1557), descrito em *Della nova scientia* (1550) e *Qvesiti et inventioni diverse* (1554)[7]. A *squadra* foi utilizada por Tartaglia e pelos artilheiros para medir a inclinação do canhão de modo a encontrar o melhor ângulo de disparo. Esse instrumento, que era uma combinação de esquadro de carpinteiro com um quadrante (um quarto de círculo) dividido em 12 arcos iguais, com um fio de prumo anexado ao seu vértice, era bem conhecido por Galileu [Drake, 1995, 38]. Segundo Drake, Galileu te-

[7] Consultamos a edição fac-símile organizada por Arnaldo Masotti [Tartgalia, 1959] e a edição [Tartaglia, 1606]. A *squadra* encontra-se descrita em Tartaglia [1606, "Epistola"] e em Tartaglia [1606, I, 8; 1558, I, 5r].

ria adicionado ao quadrante da *squadra* outras escalas, dividindo-o em vários graus de modo a ser útil em observações astronômicas. Além disso, ele teria anexado uma dobradiça ao vértice e incluído ainda outras escalas nas duas lâminas do esquadro, tal como fizera Guidobaldo del Monte (1545–1607) em outro instrumento por ele inventado [Drake, 1995, 39, 44–45]. Assim, com essas mudanças e a introdução de novas escalas, Galileu teria transformado o antigo instrumento num "instrumento de calcular" ao qual ele denominara *compasso geometrico e militare* [Drake, 1977].

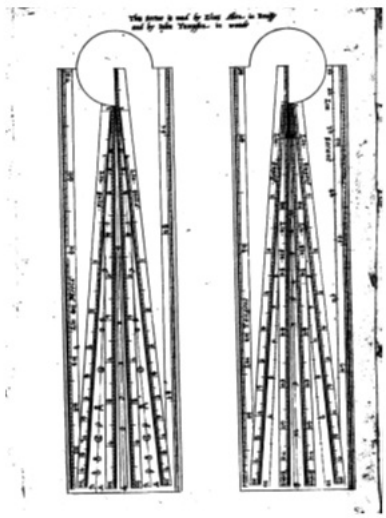


Figura 5: Setor de Gunter [Gunter, 1623].

No que diz respeito ao setor de Hood, este parece ter sido inspirado pelo instrumento em forma de um compasso plano e achatado encontrado na obra de Petrus Ramus (1515–1572), intitulado *Arithmeticae libri duo*, publicado em 1569. Nessa obra, Ramus descreve um compasso com as pernas achatadas nas quais se encontram inscritas escalas de medida [Ramus, 1569, I, 2]. Além disso, o setor parece ter sido um instrumento bem conhecido dos praticantes de matemáticas ingleses. Estudos em história da ciência têm revelado que tanto Hood, quanto Edmund Gunter (1581–1616), conhecido professor de astronomia de Gresham College entre 1619 e 1626, tinham conhecimento dele naquela época. Segundo Taylor [1954, 196], Gunter já havia publicado um tratado em latim descrevendo o setor e seu uso por volta de 1607. Esse tratado teria circulado pouco naquela época, diferentemente da versão em vernáculo, intitulada *Description and vse of the Sector*, publicada em 1623, que ganhou ampla repercussão.

Galileu e Hood utilizaram de forma intercambiável o termo “compasso” e “setor”. Isso porque esses dois instrumentos se assemelhavam em vários aspectos e eram descritos em diferentes tratados dedicados à astronomia, navegação, arquitetura, desenho e agrimensura. O que aproximava esses dois instrumentos, entretanto, não era apenas a sua forma, mas também o propósito para o qual foram desenvolvidos.

Um dos fatores que impulsionou o desenvolvimento desses instrumentos foi a necessidade de encontrar meios para medir pequenas grandezas. Assim, em meados do século XVI, compassos de proporção (*proportional compass*) foram inicialmente concebidos para aprimorar os astrolábios e outros instrumentos utilizados na observação astronômica, permitindo medir com mais precisão a mínima fração de grau [Camerota, 2000, 9].

É difícil também rastrear a origem desses compassos, mas pode-se dizer que ele era muito utilizado por desenhistas e arquitetos, pois, além de ser útil para reduzir ou aumentar as dimensões dos desenhos proporcionalmente, o instrumento possibilitava inscrever polígonos regulares em círculos e calcular as raízes quadradas e cúbicas de números.

No que diz respeito a sua composição, o compasso de proporção (*proportional compass*) é constituído de “duas pernas” como um compasso comum. Entretanto, o pino que une as “duas pernas”, que pode ser móvel ou não, era localizado no centro do compasso (figura 6). Quando o compasso era aberto, os dois pares de “pernas” (as de cima e as debaixo), se estendiam, permitindo medir a distância entre dois pontos. Dependendo da posição do pino, a distância de dois pontos (os debaixo, por exemplo) encontrava seu correspondente proporcional nos outros dois pontos (os de cima).

Embora fosse bastante versátil, o compasso de proporção (*proportional compass*) era, entretanto, limitado. O instrumento tinha uso restrito, visto que o fabricante não podia inscrever nele diferentes escalas, além daquelas permitidas pelas estreitas “pernas”. Desse modo, ele foi modificado, mantendo, entretanto, sua concepção básica, tal como mencionamos no caso do *compasso geometrico e militare* de Galileu. Ou seja, as “duas pernas” do compasso foram achatadas e receberem diferentes “linhas” ou escalas, permitindo-lhe realizar diferentes operações aritméticas, tais como a multiplicação e a divisão.

Podemos dizer que a principal diferença entre o setor e o compasso de proporção (*proprotional compass*) está no maior número de escalas que o setor permite que nele se inscreva. Os dois instrumentos têm por base o princípio da semelhança de triângulos, porém as diferentes escalas geométricas empa-

Figura 6: *proportional compass* [Barrow, 1792].

relhadas nas duas pernas do setor fazem dele um instrumento muito mais versátil.

Contudo, o setor também sofreu modificações, recebendo novas e diferentes escalas e outros atributos ao longo ao século XVII. Surgiram variadas versões do instrumento que adotaram recursos adicionais com vistas a desenvolver um instrumento universal que permitisse medir e realizar todos os tipos de cálculo. O instrumento dessa maneira se tornou cada vez mais complexo e sofisticado de modo que o seu manuseio passou a requerer conhecimentos técnicos e matemáticos mais sólidos para poder operá-lo. Assim, é nesse contexto em que o uso de setores se disseminava entre os diferentes segmentos da sociedade, requisitando cada vez mais recursos da arte de medir e de calcular, que o setor trigonal de Chatfeild deve ser compreendido.

3 O setor trigonal

Como já mencionamos, há fortes razões para supor que este instrumento foi concebido para instruir navegadores, agrimensores e outros interessados em matemáticas no uso de setores. De fato, na introdução à obra, em *Ao leitor*, Chatfeild observa que a obra é útil para aprendizes e para mestres na arte de medir e calcular:

> Tu tens aqui apresentado, para tua apreciação, a descrição e o uso de um Instrumento Geométrico por meio do qual (se tu és ainda um aprendiz) podes compreender, corretamente, a doutrina dos triângulos com maior facilidade: mas se tu já avançaste nas maiores dificuldades, e és um Mestre nessa arte, sem dúvidas, mesmo assim, tu encontrarás algo aqui que te interessará e que, talvez, possa ajudar-te a realizar aquelas coisas com maior rapidez e facilidade do que costumavas a fazê-las (...). [Chatfeild, 1650, "To the Reader", tradução nossa].

São várias as razões que nos faz suspeitar que o setor trigonal era um instrumento utilizado para introduzir o agrimensor, astrônomo ou navegador no uso do setor. Um dos primeiros indícios é a inexistência (pelo menos até o momento) do instrumento em museus. Muitos setores sobreviveram e estão depositados em museus ou fazem parte de coleções particulares. Isso parece indicar que este instrumento, se foi construído e efetivamente utilizado, não sobreviveu porque não era comum utilizá-lo. Isso não significa, entretanto, que ele não tenha sido fabricado. Provavelmente, foi construído e utilizado por aqueles que buscaram instrução na obra de Chatfeild para aprender a manusear setores, tal como o de Gunter, por exemplo. Assim, não seria forçoso afirmar que o *Trigonall sector* de Chatfeild era uma espécie de livro-texto.

Convém aqui observar, entretanto, que devemos tomar o cuidado de não considerar o *Trigonall sector* como um "manual faça-você-mesmo", visto que os diferentes tratados publicados até o século XIX não eram ainda manuais práticos [Saito, 2012; Saito e Dias, 2011; 2013]. Além disso, é importante ter em mente que naquela época os livros não eram acessíveis a qualquer pessoa, nem se encontravam dispostos em uma prateleira tal como os encontramos nas livrarias nos dias de hoje. Os livros eram encomendados ao livreiro, o que significa que o leitor do *Trigonall sector* fazia parte de um público que conhecia as potencialidades do instrumento.

De fato, o tratado era vendido na oficina de Anthony Thompson (fl. 1638–1665), um famoso fabricante de instrumento em Londres naquela época. Segundo Taylor [1954, 220–221], Anthony sucedera John Thompson (fl. 1609–1648) que, segundo Set Patridge (1603–1686), outro bem conhecido agrimensor e praticante de matemáticas, era o artífice de Samuel Foster (fl. 1619–1652), professor de geometria no Gresham College em 1648. Além disso, Anthony esteve envolvido com a fabricação de setores tendo, inclusive, modificado o setor de Gunter nas últimas edições de *Workes of Gunter*.

Assim, considerando-se essa rede de relações de Chatfeild, podemos dizer que o *Trigonall sector* era uma obra destinada a um público que não só era versado em matemáticas e envolvidos com a fabricação e o uso de instrumentos matemáticos, mas também àqueles que buscavam instrução para aprender a usar os setores. Um dos indícios a esse respeito encontra-se no próprio instrumento descrito por ele. Embora o setor trigonal seja bem simples em sua composição, o instrumento, entretanto, sintetiza os principais atributos e funções de um setor. Apresentamos a seguir três dessas funções e seus respectivos atributos.

3.1 Encontrando tangentes e secantes[8]

Depois de discorrer sobre os diferentes tipos de triângulos (equilátero, isósceles e escaleno), Chatfeild fornece instruções para representação de um triângulo retângulo no setor, movendo a lâmina do lado direito, conforme figura 7.

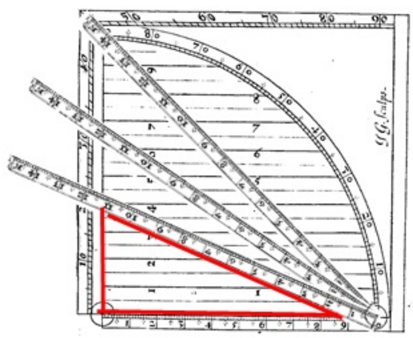


Figura 7: representação de triângulos retângulos (figura nossa)

Considerando-se que o raio (a lâmina fixa inferior) tem 100 partes e que o ângulo de abertura do setor (lâmina que se move) é, por exemplo, 45°, a tangente pode ser encontrada na lâmina do lado esquerdo, assim como a secante, conforme figura 8.

No caso do ângulo de abertura do setor exceder os 45°, Chatfeild instrui que é necessário tomar o seu complemento para poder encontrar a tangente e a secante:

[8]Cf. [Chatfeild, 1650, 9–10].

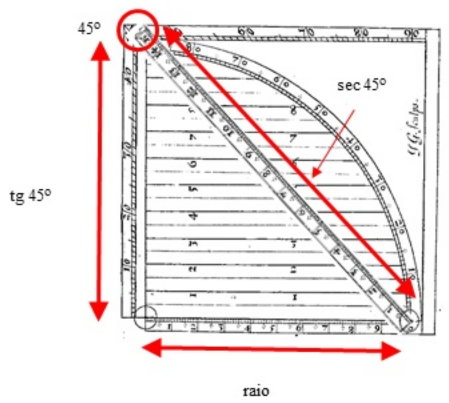


Figura 8: tangente e secante de ângulo inferior a 45° (figura nossa)

> Assim suponha que os ângulos conhecidos sejam 90 e 63 *gr* 30′. Pois, se eu colocar o marcador direito em 63 *gr.* 30′, ele não cruzará o marcador esquerdo; eu, portanto, tomarei o seu complemento (1) 26 *gr.* 30′ e, aplicando o marcador direito até esse grau na Tangente, o Triângulo compreendido, como no exemplo anterior, será o triângulo procurado, e as partes descobertas em todas as intersecções ou ângulo mostrarão a proporção do Raio, da Tangente, e da Secante. Como aqui o Raio, que é representado pelo marcador esquerdo, deverá ser 500, a Tangente representada pelo Raio do instrumento [será] 1000, e a Secante representada pelo marcador direito [terá] 1120 partes que, reduzido a um Raio de 1000, a proporção manter-se-á assim: o raio de 1000, a tangente de 2000, a secante 2240, que está de acordo com as tabelas de Tangentes e Secantes, para uma Unidade, que está tão próximo como se pode esperar pelo Instrumento.[9]

Em outros termos, a tangente e a secante de 63° 30′ é encontrada reduzindo-se ao seu complementar, isto é, 26° 30′, tal como podemos constatar na figura 9.

Convém aqui observar que, se tomarmos o complementar de 63° 30′, o raio agora será 500, visto que a lâmina do marcador direito cairá sobre 5 na lâmina do marcador esquerdo. O ângulo formado entre as lâminas será 63° 30′. Portanto, a tangente encontra-se na lâmina fixa na parte inferior do instrumento

[9] Cf. [Chatfeild, 1650, 9–10].

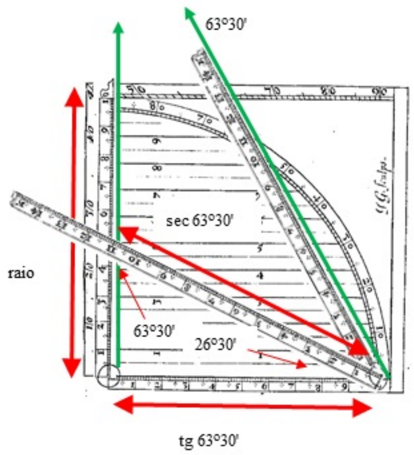


Figura 9: tangente e secante de ângulos superiores a 45° (figura nossa)

e a secante na lâmina do marcador do lado direito. Como o raio foi reduzido pela metade, logo a tangente será 2000, a secante 2240.

3.2 Multiplicando e dividindo dois números[10]

Chatfeild observa que: "Como 1 [está] para o multiplicador, assim, o multiplicando, [está] para o produto" [Chatfeild, 1650, 13]. As "linhas de planos", isto é, as linhas paralelas inscritas no interior do quadrante, são os multiplicadores. Os números na escala da lâmina do marcador esquerdo (graduada de 1 a 10) são os multiplicandos. Desse modo, o produto será dado na intersecção entre o número da lâmina do marcador direito com "a linha de plano", conforme figura 10.

Por exemplo, para multiplicarmos 5 por 5, devemos proceder da seguinte maneira: 1) posicionar o multiplicador, isto é, girar a lâmina até a "linha de plano" 5. Em seguida, deve-se buscar na própria lâmina o multiplicando, isto é, o número 5. O produto será indicado pela "linha de plano" que, neste caso, é 2,5.

No caso da divisão de dois números, o procedimento é inverso, pois, segundo Chatfeild, "... Porque, como o divisor é 1; assim, o dividendo, [está] para o quociente" Chatfeild, 1650, 14]. Os divisores são as "linhas de plano" e o dividendo os números na lâmina. Desse modo, o quociente é encontrado na intersecção no número da lâmina do marcador com "a linha de plano".

[10]Cf. [Chatfeild, 1650, 13–15].

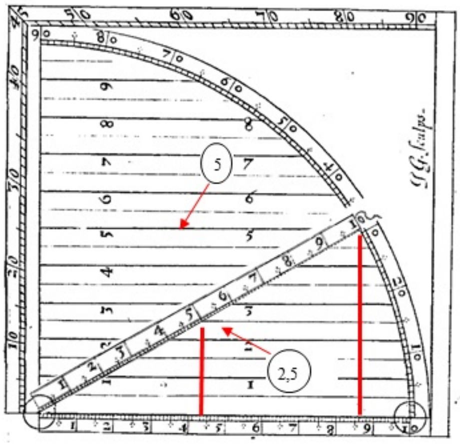


Figura 10: multiplicação de dois números (figura nossa)

Por exemplo, para dividirmos 9 por 3, tomemos inicialmente o divisor que é dado pela "linha de plano" 5. Em seguida, devemos localizar o dividendo, 8, na escala da lâmina. Desse modo, posicionamos o dividendo sobre o divisor, isto é, movemos a lâmina até o número 8 encontrar-se com a "linha de plano" 5. O quociente estará sempre na intersecção entre a "linha de plano" 1 e a lâmina, conforme figura 11.

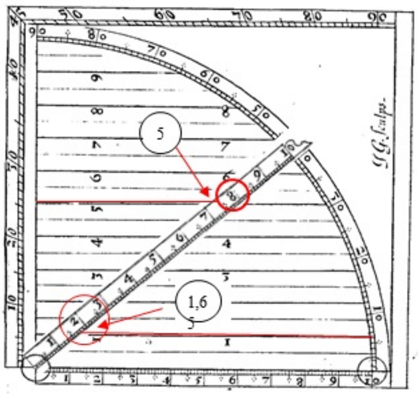


Figura 11: divisão de dois números (figura nossa)

Convém observar que Chatfeild não justifica matematicamente cada procedimento em seu tratado. A operação artimética de multiplicação e divisão no setor estava baseada nas semelhança de triângulos e seria facilmente demonstrada naquela época, visto que os *Elementos* de Euclides já se encontravam publicados.

A ausência de demonstrações, desse modo, é outro indício de que o setor trigonal era destinado aos aprendizes e a outros interessados em matemáticas. Isso significa que o público a quem se destinava esse tratado tinha bons conhecimentos de geometria. Ou, se não os tinha, poderia ser iniciado ao estudo dos triângulos e suas propriedades por meio desse instrumento. Além disso, é preciso considerar que esse instrumento era bastante impreciso comparado aos setores que existiam naquela época, aspecto este que reforça a ideia de que o setor trigonal não era efetivamente utilizado.

3.3 Calculando a medida da área de qualquer triângulo[11]

O setor trigonal permite a representação de diferentes triângulos em seu quadrante. Para calcular a medida da área de qualquer um desses triângulos basta apenas recorrer a tradicional relação de cálculo de medida de área. Desse modo, se tivermos um triângulo conforme figura 12, basta apenas multiplicar a altura dada pelas "linhas de plano" por 5, visto que a base sempre mede 10.

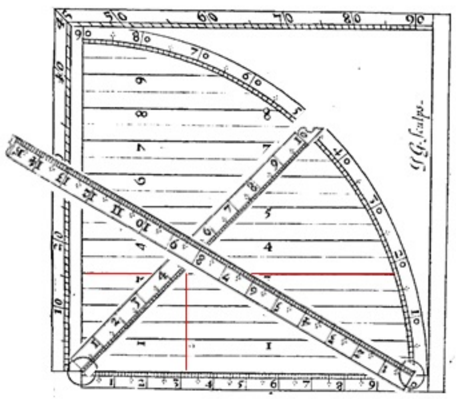


Figura 12: Calculando a medida da área de um triângulo (figura nossa)

Embora o setor trigonal ilustre de forma simplificada as operações básicas de um setor, fornecendo o princípio matemático em que ele está baseado, o instrumento traz, entretanto, algumas inovações. Note que nesse último caso

[11]Cf. [Chatfield, 1650, 13].

aqui apresentado, o da representação da área de um triângulo qualquer, o instrumento mobiliza duas lâminas (o da direita e o da esquerda). Esta segunda lâmina, o da direita juntamente com o quadrante e o raio (a lâmina fixa na base do instrumento) formam um segundo setor. O setor trigonal, dessa maneira, sobrepõe dois setores que permite construir todos os tipos de triângulos e calcular nele as relações entre lados e ângulos. Foi provavelmente pela possibilidade de manusear os três ângulos de um triângulo num único setor que o instrumento recebeu a designação "trigonal".

4 Considerações finais

Para concluir, queremos observar que o nome John Chatfeild pode ser um pseudônimo embora nada possamos afirmar a esse respeito. Entretanto, isso é de pouca relevância. O que temos que considerar é o fato de que a publicação do *Trigonall sector* atendia a crescente demanda por técnicas que permitissem realizar operações cada vez mais laboriosas. No que diz respeito ao conhecimento matemático, esse instrumento mobiliza diferentes conceitos geométricos (e trigonométricos), bem como aritméticos. A aproximação entre grandezas geométricas e aritméticas é assim um aspecto que necessita ser melhor explorada, visto que naquela época essas duas expressões da matemática eram consideradas distintas. Além disso, atenção especial deve ser dada à ordem dos assuntos que nos revela um conjunto de ideias que pode nos dar acesso à organização dos conteúdos matemáticos daquela época. Se o tratado era destinado aos aprendizes, a sequência e a organização dos assuntos pode revelar outros aspectos interessantes da construção do conhecimento matemático seiscentista. Dentre esses aspectos é necessário considerar a aproximação entre a geometria e aritmética na resolução de problemas ligados ao cômputo dos números. Do ponto de vista epistemológico, esse setor aponta para uma nova noção de "cálculo" (ou logística, como era mais conhecido), preparando o caminho que se desdobraria nas concepções de base das máquinas aritméticas de calcular e nas réguas de cálculo a partir do século XVII. Diferentemente de um "ábaco", o setor trigonal sintetiza não só o conhecimento matemático compartilhado por eruditos e práticos, mas também o seu movimento no contexto da ciência moderna. O setor trigonal é um dos belos exemplares que ilustram o processo de difusão e apropriação de conhecimentos de diferentes ordens na medida em que veicula diferentes saberes no "saber-fazer" matemático de uma época.

Referências

Aristóteles. Categories. In: *The Works of Aristotle*. Encyclopaedia Britannica, Chicago/London/Toronto/Geneva, vol. I. 5–21, pp. 9–11.

Barrow, J., 1792. *A description of pocket and magazine cases of Mathematical Drawing Instruments, in which is explained the use of each instrument, and particularly of the sector and plain scale, in the solution of a variety of problems likewise the description, construction, and use of Gunter's scale*. Illustrated with copper-plates. By John Barrow, private teacher of the mathematics. J. and W. Watkins, London.

Bartoli, C., 1564. *Cosimo Bartoli Gentil'huomo, et accademico Fiorentino, Del modo di misurare le distantie, le superficie, i corpi, le piante, le province, le prospettive, & tutte le altre cose terrene...* Francesco Franceschi Sanese, Venetia.

Bennett, J. A., 1991. The challenge of practical mathematics. In: Pumfrey, S., Rossi, P. L., Slawinski, M. (Eds.). *Science, Culture and Popular Belief in Renaissance Europe*. Manchester University Press, Manchester/New York, pp. 176–190.

_____, 1998. Practical Geometry and Operative Knowledge. *Configurations* 6, 195–222.

_____, 2003. Knowing and doing in the sixteenth century: what were instruments for? *British Journal for the History of Science* 36/2, 129–150.

Camerota, F., 2000. *Il compasso di Frabrizio Mordente: Per la storia del compasso di proporzione*. Leo S. Olschki, Firenze.

Chatfeild, J., 1650. *The Trigonall Sector; The Description and the use therof: Being an Instrument most aptly serving for the resolution of all Right lined Triangles, with great facility and delight. By which all Planimetrical, and Altimetrical conclusions may be wrought at pleasure. the Lines of Sines, Tangents, Secants and Chords, pricked down on any Instrument: Many Arithmeticall proportions calculated, and found out in a moment. Dialls, delineated upon most sorts of plaines: with many other delightull conclusions*. Robert Leybourn, London.

Danti, E., 1586. *Trattato del radio latino. Istrumento giustissimo & facile più d'ogni altro per prendere qual si voglia misura, & positione di luogo, tanto in Cielo como in Terra... Inventato dall'Illustrissimo & Eccellentissimo Signor Latino Orsini, Con li Commentarij del Reverendo Padre Maestro Egnatio Danti dal Perugi...* Marc Antonio Moretti & Iacomo Brianzi, Roma.

Daumas, M., 1972. *Scientific Instruments of the 17th & 18th Centuries and their Makers*. Portman Books, London.

Dias, M. S. e Saito, F., 2014. Algumas potencialidades didáticas do "setor trigonal" na interface entre história e ensino de Matemática. *Educação Matemática Pesquisa* 16/4, 1227–1253.

Drake, S., 1977. Tartaglia's Squadra and Galileo's Compasso. *Annali dell'Istituto e Museo di Storia della Scienza di Firenze* 2, 35–54.

_____, 1995. *Galileo at Work: His Scientific Biography*. Dover, New York.

Fineo, O., 1556. *La composition et usage du Quarre Geometrique, par lequel on pu mesurer fidelement toutes longueurs, hauteurs, & profunditez,...* Gilles Gourbin, Paris.

Gunter, E., 1623. *The Descripition and Vse of the Sector, for such as are studious of Mathematical practisse*. Willian Iones, London.

_____, 1653. *The Workes of Edmund Gunter, Containing the Description of the Sector, Cross-staff, and other Instruments; With a Cannon of artificial Sines & Tangents &c. Much enlarged by the Author. Together with a new Treatise of Fortification Whereunto is now added the further use of the Quadrant fitted for daily practise by S. Foster late Professor of Astronomie in Gresham College Londo*n. Third Edition. London.

Hackmann, W. D., 1989. Scientific Instruments: Models of Brass and Aids to Discovery. In: Gooding, D., Pinch, T., Schaffer, S. (Eds.). *The Uses of Experiment: Studies in the Natural Sciences*. Cambridge University Press, Cambridge/New York, pp. 39–43.

Higton, H., 2001. Does using an instrument make you mathematical? Mathematical practitioner of the 17th century. *Endeavour* 25/1, 18–22.

Hill, K., 1998. "Juglers or Schollers?": negotiating the role of a mathematical practitioner. *British Journal for the History of Science* 31, 253–274.

Hood, T., 1598. *The Making and use of the Geometricall Instrument, called a Sector*. London.

Hopp, P. M., 1999. *Slide Rules: Their History, Models, and Makers*. The Astragal Press, Mendham.

Hugh of Saint Victor, 1961. *The Didascalicon of Hugh of St. Victor: A medieval guide to the arts* (J. Taylor, Ed.). Columbia University Press, New York/London.

_____, 1991. *Practical Geometry [Practica Geometriae] attributed to Hugh* *of St. Victor* (F. A. Homann, ed.). Marquette University Press, Milwaukee/Wisconsin.

Lewis, M. J. T., 2001. *Surveying instruments of Greece and Rome.* Cambridge University Press, Cambridge.

Mosley, A., 2009. Early Modern Cosmography: Fine's *Sphaera Mundi* in Content and Context. In: A. Marr (Ed.). *The Worlds of Oronce Fine: Mathematics, Instruments and Print in Renaissance France.* Shaun, Tyas, Donington, pp. 114–136.

Ramus, P., 1569. *Arithmeticae Libri duo, Geometriae septem et viginti.* Basilea.

Saito, F., 2012. History of Mathematics and History of Science: Some remarks concerning contextual framework. *Educação Matemática Pesquisa* 14/3, 363–38.

Saito, F. e Dias, M. S., 2011. *Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumento de medida do século XVI.* Sociedade Brasileira de História da Matemática, Natal.

_____, 2013. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. *Ciência & Educação,* 19/1, 89–111.

Tartaglia, N., 1554. *Quesiti et inventioni diverse de Niccolò Tartaglia, di novo restampati con una gionta al sesto libro, nella quale si mostra duoi modi di redur una Citta inespugnabile. La divisione et continentia di tutta l'opra nel seguente foglio si trovara notata.* (A. Masotti, ed.), Appresso de l'autore. Facsimilar reprint of the edition of 1554, including introduction by A. Masotti: Ateneo, Brescia, 1959.

_____, 1606. *Opere del famosissimo Nicolo Tartaglia cioè quesiti, nova scientia, travagliata inventione, ragionamenti sopra Archimede.* Venetia.

Taylor, E. G. R., 1954. *The Mathematical Practitioners of Tudor & Stuart England.* Institute of Navigation/Cambridge University Press, Cambridge.

Thulin, C. O. (ed.)., 1913. *Corpus Agrimensorum romanorum I. Opuscula agrimensorum veterum.* Teubner, Leipzig.

Turner, G. L. E., 1998. *Scientific instruments, 1500–1900: an introduction.* P. Wilson/ University of California Press, Berkeley/London.

Vitrúvio, 1999. *Da Arquitetura.* Hucitec/Fundação Para a Pesquisa Ambiental, São Paulo.

Zaitsev, E. A., 1999. The Meaning of Early Medieval Geometry: From Euclid and Surveyor's Manuals to Christian Philosophy. *Isis* 90, 522–553.

A *Supputatrix* e a Aritmética: Adriaan van Roomen e a Classificação das Matemáticas

Zaqueu Vieira Oliveira
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
`z.zaqueu@yahoo.com.br`

Resumo: Adriaan van Roomen (1561–1615) ficou conhecido por alguns trabalhos em trigonometria, como por exemplo, seu cálculo do número π publicado em 1593 na obra *Ideae Mathematicae Pars Prima.* Na mesma obra, o autor mostra interesse de escrever em linhas gerais sobre as ideias matemáticas. Sua intenção parece ser em parte concretizada em duas obras posteriores, a *Universae Mathesis Idea* de 1602 e a *Mathesis Polemica* de 1605, nas quais o autor descreve um amplo conjunto das ditas disciplinas matemáticas. Neste trabalho, pretendemos mostrar as semelhanças e as diferenças de duas destas disciplinas: a *Supputatrix* e a Aritmética. Ambas as disciplinas têm os mesmos objetos de estudo: os números. A Aritmética procura exibir as propriedades dos números com alguma demonstração, enquanto que a *Supputatrix* não busca as propriedades dos números, mas somente tenta compreender como numerável o objeto de estudo das outras ciências matemáticas.

Adriaan van Roomen, também conhecido pelo seu nome latino Adrianus Romanus, nasceu em Louvain em 29 de setembro de 1561 e faleceu em 04 de maio de 1615 em Mainz voltando para Louvain de uma viagem que realizava a fim de cuidar de problemas de saúde (Bockstaele, 1976; Busard 1961).

De acordo com a dedicatória de sua obra *Ideae Mathematicae Pars Prima* publicada em 1593, sabemos que ele estudou no Colégio Jesuíta da cidade de Colônia, depois foi para Louvain estudar medicina e continuou os estudos em Bolonha. Segundo Paul Bockstaele (1976), van Roomen recebeu o grau de *medicinae licenciatus* em Roma em 1585, onde também conheceu o padre jesuíta Christoph Clavius (1538–1612).

Entre 1586 e 1592 foi professor de matemática e de medicina na Universidade de Louvain. No início de 1593, tornou-se o primeiro professor de medicina da recém-fundada Universidade de Wurceburgo, onde deu sua primeira aula em 17 de maio desse ano e por dez anos se dedicou a essa atividade — nem sempre com entusiasmo, como podemos ver na carta de 11 de novembro de 1593 para Clavius.

> "No que se refere a meus estudos, muito a profissão médica me retarda as matemáticas, porque aqui eu sozinho exerço o cargo de

> professor, de outro modo, teria feito maiores progressos na tabela de senos; contudo, lentamente progrido, em breve com a ajuda da graça divina, haverei de editar algum espécime, só a falta de impressores convenientes me retarda" (Bockstaele, 1976, 106).

A partir do que van Roomen afirma na carta acima e de outros trechos de sua Correspondência, claramente o ensino da medicina o deixava com pouco tempo para os estudos matemáticos que gostaria de realizar (Bockstaele, 1976; Bockstaele, 1992; Gonçalves & Oliveira, 2007; Gonçalves & Oliveira, 2010).

Entre 1596 e 1603 foi matemático do capítulo da catedral de Wurceburgo. Entre o final do século XVI e início do XVII, van Roomen realizou diversas viagens, um delas ocorreu em 1598 quando foi à Praga onde recebeu o título de Conde Palatino e de Médico Imperial de Rudolph II. Em 1601 viajou para a França onde conheceu François Viète (1540–1603). Também sabe-se que por volta de 1600, van Roomen visitou Tycho Brahe (1546–1601) e provavelmente Johannes Kepler (1571–1630). Por causa destas viagens e de sua saúde debilitada não pode exercer plenamente suas atividades acadêmicas e religiosas em Wurceburgo. Entre 1604 e 1605 viveu em Louvain, onde foi ordenado sacerdote, porém ainda em 1605 voltou a dar aulas na universidade de Wurceburgo e nos anos seguintes morou nas duas cidades para exercer ambos os cargos (Bockstaele, 1976; Busard, 1981).

Entre setembro de 1610 e julho 1612, foi a Zamość na Polônia ensinar matemática a Thomas Zamojski, filho do estadista e fundador do colégio dessa cidade Jam Zamojski. Durante sua estada na Polônia tornou-se conhecido do matemático polonês Jan Brożek (1585–1652), com quem manteve contato através de correspondência (Bockstaele, 1976; Busard, 1981)

Van Roomen foi um visitante regular das feiras de livros semianuais, antes da Páscoa e no fim de setembro, nas cidades de Frankfurt e Mainz e diligentemente procurava informar-se sobre as novas publicações e estudos nas áreas de seu interesse (Bockstaele, 1966; Bockstaele, 1976; Busard, 1981).

Também era de seu feitio enviar correspondência aos autores daqueles trabalhos que lia, a fim de comentar e discutir eventuais erros cometidos para que eles, ao escreverem novas edições, pudessem melhorá-las omitindo e arrumando os trechos contendo tais erros. Na carta de 11 de maio de 1592 para Clavius, van Roomen escreve acerca de uma obra de Guido Ubaldo:

> "Li, em viagem, dois livros dos planisféricos de Guido Ubaldo, mas lembro-me, contudo, de ter notado um erro na demonstração da construção da elipse, que eu indicaria ao autor, se me constasse, por ventura, que esteja, até agora, no meio dos vivos ou não. Tive

> isso, de fato, e ainda agora tenho por habitual os erros menos importantes, e que acontecem por descuido, indicar aos próprios autores, se até agora estejam no meio dos vivos para que eles próprios possam publicar finalmente seus livros mais corretamente. Somos, de fato, humanos, e todos facilmente erramos" (Bockstaele, 1976, 93).

O círculo de amizades de van Roomen foi muito grande e podemos dizer que seus estudos podem ter sofrido influência de diversos estudiosos daquele período. Duas evidências relevantes acerca disso são a Correspondência deixada por ele e os relatos de suas inúmeras viagens. Sabemos que durante suas diversas viagens além de Clavius, Brahe, Viéte e Kepler, conheceu inúmeros estudiosos como Giovanni Antonio Magini, Ludolph van Ceulen, Christoph Griemberger, entre outros.

Ainda no que diz respeito aos interesses matemáticos de van Roomen, em sua obra *Ideae Mathematicae Pars Prima*, ele demonstra ter a intenção de escrever em linhas gerais sobre as ideias matemáticas de seu tempo como um todo. Naquela obra, van Roomen traz a sua teoria dos polígonos regulares que resulta num conjunto de tabelas de senos, tangentes e secantes e nos cálculos do número π — com 16 casas decimais — utilizando o método de inscrição e circunscrição de polígonos (Bockstaele, 2009).

Van Roomen também se interessou pela *mathesis universalis*. A tentativa de elaborar uma ciência universal ocorreu em 1597 na obra *In Archimedis Circuli Dimensionem Expositio et Analysis*, ciência que ele denominou de *prima mathematica* ou *prima mathesis*. No sexto capítulo dessa obra, intitulado "A Aritmética e a Geometria são ciências comuns que consideram quantidade geralmente como mensurável", van Roomen mostra que a aritmética e a geometria podem servir de base para uma ciência universal que não leva em conta somente as coisas mensuráveis abstratas como números e magnitude, mas também as coisas concretas como tempos, sons, vozes, movimentos e forças (Van Roomen, 1597, 22).

A *mathesis universalis* de van Roomen parece ter servido de influência para Renè Descartes (1596–1650) na escrita de sua obra *Regulae ad Directionem Ingenii*. Nesta obra, o autor afirma que toma a expressão *mathesis universalis* por um *vocabulum jam inveteratum atque usu receptum* (Descartes, 1984, 86; Weber, 1964, 17). Segundo Jean-Paul Weber, o termo pode sido adotado dos trabalhos de van Roomen, "estudioso versado na literatura de seu tempo", pois ambos fizeram uso do termo para designar "uma ciência geral e abstrata das relações quantitativas" (Weber, 1964, 17).

Após essa breve introdução acerca da vida e dos interesses matemáticos de van Roomen, passamos para o foco deste trabalho. Como dissemos acima, o autor desde 1593 estava interessado em escrever sobre todo o campo de conhecimento matemático de seu tempo. No início do século XVII, van Roomen publicou duas obras que aborda a classificação das matemáticas: a *Universae Mathesis Idea* de 1602 e a *Mathesis Polemica* de 1605. Ambas trazem ao leitor um capítulo para o conjunto das ditas disciplinas matemáticas.

Segundo van Roomen, o objeto de estudo das matemáticas são as quantidades. A palavra quantidade deve ser entendida aqui como algo que seja passível de ser mensurado. Neste sentido não são considerados somente os números e magnitudes geométricas, mas também — citando um trecho da obra de van Roomen — "alguns acidentes, por exemplo, o movimento, o peso, o som, o raio visual, etc., assim como substâncias, como o céu, a terra, os campos, as montanhas, etc. igualmente as coisas artificias, como barris, esferas, etc." (Van Roomen, 1602, 6).

O autor divide as disciplinas inicialmente em Matemáticas e Quase Matemáticas. As Matemáticas são divididas em Principais e Mecânicas — estas últimas incluem disciplinas relacionadas às Matemáticas Principais, mas que tem como objetivo de estudo principal o uso e construção de instrumentos matemáticos.

As Matemáticas Principais estão divididas em dois subgrupos: as Matemáticas Puras — relacionadas às quantidades abstratas — e as Matemáticas Mistas — que dizem respeito às quantidades concretas. As Matemáticas Puras compreende a *Supputatrix* ou Logística e a *Mathesis Unviersalis*, disciplinas gerais que dizem respeito às quantidades em si, independentemente da ciência matemática que está sendo aplicada. Além disso, também encontram-se no grupo das Matemáticas Puras, as Matemáticas Especiais, ou seja, a Aritmética e a Geometria. As Matemáticas Mistas são subdivididas em dois grupos de acordo com o objeto de estudo, pois algumas, como a Astronomia, a Cosmografia, a Geografia, a Topografia e a Astrologia, estudam os objetos incorruptíveis e eternos, ou seja, os corpos celestes; outras, como a Música, a Geodesia e a Óptica, estudam os objetos corruptíveis, ou seja, as coisas terrenas (Van Roomen, 1605).

Segundo as palavras de van Roomen, "exceto as matemáticas ditas anteriormente, que são verdadeiramente matemáticas, existem, contudo algumas com conhecimentos afins, que não são compreendidas pelo senso dos matemáticos como matemáticas verdadeiras" (Van Roomen, 1605, 100–101). Ciências, como a Arquitetura e a Arte Militar, são denominadas por van Roomen como Quase Matemáticas.

Van Roomen dedicou um capítulo da *Universae Mathesis Idea* e da *Mathesis*

Polemica para cada uma das disciplinas matemáticas, citando autores e obras importantes historicamente, descrevendo a origem dos nomes, o objetivo, o objeto de estudo, os usos e as partes e divisões de cada uma delas, além de estabelecer as relações entre cada uma. Para este trabalho nos interessa descrever duas disciplinas, a *Supputatrix* ou Logística e a Aritmética.

Segundo van Roomen, "a *Supputatrix*, dita em grego λογιστική, é aquela que com o benefício das regras universais, obtém o desconhecido a partir de números dados em condições adequadas" (Van Roomen, 1605, 17). Segundo Chikara Sasaki (2004, 351), "esta definição evoca necessariamente a arte da *al-jabr* da matemática árabe".

A *Supputatrix* "poderia, não incomodamente, se a expressão fosse aceita, ser chamada *arithmopraxia*", ou seja, uma aritmética prática. "É aceito separá-la das ciências matemáticas restantes, porque ela não trata de propriedades de objetos particulares, mas considera todo número concreto, isto é, a coisa enquanto numerável sem nenhuma propriedade dos números" (Van Roomen, 1602, 17). Usando outras palavras, a *Supputatrix*, também chamada pelo autor de Logística, deve ser entendida como uma disciplina à parte das demais matemáticas, pois ela não trata dos objetos particulares de cada ciência, mas sim dos números concretos que estão embutidos no objeto de estudo de cada disciplina matemática.

No que diz respeito à Aritmética, segundo van Roomen, ela "é a ciência dos números". A palavra "aritmética" tem origem etimológica no grego ἀριθμός que significa "número" e daí se origina ἀριθμητικός, ou seja, o calculador hábil ou o aritmético. O aritmético trabalha somente com os números e "compreende a unidade e as partes da unidade sob o número" (VAN ROOMEN, 1602, 21–22).

Van Roomen afirma que o objeto de estudo da aritmética são os números e sua finalidade, citando Dasypodius, "é contemplar as disposições e propriedades dos números". As propriedades da Aritmética são: "a adição, a subtração, a multiplicação, a divisão dos números e das partes, a comparação das razões e das proporções; e finalmente, o poder da aritmética é numerar bem e exprimir a facilidade". E, comentando acerca da certeza do conhecimento produzido pela aritmética, afirma que ela é tida como uma ciência que não falha e não pende ao conhecimento de nenhuma ciência particular (Van Roomen, 1605, 22).

Evidentemente a Logística e a Aritmética possuem diferenças e semelhanças. Na *República*, Platão mostra dois modos de conceber os números: o primeiro refere-se aos números presentes nas coisas sensíveis e que podem ser contadas, enquanto que o outro modo de compreender os números é acessível somente pela razão, conduzindo a alma para o alto e obrigando-a a pensar a respeito do próprio número.

A distinção entre a natureza dos números também é tradicionalmente compreendida como duas ciências distintas: (i) a Aritmética, como o estudo teórico dos números e (ii) a Logística, como os cálculos práticos. Mas, qual a diferença entre elas?

> "A resposta estaria na etimologia dessas palavras: a arithmetike vem de tekhne (τέχνη / arte, habilidade) e arithmos (ἀριθμός / número); a logistike vem de logos (λόγος), que por sua vez possui diversos significados, como palavra, medida, fórmula, argumento, razão, mas também cálculo. Logo, de acordo com esta visão, Platão estaria se referindo à arithmetike como uma "arte ou habilidade de contar" e não às relações que se pode estabelecer entre os números, como a sua soma ou multiplicação. A oposição se daria então, não no âmbito do estudo teórico dos números versus a computação, mas entre a contagem versus a computação" (Barbosa, 2009, 39).

Num trecho de *Górgias*, Platão afirma:

> "Se sobre alguma das artes de que agora eu falara, alguém me perguntasse: "Sócrates, o que é a aritmética?", lhe responderia, como tu agora, que é uma das artes que produz sua eficácia pela razão. Se, continuando a pergunta, me dissesse: "Sobre que objeto?", lhe responderia que sobre o par e o impar e a quantidade de cada um. Se novamente me perguntasse: "O que é a logística?", lhe diria que também é uma das artes que tem toda a sua eficácia na razão, e se insistir: "Sobre que objeto?", lhe responderia como os que redigem as propostas na assembleia, que a aritmética é igual a logística, se referem ao mesmo, ao par e ao impar; se diferenciam somente que a logística examina as relações de quantidade do par e do impar com relação a eles mesmos e uns com os outros" (Platão, 1983, 30).

Segundo Platão, o objeto de estudo da Aritmética e da Logística é o mesmo, "o par e o ímpar", um modo comum também nos pitagóricos para designar a totalidade dos números inteiros. A Aritmética estuda os números inteiros independentemente de sua grandeza, talvez para diferenciar da aritmologia ou "mística pitagórica dos números", que via nos números de 1 a 10 uma explicação completa do universo sem que fosse necessário ir além. Já a Logística examina a pluralidade dos números pares e impares em relação a eles mesmos e uns em relação aos outros.

> "A logística é a ciência das relações entre números inteiros, sejam pares, sejam ímpares. Ela é, em outras palavras, a teoria das relações não aplicada às variáveis geométricas contínuas, mas a quantidade descontinua ou "discreta", ao objeto da aritmética, à pluralidade, ao par e ao impar, resumidamente: o número" (Strycker S.J., 1950, 52).

Van Roomen afirma que o objetivo da Aritmética é "exibir propriedades confirmadas dos números com demonstração", ou seja, elaborar demonstrações que provem as propriedades dos números que, como vimos, são "a adição, a subtração, a multiplicação, a divisão dos números e das partes, a comparação das razões e das proporções" (Van Roomen, 1605, 22). A *Supputatrix* "exibirá pouquíssimos cânones, sem nenhuma demonstração, sem nenhuma propriedade dos números, os quais devem ser inventados e julgados, e os mesmos são generalíssimos, distantes dos diversos problemas e teoremas da Aritmética" (Van Roomen, 1605, 18). Desse modo, a *Supputatrix* é uma disciplina que não busca as propriedades dos números nem se baseia em teoremas aritméticos, mas somente tenta compreender como numerável o objeto de estudo das outras ciências. A *Supputatrix* é "inteiramente geral e requer pouco conhecimento preliminar" (Sasaki, 2004, 352).

Na *Universae Mathesis Idea* e na *Mathesis Polemica*, van Roomen não menciona a Álgebra como disciplina ou método matemático. Porém, segundo Sasaki:

> "A álgebra tem origem árabe e não estava contida no catálogo de nomes das ciências matemáticas na Grécia clássica. Isto pode ser conjecturado ser a razão porque o autor da Universae Mathesis Idea não se refere à palavra álgebra. Nós não temos evidência definitiva se van Roomen tinha ou não a intenção de incluir a álgebra na disciplina chamada supputatrix. Mas, como ele considera supputatrix sinônimo do grego λογιστική, podemos pensar que ela contém a álgebra" (Sasaki, 2004, 352).

Sasaki justifica que van Roomen pode ter feito uma ampla sobreposição dos termos, pois sabemos que por volta de 1602, van Roomen conhecia os trabalhos matemáticos de Viéte, inclusive já o tinha visitado em 1601. Sasaki (2004, 352–353) mostra que Viéte, na obra *In Artem Analyticem*, denominou a arte do cálculo de "*logistice numerosa*" e sua álgebra simbólica de "*logistice speciosa*". Ainda segundo Sasaki, a definição de *Supputatrix* como ciência que "obtém o desconhecido a partir de números dados em condições adequadas" (Van Roomen, 1602, 17) se assemelha bastante ao conceito de Viéte de "*logistice speciosa*".

Para finalizar, evidentemente que a classificação das matemáticas de van Roomen não é consensual entre os estudiosos da matemática dos séculos XVI e XVII, no entanto, um estudo dela nos mostra a complexidade contextual e conceitual entre as disciplinas, as relações de hierarquização e subalternação e também as conexões entre as diferentes disciplinas matemáticas daquele tempo, como mostramos o caso da Aritmética e da Logística ou *Supputatrix*.

Referências Bibliográficas

Barbosa, G., 2009. *Platão e Aristóteles na Filosofia da Matemática.* Rio Claro: Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. IGCE – UNESP.

Bockstaele, P., 1966. "Roomen, Adriaan van". In: *Nationaal Biografisch Woordenboek*, vol. 2, 751–755. Bruxelas.

Bockstaele, P., 1976. "The Correspondence of Adriaan van Roomen". *LIAS — Sources and Documents relating to the Early Modern History of Ideas*, 3, 85–129 and 249–299.

Bockstaele, P., 1992. "The Correspondence of Adriaan van Roomen (1561–1615): corrections and addictions, 1594–1615". *LIAS — Sources and Documents relating to the Early Modern History of Ideas*, 19, 3–20.

Bockstaele, P., 2009. "Between Viète and Descartes: Adriaan van Roomen and the Mathesis Universalis". *Archive for History of Exact Sciences*, 63(4), 433–470.

Busard, H. L. L., 1981. "Adriaan van Roomen". In: C. C. Gillispie, *Dictionary of Scientific Biography.* New York: Charles Scribner's Sons, 532–534.

Descartes, R., 1984. *Reglas para la Dirección del Espíritu.* J. N. Cordón, Trad. Madrid: Alianza Editorial.

Gonçalves, C. H. B. & Oliveira, Z. V., 2007. "Geometria, Reforma e Contra-Reforma na Carta de Adriaan van Roomen para Clavius, de 1 de julho de 1597". *Circumscribere: International Journal for the History of Science*, 3, 13–19.

Gonçalves, C. H. B. & Oliveira, Z. V., 2010. "A Atividade Matemática de Adriaan van Roomen". *Revista Brasileira de História da Matemática*, 10(20), 147–164.

Platão, 1983. *Diálogos II — Gorgias. Menéxeno. Eutidemo. Menón. Crátilo.* J. C. Ruiz, E. A. Méndez, F. J. Oliveri, & J. L. Calvo, Trads. Madrid: Editorial Gredos.

Sasaki, C., 2004. *Descartes's Mathematical Thought.* New York: Springer.

Strycker, S.J. É., 1950. "Trois Points Obscurs de Terminologie Mathématique chez Platon". *Revue des Études Grecques*, 63, 43–57.

Van Roomen, A., 1593. *Ideae Mathematicae Pars Prima.* Antuérpia: Johannes van Keerbergen.

Van Roomen, A., 1597. *In Archimedis Circuli Dimensionem Expositio et Analysis.* Wurceburgo.

Van Roomen, A., 1602. *Universae Mathesis Idea.* Wurceburgo: Georgius Fleischmann.

Van Roomen, A., 1605. *Mathesis Polemica.* Frankfurt: Levinus Hulsius.

Weber, J. P., 1964. "Sur la Composition de la Regula IV de Descartes". *Revue Philosophique de la France et de l'Étranger*, 89(154), 1–20.

Os comentários perdidos de Francisco de Melo aos *Elementos* de Euclides

Bernardo Mota
Centro de Estudos Clássicos
Faculdade de Letras da Universidade de Lisboa
bernardomota@campus.ul.pt

Resumo: Francisco de Melo foi o mais importante matemático português anterior a Pedro Nunes. Enquanto professor da Universidade de Paris, escreveu diversos comentários a obras de matemáticos antigos, incluindo a *Óptica* e *Catóptrica* de Euclides e um pequeno tratado de hidrostática durante muito tempo atribuído a Arquimedes ("Sobre os objectos que caem em líquidos"). Os comentários referidos, escritos em Latim e compilados em dois manuscritos (Biblioteca Nacional de Portugal - COD 2262; Stadtarchiv Stralsund - ms. HS 0767), constituem a única obra de matemática sobrevivente de Francisco de Melo e uma das primeiras tentativas de interpretação de textos ligados a Euclides e Arquimedes do Renascimento europeu. Nestes tratados, Melo cita frequentemente argumentos matemáticos que afirma pertencerem a outros comentários que teria escrito aos *Elementos* de Euclides, e que não chegaram até nós. Apresentaremos uma recolha destes argumentos e procederemos à reconstituição possível desta obra perdida de Francisco de Melo.

Abstract: Francisco de Melo (*c.* 1490-1536) was the most important Portuguese mathematician before Pedro Nunes. When he was a Professor at the University of Paris, he wrote several commentaries on mathematical works of ancient authors, including Euclid's *Optics* and *Catoptrics* and (Pseudo)-Archimedes' treatise on hydrostatic matters titled *On Weights*. These commentaries, written in Latin, are still extant in two manuscripts (National Library of Portugal - COD 2262; Stadtarchiv Stralsund - HS 0767) and constitute one of the first attempts to interpret Euclidean and Archimedean texts in the Renaissance. In these texts, Melo often quotes mathematical arguments which he states are taken from his commentaries on Euclid's *Elements*, now lost. We shall present a list of these arguments and reconstitute this lost work of Melo as much as it is possible.

A investigação que deu origem a esta comunicação foi realizada no âmbito do Projecto MELO — *Francisco de Melo e a tradição euclidiana em Portugal*, e financiada pela Fundação para a Ciência e Tecnologia (EXPL/IVC-HFC/1290/2012), e foi feita com Henrique Leitão (do Centro Interuniversitário de História da Ciência e da Tecnologia).

1 Introdução

Francisco de Melo (1490–1536) foi o mais importante matemático português da geração anterior a Pedro Nunes.[1] Enquanto professor da Universidade de Paris, escreveu diversos comentários a obras de matemáticos antigos, incluindo a *Óptica* e *Catóptrica* de Euclides e um pequeno tratado de hidrostática durante muito tempo atribuído a Arquimedes ("Sobre os objectos que caem em líquidos"). Estes comentários, escritos em latim, sobrevivem em dois manuscritos (Biblioteca Nacional de Portugal - COD 2262; Stadtarchiv Stralsund - HS 0767), e constituem as suas únicas obras de matemática sobreviventes.[2] No entanto, eles não representam a totalidade da obra matemática que Melo produziu, uma vez que o prefácio colocado no seu início indica que ele leccionou um curso completo sobre os *Elementos* de Euclides.[3] Além disso, nos comentários sobreviventes à óptica euclidiana, Melo cita textualmente, ou em paráfrase, alguns argumentos matemáticos que diz pertencerem aos seus outros comentários aos *Elementos*, e que constam de: um "corrogado" a *Elementos* 1 (cuja posição no encadeado demonstrativo não é explicitado: "se, num triângulo, um ângulo for cortado por uma linha recta, esta, prolongada, encontrará a linha subtensa pelo mesmo ângulo"); um "quarto corrogado" a *Elementos* 1 ("se, num triângulo, uma linha une o vértice de um ângulo a um ponto do lado

[1]Sobre ele, veja-se Ribeiro dos Santos, 1806, pp. 237-249; Albuquerque, 1976-1977; Braga, 1892; Clagett, 1978; Santos, 2007.

[2]Para uma edição do texto latino, com tradução portuguesa e notas, veja-se Mota - Leitão, 2014. O COD BNP 2262 começa com um pequeno tratado sobre a estrutura do olho e teoria geral da visão que ocupa 20 folhas e possui cerca de 20 proposições e 18 figuras ("Francisci de Mello de uidendi ratione atque oculorum forma in Euclidis perspectiuam corollarium"; ou: "Corolário de Francisco de Melo à *Óptica* de Euclides sobre a teoria da visão e a estrutura dos olhos"); seguem-se os comentários à *Óptica* de Euclides, que ocupam cerca de 35 folhas e têm 56 proposições e 101 figuras ("Perspectiua Euclidis Cum Francisci de Mello commentariis"; ou: "*Óptica* de Euclides, com os comentários de Francisco de Melo"), os comentários à *Catóptrica* do mesmo Euclides, que ocupam cerca de 40 folhas e apresentam 31 proposições e 89 figuras ("Francisci de Mello in Euclidis Megarensis speculariam Commentaria"; "Comentários de Francisco de Melo à *Catóptrica* de Euclides de Mégara") e um comentário a um pequeno estudo de estática durante muito tempo atribuído a Arquimedes, com apenas 8 folhas e 19 figuras ("Liber Archimedis de ponderibus siue de incidentibus in humidis"; ou: "Livro de Arquimedes *Sobre os Pesos*, ou *Sobre os Objectos que Caem em Líquidos*"). No final, existe ainda um comentário dedicado a uma obra do astrónomo árabe conhecido pelo nome latino de Gebre, deixado em estado muito incompleto. O manuscrito de Stralsund (Stadtarchiv Stralsund, HS 0767) possui um texto idêntico, a que foi acrescentado um prólogo inicial e no qual falta o tratado final dedicado a Gebre. Apenas a parte relativa à hidrostática havia merecido atenção anteriormente, tendo sido editada, traduzida e anotada por M. Clagett (1978).

[3]O trecho encontra-se em BNP COD 2262, f. 5v e Stadtarchiv Stralsund, HS 0767, f. 6v, estando traduzido, mais abaixo, neste artigo.

subtenso, ela divide esse ângulo"); um "corrogado" a *Elementos* 1.19 ("das rectas traçadas de um ponto para uma recta infinita, a menor é perpendicular e, das oblíquas, aquela cujo pé se afasta mais da perpendicular é maior"); e, finalmente, a proposição conversa de *Elementos* 11.14, que afirma ter demonstrado na décima sexta do livro décimo primeiro ("se uma recta é perpendicular a um plano, ela é perpendicular a um plano paralelo ao primeiro").[4] Estas quatro referências constituem tudo o que resta dos comentários de Melo aos *Elementos* de Euclides. Só por si, permitem perceber que o conteúdo do curso leccionado contemplou pelo menos a geometria fundamental do plano e do espaço — livros primeiro e décimo primeiro. Uma vez que um curso completo que se debruçasse apenas sobre esses dois livros seria demasiado incompleto, é provável, mas não demonstrável, que Melo tenha leccionado pelo menos os restantes livros da geometria elementar (livros dois a quatro dos *Elementos*); podemos apenas especular sobre a leccionação da teoria das proporções (livros quinto e sexto) e da teoria aritmética. Uma apresentação do conteúdo destes argumentos e um esclarecimento das suas principais características permitiria conhecer a natureza dos comentários de Melo aos *Elementos*. É o que tentaremos fazer neste artigo, de forma a caracterizar, na medida do possível, o programa matemático prosseguido por Francisco de Melo.

2 Fragmentos dos comentários de Melo aos *Elementos* de Euclides

Os dois problemas fundamentais a discutir de seguida são estes: a) qual a metodologia geral e os objectivos propostos por Melo nos seus comentários aos *Elementos*?; b) é possível reconstituir o conteúdo dos argumentos que Melo diz ter acrescentado ao encadeado demonstrativo dos *Elementos*?

Para resolver a primeira questão, vale a pena apresentar o trecho do prólogo que ocorre logo no início dos seus comentários à *Óptica* de Euclides, onde se encontra a referência ao facto de que Melo deu aulas sobre os *Elementos* de Euclides, com contexto um pouco ampliado.[5]

[4] As referências encontram-se, respectivamente, em BNP COD 2262, ff. 73r, 75v, 28r, 33r, 34v, Stadtarchiv Stralsund, HS 0767, ff. 78r, 80v, 29r, 34r, 35v. O termo "corrogado" indica uma proposição importante para as demonstrações que se seguem; nas obras matemáticas sobreviventes de Melo aparece normalmente sustentado por um argumento de tipo experimental.

[5] As traduções dos comentários de Melo apresentadas ao longo do artigo foram feitas conjuntamente por mim e Henrique Leitão e podem ser consultados (com o texto latino) em Mota-Leitão 2014. O trecho citado encontra-se em BNP COD 2262, f. 5v e Stadtarchiv Stralsund, HS 0767, f. 6v.

> Nela [=Perspectiva], sobressaíram muitos entre os Gregos, mas poucos entre os Latinos, pois à excepção de Vitelo apenas, fatigante pela sinuosa prolixidade, e que abarcou toda a doutrina da visão em dez livros, nada encontrei digno de leitura[6] entre os autores latinos. No entanto, desde há já algum tempo, entre as obras completas de Euclides, Príncipe dos Matemáticos, lêem-se as suas *Especulária* e *Perspectiva*, redigidas com admirável concisão e magnífica disposição, traduzidas para Latim pelo veneziano Bartolomeo Zamberto, com as demonstrações do distinto matemático Teão. Estas, contudo, estão tão confusas e mutiladas, seja por descuido dos copistas, seja por corrupção do códice grego, que penso que o próprio Teão não as reconheceria, se fosse vivo. Além disso, em nada contribuem para clarificar o entendimento dos teoremas matemáticos; antes pelo contrário, impedem completamente a interpretação destes se as tomares por base; [por isso] mais vale excogitar provas completamente novas, a atormentar o engenho excessivamente e durante muito tempo em tradições não fidedignas. Por isso, depois de ter estudado as letras mais puras e os rudimentos de matemática com o eruditíssimo filósofo e matemático Pedro Brissot, professor de Artes e Medicina, decidi que nada era mais prioritário do que socorrer a esta parte negligenciada por todos os que fazem de Euclides a sua profissão. [...] Portanto, depois da explicação dos *Elementos* de Euclides, que completei perante um auditório vasto e público, decidi interpretar estes dois livros de Euclides e ampliá-los com novas demonstrações. Se me distingui em qualquer destas tarefas, deixo-o ao juízo dos leitores instruídos. Quanto a mim, trabalhei pelo menos com esta ambição: de que nada faltasse nestes livros, de que se sentisse falta para a compreensão de Euclides. Tão pouco me agradou divagar por este campo excessivamente; contudo, acrescentei muitas coisas absolutamente necessárias para o que vinha a seguir, para que não houvesse nada que demorasse o leitor no decurso da própria obra [...]

Apesar de a referência às aulas sobre os *Elementos* ser acidental, uma vez que Melo está concentrado em explicar o seu modo de proceder em relação aos comentários à *Óptica* e *Catóptrica* euclidianas, contudo, é lícito perguntar se não terá aplicado a mesma metodologia em relação ao estudo e exposição dos *Elementos*. Ora, na sua descrição do contexto medieval e renascentista

[6] Entenda-se: em contexto de aula.

da história da óptica (apresentada de forma sintética, mas muito completa), Melo refere dois dos principais momentos da reapreciação da óptica antiga, personificados em Vitelo, autor da obra latina de referência neste domínio científico (escrita por volta de 1270), e Bartolomeu Zamberto, autor da primeira tradução impressa feita a partir do grego (a primeira edição data de 1505), assim realçando a inovação própria da época, mas que não descura a consulta de obras de referência de períodos anteriores. O procedimento não pode ter sido muito diferente na sua exposição dos *Elementos*, uma vez que, ao citar princípios e proposições desta obra, não deixa de o fazer inúmeras vezes a partir da versão de Campano, um autor fundamental do século XIII.[7] Também é significativa a menção de duas características atribuídas à edição zambertiana: por um lado, as dificuldades envolvidas, quer na sua concepção, quer na sua interpretação; por outro lado, o facto de se considerar, na época, que apenas o texto das enunciações remontavam a Euclides, e que o texto das demonstrações pertenceria antes a um comentador de Euclides, Teão de Alexandria (séc. IV d. C.). Ora, os problemas textuais que caracterizam os *Elementos* não são, de todo, tão complicados como os que caracterizam os tratados ópticos de Euclides,[8] o que torna improvável que o nível de intervenção pudesse ser o mesmo em todas estas obras. Por isso, ao passo que Melo reelabora todas as demonstrações da óptica e catóptrica euclidianas em relação ao texto de Zamberto, operação que o trecho acima descreve como "ampliação com novas demonstrações", contudo, o mesmo não poderia ser feito em relação aos *Elementos*, uma vez que, como o mesmo trecho não deixa de apontar, estes têm uma tradição longa e cheia de autoridades (e, portanto, menos passível de alteração), o mesmo não se passando com as obras ópticas de Euclides, que Melo descreve como parte negligenciada pelos matemáticos. No entanto, a última parte do seu programa poderá, sem dúvida, descrever correctamente a sua intervenção nos *Elementos*: o seu objectivo seria completar com acrescentos o encadeado lógico de forma a possibilitar uma maior compreensão do texto original, mas sem divagar excessivamente. As citações que faz dos seus acrescentos ao texto euclidiano, de resto, comprovam que é isto mesmo que faz na sua *interpretatio* dos *Elementos*. Estamos longe do programa sistemático de Hilbert de explicitar todos os passos lógicos do encadeado demonstrativo, no entanto, este programa

[7]Assim o faz no comentário: à proposiçao oitava da *Óptica* de Euclides, onde cita a segunda e a terceira das [proposições] acrescentadas por Campano ao quinto [livro dos *Elementos*], à proposição trigésima da mesma obra, onde cita as anotações de Campano à décima sexta [proposição] do undécimo [livro] dos *Elementos*; à proposição vigésima da *Catóptrica* de Euclides, onde cita a primeira noção comum acrescentada por Campano.

[8]Para uma síntese destes problemas, veja-se: Jones, 1987, 2–3; Knorr, 1985, 30–32; Burnyeat, 2005.

foi claramente precedido por um outro, que pretendia completar e elucidar o texto original de acordo com uma motivação que podemos chamar de pedagógica. Fica claramente patente o programa matemático renascentista, firmemente enraizado na reapreciação da tradição textual e fortemente empenhado em melhorar os aspectos matemáticos dessa tradição, mas sem ignorar o contributo dos grandes autores medievais, e que é, ao fim e ao cabo a primeira marca distintiva dos comentários de Melo.[9]

Antes de responder à segunda pergunta, devemos determinar se os argumentos que Melo acrescenta aos *Elementos* já pertenceriam à tradição comentarística do *corpus* euclidiano. A este respeito, devemos responder, sem ambiguidades, que nenhum dos argumentos citados surge pela primeira vez na obra de Melo. Mas talvez seja relevante mencionar que todos eles estão presentes, não tanto em comentários anteriores aos *Elementos*, mas sim no primeiro livro da obra óptica de Vitelo, dedicado à apresentação, em forma de prolegómenos, dos resultados que, apesar de não estarem incluídos no texto dos *Elementos*, se revelavam importantes para a demonstração de resultados no domínio da óptica.[10] Trata-se do texto medieval fundamental sobre óptica mencionado no trecho citado acima, e que Melo tão bem conhecia. O "corrogado" a *Elementos* 1.19 ("das rectas traçadas de um ponto para uma recta infinita, a menor é perpendicular e, das oblíquas, aquela cujo pé se afasta mais da perpendicular é maior") corresponde à proposição vigésima primeira deste primeiro livro de Vitelo; a proposição conversa de *Elementos* 11.14 ("se uma recta é perpendicular a um plano, ela é perpendicular a um plano paralelo ao primeiro") corresponde à vigésima terceira do mesmo livro; os "corrogados" a *Elementos* 1 ("se, num triângulo, um ângulo for cortado por uma linha recta, esta, prolongada, encontrará a linha subtensa pelo mesmo ângulo", e o "quarto corrogado", seu converso: "se, num triângulo, uma linha une o vértice de um ângulo a um ponto do lado subtenso, ela divide esse ângulo") correspondem à proposição vigésima nona do mesmo primeiro livro, que prova os dois resultados matemáticos. A tradição mostra uma curiosa hesitação sobre onde colocar os resultados matemáticos de geometria pura relevantes para as diversas disciplinas matemáticas mas que não se encontram nos *Elementos*. Uma das soluções é a de Vitelo: eles cabem na parte introdutória do curso da disciplina onde serão necessários. Outra solução é introduzi-las no comentário aos próprios *Elemen-*

[9]Estas marcas de época encontram-se bem descritas no conhecido estudo de Paul L. Rose (Rose 1975).

[10]A obra de Vitelo, intitulada *De Perspectiva*, está escrita em latim e baseia-se fortemente na obra anterior de Alhacen. Uma edição e tradução inglesa da obra completa está em curso, tendo sido já publicados alguns volumes. O primeiro, que citaremos várias vezes no seguimento, corresponde a Unguru 1977.

tos, como faz Melo. Esta solução é a preferida por autores posteriores, como se pode ver na importante edição de Clávio e em muitas outras, como a edição moderna de Heath.[11] Acontece que antes de Francisco de Melo, esta última solução não era habitual, o que torna possível especular que Melo terá leccionado o seu curso sobre os *Elementos* já com o intuito de leccionar sobre a obra óptica do *corpus* euclidiano, tendo deslocado resultados que estavam nos prolegómenos de Vitelo para o seu comentário aos *Elementos*.

A resposta à questão propriamente dita não é fácil de obter, uma vez que Melo apenas cita enunciações, mas não dá pormenores sobre a respectiva demonstração (a haver uma). No entanto, podemos averiguar como é que Melo procede em outras proposições que introduz no seu comentário às obras ópticas de Euclides e que aparentemente tira da obra de Vitelo. Este é o caso do lema acrescentado por Melo à proposição sétima da *Especulária* [=*Catóptrica*] de Euclides, transcrita em baixo.

> **Lema da proposição sétima. Se um ponto for contingente num lado de um triângulo e estiver entre as extremidades do mesmo lado, e o lado adjacente for prolongado para a parte do lado oposto contrária, e se se tomar um ponto no lado adjacente [prolongado], fora do triângulo, e se se ligar este ao ponto contingente, é forçoso que esta linha recta corte o terceiro lado do triângulo.**
>
> **[Fig. 1]** Se se tomar, no triângulo ABC e no seu lado AC, o ponto contingente D, e o lado AB for prolongado para a parte de B, até E, e se se ligar D e E: afirmo que a linha recta DE corta o restante lado BC. A recta DE não é a mesma que a linha recta DC; de outro modo, uma vez que DC encontra DE em D, se também a encontrasse em E, duas linhas rectas incluiriam uma superfície, o que é contra a última noção comum. Liguem-se os pontos D e B. DE não será a mesma que BD; de outro modo, uma vez que BD encontra BE em B, se também se encontrassem em E, o mesmo sucederia, contra a última noção comum. Então, cortará o ângulo BDC. Por esta razão, [cortará] também o lado BC oposto no triângulo BDC. O que se quis provar.

[11] Veja-se o primeiro volume das obras completas de Clávio (o volume que consultámos é: *Cristophori Clavii Bambergensis E Societate Iesu Opera Mathematica V Tomis distributa*. Moguntiae. Sumptibus Antonii Hierat, excudebat Reinhardus Heltz. MDCXII); Heath, 1956 (veja-se, mais precisamente: vol. 1, p. 291 — comentário a *Elementos* I.21, e vol. 3, p. 301 — comentário a *Elementos* XI.16).

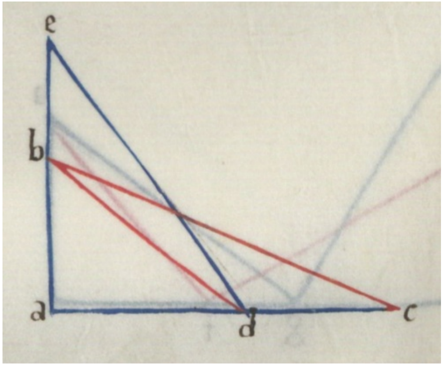


Figura 1

Esta proposição corresponde à trigésima segunda do primeiro livro do *Sobre a Perspectiva* de Vitelo.[12] Ora a prova de Melo, tirando minudências de construção, é igual à de Vitelo: a sua pedra de toque assenta numa noção comum que está presente nas versões dos *Elementos*, tanto de Campano, como de Zamberto, mas que hoje se considera não pertencente ao texto original ("duas linhas rectas não compreendem uma área"). A inovação de Melo não está tanto no desenho da prova, mas em atribuir-lhe outra posição no comentário (mais colado à proposição que precisa dela) e em acrescentar um caso adicional, que está transcrito em baixo:

> **Lema da nona proposição. Se num triângulo e num seu lado se tomar um ponto contingente, e se se levantar uma paralela ao mesmo lado pelo extremo comum aos restantes lados, e se se tomar nela um ponto fora do triângulo, e se se ligar este ponto com o ponto contingente, é forçoso que o lado que liga as duas linhas rectas paralelas seja cortado.**
>
> **[Fig. 2]** No triângulo ABC, e no seu lado AC, tome-se o ponto contingente D. Pelo ponto B, pela trigésima primeira [proposição] do primeiro [livro dos *Elementos*], trace-se a paralela BE, na qual se tome o ponto E. Ligue-se os pontos D e E. Afirmo que a linha recta

[12]Sabetai Unguru realça que se trata de uma proposição que aponta para uma verdade evidente, mas nem por isso simples de demonstrar; os problemas envolvidos no problema geométrico estão relacionados com o tópico da continuidade, e foram resolvidos com outro nível de sofisticação na época contemporânea, sendo extraordinário que já desde o século XIII se tenha percebido a necessidade de a demonstrar (veja-se Unguru 1977, p. 178). A dificuldade é grande, porém, quando se tenta perceber o momento histórico em que determinados argumentos geométricos começaram a ser considerados.

> BC é cortada pela [reta] DE. Ligue-se D a B. É evidente que a linha recta DE não é a mesma que DC, pois nem sequer a poderia encontrar, uma vez que DC é paralela a BE. Também não é a mesma que DB, caso contrário, uma vez que também se encontraria consigo em E, duas linhas rectas incluiriam uma superfície, contra a última noção comum. Então, cortará o ângulo BDC. Por isso, pelo corrogado tantas vezes repetido nas [demonstrações] anteriores, cortará o lado oposto BC. O que se quis provar. A demonstração será igual, no caso de BE não ser paralela a AC.

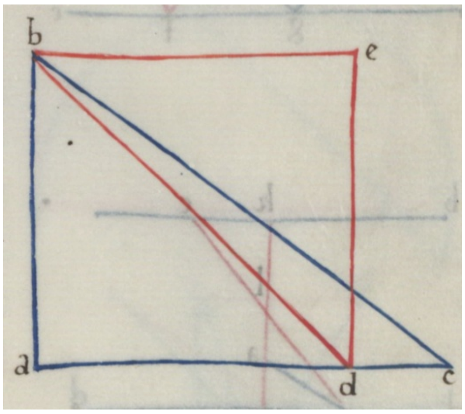


Figura 2

Esta última demonstração não está presente em Vitelo, mas não é mais do que um caso da demonstração anterior. A prova é semelhante à do primeiro caso, o que legitima pensar que a demonstração dos restantes argumentos acrescentados por Melo no seu comentário aos *Elementos*, mas que estão presentes na *Perspectiva* de Vitelo, pudessem também ser semelhantes. A inovação está mais em completar o texto (com introdução de casos) e deslocar resultados, como referimos acima.

3 Conclusão

A análise dos passos que Melo diz pertencerem aos seus comentários aos *Elementos* de Euclides permite ter uma ideia sobre a natureza do seu contributo. Nos seus comentários ao texto da *Óptica* e *Catóptrica*, refere que fez ampliações e acrescentos indispensáveis e explicita que o tratado sobre a natureza da visão que precede essas obras leva o seu nome e lhe deve ser atribuído. Mais importante: as provas que apresenta, foram reelaboradas em relação à versão apresentada por Zamberto e que lhe serve de ponto de partida. Já os comentários aos *Elementos* poderiam apresentar um nível de intervenção menor, uma vez que os argumentos que cita desta sua obra podem ser encontrados em autores anteriores. Ainda assim, é provável que Melo os tenha deslocado da tradição comentarística à parte óptica da obra euclidiana, o que sugere que, já ao leccionar o seu curso dos *Elementos*, pretendia passar ao estudo daquela área científica. O contraste com o texto de Vitelo constitui um passo na tarefa de identificar o que pertence, de facto, a Melo, nos seus comentários a Euclides. Seja, como for, de entre as características do seu pensamento, podemos apontar estas sem receio de falhar: inclusão no espírito do Renascimento matemático do século XVI (reavaliação textual e fortalecimento argumentativo, reelaboração matemática, revalorização de áreas científicas onde houve desinvestimento), tentativa de melhoramento da qualidade matemática dos tratados dos autores antigos divulgados na sua época, mas sempre tendo em conta a contribuição dos autores medievais.

Bibliografia

Fontes manuscritas e impressas

Biblioteca Nacional de Portugal COD 2262 e Stadtarchiv Stralsund, HS 0767 (Francisco de Melo: *In Euclidem*)

Cristophori Clavii Bambergensis E Societate Iesu Opera Mathematica V Tomis distributa. Moguntiae. Sumptibus Antonii Hierat, excudebat Reinhardus Heltz. MDCXII

Estudos

Albuquerque, Luís, "Pedro Nunes e Diogo de Sá", *Memórias da Academia de Ciências* — Classe de Ciências, tomo XXI, 1976–1977, pp. 339–357.

Braga, Teófilo, *História da Universidade de Coimbra nas suas relações com a Instrução Pública Portuguesa*, vol. I (1289 a 1555), Lisboa, Tipografia da Academia Real das Ciências, 1892.

Burnyeat, M. F., "Archytas and Optics", *Science in Context* 18.1 (2005), pp. 35–53.

Clagett, Marshall, *Archimedes in the Middle Ages: The Fate of the Medieval Archimedes*, vol. 3, Philadelphia, American Philosophical Society, 1978.

Heiberg, J. L.; Stamatis, E. S., *Euclidis Elementa*, vol. 1, Lipsiae, Teubner, 1969.

Heath, Thomas L., *The Thirteen Books of Euclid's Elements*. 3 vols., New York, Dover, 1956.

Jones, Alexander, "On Some Borrowed and Misunderstood Problems in Greek Catoptrics", *Centaurus* 30 (1987), pp. 1–17.

Knorr, Wilbur R., "Archimedes and the Pseudo-Euclidean Catoptrics: early stages in the ancient theory of mirrors", *Archives internationales d'histoire des sciences* 35/114–115 (1985), pp. 28–105.

Mota, Bernardo; Leitão, Henrique, *Obras matemáticas de Francisco de Melo, vol. 1: Edição crítica e tradução*, Lisboa, BNP/CEC, 2014.

Ribeiro dos Santos, António, "Memória da Vida e Escritos de D. Francisco de Mello", in *Memórias de Literatura Portuguesa publicadas pela Academia Real das Ciências de Lisboa*, tomo VII, Lisboa, Academia das Ciências de Lisboa, 1806.

Rose, Paul Lawrence, *The Italian Renaissance of Mathematics. Studies on Humanists and Mathematicians from Petrarch to Galileo*, Genève, Droz, 1975.

Santos, Luís Miguel Ferreira, *D. Francisco de Melo. Biografia e escritos*, Tese de Mestrado, Universidade de Coimbra, 2007.

Unguru, Sabetai, *Witelionis Perspectivae liber primus – Book One of Witelo's Perspectiva*, Polish Academy of Sciences Press, 1977.

Francisco Antonio Lacaz Netto (1911–1991): um estudo biográfico

Angelica Raiz Calabria
Fundação Hermínio Ometto – FHO – Uniararas
angel_raiz@yahoo.com.br

Resumo: Francisco Antonio Lacaz Netto nasceu no dia 06 de fevereiro de 1911, em Guaratinguetá, interior de São Paulo, Brasil. Graduou-se em Farmácia, Engenharia Geográfica e Matemática. Atuou apenas na área de Matemática, como professor. Lecionou em vários colégios e instituições, dentre os quais destacamos o Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), localizado em São José dos Campos, São Paulo, Brasil, onde foi contratado como professor associado desde sua criação em 1950. Além de professor, auxiliou na primeira composição do quadro docente do Departamento de Matemática. Ainda nesse instituto, foi chefe do Departamento de Matemática e, depois, reitor. Era muito amigo dos alunos e recebeu várias homenagens, como a láurea Lacaz Netto. Aposentou-se no ITA como professor titular em 1981. Nesse sentido, o presente trabalho tem como acrescentar informações à História da Matemática no Brasil e apresentar uma breve biografia sobre Francisco Antonio Lacaz Netto.

Abstract: Francisco Antonio Lacaz Netto was born on 06th February, 1911, in Guaratinguetá, São Paulo state, Brazil. He graduated in Pharmacy, Geographic Engineering and Mathematics. As professor, he worked only in Mathematics area. He worked at several schools and institutions, one of them the *Instituto Tecnológico de Aernáutica (ITA)*, located in São José dos Campos, São Paulo, Brazil, where he was hired as associate university lecture since its inception in1950. Besides being university lecturer, Lacaz has invited professionals to make part of the first staff of the Mathematics Department of *ITA*. He was head of the Mathematics Department and then dean at *ITA*. A close friend among the students, he was honored several times, such as the accolade Lacaz Netto. He retired in the *ITA* in 1981 as professor. Thereby, this research aims to add information to the History of Mathematics in Brazil and It presents a brief biographical about Francisco Antonio Lacaz Netto.

No período do congresso, a autora era doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, da Universidade Estadual Paulista (Unesp), *campus* Rio Claro/SP e este texto refere-se à sua pesquisa. Em 13 de fevereiro de 2015, obteve o título de doutora e é professora do Centro Universitário Hermíno Ometto – Uniararas, localizado em Araras/SP.

1 Introdução

Este texto refere-se à pesquisa de doutorado da autora, sob a orientação do professor Sergio Roberto Nobre, vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP), *campus* de Rio Claro, São Paulo. Um dos principais objetivos deste trabalho é fazer uma breve apresentação de quem foi Francisco Antonio Lacaz Netto, por meio de um estudo biográfico, baseado no seu acervo pessoal.

Nesse sentido, pretendemos colaborar com informações à História da Matemática do Brasil e ao tema biografias, assunto, ainda, inexplorado com relação aos matemáticos brasileiros. Portanto, apresentaremos, brevemente, Lacaz Netto, um homem nascido no interior de São Paulo, que iniciou seus estudos na escola básica, partindo ao Magistério e, em seguida, graduou-se em Farmácia e Engenharia Geográfica. Posteriormente, direcionou-se à Matemática, tornando-se professor. Ele também foi relevante a um dos principais institutos brasileiro de engenharia, o Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA).

2 Quem foi Francisco Antonio Lacaz Netto?

2.1 A Família

Inicialmente, apresentaremos a genealogia de Francisco Antonio Lacaz Netto, destacando alguns de seus ascendentes e descendentes. Dessa forma, a família Lacaz é de origem francesa e sua história no Brasil começa no Rio de Janeiro.

Tem como avós paternos Francisco Antônio Lacaz e Emília Adelaide da Silva Lacaz e avós maternos Francisco Papaterra Limongi e Francisca da Silva Ribeiro Papaterra Limongi. Seu pai foi Rogério da Silva Lacaz e sua mãe Judith Limongi Lacaz. Enfatizamos que seu pai, Rogério, foi professor de matemática de destaque em Guaratinguetá, onde lecionou na Escola Normal e no Ginásio Nogueira da Gama.

Rogério e Judith tiveram seis filhos, Emília, Rogério Filho, Francisco Antonio, Paulo, Carlos e José. Dentre eles, destacamos o Francisco Antonio, que é nosso biografado. Foi criado, junto de seus irmãos, em um ambiente simples, numa casa que chamavam Chalé da Estação, pois se situava em frente à antiga estação ferroviária de Guaratinguetá. Assim, Francisco Antonio Lacaz Netto, nasceu em 6 de fevereiro de 1911, em Guaratinguetá, cidade do interior de São Paulo. Casou-se nesta mesma cidade, com a Sra. Silvia D'Alessandro. Desta união nasceram dois filhos, Luiz Roberto e Maria Helena da Silva Lacaz.

Figura 1: Família de Lacaz Netto (s/d) (LACAZ, 1989, s/p)

Francisco Antonio Lacaz Netto faleceu no dia 13 de julho de 1991, em São José dos Campos, também cidade do interior paulista, aos 80 anos.

Assim, exibimos neste tópico, suscintamente, alguns aspectos do começo de vida de Lacaz Netto, bem como a cidade e a data de seu nascimento. E para continuarmos a trajetória deste estudo biográfico, mostraremos, em seguida, a sua formação e o início da sua carreira docente.

2.2 Formação e Carreira Docente

Lacaz Netto iniciou seus estudos básicos no Ginásio Nogueira da Gama, em Guaratinguetá. Posteriormente, formou-se como Professor Normalista pela Escola Normal de Guaratinguetá, em 1928. Após a conclusão do magistério, realizou um curso de farmacêutico na Escola de Farmácia e Odontologia de Itapetininga, o qual concluiu em novembro de 1930. Em seguida, fez mais dois cursos de nível superior. O primeiro foi de Engenharia Geográfica, pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (USP), formando-se em 1932 e, o segundo, em Matemática, ingressando na primeira turma, em 1934, da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de São Paulo (FFCL – USP), graduando-se em licenciatura no ano de 1936. Dentre os três cursos, Lacaz Netto seguiu a carreira de professor, ou seja, a Licenciatura em Matemática.

Professor Lacaz não fez curso de pós-graduação, porém, teve uma experiência profissional no exterior entre 1958 e 1959. Foi à Itália e fez um curso de especialização sobre Teoria das Funções Analíticas de Variáveis Complexas, sob a orientação do professor Enzo Martinelli[1], no Instituto Superior de Matemática da Universidade de Roma, auxiliado pelo Conselho Nacional de Pesquisas (CNPq).

Constatamos que a formação de Lacaz Netto consiste em Magistério, Farmácia, Engenharia Geográfica e Matemática, além do curso de especialização realizado na Itália. No entanto, a função que exerceu durante sua vida foi a de ser professor e destacaremos os principais colégios e instituições que atuou.

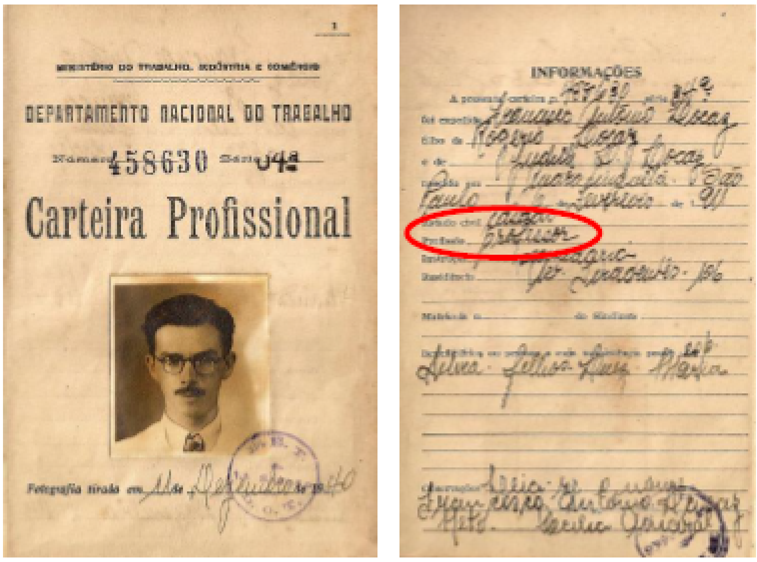


Figura 2: Carteira Profissional (Acervo Pessoal Prof. F. A. Lacaz Netto)

Professor Lacaz Netto iniciou sua carreira docente nas escolas de ensino básico Colégio "Nogueira da Gama" e Escola de Comércio "Antônio Rodrigues Alves", em Guaratinguetá. Depois, foi lecionar na cidade de São Paulo, começando sua nova trajetória profissional no ano de 1931. Nesta cidade trabalhou em muitos colégios, dentre os quais destacamos Dante Alighieri, Bandeirantes, Liceu Pan-Americano e Santa Inês.

Ainda em São Paulo, atuou em instituições de Ensino Superior como no Colégio Universitário da Escola Politécnica e da Faculdade de Medicina Veterinária, ambas da USP; da Faculdade de Engenharia Industrial da Pontifícia Uni-

[1]Matemático italiano que atuou na área de Teoria das Funções de Várias Variáveis Complexas.

versidade Católica de São Paulo (PUC-SP) e da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras do Instituto Mackenzie.

Também foi professor da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá (FEG), em regime de tempo parcial, no período de maio de 1966 a agosto de 1966. Enfatizamos que auxiliou na criação desta instituição.

Trabalhou em São Paulo durante os anos de 1931 e 1949, no entanto, recebeu um convite para lecionar no Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA) e auxiliar na seleção de professores para o Departamento de Matemática deste instituto, o qual começaria a iniciar suas atividades na cidade de São José dos Campos, interior de São Paulo, em 1950.

Nesse sentido, após relatarmos alguns momentos do inicio da carreira docente do professor Lacaz, será abordado, no próximo tópico, sobre o local onde trabalhou e se dedicou profissionalmente por mais tempo, o qual era considerado sua casa, permanecendo nele além de sua aposentadoria.

2.3 Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA)

O Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA) foi criado, conforme sua menção legal, em 1950 e transferido neste mesmo ano para São José dos Campos, São Paulo, pois, inicialmente, estava instalado na cidade do Rio de Janeiro. Este instituto é considerado um dos melhores institutos de engenharia do Brasil, com repercussão mundial e os primeiros professores contratados foram estrangeiros. Dentre eles, destacamos o matemático irlandês Francis Dominic Murnaghan, o qual ficou responsável pelo Departamento de Matemática do ITA.

Além dos professores estrangeiros, foram contratados, também, professores brasileiros e um dos primeiros foi o professor Francisco Antonio Lacaz Netto, iniciando o quadro docente do Departamento de Matemática.

Professor Lacaz ingressou no ITA por meio de um convite realizado pelo seu colega professor Paulus Aulus Pompeia[2]. Porém, na época, Lacaz tinha uma vida estabilizada na cidade de São Paulo, trabalhando em colégios de renome e em duas instituições de Ensino Superior. Apesar disso, resolveu partir para o inesperado e trocou São Paulo, capital, para trabalhar no interior e começar uma nova vida, lecionando num dos institutos, que mais tarde, seria destaque no Brasil.

Dessa forma, Lacaz Netto foi contratado como professor associado em 1950. Trabalhou, desde então, no ITA, local que passou grande parte de sua

[2]Este professor era um dos membros da Comissão Organizadora do Centro Técnico de Aeronáutica e era responsável pela criação e composição do Departamento de Física e Química do ITA.

vida. Posteriormente, tornou-se Professor Titular em 1981, aposentando neste mesmo ano.

Outro motivo do professor Lacaz ter sido contratado para trabalhar no ITA foi o de auxiliar na constituição do primeiro quadro docente do Departamento de Matemática, juntamente com o professor Murnaghan e o professor Flávio Botelho Reis (matemático e recém doutor). Nesse sentido, enfatizaremos, no tópico seguinte, a colaboração do professor Lacaz nesta constituição.

2.3.1 Departamento de Matemática

Professor Lacaz teve um papel relevante na constituição do primeiro quadro docente do Departamento de Matemática do ITA, pois convidou profissionais que, posteriormente, se tornariam nomes de relevância para a Matemática brasileira, o que nos faz concluir o quanto professor Lacaz foi perceptível em escolher pessoas que fizeram a diferença tanto para a sociedade científica como para o ITA.

Assim, os primeiros professores contratados e a convite do professor Lacaz eram recém formados e, dentre eles, estavam Leônidas Hegenberg, Nelson Onuchic, Nelo Allan, Artibano Micali, Geraldo Ávila, Rubens Lamparelli, Carlos Alberto de Buarque Borges, entre outros. Destes, destacamos o professor Leônidas Hegenberg, pois foi o primeiro a ser contratado e, também, o professor Nelson Onuchic, pelo fato de, posteriormente, ter se tornado um matemático importante para o desenvolvimento da Matemática brasileira.

Além de realizar os convites, professor Lacaz também era procurado por alguns alunos, com a finalidade de terem uma oportunidade de lecionar no ITA. Um deles foi Odelar Leite Linhares, que entrou em contato com professor Lacaz por meio de uma carta e que, por fim, foi contratado para trabalhar nesse instituto.

Constatamos, ainda, que professor Lacaz sentia-se honrado em poder fazer parte da história desse departamento e de auxiliar o professor Murnaghan, pois, de acordo com ele próprio, num discurso de paraninfo

> [...] quero render, publicamente, minhas homenagens e admiração e simpatia intelectual, ao ilustre Prof. Francis Murnaghan — homem de inteligência e princípios, a quem tive a honra de ajudar na formação do Departamento de Matemática, do Instituto que, pelos seus currículos, por seus métodos pedagógicos e condições que não vem ao caso relembrar, propunha-se a uma revolução no ensino (Informação Verbal)[3].

[3]Acervo Pessoal Prof. F. A. Lacaz Netto.

Figura 3: Departamento de Matemática (Década de 1950): da esquerda para a direita: Leo Huet Amaral, Mario Pereira Orsini, Flávio Botelho Reis, Carlos Alberto de Buarque Borges, Francis Dominic Murnaghan, Leônidas Hegenberg, Francisco Antonio Lacaz Netto, Nelo Allan, Rubens Lamparelli, Nelson Onuchic (Acervo Pessoal Prof. F. A. Lacaz Netto).

Professor Lacaz demonstrava considerável admiração pelo professor Murnaghan, porém, este professor, permaneceu no ITA até 1959, quando retornou aos Estados Unidos. Com a saída de Murnaghan, Lacaz se tornou chefe do Departamento de Matemática, executando essa função de 1962 a 1965. Afastou-se da chefia em 1966, quando assumiu a reitoria, permanecendo neste cargo até 1973.

Percebemos que Lacaz Netto foi uma figura importante para o Departamento de Matemática do ITA, visto que se empenhou para formar um departamento de qualidade, convidando pessoas capacitadas para desempenhar o cargo de professor. Além disso, lecionava com prazer, pois gostava de ser professor. Uma de suas principais características era o quanto compreendia os alunos. Dessa forma, apresentaremos mais uma peculiaridade desse professor, a admiração que os alunos tinham por ele.

2.3.2 Os alunos

Outra característica do professor Lacaz era o de estar sempre ao lado do aluno, independente da situação em que este se encontrava. Para Lacaz, o aluno estava sempre em primeiro lugar. Além disso, também preocupava-se com o aprendizado do aluno, não descansava enquanto todos não tivesse compreendido o conteúdo apresentado.

Os alunos admiravam e estimavam-no tanto que esse foi um dos motivos para ser escolhido como reitor do ITA, indicado pelo então diretor do Centro Técnico de Aeronáutica, seu ex-aluno.

Constatamos isso em alguns depoimentos de seus ex-alunos, em que eles destacam do professor Lacaz a sua paixão pela Matemática e como conseguia despertar neles o interesse pelas aulas. Observamos isso no seguinte depoimento:

> O que mais impressionava nas suas aulas era a paixão que ele tinha pela Matemática — ao invés de ministrar um curso de cálculo, ouso dizer que ele ministrou um curso introdutório de Análise. [...] Lembro-me quando explorando o conceito de limite, o Prof. falou--nos dos intervalos encaixantes de Cantor. Nenhuma das outras turmas teve essa abordagem, mas isso era o Prof Lacaz, amante da Matemática, um verdadeiro Professor e Mestre que sabia despertar a paixão em seus alunos. (Depoimento de Rommel Agnol, turma de 1985 — Engenharia de Infra Estrutura Aeronáutica.)

Além dos depoimentos, verificamos a admiração dos alunos ao professor Lacaz numa homenagem concedida pelos Antigos Alunos da Associação do ITA (AAAITA), com o título de Sócio Honorário. Foi o único professor do ITA a receber esse título e o recebeu na solenidade de Formatura da Turma de 1975

> O que ocorreu na eleição do Prof. Lacaz, verdadeiramente, foi a súbita explosão de todo até então contido reconhecimento dos antigos alunos ao querido mestre por esses anos todos de convívio, quando, por seu exemplo e por suas palavras, fomos sistematicamente estimulados e compreendidos, orientados e chefiados, advertidos e repreendidos até, dependendo do nível de carga de sua bateria emotiva... (Informação Verbal)[4].

[4]Acervo Pessoal Prof. F. A. Lacaz Netto — discurso de um de seus ex-alunos na Formatura da Turma de 1975.

Associação dos Antigos Alunos do ITA

A Associação dos Antigos Alunos do ITA confere ao Exmo Sr
Prof. Francisco Antonio Lacaz Netto
o presente diploma de
SÓCIO HONORÁRIO
nos termos do Art 6º de seus Estatutos Sociais como reconhecimento pelos relevantes serviços prestados à Aeronaútica Brasileira em geral e ao Instituto Tecnológico de Aeronaútica em particular

São José dos Campos, 31-5-1975

Presidente

Secretário

Figura 4: Certificado de Sócio Honorário da AAAITA (1975)
(Acervo Pessoal Prof. F. A. Lacaz Netto)

Destacamos que, além de amar a Matemática, outras de suas paixões era o futebol. No ITA, foi treinador do time de futebol e participava dos jogos, algumas vezes, como juiz, sem deixar de trajar seu tradicional terno e gravata. Isso o tornava especial para os alunos e diferente dos outros professores.

Prof. Lacaz, magnífica combinação linear de amigo e professor (matemática), treinador de nossa equipe de futebol e titular absoluto do 1.º time dos melhores amigos dos iteanos.

Figura 5: Recorte do Jornal Iteano 1959 (Acervo Pessoal Prof. F. A. Lacaz Netto)

Assim, apresentamos uma parte do que foi Francisco Antonio Lacaz Netto como professor e o que representou para o ITA e para seus ex-alunos, destacando-o como um dos professores mais querido desse instituto.

Outra homenagem concedida ao professor Lacaz foi a Láurea "Professor Lacaz Netto"

> Com o objetivo de incentivar a realização de trabalhos de alto nível por alunos do ITA e como reconhecimento do seu antigo professor Francisco Antonio Lacaz Netto foi instituído, a partir de 1996, com o apoio da empresa Litoral Engenharia, a Láurea Professor Lacaz Netto.
>
> Será merecedor desta distinção o engenheiro formado no ITA que após indicação de sua Divisão Acadêmica for considerado, por uma banca integrada por professores de reconhecida competência de um centro de excelência do País, autor do Melhor Trabalho de Graduação daquele ano (INSTITUTO..., s/d).

Esta homenagem foi outorgada após o falecimento do professor Lacaz e tem como finalidade prestigiar o melhor trabalho de conclusão de curso dos engenheiros do ITA. Como o professor Lacaz estava sempre presente nos principais eventos desse instituto, o prêmio ficou reconhecido como Láurea Lacaz Netto.

Depois de focarmos algumas partes da trajetória percorrida pelo professor Lacaz no ITA, esse professor também elaborou vários trabalhos e, no próximo tópico, evidenciaremos um destes trabalhos.

2.4 Trabalhos

Francisco Antonio Lacaz Netto possui uma considerável produção bibliográfica, diversificando entre trabalhos matemáticos e livros didáticos. Destes, nos dedicaremos aos livros didáticos, os quais foram publicados nos períodos das Reformas Gustavo Capanema (1942–1950) e Simões Filho (1951–1966), os quais foram propostos ao Ginásio e aos Cursos Clássico e Científico. Com isso, podemos considerar o professor Lacaz Netto uma personagem da História da Educação Matemática brasileira, pois, por meio dessas publicações, colaborou com o desenvolvimento e o surgimento da disciplina Matemática no Ensino Básico do Brasil.

Os principais livros didáticos que professor Lacaz publicou foram:

1. Exercícios de Vetores;
2. Formas e Equações Lineares;

3. Lições de Análise Combinatória;
4. Lugares Geométricos Planos;
5. Complemento sobre Vetores;
6. Teoria Elementar dos Determinantes;
7. Trigonometria;
8. Matemática (1.ª, 2.ª, 3.ª e 4.ª séries) — Curso Ginasial;
9. Pequena História de Grandes Matemáticos (Partes 1 e 2);
10. Números Reais.

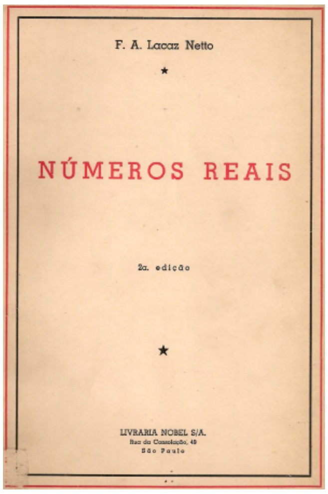


Figura 6: Capa — Números Reais

Dentre estes livros, evidenciaremos o último, **Números Reais**, publicado em 1958, pela Livraria Nobel – São Paulo. O primeiro motivo de termos o escolhido é por se tratar de um assunto de amplo interesse dentro da comunidade matemática, ou seja, a construção dos Números Reais. O segundo motivo, é que este livro foi dedicado aos alunos do Curso Clássico e Científico (atual Ensino Médio) e seu conteúdo expõe a construção dos Números Reais por cortes de Dedekind, conteúdo que, atualmente, é apresentado somente em cursos de graduação em Matemática.

Dessa maneira, este livro possui uma edição anterior, publicada em 1942, sob a forma de apostila e é uma reprodução das aulas do professor Lacaz, lecionadas nos colégios paulistas. Observamos no prefácio que, o assunto tratado, é complexo e extenso, porém deveria ser aplicado, visto que pertencia ao programa escolar e, de acordo com Lacaz Netto (1958, s/n), era um tema "prova de fogo, não só para alunos como para professores". Apesar disto, esse professor exigia apenas o fundamental de seus alunos e garantia a assimilação da matéria.

No entanto, verificamos a diferença existente no ensino de Matemática nas décadas de 1940 e 1950. O aprendizado da disciplina realizava-se por meio de elaboradas teorias, com a apresentação de teoremas e demonstrações. Assim, uma das características de seus livros didáticos era o de apresentar definições, teoremas, demonstrações e exercícios.

A produção, que ora comentamos sobre **Números Reais**, pode ser comparada com trabalhos utilizados no Ensino Superior e se assemelha às obras de Geraldo Ávila, *Análise Matemática para Licenciatura* (dedicado aos cursos de Licenciatura em Matemática) e de Bento de Jesus de Caraça, *Conceitos Fundamentais de Matemática.* Constatamos isso numa carta que professor Lacaz recebeu do professor Ernesto Bruno Cossi, que fez parte do Centro de Pesquisas Físicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, e estava ministrando, na época, a disciplina de Análise Real. Em tal carta, professor Cossi declara que "[...] sorte ter estudado os seus Números Reais para poder dá-los agora segundo sua exposição" (Acervo Pessoal Prof. F. A. Lacaz Netto). Por meio dessa declaração, concluímos que esse professor utilizou o livro **Números Reais** de Lacaz, no curso de Análise Real, o qual é destinado a alunos de graduação em Matemática. Por essa razão, conjecturamos que realmente é possível adotar essa obra no Ensino Superior, mesmo sendo dedicado, no período que foi elaborado, a alunos de colégios de Ensino Básico.

Nesse sentido, professor Lacaz apresenta o conceito de Número por corte ou secção

> Fazemos uma secção no campo dos números racionais, quando separamos esses números em duas classes A_1 e A_2 *não vazias*, de maneira que:
>
> 1.º – todo número, um no máximo excetuado, pertença a uma das classes e somente a uma delas;
>
> 2.º – se um número pertencer à primeira classe, todo número menor que ele pertença à primeira classe; se um número pertencer à segunda classe, todo número maior que ele também pertença à segunda classe;
>
> 3.º – a primeira classe não tenha máximo, nem a segunda mínimo.
>
> Essas condições são chamadas *condições de Dedekind* (LACAZ NETTO, 1958, p. 8).

Diferentemente de outros autores, Lacaz Netto exibe, nesse trabalho, toda a Aritmética dos Números Reais, o que pode ser constatado em seu sumário. E, no mais, é um livro que, apesar de possuir um assunto complexo, professor Lacaz busca trata-lo didaticamente, utilizando uma linguagem acessível aos alunos.

Portanto, procuramos destacar, resumidamente, um dos trabalhos do professor Lacaz e mostrar algumas de características, evidenciando a sua preocupação em escrever um livro de fácil compreensão para os alunos.

Dessa forma, expomos, mais uma vez, a presença do educador em Lacaz Netto. O seu cuidado em elaborar obras que pudessem auxiliar os alunos. Na realidade, esperava que pudesse "prestar algum auxílio, não só aos alunos dos nossos colégios, como também aos estudantes das escolas superiores, onde se leciona Matemática" (LACAZ NETTO, 1958, s/p).

Neste tópico, apresentamos alguns trabalhos sob a autoria do professor Lacaz, aqueles encontrados no decorrer da pesquisa de doutorado, e enfatizamos o livro didático **Números Reais**, destacando algumas características, o público alvo e sua relevância para o ensino de matemática, principalmente, pelo fato, deste livro, poder ser adotado como referência em cursos de Análise Real.

2.5 Considerações Finais

Consideramos que este trabalho, apresentado no 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, acrescenta informações relevantes e originais à História da Matemática no Brasil por meio de uma pequena biografia do professor e matemático Francisco Antonio Lacaz Netto.

Neste texto, destacamos o professor Lacaz Netto com relação a sua participação na criação e na composição inicial do quadro docente do Departamento de Matemática do ITA e, também, algumas características específicas como professor. Além disso, procuramos, no mesmo sentido, destaca-lo na História da Educação Matemática do Brasil, por meio de uma de suas produções, o livro didático sobre **Números Reais**, o qual estava ente os livros que foram importantes para a constituição da disciplina matemática na educação brasileira.

Nesse sentido, conhecemos, brevemente, quem foi o professor Francisco Antonio Lacaz Netto. Ele não foi criador de escola matemática, não elaborou nenhuma teoria e nem realizou muitos trabalhos na área da Matemática Pura e Aplicada, porém foi uma pessoa importante para a Educação Matemática e para o Instituto Tecnológico de Aeronáutica, especificamente, ao seu Departamento de Matemática. Produziu vários livros didáticos e se preocupava com o aprendizado do aluno, muitas vezes, era considerado entre os colegas o "grande didata". Além disso, era muito amigo dos alunos, o que lhe resultou em muitas homenagens exclusivas. Concluímos que Lacaz Netto é personagem da História da Matemática do Brasil e, por esse motivo, versamos sobre ele, principalmente, porque

> [...] interessa não apenas a história de famosos matemáticos, mas também a daqueles professores — mesmo que não produtores de novidades na Matemática — e autores de livros didáticos que desempenharam um papel relevante porque contribuíram para a divulgação do conhecimento e, portanto, como docentes, auxiliaram na formação intelectual de milhares de indivíduos (SAD, SILVA, 2008, p. 43).

Figura 7: Francisco Antonio Lacaz Netto (Acervo Pessoal Prof. F. A. Lacaz Netto)

Referências

Acervo Pessoal Prof. F. A. Lacaz Netto.

INSTITUTO Tecnológico de Aeronáutica. *Láurea "Prof. Lacaz Netto"*. [s. l.]. Sem data. Disponível em: `http://www.pro-grad.ita.br/laurea_lacaz_netto.php`.

LACAZ, J. S. *Rua da Estação:* Chalé da Rua da Estação onde vagueiam meus sonhos de outrora. Edição do autor: 1989. [s. l.]. Não paginado.

LACAZ NETTO, F. A. *Números Reais*. Livraria Nobel: São Paulo. 1958. 2.ª Edição.

SAD, L. A.; SILVA, C. M. S. Reflexões Teórico-Metodológicos para Investigações em História da Matemática. *Bolema*, ano 21, n.º 30, p. 27–46. Rio Claro: 1998.

Algumas considerações sobre os primeiros livros de lógica moderna editados no Brasil

Carlos Roberto de Moraes
Centro Universitário Hermínio Ometto – UNIARARAS
carlosmoraes@uniararas.br, crmoraes63@gmail.com

Resumo: Neste trabalho abordaremos três obras que foram relevantes na história da lógica no Brasil: *As Ideas Fundamentaes da Matemática,* de Manuel Amoroso Costa; *Elementos de Lógica Matemática,* de Vicente Ferreira da Silva e *O Sentido da Nova Lógica,* de Willian Van Orman Quine, este último, mesmo não sendo brasileiro, escreveu esse livro quando esteve no Brasil a convite da Escola de Sociologia e Política da USP. A idéia é verificar a relevância, principalmente desta última obra comparando-a a uma obra importante publicada na mesma época de autoria de Alfred Tarsky, intitulada *Introduction to Logic and to the methodology of deductive sciences*, publicada em 1941. Essas três obras fazem parte do inicio das publicações nesta área do conhecimento e acreditamos que influenciaram o desenvolvimento dessa importante linha de pesquisa no Brasil.

Abstract: In this study, we will discuss three books that were relevant in the history of logic in Brazil: *As Ideas Fundamentaes da Matemática,* by Manuel Amoroso Costa; *Elementos de Lógica Matemática,* by Vicente Ferreira da Silva e *O Sentido da Nova Lógica,* by Willian Van Orman Quine, who, although was not Brazilian, wrote this book when he came to Brazil invited by the School of Sociology and Politics of the University of Sao Paulo. The idea is to verify the relevance, mainly of the latter book comparing it to an important work published at the same period, authored by Alfred Tarsky in 1941, entitled *Introduction to Logic and to the methodology of deductive sciences.* These three works are part of the beginning of publications in this area of knowledge and believe that influenced the development of this important line of research in Brazil.

Este artigo é parte de uma pesquisa de caráter bibliográfico e o procedimento utilizado consistiu num primeiro momento de uma busca de informações em acervos de bibliotecas reais e virtuais. O primeiro passo foi realizar uma consulta a verbete Matemática da Enciclopédia Mirador (1975) que forneceu o título de duas obras relacionadas à lógica. As obras são *Elementos de Lógica Matemática* de Vicente Ferreira da Silva, publicada em 1940 e *O Sentido da Nova Lógica* de Willian Van Orman Quine, publicada em 1944, este último, mesmo não sendo brasileiro, escreve seu livro originalmente em português, quando de sua estada no Brasil. A luz das informações obtidas nesta busca bibliográfica foi possível obter também informações sobre a obra *As Idéas Fundamentaes da Mathematica* de Manuel Amoroso Costa, publicada em 1929. Neste ponto encontramos a primeira dificuldade: onde conseguir essas obras para consulta? O livro de W. Quine foi encontrado na Biblioteca da Universidade de São Paulo – USP. O livro de Vicente Ferreira da Silva foi obtido por empréstimo junto à biblioteca da Universidade de São Paulo – USP em 2004 e ao solicitá-lo novamente no final de 2005, o empréstimo já não foi possível tendo em vista o fato do exemplar que se encontrava no Instituto de Matemática ter sido extraviado e por esse motivo o único exemplar restante, na Faculdade de Direito, não pode ser mais disponibilizado através do empréstimo entre bibliotecas. O livro de Manuel Amoroso Costa pode ser encontrado na Universidade de Campinas – UNICAMP.

Em virtude dessa dificuldade para obter tais obras julgamos relevante apresentar o que é tratado em tais obras.

O livro *As Idéias Fundamentaes da Mathematica* de Manuel Amoroso Costa, publicado postumamente, dedica um capítulo à Lógica Matemática. Na seqüência faremos algumas considerações biográficas sobre o autor e sobre o capítulo relacionado à lógica matemática.

Manuel Amoroso Costa (1885–1928)

Manuel Amoroso Costa, filho de Cypriano de Oliveira Costa e Francisca Julieta Amoroso de Oliveira Costa, nasceu em 13 de janeiro de 1885, no Rio de Janeiro. Cursou as humanidades no Collegio Kopke e ingressou na Escola Politécnica do Rio de Janeiro em 1900, aos 15 anos de idade, concluiu seus estudos em 1906, tendo obtido o bacharelado em ciências físicas e matemáticas e engenharia civil. Foi aluno de Otto Alencar Silva, de quem recebeu forte influência.

Entre 1911 e 1914 trabalhou no escritório técnico da Repartição Federal de Fiscalização das Estradas de Ferro. No ano de 1912 foi nomeado preparador da cadeira de *Aplicações Industriaes e Electrotechnica* da Escola Politécnica. Em fevereiro de 1913 foi habilitado à livre docência da secção de Topografia e Astronomia com o trabalho *Sobre a Formação das Estrellas duplas.* Em novembro tornou-se professor extraordinário efetivo e em 21 de maio de 1924 tornou-se catedrático de Trigonometria Espherica, Astronomia theorica e pratica, e Geodesia.

Realizou viagens de estudo à Europa em 1920 e 1924. Em março de 1928, a convite do Instituto Franco-Brasileiro de Alta Cultura, ministrou um curso

Les Géométries non archimédiennes na Universidade de Paris e apresentou no Collège de France um trabalho intitulado *L'univers infini — Quelques aspects du problème cosmologique*. Vem a óbito a três de dezembro de 1928 num acidente aéreo na Baia da Guanabara, no Rio de Janeiro, em um vôo programado para homenagear Santos Dumont, que regressava ao Brasil.

Em 1929, no Rio de Janeiro, Manuel Amoroso da Costa teve postumamente publicado seu livro *As Idéas Fundamentaes da Mathematica*, que expõe em linhas gerais a concepção da época sobre matemática pura e dedica um capítulo à lógica simbólica e à matemática, e que talvez seja a primeira obra a apresentar a "moderna" lógica matemática no Brasil. Como diz Amoroso Costa na introdução:

> Analisando a dedução matemática, geômetras e filósofos reconheceram de há muito tempo que ela não cabe na lógica dedutiva clássica, a silogística de Aristóteles, desenvolvida pela Escolástica e pouco modificada desde então. A dedução matemática não se faz apenas por silogismos, porém sobretudo de acordo com outros tipos de raciocínio que os trabalhos recentes isolaram, e que merecem, não menos que o silogismo, ser considerados como leis extrínsecas do pensamento. Daí a ampliação moderna da lógica formal, servida por um algoritmo simbólico análogo ao da matemática, e possuindo todos os caracteres de um rigoroso algebrismo. (AMOROSO COSTA, 1929, p. 12)

O capítulo V intitulado *A Lógica Simbólica e a Matemática* apresenta uma breve resenha histórica onde o autor credita a origem da lógica simbólica aos trabalhos de Leibniz.

Os trabalhos de Leibniz e seus discípulos ficaram por um longo tempo em completo esquecimento. O século XIX marca o renascimento desses estudos com os logicistas ingleses. O autor destaca George Boole com sua obra *Mathematical Analysis of Logic*, publicado em 1847. Uma das características do trabalho de Boole é a introdução de dois símbolos, 1 e 0, representando o *universo lógico* e o *nada lógico*, respectivamente. Desta forma Boole consegue obter um conjunto de regras de calculo lógico, graças às quais se efetuam mecanicamente longas e complexas cadeias dedutivas. De acordo com o autor Boole pode ser considerado o criador da lógica simbólica, no que se refere ao cálculo das classes.

São destacados os autores ingleses Augustus de Morgan, John Venn e William Stanley Jevons que contribuíram para o desenvolvimento e o aperfeiçoamento dos trabalhos de Boole. De acordo com o autor,

> a álgebra da lógica completou-se, com o *cálculo das relações,* entrevisto por Leibniz, esboçado por C. S. Peirce e E. Schröder, e que se constituiu com os trabalhos de G. Frege, G. Peano, A. N. Whitehead e B. Russell (AMOROSO COSTA, 1929, p. 57).

O autor apresenta o trabalho de Peano e seus colaboradores enfatizando a utilização da lógica simbólica como instrumento da demonstração matemática.

O final do esboço histórico é marcado pela escola inglesa de Russell e Whitehead, onde são levadas às últimas conseqüências a tese de Frege: a matemática pura contém exclusivamente os conceitos fundamentais da Lógica.

São citados os livros *Universal Algebra* de Whitehead de 1898, *Principles of Mathematics*, de Russell, de 1903 e o *Principia Mathematica*, de Whitehead e Russell, publicado entre 1910 e 1913. Amoroso Costa fica impressionado com o desenvolvimento considerável do simbolismo ideográfico e com a pouca utilização da linguagem vulgar no texto do *Principia* e, assumindo seu papel de divulgador das novas idéias procura dar uma visão geral desta obra.

Amoroso Costa inicia com o cálculo das proposições, onde Russell e Whitehead adotam seis idéias primitivas e algumas definições. As idéias primitivas são: *proposição elementar*, *função proposicional elementar*, *asserção de uma proposição* (representada pelo símbolo $\vdash$), *asserção de uma função proposicional*, *negação de uma proposição* (representada pelo símbolo $\sim$) e a *disjunção ou soma lógica de duas proposições* (representada pelo símbolo $\vee$). Além dessas idéias primitivas temos algumas definições:

1) *Implicação entre duas proposições*, com a notação $p \supset q \ .=.\ {\sim}p \vee q$
2) *Produto lógico de duas proposições*, com a notação $p \cdot q \ .=.\ {\sim}({\sim}p \vee {\sim}q)$
3) *Equivalência material de duas proposições*, com a notação $p \equiv q \ .=.\ p \supset q \cdot q \supset p$

Após as idéias primitivas e as definições derivadas são apresentados dez postulados que, segundo Whitehead e Russell, serão as leis da lógica dedutiva e também são colocados os conceitos de classes e relações. É interessante observar que, a notação utilizada para exprimir que x é membro de uma classe α é a utilizada por Peano $x \in \alpha$.

Amoroso Costa apresenta também propriedades das relações: simétrica, não-simétrica, assimétrica, transitiva, não-transitiva e intransitiva. Whitehead e Russell procuraram demonstrar que toda a matemática pura trabalha exclusivamente com conceitos que podem ser definidos em termos dos conceitos lógicos primitivos, e que todas as suas proposições podem ser deduzidas a partir dos princípios lógicos apresentados acima. Hoje sabemos que isso não é verdadeiro, o trabalho de Gödel mostrou a impossibilidade de tal feito proposto pelos logicistas ingleses, mas tal trabalho aparece depois da obra de Amoroso Costa ter sido publicada.

É importante ressaltar o cuidado que Amoroso Costa teve ao apresentar a proposta de Whitehead e Russell

> Seria temerário affirmar que ella executou integralmente e impecavelmente o seu programma, ou mesmo que o programma seja exeqüível. A lógica simbolyca actual nos parecerá algum dia tão estreita como nós já hoje consideramos a lógica clássica. E quando mesmo toda a nossa mathematica actual se possa exprimir em termos de um systema de noções primitivas, nada prova que o seu desenvolvimento ulterior dispense a adjuncção de novas noções primitivas. (AMOROSO COSTA, 1929, p. 71)

Amoroso Costa ressalta a importância da lógica formal para o desenvolvimento do pensamento matemático ao afirmar que o simbolismo utilizado pela lógica formal "permitte a analyse rigorosa das articulações do raciocínio, evitando as causas de erro inherentes ao emprego da linguagem comum" (AMOROSO COSTA, 1929, p. 52).

O primeiro livro texto de lógica moderna aparece em São Paulo, em 1940, quando Vicente Ferreira da Silva (1916–1963) publica *Elementos de Lógica Matemática*, que apresenta alguns tópicos importantes da chamada lógica matemática, embora não apresente algo essencialmente original. Trata-se de uma obra de caráter didático e elementar, o que segundo (COSTA, 1964, p. 499) "torna quase impossível de se perceber as idéias originais que sobre o assunto ele porventura pudesse ter".

Apresentaremos uma breve biografia sobre o autor e, em seguida, abordaremos o que é tratado nesta obra.

Vicente Ferreira da Silva (1916–1963)

Vicente Ferreira da Silva nasceu a 10 de janeiro de 1916. Estudou no Colégio de São Bento e mais tarde se formou em Direito, mas nunca exerceu a profissão de advogado. Trabalhou com o filósofo americano Willard van Orman Quine, quando o conhecido professor de Harvard esteve em São Paulo a convite da Escola de Sociologia e Política da USP. Ministrou diversos cursos livres de filosofia e de acordo com (CARVALHO, 2005) "fundou, em 1945, em São Paulo, o Colégio Livre de Estudos Superiores, com base no Colegio Libre de Estúdios Superiores que conheceu em Buenos Aires". Ainda em 1945 se tornou colaborador efetivo do Suplemento Letras e Artes do Jornal *A Manhã*. Em 1949, organizou o Seminário de Filosofia do Museu de Arte Moderna. Neste mesmo ano, ao lado de Miguel Reale, foi o co-fundador do Instituto Brasileiro de Filosofia. Em 1950, escreve *Dialética das Consciências*, ensaio que marca sua posição existencialista. O texto fora preparado para um concurso de filosofia na USP, concurso que Vicente Ferreira da Silva foi impedido de fazer. No ano de 1954 fundou, juntamente com a esposa, a poetisa Dora Ferreira da Silva, a Sociedade Cultural Nova Crítica, que publicou a revista *Diálogo*. Ainda em 1954, atuou como um dos organizadores do I Congresso Internacional de Filosofia ao lado de Miguel Reale. Em 1963 vem a óbito num trágico acidente automobilístico.

Na introdução do seu livro o autor afirma que

> Este livro desenvolve alguns tópicos importantes de uma nova ciência lógica, que já se impoz no ambiente filosófico dos grandes centros de cultura. Esta nova disciplina não é um produto independente e exterior á velha lógica aristotélica, mas sim representa uma nova sistematização e refundição dessa mesma lógica. Todos os capítulos segundo os quais a lógica clássica se achava dividida, sofreram críticas, remodelações e ampliações. Tanto na teoria dos termos, como na teoria das proposições e na teoria da argumentação, surgiram novos horizontes, desconhecidos nas cogitações dos lógicos do passado. Lógica matemática, é o nome que designa esta nova lógica. Frizemos o fato de que a palavra matemática, não implica neste caso, a intromissão da matemática comumente compreendida, no método desta disciplina, mas simplesmente sublinha a precisão e clareza com que são estabelecidas as verdades, nesta nova fase do desenvolvimento da lógica. (SILVA, 1940, p. 7)

O autor afirma que a lógica matemática tem como característica a independência que esta área do conhecimento tem em relação à filosofia, "a lógica desenvolveu-se ultimamente como uma ciência autônoma, com objeto e métodos próprios, aspirando a verdades próprias" (SILVA, 1940, p. 9).

O capitulo 1 intitulado *A Lógica, como base da Filosofia* apresenta a lógica como método da filosofia. É nítida a influência de Bertrand Russell e de outros membros do Círculo de Viena quando o autor sustenta que a lógica matemática deve constituir a base da pesquisa filosófica.

Ainda no capítulo 1 o autor defende a lógica como uma ciência em evolução, aberta e viva e apresenta uma descrição do alcance das investigações lógicas a alguns problemas concretos, procurando ressaltar sua utilidade em filosofia. Neste ponto ficam evidenciadas algumas idéias filosóficas do Círculo de

Viena, e para os filósofos dessa escola, a filosofia se resume a uma clarificação dos nossos pensamentos e conceitos. “Esses pensadores procuram examinar com atenção as formulações das questões filosóficas e inquirir com um rigor lógico, o que estas questões pretendem significar” (SILVA, 1940, p. 25).

No capítulo II, intitulado *A Nova Doutrina do Termo — Estudo Sumario das Descrições,* o autor procura, em primeiro lugar, destacar a importância do estudo da lógica realçando a necessidade de uma linguagem precisa. Como escreve o autor

> A linguagem é um aparelhamento cheio de peias e quem não tiver a ciência de sua estrutura e fim, cairá fatalmente em suas armadilhas.
>
> Eis então, o motivo da importância do estudo da lógica. Nesta, sob um ponto de vista especial, o raciocínio estuda o raciocínio, desvenda-lhe os mistérios, analisa-lhe as partes; a definição é definida, ajuíza-se sobre os juízos (SILVA, 1940, p. 26).

Na seqüência, enfatiza que a lógica investiga o raciocínio de um ponto distinto da psicologia e passa a tratar a teoria dos termos. Neste ponto o autor afirma que o tratamento que os lógicos clássicos davam à teoria dos termos apresentava-se completamente defeituoso. O defeito reside no fato de serem apresentadas considerações de ordem psicológica, epistemológica e, portanto, extra-lógicas como partes constituintes da teoria dos termos. Tal fato aparece em todos os compêndios de lógica publicados em português.

A seguir é tratado o que vem a ser uma asserção e em seguida é feito um exame dos elementos integrantes das asserções — os termos. São também examinados certos elementos que exercem, da mesma forma que os termos, a função substantiva dentro do ambiente proposicional, mas que não podem ser isolados do contexto da asserção: as descrições.

O capítulo III, intitulado *A Teoria das Proposições Atômicas. A forma S é P e a forma xRy,* começa definindo uma proposição como sendo um agregado de palavras ou símbolos pelos quais são veiculadas a verdade ou a falsidade. São chamadas de proposições atômicas os enunciados que versam sobre fatos imediatos de experiência, por exemplo, “isto é preto”.

Na seqüência são estudadas algumas propriedades importantes de uma relação. Uma relação pode ser simétrica, assimétrica, transitiva e intransitiva.

O capítulo IV, intitulado *As Proposições Moleculares e as Leis da lógica,* apresenta estudos sobre o produto, a soma e a negação lógica, que constituem as operações lógicas fundamentais, utilizando os esquemas de Wittgenstein . A partir delas podemos definir as outras relações (a implicação e a equivalência) em função dessas operações. A asserção "este livro é preto ou branco" permite observar dois juízos: "Este livro é branco" (p) e "Este livro é preto" (q), unidos pela disjunção *ou*, o que pode ser escrito como "p ou q". O autor ressalta que alguns lógicos do século XIX, entre os quais Boole e Schröder, através da analogia entre as combinações de proposições e as combinações aritméticas dos números, organizaram um algoritmo e uma álgebra própria das proposições, que ficou conhecida como cálculo proposicional.

O capítulo V, intitulado *O Cálculo Proposicional*, apresenta algumas leis célebres da lógica clássica de maneira dedutiva, propiciando assim um exemplo de funcionamento da lógica matemática. Temos também a demonstração de alguns princípios lógicos, como, por exemplo, o princípio de redução ao absurdo e o princípio do terceiro excluído (ou A é x ou é y e não há terceira possibilidade). Além disso ensina, através de cálculos algébricos, a transformar certas fórmulas em outras, obtendo diversos teoremas lógicos.

O capítulo VI, intitulado *A noção de Função Proposicional e sua aplicação*, apresenta o conceito de função proposicional como sendo o símbolo que expressa uma correspondência entre um dado grupo de objetos e um certo grupo de proposições. São apresentados também os conceitos de operador universal e operador existencial. Com as noções adquiridas nesse capítulo é feita uma análise das asserções A, E, I, O da lógica clássica, respectivamente a afirmativa e a negativa universal e a afirmativa e a negativa particular e, entre as conclusões, tem-se que certas formas de inferências imediatas, estabelecidas na lógica clássica são errôneas. Por exemplo, da proposição "Todos os A são B", não podemos deduzir formalmente a proposição "Alguns B são A".

O capítulo VII, *As Classes*, define como classe ou conjunto a um sistema de objetos onde todos possuem uma mesma propriedade. Apresenta ainda o conceito de classe de classes, isto é, um conjunto cujos elementos são conjuntos. A seguir são apresentados dois princípios distribuídos entre as operações soma e produto lógico: a lei distributiva do produto em relação a soma e a lei distributiva da soma em relação ao produto lógico. Tais princípios são ilustrados pelo sistema de circunferências de Euler.

O capítulo VIII, *As Leis da Dedução*, é marcado por algumas críticas formuladas pela lógica moderna contra a concepção aristotélica da teoria da argumentação e expõe alguns exemplos de argumentação assilogísticas comumente empregados, como por exemplo, a lei da "redução ao absurdo". O autor ainda observa que na lógica moderna, tendo sido ampliada a noção de proposição, foram reconhecidas novas formas de inferência, que não encontravam abrigo na lógica aristotélica.

No último capítulo, *As Determinações Verdade e Falsidade*, o autor faz uma crítica ao fato de os lógicos clássicos admitirem que qualquer proposição com forma gramatical correta seja necessariamente verdadeira ou falsa. Do ponto de vista da lógica clássica, tanto a proposição (1) “O sol não ilumina”, como a proposição (2) “O branco é um número”, eram consideradas “falsas”. A lógica moderna, entretanto, admite que a proposição (1) é falsa ao passo que a proposição (2), deve ser chamada “sem sentido”. O autor aborda a teoria dos tipos, que estabelece as regras segundo as quais uma sentença deve ser construída, para evitar o sem-sentido. O capítulo é finalizado com um quadro onde as proposições podem ser classificadas em “sem sentido” ou “com sentido” e, neste último grupo, podemos ter as verdadeiras, as falsas, as válidas e as inválidas.

Willard Van Orman Quine (1908–2000)

Willard Van Orman Quine nasceu a 25 de junho de 1908 na cidade de Akron, no estado de Ohio (EUA), filho Cloyd Robert Quine e Harriet Van Orman Quine. Graduou-se no Oberlin College em 1930. Em 1932 obteve seu PhD sob a orientação de Alfred North Whitehead. Inicialmente tendo a Lógica como seu principal campo de interesse e objetivando se aperfeiçoar em tal campo visitou Viena, Praga e estudou lógica com Rudolf Carnap. Em 1936 tornou-se professor em Harvard. Quine foi um dos mais influentes filósofos e lógicos norte-americanos do século XX, considerado o maior filósofo analítico da segunda metade deste século. Morreu a 25 de dezembro de 2000, em Boston (EUA).

Quine visitou o Brasil em 1942, a convite da Escola de Sociologia e Política anexa a USP e convidou Vicente Ferreira da Silva para ser seu assistente, durante o período em que ministrou o curso de lógica matemática. Deste curso nasceu, em 1944, o livro *O Sentido da Nova Lógica*, hoje uma raridade bibliográfica.

O livro é dividido em quatro partes: I – Teoria da composição, II – Teoria da quantificação, III – Identidade e Existência e IV – Classe, Relação e Número.

No prefácio o autor afirma que

> A sistematização lógica específica usada neste trabalho resulta dum esforço para conciliar três ideais: rigor nos detalhes teóricos, conveniência nas aplicações práticas, e simplicidade na apresentação. Este último ideal foi o objetivo principal (QUINE, 1944, p. 9)

Dentro desta proposta o autor constrói um livro onde a introdução apresenta algumas considerações históricas ressaltando que a evolução sofrida pela lógica nos últimos noventa anos permite considerá-la uma ciência nova, ressalta as contribuições do inglês George Boole, dos alemães Frege e Schröder, do norte-americano Charles Peirce, do italiano Peano, e segundo Quine a lógica atinge um estado de amadurecimento apreciável com a publicação da obra *Principia Mathematica* dos ingleses Whitehead e Russell. Ainda dentro dessas considerações históricas escreve sobre a lógica aristotélica, ressaltando o fato de a mesma ter sobrevivido até a Idade Média sem sofrer mudança ou progresso importante. Lembra que Kant, na segunda metade do século XVIII, podia "falar da lógica formal como duma ciência que já se aperfeiçoara, já se completara, dois mil anos atrás" (QUINE, 1944, p. 12).

No entanto o progresso da matemática chegou a tal ponto que o papel dos métodos dedutivos teve que ser revisto e um dos motivos para esta revisão foi o estudo do alemão Cantor, no final do século XIX, sobre as classes infinitas. Além disso, no início do século XX,

> com a descoberta feita pelo lógico inglês Bertrand Russell, que os princípios do raciocínio aceitos e usados tacitamente em matemática, e talvez fora dela, são capazes de envolver-nos em contradições. Esta descoberta precipitou uma crise. Os princípios da lógica dedutiva tiveram que ser explícita e cuidadosamente formulados e mesmo revistos, para que a matemática em geral fosse bem fundada. (QUINE, 1944, p. 14).

Segundo Quine, a descoberta dos paradoxos e outras noções que necessitavam esclarecimento por definição baseada em noções claras como, por exemplo, os infinitésimos e os números imaginários, contribuíram para o que ele chama de o ressurgimento da lógica.

Na parte final da introdução escreve sobre o trabalho do lógico austríaco Kurt Gödel que demonstrou, em 1931, não ser possível existir uma sistematização coerente dentro da qual todo enunciado verdadeiro da matemática seja demonstrável. "Dada qualquer sistematização da lógica, haverá verdades lógicas e mesmo aritméticas, demonstravelmente indemonstráveis" (QUINE, 1944, p. 20).

O autor conclui a introdução afirmando que

> Ao cientista ansioso por técnicas não quantitativas, a lógica matemática oferece socorro de duas maneiras: provê técnicas explícitas para a manipulação dos mais simples ingredientes da linguagem e provê uma clara e sistemática base, sobre a qual podem ser construídas futuras teorias apropriadas às necessidades cientificas especiais que surgem de vez em quando. (QUINE, 1944, p. 22)

Na primeira parte do livro, a **Teoria da Composição**, o autor afirma ser conveniente considerar a lógica, como contendo duas partes: a teoria da dedução e a teoria das classes. A teoria da dedução se divide por sua vez em duas outras partes: a teoria da composição e a teoria da quantificação.

O objetivo desta primeira parte do livro é fornecer os subsídios necessários como preparação a um estudo técnico da primeira parte da lógica, em que se trata da composição de um enunciado. A primeira questão abordada é o que vem a ser um enunciado. Segundo Quine, enunciados são frases, mas nem toda frase é um enunciado. Os enunciados compreendem só aquelas frases que são verdadeiras e aquelas que são falsas. Tais propriedades dos enunciados, verdade e falsidade, chamam-se valores dos enunciados. As frases "que horas são?", "Feche a porta" não sendo nem verdadeiras nem falsas, não são enunciados. Só frases declarativas são enunciados, no entanto, nem todas as frases declarativas são enunciados. Considere, por exemplo, a frase declarativa "Estou cansado" observe que ela não é por si só nem verdadeira nem falsa, pois pode ser afirmada veridicamente por uma pessoa e falsamente por outra. Segundo o autor

> as técnicas formais de análise dependerão da suposição de que um enunciado é uma frase verdadeira ou falsa independentemente do contexto, de quem fala, do lugar e tempo de sua afirmação (QUINE, 1944, p. 27).

A teoria da composição trata dos modos de compor enunciados para formar enunciados compostos utilizando os conceitos de conjunção, que consiste em ligar dois enunciados pela palavra "e" — ou, na notação da lógica matemática representada pelo ponto "·"

Carlos está cansado · Carlos está fora

Na seqüência, apresenta o conectivo "ou" e como obter a tradução mecânica do exclusivo "ou" e do inclusivo "ou" em termos de conjunção e negação. Trata também do condicional (se p logo q) e chama a atenção para o fato de haver uma confusão infeliz entre "se — logo" e "implica" pois muitas vezes lê-se "p implica q" em lugar de "se p logo q". Segundo o autor

> Implicação não é modo de composição de enunciados; é relação entre enunciados, como por exemplo, o amor e o ódio são relações entre pessoas. O verbo "implica", como os verbos "ama" e "odeia", deve colocar-se entre nomes e não entre enunciados (QUINE, 1944, p. 51).

Ainda na primeira parte de seu livro Quine trata da chamada tradução centrípeta que é uma técnica para tradução de um enunciado complexo. O objetivo dessa tradução em termos de conectivos "e" e "negações" têm o efeito de revelar e resolver equívocos, seja no sentido de alguma das ligações usadas na linguagem natural, seja nos modos de agrupamento.

Segundo Quine, as aplicações práticas das técnicas da teoria da composição se realizam, na sua maior parte, dentro da teoria da "quantificação", que é o foco da segunda parte de seu livro. O autor enfatiza que nas ciências naturais não é freqüente que a pesquisa de implicações lógicas entre enunciados seja feita unicamente sobre estruturas composicionais, sem interferência das estruturas quantificacionais. Como exemplo de uma aplicação prática apresenta um trabalho do engenheiro elétrico Claude Elwood Shannon (1916–2001) que utilizou as técnicas da teoria da composição para resolver certos problemas na simplificação de redes elétricas.

A segunda parte do livro intitulada **Teoria da Quantificação** faz menção ao trabalho de Frege, que segundo o autor, foi o responsável pelo passo mais importante da lógica moderna: a criação da teoria da quantificação.

> A teoria governa o uso dos prefixos "(x)", "(y)", etc. chamados *quantificadores*. Estes se escrevem antes de expressões que têm a forma de enunciados, mas exibem letras "x", "y", etc. em lugar de nomes de objetos. O resultado, chamado um *quantitativo*, é verdadeiro se, e somente se, a expressão que segue o prefixo permanece verdadeira não importa qual objeto se imagine designado pela letra "x" (ou "y", etc.). (QUINE, 1944, p. 77)

O prefixo "(x)" pode ser lido como "seja x qual for" ou "todo objeto x é tal que". Desta forma, "(x) x existe" significa "Todo objeto x é tal que x existe". A quantificação corresponde de maneira indireta ao uso natural da palavra "todo". Tal correspondência é indireta, pois "todo objeto" do ponto de vista sintático aparece como substantivo, embora a quantificação não apresente nenhum substantivo correspondente. Segundo Quine a falta dessa correspondência sintática é uma vantagem do procedimento da teoria da quantificação, pois a forma substantiva da expressão "tudo" ou "todo objeto" é uma forma enganadora da linguagem natural. Isto pode ser visto no seguinte exemplo:

(1) Todo objeto é homem ou difere do homem.
(x) (x é homem ou x difere de homem).
$(x) \sim (\sim x$ é homem $\cdot \sim x$ difere de homem).

(2) Todo objeto é homem ou todo objeto difere do homem.
(x) x é homem ou (x) x difere de homem.
$\sim (\sim (x)$ x é homem $\cdot \sim (x)$ x difere do homem).

O composto (2) é falso, sendo ele a ligação por "ou" de dois enunciados falsos; mas (1) é verdadeiro. Após apresentar mais alguns exemplos Quine afirma que "uma vantagem da notação de quantificadores é indicar explicitamente o que se esconde ou se exprime só não sistematicamente na linguagem natural".

Em seguida denomina as letras "x", "y", etc., auxiliares à notação de quantificação, como sendo *pronomes lógicos.* A justificativa para o termo *pronome lógico* pode ser evidenciada quando observamos que "(x) x existe" pode ser lida como "Todo objeto é tal que ele existe".

Na seqüência afirma que a tradução de enunciados da linguagem diária em sinais lógicos continua válida mesmo quando temos que considerar estruturas quantificacionais, além das estruturas composicionais. Neste caso, a tradução torna-se uma tarefa mais complicada e Quine apresenta um exemplo "de ordem especialmente complicada" para esclarecer o caso geral.

Temos também as definições de *verdade* e *validade quantificacional.* O autor apresenta a verdade quantificacional como uma espécie de verdade lógica mais inclusiva do que a verdade composicional.

Na teoria da composição, a técnica exemplificada pelos quadros de valores fornece uma maneira mecânica de verificar se qualquer enunciado é composicionalmente verdadeiro ou não. No caso da técnica apresentada nesta segunda parte do livro temos que; para estabelecer se um dado enunciado é quantificacionalmente verdadeiro, procurar sua derivação a partir da matriz (A) e por meio das operações (i)–(iv). A derivação, quando descoberta, pode ser autenticada por inspeção mecânica; mas a procura desta derivação não é um processo mecânico. Segundo Quine

> O que possuímos é, em breve, unicamente um método mecânico de autenticação de demonstrações da verdade quantificacional, e não um critério mecânico para a própria verdade quantificacional. Sabe-se, com efeito, que um tal critério é impossível. A demonstração deste fato é devida a Church (1936) (QUINE, 1944, p. 106)

Temos, ainda, nesta segunda parte a *implicação quantificacional* que relaciona enunciados cujo condicional é quantificacionalmente verdadeiro; e a *equivalência quantificacional* que é definida como implicação quantificacional recíproca, pois cada demonstração de equivalência quantificacional consiste na demonstração de duas implicações.

No final da segunda parte temos um item dedicado ao *silogismo*, o tipo de raciocínio conhecido desde Aristóteles, exemplificado pelo argumento:

"Nenhum β é γ e todo α é β; portanto, nenhum α é γ".

O autor estabelece essa implicação dentro da teoria da quantificação e apresenta um método conveniente para a demonstração de enunciados que contém nomes, sem precisar introduzir a consideração de nomes dentro da teoria da quantificação.

O último tópico é chamado "Teoria monádica da quantificação", onde o autor afirma que existe um critério mecânico que permite decidir se as matrizes retratadas por um dado esquema são válidas no caso dos esquemas monádicos, enfatizando que esse critério mecânico não é verdadeiro em geral. A porção monádica da teoria da quantificação embora simples é importante, incluindo, em particular, a lógica silogística; e esse fato faz com que a existência de um critério mecânico de validade tenha interesse.

Finalmente, o autor conclui esta parte do livro ressaltando que o domínio das técnicas da quantificação pode ser útil na "vida prática" e exemplifica que tais técnicas podem ser úteis a empresas de seguros, seja na simplificação de contratos ou na verificação de consistência de um conjunto de cláusulas, entre outras. Segundo Quine este campo de aplicação já está sendo explorado pela Prudential Insurance of América, devido aos esforços de Edmund C. Berkeley (1909–1988).

A terceira parte, intitulada **Identidade e Existência**, o autor inicia com o conceito de identidade, onde afirma que identidade é uma noção tão simples e fundamental que dificilmente admite explicação em termos mais claros, dizer que x e y são idênticos é dizer que são a mesma coisa. "Todo objeto é idêntico a si mesmo e nada mais". (QUINE, 1944, p. 135)

Embora a identidade seja uma noção elementar, tem sido objeto de confusões persistentes. O autor exemplifica recorrendo a Heráclito "Não nos podemos banhar duas vezes no mesmo rio". O fato das águas de um rio se renovarem continuamente, segundo Heráclito, fará com que seja outro rio no momento do segundo banho. A dificuldade é de conceber como um objeto que muda permanece idêntico a si mesmo. Segundo Quine

> Consideremos o rio. É um objeto extenso, tanto no tempo como no espaço. É o total de seus diversos estados instantâneos, assim como de suas diversas secções transversais entre a fonte e a foz. O rio não é o total de certas gotas d'água; cada gota compartilha da extensão espacial do rio só dentro duma porção do comprimento temporal da gota e do rio. Agora o rio, mude como mudar, tanto em relação à sua constituição material quanto em relação a outros fatores, permanece o mesmo rio durante toda sua existência; permanece o mesmo idêntico total dos diversos estados instantâneos. (QUINE, 1944, p. 136)

Outro tipo de confusão sobre a identidade vê-se numa observação de Wittgenstein: "dizer dum objeto que ele é idêntico a si mesmo é oco, e dizer que é idêntico a outro objeto é errado". De acordo com Quine temos que distinguir não entre dois casos, mas entre três, para isso considera os enunciados: 'Cícero = Cícero', 'Cícero = Catalina' e 'Cícero = Túlio'. O primeiro enunciado é oco e o segundo é falso; mas o terceiro não é oco e nem falso. O terceiro é informativo, pois combina dois nomes diversos e além disso é verdadeiro, visto que os dois nomes são nomes do mesmo objeto. Wittgenstein não distinguindo cuidadosamente entre os objetos e os nomes, considera que toda afirmação verdadeira de identidade deve apresentar o sinal '=' entre repetições do mesmo nome, Wittgenstein não reconhece que '=' deva somente aparecer entre nomes do mesmo objeto, sendo os nomes, em todo caso, nomes diferentes.

Segundo Quine a confusão entre identidade dos objetos e identidade de seus nomes encontra-se na mente de muitos matemáticos que consideram que uma equação, como por exemplo, '5+3 = 6+2', relaciona dois números que são iguais, em algum sentido, mas ainda não idênticos, sendo as expressões '5 + 3' e '6 + 2' diversas. Esta confusão entre sinal e objeto conduz, às vezes, à idéia de que a identidade é uma relação entre os sinais mesmos e não entre os objetos.

Na seqüência, são apresentados os princípios de identidade, sendo o primeiro o princípio da *substutividade da identidade*, segundo o qual, dado um enunciado verdadeiro de identidade, um dos dois termos pode ser substituído pelo outro em qualquer verdade, permanecendo o resultado verdadeiro. Os outros princípios apresentados no livro são o princípio da *transitividade* da identidade, que afirma que, sejam x, y e z, se $x = y$ e $y = z$, logo $x = z$, o princípio da *simetria* da identidade, que registra ser indiferente à ordem numa identidade e o princípio que todo objeto é idêntico à algum objeto.

O tópico seguinte é intitulado *Sentido. Sinonímia. Necessidade.* O autor inicia enfatizando que dizer que dois nomes designam o mesmo objeto não é dizer que são sinônimos, ou que tem o mesmo sentido. Como exemplo, o autor recorre à astronomia,

> o objeto (o número ou grau de multiplicidade) designado pelo ideograma '9' é o mesmo que o designado pelo nome complexo 'o número dos planetas'. A identidade
>
> O número de planetas = 9
>
> é uma verdade (segundo se crê no momento) da astronomia. (QUINE, 1944, p. 149)

Os nomes 'o número de planetas' e '9' não são sinônimos e não tem o mesmo sentido. É interessante observar o cuidado do autor quando afirma "segundo se crê no momento", chamando a atenção para o fato de que tal afirmação venha a ser impugnada pela descoberta de outro planeta.

O autor escreve que o *sentido* de uma expressão ainda não é claro; embora seja claro que, dada a noção de sentido, poderia ser esclarecida a noção de *sinonímia* como sendo a relação entre quaisquer expressões que têm o mesmo sentido. A recíproca poderia ser obtida também, dada a relação de sinonímia poderíamos considerar o sentido de uma expressão como sendo a classe de todas as expressões sinônimas a ela. Segundo Quine

> A relação de sinonímia exige uma definição ou um critério em termos psicológicos e lingüísticos. Tal definição, ainda nem mesmo esboçada, seria uma contribuição fundamental ao mesmo tempo à filologia e à filosofia. (QUINE, 1944, p. 150)

O próximo item desta parte do livro é intitulado *Existência,* onde o autor inicia escrevendo que a palavra 'nome' tem um sentido *gramatical* e outro *semântico.* A palavra 'substantivo' será encarregada do sentido gramatical, reservando à palavra 'nome' o sentido semântico: o que é nome de um objeto, o que designa.

O autor aborda a questão de um substantivo ser nome e também a questão de dois nomes designarem o mesmo objeto, afirmando que geralmente não se decide pelo estudo do mero sentido das palavras. Para exemplificar, do ponto de vista puramente lingüístico, as palavras 'Pégaso'[1] e 'Bucéfalo'[2] são semelhantes; é somente um acidente da história natural que 'Bucéfalo' designa enquanto que 'Pégaso' não. Segundo Quine

> A questão se dois nomes designam o mesmo objeto equivale à questão se o enunciado de identidade formado dos dois nomes é verdadeiro; e esta verdade pode ser uma verdade da ciência natural. A questão se um substantivo é nome equivale a questão se o enunciado de existência formado do nome é verdadeiro. (QUINE, 1944, p. 159)

O enunciado pode ser uma verdade da ciência natural como, por exemplo,

(1) Há Bucéfalo

O enunciado (1) não afirma que ainda vive Bucéfalo, afirma simplesmente que existe de fato, a suposta porção do mundo espaço-temporal.

[1]Cavalo alado que figura na mitologia grega, presente no mito de Perseu e Medusa.
[2]Cavalo de guerra de Alexandre, o Grande, Rei da Macedônia.

O enunciado

(2) $\sim$ há Pégaso

nega que haja, um trecho do mundo espaço-temporal sob o substantivo Pégaso. O enunciado (2) é, uma verdade da ciência natural. Talvez haja uma idéia de Pégaso e igualmente uma idéia de Bucéfalo, mas não é de uma idéia que (1) afirma a existência e (2) nega a existência, mas sim de um animal. Segundo Quine pouco temos a ganhar em dizer que existe Pégaso no mundo da mitologia grega e não no mundo real, afinal, metáforas à parte, há só um mundo.

Não temos que concluir daí que tudo que existe ocupa espaço e tempo. Podemos admitir, por exemplo, a verdade do enunciado

(3) Há o número 9^{9^9}

embora o número em questão seja objeto abstrato, não espacial e não temporal. O verbo 'há' em (3) é entendido no mesmo sentido de que em (1) e (2). A diferença entre os exemplos não está relacionada ao verbo 'há', mas sim nos substantivos 'Bucéfalo', 'Pégaso' e '9^{9^9}'.

A última parte do livro é intitulada **Classe, Relação e Número** e apresenta como primeiro item *Atributos e Classes*, onde o autor afirma que a matemática depende de objetos abstratos como números, funções, relações, classes e atributos. Segundo Quine, "os objetos abstratos de cujo reconhecimento a matemática depende são, de fato, redutíveis, a uma porção que inclui somente as classes, ou atributos" (QUINE, 1944, p. 179)

A questão abordada neste item é como diferem as classes dos atributos? Uma resposta é: atributos podem diferir entre si ainda que por acaso sejam atributos das mesmas coisas, enquanto que classes são sempre idênticas quando têm os mesmos membros.

Para especificar uma classe, temos que apresentar uma matriz que é satisfeita pelos membros da classe e só por eles, mas devemos enfatizar a semelhança entre classes e atributos, pois a determinação de um atributo depende da apresentação de uma matriz satisfeita pelos objetos que possuem o atributo e só por eles. A matriz não é o atributo. Assim a única diferença entre classes e atributos se encontra na condição de identidade, e neste caso as classes são muito mais claras que os atributos. Duas matrizes determinam a mesma classe quando satisfeitas pelos mesmos objetos.

O próximo item é *Pertinência e identidade*, e o autor começa diretamente com a noção de classe. Dizemos que um objeto x é membro de uma classe y, ou que x *pertence* a y utilizando a notação '$x \epsilon y$', onde 'ϵ' é a inicial do verbo grego 'ἐστί'. Na seqüência são formulados e apresentados os princípios fundamentais que regem este novo conectivo lógico, o conectivo de pertinência. Em seguida trata da questão da existência de classes e de uma álgebra de classes.

O tópico intitulado *Relações* aborda esta noção que se apresenta tão necessária à matemática quanto a de classe. As funções tão utilizadas em matemática são simplesmente relações. O autor afirma que classes de pares ordenados bastam para todos os propósitos das relações e adota a notação '$x;y$' para designar o par ordenado que consiste de x e y na ordem indicada, assim, por exemplo, podemos considerar a função "metade de" como a classe dos pares ordenados $\frac{1}{4};\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3};\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2};1$, 4;8, etc.

Os pares devem ser concebidos como ordenados, de modo que os pares $x;y$ e $y;x$ sejam distintos para todos elementos x e y, pois queremos que o par 4;8 pertença à relação "metade de" e que Isaac;Abraão pertença a relação "filho de", mas não queremos que os pares opostos 6;3 e Abraão;Isaac pertençam à essas relações. Segundo o autor o princípio fundamental dos pares ordenados deve ser o seguinte:

(4) $(x)(y)(z)(w) \sim (x \,\varepsilon\, V \cdot y \,\varepsilon\, V \cdot z \,\varepsilon\, V \cdot w \,\varepsilon\, V \cdot x;y = z;w \cdot \sim (x = z \cdot y = w))$

Qualquer definição de par ordenado que satisfaça (4) seria adequada, mas é possível construir tal definição a base de teoria de classes. O par ordenado de quaisquer elementos x e y é a classe cujos membros são a classe unitária de x e a classe cujos membros são x e y. Esta formulação embora artificial satisfaz (4).

Dizer que R relaciona x a y é dizer que x e y são elementos tais que $x;y \in R$. Portanto, escrevendo '$R(x, y)$' no sentido 'R relaciona x a y', adotamos a seguinte definição

(5) '$R(x, y)$' por '$x;y \in R \cdot x \in V \cdot y \in V$'

São apresentadas as noções de *relação conversa* que consiste dos pares inversos aos pares que pertencem a x, por exemplo, a conversa da relação "metade de" é a relação "duplo de", *projeção*, denotada por $x\,''y$, é a classe dos objetos que são relacionados por x a membros de y, por exemplo, se x é a relação "quadrado de" e y é a classe de números primos, temos que $x\,''y$ é a classe de quadrados de números primos e *produto relativo* de x e y, denotado por $x \mid y$, é a relação de qualquer objeto z a qualquer objeto w tal que z é relacionado por x a algum objeto que é relacionado por y a w. Para exemplificar, se x é a relação de irmão e y é a relação de mãe, $x \mid y$ é a relação de tio materno.

Na seqüência são definidas as espécies de relações, que podem ser simétricas, assimétricas, transitivas, intransitivas, antissimétricas e reflexivas. Uma relação R é *simétrica* se, sempre quando $R(x, y)$, segue-se que $R(y, x)$; e *assimétrica* se, sempre quando $R(x, y)$, segue-se que $\sim R(x, y)$. Para exemplificar temos que a relação de colega é simétrica e a relação de pai é assimétrica.

Uma relação R é chamada *transitiva* se, sempre quando $R(x, y)$ e $R(y, z)$, segue-se que $R(x, z)$; e *intransitiva* se, sempre quando $R(x, y)$ e $R(y, z)$, segue-se que $\sim R(x, z)$. Como exemplos temos a relação de inclusão é transitiva e a relação de pai é intransitiva.

Uma relação R é *antissimétrica* se, sempre quando $R(x, y)$ e $R(y, x)$, segue-se que $x = y$. Uma relação é *reflexiva* se, sempre quando x pertence ao domínio de R, segue-se que $R(x, x)$.

O autor apresenta também a chamada relação *unívoca* se sempre que $R(x, y)$ e $R(z, y)$ então $x = z$. Podemos exemplificar, considere a relação "mãe de" que é unívoca, ao passo que a relação "filho de" não é unívoca.

Uma relação R é chamada *transformação* se ela e sua conversa são unívocas e tem o mesmo domínio. A relação "dobro de" é uma transformação, pois é unívoca e sua conversa "metade de" também é unívoca e ambas têm o mesmo domínio.

A teoria de classes e relações desenvolvidas ao longo desta parte do livro dependeu da aceitação de uma ontologia que admite objetos abstratos e classes como reais.

No tópico seguinte, intitulado *Teoria virtual de classes e relações,* o autor apresenta um modo alternativo de desenvolvimento para uma parte importante da chamada teoria de classes (e das relações) de modo "a formar parte da própria teoria da quantificação ou da identidade, evitando-se completamente quaisquer suposições ontológicas" (QUINE, 1944, p. 218).

O método utilizado por Quine permite desenvolver uma teoria virtual de classes e relações que não depende de uma idéia de classe nem de pertinência e não implica questões ontológicas. Tal método permite "conservar todas as vantagens práticas da álgebra de classes e de alguns outros ramos das teorias das classes e relações, sem abandonar a lógica no sentido mais estrito: a teoria da quantificação" (QUINE, 1944, p. 221).

O próximo item intitulado *Números naturais* apresenta a definição do conjunto dos números naturais. O autor utiliza a notação ιx para a classe unitária de x, isto é a classe cujo único elemento é x. O número 0, admitido como a classe dos primeiros 0 números, deve ser a classe vazia. O número 1, como classe do primeiro número será a classe $\iota 0$; o número 2, como a classe dos primeiros dois números, será a classe $\iota 0 \cup \iota 1$ cujos membros são 0 e 1; o número 3 será $\iota 0 \cup \iota 1 \cup \iota 2$ e assim por diante. De maneira mais concisa, podemos utilizar 2 é $1 \cup \iota 1$, 3 é $2 \cup \iota 2$ e, em geral, o número que sucede a n é $n \cup \iota n$. Desta forma cada número natural possui sua definição. O passo seguinte é construir uma definição geral de número natural, segundo Quine, definir a classe *Nn* cujos membros são 0, 1, 2, etc. A definição '*Nn*' como sendo '$\iota 0 \cup \iota 1 \cup \iota 2 \cup$ etc.' não serve pois determina '*Nn*' como abreviação de uma expressão que contém a palavra 'etc.' que não foi definida. A solução devida a Frege depende de considerarmos que *Nn* possui 0 como membro e possui também o sucessor $z \cup {}^{\iota}z$ de cada membro z. Segundo Quine

> Essa condição sobre *Nn* ainda não determina completamente *Nn*, pois a mesma condição é satisfeita também por toda classe a qual pertencem, além dos números naturais, quaisquer objetos adicionais. Porém, *Nn* é a classe mais estreita que satizfaz à dada condição. (QUINE, 1944, p. 225)

É a mais estreita das classes y tais que

$$0 \in y \cdot (z) \sim (z \in y \cdot \sim z \cup {}^{\iota}z \in y) \tag{6}$$

É a parte comum de todas as classes que satisfazem (6). Assim, o autor define *Nn* como a classe dos elementos x que pertencem simultaneamente a todas as classes y que satisfazem (6). Na seqüência são apresentadas as definições de adição, multiplicação e potenciação aritmética que dependem da noção de potência relativa de uma relação w, no sentido seguinte:

$$w^0 = 1, \quad w^1 = w, \quad w^2 = w \mid w, \quad w^3 = w \mid w \mid w, \quad \text{etc.}$$

Como exemplo, o autor apresenta w como sendo a relação de pai, w^2 é a relação de avô e w^3 é a relação de bisavô. A soma $x + y$ é o sucessor do sucessor do sucessor… (y vezes) de x; isto é, onde w é a relação de sucessor, $x + y$ é o objeto que é relacionado a x por w^y.

A noção de produto admite uma definição análoga, pois $x \cdot y$ é o resultado de adicionar x, y vezes, a 0. Finalmente, a potência aritmética $x\hat{\ }y$ (onde o autor usa essa notação para evitar confusão com a potência relativa x^y) é o resultado de multiplicar 1, y vezes, por x. O autor, ainda que rapidamente, fala sobre o princípio da indução matemática.

A construção posterior mais importante é a que introduz os números reais e o autor utiliza a definição devida a Whitehead e Russell, que interpreta os números reais como certas relações entre números naturais. Para exemplificar, o número real $\sqrt{2}$ identifica-se com a relação $\hat{y}\,\hat{z}\,(y \in Nn \cdot z \in Nn \cdot y \cdot y < 2 \cdot z \cdot z)$.

Segundo Quine, poderíamos "continuar as construções para incluir os números negativos e os números imaginários, como também os números infinitos cardinais e ordinais e as noções de diferencial e de integral, centrais a análise" (QUINE, 1944, p. 230). Para maiores detalhes sugere que se consulte sua obra *Mathematical Logic*, publicada em 1940.

O autor finaliza o livro apresentando algumas considerações sobre o resultado demonstrado por Gödel em 1931, sobre incompletude.

> para que uma sistematização de lógica ou de matemática possa ser usada na demonstração de teoremas, não é preciso que forneça um *método mecânico* para a descoberta de demonstrações [...], mas é preciso que todo teorema possua uma demonstração (embora ainda não descoberta) haja um e que *método mecânico* pelo qual toda demonstração, uma vez encontrada, possa ser autenticada (QUINE, 1944, p. 231)

Se compararmos os tópicos abordados por Quine em seu livro *O Sentido da Nova Lógica* com o livro *Introduction to Logic and the methodology of deductive sciences* de autoria de Alfred Tarski, encontramos grande parte dos assuntos nas duas obras. A primeira parte do livro de Quine intitulada **Teoria da Composição** trata basicamente dos tópicos abordados por Tarski nos dois primeiros capítulos de seu livro, o capítulo I – Sobre o uso de variáveis e o capítulo II – Sobre o Cálculo Proposicional. A segunda parte do livro de Quine, cujo título é **Teoria da Quantificação** apresenta alguns tópicos abordados por Tarski no capítulo II – sobre o Cálculo Proposicional e no capítulo VI – Sobre o método dedutivo. É importante observar que os autores apresentam algumas diferenças relacionadas à notação utilizada. A terceira parte do livro de Quine intitulada **Identidade e Existência** tem uma interface com o capítulo III – Sobre a teoria da identidade, do livro de Tarski, sendo que Quine aprofunda um pouco mais o assunto, abordando aspectos ontológicos. A última parte do livro de Quine, chamada **Classe, Relação e Número** apresenta tópicos tratados por Tarski nos capítulos IV – Sobre a Teoria das Classes e V – Sobre a Teoria das Relações. Como podemos ver, os dois livros apresentam muitos tópicos em comum, e o fato de Tarski ser um dos mais renomados lógicos de todos os tempos, contribui para atestar a relevância e a importância da obra de Quine originalmente escrita em português.

Considerações Finais

Segundo (CRIPPA, 1978, p. 146), o livro *O Sentido da Nova Lógica* de Quine, embora ainda hoje conserve seu valor, aparentemente exerceu pouca influência nos estudos de lógica no Brasil.

Acreditamos, no entanto, que as três obras tratadas neste artigo contribuíram para o interesse dos estudos de lógica no Brasil, e conversando com o Prof. Newton da Costa a esse respeito o mesmo disse que o livro de Amoroso Costa o influenciou e que o livro do Quine foi o primeiro livro de lógica moderna que leu. Segundo o Prof. Newton

> O livro de Quine “O Sentido da Nova Lógica"foi o primeiro livro de lógica moderno que eu li. Na época era o único acessível. Quanto ao livro de Vicente F. da Silva, eu somente o li muito tempo depois de já possuir uma boa formação em lógica; quando eu comecei, a obra estava esgotada ou não era vendida nas livrarias comuns (penso que a primeira edição do livro era particular, editada pelo próprio Vicente). (COSTA, 2007)

A relevância da resposta do Prof. Newton da Costa reside no fato do mesmo ser o responsável pelo desenvolvimento de uma forte escola de lógica, inicialmente em São Paulo e Campinas, mas atualmente se estendendo por todo o país.

A semente estava plantada, mas só começaria a apresentar seus frutos no final da década de 50.

Referências Bibliográficas

AMOROSO COSTA, M. *As ideas fundamentaes da mathematica.* Rio de Janeiro: Papelaria e Litho-Typographia Pimenta de Meilo, 1929.

AMOROSO COSTA, M. *As idéias fundamentais da matemática e outros ensaios.* São Paulo: Convívio, 1981.

CARVALHO, J. M. Vicente Ferreira da Silva e o sentido da arte. *Existência e Arte — Revista Eletrônica do Grupo PET — Ciências Humanas, Estética e Artes*, São João Del-Rei, ano 1, n.º 1, p. 1–10, jan./dez. 2005. Disponível em: `http://www.ufsj.edu.br/Pagina/existenciaearte/Arquivos/VICENTE\%20FERREIRA\%20DA\%20SILVA\%20E\%20O\%20SENTIDO\%20DA\%20ARTE.pdf`. Acesso em: 02 fev. 2007.

COSTA, N. C. A. Vicente Ferreira da Silva e a lógica. *Revista Brasileira de Filosofia*, São Paulo, v. 14, n.º 56, p. 499–508, out.–dez. 1964.

COSTA, N. C. A. A obra de Vicente Ferreira da Silva em lógica. *Revista Brasileira de Filosofia*, São Paulo, v. 41, n.º 174, p. 165–169, abr.–jun. 1994.

COSTA, N. C. A. *Notícias* [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por `crmoraes@claretianas.com.br` em 29 abr. 2007.

CRIPPA, A. et al. *As idéias filosóficas no Brasil — século XX — parte II.* São Paulo: Convívio, 1978.

MARITAIN, J. *Elementos de filosofia II — a ordem dos conceitos — lógica menor*. Trad. Ilza das Neves. 7 ed. Rio de Janeiro: Agir, 1972.

MORAES, C. R. *Uma História da Lógica no Brasil*. Tese (Doutorado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

QUINE, D. B. *Willard Van Orman Quine* 1908–2000 Philosopher and Mathematician. Disponivel em `http://www.wvquine.org`. Acesso em: 03 jan. 2007.

QUINE, W. O. *O sentido da Nova Lógica*. São Paulo: Martins, 1944.

SILVA, C. M. S. *No paraíso dos símbolos*: o surgimento da lógica e teoria dos conjuntos no Brasil. Disponível em: `http://www.ufes.br/circe/administrador/artigos/arquivos/artigo60.htm`. Acesso em: 24 set. 2004.

SILVA, V. F. *Elementos de lógica matemática*. São Paulo: Editora Cruzeiro do Sul, 1940.

TARSKI, A. *Introduction to logic and to the methodology of deductive sciences*. Translated by Olaf Helmer. New York: Dover Publications, 1995.

A variável "Grau de Instrução" avaliada nos quatro primeiros Censos Demográficos Brasileiros

Martha Werneck Poubel
Universidade Federal do Espírito Santo
mwpoubel@terra.com.br

Resumo: Trata-se de uma análise da variável "grau de instrução", sendo a alfabetização o único indicador utilizado para estabelecer comparações, considerando os quatro primeiros censos demográficos brasileiros, elementos centrais na pesquisa de doutorado realizada pela autora deste texto. Para a análise dos níveis de educação nesses censos contabilizavam-se dados simplesmente da capacidade de ler e escrever. Não se compreendia bem o papel da estatística, por exemplo, de sua validade e fidedignidade. Assim, procede-se a uma reflexão sobre a alfabetização no Brasil daquela época, por meio de uma pesquisa histórica e documental. A partir de tabelas e gráficos apresenta-se uma comparação do analfabetismo no Brasil. Os resultados reforçam a imagem de uma população basicamente iletrada. Entre as conclusões está a constatação de que a educação era para poucos, uma educação mais especializada era facultada à elite e foi iniciado o interesse eleitoreiro pela educação.

Abstract: This is an analysis of the variable "level of education", literacy is the only indicator used to draw comparisons, considering the first four Brazilian population censuses, central elements in the doctoral research conducted by the author of this text. For the analysis of these censuses education levels accounted up data simply the ability to read and write. Not well understood the role of statistics, for example, its validity and reliability. So, proceed to reflect on literacy in Brazil at that time, through a historical and documentary research. From tables and charts present a comparison of illiteracy in Brazil. The results reinforce the image of a basically illiterate population. Among the findings is the fact that education was for the few, more specialized education was made available to the elite and started the electioneering interest in education.

Introdução

Apesar da Estatística, como ciência, ser considerada relativamente recente, a utilização de estatísticas remonta há muitos anos antes de Cristo, quando as necessidades do conhecimento numérico começaram a surgir. Nesse período, as informações de interesse dos governos estavam relacionadas à população e às riquezas. Logo após, o interesse recaiu sobre a análise descritiva das informações estatísticas, por meio da organização e apresentação dos dados em tabelas e/ou gráficos. A coleta de informações sobre o número de pessoas que habitam determinada área é algo que tem sido praticado por milhares de anos. Esses registros são de grande interesse até hoje e obtidos de uma forma mais ampla por intermédio dos recenseamentos.

Antes do nascimento de Jesus Cristo, no livro *Números*, do Antigo Testamento, na Bíblia Sagrada, encontramos a passagem em que Deus falou a Moisés no deserto do Sinai, ordenando a realização do que pode ser considerado o primeiro recenseamento.

Contar e recensear, ao longo da História, configurava-se como uma preocupação e interesse pelos mais diversos povos, para caracterizar o desenvolvimento econômico. Os Estados queriam conhecer seus territórios e principalmente suas populações, promovendo os censos, que não eram simples de realizar, por isso levaram muitos séculos para se aprimorarem e se consolidarem.

Segundo o IBGE, a palavra censo vem do latim *census* e significa "conjunto dos dados estatísticos dos habitantes de uma cidade, província, estado, nação".[1]

Diante da complexidade das relações humanas e comerciais que envolvem territórios e riquezas, os registros foram tornando-se cada vez mais importantes e desejados para a administração dos acontecimentos.

No século XVII, os censos começaram a adquirir uma forma mais organizada para a contagem da população. Foi na província de Québec que ocorreu o primeiro censo oficial, em 1666.

O início da normatização internacional dos recenseamentos populacionais, com a recomendação de serem realizados de 10 em 10 anos, ocorreu na metade do século XIX, em 1853, durante o Congresso Internacional de Estatística, em Bruxelas.[2] Contudo, a partir do século XX, tem-se, com o acordo internacional, outra recomendação, de que sejam adotadas regras comuns de coleta, apuração e representação dos dados, para a possibilidade de comparação das estatísticas de vários países.[3]

Em Portugal, alguns cadastros da população ocorreram a partir de 1527. No entanto, considera-se que foi somente na segunda metade do século XIX que

[1]Disponível em: `http://www.ibge.gov.br/home/presidencia/noticias/guia_do_censo_2010_apresentacao.php`. Acesso em: 12 set. 2011.

[2]Disponível em: `http://censos.ine.pt/xportal/xmain?xpid=CENSOS&xpgid=censos_bhistoria`. Acesso em: 17 jan. 2012.

[3]Disponível em: `http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/default_censo_2000.shtm`. Acesso em: 12 set. 2011.

tiveram início os recenseamentos regulares, em intervalos de cerca de 10 anos. O primeiro recenseamento geral da população de Portugal ocorreu em 1864, tendo por base as orientações do Congresso Internacional de Estatística em Bruxelas. No Brasil, até a metade do século XIX, praticamente não existissem estatísticas gerais.

Os Primeiros Recenseamentos Brasileiros

O primeiro recenseamento demográfico brasileiro foi realizado pela Diretoria Geral de Estatística (DGE) em 1872, oito anos após o de Portugal, seguido pelos censos de 1890, 1900 e 1920. Hoje, o Brasil tem um serviço relativamente completo e confiável de estatísticas. O recenseamento é promovido pelo governo, porque, por lei, cabe a ele essa iniciativa em benefício do país, tendo o povo o dever de prestar informações verdadeiras para êxito do empreendimento. Originariamente, os censos foram elaborados para a contagem dos homens com aptidões para guerrear, para a instituição de leis para aumentos de impostos e determinação das condições políticas da população. Atualmente, os recenseamentos ocorrem para fins mais abrangentes, orientando os governos e a iniciativa privada nas suas políticas e empreendimentos. Têm caráter social, econômico e científico e são promovidos em benefício da comunidade, fornecendo aos governos conhecimento das possibilidades e das carências do povo.

Marc Bloch, historiador francês, destaca em sua obra a importância do presente para a compreensão do passado e vice-versa, e explica que, “na linguagem corrente, ‘presente’ quer dizer passado recente” (BLOCH, 2001, p. 60). O passado serve, assim, para a compreensão do presente, e “a ignorância do passado não se limita a prejudicar a compreensão do presente, compromete, no presente, a própria ação” (BLOCH, 2001, p. 63).

Além dos benefícios, podemos relacionar desvantagens na aplicação de censos gerais demográficos, tais como alto custo desse empreendimento, divulgação demorada e frequência reduzida; mas esse ainda é o principal instrumento para obter dados sobre a população.

Existia a preocupação com a educação no Brasil; no entanto, na primeira República, não foi implementada uma política de educação de abrangência nacional. Existia o interesse na realização de estatísticas educacionais, mas essas não estavam organizadas durante os primeiros anos da República. As estatísticas escolares, até o ano de 1870, eram precárias, devido à ausência de um órgão responsável por elas, pois somente na segunda metade do século XIX foi organizada a DGE. As demandas pelos censos estimularam o desenvolvimento de auxílios tecnológicos para os cálculos que eram envolvidos.

Até 1920, os censos faziam somente o levantamento da população. A partir daí, foram iniciados os censos da agricultura e da indústria, e outros censos complementares se iniciaram a partir de 1940. A periodicidade decenal nos censos brasileiros só aconteceu a partir de 1940, ano em que o Brasil adotou os padrões internacionais explícitos pela Liga das Nações.

A carência de dados confiáveis sobre a população brasileira na época colonial levou o governo a pensar em um censo nacional. Somente em 1850, por meio da Lei n.º 586, de 6 de setembro de 1850, o governo foi autorizado a utilizar os recursos financeiros necessários para a realização de uma operação de grande vulto — um censo demográfico geral do Império, com especificação de cada província e notação de registros regulares dos nascimentos e óbitos anuais. No entanto, o censo não aconteceu, devido a ações populares contrárias aos registros.

Apesar da orientação do Imperador de retomada da realização do censo geral brasileiro, que havia sido cancelado dois anos antes, já seguindo as posições dos Congressos Internacionais de Estatística, ele não se realizou nesse ano de 1855, devido a questões políticas e econômicas.

Assim, foi crescendo a demanda por registros de aspectos da realidade brasileira, principalmente para evidenciar externamente as referências políticas, culturais, sociais e econômicas. Apenas em 1870, voltou-se a falar de um censo geral.

O primeiro censo populacional de todo o Império foi realizado no dia 1.º de agosto de 1872 a cargo da Diretoria Geral de Estatística. A DGE foi responsável pela elaboração, aplicação e divulgação dos quatro primeiros censos — realizados em 1872, 1890, 1900 e 1920 —, antes do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) ficar responsável pelos censos brasileiros.

Várias características da população foram registradas nesses quatro primeiros censos brasileiros. Segundo a Associação Brasileira de Estudos Populacionais (ABEP), uma preocupação fundamental no estudo das populações humanas é com o seu tamanho e com os fenômenos que determinam e afetam esse tamanho, como nascimentos, óbitos, fenômenos migratórios. Além do tamanho da população, é também importante a sua composição por idade e sexo. Outras características importantes são, por exemplo, estado civil, local de residência ou nascimento, condição de atividade econômica.[4] Essas variáveis e outras são investigadas nos censos.

Neste trabalho tratamos exclusivamente da análise da variável “grau de instrução”, para a qual a alfabetização foi o único indicador utilizado para esta-

[4] Disponível em: `http://www.abep.nepo.unicamp.br/docs/outraspub/demoedu/parte1cap1p13a44.pdf`. Acesso em: 29 maio 2013.

belecer comparações, considerando os quatro primeiros censos demográficos brasileiros (POUBEL, 2013).

Para a análise dos níveis de educação nesses censos contabilizavam-se dados simplesmente da capacidade de ler e escrever — alfabetismo, baseados nos documentos oficiais dos quatro primeiros censos gerais brasileiros.

Dentre as motivações para a realização dos censos brasileiros estavam os interesses políticos, militares e para o destaque do Brasil no contexto internacional. O censo é uma das fontes mais importantes para o conhecimento da história demográfica, social e econômica do Brasil no século XIX.

Bloch (2001) reconhece a especificidade do conhecimento histórico ao considerar que a História não é uma ciência como as outras, pois, na construção desse conhecimento, não se pode desprezar o simbólico, a subjetividade, a particularidade expressa em toda realidade social e histórica.

Com base nos quadros produzidos (quantitativos expressos em números pela DGE) para os recenseamentos de 1872, 1890, 1900 e 1920, elaboramos análises conjunturais e algumas tabelas de dupla entrada para algumas avaliações, acrescentando informações percentuais. Além disso, elaboramos gráficos para melhor visualização dos resultados obtidos para a variável "grau de instrução" (POUBEL, 2013).

No censo de 1872 para a característica "grau de instrução", a alfabetização era o indicador único e absoluto, reforçando a imagem de uma população basicamente iletrada (Tabelas 1 e 2).

Tabela 1: Distribuição da população livre em relação ao gênero e ao grau de instrução — Brasil — Censo 1872

	Grau de Instrução		
Gênero	Alfabetizado	Não alfabetizado	Total
Masculino	1.012.097 (12%)	3.306.602 (39%)	4.318.699 (51%)
Feminino	550.981 (7%)	3.549.992 (42%)	4.100.973 (49%)
Total	1.563.078 (19%)	6.856.594 (81%)	8.419.672 (100%)

Tabela 2: Distribuição da população escrava em relação ao gênero e ao grau de instrução — Brasil — Censo 1872

	Grau de Instrução		
Gênero	Alfabetizado	Não alfabetizado	Total
Masculino	958 (0,1%)	804.212 (53,2%)	805.170 (53,3%)
Feminino	445 (0%)	705.191 (46,7%)	705.636 (46,7%)
Total	1.403 (0,1%)	1.509.403 (99,9%)	1.510.806 (100%)

Confirmamos que, no Brasil de 1872, a educação era para poucos. Dos 9.930.478 indivíduos contabilizados na população, somente 16% eram alfabetizados, chegando o índice de analfabetismo entre a população escrava a 99,9%. Uma educação mais especializada era marca distintiva da elite, em que boa parte optava pela formação jurídica em Coimbra (SCHWARCZ, 1998). Segundo os censos, é contada como alfabetizada, não a pessoa que sabe realmente ler e escrever, mas, sim, a pessoa que declara saber ler e escrever, podendo, assim, o percentual de analfabetismo ser ainda maior nessa época — mais de 84% de analfabetos.

A inclusão do quesito relacionado à frequência escolar na população de 6 a 15 anos revelou certo interesse do Império pela educação primária e a responsabilidade do Estado (Gráfico 1).

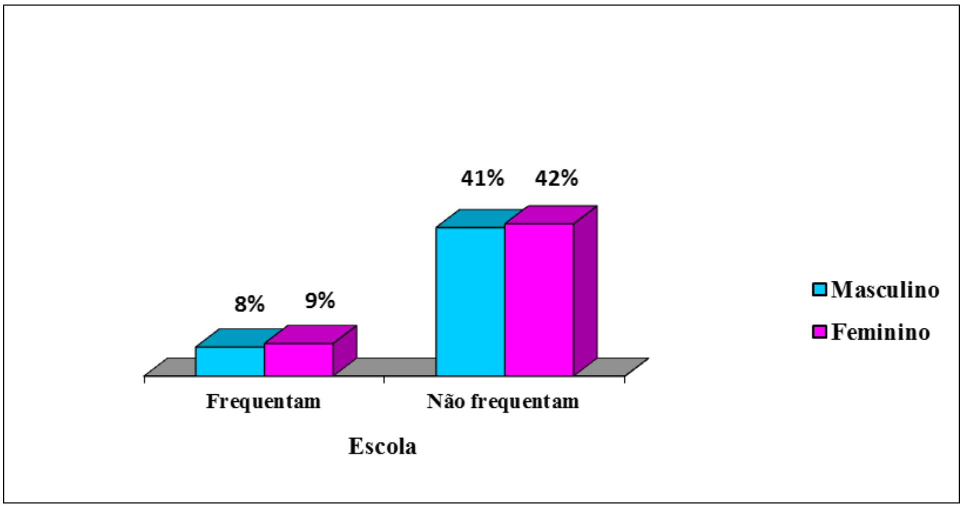


Gráfico 1: Distribuição do percentual da população escolar de 6 a 15 anos em relação ao gênero — Brasil — Censo 1872

Chama nossa atenção o grande percentual de crianças e adolescentes que não frequentavam a escola, e entre os poucos que iam à escola a frequência maior era para os do sexo feminino. Bloch (2001, p. 60) escreve que “nunca se explica plenamente um fenômeno histórico fora do estudo de seu momento”, e procuramos analisar esse fato. Vários foram os problemas que contribuíram para a baixa frequência de crianças e adolescentes na escola primária nesse momento, por exemplo: poucas escolas, as longas distâncias que as crianças tinham que percorrer para chegar até à escola, a falta de recursos dos pais para mandarem seus filhos às escolas, o pouco apreço às letras, o escasso zelo dos professores, o descaso com a alfabetização das meninas. Os professores eram poucos e mal remunerados, sendo os melhores salários os das escolas da capital. As escolas de meninas eram poucas, já que existia certa discriminação quanto à instrução para o sexo feminino.

A profissão de professor estava relacionada entre as profissões liberais, no censo de 1872, com um percentual bem próximo de 0% da população recenseada, reforçando mais ainda o descaso do governo com a educação, não incentivando ele essa formação.

Para o censo de 1890 as estatísticas educacionais forneceram a distribuição apresentada abaixo (Tabela 3).

Tabela 3: Distribuição da população em relação ao analfabetismo e à nacionalidade — Brasil — Censo 1890

Sabem ler e escrever						Não sabem ler e escrever		
Brasileiro			Estrangeiro			Brasileiro / Estrangeiro		
Homem	Mulher	Total	Homem	Mulher	Total	Homem	Mulher	Total
1.237.494 (64%)	684.482 (36%)	1.921.976 (100%)	148.360 (75%)	50.223 (25%)	198.583 (100%)	5.852.078 (48%)	6.361.278 (52%)	12.213.356 (100%)

Podemos concluir que o percentual de brasileiros que declararam saber ler e escrever, entre toda a população, em 1890, era de aproximadamente 14%, e o percentual de estrangeiros era de 1%. Portanto, 85% de brasileiros e estrangeiros não sabiam ler e escrever, o que era um percentual bem alto de analfabetos no Brasil. Embora, na maioria dos Estados, o percentual de analfabetos fosse superior a 85%, no Distrito Federal (Rio de Janeiro) esse percentual era de 52%, justificando-se esse fato pela centralização do poder governamental, o que demonstra quanto era precária e descompromissada a política governamental nos Estados com a educação, situação em que perdura até hoje, conforme podemos observar em Saviani (2006):

> Esse legado negativo [da educação] do século XIX atravessou todo o século XX e se faz presente ainda hoje.
>
> [...]
>
> Sem romper com esse legado, corremos o risco de atravessar o século XXI ainda reféns de um problema que os principais países resolveram no século XIX: a construção de um sistema nacional de educação capaz de universalizar o ensino fundamental, erradicando o analfabetismo (SAVIANI, 2006, p. 30, 31).

Esses números refletem que o ensino continuava sem despertar a devida importância no governo e, por isso, era deficiente e para poucos. Também, o alto percentual de iletrados enfraquece a imagem de que a instrução no lar era razoavelmente realizada, como vemos em literaturas, pinturas e filmes de época. No entanto, acreditamos que se inicia, nesse período, um interesse "eleitoreiro" pela alfabetização, devido à primeira reforma eleitoral do País (Lei Saraiva)[5]. Essa lei teve um caráter discriminatório em relação ao analfabeto, pois proibia o seu voto.

Devido aos resultados questionáveis do censo de 1890, o censo de 1900, realizado em 31 de dezembro de 1900, foi redimensionado em relação à sua cobertura, limitando as variáveis.[6] Mesmo assim, a sua implementação foi difícil, complicada pelos erros e pelas omissões detectados na apuração dos resultados do Rio de Janeiro, o que implicou o seu cancelamento e a realização, em 1906, de um novo censo para a capital da República, na tentativa de preservar a credibilidade do processo.

A população recenseada em 1900, pelo relatório de Bulhões Carvalho, foi de 16.626.991, contabilizando 10.339.751 (62%) de 0 a 14 anos. O grau de instrução, marcado pelo analfabetismo na população, está na Tabela 4.

Tabela 4: Distribuição da população segundo o grau de instrução e o gênero — Brasil — Censo 1900

	Grau de Instrução		
Gênero	Alfabetizados	Não alfabetizados	Total
Masculino	2.486.680 (15%)	5.950.393 (36%)	8.437.073 (51%)
Feminino	1.540.929 (9%)	6.648.989 (40%)	8.189.918 (49%)
Total	4.027.609 (24%)	12.599.382 (76%)	16.626.991 (100%)

Nesse censo, o percentual de analfabetismo no país era de 76%, com o maior percentual encontrado no Estado da Paraíba (83%) e no Piauí (83%). O Rio Grande do Sul foi o Estado com o menor percentual de analfabetos (67%), seguido pelo Amazonas (68%). Em 1910, o ensino primário atingia menos da metade da população em idade escolar. A expansão do ensino não acompanhou a demanda e o crescimento demográfico (SOUZA, 2006).

O Quarto Censo brasileiro (1920), o que foi tido como o de maior sucesso até então, teve um diferencial dos censos anteriores, devido à paixão do seu condutor — Bulhões Carvalho — pelas estatísticas e em virtude de que tinha cuidado com elas.

[5] Decreto n.º 3.029, de 9 de janeiro de 1881.

[6] *Instruções para o Serviço do Recenseamento de 1900 em sua Phase Final.* Disponível em: `http://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/instrumentos_de_coleta/doc0002.pdf`. Acesso em: 2 fev. 2013.

Em relação aos números do censo de 1920, a DGE assinalou que, em matéria de instrução elementar, o grau de aperfeiçoamento estava longe de ser atingido — embora vários países já houvessem abolido, nessa época, o quesito relativo ao analfabetismo de seus inquéritos.[7] Segundo comentário de Souza (2006, p. 77) sobre essa época, "a expansão do ensino não acompanhou a demanda e o crescimento demográfico". Tínhamos alta porcentagem de analfabetos, em torno de 76% (censos de 1900 e 1920). O menor percentual de analfabetos estava no Distrito Federal (39%), seguido pelo Rio Grande do Sul (61%). E o maior percentual de analfabetismo era do Piauí (88%). A seguir, apresentamos a Tabela 5 e o Gráfico 2, que comparam a situação do analfabetismo no Brasil para os quatro primeiros censos.

Tabela 5: Distribuição comparativa das populações em relação ao analfabetismo — Brasil — Censo 1872, 1890, 1900, 1920

Censo/Brasil	Alfabetizado	Não alfabetizado	Total
1872	1.564.481 (16%)	8.365.997 (84%)	9.930.478 (100%)
1890	2.120.559 (15%)	12.213.356 (85%)	14.333.915 (100%)
1900	4.027.609 (24%)	12.599.382 (76%)	16.626.991 (100%)[8]
1920	7.493.357 (24%)	23.142.248 (76%)	30.635.605 (100%)

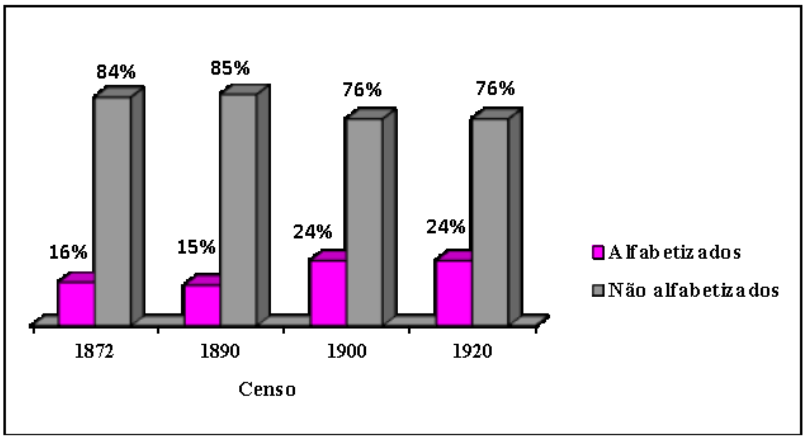


Gráfico 2: Distribuição do analfabetismo em relação ao Censo — Brasil

Os percentuais de analfabetismo mantiveram-se excessivamente elevados

[7] *Recenseamento realizado em 1 de setembro de 1920*. Vol. 4 (4.ª. parte). Disponível em: `http://www.ibge.gov.br/home/`. Acesso em: 18 ago. 2011.

[8] Considerando os resultados obtidos por Bulhões Carvalho e publicados no relatório de 1908.

e próximos nos dois primeiros censos, ocorrendo uma pequena diminuição no percentual de não alfabetizados nos dois censos seguintes, que permaneceram os mesmos. Lembramos, porém, conforme análise no início deste capítulo, que os números do censo de 1890 e 1900 devem ser olhados com cuidado e desconfiança.

Uma observação pertinente é que os levantamentos censitários estão sujeitos a distorções devido a planejamentos, coletas e análises inadequadas; portanto, sujeitos a conclusões erradas. Por exemplo, temos que o analfabetismo apurado pelo censo de 1900 é praticamente o mesmo do apurado no censo de 1920. Esse resultado causa estranheza e induz a concluir que ocorreu uma subestimação do analfabetismo em 1900, provavelmente devido à péssima qualidade reconhecida dos dados desse censo.

Analisar a alfabetização e o letramento ou cultura de uma população ao longo dos censos implica lidar com as estatísticas educacionais e com a qualidade dessas estatísticas. Assim, as estatísticas dos quatro primeiros censos, embora com algumas imprecisões, não deixam de evidenciar as condições de exploração, discriminação, alto índice de analfabetismo e miséria, reinantes no Brasil nas últimas décadas do século XIX.

Provavelmente, foi com a reforma eleitoral de 1882 — Lei Saraiva — que o analfabetismo passou a ser um problema que incomodava politicamente, pois essa lei estabeleceu a proibição do voto do analfabeto, passando ele a ser discriminado por essa condição. O analfabetismo, que então apareceu como uma questão política, indicou como justificativa a incapacidade do indivíduo, o que não é uma verdade, porque ser analfabeto não é ser incapaz, pois o analfabeto pode ser um chefe de família, trabalhador, com conhecimentos advindos de sua experiência, com suas obrigações e compromissos, pagando impostos, participando de associações e partidos políticos. Será que resultados como os censitários, implementados pelo governo, serviram a ações educacionais para a diminuição do número de analfabetos? Pelos indícios; não, tudo leva a crer que eram interesses políticos que mais influenciavam a obtenção desses dados para conhecimento da distribuição dos alfabetizados votantes, e não a preocupação com a educação da população.

Referências

BLOCH, M., 2001. Apologia da História, ou, o Ofício do Historiador. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed.

POUBEL, M. W., 2013. Os primeiros processos censitários brasileiros e o desenvolvimento da Matemática-Estatística no Brasil de 1872 a 1938. Tese (Doutorado em Educação) — Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Educação.

SAVIANI, D., 2006. O Legado Educacional do "Breve Século XIX" Brasileiro. In: SAVIANI et al., O legado educacional do século XIX. 2.ª ed. Campinas: Autores Associados.

SCHWARCZ, L. M., 1998. As Barbas do Imperador: D. Pedro II, um monarca nos trópicos. São Paulo: Companhia das Letras.

SOUZA, R. F. de, 2006. Espaço da Educação e da Civilização: Origens dos Grupos Escolares no Brasil. In: SAVIANI, D. et al., O legado educacional do século XIX. Campinas: Autores Associados.

Os primeiros doutores em Matemática no Brasil

Mônica de Cássia Siqueira Martines
Universidade Federal do Triângulo Mineiro – UFTM
monica.siqueira@uftm.edu.br

Resumo: Ao iniciar minha pesquisa de doutorado, cujo tema principal se tratou das primeiras dissertações de Doutorado em Matemática defendidas no Brasil em meados do século XIX, outras questões surgiram, e uma delas foi descobrir quem foram os primeiros Doutores em Matemática no Brasil. O grau de Doutor em Ciências Matemáticas foi instituído no Brasil na denominada Escola Militar através de decreto publicado em 1842. Mas as dissertações começaram a ser entregues somente em 1847, um ano após a regulamentação para obter o referido grau ter sido publicada. Antes, porém, de ser concedido o grau de Doutor mediante entrega de uma dissertação de Doutorado, também por decreto, outros docentes da Escola Militar, receberam o referido grau, mas sem a necessidade de entregar uma dissertação. Neste trabalho trataremos apenas dos seis primeiros Doutores em Matemática que entregaram a dissertação para assim obterem o grau de Doutor em Matemática.

Abstract: When starting my PhD research, whose main theme is treated the first dissertations of PhD in Mathematics defended in Brazil in the mid-nineteenth century, other issues emerged, one of which was to find out who were the first doctors in Mathematics in Brazil. The degree of Doctor of Mathematical Sciences was established in Brazil in Military School named by decree published in 1842. But the lectures began to be delivered only in 1847, one year after the regulations for the facility grade have been published. First, however, to be awarded a PhD by provision of a Doctoral dissertation, also by decree, other teachers of the Military School, received the said degree, but without the need to deliver a dissertation. In this work only we treat the first six Doctors in Mathematics who delivered the dissertation so as to obtain the degree of Doctor of Mathematics.

1 A Escola Militar: Trajetória

A Escola Militar tem seu início com a criação da Academia Real Militar em 1810, na cidade do Rio de Janeiro, então Capital do País.

A Academia Real Militar foi criada através da Carta de Lei sob o título *Crea uma Academia Real Militar na Côrte e cidade do Rio de Janeiro*. Nela, O Príncipe Regente D. João VI, por meio de seu Ministro da Guerra, D. Rodrigo de Sousa

Coutinho, explica que tal criação, além de ser de seu interesse, também o era ao bem público.

Nessa carta, fica estabelecida a criação de um curso de *"Sciencias exactas e de observação"* assim como de todas as aplicações destes aos estudos militares, em todos os difíceis e interessantes ramos, a fim de formar oficiais de Artilharia, Engenharia, oficiais da classe de Engenheiros Geógrafos e Topógrafos, para que pudessem dirigir objetos administrativos de minas, de caminhos, portos, canais, pontes, fontes e calçadas. (BRASIL, 1810, p. 232).

Ainda na Carta de Lei de Criação da Academia ficaram definidos os conteúdos a serem trabalhados em cada um dos anos, assim como ficaram definidos os autores de livros-texto que deveriam ser adotados, como por exemplo, a indicação ao Lente[1] do segundo ano que "deverá formar o seu compendio debaixo dos principios de algebra, calculo differencial e integral de la Croix, *e terá cuidado de ir addicionando todos os methodos e novas descobertas que possam ir fazendo-se.*" (BRASIL, 1810, p. 235, [grifo da autora]).

Tabela 1: Lista de Disciplinas da Academia Real Militar, 1810–1831

Ano	Conteúdo	Autor sugerido
Primeiro ano	Aritmética e Álgebra até as equações do terceiro e quarto grau, Geometria, Trigonometria Retilínea e as primeiras noções da Esférica; Desenho.	Euler, Lacroix, Legendre e Delambre.
Segundo ano	Repetir e ampliar as noções de cálculo; Resolução das equações; Aplicações de álgebra á geometria; Cálculo diferencial e integral, ou das fluxões e fluentes; Aplicações do Cálculo Diferencial e Integral á física, astronomia e ao cálculo das probabilidades; Geometria descritiva; Desenho.	Lacroix Monge
Terceiro ano	Princípios de mecânica, (tanto na estática como na dinâmica, e os da hidrodinâmica, tanto na hidrostática, como na hidráulica); Desenho.	Francoeur; Prony, Abbade Bossuet, Gregory, Bezout, Fabre, Robins, Euler

[1]Lente significava, nessa época, aquele que é dono da cadeira que rege.

Lista de Disciplinas da Academia Real Militar, 1810–1831

Ano	**Conteúdo**	**Autor sugerido**
Quarto ano	Trigonometria esférica; Óptica, catóptrica e dióptrica; Sistema do mundo; Mecânica celeste; Física; Desenho	Legendre; Lacaille; Lalande; Laplace; Pinkerton; Abbade Hauy; Brisson
Quinto ano	Tática, Estratégia, Castramentação, Fortificação de campanha Reconhecimento dos terrenos	Gui de Vernon Cessac Manual topográfico
Quinto ano	Química	Lavoisier, Vauquelin, Foureroi, Lagrange, Chaptal
Sexto ano	Fortificação regular e irregular Ataque e defesa das praças, Princípios de arquitetura civil, Traço e construções das estradas, Pontes, canais e portos, Orçamento das obras.	Gui de Vernon Abbade Bossuet, Muller
Sexto ano	Mineralogia, Desenho	Verner, Napion, Haay, Brochant.
Sétimo ano	Artilharia teórica e prática, Minas, Geometria subterrânea	Roza
Sétimo ano	História natural	Jussieu e Lacepede

O curso completo, de sete anos, ficou determinado como obrigatório para os Oficiais Engenheiros e de Artilharia; para os de Infantaria e Cavalaria bastavam completarem o primeiro ano do chamado curso matemático e o primeiro ano do curso militar[2].

Durante vinte e um anos o plano descrito na Carta de Lei de 1810, seria aplicado na Academia Real Militar que, após a independência, passou a se chamar Academia Imperial Militar e só teria novos estatutos em 1832.

O período que compreende a época de 1830 a 1840 foi atribulado para a Aca-

[2]Embora na Academia não houvesse um curso de Matemática propriamente dito, um curso foi designado devido a importância da Matemática, nessa época, à formação do engenheiro e era definido pelas disciplinas dos quatro primeiros anos.

demia Imperial Militar. Seus Estatutos foram alterados várias vezes, dependendo de quem assumia o cargo de Ministro da Guerra no País, como pode ser acompanhado abaixo:

1. Decreto de 9 de Março de 1832 (Reúne as Academias; cria o curso Matemático.);
2. Decreto de 22 de Outubro de 1833 (Separa as Academias e dá novos Estatutos; explica o termo "aprovado plenamente");
3. Decreto de 23 de Fevereiro de 1835 (Cancela o decreto de 1833 em relação às disciplinas);
4. n.º 25 de 14 de Janeiro de 1839 (Muda de Academia Militar para Escola Militar.);
5. Decreto de 09 de Março de 1842 (Reorganiza as disciplinas; Institucionaliza o grau de doutor);
6. Decreto de 01 de março de 1845 (Regulamenta o grau de bacharel em Matemáticas);
7. Regularização de 29 de setembro de 1846.

Após as várias reformas nos estatutos, o grau de Doutor em Ciências Matemáticas foi criado na Escola Militar, pelo artigo 19 do Decreto n.º 140 de 09 de março de 1842, do Império do Brasil, o qual diz:

> "Os Alunnos que se mostrarem approvados plenamente em todos os sete annos do Curso completo da Escola Militar, e se habilitarem pela fôrma que for determinada nas Instrucções, ou Regulamento do Governo, receberão o Gráo de Doutor em Sciencias Mathematicas, e só os que o obtiverem poderão ser oppositores aos lugares de Substitutos.
> Os Lentes e Substitutos actuaes receberão o referido Gráo sem outra alguma habilitação que o título de suas nomeações."

Nessa época, para ingressar na Escola Militar o interessado deveria:

1. ser Cidadão Brasileiro;
2. ter 15 anos de idade;

3. realizar os exames preparatórios de gramática da língua Nacional, de tradução e leitura da língua francesa, e dominar as quatro operações de Aritmética, dominar a Geografia, e o domínio da gramática Latina;

4. obter licença do Governo;

Para obter aprovação plena nas disciplinas, de acordo com o decreto de 1833, o candidato deveria realizar os exames em cada disciplina. Os exames aconteciam no mês de novembro. Para os exames, os Lentes preparavam uma lista de pontos a serem sorteados. Vinte e quatro horas antes da realização do mesmo marcava-se um encontro entre os Lentes e os alunos do exame e sorteava-se o ponto. No dia seguinte, os alunos tinham uma hora para apresentar o ponto sorteado e, cada um dos três Lentes, trinta minutos para arguir. Ao final se o aluno recebesse três **AA** esse seria **aprovado plenamente**; se recebesse dois **AA** e um **R**, teria sido **aprovado pela maior parte**; e se recebesse dois ou três **RR**, seria **reprovado**.

As disciplinas do Curso Completo da Escola Militar eram:

Tabela 2: Lista de Disciplinas da Escola Militar, 1842

Ano	**Conteúdo**
Primeiro Ano Primeira Cadeira	Aritmética, Álgebra Elementar, Geometria e Trigonometria Plana.
Primeiro Ano Segunda Cadeira	Desenho
Segundo Ano Primeira Cadeira	Álgebra Superior, Geometria Analítica, Cálculo Diferencial e integral.
Segundo Ano Segunda Cadeira	Desenho
Terceiro Ano Primeira Cadeira	Mecânica racional, e aplicada às máquinas
Terceiro Ano Segunda Cadeira	Física experimental
Terceiro Ano Terceira Cadeira	Desenho
Quarto Ano Primeira Cadeira	Trigonometria esférica, Astronomia e Geodésia
Quarto Ano Segunda Cadeira	Química e Mineralogia.
Quarto Ano Terceira Cadeira	Desenho

Lista de Disciplinas da Escola Militar, 1842

Ano	Conteúdo
Quinto Ano Primeira Cadeira	Topografia, Tática, Fortificação passageira, Estratégia e História Militar.
Quinto Ano Segunda Cadeira	Direito Militar das gentes, e Civil.
Quinto Ano Terceira Cadeira	Desenho
Sexto Ano Primeira Cadeira	Artilharia, Minas, Fortificação permanente, Ataque e defesa de praças.
Sexto Ano Segunda Cadeira	Botânica e Zoologia.
Sexto Ano Terceira Cadeira	Desenho
Sétimo Ano Primeira Cadeira	Arquitetura Civil, Hidráulica e Militar.
Sétimo Ano Segunda Cadeira	Geologia, Montanhística e Metalurgia.
Sétimo Ano Terceira Cadeira	Desenho

Então de acordo com o decreto de 1842, somente os candidatos aprovados plenamente em todas as disciplinas e que se mostrassem na forma do regulamento, obteriam o grau de Doutor em Matemáticas. Porém, a aprovação do regulamento para a obtenção do mesmo foi publicada somente em 29 de Setembro de 1846.

2 Regulamento para obter o grau de doutor em Matemáticas

A aprovação do regulamento para a execução do Artigo 19 do Decreto de Reforma da Escola Militar de 1842, o qual trata da obtenção do grau de Doutor em Ciências Matemáticas, foi publicada em 29 de Setembro de 1846.

Neste regulamento ficou estabelecido que o aluno que fosse aprovado nas matérias do sétimo ano da Escola Militar, obteria o grau de Bacharel em Matemáticas. O Bacharel em Matemática que, por sua vez, pretendesse o grau de Doutor deveria fazer uma requisição ao Diretor da escola.

Com este requerimento, o aluno deveria entregar uma certidão que comprovasse ter passado em todos os exames preparatórios exigidos nos estatutos e também ter tido aprovações plenas em todas as matérias ensinadas na escola.

No artigo 5 ficou decidido que, juntamente com esse requerimento, o Bacharel deveria entregar ao Diretor da Escola quarenta exemplares de uma dissertação feita pelo candidato, sobre qualquer ponto da Ciência Matemática, dos mais profundos e dos que se ensinam nos três últimos anos.

O artigo 7.º desse regulamento tratou da dissertação de Doutorado, a qual deveria ser vista e aprovada por um Lente catedrático, de escolha do doutorando. O mesmo deveria verificar se na dissertação não haveria nada que deslustrasse a Escola ou que ofendesse as Leis ou a qualquer indivíduo, não julgando sobre o merecimento científico. Assim, para se obter o Grau de Doutor em Ciências Matemáticas na Escola Militar, não era necessário apresentar nas dissertações algo inédito, bastava dissertar sobre um tema do Curso de Engenheiro.

O requerimento seria levado à Congregação dos Lentes e esta designaria quatro membros examinadores e o dia do ato. O presidente do exame seria o professor escolhido pelo candidato e que tivesse aprovado a dissertação. Cada examinador poderia arguir o candidato por meia hora. Nesse Decreto ficou estabelecida a forma da defesa da dissertação e que, de acordo com o Regulamento, tudo seria registrado pelo Secretário em livro próprio.

Nos demais artigos ficou estabelecido como seriam as cerimônias de doutoramento e, também, declarava que o Diretor da Escola remeteria ao Governo uma lista de todos os Lentes e Substitutos, incluídos os aposentados (jubilados), aos quais seria concedido o grau de doutor.

Sobre isso Miller (2003, p. 89) nos informa que, em 18 de Dezembro de 1846 alguns professores receberam o referido título sem qualquer outra exigência, como previa o Decreto. Mas somente no final do ano de 1847 as primeiras dissertações de Doutorado começaram a ser entregues. Assim temos os primeiros doutores em Matemática que receberam o referido grau após entregar as dissertações nas condições determinadas pelo regulamento. No próximo capítulo trataremos desses primeiros doutores em Matemática no Brasil.

3 Os Primeiros Doutores em Matemática no Brasil

Vimos que, por decreto, os professores efetivos, aposentados e os substitutos da Escola Militar, receberam o grau de doutor sem a exigência de apresentar uma dissertação.

Silva (1999) confirma essa informação em seu trabalho dizendo que, em 18 de Dezembro de 1846, sem apresentar ou defender uma dissertação, alguns professores da Escola Militar receberam o grau de doutor. Miller (2003, p. 89 e 90) complementa a informação do autor apresentando cópias de documentos originais e entre eles uma lista com os nomes desses primeiros doutores em Matemática no Brasil, assim como o autor citado, mas acrescenta o grau de atividade desse professor na Escola o que a torna mais completa:

Jubilados (Aposentados):

- José Saturnino Costa Pereira,
- José Victorino dos Santos e Sousa,
- Frei Pedro de Santa Mariana,
- João Paulo dos Santos Barreto,
- Frei José da Costa Azevedo,
- Francisco Cordeiro da Silva Torres e Alvim.

Efetivos:

- José Pedro Nolasco Pereira da Cunha,
- Antônio Joaquim de Sousa,
- Manuel Felizardo de Sousa e Melo,
- Antônio Eugênio Fernando Soulier de Souve,
- Pedro d'Alcântara Bellegarde,
- Joaquim José de Oliveira,
- Antônio José de Araújo,
- Antônio Manuel de Melo.

Substitutos:

- José Maria da Silva Paranhos,
- José Joaquim da Cunha,
- Antonio Francisco Coelho.

Entre 1847, ano que iniciam as entregas das Dissertações para obter o grau de Doutor em Matemática, e 1857, último ano da Escola Militar[3] foram apresentadas 25 dissertações.

Esse número foi obtido observando as referências de Silva (1999, 2003) e Miller (2003), que fizeram um levantamento documental sobre esse assunto, e também em nossa coleta de dados, realizada em parte na Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro e, em uma segunda etapa na Biblioteca de Obras Raras da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Verificamos que o grau de Doutor foi concedido aos seis primeiros doutores em Matemática no Brasil após a entrega de uma dissertação de Doutorado através do documento "Termo de Grau de Doutor n.º 1, 1846–1858" disponível no Acervo do Museu da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, documento este que tivemos acesso e que às páginas 13, 14 e 15 nos informa que o primeiro Doutor em Matemáticas foi **Manuel da Cunha Galvão**, seguido por Ignacio da Cunha Galvão, João Baptista de Castro Moraes Antas, Francisco Joaquim Catête, Luiz Affonso d'Escragnolle e Manoel Caetano de Gouvêa Junior.

A ata que evidencia tal informação está datada de 28 de maio de 1848, onde, após aquisição de cópia do documento original podemos ler:

> "Termo de Conferimento de gráo de Doutor em Ma-
> thematica aos Bachareis abaixo declarados.
> Aos vinte e oito dias do mes de Maio de mil oitocentos
> e quarenta e oito, vigesimo setimo da Independencia
> e do Imperio, nesta muito Leal e Eroica cidade do
> Rio de Janeiro na sala da Escola Militar destinada a-
> os actos de Doutoramento, reunida a Congregação dos
> Lentes na Augusta Presença de Sua Magestade
> o Imperador, e com assistencia de numeroso con-
> curso de pessoas gradas que para isso farão convidadas
> prehenchidas as formalidades determinadas nos artigos
> doze e treze do Regulamento de dez-e-nove de Setem-
> bro de mil oitocentos e quarenta e seis, depois de terem
> reiteradi nas mãos do Diretor interino da Escola, o
> Brigadeiro Firmino Herculano de Moraes Ancora, o
> juramento que prestarão quando tomarão o gráo de
> Bacharel, e denovo jurarem ser fieis ao Imperador e

[3]Em 01 de março de 1858, os estatutos da Escola Militar foram reformados, transformando-a em Escola Central.

concorrerem com todas as suas forças para o adiantamento da Sciencias, foi feito Doutor Jose Pedro Nolasco Pereira da Cunha, Decano da Faculdade, conferido o gráo de Doutor em Mathematicas aos Bachareis Manoel da Cunha Galvão, Ignacio da Cunha Galvão, João Baptista de Castro Moraes Antas, Francisco Joaquim Catete, Luis Affonso d'Escragnolle, e Manoel Caetano de Gouvea, com as formalidades no citado Regulamento ordenadas; do que para constar se fez este termo, que vai assignado pelas as ditas Diretor interino, Doutor Lente Decano, e Doutores que receberão o gráo. Eu Luis Jose da Fonseca Ramos Capitão Graduado, e Secretario da Escola Militar o escrevi.
Francisco Herculano de Moraes Ancora
Diretor Interino
Dr. Jose Pedro Nolasco Pereira da Cunha.
Dr Manuel da Cunha Galvão
Dr. Ignacio da Cunha Galvão
Dr. João Baptista de Castro Moraes Antas.
Dr. Luis Affonso d'Escragnolle.
Dr. Francisco Joaquim Catête."

As assinaturas encerram o documento na próxima folha, onde está presente a ata de 14 de Outubro de 1848. Nesta apenas um Bacharel em Matemática recebe o grau de Doutor em Matemáticas sendo, portanto, o sétimo bacharel a receber o referido grau, como pode ser conferido nas palavras reproduzidas de cópia obtida do documento original.

"Termo de conferimento do gráo de Doutor em Mathematicas ao Bacharel abaixo declarado.

Aos quatorse dias do mes de Outubro de mil oito centos e quarenta e oito, vigessimo setimo da Independencia e do Imperio nesta muito Leal e Heroica Cidade do Rio de Janeiro, na sala da Escola Militar destinada aos actos de Doutoramento, reunida a Congregação dos Lentes, e prehenchidas as formalidades determinadas nos artigos doze e trese do Regulamento de dezanove de Setembro de mil oito centos e qua-

renta e seis, depois de ter reiterado nas mãos do Director da Escola o Excellentissimo Senhor Tenente General Conselheiro de Guerra Francisco de Paula e Vasconcellos o juramento que prestou quando tomou o gráo de Bacharel, e de novo jurar ser fiel ao Imperador e concorrer com tosas as suas forças para o adiantamento da Sciencia, foi pelo Doutor Jose Pedro Nolasco Pereira da Cunha, Decano da Faculdade conferido o gráo de Doutor em Mathematica ao Bacharel Joaquim Gomes de Sousa, do que para constar se faz este termo, que vai assignado pelos ditos Director, Doutor Lente Decano, e Doutor que recebeô o gráo: e eu Jose Leite de Sousa Bastos Tenente Graduado e Escripturario da Escola Militar no impedimento do Secretario o escrevi.
Francisco de Paula e Vasconcellos.
Diretor.
Dr. Jose Pedro Nolasco Pereira da Cunha.
Dr. Joaquim Gomes de Sousa."

Após analisarmos esses Termos, afirmamos, assim como Miller (2003) já havia feito em seu trabalho, que Sousinha não foi o primeiro a apresentar uma dissertação de Doutorado em Matemática no Brasil. Antes dele tivemos outros seis Doutores em Matemática:

1. Manuel da Cunha Galvão,
2. Ignacio da Cunha Galvão,
3. João Baptista de Castro Moraes Antas,
4. Francisco Joaquim Catête,
5. Luiz Affonso d'Escragnolle e
6. Manoel Caetano de Gouvêa Junior.

Notamos que os seis primeiros bacharéis que receberam o grau de Doutor assim o fizeram na presença do Imperador, diferentemente do sétimo a obter o referido grau. Verificamos que na primeira ata falta a assinatura de Manoel Caetano de Gouvêa Junior, mas não sabemos explicar por qual razão o recém-doutor não assinou o documento. Acreditamos que isso possa ser investigado com maior profundidade.

4 Algumas Considerações

No decorrer desse estudo verificamos que, para obter o referido grau, era necessário cumprir algumas regras, tais como, cursar os sete anos da Escola Militar, ter sido aprovado plenamente em todas as disciplinas e entregar quarenta exemplares de uma dissertação sobre um dos temas que se ensinavam nos últimos anos. A dissertação não seria julgada por seu merecimento científico e sim por não haver nada que desonrasse a Coroa ou a algum indivíduo.

Como pudemos notar, não era fácil conseguir o título de Doutor em Ciências Matemáticas. Nessa época, raras eram as pessoas que puderiam cursar os sete anos da Escola Militar, e ainda mais raro seria ser aprovado plenamente em todas as disciplinas e, além disso, escrever uma dissertação sobre um tema matemático sem orientação de um Lente.

Assim, esses primeiros Doutores em Ciências Matemáticas, se mostraram fortes e repletos de conhecimento, o que lhes ajudou a conquistar cargos importantes no Império do Brasil.

Referências

BARONI, Rosa L. S.; MILLER, Célia P., 2008. Instituição do doutorado em Matemática no Brasil: Escola Militar do Rio de Janeiro, 1842. *Acta Scientiarum Human and Social Sciences (UEM)*, Jan, 2008, Vol. 30 (1), p. 97(8).

BRASIL, 1810. Carta de Lei de 4 de Dezembro de 1810. *Crea uma Academia Real Militar na Côrte e Cidade do Rio de Janeiro*. Lex: Coleção de Leis do Império do Brasil — 1810 , Página 232 Vol. 1. Disponível em: `http://www2.camara.gov.br/legin/fed/carlei/anterioresa1824/cartadelei-40009-4-dezembro-1810-571420-norma-pe.html`. Acesso em: 12 de jul. 2012.

BRASIL, 1842. Decreto n.º 140 — 09 de Março de 1842. *Approva os Estatutos da Escola Militar, em virtude do Artigo 15 § 2.º da Lei de 15 de Novembro de 1831*. Lex: Colecção das Leis do Brazil, 1831–1840, Atos do Poder Executivo — 1831. Leis do Império. Disponível em `http://www2.camara.gov.br/atividade-legislativa/legislacao/publicacoes/doimperio`. Consulta realizada em 26 de jul. 2012.

BRASIL, 1846. Decreto n.º 476 de 29 de setembro de 1846. *Appovando o Regulamento para execução do Artigo 17 dos Estatutos da Escola Militar*. Lex: Colecção das Leis do Brazil, 1831–1840, Atos do Poder Executivo

— 1846. Leis do Império. Disponível em `http://www2.camara.gov.br/atividade-legislativa/legislacao/publicacoes/doimperio`. Consulta realizada em 26 de jul. de 2012.

BRASIL, 1846. *TERMO de Grau de Doutor n.º1, 1846–1858*, disponível no Museu da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, às páginas 13, 14 e 15.

D'AMBROSIO, U., 2008. *Uma História Concisa da matemática no Brasil*. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

MILLER, C. P., 2003. *O Doutorado em matemática no Brasil*: um estudo histórico documentado (1842–1937). Rio Claro: 2003. Dissertação de mestrado — Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas.

NOBRE, S., 2006. The Beginnings of The Professionalization in Mathematics in Brazil Startingo From The 19th Century. *Revista Brasileira de História da Matemática*, Rio Claro, v. 7, n.º 13, p. 85–96. 2006.

SILVA, C. P., 1989. *Uma História Social do Desenvolvimento da Matemática Superior no Brasil, de 1810 a 1920*. Tese de doutorado apresentada à Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas da Universidade de São Paulo. São Paulo, 1989.

SILVA, C. P., 1999. *A Matemática no Brasil*: história de seu desenvolvimento. 2.ª ed. Rev. e Amp. São Leopoldo, RS: Ed. Unisinos, 1999.

SILVA, C. P., 2003. *A Matemática no Brasil*: história de seu desenvolvimento. 3.ª ed. Rev. e Amp. São Paulo: Edgard Bluncher, 2003.

SIQUEIRA MARTINES, M. C., 2014. *Primeiros doutorados em Matemática no Brasil*: uma análise histórica. Tese de Doutoramento, Universidade Estadual Júlio de Mesquita Filho, UNESP — Rio Claro.

Cursos superiores de formação específica de professores de matemática no Espírito Santo: uma formação sustentada por engenheiros

Marina Gomes dos Santos
PPGE/UFES
marinaorg@hotmail.com

Lígia Arantes Sad
PPGE/UFES — IFES
sadli@terra.com.br

Resumo: O objetivo geral é contribuir com a construção e compreensão de uma história acerca da criação dos primeiros cursos superiores específicos de formação de professores de Matemática em um estado do Brasil, o Espírito Santo. A história apresentada tem como marco a criação do primeiro curso específico de formação de professores de Matemática no Espírito Santo, em 1964, na Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Vitória, até a década seguinte, época em que ocorreu a oferta de outros cursos pela iniciativa pública e privada. Nesse período, estabelecemos realce também às Faculdades de Filosofia, Ciências e Letras de Alegre e "Madre Gertrudes de São José", instituições que instalaram cursos superiores com mesma finalidade. Os elementos apresentados são descritos e analisados a partir da perspectiva historiográfica de Marc Bloch. Uma vez que, ignorar a compreensão sobre o passado compromete a compreensão do presente. A partir do exame documental e das entrevistas analisamos os processos de criação e consolidação desses três cursos, evidenciando as influências e contribuições de engenheiros na formação dos primeiros professores de Matemática em território capixaba. Na tessitura dessa história, inserida no campo da História da Educação Matemática espiritossantense, além da presença e interação significativas de engenheiros nas citadas instituições, os resultados abrem caminhos a outras investigações no campo da historiografia da matemática superior no Espírito Santo.

Introdução

Este texto apresenta alguns resultados de uma pesquisa que objetivou contribuir com a construção, conhecimento e divulgação de uma história acerca dos primeiros cursos devotados à formação superior de professores de matemática no estado brasileiro do Espírito Santo, a partir de meados do século XX.

Actas/Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, II, 297–314

Portanto, uma pesquisa de cunho histórico, inserida no campo da História da Matemática, especificamente, História da Educação Matemática. A compreensão e escrita desse processo foram conduzidas utilizando análise documental, em uma análise que entrelaça a utilização de documentos como: legislações, ementas de curso, livros de ata, anotações docentes e entrevistas com ex-alunos e docentes. Como fator motivador na condução deste trabalho, ressaltamos que as autoras foram alunas do primeiro curso de matemática criado, e uma delas tornou-se docente do respectivo curso.

No contexto de panorama histórico em âmbito nacional e regional das décadas de 1960 e 1970, buscaremos uma compreensão de como ocorreu o processo de criação, implantação e consolidação do primeiro curso superior de formação de professores de matemática inserido na Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Vitória — FAFI. De modo especial, analisaremos parte importante do currículo[1] desse curso, buscando evidenciar quais são os "vestígios" da formação técnica e didática que serviram de base para a formação desses primeiros discentes (BLOCH, 2001). Examinaremos também a formação superior do corpo docente que inicialmente lecionou no curso, com o objetivo de compreender a quem ficava a cargo a formação de professores para o território espiritossantense.

Além disso, evidenciamos a criação e a instalação de dois outros cursos de matemática voltados para a formação de professores, sendo um deles inserido na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras "Madre Gertrudes de São José" e o outro na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Alegre — FAFIA, ambas no mesmo período em foco. E por fim, estabeleceremos alguns entendimentos que contribuíram e/ou possibilitam à escrita acerca do percurso para instituição dos primeiros estabelecimentos de Ensino Superior do Espírito Santo, devotadas a formação específica de professores de Matemática.

Antecedentes e panorama histórico

Em 1950, o cenário brasileiro revelava que as classes operária, industrial e média haviam se fortalecido motivadas pelos processos de urbanização e industrialização. Esse meado de século foi marcado por uma efervescência econômica, social e política em âmbito nacional e internacional. Visto que a entrada e o fluxo de capital estrangeiro asseguravam as importações e o desenvolvimento em território brasileiro (CUNHA, 2007b).

[1] Neste texto entendemos como elemento histórico central do currículo proposto o conjunto de disciplinas que os alunos teriam que cumprir para concluir o curso de matemática.

O Espírito Santo, ainda na década de 1950 continuava baseando sua economia na produção e comercialização do café; mesmo com a crise internacional, a queda do preço do produto e os processos de industrialização que eram fomentados em outros estados brasileiros. Tal fato pode ser explicado pelo crescente número de descendentes de imigrantes estrangeiros que em terras capixabas[2] passaram a residir desde o século XIX, em grande parte trabalhando na agricultura cafeeira (CUNHA, 2000). No cenário da educação superior, até esse período, o Estado só contava com três das quatro instituições criadas em 1930[3]. Essa situação de atraso não se restringia apenas ao ensino superior, mas a todo âmbito educacional. Tal fato conduziu o Governo estadual, em 1951, a promulgar a Lei Estadual n.º 549, denominada como "Lei Áurea do Ensino". Essa legislação instituiu os primeiros delineamentos legais e uma expansão em todos os níveis de ensino. No caso do ensino superior, propiciou a criação de várias instituições[4]. Seria o motivo desse impulso no ensino superior explicado como uma tentativa de equiparar o Espírito Santo a outros estados do Brasil? Para Borgo (1995, p. 22), o motivo "[...] era bem mais amplo. À frente da Secretária de Educação e Cultura, o professor e filósofo Rafael Grisi desenvolvia intenso trabalho buscando criar condições para a implantação de uma universidade".

Três anos depois, outra Lei Estadual[5] criou a Universidade do Espírito Santo — UES, por meio da congregação de institutos universitários e órgãos complementares. Mas, apesar da legislação, o projeto de estadualização, em muitos aspectos permaneceu apenas no papel, pois, as Faculdades, Escolas Superiores e órgãos complementares continuavam tendo autonomia didática e administrativa, funcionando de forma isolada (BORGO, 1995).

A partir de meados de 1950, em território brasileiro houve um crescimento industrial muito intenso, advindo da inversão de capital estrangeiro. Tal fato devido ao aprofundamento das relações entre Estado Nacional e economia, capital nacional e internacional (CUNHA, 2007b). Contudo, essa aceleração

[2]Uma das denominações dadas a quem nasce no Espírito Santo.

[3]Até 1930 não existiam instituições de Ensino Superior no Espírito Santo. Os estudantes que almejassem prosseguir os estudos em nível superior deveriam ser deslocar para outros estados. (BORGO, 1995). A partir de 1930, foram instaladas as primeiras instituições de ensino superior em território espiritossantense, a saber: duas Faculdades de Farmácia e Odontologia, em 1930; a Faculdade de Direito, em 1931; e a Escola Superior de Educação Física, em 1934. Segundo Teixeira (2005), o Espírito Santo segue o modelo que estava estabelecido em nível nacional brasileiro: faculdades de caráter utilitário, que objetivavam formar profissionais liberais e atender as elites.

[4]À saber: Escola de Belas Artes, Escola Politécnica e Faculdade de Filosofia Ciências e Letras — FAFI —, todas em 1951; e do Instituto de Música em 1952. Em 1953, foi aprovado o regulamento da Faculdade de Odontologia, criou-se a Escola de Auxiliares de Enfermagem e o Instituto de Tecnologia (BORGO, 1995).

[5]Lei n.º 806, de 5 de maio de 1954.

no crescimento econômico e do processo de industrialização conduziu o país a aumentar sua dependência, em vez de propiciar a construção de sua emancipação econômica. O que conduziu ao início de uma crise, nos primeiros anos da década de 1960.

No início dos anos 1960 as exportações brasileiras começaram a entrar em declínio. O governo brasileiro não conseguia mais pagar a dívida externa, a estratégia utilizada para promover o desenvolvimento econômico já não conseguia se sustentar, havia uma demanda por produtos industriais que o mercado interno não conseguia suprir e a inflação continuava a crescer. Além disso, manifestações, rebeliões e oposições por diferentes motivos começaram a tomar corpo, culminando com a deposição do presidente, por meio do golpe militar de 1964.

Nesse período, a educação brasileira também passava por transformações. Isso porque, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional[6] — LDB — estatuída em 1961, não se alinhava com as novas pretensões centralizadas na formação de técnicos para atender à crescente demanda industrial. Assim, com o objetivo de equiparar a educação aos novos anseios governamentais, foram assinados acordos com a Agência Internacional de Desenvolvimento dos Estados Unidos. Esses acordos ficaram conhecidos como MEC/USAID[7] e visavam à implantação do tecnicismo na educação brasileira (FRANCISCO FILHO, 2004). No que diz respeito ao ensino superior, Carvalho (1992) destaca que esse nível de ensino manteve um crescimento no número de matrículas. Induzido, por um lado, pelas pressões externas — das agências de financiamento estrangeiras —, e por outro, pelas pressões da classe média que reivindicava por escolaridade.

Em território capixaba, no início da década de 1960, se vivenciava "uma fase definitiva" (COUTINHO, 1993, p. 99) em sua história. Pois, embora houvesse crise na cafeicultura, também ocorreu expansão da pecuária, diversificação econômica advinda da instalação de grandes projetos industriais e urbanização crescente em território regional, contribuindo para que o estado retornasse ao cenário nacional devido a sua vocação portuária e ao desenvolvimento atrelado a capitais multinacionais, estatais e da burguesia.

No que diz respeito à educação espiritossantense, de modo geral "[...] continuou expandindo-se, [...] mostrando altas taxas de reprovação, evasão e analfabetismo, mantendo principalmente inalterada a seletividade que caracteriza a pirâmide educacional do primário à Universidade" (COUTINHO, 1993, p. 114).

[6] Lei 4.024, de 20 de dezembro de 1961.

[7] Sendo que MEC e USAID referem-se a Ministério da Educação brasileiro e a *United States Agency for International Development*, respectivamente.

Especificamente, na capital Vitória destacava-se a formação superior do curso de engenharia civil, na Escola Politécnica (fundada em 1951), mantida pelo governo estadual (SILVA; PINHEIRO, 2010). Entre os professores dessa Politécnica, observamos que já estava o engenheiro Hilton Dei Guadagnin, que alguns anos depois veio a ser professor no curso de Matemática criado na Faculdade de Filosofia Ciências e Letras, conforme retomaremos adiante.

Com relação ainda à educação superior, em 1961 ocorreu sob a deliberação de uma Lei Federal[8] o processo de federalização da Universidade do Espírito Santo. Acerca desse processo, uma professora de matemática da universidade, que fora assistente do professor e engenheiro Francisco Árabe Filho, descreveu que "[...] em 1961 foi federalizada a Universidade, mas, continuou o Estado efetuando os pagamentos. No ano seguinte é que o MEC colocou a diferença, passou o que devia ao Estado e nós passamos a receber diretamente do Ministério da Educação" (Myrtha Salloker Fayet, em 2009). Ou seja, que mesmo após uma Lei Federal instituir a Universidade como um patrimônio da União, o Estado é que continuava a arcar com as despesas de manutenção das instituições. Somente no início da década de 1970 houve a transferência das Faculdades e Escolas Superiores para o campus da Universidade Federal do Espírito Santo.

Entre 1964 e 1985, todo território nacional vivenciou período ditatorial marcado por repressão militar governista, que reprimia a força quaisquer movimentos e/ou grupos que se colocassem contra o regime imposto. Apesar das turbulências políticas, no Espírito Santo a educação superior continuava em expansão. Foram criadas faculdades nas cidades de Vitória, Colatina, Cachoeiro de Itapemirim e Alegre. Nesses dois últimos municípios destacamos, a seguir, a formação superior específica de professores de Matemática.

Cursos superiores de formação de professores de matemática

No Estado do Espírito Santo, durante as décadas de 1960 e 1970, foram instituídos três cursos específicos para formação superior de professores de matemá-

[8]Lei Federal n.º 3.868,de 30 de janeiro de 1961. Essa lei determinava que passariam a congregar a Universidade do Espírito Santo, as seguintes faculdades: Direito; Ciências Econômicas — ambas não congregadas no processo de estadualização —; Filosofia Ciências e Letras; Medicina; Odontologia; a Escola Politécnica; a Escola de Belas Artes; e a Escola de Educação Física.

tica. O primeiro, na cidade de Vitória[9], o segundo em Cachoeiro de Itapemirim e o terceiro em Alegre[10].

O primeiro curso de Matemática devotado à formação de professores foi criado na Faculdade de Filosofia Ciências e Letras — FAFI, em Vitória. Essa instituição, assim como as outras faculdades da década de 1950, nasceu com o objetivo de contribuir à criação da Universidade do Espírito Santo. O projeto da FAFI, a cargo do Secretário de Educação do Espírito Santo — Rafael Grisi — foi sancionado sob a Lei n.º 550 em 7 de dezembro 1951, mesmo ano da fundação da Escola Politécnica do Espírito Santo. Apesar de criada em 1951, a FAFI só foi instalada no início de 1953, sendo autorizada a funcionar a partir de julho do mesmo ano. Entre outros aspectos, essa faculdade destinava-se a formação de professores para suprimir diferentes níveis de ensino. Todavia, tal vertente não foi logo atendida, visto que no início a instituição objetivava apenas a formação de bacharéis (CUNHA, 2000).

Consequentemente, os discentes que tinham interesse em cursar alguma licenciatura após a conclusão do bacharelado se deslocavam para outros Estados, em busca de uma complementação que durava um ano. Alguns desses alunos, após terminarem essa complementação, foram convidados a lecionar na FAFI. Acerca desse fato, a entrevista com o professor José Manuel da Cruz Valente (em 2011) revela que: "[...] o pessoal fazia o bacharelado de três anos, e ia fazer didática fora daqui. No Rio, São Paulo, Belo Horizonte. [...] Em geral, no Rio. Por que não tinha curso de Didática aqui, aí depois veio o curso de Didática". O curso de Didática na FAFI só foi autorizado ao final de 1958 e tinha como objetivo a formação de professores para o ensino primário e secundário.

Com a instituição da Lei de Diretrizes e Bases da Educação em território nacional, os cursos da FAFI a partir de 1963 passam por reformulações e alguns outros foram criados. Dentre esses, destacamos a criação dos cursos de Matemática e Ciências Biológicas, sob o Ato de n.º 5/1964 do Conselho Universitário. Com o objetivo de oferecer vagas já no vestibular do ano seguinte para o curso de Matemática, ocorreram reuniões entre os professores Myrtha Salloker Fayet, José Manuel da Cruz Valente e o engenheiro Hilton Dei Guadagnin a fim de elaborar um projeto adequado ao 1.º ano do curso de Matemática. Pois, como descreveu o professor José Manuel da Cruz Valente (em 2011):

[9] Capital do Espírito Santo.

[10] Cachoeiro de Itapemirim é uma cidade está localizado a aproximadamente 140 km da capital, enquanto Alegre à 200 km. Cabe destacar que, apesar deste texto mencionar apenas três cursos de matemática em território capixaba, o Estado veio a contar com quatro até o início dos anos 2000. Visto que foi instalado um curso superior de Matemática na década de 1990 na cidade de São Mateus, em um Polo descentralizado da Universidade Federal do Espírito Santo.

> **Quem é que era apanhado para dar aula de matemática? Em geral engenheiro né!** e... pessoas que gostavam de matemática sem qualquer formação específica. [...] Alias, não tinha Matemática, como não tinha Física, como não tinha Química e agora tem isso tudo! Então acho que era interessante sim, ter o curso de matemática. [Grifo nosso].

A preocupação descrita pelo professor Valente, que tinha formação em matemática, também pode ser vislumbrada entre os motivos para a criação do curso de matemática: "[...] a carência absoluta, não só nesta capital, mas em todo o Estado, de professores habilitados", acrescida da asserção de que "[...] o ensino de matemática constitui hoje parte essencial na formação de técnicos" (FAFI, Livro de 1965, Tomo I, p. 113). Essa última assertiva em total consonância com os valores vigentes naquela época. Igualmente, "[...] a década de 1960 foi uma época de intensa experimentação educativa, deixando clara a predominância da concepção pedagógica renovadora [...] período [no qual] deu-se grande impulso à renovação do ensino de matemática e de ciências" (SAVIANI, 2010, p. 336–337).

A partir de 1965, o curso de matemática passou a funcionar no "prédio da FAFI". O primeiro vestibular, foi realizado em dois concursos[11], compostos por 4 provas: Português, Matemática, Física e Desenho. No total foram oferecidas 20 vagas em cada concurso; sendo que foram aprovados 7 no primeiro e 8 candidatos no segundo concurso. Dos 15 alunos aprovados para o 1.º ano, restavam 8 alunos no 2.º ano, 6 alunos no 3.º ano, e, apenas 4 no último ano. Para os anos seguintes, com a ajuda dos dados encontrados nos Livros sobre o curso de Matemática da/na FAFI, armazenados no Colegiado do curso de Matemática, foi possível elaborar uma tabela com o número de alunos matriculados em cada série (Tabela 1), de 1966 a 1973, na qual notamos um número reduzido de formados.

Com a chegada da década de 1970, acontece o reconhecimento do curso de Matemática da FAFI/UFES, bem como a transferência para o Campus do curso de Matemática, agora alocado no Departamento de Matemática[12], com mudança do regime seriado — disciplinas anuais — para o regime de créditos – disciplinas semestrais.

[11]A nomenclatura "concurso" era utilizada para se referir ao que chamaríamos de exame vestibular. Ao que tudo indica, a realização de dois concursos para um mesmo ano ocorreu devido ao baixo quantitativo de alunos aprovados.

[12]Após essa transferência o Departamento de Matemática, passou a ter responsabilidade sobre todas as disciplinas de matemática que seriam oferecidas em seu próprio curso, às Engenharias, Economia e Belas Artes.

Tabela 1: Número de alunos matriculados por série no curso de Matemática da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras, no período de 1966 a 1973

TURMA	ANO							
	1966	**1967**	**1968**	**1969**	**1970**	**1971**	**1972**	**1973**
Turma de 66	11	7	7	7	–	–	–	–
Turma de 67	–	21	11	13	12	–	–	–
Turma de 68	–	–	19	9	7	6	–	–
Turma de 69	–	–	–	28	18	16	15	–
Turma de 70	–	–	–	–	23	17	14	10; 20[13]
Turma de 71	–	–	–	–	–	31	20	20
TOTAL	11	28	37	57	60	70	49	50

Fonte: Dados extraídos dos Livros 58, 63, 14 e 72, depositados no arquivo do Colegiado de Matemática do Centro de Ciências Exatas da UFES.

Currículo e docentes

O modelo que estava proposto em nível superior, com o intuito de formar professores para atender as demandas do ensino secundário e normal, adquiriu novos delineamentos a partir do Decreto-Lei 1.190/39. Entre outras disposições, o decreto criou a seção especial responsável pelo Curso de Didática[14]. Desse modo, os alunos que cursassem três anos de disciplinas de cunho específico, eram diplomados bacharéis, com adição de outras poucas disciplinas matemáticas. Enquanto que, aqueles que após o grau de bacharel concluíssem o Curso de Didática, eram diplomados licenciados. Modelo de formação que ficou conhecido como “3 + 1” em adequação à promulgação do Decreto-Lei 9.092, sob a qual tanto os cursos de licenciatura quanto os de bacharelado passavam a ter quatro anos de duração.

As ressonâncias desse padrão de formação também puderam ser evidenciadas no currículo do curso de Matemática implantado na FAFI. O vestibular era único para opção licenciatura ou bacharelado e o currículo seguia a idéia do “3+1”. Na época de implantação do curso, o currículo estava assim disposto (Tabela 2):

[13] Os dois valores se referem às matrículas feitas no 1.º e 2.º semestres, respectivamente. Esclarecemos que nesse período já estava vigente o regime de créditos e a matrícula por disciplina, ambos, instituídos pela Reforma Universitária no final da década de 1960 em âmbito nacional.

[14] Esse curso tinha duração de um ano, e era composto pelas seguintes disciplinas: Didática Geral; Didática Especial; Psicologia Educacional; Administração Escolar; Fundamentos Biológicos da Educação; e Fundamentos Sociológicos da Educação.

Tabela 2: Relação de disciplinas por série para o curso de Matemática na modalidade de licenciatura e bacharelado em 1965

<table>
<tr><th>Séries</th><th>LICENCIATURA</th><th>BACHARELADO</th></tr>
<tr><td>1.ª Série</td><td colspan="2">Análise Matemática (Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra);
Geometria Analítica e Álgebra Vetorial;
Geometria Descritiva e Desenho Geométrico;
Física Geral e Experimental;</td></tr>
<tr><td>2.ª Série</td><td colspan="2">Análise Matemática (Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra);
Geometria Analítica e Álgebra Vetorial;
Geometria Descritiva e Desenho Geométrico;
Física Geral e Experimental;
Mecânica Racional;</td></tr>
<tr><td>3.ª Série</td><td>Análise Matemática;
Geometria Projetiva;
Cálculo Numérico e Cálculo das Probabilidades;
Didática Geral;
Psicologia da Educação;</td><td>Análise Matemática;
Geometria Projetiva;
Cálculo Numérico e Cálculo das Probabilidades;
Análise Superior;
Mecânica Celeste;</td></tr>
<tr><td>4.ª Série</td><td>Análise Superior;
História e Filosofia da Matemática;
Sociologia;
Fundamentos da Matemática Elementar;
Didática Especial e Prática de Ensino;
Administração Escolar;</td><td>Análise Superior;
História e Filosofia da Matemática;
Sociologia;
Outras disciplinas;</td></tr>
</table>

Fonte: Quadro elaborado a partir do Ofício 6/67, que solicitava o reconhecimento do curso de Matemática.

Observamos, neste quadro, que as disciplinas que compõem a 3.ª e 4.ª séries do curso de Matemática da/na FAFI, para licenciatura e bacharelado aparecem disjuntas, indicando uma divisão dos alunos no terceiro ano do curso, segundo a titulação. Mas, analisando com atenção as disciplinas (destacadas por nós) nessas duas últimas séries[15], podemos evidenciar que elas são comuns à licen-

[15] A saber: Análise Matemática, Geometria Projetiva, Cálculo Numérico e Cálculo das Probabilidades, Análise Superior, História e Filosofia da Matemática e Sociologia.

ciatura e ao bacharelado. Dessa forma, poderiam ser reunidas em um mesmo ano, proporcionando assim, que os alunos do bacharelado e da licenciatura continuassem estudando juntos, e, fossem divididos somente no último ano.

No que diz respeito ao tópico intitulado: "Outras Disciplinas", na 4.ª série do bacharelado, o mesmo ofício descreve que os alunos do bacharelado além de cursar as disciplinas próprias daquele período, teriam que cursar outras disciplinas para completar sua carga de créditos, entre elas: 1) Álgebra Multilinear, Geometria Diferencial e Relatividade; 2) Integral de Lebesgue, Probabilidade e Programação Linear; 3) Cálculo Tensorial, Mecânica Analítica e Relatividade; 4) Geometria não-Euclidiana e Geometria de Riemann; 5) Mecânica dos Fluidos, Eletromagnetismo e Termodinâmica. Vale destacar também que essa composição curricular para o curso de Matemática da FAFI, estava baseada no Currículo Mínimo — uma diretriz a nível nacional.

De acordo com o Ofício 6/67, esse grupo de disciplinas era selecionado segundo as possibilidades do Departamento de Matemática. Mas, Sad (2007), em uma entrevista que realizou com a professora Myrtha Salloker Fayet, constatou que as disciplinas oferecidas nem sempre eram as apresentadas no currículo. Isso porque, as disciplinas eram eleitas conforme a escolha e disponibilidade de um grupo de professores. Ou seja, as disciplinas destinadas aos estudantes por concluir o curso de Matemática eram definidas segundo a disponibilidade de docentes também advindos da Escola Politécnica de Vitória (engenheiros). Inclusive, um dos motivos que possibilitou a criação do curso de Matemática da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da UFES, foi a garantia da cooperação da Escola Politécnica de Vitória.

Para ministrar as disciplinas oferecidas nos primeiros anos do curso de Matemática, foram contratados diversos professores. Elaboramos uma relação das formações desses docentes (Tabela 3) e da(s) respectiva(s) disciplina(s) que lecionavam no curso de Matemática entre 1965 e 1970.

Tabela 3: Relação nominal de docentes, sua respectiva formação em nível de graduação e a disciplina ministrada no curso de Matemática entre 1965 e 1970

DOCENTE	GRADUAÇÃO	DISCIPLINAS MINISTRADAS NO CURSO DE MATEMÁTICA
Albuíno da Cunha Azeredo	Engenheiro Civil pela Escola Politécnica da UFES.	Cálculo Vetorial Mecânica Racional
Alfredo Carlos Vieira	Bacharel em Estatística pela Escola Nacional de Ciências Estatísticas – ENCE.	Estatística Matemática

Antônio José Domingues de Oliveira Santos	Engenheiro Civil e Eletricista pela Escola Nacional de Engenharia da Universidade do Brasil.	Física Geral e Experimental
Augusto José Dias	Engenheiro Civil pela Universidade Federal do Pará. Físico pela Universidade de Brasília.	Cálculo Vetorial
Bernardo Szpigel	Engenheiro Mecânico pelo Instituto Tecnológico da Aeronáutica – ITA.	Estatística Matemática
Eliezer Arantes da Costa	Engenheiro Eletrônico pelo Instituto Tecnológico da Aeronáutica – ITA.	Filosofia e História da Matemática; Fundamentos da Matemática Elementar
Hilton Dei Guadagnin	Engenheiro Civil pela Escola de Engenharia de Minas Gerais.	Geometria Descritiva, Desenho Geométrico e Geometria Projetiva;
Jones dos Santos Neves Filho	Engenheiro Civil pela PUC do Rio de Janeiro.	Mecânica Racional
José Alberto Kuster	Engenheiro Civil pela Escola Politécnica da UFES.	Cálculo Numérico
José Manuel da Cruz Valente	Bacharel e Licenciado em Matemática pela Faculdade Nacional de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade do Distrito Federal.	Geometria Analítica e Álgebra Vetorial
José Merigueti	Bacharel em Filosofia pela Faculdade de Filosofia de Nova Friburgo – RJ. Bacharel em Matemática, pela FFCL da Universidade de Minas Gerais. Licenciado em Matemática pela FFCL de São Leopoldo – RS.	Fundamentos da Matemática Elementar; Álgebra; Análise Superior (Topologia)
Myrtha Salloker Fayet	Bacharel e Licenciada em Matemática pela Faculdade de Filosofia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.	Análise Matemática I, II, III
Newton Jorge Newlands	Engenheiro Civil pela Escola Nacional de Engenharia da Universidade do Brasil.	Álgebra

Fonte: Dados extraídos do Parecer 888/68; Parecer 547/69; Livro de Atas de Notas de Exames Finais e de 2.ª Época; e documento intitulado: "Currículo minucioso das diversas cadeiras que compõe o curso de Matemática da FAFI da UFES", pertencente ao acervo de Myrtha Salloker Fayet, doado a pesquisadora.

Como foi possível observar na tabela anterior, de todos os professores que lecionavam disciplinas no curso de Matemática, tínhamos apenas três com formação em Matemática e um Estatístico. Todos os outros (destacados por nós na Tabela 3), uma significativa maioria, tinha formação em Engenharia. Essa carência de docentes para ministrar as disciplinas no curso de Matemática foi descrita em um dos trechos da entrevista ao ex-aluno do curso de Matemática, Taciano Fernandes Corrêa (entrevista em 2011),

> [...] E tinha Dr. Hilton Dei Guadgnin que dava Desenho, Geométrico e Descritivo. Aí veio Oliezi Modolo, dar aula junto com ele [...] Tinha o José Manuel da Cruz Valente que dava Geometria Analítica [...] Albuíno mesmo deu aula lá! Albuíno não foi meu professor não. José Carlos Luiz Marreco que foi meu professor... [...] Por que eram poucos professores dando várias matérias. Dr. Hilton Dei Guadgnin que dava Desenho Geométrico e Descritivo, a Myrtha dava Cálculo I, II, III. E... Mecânica Racional era outra pessoa.

Com o propósito de suprir essa necessidade de docentes, em alguns casos, eram convidadas pessoas por indicação. Prática que pode ser reforçada em um trecho de entrevista do ex-professor da disciplina de História e Filosofia da Matemática, o engenheiro Eliezer Arantes da Costa (entrevista em 2011).

> [...]a VALE autorizava e incentivava até que os engenheiros dessem aulas na Engenharia. Principalmente na Engenharia! Porque a ideia também é que esses engenheiros, conhecendo os alunos, sendo professores deles, pudessem identificar os melhores alunos, para depois eventualmente serem contratados pela própria VALE. Então, nós éramos nesse sentido também, olheiros da VALE [...] Aí conversa vai, conversa vem, eles precisaram de um professor de História da Matemática [...] alguém indicou o meu nome para ela [Myrtha] [...] A minha intenção era dar aula de Álgebra Linear, alguma coisa assim, mais técnica, ligada a área de Engenharia. Mas foi a primeira coisa que apareceu foi... História da Matemática, eu falei: "Lá vou eu!" [...] então, foi a professora Myrtha que me convidou.

Para lecionar as disciplinas de caráter social e/ou pedagógico, contava-se com docentes que lecionavam em outros cursos da FAFI. Apenas as disciplinas de Prática de Ensino de Matemática e de Didática foram ministradas por uma docente com formação em Matemática, a saber: Nicéa Moreira Bussinger[16]. Além dos docentes responsáveis por ministrar cada disciplina, existia nessa época, a função de assistente ou um auxiliar de ensino, que era parecida com a de um "monitor", pois auxiliava os alunos com os exercícios e as dúvidas sobre a matéria estudada.

Essa situação permaneceu até após o ano de 1968, quando houve o processo de Reestruturação Universitária e o curso de Matemática passou a ser gerido pelo Departamento de Matemática, que aos poucos pode contratar outros docentes com formação em matemática. Mesmo em 1971, quando o Departamento de Matemática, assim como outros departamentos começaram a ser transferidos definitivamente para o Campus da UFES, ainda havia em seus quadros professores engenheiros.

Cursos de matemática no interior do Espírito Santo

A partir de meados da década de 1960, entre as várias cidades que começaram a implantar instituições desse caráter de ensino, destacamos a cidade de Cachoeiro de Itapemirim e de Alegre, ambas no sul do Estado, que entre 1960 e 2000 passaram a oferecer cursos de formação específica de professores de Matemática.

Nesse período, enquanto a UFES vivenciava um momento de Reforma Universitária, foi criada na cidade de Cachoeiro de Itapemirim, a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras "Madre Gertrudes de São José" – FAFI Cachoeiro[17], de caráter particular. A implantação dessa instituição visava formar professores em nível superior, especialmente, para prover as escolas de 1.º e 2.º graus, tanto de Cachoeiro de Itapemirim, quanto das cidades vizinhas. Assim, em 11 de março, sob um adendo no Parecer 96/66 do Conselho Federal de Educação, a FAFI Cacheiro foi autorizada a funcionar (RELATÓRIO, 1966) e, alguns dias depois, organizou seu primeiro exame vestibular. Nesse exame foram oferecidos os cursos de: Pedagogia, Ciências Sociais, História, Letras Francesas e Letras Inglesas; ou seja, ainda não existia um curso específico de formação de professores de Matemática.

No ano de 1969, essa instituição implantou um curso denominado *Ciências para o 1.º grau*, com o objetivo de formar docentes habilitados para leci-

[16]Nicéa Moreira Bussinger era licenciada em Matemática pela Faculdade Nacional de Filosofia – FNFi, desde 1948.

[17]Importante destacar que essa denominação encontrada no contexto popular foi escolhida para doravante nomear, neste trabalho, a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras "Madre Gertrudes de São José", devido à extensão do nome da referida instituição.

onar Matemática e/ou Ciências no 1.º grau, fora da capital espiritossantense. O curso de Ciências para o 1.º grau, caracterizava-se como licenciatura curta, tinha duração de três anos, divididos em três séries. Sua conclusão possibilitava aos graduados o título de docente tanto na área de Matemática quanto de Ciências no 1.º grau. Em dezembro do mesmo ano, sob deliberação do Decreto Federal 65.768, a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras "Madre Gertrudes de São José", foi reconhecida.

Para o início das atividades do curso de Ciências para o 1.º Grau, alguns docentes foram contratados. Por meio de uma entrevista com a professora Handuma Hemerly Elias Coelho — que lecionou por vários anos nesse curso —, constatou-se que, nesse início, vários docentes não tinham habilitação específica nas disciplinas que lecionavam. Eram pessoas que tinham formação em Engenharia ou cursos avulsos, por exemplo, o oferecido pela CADES — Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário — que habilitava ao exercício dessa docência. À medida que os alunos iam se formando, a FAFI Cachoeiro convidava ex-alunos para lecionar, bem como alguns alunos oriundos dos cursos de Vitória, que passaram a ser contratados como docentes nessa instituição.

A partir de 1975, a FAFI Cachoeiro começou a oferecer um curso de Ciências com habilitação em Matemática para o 2.º grau. Esse curso era dividido em duas partes, a saber: a primeira com duração de três anos, habilitava a docência em Matemática e Ciências nas instituições de 1.º grau; a segunda, em continuidade de mais dois anos, habilitava a docência em Matemática voltada para o 2.º grau.

Com relação ao quantitativo de alunos que frequentavam o curso de Ciências, habilitação para o 1.º e/ou 2.º Grau na FAFI Cachoeiro, uma das professoras entrevistadas descreveu que era um número significativo, visto que a instituição congregava alunos não só de Cachoeiro, mas de toda região sul do estado do Espírito Santo.

Em 1999, com a plenificação do curso de Ciências — Habilitação em Matemática, o curso ganha uma configuração mais definida. Desse modo, o curso passava a ter duração de quatro anos e suas disciplinas estavam exclusivamente voltadas para a formação de docentes em Matemática, deixando de abarcar disciplinas que habilitassem à docência em outra área.

Além da criação da FAFI Cachoeiro, a região sul do estado capixaba, presenciou a criação da Autarquia Municipal "Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Alegre" – FAFIA, na cidade de Alegre. Criada no ano de 1967, essa instituição foi a terceira a oferecer um curso devotado a formação de professores de Matemática no Espírito Santo.

Após a criação da FAFIA, vários esforços foram mobilizados para que essa instituição entrasse em funcionamento, mas, o projeto permaneceu estagnado por seis anos. Apenas em maio de 1973, através de um Decreto Federal, a "Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Alegre" foi autorizada a funcionar. Assim como as instituições congêneres, os cursos de graduação oferecidos pela FAFIA destinavam–se a preparar profissionais para o exercício da docência, supervisão e administração escolar. Entre esses cursos, estabelecemos um especial realce ao *Curso de Ciências*, pois, caracterizava-se como um curso de licenciatura curta, abrangendo as áreas de Matemática e Ciências. Dessa forma, seus concluintes tinham possibilidade de lecionar essas duas disciplinas no 1.º grau. O curso tinha duração de três anos, divididos em seis semestres, englobando disciplinas voltadas às áreas de Matemática e Ciências.

Em 1976, por meio de um decreto federal, todos os cursos ofertados pela "Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Alegre" foram reconhecidos. O curso de Ciências devotado à formação de professores de Matemática para o 1.º grau passou a denominar-se *Curso de Ciências Licenciatura de 1.º grau*. Apesar da mudança de nomenclatura, o curso continuava sendo ministrado em seis semestres. Somente em 1991, após resolução do Conselho Estadual de Educação, ocorreu a plenificação do curso de Ciências Licenciatura 1.º grau. Assim, esse curso passou a ter quatro anos de duração e a nomenclatura foi alterada para *Curso de licenciatura Plena em Ciências: Habilitação em Biologia e Matemática*.

No que tange a titulação dos professores que lecionaram na FAFIA desde sua inauguração, observou-se o que ocorreu na FAFI de Vitória e FAFI Cachoeiro, o corpo docente até a plenificação era composto por pessoas com formação em Engenharia e Pedagogia, salvo algumas exceções.

Ressaltamos que durante as décadas de 1960 e 1970, o Espírito Santo contava apenas com três instituições que ofereciam cursos de formação superior específica de professores de Matemática, e esses cursos até hoje permanecem contribuindo para a formação de professores de Matemática atuantes em diferentes níveis de ensino e em outras funções.

Entendimentos conclusivos

Os resultados das investigações nos permitiram avançar e incluir detalhes ao objetivo central de construção, compreensão e divulgação de uma história acerca dos Cursos de formação superior específica para professores de Matemática no Espírito Santo. Além disso, possibilitaram o preenchimento e a compreensão de algumas lacunas que existiam no processo da criação e constituição dessa formação em território capixaba, deixando aberta a continuidade das investigações com o surgimento de outras indagações.

Evidenciamos que cursos de nível superior devotados à formação específica de professores de Matemática só foram inaugurados em terras capixabas a partir de meados da década de 1960, com a criação e implantação do primeiro curso na/da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Vitória. Posteriormente, a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras "Madre Gertrudes de São José" e a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Alegre também passaram a oferecer cursos com essa finalidade, mas com transformações que duraram muitos anos até a plenitude de suas Licenciaturas com habilitação em Matemática.

Além disso, foi possível observar que nesse início do processo de implantação e constituição de cursos específicos à formação de docentes para lecionar Matemática em diferentes níveis de ensino, poucos eram os docentes com formação específica em Matemática. De modo particular, inferimos que boa parte do quadro de professores que sustentou essas instituições era de engenheiros. Provavelmente, um reforço às marcas tecnicistas que o Curso de Matemática da UFES carregou, por exemplo, aquela que "[...] o que importa é aprender a fazer" (SAVIANI, 2010, p. 383), refletida na organização técnica dos meios como garantia de eficiência.

Nesse sentido, a habilidade e conhecimento do fazer matemático em si, predominante no bacharelado, contribuíram para caracterizar a licenciatura como um sub-bacharelado. De acordo com Pereira (2007, p. 158), desde a constituição do campo universitário brasileiro "[...] o menor *status* acadêmico da atividade de ensino em relação à pesquisa, [...] da licenciatura em relação ao bacharelado e as dificuldades de implementação de mudanças nos cursos de formação de professores [...]" já estavam presentes.

Finalmente, temos a compreensão que esse estudo se configura "um passo a mais" em busca da compreensão e das reflexões que foram/são tecidas acerca da construção historiográfica da formação superior dos professores de Matemática no Espírito Santo. Pois, como descreve Bloch (2011, p. 110) "[...] as linhas cujo trabalho é ditado pelos fatos do passado, jamais serão retas; ela só encontrará linhas curvas [...]", permitindo assim que essa história não se encerre aqui, mas possa ser aproveitada em guinadas de outras curvas.

Referências

BLOCH, Marc. *Apologia da História, ou, O Ofício De Historiador.* Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2001.

BLOCH, Marc. *A estranha derrota*. Tradução Eliana Aguiar. Rio de Janeiro: Zahar, 2011.

BORGO, Ivantir Antonio. *UFES*: 40 anos de história. Vitória: UFES, 1995.

CARVALHO, Janete Magalhães. *A formação do professor e do pesquisador, em nível superior, no Brasil*: análise histórica do discurso do governo e da comunidade acadêmico-científica (1945–1964). 2 v. Tese (Doutorado em Educação) — Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1992.

COUTINHO, José Maria. *Uma história da educação no Espírito Santo*. Vitoria: DEC/UFES, 1993.

CUNHA, Guanair Oliveira da. *Resgate Histórico da Faculdade de Filosofia Ciências E Letras (FAFI) e sua Trajetória Político-Pedagógica na Formação de Educadores (1951–1971)*. Dissertação (Mestrado em Educação) — Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, ES, 2000.

______. *A universidade crítica*: o ensino superior na república populista. 3.ª ed. rev. São Paulo: Editora UNESP, 2007b.

FRANCISCO FILHO, Geraldo. *A educação brasileira no contexto histórico*. 2.ª ed. Campinas, SP: Alínea, 2004.

LE GOFF, Jacques. *História e Memória*. Tradução de Irene Ferreira, Bernardo Leitão e Suzana Ferreira Borges. 5.ª ed. São Paulo: Unicamp, 2003.

PEREIRA, Júlio Emílio Diniz. *Formação de professores*: pesquisas, representações e poder. 2.ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

SAD, Lígia Arantes. O curso de formação de professores de matemática no Espírito Santo: uma história (1960–1990). In: Encontro de Pesquisa em Educação Matemática da Região Sudeste, 8, 2007, São Paulo. *Anais*... São Paulo.

SAVIANI, Dermeval. O legado educacional do "longo do século XX" brasileiro. In:______ et al. *O legado educacional do século XX no Brasil*. 2.ª ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

______. *História das ideias pedagógicas no Brasil*, 3.ª ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2010.

SILVA, Circe Mary Silva da; PINHEIRO, João Eudes Rodrigues. *História do ensino de Engenharia no Espírito Santo*: da Escola Politécnica ao Centro Tecnológico da UFES. Vitória: EDUFES, 2010.

TEIXEIRA, Anísio. *Ensino superior no Brasil*: análise e interpretação de sua evolução até 1969. Rio de janeiro: Editora UFRJ, 2005.

As duas teorias da probabilidade na obra de Charles Sanders Peirce e a Estatística norte americana no final do século XIX

Maria de Lourdes Bacha †, *Fumikazu Saito*
CESIMA, PUC SP Brasil
fsaito@pucsp.br

Resumo: Este artigo tem como objetivo analisar as duas teorias da probabilidade presentes na obra do matemático e lógico norte americano C. S. Peirce (1839–1914), a primeira desenvolvida antes de 1900 e a segunda depois de 1900. A estatística e a probabilidade representaram parte significativa tanto no trabalho experimental de Peirce como nos seus desenvolvimentos filosóficos e metodológicos. Peirce era graduado em Química e Matemática por Harvard. Embora atualmente, Peirce seja mais reconhecido como filósofo e pelo desenvolvimento do ramo norte americano do pragmatismo, também merece destaque histórico como participante do desenvolvimento da ciência no século XIX.

Introdução

Este artigo tem como objetivo analisar as duas teorias da probabilidade presentes na obra do matemático e lógico norte americano C. S. Peirce (1839–1914), a primeira desenvolvida antes de 1900 e a segunda depois de 1900 (Burks, 1964). A estatística e a probabilidade representaram parte significativa tanto no trabalho experimental de Peirce como nos seus desenvolvimentos filosóficos e metodológicos. Peirce era graduado em Química e Matemática por Harvard. Embora atualmente, Peirce seja mais reconhecido como filósofo e pelo desenvolvimento do ramo norte americano do pragmatismo, também merece destaque histórico como participante do desenvolvimento da ciência no século XIX. Mas Peirce também contribuiu para álgebra linear, para a teoria matemática de projeções de mapa e para diversos campos da física. Com relação à astronomia, observou eclipses solares com o espectroscópio, medindo linhas espectrais da aurora boreal, investigou por fotometria a luz das estrelas e determinou densidade de superfícies de estrelas. Determinou a intensidade da gravidade com pêndulo e desenvolveu uma teoria pendular, calculou a curvatura da Terra a partir de variações de gravidade, e contribuiu para espectroscopia e como empregá-la no serviço de metrologia (Lenzen, 1965, p. 29).

De fato, profissionalmente Peirce foi astrônomo e físico. Portanto, não foi apenas um filósofo ou lógico interessado em ciência. Peirce era cientista e como tal trabalhou por 30 anos na U. S. Coast and Survey, onde realizou trabalhos com pêndulos e gravidade, que alcançaram repercussão internacional na época (Lenzen, 1975; Brent, 1998).

Seu trabalho sempre teve cunho experimental, o que acabou se refletindo em sua filosofia e lógica. A introdução de Peirce à Estatística se deu com o uso do método dos mínimos quadrados, ao trabalhar com seu pai no laboratório de astronomia de Harvard de 1868 a 1870. A aplicação de Peirce da teoria da probabilidade na resolução da validade da indução foi ajudada por experiências com o método dos mínimos quadrados na redução de observações em astronomia e geodésica, cujos resultados foram publicados em "*On the theory of errors of observation*", em 1870.

Entre 1878–79, Peirce publicou a série "*Illustrations of the Logic of Science*", composta por "*The Fixation of Belief*"– 1877 (CP[1] 5.358–87), "*How to Make our Ideas Clear*" – 1878 (CP 5.388–410), "*The Doctrine of Chances*" – 1878 (CP 2.645–60), "*The Probability of Induction*" – 1878 (CP 2.669–93), "*The Order of Nature*" – 1878 (CP 6.395–427) e "*Deduction, Induction, and Hypothesis*" – 1878 (CP 2.619–44). Esta série causou discussões polêmicas na época em termos de estatística e probabilidade, campos nos quais Peirce já tinha feito anteriormente contribuições profissionais a exemplo da revisão do livro italiano Ferrero (1876), *Esposizione del metodo dei minimi quadrati*, na primeira edição do *American Journal of Mathematics,* em 1878 (Burks, 1964).

Do risco em jogos de azar à teoria da probabilidade

Inicialmente vale ressaltar que os comentários deste tópico constituem apenas um recorte como pano de fundo dos desenvolvimentos deste artigo e não tem a pretensão de esgotar o assunto. O risco como gênese do pensamento estatístico surgiu na Antiguidade, juntamente com os chamados jogos de azar. No entanto, com o passar do tempo, aumentou o interesse em reduzir as incertezas ao realizar uma jogada, o que motivou o interesse de estudiosos pelo tema. Embora a utilização da palavra probabilidade remonte a épocas anteriores (há indícios de que há 3000 a. C. já se faziam estudos estatísticos na Babilônia, Egito e China), é possível dizer que antes de 1650, a teoria da probabilidade se inspirava principalmente nos jogos de azar (dados, cartas e loterias) (Moraes, 2005, Crisafuli, 2006).

[1]As obras de Peirce foram referenciadas conforme feitas por seus estudiosos, CP se refere a Collected Papers e NEM a New Elements of Mathematics.

Fazendo uma retrospectiva, pode-se ressaltar o papel de Girolamo Cardano (1500–1571), com o livro Liber de Ludo Aleae (Livro dos jogos de azar), pois esta obra parece ter sido o primeiro esforço no sentido de desenvolver os princípios estatísticos da probabilidade (Moraes, 2005).

Estima-se que o período de fundação da teoria da probabilidade se situe entre 1654 a 1665. Em 1654, foi proposto a Blaise Pascal (1623–1662) um problema: dois jogadores A e B combinam jogar um certo tipo de jogo até que um deles vença 6 (seis) rodadas. Porém, o jogo tem que ser interrompido quando A venceu 5 (cinco vezes) e B 3 (três vezes), como deveria ser dividida essa aposta? Este problema apareceu várias vezes nas obras dos matemáticos durante os séculos XVI e XVII e se tornou conhecido como o problema dos pontos. Este enigma foi resolvido por Pascal e Pierre de Fermat (1601–1665), na França, tornando célebre a correspondência entre os dois autores.

Pascal e Fermat desenvolveram uma teoria utilizando uma medida da probabilidade. A solução partiu da hipótese de que o jogador que estava vencendo, quando interrompido o jogo, teria maior probabilidade de vencer se o jogo continuasse. Mas qual seria a probabilidade de quem estava perdendo?

Surgiu então, novo ramo de conhecimento, o da ciência da previsão, a partir da qual resultados podiam ser matematicamente medidos, o que foi feito significativa para os conhecimentos da época. Os feitos de Pascal e Fermat contribuíram para o desenvolvimento do estudo do risco não só com enfoque no jogo, mas dando inicio aos fundamentos sistemáticos da probabilidade.

No contexto deste tópico, também merece destaque Huygens (1629–1695) cuja obra “Reckoning at games of chance”, influenciou autores posteriores com De Witt (1625–1672) e Bernoulli (1700–1782). Pascal e Fermat determinaram as regras essenciais que governam jogos de azar e que podem ser usadas pelos jogadores para estabelecer estratégias para suas jogadas. As ideias de Pascal, Fermat e Huygens tiveram grande influência no desenvolvimento da teoria da probabilidade no século XVII (Hacking, 1975; Halt, 2003).

No entanto, a ligação da probabilidade com aleatoriedade somente ocorreu em publicações a partir de 1662. Segundo Hacking (1990), probabilidade tem dois aspectos: está relacionada com o grau de confiança garantido por evidência e está ligada a tendência exibida por alguns recursos para produzir frequências relativas estáveis. Nenhum destes aspectos foi autoconsciente e deliberadamente apreendido por pensadores antes do tempo de Pascal (Hacking, 1990).

Após estagnação de cerca de 50 anos, iniciou-se a partir de 1708, um período no qual se desenvolveu a teoria da probabilidade propriamente dita, destacando-se nesta época Montmort (1678–1719), Moivre (1667–1754), Bernouilli (1700–1782). Em 1713 Bernouilli publicou obra baseada no trabalho de Huygens. Esta obra denominada Ars Congectandi pode ser considerada como aquela que levou a teoria dos jogos de azar ao posto de ciência. Por volta de 1718, vários livros sobre probabilidade já estavam disponíveis, nos quais se discutiam regras elementares para seu cálculo, probabilidade condicional, expectativa, distribuição binomial entre outros (Moraes, 2005, Crisafuli, 2006).

A partir de 1735, observa-se um período de consolidação, no qual se pode destacar a publicação de Laplace (1749–1827) *Théorie analytique des probabilités* de 1812 (Halt, 2003, Boyer, 1994; Eves, 2004). Para Hacking (1975, p. 1), antes de Pascal não havia quase nada sobre probabilidade, enquanto após Laplace, probabilidade se tornou tão bem compreendida que uma contagem página a página do que foi publicado sobre o assunto tornou-se quase impossível (Hacking, 1975, p. 1).

Hacking (1990, p. 3) defende a ideia de que o indeterminismo e o desenvolvimento das novas leis da estatística seriam transformações conectadas. O que a avalanche de números impressos teria a ver com a erosão do determinismo? Segundo o autor a resposta imediata, o determinismo foi subvertido pelas leis do acaso (estas, necessárias para o estudo de regularidades estatísticas em grandes populações, ou seja, a causalidade universal não explicava dados de natalidade e mortalidade). Dessa forma, crescia o ceticismo em relação ao determinismo e pelo final do século, "chance" (acaso) já estava incorporada às ciências naturais, biológicas e sociais (com os trabalhos de Galton (1822–1911), Wundt (1832–1920), por exemplo) (Hald, 2003).

A interpretação clássica de probabilidade matemática foi caracterizada pelo determinismo, que na prática confundia a crença subjetiva e frequências objetivas com a ajuda da psicologia associacionista (Gigerenzer et alii, 1989). Somente em meados do século XIX, quando as regularidades estatísticas foram examinadas no contexto de diferentes objetivos e controvérsias, é que se deu à variabilidade novas versões. No final do século XIX, a explicação mecânica dos fenômenos sofreu alguns reveses, testemunhando-se o que Hacking (1990) denominou de erosão do determinismo: o evento conceitual mais decisivo da física do século XX foi a descoberta de que o mundo não é determinista. A Estatística descritiva e não histórica usada no século XVIII deu lugar no século XIX, a partir de 1839, à ciência numérica da sociedade (Hacking, 1990).

> Com a enumeração de pessoas e seus hábitos [...] Surgiu um novo tipo de lei, análogo às leis da natureza, mas referente á população. Esta nova lei era expressa em termos de probabilidade (Hacking, 1990).

No final do século XIX, já havia uma base razoável para definir a estatística como o ramo da matemática particularmente interessado na manipulação e inferência de conclusões a partir dos dados numéricos. Com esta capacidade, associada à ciência social, a estatística pressupunha a disponibilidade de registro de censos e outras tabulações, que começaram a ser sistematicamente realizados e publicados por governos da Europa Ocidental e dos Estados Unidos por volta de 1800, mas foi a partir de 1840, que esta prática de medição ficou totalmente estabelecida (Gigerenzer et alii, 1989).

Hacking (1990, p. 5) considera que a medição e a sistematização de dados numéricos e positivismo são questões muito próximas, a ciência positiva significava ciência numérica e nada melhor para tipificar uma ciência positiva do que a estatística.

Assim, se no inicio do século XIX, Laplace se mostrava confiante de que o mundo seria governado com a mesma necessidade exata daquela encontrada na mecânica celeste, na segunda metade do século XIX, podia-se encontrar Peirce, para quem não haveria motivo para se acreditar na doutrina da necessidade ou na constatação de que as leis da natureza fossem representadas por constantes numéricas precisas. Peirce foi um dos exponentes sistemáticos do indeterminismo no século XIX (Gigerenzer et alii, 1989).

Com relação à estatística americana, segundo Stigler (1975), antes de 1850, havia pouco o que falar sobre a história da estatistica norte americana, que nesta época seria "primitiva". Para o autor, o único fato relevante foi a publicação da tradução de *Mécanique Celeste* de Laplace, feita por Bowditch, em 1850. No entanto, entre 1850 e 1885, houve contribuiçoes americanas significativas, graças a Robert Adrian (1775–1843), Benjamin Peirce (1809–1880), Charles Peirce, Simon Newcomb (1835–1909) e Erastus De Forest (1834–1888), que incluíam inovações quanto a procedimentos de rejeição de *outliers*, design aleatório de experimentos, desenvolvimentos de testes, distribuição gama entre outros. Por volta de 1885, instituições como observatórios, levantamentos geodésicos ou companhias de seguro vinham desenvolvendo técnicas estatísticas que contribuíram para a maturidade do campo.

Para Madden (1964), as contribuições de Peirce à teoria da probabilidade estão no cerne de algumas discussões do campo no século XX, contribuições essas que teriam possibilitado refinamentos profícuos. Completando, segundo Goudge (1950), a maioria dos filósofos da indução do século XX (tais como Reinchebach ou Van Mises) bebeu profundamente na fonte peirceana. Peirce dizia que: "sou um daqueles que sustentam que a probabilidade deve ser uma questão de conhecimento positivo, ou, confessar-se uma nulidade". (CP 201).

Grande parte do que Peirce escreveu sobre probabilidade estava relacionado com o que ele considerava errado na visão clássica de probabilidade de

Laplace. Suas objeções estavam centradas principalmente na noção clássica de que a ignorância seria denotada pela probabilidade ½ e quanto à questão das probabilidades desconhecidas, para as quais todas as razões seriam consideradas equiprováveis.

> Laplace era de opinião que os experimentos afirmativos atribuem probabilidade definida à teoria: e essa doutrina é ensinada até hoje na maioria dos livros sobre probabilidades, embora conduza aos mais ridículos resultados e seja inerentemente autocontraditória. Baseia-se numa noção muito confusa do que seja probabilidade (CP 5.169).

Segundo Laplace (1902) probabilidade é relativa em parte à ignorância e em parte ao nosso conhecimento. Para Peirce, a noção clássica que atribui probabilidade ½ para a ignorância seria uma confusão entre probabilidade subjetiva e objetiva (CP 2.747 de 1883), porque em verdade, esta seria a probabilidade de se responder sim ou não para a questão "O evento acontecerá?", em condições de completa ignorância. Esta afirmativa de que a probabilidade expressa em parte conhecimento, em parte ignorância é um belo exemplo do pensamento vago e indefinido de Laplace (NEM IV:172). Já com relação a assumir que as razões são equiprováveis, embora isto possa ser aplicado a qualquer evento, não pode ser aplicado a todos os eventos desconhecidos sem inconsistência, ou nas palavras de Peirce:

> [...] Há aqueles para quem a ideia de probabilidade desconhecida parece um absurdo. Probabilidade, eles dizem, mede o estado de nosso conhecimento, e ignorância é denotada pela probabilidade ½. Mas, entendo que a expressão 'probabilidade de um evento' é incompleta. Uma probabilidade é uma fração cujo denominador é a frequência de um tipo específico de evento, enquanto seu denominador é a frequência de um gênero embaraçando estas espécies. Ora, a expressão em questão nomeia o numerador da fração, mas deixa de lado o nome do denominador. Há um sentido no qual é verdade que a probabilidade de um evento perfeitamente desconhecido é ½; a saber, a afirmação de sua ocorrência é a resposta à questão possível de ser respondida por 'sim' ou 'não', e de todas estas tais questões a metade exata das respostas possíveis são verdadeiras. Mas se se prestar atenção aos denominadores das frações será encontrado que este valor ½ é um dos quais nenhum uso possível pode ser feito no cálculo das probabilidades (CP 2.747 de 1883).

A primeira teoria da probabilidade de Peirce (baseada em frequência)

Na primeira fase, Peirce definia a probabilidade em termos de frequência, a ideia de probabilidade pertenceria "essencialmente a um tipo de inferência que é repetido indefinidamente" (CP 2.652 de 1878). Para Peirce, no longo prazo haveria um fato real que corresponde à ideia de probabilidade, que é um dado modo de inferência, numa razão fixada. Prosseguindo o suficiente, a proporção aproximar-se-á de um limite fixo, então se pode definir probabilidade de um modo de argumento como a proporção dos casos em que ele traz a verdade consegue (CP 2.650 de 1878).

A formulação do enfoque frequentista de probabilidade é apresentada nos seguintes textos: "*The Doctrine of Chances*" (CP 2.645–60 de 1878), "*The Probability of Induction*" (CP 2.669–93 de 1878), "*The varieties and validity of Induction*" (CP 2.755–72 de 1905) e "*Notes on the Doctrine of Chances*" (CP 2.661–2.668 de 1910).

Em "*The Doctrine of Chances*" (CP 2.645–60) de 1878, Peirce afirma que a teoria da probabilidade é simplesmente a "ciência da lógica quantitativamente tratada", e, como tal, deve apresentar os fatos conforme graus de generalidade, a probabilidade é uma quantidade contínua que varia gradativamente. Ele explica que a validade de uma inferência não depende de qualquer tendência da mente para aceitá-la, mas consiste no fato real que, dadas premissas, como aquelas do argumento em questão, que sejam verdadeiras, então as conclusões a elas relacionadas também serão verdadeiras (CP 2.649 de 1878). Assim, um argumento indutivo especifico na forma "P, portanto provavelmente Q", deve ser tratado como uma instância de uma sequência infinita de argumentos desta forma.

Em "*The Probability of Induction*" (CP 2.669–93 de 1878), Peirce compara a visão materialista com a conceptualista de probabilidade. Peirce é favorável à visão materialista, posição esta que ele vai sustentar até a virada do século. Para Peirce, a probabilidade não seria encontrada nem nos fatos singulares nem na crença da ocorrência de eventos, mas nas conclusões que representam fatos estatísticos, que apresentam certa "aproximação" com a verdade. Para isso, um número de inferências forneceria a longo prazo um número conclusões verdadeiras. (CP 8.13 de 1876). Peirce também se opunha à teoria subjetiva de probabilidade, bayesiana.

> Descobrimos que todos os argumentos derivam sua força da verdade geral da classe de inferências a que pertencem; e que a probabilidade é a proporção de argumentos que levam a verdade com

> eles, entre os de qualquer gênero. Isto é convenientemente expresso na nomenclatura dos lógicos medievais. Eles chamaram o fato expresso por uma premissa de antecedente, e o que dela segue de consequente; enquanto que o princípio guia de tal antecedente (ou quase todos) é seguido por tal consequente, eles denominaram consequência. Usando essa linguagem, podemos dizer que a probabilidade pertence exclusivamente ás consequências, e que a probabilidade de qualquer consequência é o número de vezes em que antecedente e consequente ocorrem dividido pelo número de vezes que o antecedente ocorre (W 3.63):

Em *Notes on the Doctrine of Chances* (CP 2.661–2.668 de 1910), a ênfase é colocada no evento único.

> O outro ponto positivo é que a probabilidade nunca se refere a um único evento, mas exclusivamente ao acontecimento de um dado tipo de evento em qualquer ocasião de uma dada espécie. Até agora está tudo bem. Mas ao definir probabilidade, repetidamente ouço dizer que esta é o quociente entre o número de ocorrências do evento, dividido pelo número de ocorrências da ocasião. Ora, isto está completamente errado, pois a probabilidade se relaciona com o futuro; e como posso dizer quantas vezes um determinado dado será lançado no futuro? (CP 2.661).

Finalmente, em *The varieties and the validity of Induction*" (CP 2.755–72 de 1905), Peirce reforça a ideia de longo prazo.

> É que, quando dizemos que determinada proporção terá um determinado valor "no longo prazo", nos referimos à probabilidade limite de uma sucessão interminável de valores fracionários; inclusive para o único valor possível de 0 a ∞, sobre o qual os valores da sucessão interminável nunca deixam de oscilar; não importa o lugar na sucessão que você pode escolher... (CP 2.758).

Em resumo, dos textos acima, pode-se enfatizar que a probabilidade frequentista é definida somente para uma sequência específica, no longo prazo, que de fato tem um limite, ou seja, frequência real, evitando a possibilidade de que a probabilidade seja indefinida.

A segunda teoria (propensão)

Na segunda fase, Peirce fornece uma versão que utiliza condicionais subjuntivos de caráter modal, na forma "se um experimento E for realizado em circunstâncias C, o resultado observável seria R" (CP 8.225 de 1910). As probabilidades seriam intencionais, disposicionais, ou seja, Peirce trata probabilidade como propensão. De acordo com Burks (1964), a noção de consequência pratica ou as duas versões do pragmatismo seriam cruciais para se entender as mudanças propostas por Peirce. A questão que se impõe é: que tipo de implicação se expressa por consequência pratica? Seria uma consequência prática um condicional subjuntivo? A resposta é: consequências práticas dizem respeito a *would be's* (que incluem o presente, os *be's* e o futuro, os *will be's*).

Peirce argumenta que condicionais subjuntivos dizem respeito às possiblidades tanto quanto realidades e, portanto, não podem ser adequadamente simbolizados por implicações materiais (CP 4.546). A segunda teoria pressupõe que exista uma sequência real de aplicações de uma dada forma de argumento indutivo, baseada em *would be's*. Considerando que a teoria da probabilidade teve sua origem em jogos de azar, envolvendo lançamentos de moedas ou lançamento de dados, o exemplo abaixo parece apropriado para ilustrar o pensamento de Peirce:

> Nenhum dos livros contém uma definição de probabilidade matemática [...] que seja verdadeira. Por simplicidade, vou defini-la com base em um exemplo particular. Se, então, eu disser que a probabilidade de que, se certo dado for jogado, o número que será lançado será divisível por 3 (i. e., 3 ou 6), o que quero dizer com isso? Quero dizer, é claro, que o dado tem certo hábito ou disposição de comportamento no seu atual estado de uso. É um *would be*, e não consistiria em manifestações ou eventos singulares em qualquer multiplicidade finita ou infinita. **Contudo, um hábito consiste de fato naquilo que aconteceria sob certas circunstâncias, se devesse permanecer inalterado ao longo de uma série sem fim de ocorrências concretas**. Devo, portanto, definir esse hábito do dado em questão, que expressamos dizendo que há uma probabilidade de ⅓ (ou de 1 para 2) de que, se jogado, será lançado um número divisível por 3, dizendo como ele iria se comportar se fosse jogado em uma sucessão infinita de vezes, embora mantendo sua forma, exatamente como é agora. Ora, é bem verdade que é impossível que o dado fosse jogado uma sucessão infinita de vezes. Mas isso não é uma objeção que me impeça de fazer uma suposição,

> uma vez que esta impossibilidade é meramente física, ou, se você preferir, metafísica, e não se deve a nenhuma impossibilidade lógica à ocorrência em um tempo finito de uma sucessão sem fim de eventos, cada um ocupando um tempo finito. Pois, quando Aquiles alcançou a tartaruga, ele teve que ultrapassar uma série infinita (infinita na série, mas não infinita no tempo) e, supostamente, realmente o fez (CP 8.225, os negritos são nossos).

Nesta passagem, Peirce caracteriza probabilidade como uma propriedade disposicional de um tipo específico de arranjo físico (como um dispositivo de jogo), invocando explicitamente o modo subjuntivo a respeito de "o que aconteceria se". Uma vez que esta disposição é probabilística, seus efeitos são complexos. Peirce explica o "*would be*" como se o dado pudesse ser jogado para sempre e continuasse sem mudanças, então a frequência relativa limite de um 3 ou um 6 seria 1/3. Peirce também compara a disposição probabilística do dado com o hábito humano:

> A afirmação significa que o dado tem determinado "*would be*", o que quer dizer que ele tem uma propriedade, bastante semelhante a qualquer hábito que um homem possa ter. Apenas o "*would be*" do dado é, presumivelmente, muito mais simples e mais definido do que o hábito do homem porque sua composição homogênea e forma cúbica sao mais simples do que a natureza do sistema nervoso do homem e da alma; e como tal seria necessário, a fim de definir o hábito de um homem, descrever como seria levá-lo a se comportar em determinado tipo de ocasião, ainda que esta afirmação não implique que o hábito consista naquela ação. Assim para definir o "*would be*" do dado seria necessário dizer o que levaria a se comportar em determinada ocasião que lhe traria a consequência total do "*would be*", embora esta afirmação não implique que o "*would be*" do dado consista em tal comportamento (CP 2.664).

Ou

> Ora, a fim de que o efeito completo do "*would be*" do dado possa ser entendido, é necessário que o dado passe por uma série interminável de lançamentos, os resultados do não lançamento não tendo influência sobre o resultado de qualquer outro lançamento, ou explicando melhor, os lançamentos devem ser independentes uns dos outros (CP 2.665).

Depois de ter estabelecido que as probabilidades sejam supostamente propriedades disposicionais cuja natureza exige o modo subjuntivo para a sua caracterização, Peirce relaciona essa concepção intencional em suas exposições de longo prazo.

> O fato [é] que a probabilidade o dado tirar um três ou um seis não é segura para produzir qualquer determinação [de] números jogados em qualquer série finita de lances. É somente quando a série é interminável que podemos ter certeza de que terá um caráter particular. Mesmo quando há uma infindável série de lances, não há certeza silogística, nenhuma certeza "matemática" que o dado tire um seis obstinadamente em cada lance, a menos que um milagre foram realizado e, além disso, se um milagre fosse realizado, devo dizer que, durante esta série, o dado assumiu um hábito anormal, miraculoso (uma vez que é o meu uso do termo "probabilidade" que deveríamos levar em conta) (CP 2.667).

Assim a consequência de um wo*uld be probabilístico* pode ser manifestada em uma sequência infinita. Em CP 8.214 Peirce argumenta que tanto as consequências práticas como as probabilísticas tem um caráter modal, cada uma delas se expressa no subjuntivo, requerendo uma lógica modal para formalizá-las. Mas, segundo Burks (1964) Peirce não conseguiu enxergar duas diferenças importantes:

1. Consequências práticas (disposições causais) envolvem modalidades causais enquanto as consequências probabilísticas envolvem modalidades probabilísticas. Peirce não distingue probabilidades causais (necessidade causal, possibilidade causal, implicação causal) de modalidade probabilística (probabilidade, improbabilidade, implicação probabilística) nem de modalidades lógicas (necessidade lógica, possibilidade lógica ou implicação).

2. O antecedente de uma consequência prática descreve um evento ou experimento particular, singular que pode ser realizado num espaço tempo finito. Em contraste, o antecedente de uma consequência probabilística se refere a uma sequência infinita de eventos que não pode ser realizada num tempo finito.

Burks (1964) considera que, a despeito de alguns pontos frágeis, a teoria disposicional de Peirce constituiu uma importante contribuição para filosofia. Embora a segunda teoria tenha sido capaz de melhorar muitos aspectos da primeira, ainda assim Peirce não conseguiu resolver todos os problemas relativos a esta questão, mas de qualquer maneira seria importante para a validação da indução, como veremos no desenvolvimento deste capítulo. A passagem a seguir pode ser considerada como uma síntese dos principais pontos abordados até o momento:

> A própria probabilidade é uma ideia essencialmente imprecisa, **exigindo no seu uso toda a precaução do pragmatismo**, no qual sua origem indutiva deve ser firmemente mantida em vista como se fosse a bússola pela qual devemos guiar com segurança nosso barco neste oceano de probabilidades (CP 2.101 de 1902, os negritos são nossos).

Pode-se considerar, portanto, que a discussão da probabilidade leva "naturalmente, à interessante questão da validade da indução", questão esta que é demonstrada matematicamente. A validade da indução, no sentido do raciocínio experimental, decorre através dos lemas das probabilidades, dos rudimentos da doutrina das consequências necessárias, sem fazer qualquer suposição sobre o fato de ser o futuro semelhante ao passado, ou sobre o fato de resultados similares decorrerem de condições similares, da uniformidade da natureza ou qualquer outro princípio igualmente vago (CP 2.102 de 1902).

Adicionalmente, pode-se dizer que a filosofia da inferência indutiva em ciências de Peirce é baseada na ideia de aquilo que nos permite fazer progressos da ciência, que permite que nosso conhecimento cresça, é o fato de que a ciência utiliza métodos que autocorretivos, corrigindo o erro no longo prazo. A indução é a verificação experimental de uma teoria. A justificativa é que, embora a conclusão em qualquer estágio da investigação possa ser mais ou menos errada, a continua aplicação do mesmo método deve corrigir o erro (CP 5.145), ou seja, o método indutivo, entendido como método experimental é justificado na medida em que é o método que corrige erros, é a tese da autocorretividade de Peirce.

Mayo (2005) argumenta que a tese de autocorretividade de Peirce não só serve à sua finalidade, mas também fornece a base para justificar métodos estatísticos (frequentistas) em ciência. Enquanto de um lado, os métodos estatísticos contemporâneos aumentam o rigor matemático e generalidade, o método de Peirce, por outro lado, Peirce pode oferece algo que metodologia estatística atual não traz: uma avaliação de inferência indutiva e uma filosofia da experiência que liga a justificativa para os testes estatísticos com uma logica geral para indução científica. Combinando as contribuições matemáticas da estatística moderna com a filosofia indutiva de Peirce, prepara-se o terreno para o desenvolvimento de uma justificação adequada para a metodologia indutiva estatística contemporânea.

Segundo Mayo (2005), a filosofia do teste experimental de Peirce tem características comuns com a estatística contemporânea (principalmente Neyman e Pearson[2]), cujos métodos proporcionam não os meios para atribuição de graus de probabilidade ou a confirmação de hipóteses, mas os procedimentos para testes (e estimativa), cuja lógica está nas frequências predeterminadas para corrigir os resultados no longo prazo hipotético. Um teste estatístico de Neyman Pearson, por exemplo, nos instrui que "para decidir se uma hipótese, H, de um determinado tipo deve ser rejeitada ou não, é necessário calcular um caráter específico, x_0 dos fatos observados; se $x > x_0$ rejeitar H; se $x \leq x_0$ aceitar H". Embora os resultados dos testes Neyman Pearson não atribuam graus de probabilidade às hipóteses, pode ser provado que se agirmos de acordo com essa regra, podemos ter evidências suficientes de que devemos rejeitar H quando esta for falsa (Neyman, Pearson, apud Mayo 2005).

Considerações finais

As ideias centrais de Peirce sobre probabilidade eram bastante comuns para sua época. Peirce regularmente concedia crédito à obra Laws of Thought de Boole (1854). A partir de Boole, Peirce assimilou a ideia de uma álgebra lógica, e mais importante, percebeu que sua abordagem que combinava graus de crença, com probabilidades e evidências estava errada. Peirce logo se convenceu que probabilidade se aplica não a um evento individual, mas a uma série. Peirce adotou a ideia de Venn que a probabilidade é relativa à frequência em uma série atual, tanto que quando revisou o livro de Venn, em 1867, declarou que este seria um livro que deveria por todos os homens pensantes. Segundo Peirce, "a concepção de probabilidade aqui estabelecida foi primeiro desenvolvida por Mr. Venn, em seu Logic of Chance. É claro que uma vaga apreensão da ideia sempre existiu, mas o problema era deixar perfeitamente claro, e a ele pertence o crédito de ter sido o primeiro a fazê-lo" (CP 2.4) (Stigler, 1986, Hacking, 1990).

Concluindo, pode-se dizer que o conceito usual de frequência de proba-

[2]Segundo Pearson (1924, p. 228) há duas tradições filosóficas distintas para a utilização de probabilidade de uma inferência. Na primeira, o grau de confiança em uma proposição, uma quantidade variando de acordo com a natureza e extensão das provas, fornece a noção básica de que a escala numérica deve ser ajustada. Na outra, observa-se a relevância na vida comum e em muitos ramos da ciência. O conhecimento da frequência relativa de ocorrência de uma classe particular de eventos em uma série de repetições sugere que é através da sua ligação com frequência relativa que a probabilidade tem o significado mais direto para a mente humana. Assim, a indução frequentista, qualquer que seja sua forma, emprega probabilidade da segunda maneira.

bilidade se aplica somente a uma dada especifica sequência, enquanto que o conceito disposicional se aplica a sequências possíveis, tanto quanto a sequências reais e não necessita o pressuposto de que a forma de um argumento indutivo seja usada em número finito ou infinito de vezes. Apesar de seus pontos fracos, o mais importante *insight* desta teoria é a modalidade, o que na época, seria uma mostra da originalidade de Peirce, ao introduzir um conceito de probabilidades como "*would-be*", intensional, disposicional, diretamente relacionado com o longo prazo e, indiretamente relacionado com o caso único. Em sua concepção geral, Peirce teria antecipado a resolução de um dos problemas mais difíceis da teoria da ciência (Niiniluoto, 1989).

A justificativa que Peirce fornece para derivar tal inferência tem dois aspectos. De um lado, ele afirma que "dizer que uma proposição tem a probabilidade p significa que para inferir que seja verdade seria seguir um argumento, tal que levaria a verdade com ele na proporção da frequência de p" (CP 2,697). Por outro lado, ele afirma que "é necessária, não apenas que S deve ser um M, mas também que deva ser uma instância sorteada aleatoriamente dentre os de M", onde "aleatoriedade" deveria ser entendida como uma função da nossa crença pessoal de que o caso em análise não deve ser tratado como especial, um caso atípico (CP 2.696).

Referências

Boyer, C. B. *História da matemática.* São Paulo: Edgard Bluchwr, Ed, Universidade de São Paulo, 1974.

Brent, J. *Charles Sanders Peirce: A Life.* Bloomington: Indiana University Press. 1993.

Burks, A. Peirce's Two Theories of Probability, in *Studies in the Philosophy of Charles Sanders Peirce*, 2nd series. Amherst, Mass: University of Massachusetts Press, pp. 123–140, 1964.

Crisafuli, E. P. *A contribuição de Frederico Pimentel Gomes para o desenvolvimento da estatística experimental no Brasil*, dissertação (mestrado em educação). São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2006.

Eves, H. *Introdução à História Da Matemática.* Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

Ferrero, A. *Esposizione del metodo dei minimi quadrati* (1876), disponível em http://archive.org/stream/americanjournal07socigoog/americanjournal07socigoog_djvu.txt.

Fetzer, J. H. Dispositional Probabilities. In: R. Buck and R. Cohen (eds) *PSA: Proceedings of the Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association* 1970, pp. 473–482, 1971.

Fetzer, J. H. Peirce and Propensities, in E. C. Moore, ed., *Charles S. Peirce and Philosophy of Science*. Birmingham, Alabama: University of Alabama Press, pp. 60–71, 1993.

Gigerenzer, G. et alii. *The Empire of Chance: How Probability Changed Science and Everyday Life*. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

Hacking, I. Nineteenth Century Cracks in the Concept of Determinism. *Journal of the History of Ideas*, Vol. 44, No. 3 (Jul.–Sep., 1983), pp. 455–475, Published by: University of Pennsylvania Press, http://www.jstor.org/stable/270917.

Hacking, I. *The Emergence of Probability*. Cambridge: Cambridge University Press, 1975.

Hacking, I. *The Taming of Chance*. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

Hald, A. *A history of probability and statistics and their applications before 1750*. New Jersey: Willey, 2003.

Laplace, M. *A Philosophical essay on probabilities*. New York: John Wiley & Sons Limited, 1902.

Lenzen, V. F. Charles S. Peirce as Mathematical Physicist. *Transactions of the Charles S. Peirce Society*, 11 (3): 159–166, 1975.

Lenzen, V. F. The Contributions of Charles S. Peirce to Metrology, *Proceedings of the American Philosophical Society*, Vol. 109, No. 1, Feb. 18, pp. 29–46, 1965.

Madden, E. Peirce on Probability, in: E. C. Moore, R. Robins (ed), *Studies in the Philosophy of Charles Sanders Peirce*, 2nd series. Amherst, Mass: University of Massachusetts Press, pp. 141–150, 1964.

Mayo, D. G. Peircean Induction and the Error-Correcting Thesis, *Transactions of the Charles S. Peirce Society*, Spring, 2005, Vol. XLI, No. 2, 300.

Moura, A. G. A. *A Historia do Risco — Gênese do Pensamento Estatístico e o Ensino de Estatística na Universidade*, Dissertação (mestrado em educação). Goiânia: Universidade Católica de Goias, 2005.

Niiniluoto, I. Peirce's Theory of Statistical Explanation. In *Charles S. Peirce and the Philosophy of Science*, ed. E. C. Moore. Tuscaloosa, AL, and London, UK: University of Alabama Press, 1993, pp. 186–207, 1989.

Pearson, K. Historical note on the origin of the normal curve of errors. *Biometrika*, 16 (3–4): 402–404. DOI: 10.1093/biomet/16.3-4.402.

Peirce, C. S. *The Collected Papers of Charles Sanders Peirce* (CP). Vols. I–VI ed. Charles Hartshorne and Paul Weiss. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1931–1935. Vols. VII–VIII ed. Arthur W. Burks, Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press, 1958.

Peirce, C. S. *The New Elements of Mathematics by Charles S. Peirce* (NEM). Ed. Carolyn Eisele. The Hague: Mouton, 4 vols, 1976.

Stigler, S. M. Mathematical Statistics in the Early States, *The Annals of Statistics*, Vol. 6, No. 2 (Mar., 1978), pp. 239–265, `http://www.jstor.org/stable/2958876`.

Stigler, S. M. *The History of statistics — The measurement of uncertainty before 1900.* Cambridge, Massachusetts and London: The Belknap Press of Harvard University Press, 1986.

As curvas de Descartes construídas por instrumentos. Um olhar pelo aplicativo geométrico GeoGebra

Eduardo Sebastiani Ferreira
LEM – IMECC – UNICAMP
esebastiani@uol.com.br

Resumo: Os instrumentos que apareceram, principalmente, no século XVII, permitiram a possibilidade de representar conceitos geométricos em construções na linguagem algébrica simbólica e reciprocamente. René Descartes (1596–1650) foi o principal idealizador dessa transformação, mais tarde completada por outros grandes matemáticos como Fermat, Leibniz, Newton, etc.

Por outro lado, Descartes é conhecido hoje pelos estudantes como o criador da geometria analítica, mesmo não aparecendo nenhum gráfico de uma equação no seu *La Géométrie.* Ele construía suas curvas por ações geométricas, muitas através de instrumentos mecânicos. Após a construção das curvas por esses instrumentos que Descartes introduzia coordenadas e analisava as curvas traçadas para chegar à equação que as representassem.

Essa transformação geométrica de curvas estáticas em problemas que envolvem movimentos, para resultar em lugares geométricos, torna-se hoje, à luz da geometria dinâmica, um novo caráter educacional e propicia novas pesquisas.

Vou analisar nesse trabalho duas construções cartesianas, com o aplicativo geométrico GeoGebra: são elas: “Compasso Hiperbólico de Descartes” e o “Mesolabum de Descartes”. São dois instrumentos usados por Descartes.

Abstract: The instruments which had appeared, mainly in the XVII century, allowed to represent geometric concepts in the algebraic symbolic language constructions and reciprocally. René Descartes (1596–1650) was the main idealizer of this transformation, later finished by other great mathematicians, as Fermat, Leibniz, Newton, etc. On the other hand, Descartes is known nowadays by the students as the creator of analytic geometry, although there is no equation graphic in his *Geometry.* He built his curves by geometric actions, many of them through mechanic instruments. Subsequent to the curves building by these instruments, Descartes introduced coordinates and analyzed the traced curves to come up with the equations which represented them. This geometric transformation of static curves in propositions, that involve motion in order to result in loci, becomes, today, in the light of dynamic geometry, a new educational character and propitiates new researches. I am analyzing in that work

two Cartesian constructions with GeoGebra application. They are: "Descartes' hyperbolic compass" and the "Descartes' mesolabum", two instruments used by Descartes.

Introdução

Primeiro faço um estudo do problema da duplicação do cubo e logo em seguida o problema de Pappus, como aparecem no livro La Géométrie, escrito por René Descartes em 1637, fazendo uso do aplicativo geométrico GeoGebra. A escolha desse aplicativo se deve a vários fatores, principalmente por ser bem "amigável", está à disposição gratuitamente na internet. Isso facilita os professores se uso com seus alunos. Em seguida dedico-me ao estudo detalhado de dois instrumentos mecânicos propostos por Descartes: o "Mesolabum" e o "Compasso Hiperbólico". Com esse instrumentos Descartes constrói várias curvas e baseados nessas construções descreve as equações algébricas que as representa. O aplicativo GeoGebra é usado a todo momento, tanto para descrever as curvas por movimentos de lugar geométrico como através das suas equações.

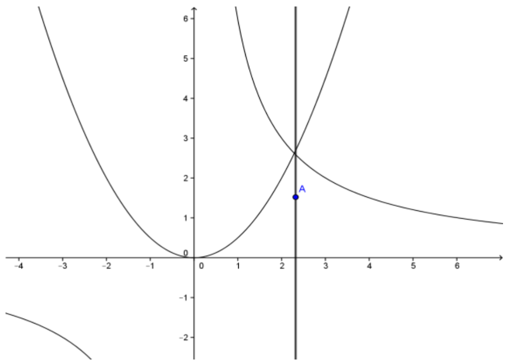
O problema de Pappus

Vários autores escreveram sobre esse novo método que Descartes (1596–1650) apresentou para descrever as curvas, isso num dos apêndices do seu livro *Discours de la Methode...*, que contém La Dioptrique, Les Meteores e La Géométrie, como apêndices. A maior repercussão desse livro foi, sem dúvida, o apêndice La Géométrie, pois é nele que Descartes introduz seu novo método de descrever curvas geométricas e foi dele que nasceu a Geometria Analítica.

Um desses autores é Judith Grabiner, historiadora que nos apresenta um novo olhar sobre o método descartiano na solução de seus problemas geométricos.

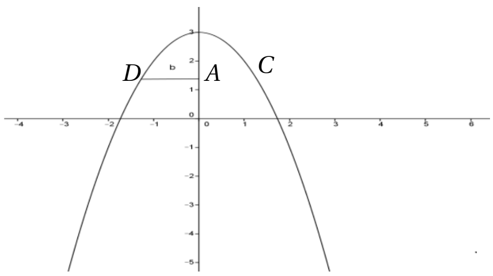
A proposta de Descartes em *La Géométrie* é, para a autora, um uso do método: "Resolução de Problemas". Para chegar a essa afirmação a autora escreveu: a questão específica do livro é: *"Qual é o Lugar Geométrico de um ponto que satisfaça certas condições específicas?" E a resposta a essa questão precisa ser geométrica. Não "é como uma curva", ou "tem uma equação", mas "é uma curva, tem essa equação e pode ser construída desta maneira". Tudo com a Geometria — são com os meios geométricos. Para resolver, em geometria, necessitamos estar habilitados na construção de curvas, que são soluções.* (Grabiner, 1995, 84)

Para os gregos havia dois tipos de solução de problemas: por redução ou por análise. Por redução observavam se era possível resolvê-lo diretamente ou se eu necessitava de outro como subsídio na solução. Um exemplo histórico é o da duplicação do cubo, ou seja, dado um cubo de aresta a, encontrar outro que tenha volume 2 vezes maior. Na tentativa de sua solução foi criado por Hipocrates de Chios um segundo problema das duas proporcionalidades, isto é, se for dado a e b, encontra x e y tais que $\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{b}$. Quando fazemos $b = 2a$, a primeira igualdade temos $ay = x^2$ e da primeira fração com a última $xy = 2a^2$. Primeira é a equação de uma parábola e essa última uma hipérbole. Da interseção das duas temos a solução.



Tirando o valor de y na primeira igualdade e substituindo nessa última temos: $x^3 = 2a^3$. A solução por redução chamou a atenção dos gregos para as cônicas.

A solução de um problema pelo processo de "análise", assim chamada pelos gregos, é o que chamamos e "falsa posição". Supondo o resolvido, encontrar as condições necessárias para isso. Um exemplo: Uma curva C é dada, dado uma medida qualquer OA em qualquer no eixo vertical. Encontrar nessa curva um ponto D, tal que, $DA = AO$. Seja D esse ponto. Chamando $AO = x$ e $DA = y$, encontramos as condições para que $x = y$. No caso da curva ser uma parábola de equação $y^2 = px$, então, procurou $x^2 = px$, isto é, $x = p$. (Rabuel, p. 41)

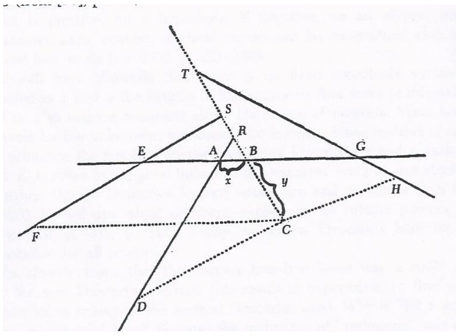


A principal preocupação de Descartes era a busca de um "método universal" na solução dos problemas. Descartes deu uma classificação das curvas não diretamente pelo grau da equação analítica delas, mas pela construção mecânica e pelo lugar geométrico dos pontos que as descrevem. Ele denotou por gênero sua classificação, assim as retas e as cônicas eram do primeiro gênero, curvas que aparecem analiticamente com graus terceiro e quarto são do gênero dois, quando são de quinto e sexto de gênero terceiro e assim por diante.

O problema mais importante tratado por Descartes foi o de Pappus (290±350). Sua maior obra


PAPPI
ALEXANDRINI
MATHEMATICAE
Collectiones.
A FEDERICO
COMMANDINO
VRBINATÆ
In Latinum Conuersæ, & Commentarijs
Illustratæ.
VENETIIS,
Apud Franciscum de Franciscis Senensem.
M. D. LXXXIX.

conhecida por nós é " Collectionnes"(publicação acima de 1584,mas sua primeira publicação é de mais ou menos 320). Nesse livro Pappus enuncia um problema que ficou famoso por muito tempo: Descartes dá a solução para o problema supondo dos 4 retas e quatro ângulos.



(Grabiner, 1995, p. 86)

Seja um ponto C qualquer. Desse ponto traçamos as retas que liga com as retas dadas, fazendo o ângulo do dado do problema. Assim a reta CD faz com a reta DA o ângulo CDA dado, etc. Considerando as distâncias desse ponto as outras retas: CB, CF, CB e CH, devem satisfazer a condição:

$$(CD \cdot DF) \,/\, (CB \cdot CH) = \text{uma constante dada.}$$

O problema de Pappus é encontrar o lugar geométrico dos pontos C. Para Descartes seria descobrir que curva seria e como construí-la. Ele usa o método da análise, dá um ponto C e traça as distâncias desse ponto as 4 retas dadas. De C a reta EG, isto é CB, que chama de y. A distância de B a reta AD, isso é $BA = x$. Usando essa duas letras x e y tira as outras relações. Os ângulos do triângulo ABR são conhecidos pois, CBG é um dos dados do problema do ponto C com a reta EG e ABR é o oposto dele. O BRA também é dado e o terceiro $BAR = 180 - (ARB + ABR)$. Pela lei dos senos: $\frac{\operatorname{sen} A}{RB} = \frac{\operatorname{sen} B}{AR} = \frac{\operatorname{sen} R}{AB=x}$, logo $\frac{RB}{x} = \frac{\operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} R}$ conhecido, que chamamos de $\frac{b}{z}$, então $RB = \frac{b}{z}x$. Logo $CR = y + \frac{b}{z}x$.

Considere agora o triângulo DRC, onde os ângulos são também conhecidos. A razão $\frac{CR}{CD}$, também é constante e podemos colocar igual a $\frac{z}{c}$. Logo, $CD = \frac{yc}{z} + \frac{bcx}{z^2}$. Como as retas são dadas, a distância AE é conhecida, que vamos chamar de k, temos que $CH = \frac{gzy+fgl-fgx}{z^2}$.

Para o triângulo FSC temos $CF = \frac{ezy+dek+dex}{z^2}$.

Na página 149 de Rabuel, fazendo umas mudanças nas constantes e com $(CD \cdot CF) / (CB \cdot CH) = 1$ chegamos a seguinte equação: $y = m - \left(\frac{n}{z}\right) \cdot x + \sqrt{m^2 + ox + (p/m)x^2}$. Já na página 152 o autor mostra os lugares geométricos traçados por C, que encontramos, fazendo as constantes variarem:

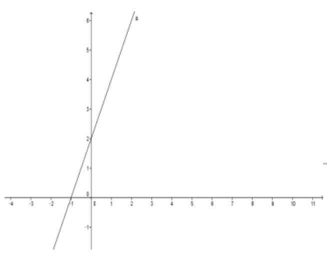
Uma reta: $y = \frac{a}{b}x + c + \frac{2nrx}{m} + r^2$.

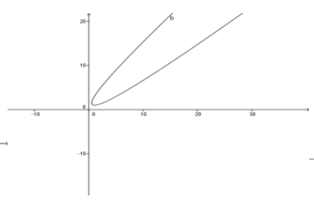
Uma parábola: $y^2 - \frac{2n}{m}xy - 2ry - \frac{cp}{m}x + pf = 0$.

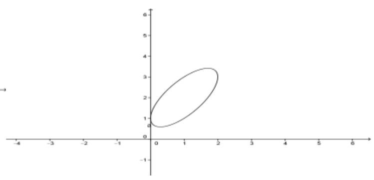
Um círculo ou uma elipse: $y^2 - \frac{2n}{m}xy + \left(\frac{n^2}{m^2} + \frac{c^2}{2m^2t}\right)x^2 - 2ry + \left(\frac{2nr}{m} - \frac{2pcf}{2mt}\right)x - \frac{pt^2}{2t} + \frac{pf^2}{2t} + r^2 = 0$.

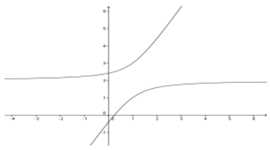
Uma hipérbole em relação aos seus diâmetros: $y^2 - \frac{2n}{m}xy + \left(\frac{n^2}{m^2} + \frac{c^2}{2m^2t}\right)x^2 - 2ry + \left(\frac{2nr}{m} + \frac{2cpf}{2mp}\right)x \pm \frac{pt^2}{2t} - \frac{pf^2}{2t} + r^2 = 0$.

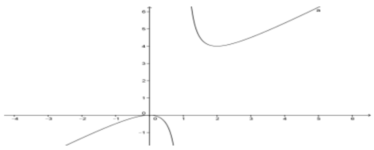
Uma hipérbole em relação às suas assíntotas: $xy - \frac{n}{m}x^2 - \frac{ms}{c}y + \left(\frac{ns}{c} - r\right)x + \frac{mrs}{c} - mp = 0$.











Descartes não se restringe ao estudo do problema de Pappus somente para 4 retas, ele entende para 5, 6, 12, 13 e para qualquer número de retas. Assim o problema ganha novas proporções e a pergunta que fica é: o lugar geométrico procurado continua sendo uma cônica?

Para o caso de 5 retas, o exemplo que Descartes resolve é um caso particular bem interessante.

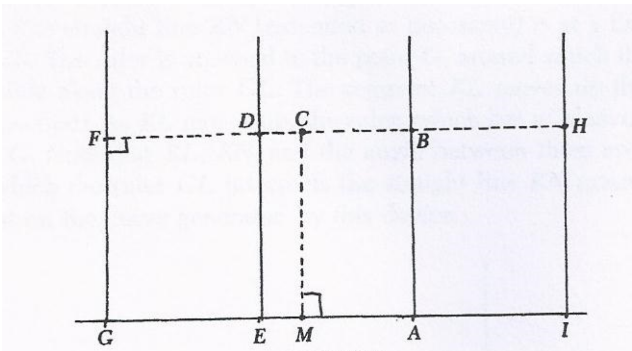
(1) Sejam quatro retas paralelas e a quinta perpendicular a elas;

(2) As retas traçadas de um ponto às 5 fazem ângulos retos;

(3) O paralelepípedo composto de 3 retas traçadas, que encontram das retas paralelas, tem que ser igual afim de que composto com 3 retas, isto é, uma traçada encontrar a 4 paralela, uma traçada encontrando a perpendicular e uma certa reta dada.

(Descartes, 1925, p. 336)

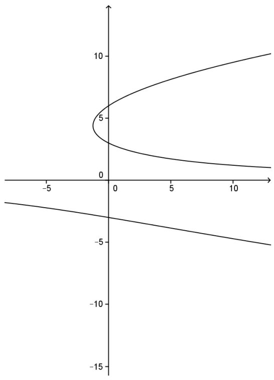
Perguntamos o lugar geométrico dos pontos C, tais que: $CF \cdot CD \cdot CH = CB \cdot CM \cdot AI$, onde AI é a constante distância que igualmente separa as retas paralelas e onde a distância são todas mediadas em ângulos retos.



(Grabiner, 1995, p. 89)

Descartes novamente resolve pela análise. Assume que dado o ponto C e consideram os segmentos $CM = x$ e $CB = y$, a distância fixa dada $AI = a$. Tira, então, as relações algébricas, que no caso é somente uma:

Como $CD = a - y$ e $CF = 2a - y$, então, $(2a - y)(a - y)(a + y) = yxa$. Ou seja $y^3 - 2ay^2 - a^2y + 2a^3 = yxa$, que não é uma cônica, conhecida hoje como *Parábola-cúbica de Descartes*.



Instrumentos mecânicos “construídos” por Descartes

Os instrumentos que apareceram, principalmente, no século XVII, trouxeram a possibilidade de representar conceitos geométricos em construções na linguagem algébrica simbólica e reciprocamente. René Descartes (1596–1650) foi o principal idealizador dessa transformação, mais tarde completada por outros grandes matemáticos como Fermat, Leibniz, Newton, etc.

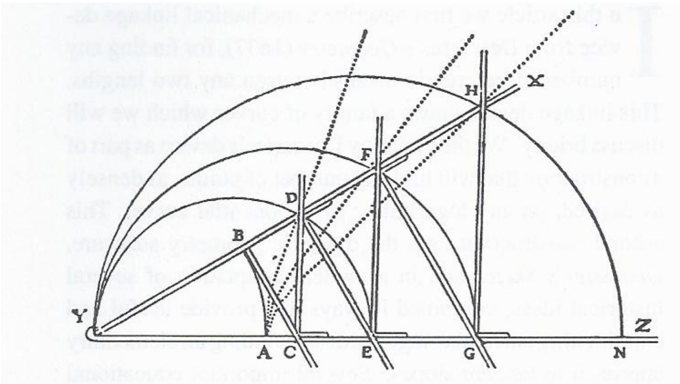
Por outro lado, Descartes é conhecido hoje pelos estudantes como o criador da geometria analítica, mesmo não aparecem nenhum gráfico de uma equação no seu *La Géométrie*. Ele construía suas curvas por ações geométricas, muitas através de instrumentos mecânicos. Após a construção das curvas por esses instrumentos que Descartes introduzia coordenadas e analisava as curvas traçadas para chegar à equação que as representassem.

Essa transformação geométrica de curvas estáticas em problemas que envolvem movimentos, para resultar em lugares geométricos, torna-se hoje, à luz da geometria dinâmica, um novo caráter educacional e propicia novas pesquisas.

Vou analisar a partir de agora duas construções cartesianas, com o aplicativo geométrico GeoGebra: são elas: “Compasso Hiperbólico de Descartes” e o “Mesolabum de Descartes”. São dois instrumentos usados por Descartes para traçar curvas e construir após suas representações algébricas

A construção e a utilização do Mesolabum de Descartes, que aparece no *La Géométrie* (Descartes, 1637, p. 318) é que analisaremos a seguir.

Descrição do instrumento: As réguas YZ e YX móveis pelo ponto Y. Em B sobre YX régua BC é fixado perpendicularmente à YX. Um número de réguas CD, EF e GH são ajustadas ao longo de YZ; podendo deslizar ao longo de YZ, permanecendo perpendicular a ela. Existem réguas movendo análogas DE e

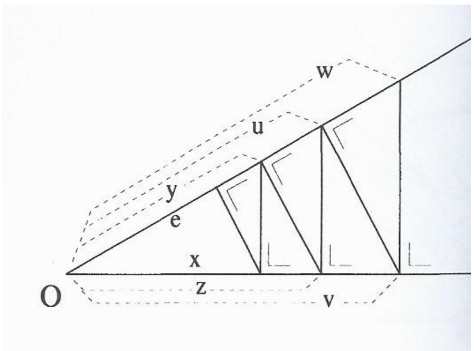


(King & Schattschneider, 1997, p. 148)

FG ao longo de YX. Quando YZ está fixo e YX é rodado de tal maneira que o ângulo XYZ aumenta, BC tem que puxar CD ao longo de YZ; CD é rodado e puxa DE ao longo de YX, DE puxado EF, etc. Em todo instante durante o movimento as réguas BC, CD, DE, EF, FG e DH estão conectadas e descrevem uma série de segmentos YB, YC, YD, YE, YF, YG e YH em proporções contínuas ao longo das réguas YZ e YX.

A curva de pontos na figura (que construiremos posteriormente pelo GeoGebra) descreve os pontos D, F e H, respectivamente, quando o ângulo XYZ cresce de 0 para 90 graus. Note que essas curvas têm as mesmas posições que as do instrumento, no sentido que em cada ponto de uma correspondente posição dos braços e réguas pode ser construída por régua e compasso. (Bos, p. 240–241)

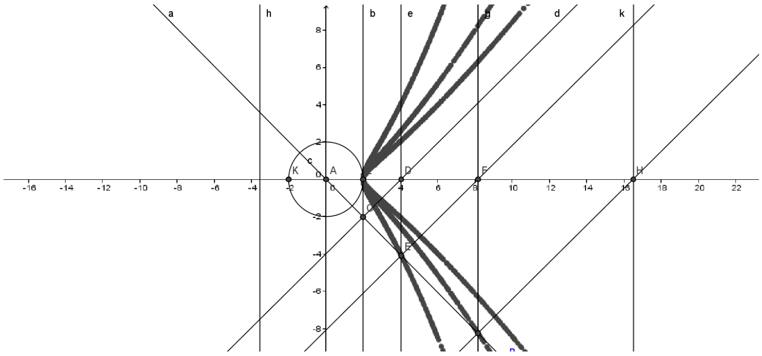
Descarte usou a curva até certo ponto como instrumento para determinar médias proporcionais. O processo para achar as médias proporcionais, esquematizando o instrumento, é o seguinte:



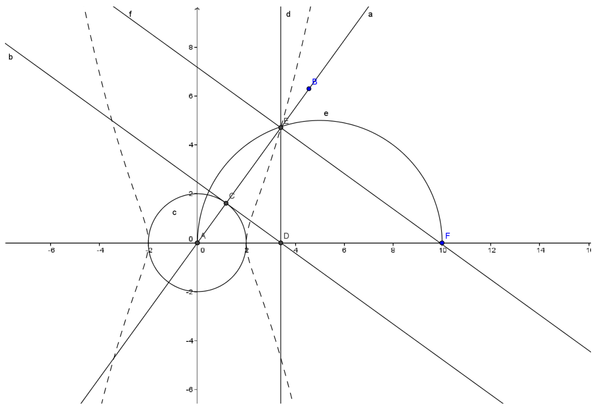
$$e : x = x : y = y : z = z : u = u : v = v : w \ldots.$$

Fixado o ângulo BOA temos as possibilidades de x, com valores $x \geq e$. Caso tomando $e = 1$ vamos obter a progressão geométrica $1, x^2, x^3, \ldots$ nos segmentos OA e OB.

Vejamos a construção das curvas traçadas pelos pontos B, D, F, H ...; quando a régua YX gira, aumentando o ângulo de abertura do mesolabum:



Para calcular as equações algébricas dessas curvas:

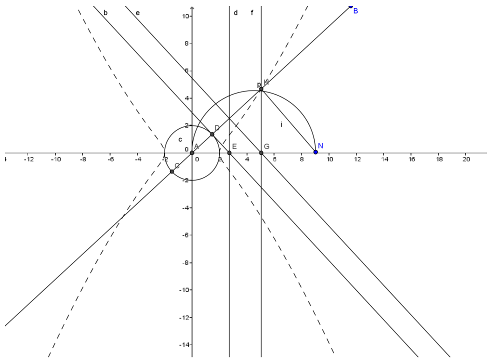


Dando as coordenadas, $Y = (0, 0)$ e $D = (x, y)$, e seja $YD = z$, temos por Pitágoras $z^2 = x^2 + y^2$. Por outro lado, pela média, sendo $YA = a$ temos que $\frac{z}{x} = \frac{x}{a}$, ou $z = \frac{x^2}{a}$. Substituindo na equação acima

$$x^4 = a^2(x^2 + y^2)$$

Curva em tracejado.

Para a segunda curva, vamos encontrar sua equação através de sua construção:



Sejam $F = (x, y)$ e $YF = z$. Como vimos anteriormente $\frac{z}{x} = \frac{x}{YD}$, logo $YD = \frac{x^2}{z}$. Por outro lado $\frac{x}{YD} = \frac{YD}{YC}$ donde $YC = \frac{x^3}{z^2}$. Por último, como $\frac{YD}{YC} = \frac{YC}{a}$, vamos obter $\frac{ax^2}{z} = \frac{x^6}{z^4}$. Resolvendo em z, $z = \sqrt[3]{\frac{x^4}{a}}$, por outro lado $z^2 = x^2 + y^2$, ou seja $\sqrt[3]{\frac{x^8}{a^2}} = x^2 + y^2$. Com isso obtemos a equação do ponto F

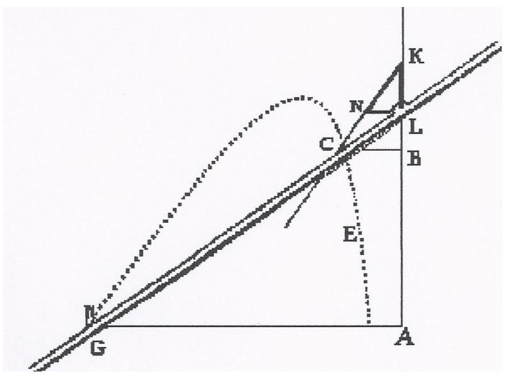
$$x^8 = a^2(x^2 + y^2)^3.$$

Curva tracejada na figura acima. (King & schattschneider, p. 14)

Com um raciocínio análogo obtemos para o próximo ponto a equação $x^{12} = a^2(x^2 + y^2)^5$.

Outro uso que Descartes fez do mesolabum, foi na solução de cúbicas. Como vimos anteriormente, na construção da progressão geométrica: $YE = x^3 = YC + CE = x + a$, quando fazemos $e = 1$ e $CE = a$. Então, nesse caso $YC = x$ é a solução da equação cúbica acima.

O outro instrumento utilizado para estudar curvas planas por Descartes é o "compasso hiperbólico", que constitui de duas réguas: um horizontal GA e outra, fixa a primeira por uma de sua extremidade em G, e a outra GL que gira formando um ângulo com a primeira. Descartes utiliza esse compasso para descobrir a equação de uma curva plana traçada.



(Descartes, 1925, p. 320)

Então, Descartes procurou saber qual é a curva traçada EC. Sua descrição do uso do compasso é a seguinte:

> *Comme si ie veux sçavoisr de quel genre est la ligne EC, que i'imagine estre descrite para l'intersection de la reigle GL, & du plan rectiligne CNKL, dont le cote KN est indefinierment prolongé vers C, & que estant meme sur le plan de dessous em ligne droité, c'est a dire em telle sorte que son diametre kl se trouve toujours appliqué sur quelque endroit de la ligne BA prolongée de part & d'autre, fait mouvoir cirvulairement cete reigle GL autour du point G, a cause quelle luy est tellement joint quelle toujours par le point L. Je choisis une ligne droite, comme AB, pour rapporter a ses divers points tous ceux de cete ligne courbe EC, & em cete ligne AB ie choisis um point, comme A pour commencer par luy CE calcul, Je dis que je choisis & l'um & l'autre a couse qu'il y ait beaucoup de choix pour rendre l'equation plus court,& plus aysée; toutefois en quelle façon qu'on lês prene, on peut toujours faire que la ligne praroisse de mesme genre, ainsi qu'il est aysé a demontrer.* (Descartes, 1925, p. 320)

Para encontrar a equação da curva da figura, Descartes introduz as incógnitas e as constantes seguintes: $AB = y$, $BC = x$ (ou seja o ponto $C = (x, y)$) e as constantes: $GA = a$, $KL = b$ e $NL = c$. Como os triângulos KLN e KBC são semelhantes temos: $\frac{c}{b} = \frac{x}{BK}$, logo $BK = \frac{b}{c}x$, e $BL = \frac{b}{c}x - b$. Segue que $AL = y + BL = y + \frac{b}{c}x - b$. Por outro lado, os triângulos LBC e LAG são, também, semelhantes: $\frac{BC}{BL} = \frac{AG}{AL}$. Segue então as seguintes equações:

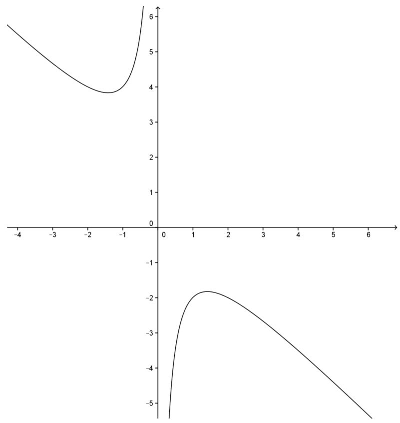
$$\frac{x}{\frac{b}{c}x - b} = \frac{a}{y + \frac{b}{x}x - b}$$

$$x\left(y + \frac{b}{c}x - b\right) = a\left(\frac{b}{c}x - b\right)$$

$$xy + \frac{b}{c}x^2 - bx = \frac{ab}{c}x - ab$$

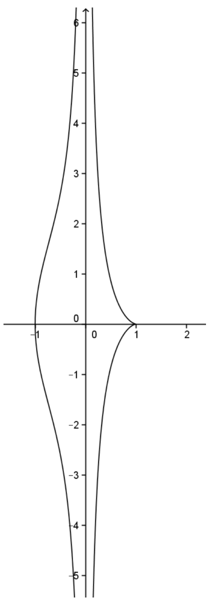
$$x^2 = cx - \frac{c}{b}xy + ax - ac$$

Logo a curva é uma hipérbole. Descartes a chamou de "Lugar Hiperbólico".

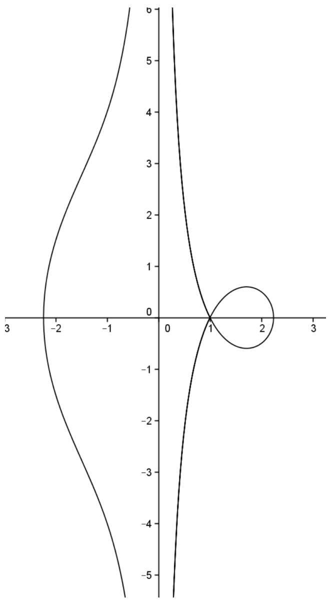


Descartes usa outra variável z para a distância KB no estudo das curvas quando o deslocamento do ponto C sobre a curva e os pontos L sobre a régua AK e o ponto N construído sobre o segmento NL. Isto é, quando se substitui o triângulo KLN por um círculo de centro L e raio r, movendo ao longo da régua AK. Nesse caso vamos obter conchoides circulares de diferentes tipos nos casos em que $a > r$, $a = r$ e $a < r$. Sua equação analítica será

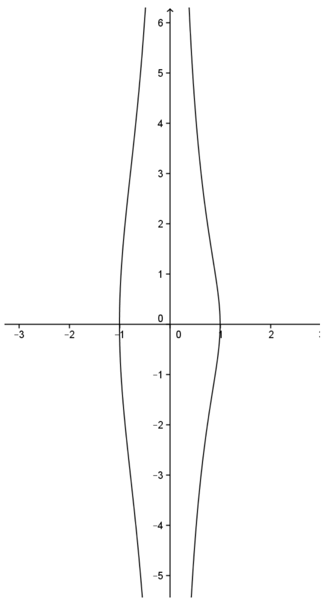
$$\frac{\sqrt{r^2 - x^2}}{x} = \frac{\sqrt{r^2 - x^2} + y}{a}$$



$a = r$

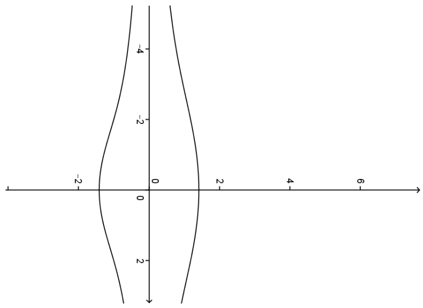


$a < r$



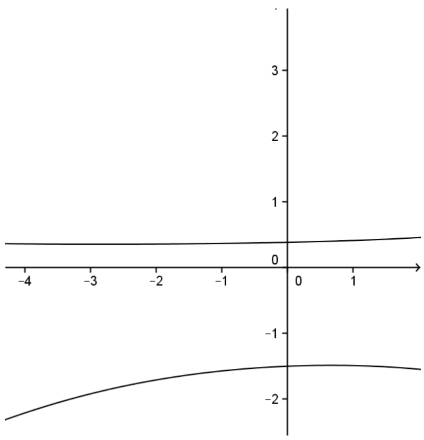
$a > r$

Quando substituirmos o círculo por uma elipse, obtemos a Conchoide Elíptica:



A sua equação analítica é: $x^3 + bx^2 - apx + pxy - abp = 0$

Para o caso de uma hipérbole teremos a conchoide hiperbólica:



Sua expressão analítica é:

$$x^5 - 2bx^4 + bx^3 - a^2px^2 + 2apyx^2 - px^2y^2 + 2ba^2px - 2abpxy - b^2a^2p = 0$$

Observamos que a conchoide elíptica é do gênero 2 e que a hiperbólica do gênero 3.

Conclusão

Descartes construiu um novo método na representação matemática, que respondeu a uma nova linguagem simbólica de sua época, a álgebra e uma nova tecnologia de seu tempo, a engenharia mecânica. Alguns historiadores dizem que isso foi uma revolução na Matemática, eu diria que podemos chamar de revolução na linguagem matemática. Descartes não introduziu nenhum conceito novo que pudesse revolucionar de fato a Matemática. Ele nos mostrou uma nova e importante roupagem para conceitos já conhecidos. Isso não desmerece a importância de seu trabalho, pelo contrário, mostra que até hoje a Geometria Analítica continua sendo uma das disciplinas importante de todo currículo matemático no mundo.

Ele aproximou a traçado de curvas e de lugar geométrico para importantes aplicações. Sua conexão entre álgebra e lugar geométrico, usando o método de resolução de problemas, combinado hoje com aplicativos geométricos dinâmicos traz novo um olhar para o estudo de curvas planas, colocando novamente a Geometria como uma área interdisciplinar no currículo escolar.

Bibliografia

Bos, H. (2001) Redefinig Geometrical Exactness – Spring – Utrecht.

Descartes, R. (1925) The Geometry of Rene Descartes with facsimile of the first edition. Translated from the French and Latin by David Eugene Smith and Marcia L. Latham – Dover – N. Y.

Grabiner, J. (1995) Descartes Problems Solving, Mathematics Magazine, 86, 83–97.

King, J. & Schattschneider, D. (1997) Geometry Terned On! – The Mathematical Association of America – Washington.

Rabuel, C. (1730) Commentaires sur la Geometrie de Descartes – Chez Marcel Duplain – Lyon.

Considerações sobre a obra *Elementos de Álgebra* de André Perez e Marin: Apontamentos sobre o seu método de ensino

Adriana de Bortoli
FATEC-Lins/ UNESP-Rio Claro
adrianadebortoli1@hotmail.com

Resumo: Este trabalho tem como intenção apresentar considerações sobre os procedimentos metodológicos de André Perez y Marin (1858–1928) em sua obra *Elementos de Algebra* (1909). O referido docente lecionou no Colégio Culto à Ciência (1901 a 1928), um importante estabelecimento de ensino do município de Campinas, estado de São Paulo, Brasil, no início do século XX. O estudo dessa obra aponta que o autor aborda uma sequência essencialmente dedutiva, em que se estabelece primeiro a terminologia, depois os princípios e, por último, as aplicações, características de um método analítico. Método esse assumido pelo referido autor em outra obra por ele elaborada. Com isso, pretende-se apresentar aspectos históricos do ensino de Matemática no Brasil no período em que o docente lecionou na instituição mencionada.

Abstract: This paper aims to present considerations about the methodological procedures of André Marin y Perez (1858–1928) in his work *Algebra Elements* (1909). He taught at the High School of Science (1901–1928), an important educational institution in the city of Campinas, São Paulo, Brazil, in the early twentieth century. The study of this work points out the author discusses a sequence essentially deductive that establishes the terminology, the principles, and the applications, which are features of an analytical method. This method was assumed by referred author in another work, which he had elaborated. Thus, we intend to present historical aspects of mathematics teaching in Brazil, in the period in which the teacher taught at the mentioned institution.

1 Introdução

Tecer considerações acerca dos procedimentos metodológicos empregados pelo autor André Perez y Marin em sua obra *Elementos de Algebra* é o principal objetivo deste trabalho. Com ele, buscamos contribuir com a história da matemática escolar no Brasil do início do século XX. O tema em questão é um recorte que se refere à pesquisa de cunho historiográfico (de doutorado) em andamento, que tem como principais referenciais teóricos Bittencourt (1993), Chervel (1990), Choppin (2004), além de textos específicos como Barker (1976) e Lorenzo (1971), que tratam acerca dos métodos analíticos e sintéticos.

André Perez y Marin foi um matemático espanhol, que exerceu a docência da disciplina de Matemática[1] por 52 anos, dos quais 35 foram no Brasil. Destes, teve quase a sua totalidade dedicada no Ginásio do Estado, atual E. E. Culto à Ciência[2], em Campinas (SP).

O referido autor nasceu em 30 de novembro de 1858 na província de Logroño, da Espanha Setentrional (velha Castela), sendo filho de Felipe Perez e Domenica Maria. Ele se formou na Escola Normal Secundária de Madri aos 18 anos e, mais tarde no magistério secundário no Ginásio do Estado em Campinas. Chegou ao Brasil em dezembro de 1893, desembarcando na cidade de Santos (SP) e fixou residência na cidade de Bragança Paulista (SP), na qual possuía alguns parentes e ali permaneceu por cerca de um ano. Logo após, mudou-se para São Paulo capital onde se dedicou ao ensino particular[3], preparando turmas de alunos aos exames parcelados e sendo considerado professor emérito, dono de excelente método expositivo no ensino da matemática[4].

André Perez y Marin ingressou no Colégio Culto à Ciência mediante concurso público para a cadeira de Aritmética e Álgebra, em 1901. Segue uma foto do autor:

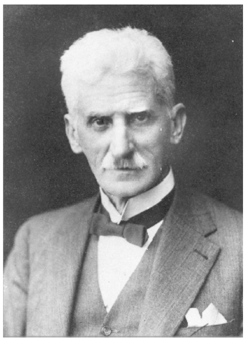


Figura 1: André Perez y Marin (1858–1928)

O Colégio Culto à Ciência era uma escola particular para meninos, fundada em 12 de janeiro de 1873 pela Sociedade Culto à Ciência. Parte de seus membros

[1]Embora, no período em que trabalhou no Brasil, essa disciplina não tivesse ainda o nome de Matemática, iremos adotá-la dessa maneira para melhor identificação.

[2] No momento em que esse professor ingressou no Colégio em 1901, este era chamado de Ginásio do Estado. Entretanto, usaremos, durante todo o texto, a denominação atual "Colégio Culto à Ciência".

[3]Diário do povo, 25 de junho de 1955.

[4]ANPU – Arquivo Artur Nazareno Pereira Villagelin. Centro de Memória da UNICAMP.

era da Loja Maçônica Independência que era composta por fazendeiros, comerciantes e intelectuais da cidade, dentre eles destacavam-se: Antônio Pompeu de Camargo; Francisco Glicério; Campos Sales; Jorge Krug; Joaquim Bonifácio do Amaral, o Visconde de Indaiatuba; Joaquim Egídio de Souza Aranha, o Marquês de Três Rios; Cândido Ferreira e o Barão de Atibaia. O nome da escola reflete a influência do positivismo de seus fundadores.

Barbosa (1997) afirma que as histórias da maçonaria — Loja Maçônica Independente, do Colégio Culto à Ciência e do jornal A Gazeta de Campinas, parecem entrecruzar-se, uma vez que fazem parte da estratégia da elite dirigente da cidade para articulação da propaganda republicana.

Ainda segundo essa mesma autora (1997, p. 60), "ser maçom parece significar o selo de uma aliança em torno da defesa de idéias e interesses comuns, que só seriam concretizados com a Proclamação da República".

Dessa maneira, podemos perceber que o estabelecimento de ensino foi criado mediante os ideários republicanos e com uma influência positivista que não se deu apenas como um reflexo em seu nome como já ressaltamos, mas por outros indícios que posteriormente ressaltaremos.

Nesse colégio, Perez y Marin lecionou de 1901 até o seu falecimento em 1928. Ingressou na cadeira de Aritmética e Álgebra, mas, em 1910, assumiu a regência interina da 11.ª cadeira de Mecânica e Astronomia. Em 1926, requereu sua transferência para a referida cadeira e como não foi atendido em sua solicitação, submeteu-se, aos 68 anos de idade, ao concurso de Aritmética e Álgebra sendo aprovado em primeiro lugar. Sua nomeação como efetivo se deu em 02 de dezembro de 1926.

Durante o período em que lecionou no colégio, ele teve uma produção de dez títulos, sendo que oito são de sua autoria e dois foram escritos em parceria com Carlos Francisco de Paula, que também era professor do Colégio Culto à Ciência. Suas obras são: *Elementos de Algebra, Lições de Álgebra, Soluções Algebricas, Arithmética Teórico-Prática, Lições de Aritmética 1.ª Parte, Lições de Aritmética 2.ª Parte, Soluções Arithméticas, Lições de Mecanica e Astronomia* e as escritas em colaboração com Carlos Francisco de Paula são: *Elementos de Trigonometria Rectilínea e Elementos de Geometria.*

Ao analisar a obra *Elementos de Algebra*, procuramos por elementos que nos indiquem os caminhos e métodos usados por André Perez y Marin para que possamos contribuir com a escrita da história da matemática escolar daquele período.

A seguir, mencionamos algumas características editoriais: a obra era dividida em cinco partes: 1.ª) Expressões Algebricas Inteiras e Fraccionarias; 2.ª) Equações do Primeiro Grau; 3.ª) Calculo dos Radicais, Potencias e Raizes dos

Polynomios, Equações do Segundo Graus e Outras Reductiveis Ao Mesmo; 4.ª) Equação Exponencial, Logarithmos, Series; 5.ª) Noções sobre a Theoria e Resolução das Equações. As partes são divididas em capítulos, estes com itens e subitens. A imagem abaixo ilustra a capa da obra:

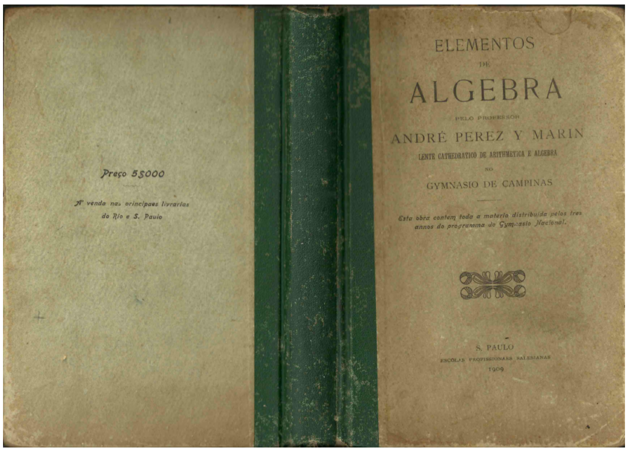


Figura 2: Capa da obra *Elementos de Algebra*, 1.ª ed. 1909.

2 Desenvolvimento

Em uma primeira leitura da obra *Elementos de Algebra* percebemos a intenção do autor em comparar a escrita dessa obra com o seu primeiro trabalho *Arithmetica Teorico Prática*, como podemos observar no trecho abaixo obtido no prefácio dessa obra:

> A recente publicação, que fizemos, da arithmética theorico-pratica, completamos agora com este segundo trabalho, vazado nos mesmos moldes do primeiro, de modo a estabelecer a desejada uniformidade de methodo nas duas disciplinas de arithmetica e algebra, tão intimamente ligadas entre si (MARIN, 1909, prefácio).

Assim, verificamos, na primeira parte da obra de álgebra, que o primeiro capítulo, *Noções fundamentais,* inicia o assunto com um problema: "Dividir 500$ entre três pessoas, de modo que a primeira receba 40$ mais que a segunda, e esta 50$ mais que a terceira" (MARIN, 1909, p. 9)

Como resolução desse problema, o autor apresenta uma solução aritmética e depois outra de natureza algébrica. A seguir, desenvolve outro problema da mesma maneira. Na sequência, define o conceito de equação, função e princípio fundamental que é o método de resolução de equações, álgebra e funções elementares. Continua com outras definições e, ainda, tem-se uma lista com 15 exercícios, apenas as questões. Nessa obra, não são apresentadas suas resoluções. As respostas dos exercícios propostos em *Elementos de Algebra* foram publicadas em *Soluções Algebricas*.

Ainda, cabe exemplificar o uso de elementos aritméticos como subsídio teórico para os algébricos, como podemos constatar na página 28 dessa obra "não devemos confundir coeficciente com expoente. O expoente, que *já foi estudado em arithmetica*[5], indica um producto de factores eguaes, ao passo que o coefficiente indica uma somma de parcella eguaes".

No item *Caracter das operações algébricas* (p. 37), temos:

> A differença essencial que existe entre as operações arithmeticas e as operações algébricas depende apenas da consideração das quantidades negativas. Em arithmetica, as grandezas têm um valor absoluto e não dependem de nenhum signal, ao passo que em álgebra dependem do valor absoluto e do signal. Outro caracter que distingue as operações algébricas das arithmeticas é que, como em álgebra não se opera geralmente com quantidades numéricas, senão com quantidades monomias ou polynomias, os resultados obtidos são sempre uma transformação das expressões dadas em outras equivalentes, de fórma mais simples e mais adequada ao fim do calculo. É, porém, evidente que os processos empregados para effectuar as referidas transformações se deduzirão dos mesmos princípios admittidos e demonstrados em aritmética (MARIN, 1909, p. 37).

Semelhantemente, percebemos as reflexões de Comte sobre números negativos que o considera como um artefato analítico que confere às fórmulas uma maior elasticidade. E ainda "é admirável que seja possível denominar as oposições contidas em certas grandezas através dos sinais de mais e menos" (COMTE, 1975, p. 105) *apud* Silva (1999, p. 88).

Importa considerar que Perez y Marin define que, para a notação algébrica ser completamente geral, é preciso que os símbolos possam representar ao mesmo tempo a quantidade e o modo de existência das grandezas, ou seja, a maneira pela qual as quantidades ou dados de um problema concorrem no mesmo sentido ou em sentido oposto.

[5]Grifo nosso.

Dessa maneira, notamos que o autor não só caracteriza a Álgebra como também a relaciona com a Aritmética, intento esse que corroborava com:

> [...] Mas, embora a Álgebra e a Aritmética tivessem a mesma abordagem, existia, entre elas, uma relação de complementaridade uma vez que a primeira, devido ao seu poder de generalização, era encarada como uma ferramenta mais potente que a segunda, pois ampliava as possibilidades desta última, especialmente no que se refere a resolução de problemas (FIORENTINI, MIGUEL E MIORIN, 1992, p. 42).

Outras considerações sobre as questões metodológicas podem ser observadas como na página 19; depois de ter deduzido uma fórmula do caso particular para o geral, faz a seguinte observação:

> a representação literal offerece também a vantagem de permitir obtermos de uma formula ou relação principal outras relações derivadas, deduzidas da primeira que as contem implicitamente, por meio de transformações baseadas no princípio axiomático, já conhecido de que uma igualdade não se altera, quando os dois membros soffrem modificações eguaes (MARIN, 1909, p. 19).

Diante disso, surge uma indagação: qual o método utilizado pelo autor na elaboração de suas obras?

Com o propósito de construir uma resposta para essa questão em uma conotação específica, a do ensino-aprendizagem, haja vista que estamos tratando de "manuais de ensino", buscamos características dos seguintes métodos, analítico e sintético, uma vez que encontramos no prefácio da obra *Aritmética Teórico Prática* de André Perez y Marin:

> Na resolução de todas as questões adotamos de preferência o método analítico, como sendo o mais natural e mais adequado ao desenvolvimento do raciocínio, sem todavia olvidar o método sintético, que, pelo seu caracter empírico, não possue valor educativo, consiste, no entanto, um complemento imprescindível, não só pela necessidade de resumir em breves preceitos a operação analítica, que exige longo raciocínio, como pela inapreciável comodidade que proporciona nos uso da vida prática". (MARIN, 192, prefácio).

Sendo assim, diante da consciência da escolha metodológica do autor, pensamos em caracterizar os métodos analítico e sintético. A literatura[6] aponta

[6] Barker(1976), Boyer (2003), Eves (2004) e Lorenzo (1971).

para diversas discussões existentes entre o analítico e o sintético introduzida na Filosofia pelo pensador alemão Emanuel Kant desde o século XVIII.

No entanto, sabemos também que:

> A demonstração matemática se fundamenta no pensamento de Aristóteles. Ela repousa sobre o raciocínio dedutivo, que é a base do silogismo e fundamenta em suas origens o discurso científico, sendo os Elementos de Euclides um exemplo canônico de aplicação desse preceito. O modelo euclidiano sobreviveu milênios. Mas a partir do Renascimento, a onda crítica que resulta em publicações que são verdadeiras releituras dessa obra, remete ao confronto entre o método sintético e o analítico (ALMEIDA, 2008, p. 66)

Por conseguinte, propomos iniciar nossas considerações sobre o método a partir do momento em que as discussões ficaram mais fervorosas. Segundo Eves (2004), a teoria kantiana predominava tão amplamente que quem defendesse um ponto de vista contrário corria o risco de ser considerado maluco.

Já no século XVII adaptaram como significados: método analítico como sinônimo de método inventivo e criador. Já o método sintético como método de exposição (LORENZO, 1971). Aliás, essa concepção corrobora com o que afirma Almeida (2008, p. 66): "no século XVII, é grande o interesse pelo método analítico [...]" Nesse percurso foi preciso distinguir duas linhas de trabalho "a análise, que consiste em descobrir a demonstração, e a síntese que consiste em construir a demonstração sob a forma dedutiva". Adicionalmente, Barbin (1989, p. 129) *apud* Almeida (2008, p. 66) também caracteriza o método analítico como "consiste em descobrir a demonstração".

E ainda temos como características de tais métodos:

> Uma vez mais, é possível apresentar considerações filosóficas sobre as características de conhecimento analítico e sintético segundo a teoria Kantiana: "um enunciado é analítico se, e somente se, nada mais do que a compreensão for requerido para habilitar-se a dá-lo como verdadeiro. Um enunciado será sintético se compreendê-lo nunca for suficiente para capacitamos a determinar sua verdade." (BARKER, 1976, p. 20)

Ademais, conhecimento analítico para Kant era simplesmente visto como conhecimento a priori[7] (BARKER, p. 21). Já o sintético[8] deve ter algo mais [...] caráter empírico (BARKER, 1976, p. 22).

[7]Conhecimento a priori como conhecimento que não necessita ser justificado pela experiência. (p. 16)

[8]O termo empírico significa baseado na experiência. (p. 14)

Sequencialmente, Lorenzo afirma que:

> o estilo sintético avança, ademais, outro ramo [...] até os primeiros anos do século XIX, a geometria projetiva e junto a ele, o enfoque analítico de coordenadas que na realidade é de caráter algébrico é importante para tratar certos problemas como a curvatura, tangente e normal, etc. (LORENZO, 1971, p. 160)

E, ainda de acordo com esse mesmo autor sabemos que:

> [...] os termos analítico e sintético que também era conhecido como geométrico puro, que se mantém até o presente momento para qualificar ambos enfoques, tem variado sensivelmente no sentido desde o significado usado por Platão para análise e síntese em demonstração matemática (LORENZO, p. 160).

Se, para Platão e Euclides, análise e síntese eram dois processos demonstrativos, ao final análise passará a ser método de resolução de problemas mediante um processo de redução. Por sua vez, síntese, como operação será sinônimo de adição.

Já no século XVII, adotaram como significados: método analítico, método de invenção e sintético método de exposição. Mas, depois da criação cartesiana, método sintético passa significar tratamento geométrico sem emprego das coordenadas, quando se utiliza geometria analítica.

Por outro lado, as características mencionadas anteriormente, também estavam em concordância com as recomendações governamentais que incentivavam ter o ensino com mais aplicações em situações práticas: daí, então, a ideia de intuitivo, além do que, seu texto vai dos princípios às consequências (características essas do método sintético, LeLouard e outros, 1989, p. 164 *apud* Almeida 2008, p. 67).

Ressaltando essa última asserção, podemos observar no prefácio da obra *Aritmética Teórico-Prática,* que a conotação inferida pelo autor ao método sintético fornece indício dessa intenção de ser resumido e prático.

Segue o trecho para a verificação dessas impressões:

> [...] o método sintético, que, pelo seu caracter empírico, não possue valor educativo, consiste no entanto, um complemento imprescindível, não só pela necessidade de resumir em breves preceitos a operação analítica que exige longo raciocínio, como pela inapreciável comodidade que proporciona nos uso da vida prática (MARIN, 192, prefácio).

Como acréscimo às evidências anteriores, ressaltamos as possíveis escolhas de Perez y Marin quanto aos métodos analíticos e sintéticos na página 364 dessa obra (local destinado a Opiniões sobre o seu 1.º trabalho — Arithmetica Theorico Pratica): "[...] de modo a não só instruir mas desenvolver gradualmente o espirito do alumno, até a formação do seu poder de *generaliação*[9] [...]" (DO CORREIO DE CAMPINAS-28-1-09).

Para dar mais ênfase a nossa afirmação, segue outro trecho de apreciação da mesma obra: "Es um libro de los mejores em su gênero por La claridad em La exposición, por el método *analítico*[10], por La variedad em lós problemas y por la extensión que dá á los exercícios" (DE LA VOZ DE ESPAÑA, p. 364).

Ou seja, os comentaristas dessa obra também apontavam para o método de ensino usado pelo autor.

Uma vez mais sobre questões metodológicas, encontramos no texto de Baroni (2008, p. 75) que: "os livros publicados pela FTD brasileira tinha como opção o método intuitivo, método que valorizava a intuição, observação das coisas, dos objetos [...]".

Nessa mesma linha de raciocínio, Dalcin (2008, p. 273), sobre as publicações produzidas pelas gráficas das Escolas Salesianas, afirma "[...] a concepção de ensino de tais professores era predominantemente instrumental e procedimental, pautada em regras e definições não formais, muitas delas intuitiva [...]". E ainda, consoante com Dalcin (2008), consideramos as seguintes características metodológicas: uma aparente dicotomia entre a busca por um ensino de matemática útil, instrumental, em oposição a uma concepção de ensino pautado em fundamentos de uma matemática lógica, estruturalista e construída em bases axiomáticas.

A ideia de estruturalista e construída em bases axiomáticas são características presentes na obra *Elementos de Algebra* de André Perez y Marin. No entanto, não temos elementos que indicam que a obra em estudo tenha características de uma pedagogia salesiana ou religiosa.

3 Considerações finais

Diante das discussões apresentadas neste texto, especialmente sobre os métodos analítico e sintético podemos considerar, que o autor em sua obra *Elementos de Algebra,* fez uso de ambos os métodos e também seguia recomendações governamentais que incentivavam ter o ensino com mais aplicações em situações práticas, daí, então, a ideia de intuitivo.

[9] Grifo nosso.
[10] Grifo nosso.

Em síntese, a escolha metodológica do autor era principalmente pelo método analítico, fazendo uso em poucos momentos do sintético, pois seu texto vai dos princípios às consequências (características essas do método sintético, LeLouard e outro, 1989, p. 164 *apud* Almeida, 2008).

Outra consideração que julgamos importante mencionar são as percepções que pudemos ter de influências positivistas, que a nosso ver tem relação com a instituição onde trabalhou a maioria do tempo em que viveu no Brasil, Colégio Culto à Ciência. Essa instituição de ensino foi criada mediante ideários republicanos por uma sociedade composta por sua maioria por maçons o que pode ter influenciado o referido professor.

Por fim, vale aqui apontar que, embora não tenha feito parte de nossas discussões neste texto, também foi forte a influência francesa no ensino brasileiro, especialmente secundário no final do século XIX e início do século XX.

Dessa maneira, percebemos que a forma de escrita das obras de Perez y Marin seguiu um pragmatismo oriundo de resquícios das influências dos manuais franceses, conforme afirma Lorenz (2007, p. 7) sobre o Colégio Pedro II no final do século XIX:

> Os livros didáticos franceses influenciaram na seleção e na organização dos conteúdos de ciências e matemática no Colégio. Muitas vezes, os conteúdos ensinados e ametodologia adotada, eram os mesmos apresentados nos livros didáticos, de forma explícita ou implícita. A utilização dos livros didáticos franceses garantiu que o programa do ColégioPedro II fosse, até certo ponto, equivalente aos programas de ciências e matemáticas das melhores instituições secundárias na França. (Lorenz, 2007, p. 7)

Isso porque ele era o colégio modelo do período e as instituições de ensino secundário o tinham como referência para o ensino.

Referências

ALMEIDA, R. C. M. *Análise de demonstrações em geometria plana em livros-texto no Brasil a partir do século XIX. Rio* de Janeiro, 2008. Tese (Doutorado em Educação) — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

BARBOSA, I. M. F. *Enfrentando preconceitos.* Um estudo da escola como estratégia de superação de desigualdade. Campinas: Unicamp, 1997.

BARKER, S. F. *Filosofia da Matemática.* Tradução: Leonidas Hegenberg e Octanny Silveira da Mota. 2.ª ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

BARONE, J. *Livros Didáticos de Matemática da Editora FTD no cenário brasileiro*: as principais décadas do século XX. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, UNICAMP, 2008.

BELTRAME, J. *Os programas de ensino de matemática do Colégio Pedro II: 1837–1932.* Rio de Janeiro, 2000. Dissertação (Mestrado em Matemática) — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

BITTENCOURT, C. M. F. *Livro Didático e Conhecimento Histórico*: Uma História do Saber Escolar. Tese (Doutorado em História) — Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas da Universidade de São Paulo, 1993.

BOYER, C. B. *História da Matemática.* Trad. Elza F. Gomide. 2.ª.ed. São Paulo: Edgard Blücher LTDa, 2003.

CHERVEL, A. *História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa.* Disponível em: `http://pt.scribd.com/doc/88143953/CHERVEL-1990-Original`. Acesso em 31 de maio de 2014.

CHESRCRE, R. Página das leitoras: saudades. *Correio Popular.* 28 de out. 1928.

CHOPIN, A. *História dos livros e das edições didáticas*: sobre o estado da arte. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 30, n.º 3, p. 549–566, set./dez. 2004.

DALCIN, A. O Ensino de Matemática entre 1885 e 1929 no Colégio Salesiano Liceu Coração de Jesus: "bons cristãos, honestos honestos cidadãos". *Boletim de Educação Matemática*, vol. 23, núm. 35, 2010, p. 241–268.

DASSIE, B. A. *Euclides Roxo e a Constituição da Educação Matemática no Brasil.* Rio de Janeiro, 2008. Tese (Doutorado em Matemática) — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

DASSIE, B. A. *Paratextos editoriais e História da Educação Matemática*: uma leitura de livros didáticos. 2014. Disponível em: `http://www.apm.pt/files/177852_C11_4dd7a3d450d31.pdf`. Acesso em: 04 de abril, 2014.

EVES, H. *Introdução à História da Matemática.* Trad. Higyno H. Domingues. Campinas: Editora UNICAMP, 2004.

FIORENTINI, D. MIGUEL, A. MIORIN, A. Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo?. *Pro-posições.* Vol. 3, n.º 1, 1992. Disponível em: `http://www.proposicoes.fe.unicamp.br/~proposicoes/textos/7-artigo-miguela.pdf`. Acesso em: 04 de abril de 2014.

GENETTE, G. *Paratextos Editoriais.* Trad. Álvaro Faleiros. Cotia: Ateliê Editorial, 2009.

LORENZ, K. M. *A Influência francesa no ensino de ciências e matemática na escola secundária brasileira no século XIX.* 2007. Disponível em: `http://www.sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe2/pdfs/Tema3/0306.pdf`. Acesso em 04 de abril de 2014.

LORENZO, J. *Introdução al estilo matemático.* Madrid: Editorial Tecnos, 1971.

MIORIN, M. A. *Introdução à história da educação matemática.* São Paulo: Atual, 1998.

PEREZ Y MARIN, A. *Arithmetica*: theorico-pratica. 9.ª ed. São Paulo: Escolas Profissionais do Lyceu Coração de Jesus, 1928.

__________________. *Elementos de álgebra.* 6.ª ed. São Paulo: Escolas Profissionais do Lyceu Coração de Jesus, 1928.

REGISTRO, S. Registro da Sociedade. *Correio Popular.* 17 out. 1928.

SCHUBRING, G. *Análise Histórica de Livros de Matemática:* Notas de Aula. Campinas: Autores Associados, 2003.

SILVA, C. M. S. da. *A Matemática Positivista*: e sua difusão no Brasil. Vitória: EDUFES, 1999.

VALENTE, W. R. *Uma história da matemática escolar no Brasil (1730–1930).* São Paulo, 1997. Tese (Doutorado em Educação) — Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo.

VALENTE, W. R. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. In: *ZETETIKÉ* – Cempem – FE – Unicamp, v. 16, n.º 30, jul./dez. 2008.

Três tradições algébricas em Portugal na primeira metade do séc. XVIII

João Caramalho Domingues
Centro de Matemática da Universidade do Minho
jcd@math.uminho.pt

Resumo: Apresentamos três tradições distintas de ensino da álgebra em Portugal na primeira metade do séc. XVIII: uma álgebra cossista semelhante à do século XVI associada a aritmética prática; uma evolução nos colégios jesuítas, partindo de uma versão antiquada de álgebra cossista e chegando a versões de álgebra especiosa, mas mantendo sempre um papel muito secundário; e uma introdução à matemática de inspiração cartesiana, assente na álgebra especiosa, no ensino de engenharia militar.

Abstract: We present three distinct traditions in the teaching of algebra in Portugal in the first half of the 18th century: cossic algebra similar to the 16th-century one, associated to practical arithmetic; an evolution in Jesuit colleges, from an antiquated version of cossic algebra to versions of specious algebra, while always keeping a very secondary role; and a Cartesian-inspired introduction to mathematics, based on specious algebra, in military engineering teaching.

1 A sobrevivência da "regra da cousa" e a aritmética prática

A primeira publicação em português depois do século XVI com uma secção sobre álgebra é um *Tratado de Aritmética e Álgebra* [Pereyra 1713] que testemunha a sobrevivência da "regra da cousa" — um tipo de álgebra que normalmente se considera exclusivo ou quase do século XVI. [Pereyra 1713] teve ainda uma segunda edição, em 1760, com o texto inalterado.

Sabe-se muito pouco sobre o autor deste livro, António Pereira. Segundo Barbosa Machado [1741–59, I, 346–347] era natural de Lisboa e morreu na Congregação do Oratório de Estremoz em 1698; tinha vivido os últimos anos da sua vida (desde 1686) como irmão leigo oratoriano. A sua única obra conhecida sugere que Pereira foi professor de matemática prática — segundo a página de

Este trabalho foi parcialmente financiado por Fundos FEDER através do Programa Operacional Factores de Competitividade — COMPETE e por Fundos Nacionais através da FCT — Fundação para a Ciência e a Tecnologia no âmbito do Projecto Est–C/MAT/UI0013/2011.

rosto, [Pereyra 1713] era "nam so necessario aos Contadores [...], mas tambem aos q́ seguem a Milicia, Pilotos, navegantes, ourives, & aos q̃ exercitam a mercancia, ou de qualquer modo negoceam"[1]. Os oratorianos tiveram um papel muito importante na educação em Portugal, mas apenas num período posterior, em pleno século XVIII; a entrada de Pereira para o Oratório na parte final da sua vida parece uma forma de aposentação e não deve estar relacionada com o seu papel como professor.

É claro que, embora publicado no século XVIII, [Pereyra 1713] foi escrito no século XVII. Mas, como já foi observado por Leal Duarte [2010, 41] este é, num certo sentido, um livro do século XVI: usando um termo da época, a álgebra que apresenta é puramente *numerosa* (por oposição à álgebra *especiosa*, ou *literal*, criada e desenvolvida por François Viète, René Descartes e outros), enquadrando-se mais precisamente na tradição cossista [Reich 1994][2]. De facto, não aparece sequer qualquer referência à álgebra especiosa, sendo ignoradas todas as inovações do século XVII. "Regra da cousa", expressão tipicamente quinhentista, é uma designação alternativa para a álgebra [Pereyra 1713, 230]. A notação utilizada para a incógnita e suas potências é uma variante da usada na tradição cossista italiana:

co	ce	cu	$cece$	R	$cecu$	...
cousa	censo	cubo	censo de censo	relato	censo de cubo	...

(correspondentes a $x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6, \ldots$, respectivamente, na álgebra especiosa) [Pereyra 1713, 235]. Assim, por exemplo, é tratada a equação $5\,ce.\,p.\,45$ *ig.* a $30\,co.$ [Pereyra 1713, 328–329] ou seja, $5x^2 + 45 = 30x$.

As referências de Pereira, das quais assume ter extraído a sua álgebra [1713, 231], são o *Libro de Algebra* de Pedro Nunes [1567] e a *Arithmetica* de Juan Pérez de Moya [1562]. No entanto, a referência a Pedro Nunes pode ter uma motivação essencialmente patriótica.[3] As principais características distintivas da álgebra de Pedro Nunes — o enraizamento na geometria euclidiana, o cuidado em demonstrar as regras da álgebra — estão completamente ausentes de [Pereyra 1713]. Na classificação das "conjugações" (isto é, equações), Pereira começa por apresentar o esquema de Pedro Nunes de três conjugações simples e

[1]Na segunda edição (1760) os pedreiros e carpinteiros foram adicionados a esta lista.

[2]"Cossista" deriva do alemão "Coss", que por sua vez vem do italiano "cosa" ("coisa"), a designação mais habitual para a incógnita, de onde "regra da cousa" como sinónimo de "álgebra" dentro desta tradição.

[3]Esta referência surge no seguimento de considerações sobre os estrangeiros serem em geral "muito melhores Contadores" que os portugueses, não por terem "melhor discurso" (isto é, não por serem mais inteligentes), mas por terem mais curiosidade, enquanto "nenhum Portuguez aprende mais contas, que as necessarias para as suas occupaçoens e officios".

três compostas; no entanto, a seguir desmente-o, adoptando na verdade o esquema de Pérez de Moya, com os mesmos argumentos deste.[4] Seria desejável um estudo comparativo detalhado, que não está feito, mas estes dados sugerem que Pérez de Moya terá sido bastante mais influente do que Pedro Nunes em [Pereyra 1713].

Este "livro do século XVI" representará a sobrevivência da regra da cousa até que época? Tendo António Pereira vivido inteiramente no século XVII, o seu ensino de álgebra cossista limitou-se obviamente a esse século. A publicação do seu texto em 1713 poderia ser apenas uma iniciativa extemporânea do editor. Mas o aparecimento de uma segunda edição em 1760, com um editor diferente, sugere a existência de alguma procura pelo texto, pelo menos na primeira metade do século XVIII. Podemos perguntar-nos se o interesse pelo livro no século XVIII não seria motivado apenas pela secção de aritmética: embora a álgebra ocupe cerca de dois quintos do volume, quer as dedicatórias (uma por edição, assinadas pelos editores) quer a licença do Santo Ofício mencionam a aritmética mas não a álgebra. Mas a verdade é que a secção sobre álgebra foi incluída nas duas edições, e podia não o ter sido.

Por vezes os historiadores parecem partir do princípio de que a álgebra de Viète e Descartes deve ter levado rapidamente à extinção da álgebra cossista.[5] Uma conclusão natural é que a existência de um livro como [Pereyra 1713] é mais um indício do atraso científico português nos séculos XVII e XVIII. No entanto, a sobrevivência até ao século XVIII da álgebra cossista em livros didácticos (nomeadamente livros de aritmética mercantil ou prática) não é um fenómento exclusivamente português. Leal Duarte [2010, 42] deu dois exemplos importantes: [Pérez de Moya 1562], que foi reeditado mais de dez vezes em Espanha no século XVIII, a última em 1798; e o texto de aritmética francês [Le Gendre 1648], que a partir da edição de 1657 inclui um resumo da álgebra ("Abregé de l'Algebre") também puramente cossista[6]; este livro também teve várias edições no século XVIII — em algumas, a partir de 1774, o resumo de álgebra aparece substituído por outro com notações mais modernas, mas

[4] Limitando-nos às "conjugações simples", Pedro Nunes considera três tipos, correspondentes a $ax^2 = bx$, $ax^2 = b$ e $ax = b$; Pérez de Moya identifica o primeiro com o terceiro destes tipos, e em geral com todas as equações da forma $ax^{n+1} = bx^n$ ("sem haver outra dignidade de permeyo" [Pereyra 1713, 295]); quer esta identificação quer a consideração efectiva de potências de grau superior a 3 colocariam dificuldades às interpretações geométricas de Pedro Nunes.

[5] Por exemplo, segundo Reich [1994, 198] "the time of Coss was over" ("o tempo da álgebra cossista acabou") quando Viète publicou a sua álgebra literal.

[6] Este resumo é muito menos desenvolvido do que [Pérez de Moya 1562], [Pereyra 1713], ou os exemplos dados a seguir. Le Gendre explica apenas a aritmética de polinómios (por exemplo, o produto de 4 ℞ P 9 por 3 ℞ P 7 é 12 Q P 55 ℞ P 63, o que corresponde a $(4x + 9) \times (3x + 7) = 12x^2 + 55x + 63$) e a seguir usa-a em aplicações de regras tais como a regra de três.

a antiga versão cossista ainda foi reimpressa em 1781 em Rouen. Mas podemos dar mais exemplos. Em Espanha, [Puig 1672], que no século XVIII foi reimpresso pelo menos em 1715 e 1745, e [Garcia 1733], que tem a particularidade de ser um livro com uma secção de álgebra (apenas) cossista *composto* no século XVIII. Em Itália, [Figatelli 1664] que a partir da edição de 1678 inclui um "trattato d'algebra" puramente cossista e que teve pelo menos dez reedições no século XVIII.[7] Na Alemanha, [Beutel 1663] é ainda um compêndio de aritmética com uma secção sobre "Coß oder Algebra" ("coss [a regra da cousa], ou álgebra") que se mantém nas reedições até 1735. Todos estes exemplos (que não pretendem ser exaustivos) são não de livros primariamente de álgebra nem cursos gerais de matemática, mas de livros de aritmética (prática) que também incluem álgebra, dedicando-lhe mais ou menos espaço. [Pereyra 1713] encaixa perfeitamente nesta tradição de sobrevivência tardia da álgebra cossista em vários livros de aritmética prática, de vários países europeus.

2 A álgebra nos colégios jesuítas

Em 1692 Tirso González, Geral da Companhia de Jesus, ordenou uma reforma profunda do ensino da matemática nos colégios portugueses da Companhia, no seguimento de queixas relativas ao baixo nível que esse ensino tinha atingido e ao facto de não haver jesuítas portugueses habilitados para ensinar matemática.[8] Entre outras medidas, González ordenou que todos os alunos dos cursos de filosofia tivessem efectivamente aulas de matemática e que todos os anos alguns dos jesuítas que completassem o curso de filosofia fossem seleccionados para estudos mais avançados de matemática nos colégios de Coimbra e Évora. Estas medidas tiveram um sucesso muito claro, embora incompleto: os professores de matemática nos colégios jesuítas portugueses passaram a ser nacionais, deixando de ser necessário recorrer a jesuítas estrangeiros; por outro lado, o prestígio da matemática manteve-se baixo, e são raríssimos os casos de jesuítas portugueses que seguiram uma carreira matemática.

Relativamente a conteúdo, [González 1692] insiste sobretudo na geometria de Euclides, como era normal na tradição jesuíta. Mas há também uma secção dedicada à álgebra [González 1692, 661–662, 720–721]. No início desta secção

[7] Não foi possível consultar todas as edições, mas pelo menos nas de 1737 e 1762 a álgebra continua cossista — isto apesar da revisão, feita para a edição de 1737, por um Gaetano Guidi, "maestro di scuola d'aritmetica".

[8] O principal texto desta reforma, e que contém o que nos interessa aqui, é a ordenação [González 1692], mas outras instruções se seguiram até 1702 (ou até 1711, contando com uma carta do sucessor de González). Esta reforma foi estudada por Baldini [2004, 318–326], num artigo que é o estudo mais detalhado da matemática nos colégios jesuítas portugueses no período 1640–1759.

González lamenta que os jesuítas portugueses desconheçam a álgebra. Segue-se um brevíssimo resumo histórico, próprio da época: entre os antigos, Diofanto tinha tratado a álgebra "em números"; mais recentemente, Viète e outros passaram a álgebra para a quantidade contínua (referência à criação da álgebra especiosa); entre estes González salienta Descartes, malquisto na Filosofia "mas altamente louvado pela sua *Geometria*", especialmente nas edições latinas com comentários de Van Schooten e outros. González sugere que se aparecesse algum jesuíta português esforçado e instruído na geometria vulgar, este poderia aprender o método algébrico estudando individualmente a *Geometria* de Descartes. Mas quanto ao ensino propriamente dito, não é muito ambicioso: a álgebra deveria ser ensinada não no curso de filosofia, mas apenas nos estudos avançados de matemática, onde deveria haver contacto com alguns princípios de álgebra e o método deveria ser exercitado "pelo menos em números" — e prevê que mesmo este ensino não ocorra, no caso de o professor não ter aprendido álgebra.

Para compreender o que significavam estes conteúdos — alguns princípios e exercícios "pelo menos em números" — convirá não só notar que a expressão "em números" é a mesma que González usa algumas frases acima para se referir à álgebra pré-Viète (na época frequentemente chamada "álgebra numerosa") como ter em atenção as versões da álgebra que aparecem em dois compêndios jesuítas, um alemão e um francês, dos fins do séc. XVII: [Schott 1661], reeditado em 1674 e 1677, e [Dechales 1674], reeditado em 1690. No primeiro caso, o "livro" sobre álgebra [Schott 1661, 526–587] inclui cinco partes (48 páginas) sobre álgebra numerosa e apenas a sexta e última parte (13 páginas) sobre álgebra especiosa; no segundo caso também aparecem os dois tipos de álgebra, mas misturados,[9] porque "têm princípios comuns e os seus métodos são maioritariamente os mesmos" [Dechales 1674, III, 661]. Nem Schott nem Dechales se aproximam sequer da geometria analítica.

Em resumo, se é verdade que Tirso González desafiou os jesuítas portugueses a estudar a álgebra especiosa e mesmo a geometria cartesiana, pelo menos no que diz respeito à segunda não contava com mais do que estudo autónomo por parte de algum indivíduo mais esforçado e instruído, que poderia ou não aparecer na província portuguesa; e quanto ao ensino da álgebra em aulas, provavelmente não exigia mais do que a álgebra numerosa (e mesmo esta apenas se o professor tivesse algum conhecimento de álgebra).

[9]Por exemplo, o problema da divisão de um número em duas partes tais que o seu produto é 10 vezes o quadrado da menor é resolvido pelos dois métodos, através da equação $110R - 1q = 10q$ (onde R é a raiz — isto é, a incógnita — e q o seu quadrado), e através da equação $bA - A2 = 10A2$ (as consoantes representam quantidades conhecidas e as vogais incógnitas; os expoentes não aparecem elevados) [Dechales 1674, III, 681].

Sobre o que aconteceu efectivamente nos colégios jesuítas portugueses no século XVIII, no que diz respeito ao ensino de álgebra, não temos muitos dados (não conhecemos, por exemplo, apontamentos de aulas que abordem a álgebra). Mas os dados que temos permitem esboçar uma imagem do que terá sido a evolução desse ensino.

Conhecem-se 41 teses impressas de matemática dos colégios jesuítas de Coimbra e Évora, do período em estudo [Vários autores (S. J.) 1695–1743].[10] Destas, três apresentam secções sobre álgebra — todas de Évora, mas dois dos respectivos professores tinham estudado matemática em Coimbra (e é aos professores, não aos alunos, que é normalmente atribuída a autoria das teses jesuítas).

Na primeira, *Theses Mathematicas*, de 1706, o professor é Francisco Cardozo (1676?–1723), que tinha estudado matemática no colégio de Coimbra em 1699–1700; a partir de 1710 esteve no Tribunal das Matemáticas em Pequim e desenhou mapas de províncias chinesas para o imperador [Baldini 2004, 409, 413]. A secção sobre álgebra (em latim como toda a tese) consiste num brevíssimo resumo de [Clavius 1608], um bom livro de um matemático jesuíta muito respeitado, mas nessa altura já com muito perto de um século; e que mesmo na altura da publicação não estava perfeitamente actualizado, não referindo a álgebra especiosa de Viète. Este resumo apresenta os números cóssicos (unidade, raiz, censo, cubo, etc.); as regras dos sinais; a "regra da álgebra" (compor a equação, dividir pelo coeficiente do termo de maior grau e extrair uma raiz se necessário); a extracção da raiz quadrada (correspondente à fórmula resolvente do segundo grau); e sete problemas do primeiro grau.

A segunda tese, *Horologium Duplex Mathematicum, Solare, scilicet, et Mechanicum*, é de 1734. O professor é Francisco Gião (1699–1761), que tinha estudado matemática em Évora, ensinando depois matemática e a seguir filosofia ainda em Évora, depois matemática em Lisboa e finalmente teologia em Coimbra; com a expulsão dos jesuítas em 1759 partiu para o exílio em Itália [Baldini 2004, 438]. Neste caso a secção sobre álgebra (em português, embora a maior parte da tese esteja em latim) é constituída quase inteiramente por problemas e as fontes são menos óbvias, mas o uso da palavra "defectivos" (com o significado de "negativos") na primeira das duas frases que não são enunciados

[10] Estas "teses" são listas de proposições ou problemas, da responsabilidade dos respectivos professores, que os alunos se propunham defender ou resolver num exame final público. O facto de o exame ser aberto ao público limitava as questões a assuntos em que os alunos estivessem à vontade, já que deveriam transmitir uma boa imagem do ensino jesuíta. Assim, as teses não apresentam necessariamente o que de mais avançado era ensinado. Por simplicidade de linguagem, chamaremos a cada uma destas listas uma "tese", embora de facto seja um conjunto de "teses".

de problemas sugere [Dechales 1674] como fonte "teórica". Há dois grupos de problemas: 18 sobre números, que podem ter sido extraídos de [Dechales 1674] e/ou [Clavius 1608], embora em diversos casos com adaptações nos dados; e 12 problemas "concretos", dos quais 10 podem ter sido extraídos (um com adaptação) também de [Dechales 1674] e/ou [Clavius 1608].

A terceira tese, *Organum Mathematicum*, é de 1736. O professor é Francisco Ribeiro (1702–1761 ou 1766), que tinha estudado matemática no colégio de Coimbra (1724–1726), ensinando depois matemática e filosofia em Évora; com a expulsão dos jesuítas em 1759 partiu para o exílio em Itália [Baldini 2004, 435–436]. A secção sobre álgebra (em português, como perto de metade da tese) inclui uma espécie de introdução teórica que parece seguir principalmente [Schott 1661], com a divisão da álgebra em vulgar (isto é, numerosa) e especiosa e dos números em racionais e irracionais (aspecto a que Schott dá relevo na organização do seu "livro" sobre álgebra); refere ainda as denominações dos "numeros Algebraicos, ou Cossicos" (sem as especificar); no entanto, alguns detalhes retóricos são claramente extraídos de [Tosca 1709], um livro onde a álgebra é puramente especiosa (pelo menos na notação) e (surpreendentemente?) de um autor oratoriano. São apresentados também seis problemas, do primeiro grau, três dos quais aparecem em [Schott 1661], um em [Tosca 1709] e os restantes dois em ambas estas fontes.

O último documento que temos sobre o ensino da álgebra nos colégios jesuítas é o *Compendio dos Elementos de Mathematica* de Inácio Monteiro [Monteyro 1754–56]. Inácio Monteiro (1724–1812) tinha estudado matemática em Évora (1746–1748), ensinando depois matemática em Coimbra e a seguir filosofia em Santarém; com a expulsão dos jesuítas em 1759 partiu para o exílio em Itália, instalando-se em Ferrara, onde ensinou no colégio jesuíta e depois foi prefeito de estudos na Universidade; em Itália publicou outras obras, de filosofia (em sentido lato, incluindo filosofia natural); é geralmente apontado como, de entre os jesuítas portugueses do século XVIII, o mais destacado professor/divulgador das ciências físico-matemáticas e o mais importante exemplo de abertura à modernidade científica [Rosendo 1996; Silva 2001]. O capítulo final de [Monteyro 1754–56] são uns "Elementos de Algebra, ou Arte Analytica". Trata-se essencialmente de uma breve introdução à álgebra especiosa (e apenas especiosa), até às equações de primeiro grau. Equações de segundo ou terceiro grau seriam mais difíceis, e "superfluas nestes Elementos, cujo fim naõ he fazer perfeito analytico ao leitor" — no prólogo do primeiro volume Inácio Monteiro já tinha sublinhado o carácter introdutório, e de apoio à filosofia natural, da sua obra. De referir que Monteiro apresenta sugestões de leitura para os estudiosos: para os principiantes, os *Entretiens Mathématiques*

(1743) do jesuíta francês Noël Regnault, os *Élémens des Mathématiques* de Bernard Lamy [1680], os *Elementa Matheseos* (1738) do Padre Brixia (da Brescia) e *Dell'Aritmetica Comune e Speciosa Trattato* (1731) de Francesco Saverio Brunetti; mais avançados, os *Elementa Matheseos Universae* (1713) de Christian Wolff ("pode servir a toda a especie de estudiosos da arte analytica"), a *Analyse demontrée* (1708) de Reyneau, a *Analyse des infiniment petits* (1696) do Marquês de l'Hôpital e os *Élémens de la géométrie des infinis* (1727) de Fontenelle. Ana Isabel Rosendo [1996, 151–152] identificou o livro de Regnault como a principal fonte deste capítulo.

Estas três teses e este livro são fontes muito parcelares, mas parecem marcar três fases duma evolução, consistente com o que terá sido a (mais ou menos lenta) criação duma estrutura de ensino de matemática quase a partir do zero:

1. Em 1706 vemos álgebra cossista pura, com a adopção de um livro clássico, mas com quase 100 anos.

2. Nos anos 1730 vemos o que parece ser genericamente a versão de [Schott 1661] e [Dechales 1674]: álgebra cossista como uma versão mais simples e introdutória, mas álgebra especiosa certamente também presente. De notar em ambas as teses o uso de mais do que uma fonte e numa a adaptação de problemas, o que sugere mais à-vontade do que a simples adopção de um livro.

3. Nos anos 1750 (pelo menos no caso de Inácio Monteiro) vemos álgebra especiosa pura e a recomendação de várias fontes, contemporâneas ou quase contemporâneas.

Mas há também características que se mantêm constantes ao longo desta evolução, consistentes com o maior relevo tradicionalmente dado pelos jesuítas à geometria euclidiana, mas neste caso português com um certo exagero:

1. A álgebra tem sempre um lugar secundário na organização da matemática: quer nas teses de 1734 e 1736 quer em [Monteyro 1754–56] a álgebra ocupa a última secção; na tese de 1706, que tem formato de poster em vez de livreto, a álgebra está no fundo da primeira coluna.

2. A álgebra aparece apenas como um método para resolver problemas numéricos — não é efectivamente aplicada a quantidades contínuas e muito menos à "grandeza em geral" (v. secção 3).

3. Uma consequência óbvia do ponto anterior é a ausência total da geometria analítica.

3 A "grandeza em geral" no ensino de engenharia militar

Encontram-se na Biblioteca Nacional quatro manuscritos que permitem afirmar que a álgebra, e em particular a álgebra especiosa, teve um lugar central no ensino matemático na Aula de Fortificação / Academia Militar da Corte, pelo menos nas décadas de 20 e 30 do séc. XVIII. A estes manuscritos podemos ainda juntar a Parte III ("Logica Analitica") de [Fortes 1744], cujo texto está relacionado com esses manuscritos e que é o mais antigo compêndio de álgebra especiosa publicado em português.

Três desses manuscritos (códices 6205[17], 5194[1] e 1861)[11] contêm essencialmente o mesmo texto[12]: uns *Elementos das Mathematicas ou Tractado da Grandeza em Geral*, versão portuguesa de [Lamy 1680]. O responsável por esta versão portuguesa é quase certamente Manuel de Azevedo Fortes[13] (1660–1749), engenheiro-mor do reino desde 1719 e lente (primeiro substituto e depois proprietário) na Aula de Fortificação desde 1696. Azevedo Fortes, embora nascido em Lisboa de mãe portuguesa, era provavelmente filho de um nobre francês, e foi educado em Espanha e França, sendo durante seis anos professor de filosofia na Universidade de Siena. Volta a Portugal já na casa dos trinta, seguindo uma brilhante carreira técnico-militar, chegando ao cargo de engenheiro-mor do reino e ao posto de sargento-mor de batalhas. Foi um dos primeiros sócios da Academia Real da História Portuguesa (1720). Publicou sobre cartografia, engenharia militar, filosofia e matemática e é um nome incontornável na história de qualquer destes assuntos no Portugal do século XVIII [Andrade 1950; Bernardo 2005; Fernandes 2006].

[11]Quando um códice inclui vários textos, estes são indicados por números sobrescritos à cota do códice. Assim, "códice 6205[17]" não é de facto um códice, mas sim o 17.º texto do códice 6205.

[12]No entanto, o texto do códice 6205[17] está truncado, terminando a meio duma proposição do livro 6.º. Haverá ainda diferenças textuais, mas aparentemente menores.

[13]Nenhum destes manuscritos indica claramente o autor da versão portuguesa. O que mais se aproxima de o fazer é o códice 5194 onde, no rosto do segundo texto (uma versão dos *Elementos de Euclides*) foi escrito por quem este texto foi ditado, em 1722. Mas esse nome e essa data foram rasurados e substituídos por José Sanches da Silva (lente na Aula de Fortificação) e 1739. No entanto, é quase certo que o nome original era o de Manuel de Azevedo Fortes, por comparação com um manuscrito da Biblioteca Pública de Évora, códice Manizola 258, que inclui o mesmo texto dos *Elementos de Euclides* e que indica no rosto "Autor Manoel de Azevedo Fortes Engenheiro Mor na era de 1724". O prólogo destes *Elementos de Euclides*, presente nos dois manuscritos, faz referência a um "tratado da grandeza em geral" dado anteriormente, o que mostra que os dois textos do códice BNP 5194 estão em sequência e que o códice BPE Manizola 258 é também continuação dos *Elementos de Mathematica* que estamos a examinar. Podemos ainda acrescentar, para fortalecer esta atribuição, que por essa altura Azevedo Fortes era o principal responsável pelo ensino da engenharia militar.

Os códices 6205^{17} e 1861 não estão datados, mas o códice 5194 (ou pelo menos o 5194^{2}) data de 1722 e foi reutilizado em 1739 (v. nota 13). Os códices 5194^{1} e 1861 trazem o subtítulo *Tractado da grandeza em geral*[14] (tradução do título da primeira edição de [Lamy 1680] e subtítulo das restantes) e é por esta expressão que o texto é referido quer no início do seu próprio "proemio" quer no pequeno prefácio aos *Elementos de Euclides* nos códices BNP 5194^{2} e BPE Manizola 258.

O quarto manuscrito, códice 5659, datado de 1732–34, tem um título ligeiramente diferente: *Elementos das Mathematicas, ou Principios Geraes de todas as Sciencias que tem por objecto a grandeza em geral.* Foi escrito por Elias Sebastião Poppe, aluno da Academia Militar, quando o professor era Filipe Rodrigues de Oliveira (1700–?), substituto de Azevedo Fortes. Também Barbosa Machado [1741–59, IV, 123] atribui a Filipe Rodrigues de Oliveira um manuscrito com este título. Este manuscrito foi já estudado por Dulcyene Ribeiro [2009, cap. 6].

Como já foi dito, tratam-se de versões de [Lamy 1680], um compêndio muito popular de aritmética e álgebra, actualizado e ampliado pelo autor três vezes até 1715 e com várias reedições até 1765. O seu autor, Bernard Lamy (1640–1715), era um padre oratoriano francês, cartesiano, com ligações quer a Malebranche quer ao grupo de Port Royal; além de [1680], escreveu uns *Élémens de géométrie* [1685] seguindo a "ordem natural" cartesiana do simples para o complexo, um tratado de mecânica, e outras obras de filosofia, estudos bíblicos e moral [Girbal 1964]. [Lamy 1680] insere-se claramente numa tradição cartesiana (mais dos cartesianos do que do próprio Descartes) de promoção da *mathesis universalis*, ciência da grandeza em geral (quer contínua quer discreta), como introdução a todas as matemáticas; e de identificação desta ciência da grandeza em geral com a álgebra especiosa. Quer o "Proemio" comum aos códices 6205^{17}, 5194^{1} e 1861 quer o "Prologo" do códice 5659, traduzindo uma passagem do prefácio de [Lamy 1680], explicam que os *Elementos de Geometria* de Euclides são menos próprios para servir como introdução à matemática, por tratarem apenas de uma espécie particular de grandeza — os corpos — que, ainda para mais, sugerem imagens corpóreas: "é muito importante aos que principiam o estudo das Matemáticas o acostumarem-se a fazer uso do entendimento puro sem intervenção dos sentidos, ou da imaginação, que são causa de muitos erros". Neste esquema, que como vimos esteve em vigor na Aula de Fortificação / Academia Militar pelo menos nas décadas de 1720 e 1730, a geometria (especulativa e prática) era naturalmente ensinada, mas apenas depois desta introdução algébrica à matemática.

A principal base para as versões portuguesas parece ser a segunda edição,

[14]O mesmo deveria acontecer no códice 6205^{17}, mas o título foi abreviado para *Elementos das Mathematic* [sic].

datada de 1689, na qual o compêndio de Lamy está dividido em sete "livros". O livro 1.º, depois de algumas considerações introdutórias sobre a grandeza em geral, grandezas contínuas e grandezas discretas, etc., explica as quatro operações aritméticas, primeiro em grandezas notadas com números e depois em grandezas notadas com letras; segundo Lamy, é a esta aritmética com letras que se chama "álgebra". O livro 2.º trata de potências, extracção de raízes e "combinações e mudanças de ordem" (isto é, arranjos e permutações). Os livros 3.º e 4.º tratam de razões, proporções e progressões. O livro 5.º trata de fracções ("quebrados" nas versões portuguesas) e operações aritméticas sobre fracções e razões. O livro 6.º trata das grandezas incomensuráveis. Finalmente, o livro 7.º é sobre o "método de resolver uma questão, ou problema" — depois de falar dos métodos sintético e analítico, segue a análise, explicando como encontrar equações para resolver problemas e como resolvê-las (1.º e 2.º graus).

A terceira edição (1704) teve alterações importantes. O livro 7.º foi ampliado, passando a incluir fórmulas para as equações do 2.º grau (na segunda edição eram resolvidas por redução a proporções) e resoluções das de 3.º e 4.º graus.[15] E foi acrescentado um 8.º livro, intitulado "Suplemento", com quatro pequenos "tratados": o primeiro sobre algumas propriedades das progressões dos números naturais e dos números ímpares e uma introdução à aritmética dos infinitos (indivisíveis); o segundo com propriedades do triângulo de Pascal e uma introdução aos logaritmos; o terceiro sobre a proporção harmónica; e o quarto sobre "combinações e mudanças de ordem" (versão ampliada do que na segunda edição era a última secção do livro 2.º). A quarta edição manteve a estrutura da terceira.

Curiosamente, as versões manuscritas portuguesas misturam a segunda e a terceira edições francesas[16]: os livros 1.º a 6.º seguem a segunda edição francesa; mas o livro 7.º segue a terceira edição (indo portanto até à resolução das "igualações" dos 3.º e 4.º graus); no fim dos códices 5194[1] e 1861 surge ainda um apêndice que não é mais do que uma adaptação do livro 8.º, com a ordem invertida (primeiro as "combinações", depois a proporção harmónica, a seguir os logaritmos e finalmente as progressões dos números naturais e ímpares e a aritmética dos infinitos) e omitindo algumas passagens (como o que já tinha sido visto sobre "combinações" no livro 2.º e que se aparecesse aqui resultaria em duplicação). O códice 5659 omite este apêndice e introduz pequenas modificações no resto do texto; é mais provável que se trate de uma adaptação da

[15] Embora a resolução das do 4.º grau esteja errada: pressupõe que é sempre possível eliminar o segundo e o quarto termos, reduzindo a equação a uma do 2.º grau no quadrado da variável.

[16] O códice 6205[17] tem de ficar à parte desta observação, por o texto estar incompleto, terminando a meio da proposição 14 do livro 6.º.

versão de Azevedo Fortes feita por Filipe Rodrigues de Oliveira, do que de outra versão a partir das edições francesas. Mas um estudo comparativo detalhado dos quatro manuscritos ainda está por fazer.

De qualquer forma, a origem mista dos textos sugere que a primeira versão portuguesa tenha sido feita exclusivamente a partir da segunda edição francesa, em data anterior a 1722 (possivelmente em data próxima do início da docência de Azevedo Fortes em 1696; ou da sua passagem a lente proprietário, antes de 1710). Mais tarde, tendo acesso à terceira ou quarta edição, Fortes terá modificado o livro 7.º e acrescentado o apêndice. A ter sido assim, durante trinta ou quarenta anos os engenheiros militares portugueses terão tido uma introdução algébrica e cartesiana à matemática, baseada em Bernard Lamy.

Um dado contraditório: os códices BNP 5194 e BPE Manizola 258 mostram que a esta introdução tão algébrica à matemática seguia-se uma versão dos *Elementos* de Euclides — geometria sintética, sem aplicação da álgebra. Compare-se com a geometria de Lamy [1685], que inclui quatro "livros" de geometria sintética e um quinto, "Do Método", aplicando a álgebra à geometria — e ainda, a partir da 4.ª edição, um apêndice onde as secções cónicas são estudadas sinteticamente e analiticamente.

Falta referir a parte III (e última) de [Fortes 1744], intitulada "Logica Analitica", que é ainda uma versão do "tratado da grandeza em geral", mais livre e parcial: algumas passagens são resumidas, outras desaparecem; por exemplo, a resolução das "igualaçoens" de grau superior a 1 desaparece, embora a passagem sobre extracção de raízes seja aumentada com o completamento do quadrado, permitindo resolver as de 2.ª grau (incompletamente, devido à não consideração de raízes negativas); no apêndice desaparecem os logaritmos, as progressões de números e a aritmética dos infinitos, mas aparecem questões mais "filosóficas" (o ângulo de contingência e se a unidade é número).

Uma questão sem resposta é o porquê de a "Logica Analitica" aparecer depois da "Logica Geometrica" (parte II de [Fortes 1744], versão de [Lamy 1685]), invertendo a ordem que vimos ser seguida no ensino militar nas décadas de 1720 e 1730. Teria Azevedo Fortes mudado de opinião? Teria a ordem seguida no ensino militar também mudado? Ou a mudança deve-se apenas a este ser um livro de Lógica, e não um curso de matemática?

Há ainda a possibilidade (meramente conjectural) de a "Logica Geometrica" ter alguma correspondência com o ensino militar na década de 1740 — isto é, de os *Elementos* de Euclides terem sido substituídos por uma versão portuguesa de [Lamy 1685]. Se isso tiver acontecido, é natural que alguma geometria analítica tenha passado a ser ensinada: a "Logica Geometrica" em [Fortes 1744], embora omita o capítulo sobre o "Método" (possivelmente devido a alguma sobreposição com a “Logica Analitica”), inclui parcialmente o apêndice sobre secções cónicas — quase sem geometria analítica (talvez por vir antes da álgebra), mas pelo menos com as igualações $ax - xx = yy$ “que exprime a natureza do circulo” e $ax = yy$ relativa à parábola; é possível que na Academia Militar se fosse mais longe, como se ia na álgebra.

4 Três tradições distintas e paralelas

As três tradições que analisámos são distintas em diversos aspectos. O mais óbvio é a total ausência de álgebra especiosa em [Pereyra 1713], a sua progressiva assimilação entre os jesuítas e a sua exclusividade no ensino militar (pelo menos a partir de 1720). Mas uma diferença mais profunda reside nos diferentes papéis atribuídos à álgebra: uma regra para resolver problemas numéricos em [Pereyra 1713]; nos colégios jesuítas potencialmente mais do que isso, mas na realidade não desenvolvendo esse potencial e mantendo um lugar secundário; e um papel fundamental como base da matemática para os engenheiros militares.

Convém observar que [Pereyra 1713] se afasta dos jesuítas e dos militares pelos diferentes objectivos e audiência, tendo em vista profissionais que necessitavam de aritmética prática, como mercadores e contabilistas. O ensino de engenharia militar e os cursos avançados de matemática nos colégios jesuítas tinham objectivos mais próximos — a formação de elites técnicas. Mas outras características afastavam estas instituições, como o facto de estes cursos jesuítas não serem autónomos de uma organização educativa onde a matemática não tinha o prestígio da filosofia e muito menos da teologia (embora também Azevedo Fortes tivesse de se insurgir contra o menosprezo pelos engenheiros entre os militares); ou a falta de continuidade no corpo docente matemático jesuíta [Baldini 2004, 360–362], que contrasta com a prolongada docência e presença tutelar de Azevedo Fortes. E, afinal, as diferenças entre os jesuítas e os militares parecem resultar em boa parte de posicionamentos filosóficos: os jesuítas apegados a uma matemática clássica, os militares influenciados por um engenheiro-mor notoriamente cartesiano.

Referências

Impressos

António Alberto Banha de ANDRADE, 1950. “Manuel de Azevedo Fortes, primeiro sequaz, por escrito, das teses fundamentais cartesianas em Portugal”, *Actas do XIII Congresso da Associação Portuguesa para o Progresso das Ciências*, VIII, Lisboa, 255-263; reimpr. em A. A. Banha de Andrade, *Contributos para a história da mentalidade pedagógica portuguesa*, Lisboa, 1982, 191-226.

Ugo BALDINI, 2004. "The teaching of mathematics in the Jesuit colleges of Portugal, from 1640 to Pombal", em Luís Saraiva e Henrique Leitão (eds.), *The Practice of Mathematics in Portugal*, Coimbra: Imprensa da Universidade, 293–465.

Luís Manuel A. V. BERNARDO, 2005. *O Projecto Cultural de Manuel de Azevedo Fortes*, Lisboa: INCM.

Tobias BEUTEL, 1663. *Neu auffgelegte Arithmetica, Oder sehr nützliche und schöne Rechen-Kunst*, Leipzig: Scheibe; várias reedições, com ligeiras variantes no título, até 1735.

Christophorus CLAVIUS, 1608. *Algebra*, Roma: Bartholomaeum Zannettum.

Claude François Milliet DECHALES, 1674. *Cursus seu mundus mathematicus*, 3 vols., Lyon: Anisson; 2.ª ed. editada por A. Varcin, 4 vols., Lyon: Anisson, Posuel & Rigaud, 1690.

António Leal DUARTE, 2010. "A note on mathematics in the eighteenth century Portugal", em Assis Azevedo, M. Elfrida Ralha e Lisa Santos (eds.), *Research Seminar on History and Epistemology of Mathematics: Proceedings*, Braga: CMAT, 39–44.

Mário Gonçalves FERNANDES (coord.), 2006. *Manuel de Azevedo Fortes (1660–1749) Cartografia, Cultura e Urbanismo*, Porto: GEDES, Dep. Geografia da Faculdade de Letras da Univ. Porto.

Giuseppe Maria FIGATELLI, 1664. *Ristretto aritmetico*, Modana: A. Cassiani; várias reedições, com o título *Trattato aritmetico*, em Veneza e Bolonha, até 1797.

Manuel de Azevedo FORTES, 1744. *Logica Racional, Geometrica, e Analitica*, Lisboa: Jozé Antonio Plates.

Francisco Xavier GARCIA, 1733. *Arithmetica Especulativa, y Practica, y Arte Mayor, o Algebra*, Zaragoza: Imprenta Real de Luis de Cueto.

François GIRBAL, 1964. *Bernard Lamy (1640-1715): étude biographique et bibliographique*, Paris: Presses universitaires de France.

Tirso GONZÁLEZ, 1692. "Ordinatio ad suscitandum fovendumque in Provincia Lusitaniae studium Mathematicae", transcr. em Luís Saraiva e Henrique Leitão (eds.), *The Practice of Mathematics in Portugal*, Coimbra: Imprensa da Universidade, 648–664; trad. port., 704–723.

Bernard LAMY, 1680. *Traité de la grandeur en général*, Paris: A. Pralard; reedições com o título *Élémens des mathématiques, ou Traité de la grandeur en général*, 1689, 1704, 1715 (mais algumas reimpressões, desde 1692, e edições póstumas até 1765).

Bernard LAMY, 1685. *Les élémens de géométrie, ou de la mesure du corps*, Paris: A. Pralard; 4.ª ed. com o título *Les élémens de géométrie, ou de la mesure de l'étendue*, Paris: F. De Laulne, 1710 (outras edições e reimpressões até 1758).

François LE GENDRE, 1648. *L'Arithmetique en sa Perfection*. Paris: ed. autor; pelo menos 20 reedições, até 1812.

Diogo Barbosa MACHADO, 1741–59. *Bibliotheca Lusitana*, 4 vols., Lisboa Ocidental: Antonio Isidoro da Fonseca, 1741, Lisboa: Ignacio Rodrigues, 1747, 1752, Lisboa: Francisco Luiz Ameno, 1759.

Ignacio MONTEYRO, 1754–56. *Compendio dos Elementos de Mathematica*, 2 vols., Coimbra: Real Collegio das Artes da Companhia de Jesu.

Pedro NUNES, 1567. *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria*, Antuérpia: herdeiros de Arnold Birckman.

Antonio PEREYRA, 1713. *Tratado de Arithmetica, & Algebra*, Lisboa: Jozé Lopes Ferreira; 2.ª ed. (nome do autor escrito PEREIRA), Lisboa: Antonio Vicente da Silva, 1760.

Juan PÉREZ DE MOYA, 1562. *Arithmetica Practica, y Speculativa*, Salamanca: Mathias Gast; muitas edições posteriores, até 1798.

Andrés PUIG, 1672. *Arithmetica Especulativa, y Practica, y Arte de Algebra*, Barcelona: Antonio Lacavalleria; 2.ª ed. [?, diz ser a 4.ª impr.], Barcelona: Joseph Giralt, 1715; 3.ª ed. [*sic*], Barcelona: Juan Jolis, 1745.

Karin REICH, 1994. "The 'Coss' tradition in algebra", em Ivor Grattan-Guinness (ed.), *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*, London and New York: Routledge; reimpr., Baltimore and London: The Johns Hopkins University Press, 2003, vol. I, 192–199.

Dulcyene Maria RIBEIRO, 2009. *A formação dos engenheiros militares: Azevedo Fortes, Matemática e ensino da Engenharia Militar no século XVIII em Portugal e no Brasil*, tese de doutoramento em Educação, Universidade de São Paulo.

Ana Isabel ROSENDO, 1996. *Inácio Monteiro e o Ensino da Matemática em Portugal no Século XVIII*, Coimbra: DMUC/CMUC, 1998 (publicação de uma dissertação de mestrado apresentada em 1996).

Gaspar SCHOTT, 1661. *Cursus Mathematicus*, Würzburg: herdeiros de J. G. Schönwetter; 2.ª ed., 1674; 3.ª ed., 1677.

Lúcio Craveiro da SILVA, 2001. "Um jesuíta no contexto das Luzes: Inácio Monteiro (1724–1812)", em Pedro Calafate (dir.), *História do Pensamento Filosófico Português*, vol. 3, Lisboa: Caminho, 177–194.

Thomas Vicente TOSCA, 1709. *Compendio Mathematico*, Valencia: Antonio Bordazer; 2.ª ed., Madrid: Antonio Marin, 1727; 3.ª ed., Valencia: Joseph Garcia, 1757.

VÁRIOS AUTORES (S. J.), 1695–1743. *Dissertações académicas sobre matemática e astronomia*, Biblioteca Central da Marinha (Lisboa), cota RBa5-06-01/41.

Manuscritos

Biblioteca Nacional de Portugal, Cod 1861. *Elementos das Mathematicas ou Tractado da grandeza em geral*, s/d.

Biblioteca Nacional de Portugal, Cod 5194. [1] *Elementos das Mathematicas ou Tractado da Grandeza em Geral*, s/d [1722?]; [2] *Elementos de Euclides ou Tractado de Geometria Elementar*, 1722.

Biblioteca Nacional de Portugal, Cod 5659. Elias Sebastião Poppe, *Elementos das Mathematicas, ou Principios Geraes de todas as Sciencias que tem por objecto a grand[ez]a em geral*, 1732–1734.

Biblioteca Nacional de Portugal, Cod 6205[17]. João Thomas Correa de Britto (cop.), *Elementos das Mathematic[as]*, s/d.

Biblioteca Pública de Évora, Cod Manizola 258. Manoel de Azevedo Fortes, *Geometria Espiculativa; Trigonometria Espherica; Modo de Riscar e Dar Aguadas nas Plantas Melitares*, 1724.

Os *Principios Mathematicos* de Anastácio da Cunha: Notícias russas no século XIX

Maria Elfrida Ralha, Maria Fernanda Estrada
CMAT, Universidade do Minho
eralha@math.uminho.pt
festrada@math.uminho.pt

Resumo: Os *Principios Mathematicos* de Anastácio da Cunha, graças à tradução francesa feita por João Manuel d'Abreu, mereceram reconhecimento internacional. Alvo de três recensões publicadas logo a seguir à primeira edição francesa (1811): uma em França, uma na Alemanha e outra no Reino Unido, foi igualmente apreciada em Itália, aquando da reedição, em 1816.

Já na década de 70, do século XX, Youschkevitch publicaria dois artigos que reavivaram a atenção dos investigadores para estes *Principes Mathématiques*. Tais estudos foram também um ponto de partida para a presente investigação onde analisámos o interesse de outro matemático russo, Ivan Timchenko, que, quase um século antes de Youschkevitch, já se havia interessado pelo trabalho do matemático português.

Neste artigo apresentamos uma resenha do desenvolvimento histórico que Timchenko publicou em 1899, incluído em "Fundamentos da teoria das funções analíticas", e daí retiramos a apreciação relativa à obra de Anastácio da Cunha.

Abstract: The treatise *Principios Mathematicos* by Anastácio da Cunha, through its French translation, gained international appreciation, especially after the French version, due to João Manuel d'Abreu, was first published in 1811. This prompted an immediate favourable reaction in France, in Germany and also in the United Kingdom with the edition of 1816 generating yet a fourth appreciation, in Italy.

In the 1970s Youschkevitch published two articles which revived interest in Da Cunha's *Principes Mathématiques*. This work initiated the present research relating to the work of Russian mathematician, Ivan Timchenko, who had studied the *Principes Mathématiques*, almost a century before.

In this article we present a brief summary of Timchenko's historical development on the "Foundations of the theory of analytical functions", published

---

O presente trabalho foi desenvolvido no âmbito do projeto MAT^2 MATemática×MATeus e foi parcialmente financiado pelo CMAT — Centro de Matemática da Universidade do Minho, através de fundos do FEDER pelo Programa Operacional Fatores de Competitividade — COMPETE e pela FCT — Fundação para a Ciência e a Tecnologia, Projeto Est-C/MAT/UI0013/2011.

in 1899, with special reference to the appreciation made by him to Da Cunha's work.

Principios Mathematicos: quatro recensões desencadeadas pela tradução francesa

Em 1811 publicou-se em Bordéus, a tradução francesa dos *Principios Matemáticos* de José Anastácio da Cunha sob o título de *Principes Mathématiques de Feu Joseph-Anastase da Cunha (traduits littéralement du Portugais par J. M. D' Abreu)* [da Cunha 1811]. Esta tradução, da autoria do discípulo e amigo João Manuel d'Abreu, haveria de merecer, quase de imediato, três recensões há muito identificadas. Em 1816 teve lugar uma pretensa 2.ª edição da obra, publicada em Paris, mas que se supõe ter sido feita a partir das sobras da edição de Bordéus, que desencadearia uma 4.ª recensão.

Uma primeira apreciação dos *Principes Mathématiques* foi feita em francês e publicada no Moniteur Universel de 8 de Agosto de 1811 (Rodrigues [1811]); assinou-a, o igualmente discípulo e amigo de Anastácio da Cunha, Anastácio Joaquim Rodrigues. Nas *Göttingische gelehrte Anzeigen*, em 14 de Novembro de 1811 (Autor Desconhecido [1811]), publicou-se uma segunda recensão, desta vez em alemão, de autor desconhecido e que haveria de merecer um comentário crítico do próprio Gauss. Gauss demarcou-se do recensor alemão e elogiou a definição de exponencial/logaritmo dada por José Anastácio da Cunha. Uma terceira recensão, em inglês, atribuída a John Playfair foi publicada no *Edinburgh Review*, em Novembro de 1812 (Playfair [1812]). Recentemente encontrou-se (Domingues [2010]) uma quarta recensão, desta vez italiana, de 1816 e atribuída a Vicenzo Brunacci (Brunacci [1816]).

Sobre os méritos científicos da obra de Anastácio da Cunha não nos restam dúvidas, bem como temos esclarecido o objectivo da divulgação dos seus *Principios Mathematicos* no estrangeiro. Tratou-se de um plano arquitectado por um grupo de discípulos/amigos que admiravam o trabalho do mestre e que, dedicados, tentavam que este fosse publicado e divulgado, particularmente num país culto como a França, na esperança de que aí lhe seria feita a justiça e o louvor que Portugal lhe negara.

O que nos propomos apresentar, neste artigo, é mais uma repercussão, internacional, dos *Principios Mathematicos*. Desta vez, o eco da edição francesa encontramo-lo na Rússia, já em finais do século XIX, e o seu autor é Ivan Yurievich Timchenko. A ligação entre Anastácio da Cunha e o matemático russo, que nasceu quase 100 anos após a sua morte, fora já relatada por Youschkevitch em 1973 (Youschkevitch [1973, 4]) e haveria de ser reforçada em 1978 (Youschkevitch [1978, 332]) mas o nosso estudo foi sendo adiado, principalmente, por motivos da dificuldade do acesso à obra de Timchenko e da leitura/tradução da língua russa.

I. Y. Timchenko e a sua história dos *Fundamentos da Teoria das Funções Analíticas*

O matemático e historiador I. Y. Timchenko (1863–1939)[1] formou-se em 1885, na Faculdade de Física e Matemática da Universidade de Novorossiysk (Odessa: então Rússia e atualmente Ucrânia) e, embora tenha começado por se interessar pela Astronomia, haveria de se deixar influenciar por I. Sleshinsky[2] e enveredar pelo estudo das funções analíticas, área onde Weierstrass exercia uma enorme influência — através quer das suas aulas, quer de alguns trabalhos publicados — e onde têm merecido especial destaque, desde então, as investigações conduzidas por matemáticos russos. O próprio Sleshinsky, professor e mentor do trabalho de Timchenko que aqui analisamos, tinha também iniciado a sua formação na Universidade de Odessa mas obteve o seu doutoramento, em 1882, em Berlim; foi aluno de Weierstrass e importa-nos recordar uma coincidência temporal: durante a permanência de Sleshinsky na Alemanha, mais precisamente em 1880, publicou-se a correspondência trocada entre Gauss e Bessel [Gauss 1880]. Nesse volume epistolar encontramos o registo da opinião de Gauss sobre Anastácio da Cunha, já anteriormente por nós referido. De facto, na carta que enviou a Bessel em 21 de Novembro de 1811, Gauss escreveu:

> (...) todos os paradoxos que alguns matemáticos notam nos logaritmos desaparecem quando não se parte da definição usual (...) [e] fico satisfeito por constatar que o português Cunha escolheu de facto esta [boa] definição (...)

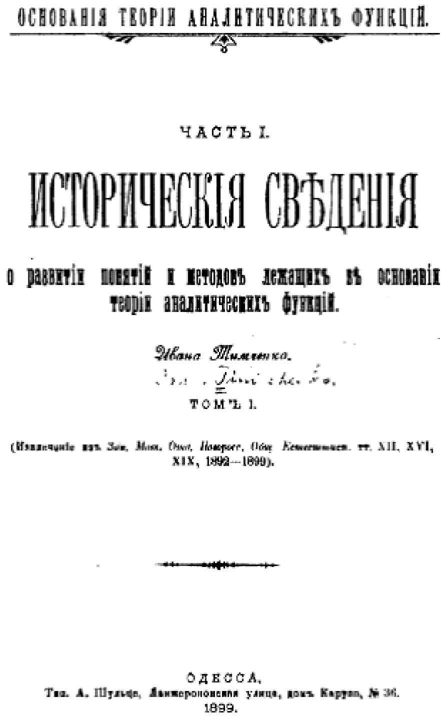
Parece-nos assim natural admitir que Sleshinsky leu, nessa mesma altura, esta publicação epistolar entre Gauss e Bessel e pode ser plausível a ideia de que, ao deparar-se com esta missiva, tenha sentido curiosidade em conhecer a obra do português que prendera a atenção do próprio Gauss. Desta forma, Sleshinsky teria conhecido os *Principes Mathématiques* de Anastácio da Cunha dos quais, depois, de volta a Odessa, falaria a Timchenko. Por outro lado,

[1]Dados biográficos sobre Timchenko podem ser consultados em Autor Desconhecido [2014].

[2]Dados biográficos sobre Sleshinsky podem, por exemplo, ser consultados em Seneta [1984, 33–77].

sabemos também que, na sua investigação, Timchenko consultou exaustivamente muitos arquivos e, em particular, os da biblioteca da Sorbonne de onde poderia, igualmente, ter obtido os *Principes Mathématiques*.

O resultado da extensa investigação histórica desenvolvida por Timchenko publicar-se-ia num livro [Timchenko 1899] — *Os Fundamentos da Teoria das Funções Analíticas* —, que nos oferece um relato muitíssimo bem articulado (sobre o desenvolvimento dos conceitos e dos métodos), composto por 685 páginas e publicado em 1899.



ОСНОВАНІЯ ТЕОРІИ АНАЛИТИЧЕСКИХЪ ФУНКЦІЙ.

ЧАСТЬ I.

ИСТОРИЧЕСКІЯ СВѢДЕНІЯ

о развитіи понятій и методовъ лежащихъ въ основаніи теоріи аналитическихъ функцій.

Ивана Тимченко.

ТОМЪ I.

(Извлеченіе изъ Зап. Мат. Отд. Новоросс. Общ. Естествоисп. тт. XII, XVI, XIX, 1892—1899).

ОДЕССА.
Тип. А. Шульце, Ланжероновская улица, домъ Карузо, № 36.
1899.

Figura 1: *Os Fundamentos da Teoria das Funções Analíticas*, I — Folha de Rosto

Trata-se de um primeiro volume — tal como fica patente neste frontespício — mas a verdade é que, embora tenhamos procurado, não nos foi possível encontrar qualquer outro volume; duvidamos, inclusive, que, apesar da intenção, algum outro volume tivesse, na prática, chegado a ser publicado. Todavia, como a pesquisa das autoras se prendia, de resto, com a matéria publicada neste mesmo livro, este foi o texto onde concentrámos a nossa atenção. Na verdade o texto em análise começou por ser publicado, entre 1892 e

1896, parcelarmente, nas *Zapiski Matematitcheskogo Otdeleniya Novorossijskogo Obschestva Estestvoispytatelej*[3]. No exemplar que consultámos, percebem-se ainda os vestígios destas duas publicações, nomeadamente, na duplicação da numeração das páginas: uma referente à paginação inicial, em 3 números (XII, XVI e XIX) do jornal russo, e que se reinicia para cada um destes tomos, e outra, formatada em contínuo, relativa ao livro de 1899.

Características da obra de Timchenko

Timchenko adverte, ainda no prefácio do livro, que "examina-se a história da Análise Matemática (principalmente no que diz respeito à moderna teoria das funções)"e aqui destaca, em jeito de atualidade (à época, entenda-se), o papel de Weierstrass sobre quem escreve:

> (...) recentemente fundada, a teoria das funções analíticas sofreu um tratamento completamente novo no maravilhoso trabalho de Weierstrass. Em 1880, o famoso matemático de Berlim publicou nas memórias da Academia das Ciências de Berlim, umas Notas Científicas *), com o título: "Para a teoria das funções".

De resto, com este esclarecimento, Timchenko inaugurava uma forma de referenciar a sua bibliografia com os dados detalhados nas abundantes notas de rodapé que encontramos em toda a obra; no presente caso podemos ler:

*) *Zur Functionenlehre* (Monatsbericht der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin vom August 1880; см. также: *Abhandlungen aus der Functionenlehre* von *Karl Weierstrass* Berlin 1886 p. 69, или Bulletin des Sciences mathématiques, 2-e séric t. V, 1881, гдѣ эта статья помѣщена во французскомъ переводѣ *J. Tannery* подъ заглавіемъ: Remarqnes sur quelques points de la théorie des fonctions analytiques.

Figura 2: Primeira nota de rodapé, na obra de Timchenko

> Traduzindo:
>
> *) Zur Functionenlehre (Monatebericht der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin vom August 1880); e Abhandlugen aus der Functionenlehre von Karl Weierstrass Berlin 1886 p. 69, no Bulletin des Sciences Mathématiques 2.ª série t. V, 1881, onde este artigo aparece numa tradução em francês de J. Tannery com o título: "Remarques sur quelques points de la théorie des fonctions analytiques".

[3]Tradução: "Apontamentos do Ramo Matemático da Sociedade de Experimentalistas de Ciências Naturais ".

No exemplar que as autoras consultaram, a investigação histórica de Timchenko é-nos apresentada cronologicamente dividida em oito capítulos — que vão desde Tales (600 a. C.) até ao início do século XIX[4] — compostos por secções (e estas por subsecções), rica e amplamente anotadas e avaliadas, com citações precisas das fontes primárias consultadas e registos bio e bibliográficos diversificados e, tanto quanto nos foi possível perceber, exaustivos dos obras/autores referidos.

Os cinco primeiros capítulos (entre as páginas 40 e 132) percorrem as obras emblemáticas da Grécia (com Euclides a merecer, naturalmente, um destaque especial) e vão até à emergência da geometria analítica (com Descartes) incluindo, no capítulo 5.º, um relato sobre a invenção dos logaritmos. Surpreende, em particular, a versatilidade linguística de Timchenko que complementa os seus registos com livros e artigos escritos nas línguas francesa, inglesa ou alemã mas também em grego e em latim.

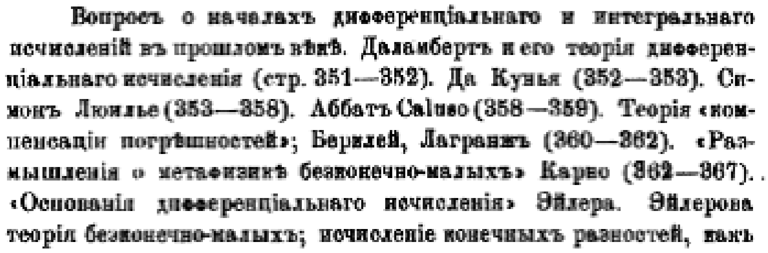
Nos dois capítulos seguintes (pp. 133–256), Timchenko detém-se nas obras/autores matemáticos dos primórdios da, denominada, Análise Infinitesimal com Newton e Leibniz a ocuparem, naturalmente também, uma parte substancial destes capítulos. E estes foram, tanto quanto se percebe da anteriormente reportada dupla numeração das páginas do livro, os temas abordados por Timchenko no tomo XII do jornal russo.

O capítulo oitavo, na obra de Timchenko

O oitavo e último capítulo, essencialmente sobre o século XVIII, é o mais extenso na obra (desde a página 257 até à 655), e foi publicado nos dois outros tomos (XVI e XIX) do jornal. Inicia-se com uma secção sobre "A emergência de uma nova Análise; Leonard Euler", que justifica plenamente a advertência, já plasmada no prefácio, de que Timchenko colocaria a sua ênfase na "moderna teoria das funções" e onde se destaca, com inegável justiça, a obra de Euler. Depois, até à página 471, o autor mantém a estrutura seccionada que vinha seguindo nos outros capítulos, com evidências do seu trabalho na colecção e na selecção da literatura do tema, bem como abundantes citações das obras mas o texto é aqui, compreensivelmente, muito mais extenso: analisam-se os trabalhos de Lagrange (sobre a teoria das funções analíticas), discute-se o conceito de função, a história das séries, os conceitos de diferencial (e integral) e nesta primeira parte do capítulo oitavo surge, pela primeira vez, uma secção

[4] A última data detectada foi 1825, a partir da página 578 da obra, e reporta-se a um trabalho de Cauchy, nomeadamente, "Mémoire sur les intégrales définies, prises entre deux limites imaginaires", publicada em Paris em Agosto.

que contém uma referência aos *Principes Mathématiques* de Anastácio da Cunha, mais precisamente ao seu Livro XV (sobre o conceito de diferencial). No índice podemos ler:



Вопросъ о началахъ дифференціальнаго и интегральнаго исчисленій въ прошломъ вѣкѣ. Даламбертъ и его теорія дифференціальнаго исчисленія (стр. 351—352). Да Кунья (352—353). Симонъ Люилье (353—358). Аббатъ Caluso (358—359). Теорія «компенсаціи погрѣшностей»; Берклей, Лагранжъ (360—362). «Размышленія о метафизикѣ безконечно-малыхъ» Карно (362—367). «Основанія дифференціальнаго исчисленія» Эйлера. Эйлерова теорія безконечно-малыхъ; исчисленіе конечныхъ разностей, какъ

Figura 3: Extrato da primeira referência a Da Cunha

Tradução, com negritos da responsabilidade das autoras:

> **Questões sobre as origens do cálculo diferencial e integral no último século**. D'Alembert e a sua teoria do cálculo diferencial (351–352). **Da Cunha (352–353)**. Simon L'Huillier (353–358). Abbé Caluso (358–359). Teoria "Compensação dos erros"; Berkeley, Lagrange (360–362). "Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal" Carnot (362–367). "Fundamentos do Cálculo Diferencial" em Euler. A teoria Euleriana dos infinitésimos;...

Ainda no mesmo capítulo oitavo, mas entre as páginas 473 — início do texto publicado no tomo XIX do jornal russo — e 609, Timchenko introduz duas partições diferentes (assinaladas em itálico, no índice da sua obra) e que traduzem, em nosso entender, uma nova metodologia na sua exposição. Estes novos conjuntos são ainda compostos por secções mas o estilo, agora, é menos linear: parece uma espécie de conclusão da sua revisão histórica das funções analíticas e aqui o autor aprofunda e reflecte mais claramente as suas convicções mostrando de forma inequívoca, em nossa opinião, a sua originalidade e o seu grande talento. Timchenko debate, então, a natureza das funções arbitrárias, relacionadas com o problema da corda vibrante, aborda o problema dos logaritmos dos números negativos e analisa trabalhos de Lagrange, de Euler, de Laplace, de Poisson ou de Cauchy. Termina com a apresentação do desenvolvimento da teoria dos números imaginários/complexos.

Timchenko denomina, no índice, o primeiro dos conjuntos referidos (pp. 473–609) por "História de questões especiais cujo estudo contribuiu para a explicação e o desenvolvimento dos princípios básicos da teoria das funções". Embora mantendo uma estrutura seccionada, a evolução da matemática/funções não é, neste ponto, directa, nem no tempo, nem na forma e a narração parece-nos, por isso, ainda mais apelativa. Aqui Timchenko reporta os sucessos mas também as desventuras, os avanços bem como os recuos, as parcerias e os confrontos, a teoria e a prática incluindo, por exemplo, secções sobre "o problema da corda vibrante", as "opiniões erróneas de Euler", as "objecções de d'Argobast, d'Alembert e outros", a "atitude crítica de matemáticos", os "paradoxos geométricos de Johann Bernoulli e d'Alembert", o "problema da construção de mapas geográficos", ou as "limitações da teoria dos integrais de Cauchy", etc.

Finalmente, na última parte do oitavo capítulo, encontramos (entre as páginas 609 e 655) o segundo conjunto de secções, assinalado no prefácio por "Alguns aspectos da história do desenvolvimento de conceitos matemáticos básicos na época de Euler e Lagrange". Na primeira secção deste conjunto de páginas Timchenko aborda a "falta de originalidade em conceitos matemáticos elementares entre matemáticos no princípio do período considerado: inconsistências nestes conceitos"; critica, por exemplo, as deficiências de exposição na *Álgebra* de Euler, e termina com a "essência da Análise Matemática". E, a seguir, apresenta uma secção com um destaque particular, o segundo em toda a obra, que nos apraz registar porquanto se referem, novamente, os *Principes Mathématiques* de Anastácio da Cunha. Podemos, aí, ler:

Новое направленіе въ исторіи математики. Подъемъ интереса къ геометріи древнихъ. Стремленія къ болѣе строгой постановкѣ основъ математики. «Начала Математики» Да Куньи; ихъ содержаніе и характерныя особенности ихъ изложенія (632—636). Развитіе теоріи мнимыхъ величинъ въ XVIII-мъ вѣкѣ.

Figura 4: Extrato da segunda referência a Da Cunha

Tradução, com negritos da responsabilidade das autoras:

Uma nova tendência na História das Matemáticas. Início do interesse pela geometria antiga. **Procura de uma formulação mais rigorosa dos fundamentos da matemática, "*Principios Matemáticos*" [de] Da Cunha; o seu conteúdo e características da sua exposição** (632–636). . . .

Os relatos de Timchenko sobre os *Principios Mathematicos* de Da Cunha

Como já mostrámos, Timchenko refere-se por duas vezes, na sua obra, aos *Principios Mathematicos* (na edição francesa, entenda-se) de Anastácio da Cunha. De seguida exporemos e comentaremos, com algum detalhe, o que Timchenko afirma em cada um desses relatos.

Relato 1

Na página 352 podemos ler (tradução, com negritos da responsabilidade das autoras):

> (p. 352, § 2.) O matemático português Da Cunha, seguindo os mesmos princípios que d'Alembert, **já dá uma definição precisa e formal de diferencial**, na sua obra Princípios Matemáticos, publicada em 1787 (Vd.*)[5]. Preservando, tal como d'Alembert, as notações de Leibniz, Da Cunha conserva, todavia, a terminologia de Newton chamando fluxões aos diferenciais e fluentes aos integrais. Passo a expor algumas definições interessantes do livro XV destes *Princípios.*

As notas de rodapé introduzidas por Timchenko oferecem ao leitor mais do que indicações precisas, no que se reporta à referenciação bibliográfica e à paginação; aqui encontramos também algumas apreciações pessoais onde o russo dos comentários e as línguas estrangeiras dos títulos e dos nomes em análise se misturam. O mesmo se passa com os *Principes Mathématiques* e, neste caso, Timchenko escreveu em rodapé (*):

> Da Cunha, Professor de Matemática da Universidade de Coimbra, nascido em 1744, morreu no ano de 1787. Vd. *Principes Mathématiques de feu Joseph-Anastase da Cunha, trad. littéralement du portugais par J. M. D'Abreu. Bordeaux 1811*, pp. I–VIII: Avertissement du traducteur. Sobre esta maravilhosa obra que contém a primeira exposição estritamente formal de toda a matemática (apenas com 299 páginas, em 8.º), voltaremos a falar mais adiante.

Muito nos apraz registar este comentário quer pelo louvor explicitado no adjectivo "maravilhosa", quer pelo reconhecimento da originalidade da obra de Anastácio da Cunha, a perspicácia com que Timchenko ressaltou o estilo conciso e formal do nosso autor e ainda a promessa, que aqui deixou, de que voltaria a esta obra "mais adiante", o que de facto aconteceu.

Neste seu primeiro relato, destaca-se a ênfase, dada por Timchenko, à definição de "diferencial", a quarta do livro XV, dos *Principes Mathématiques* —

[5]Importa referir que esta data é a da morte de Anastácio da Cunha. A publicação dos *Principios Mathematicos* deu-se em 1790.

desde logo na frase/registo introdutório onde escreveu, como anteriormente assinalámos, que

> [da Cunha] já dá uma definição precisa e formal de diferencial

e depois na selecção das citações que apresentou — afigura-se-nos notável e também precursora das apreciações que no século XX viriam a ser reforçadas e ficariam cabalmente demonstradas por eminentes historiadores/matemáticos como Youschkevitch, Grattan-Guinness, Mawhin, Carvalho e Silva, Leal Duarte ou Queiró, sobre a modernidade da definição de "diferencial" em Anastácio da Cunha.

Timchenko soube discernir, com clareza, que de todas as definições do livro XV só as três por ele escolhidas e transcritas são relevantes, omitindo em particular a primeira consciente, certamente, que tal não prejudicaria a compreensão. De facto, embora na respetiva nota de rodapé tenha aposto a referência precisa das páginas que as contêm — a saber [1]) *Princ. math.*, pp. 196 – 197. — na verdade, das seis definições e das quatro notas, bem como da proposição 1 que se encontram nessas duas páginas dos *Principes Mathématiques*, Timchenko incorpora no corpo principal do texto a sua tradução para russo das definições II, III e IV (conforme a figura 5).

II. Перемѣнная величина, допускающая значенія постоянно превосходящія всякую данную величину, *безконечно-велика;* перемѣнная же, значенія которой могутъ быть сдѣланы постоянно меньшими всякой предложенной величины, называется *безконечно-малой*. III. Если величина выраженія A зависитъ отъ величины другаго выраженія B, A называется *функціей* отъ B, а B *корнемъ* A.—IV. Выберемъ величину однородную съ корнемъ x и, назвавъ ее *флюксіей* этого корня обозначимъ черезъ dx.—Обозначаютъ черезъ $d\Gamma x$ и называютъ флюксіею функціи Γx, величину, которая дѣлаетъ отношеніе $\frac{d\Gamma x}{dx}$ постояннымъ, а разность $\frac{\Gamma(x+dx)-\Gamma x}{dx}-\frac{d\Gamma x}{dx}$ безконечно-малой или нулемъ, при безконечно-маломъ dx и при томъ предположеніи, что всѣ величины независящія отъ dx остаются постоянными.

Figura 5: Extrato da pág. 353 do livro de Timchenko: tradução russa das definições II, III e IV do Livro XV dos *Principes Mathématiques*

Para evitar os erros de uma tradução múltipla optámos, neste caso particular, por apresentar as definições em francês na edição que Timchenko leu, porquanto o Professor Smirnov (tradutor que nos ajudou, em particular, com os detalhes científicos da tradução do russo) foi claro em considerar que quer o texto francês, quer o original português, são "muito boas"traduções deste trecho russo:

> (p. 353, § 2.)
>
> **II.** La variable qui peut admettre une valeur toujours plus grande qu'aucune grandeur proposée, est *infinie*; et la variable dont le valeur peut devenir toujours plus petite qu'aucune grandeur peoposée, s'appelle *infinitième*.
>
> **III.** Si la valeur d'une expression A dépend de celle d'utre autre expression B, on appelle A *fonction* de B, et B *racine* d'A.
>
> **IV.** Lorsqu'on désigne par dx une grandeur que l'on a choisi homogène à la racine x, pour être nommée *fluxion* de cette racine, on désigne de même par $d\Gamma x$, et on appelle fluxion de $d\Gamma x$, la grandeur qui rendroit $\frac{d\Gamma x}{dx}$ constant, et $\frac{\Gamma(x+dx)-\Gamma x}{dx} - \frac{d\Gamma x}{dx}$ infinitième ou zéro, si dx devenoit infinitième, et si tout ce qui ne dépend pas de dx demeuroit constant.

Sem outros comentários, Timchenko parece deixar ao leitor a tarefa de verificação da justeza das suas palavras introdutórias sobre a antecipação, devida a Anastácio, de uma definição precisa e formal de "diferencial". Todavia havemos de convir que esta comprovação da modernidade da definição de Anastácio da Cunha, não é óbvia como, bem mais tarde, demonstrou Mawhin (Mawhin [1990]).

Depois, na sua cronologia, Timchenko detem-se sobre outros autores/obras contemporâneos de Anastácio da Cunha escrevendo:

> (p. 353, § 3.) Quase simultaneamente, com a obra de Da Cunha, surgiram mais duas dedicadas à análise superior, da autoria de Simon L'Huilier e do abade Caluso.

Relato 2

A partir da página 632, Timchenko diz oferecer ao leitor um "resumo breve do conteúdo" dos *Principes Mathématiques* mas que, em nossa opinião, é bem mais do que um simples/breve resumo porque apresenta comparações e comentários e denota uma leitura cuidada e profunda da obra de Anastácio da Cunha. Aqui podemos, por exemplo, ler (tradução):

> (p. 632, § 1.) Uma das primeiras e mais bem sucedidas tentativas da fundamentação das matemáticas do seu tempo, no século XVIII, que merece atenção, foi o livro, já antes por mim mencionado, do matemático português Da Cunha. Publicado em português no ano de 1787 tornou-se muito conhecido apenas graças à tradução francesa de D'Abreu, em 1811. Apesar das incorreções, que são claras para um matemático moderno, esta obra é muito interessante graças quer à sua ideia e plano, quer ao método de exposição adotado; para me fazer entender melhor, vou resumir brevemente o seu conteúdo.
>
> Os *Principios Mathematicos* de Da Cunha estão divididos em vinte e um livros; cada livro começa pelas definições formais relativas aos conceitos aí expostos, tal como nos livros dos matemáticos antigos; depois seguem-se as proposições e as correspondentes demonstrações, tal como fazem os matemáticos antigos. Este sistema de apresentação torna o conteúdo altamente conciso e permite ao autor colocar em três centenas de páginas de um formato relativamente pequeno, as principais teorias das matemáticas elementares e superiores, conhecidas à época.

Merecem, com certeza, ser transcritos todos os resumos e comentários de Timchenko sobre os vinte e um livros dos *Principios Mathematicos*, o que faremos numa outra oportunidade. Limitamo-nos, aqui, a transcrever alguns deles, assinalando assim a sua pertinência. Em particular,

Livro IV: A multiplicação e a divisão dos números definem-se, tal como na Geometria de Descartes, por meio das proporções…

Livro IX: O livro nove contém a teoria das séries convergentes. A definição de série convergente está, na sua essência, completamente correta embora não pareça bem formulada. (...) A série convergente $1+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(bc)^n}{n!}$ é tomada como definição do símbolo a^b, onde c deve satisfazer a equação $1+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{c^n}{n!}=a$

Livro XXI: O livro vinte e um completa os livros anteriores. Aqui se encontram também a teoria dos máximos e mínimos das funções e o cálculo das variações.

Em suma, o percurso da nossa investigação mostrou-se árduo e sinuoso tal como antecipávamos, principalmente, pela dificuldade do acesso ao texto russo. Provou, no entanto, ser extremamente gratificante e compensador na medida em que a obra de Anastácio da Cunha foi cuidadosamente analisada por Timchenko — um autor necessariamente sem preconceitos (nem pela negativa, nem pela positiva) — e foi, afinal, prestada a justiça científica que os discípulos tanto procuravam. Além disso, levantaram-se, para nós próprias, múltiplas motivações e pistas para novas comparações com alguns dos autores citados por Timchenko (por exemplo, com Carnot, com Descartes, com Poncelet, etc.) e para novas leituras dos *Principios Mathematicos* de José Anastácio da Cunha (por exemplo, em relação ao Livro XXI).

Agradecimento: As autoras agradecem, reconhecidas, a ajuda imprescindível prestada por GUEORGUI SMIRNOV (Professor Catedrático do Departamento de Matemática e Aplicações, na Universidade do Minho) e STANISLAV NOSOV (da Turma de Filosofia de 2013, Universidade Católica Portuguesa em Braga). O Professor G. Smirnov facultou-nos, em primeiro lugar, o acesso à obra de Timchenko e, depois, esclareceu-nos sobre especificidades linguísticas de termos matemáticos na tradução literal (do russo para o português) que o Sr. S. Nosov nos apresentou. Todavia quaisquer defeitos nestas traduções são da inteira responsabilidade das autoras do presente trabalho.

Referências

Autor Desconhecido, 1811. Recensão de Principes Mathématiques de Feu Joseph-Anastace. Göttingische gelehrte Anzeigen unter der Aufsicht der Königl. Gesellschafe der Wissenschaften, Der dritte Band auf das jahr 1811, 181 Stück, Den 14., págs. 1801–1806.

Autor Desconhecido, 2014. Biografia de Timchenko, Ivan Y., `http://library.opu.ua/upload/files/library/Timchenko_EN.doc`, consultado em julho de 2014.

Brunacci, V., 1816. Recensão de [Cunha, 1816]. Giornale di Fisica, Chimica, Storia Naturale, Medicina ed Arti, tomo IX, págs. 153–154.

Cunha, J. A., 1790. Principios Mathematicos para instrucção dos alumnos do Collegio de São Lucas. Lisboa. Reprodução fac-simile, Universidade de Coimbra, 1987.

Cunha, J. A., 1811. Principes Mathématiques de Feu Joseph-Anastase da Cunha traduits littéralement du Français par J. M. D'Abreu. Bordéus. Reprodução fac-simile, Universidade de Coimbra, 1987.

Domingues, J. C., 2010. Uma recensão italiana dos *Princípios Matemáticos* de José Anastácio da Cunha. Boletim da SPM 65, Outubro de 2010, págs. 89–98.

Gauss, C. F., 1880. Briefwechsel zwischen C. F. Gauss und F. W. Bessel. Leipzig.

Mawhin, J., 1990. Le concept de différentielle chez da Cunha et ses successeurs. Em Ferraz, M. L. et al. (orgs.), Anastácio da Cunha, o matemático e o poeta. Imprensa Nacional — Casa da Moeda, págs. 97–105.

Playfair, J., 1812. Recensão de [Cunha, 1811]. Edinburgh Review 20 (Jul-Nov 1812), págs. 425–433.

Rodrigues, A. J., 1811. Principes Mathématiques de feu Joseph-Anastase da Cunha traduits littéralement du portugais par J. M. d'Abreu. Moniteur Universel, 8 de Agosto de 1811 (transcrito em Anastácio da Cunha, o matemático e o poeta, Imprensa Nacional — Casa da Moeda, Lisboa 1990, págs. 399–404).

Seneta, E., 1984. The Central Limit Problem and Linear Least Square in Prerevolutionary Russia: the Background. Mathematical Scientist 9, págs. 37–77.

Timchenko, I. Y., 1899. Osnovania theorii analititcheskikh founktsii (Os Fundamentos da teoria das funções analíticas). Istoritcheskie svedane (apontamentos históricos), I, Odessa.

Youschkevitch, A. P., 1973. J. A. da Cunha et les fondements de l'analyse infinitésimale. Revue d'histoire des sciences XXVI, págs. 3–22.

Youschkevitch, A. P., 1978. C. F. Gauss et J. A. da Cunha. Revue d'histoire des sciences XXXI, págs. 327–332.

Os primeiros anos do Curso Matemático na Universidade de Coimbra: História pessoal de como o Morgado de Mateus se formou em Matemáticas

Ângela Lopes
Centro de Matemática da Universidade do Minho, Braga, Portugal
angelafafe@gmail.com

Maria Elfrida Ralha
DMA e Centro de Matemática da Universidade do Minho, Braga, Portugal
eralha@math.uminho.pt

Abel Rodrigues
Fundação da Casa de Mateus, Vila Real, Portugal
abel.roiz@gmail.com

Resumo: O presente artigo, tendo como apontadores as provas que o Morgado de Mateus prestou até à sua Formatura (entre 1774 e 1778), desvela alguns resultados de uma investigação mais vasta, que visa o conhecimento dos primórdios do Curso Matemático na Universidade de Coimbra sob múltiplas perspetivas.

O Arquivo da Universidade de Coimbra e o Arquivo da Casa de Mateus preservam documentos essenciais para esse estudo.

Com dados inéditos e outros que foram revisitados, abordamos tópicos como:

- modos de ensinar (a partir dos livros de texto recomendados e/ou publicados com a estampa da Universidade e de notas/exercícios de aulas);
- preparação e conteúdos para as provas finais de cada ano, avaliação dos alunos e dissertações produzidas;
- funcionamento da instituição Faculdade de Matemática (nomeadamente, gestão dos recursos humanos e materiais afetos ao Curso);
- comparação entre os ideais teóricos, da reforma Pombalina da Universidade, e as condições práticas em que a reforma se desenrolou afinal (nomeadamente nos primeiros anos de vigência).

Abstract: With the focus on the exams made by the Morgado de Mateus towards his Graduation (during the period 1774–1778), this article reveals some

O presente trabalho foi desenvolvido no âmbito do projeto MAT^2 MATemática×MATeus e as duas co-autoras foram parcialmente financiadas pelo CMAT — Centro de Matemática da Universidade do Minho, através de fundos do FEDER pelo Programa Operacional Fatores de Competitividade — COMPETE e pela FCT — Fundação para a Ciência e a Tecnologia, Projeto Est-C/MAT/UI0013/2011.

results of a wider investigation, as we sought to expand the study on the creation of the *Curso Mathematico* at the University of Coimbra. The Archive of the University of Coimbra and the Archive of the Casa de Mateus safely keep documents that are essential for that study.

With new data and revisited information, we approach topics such as:

- ways of teaching (from textbooks recommended and/or published with the stamp of the University and notes/exercises from the lessons);
- preparation and contents for each year's final examinations, how students were assessed and which dissertations they have produced;
- functioning of Faculty of Mathematics as an institution (namely, in the management of human resources and materials related to the course);
- comparison between the theoretical ideal beneath the Pombal reform of the University and the practical conditions under which the reform took place, after all (especially in the first years of practise).

Da história de um aluno singular à História da Matemática em Portugal

13 de março de 1778: para o jovem D. José Maria do Carmo de Sousa Botelho Mourão e Vasconcelos[1], herdeiro do Morgadio de Mateus, chegara o dia da Formatura, que encerrava os seus dias de estudante do Curso Matemático na Universidade de Coimbra.

Aqueles anos vividos em Coimbra, definiriam muito do seu caráter, gostos, ideais e projetos no futuro, e muito além, como apresentaremos, do que aprendeu em contexto escolar. Dos seus testemunhos escritos sublinhamos desde já duas afirmações: que ter conhecido José Anastácio da Cunha, ali em Coimbra, havia sido "um acaso, o mais feliz da minha vida" [Sousa 2013, 61] e que, pela conclusão do curso, "J'ai été le premier gentilhomme licencié en mathématiques" (em Gallut [1970, 16]). Do primeiro evento brotou uma amizade para a vida. D. José Maria tornou-se um dos mais dedicados discípulos de Anastácio da Cunha e quantos manuscritos se reuniram à morte deste foram, muitos deles, recolhidos na casa daquele, em Mateus, Vila Real. Das disciplinas que cursou, o próprio D. José Maria acumulou seus papéis (que também seguiram para Mateus), os quais contam pela pena do aluno o que aprendeu e estudou naquele recém-criado curso.

[1]O filho primogénito de D. Luís António de Sousa Botelho Mourão (1722–1798), 4.º Morgado de Mateus, e de sua esposa D. Leonor Ana Luísa de Portugal (1722–1806), nascera no Porto, a 9 de março de 1758, e viria a falecer em Paris, em 1 de junho de 1825.

E não poderemos nunca contornar o impacto que o conhecimento, empatia e verdadeira amizade com José Anastácio da Cunha haveria de transportar em muitas opções ao longo da vida. D. José Maria viria, no futuro, a concretizar as aspirações juvenis e familiares que motivaram o curso e subsequente atividade militar[2]. Depois, ainda muito jovem principiou uma carreira diplomática[3], cumprindo as mesmas duas dimensões do seu pai, D. Luís António de Sousa Botelho Mourão, o qual entre 1765 e 1775 fora capitão-general e governador da Capitania de São Paulo no Brasil. Paralelamente, foi-se assumindo como homem de Letras, atividade permanente que culminou em 1817 com a impressão, em Paris, da célebre edição ilustrada de *Os Lusíadas*.

Não pretendemos encerrar a necessariamente curta reflexão numa narrativa biográfica. Do percurso deste aluno (tendo-se reunido condições excecionais para isso), deve sobrelevar o conjunto de fontes primárias e contemporâneas à reforma pombalina, emanado do manancial de informação que resulta da concatenação deste acervo documental e dos registos oficiais guardados no Arquivo da Universidade.

Sobre o arranque do Curso Matemático

No que concerne a Matemática, estava-se a construir na Universidade de Coimbra, com a reforma de 1772, um projeto a todos os títulos inovador: criava-se, pela primeira vez no mundo, uma Faculdade de Matemática[4], reconhecia-se a relevância da Geometria na formação de qualquer estudante universitário, apoiava-se o ensino experimental e exigia-se um corpo docente simultaneamente mestre e inventor.

Como seria expectável, a implementação do Curso Matemático na Universidade de Coimbra não esteve isenta de dificuldades: na colocação de novos lentes, na angariação de alunos e na observância destes quanto ao cumprimento das normas, designadamente de assiduidade, etc., etc.

Do ponto de vista curricular, organizacional e avaliativo, o desafio da composição de um plano para os estudos matemáticos esteve a cargo de José Monteiro da Rocha que viria a desempenhar, entre outros, os cargos de Diretor da Faculdade de Matemática e Vice-Reitor da Universidade.

[2]D. José Maria serviu, entre setembro de 1778 e outubro de 1791, no Regimento de Cavalaria de Chaves.

[3]Em 1791, foi nomeado para o primeiro dos seus cargos diplomáticos, como ministro plenipotenciário em Estocolmo.

[4]No artigo de referência [Silva 2013], Jaime Carvalho e Silva mostra o que foi sendo feito na Faculdade de Matemática, e por quem, até 1911.

Os lentes

Em 11 de setembro de 1772, por decreto, o rei D. José I nomeou como lentes (aos quais foi atribuído o grau de Doutor[5]): Miguel Franzini, que seria proprietário da cadeira de Álgebra (2.º ano), José Monteiro da Rocha, para a cadeira de Foronomia (Ciências Físico-Matemáticas, 3.º ano) e Miguel Ciera, para a cadeira de Astronomia (4.º ano). As aulas naquele primeiro ano letivo foram transitoriamente distribuídas nestes termos [Almeida 1937, 14]:

> (...) O Doutor Miguel Franzini na Aritmética, Geometria e Trigonometria Teórica e Prática, para passar delas no segundo ano à Álgebra. O Doutor Miguel Ciera e o Doutor José Monteiro da Rocha nas lições das ditas três Faculdades [de Matemática, de Medicina e de Filosofia], repartindo-se os Estudantes pelos referidos três Professores, para que assim possam melhor aproveitar-se.

Em 5 de outubro de 1773 viria a ser nomeado José Anastácio da Cunha para a cadeira de Geometria (1.º ano, obrigatória para todos os alunos da Universidade). As elevadas expectativas do Marquês são conhecidas [Almeida 1937, 112]:

> Tenho por certo que o professor de Geometria (...) com o génio suave que se lhe conhece, conduzirá os seus Discípulos a aprenderem com gosto e diligência uma Disciplina tão proveitosa como esta para todas as Faculdades Científicas.

Os livros de texto

Os *Estatutos da Universidade de Coimbra* [Estatutos 1773] que, desde logo vigoraram, não fixavam manuais para as lições de cada disciplina, assumindo que "nas Ciências Matemáticas se aperfeiçoam cada dia muitas coisas, e se inventam outras".

Atendendo às diligências necessárias, associadas à organização de raiz de um curso novo, se definiam os autores e livros por onde os lentes principiariam a fazer suas lições. Relativamente a esta matéria, o bispo reitor D. Francisco de Lemos [1980, 82–83] reporta em 1777 a lista inicial das obras adotadas:

> Para o primeiro ano, Elementos de Euclides;

[5] Conforme estabelecido na Portaria de 7 de outubro de 1772 e onde também se manda incorporá-los na Faculdade de Matemática, se prepara a tomada de posse e juramento e se agenda a abertura das aulas.

> Para o segundo ano, Compêndio de Bézout;
>
> Para o terceiro ano, Mecânica de Monsieur Marie;
>
> Para o quarto ano, Compêndio de Monsieur La Caille.

Também Francisco Castro Freire [1872, 38] elenca as obras adotadas primeiramente, salvaguardando que o rol apresentado o sabe por tradição e que as Atas da Congregação não reportam a estas decisões:

> Para o primeiro ano, *Elementos de Aritmética* e a *Trigonometria*, de Bézout e a *Geometria*, de Euclides;
>
> Para o segundo ano, os *Elementos d'Analyse Mathematica*, de Bézout; (...)
>
> Para o terceiro ano, o *Tratado de Mecânica*, de Maria, o *Tratado de Hidrodinâmica*, de Bossut e a *Ótica*, de La Caille;
>
> Para o quarto ano, a *Astronomia*, de Lalande.

Como comprovaremos na secção seguinte[6], a lista de Freire é mais completa e mais fiel exceto no que se reporta ao quarto ano, na medida em que após a criação do curso o livro primeiramente usado na Astronomia fora o de La Caille, como descrito por D. Francisco de Lemos.

Os alunos

Dos primeiros alunos do Curso Matemático em Portugal, um primeiro grupo fazia a formatura em junho de 1776. Apenas os seguintes cinco alunos[7]: Francisco José de Lacerda e Almeida, José Simões de Carvalho, Manuel José Pereira da Silva, Manuel Joaquim Coelho da Costa Vasconcelos e Maia e Vitúrio Lopes da Rocha.

Do grupo mais alargado dos alunos que foram chegando a Coimbra, após a Reforma Pombalina e que também frequentaram o Curso Matemático, alguns

[6]Ao termos centrado o estudo nos Exames dos Alunos, complementando-o com outras fontes primárias, a nossa linha de investigação a este propósito será sempre complementar da que fez, com outros argumentos e abordagens, Fernando Figueiredo [2011], cujas conclusões fundamentais quanto aos livros adotados aqui corroboramos.

[7]Estes, juntamente com António Pires da Silva e Pontes Leme, que se formou em dezembro desse ano, viriam a doutorar-se ainda em 1777. Destes, Coelho da Maia, Vitúrio Rocha e Pereira da Silva viriam a integrar o corpo docente da Faculdade de Matemática, enquanto os outros vieram a ser Lentes da Academia Real dos Guardas Marinhas e rumaram, num primeiro momento, na qualidade de astrónomos, ao Brasil para a demarcação das fronteiras.

outros terminariam a formatura mais tarde. Por ter estado ausente da Universidade por período(s) alargado(s) de tempo, como apresentaremos adiante, o jovem D. José Maria formar-se-ia, como dissemos, a 13 de março de 1778, levando para a vida futura um orgulho indisfarçável no seu diploma universitário.

Sobre o percurso universitário de D. José Maria

Herdámos de investigações precedentes o fundamental conhecimento teórico, genérico, dos alunos, aprendendo com os lentes pelos autores recomendados e seguindo os ditâmes da Faculdade de Matemática e da Universidade (os quais o Reitor, em Coimbra, ia acertando com Sebastião José de Carvalho e Melo, em Lisboa). Há ainda um conhecimento nos territórios do prático, do concretizado, ao qual nós vimos acedendo: das interações singulares que Sebastião José de Carvalho e Melo[8], D. Francisco de Lemos[9], D. Frei Manuel do Cenáculo[10], etc. mantiveram com e/ou sobre o aluno D. José Maria, em particular.

Da formação inicial ao ingresso na Universidade de Coimbra

Antes de frequentar o Curso Matemático na Universidade de Coimbra, o jovem D. José Maria tinha sido aluno no Colégio dos Nobres (desde a abertura solene em 1766), estudara com o mestre William Beligg em Lisboa (antes e depois da passagem pelo Colégio dos Nobres), entre outras aulas tratadas por sua mãe[11]:

> (...) também lhe tomei mestre de Geometria e sempre lhe estou estimulando para que se adorne de virtudes e de ciências para agradar a seu Pai.
>
> em Carta de D. Leonor para D. Luís António, Lisboa, 14-05-1772

Entrando desde então em vigor, os Novos Estatutos da Universidade de Coimbra, entre outras disposições, criavam o curso matemático e estabeleciam [Estatutos 1773, 229]

[8]Sebastião J. de Carvalho e Melo (1699–1782), Marquês de Pombal, Secretário de Estado do reino de Portugal.

[9]Francisco de Lemos de Faria Pereira Coutinho (1735–1822), Bispo de Coimbra, Membro da Junta de Providência Literária, Reitor Reformador da Universidade.

[10]Manuel de Vilas-Boas Anes de Carvalho (1724–1814), conselheiro, Bispo de Beja, Presidente da Real Mesa Censória, Membro da Junta de Providência Literária.

[11]A correspondência trocada entre D. Leonor e D. Luís António foi transcrita e estudada por Heloísa Belloto [2007].

> (...) que ninguém seja admitido às Lições públicas de Matemática, em qualquer das Classes acima referidas, antes de ter quinze anos completos de idade.

No arranque daquele ano letivo de 1772–1773, não cumpria o menino o requisito de idade, mas já é explícita a intenção de D. Leonor de o enviar a estudar em Coimbra, a qual vai aparecendo explicitamente nas missivas que dirige ao seu marido em São Paulo, pelo que só aguarda o consentimento, cada vez mais incitada pelas notícias de reabertura reformada da Universidade e pelas aspirações do Marquês:

> Falei ao Senhor Marquês por amor de José, respondeu-me que o mandasse ir para Coimbra, que falasse ao Bispo de Beja [D. Frei Manuel do Cenáculo] para o acomodar no seu Colégio, o Bispo me prometeu de o recomendar de sorte que podia estar descansada. O Senhor Marquês me disse que já Coimbra não estava como era, porque já saberá da reforma, obra que grande nome dará ao Senhor Marquês, que pessoalmente foi aí.
>
> em Carta de D. Leonor para D. Luís António, Lisboa, 04-12-1772

E grande nome lhe deu com efeito, pois nos nossos dias ainda é dita Pombalina a reforma da Universidade de Coimbra, que aquele visitou e reinaugurou naquele ano de 1772. Quando em julho de 1773, D. Leonor escreve desde Mateus, já o menino ficara em Coimbra "por aviso no Colégio dos Jerónimos" e, depois das férias passadas em Mateus, ao mesmo regressou.

> José continua, se Deus quiser, em Coimbra, por ser agora outra coisa que não era Coimbra como é agora, é teatro verdadeiramente de ciências, não se ouve uma rabeca; se há uma falta, aponta-se; está lá a flor da nobreza e se é o gosto de El-Rei basta isso. Leva-lhe em conta os anos como se fosse em guerra viva, e como o D. Luís o destina para seguir as armas, aplica-se à Matemática.
>
> em Carta de D. Leonor para D. Luís António, Mateus, 29-09-1773

Sabemos de cuidados especiais relativamente àquele menino: A 3 de janeiro de 1774, o Marquês dirige ao Bispo Reitor um ofício referente ao "filho dos Morgados de Mateus que nessa Universidade assiste no Colégio dos Monges de São Jerónimo", mandando-o substituir-lhe o criado por alegadamente o instigar, apartando-o da boa educação e que o próprio Francisco de Lemos "chame à Sua presença o referido Fidalgo, e o repreenda com amorosa severidade; admoestando-o dos perigos, a que os maus criados conduzem Seus

Amos, quando se deixam dirigir pelos seus ditâmes". Disso, de certo modo, dará nota a mãe zelosa quando reportar ao marido tão somente "o senhor Marquês o recomendou nos Jerónimos", enaltecendo os progressos do primogénito, o qual tinha então já o irmão António também em Coimbra.

De seguida, acompanharemos o percurso universitário do futuro Morgado, vendo da sua progressão mediante os diferentes exames que realizou. Conhecemos outros detalhes que complementarão brevemente esta narrativa, tendo nós já em curso como continuidade e complemento à presente, mais investigação quanto ao decurso dos anos letivos, as aulas e as próprias vivências sociais deste jovem que ali crescia e ali se fazia homem.

A passagem a aluno ordinário e o exame do primeiro ano

À luz dos *Estatutos*, aos alunos do primeiro ano se ensinariam "os Elementos de Aritmética, e de Geometria e Trigonometria Plana, com a aplicação de uma e outra às operações da Geodesia, Estereometria, &c.".

Foi, com 16 anos feitos em março e como aluno ordinário oficialmente desde maio, que José Maria prestou prova do primeiro ano na manhã de 9 de junho de 1774, com cinco outros colegas[12]. O ponto que lhes saiu em sorte continha [Pontos 1773–1797, s.n.]:

1	2	3	4	5	6	11	12
18.37	13	10.27	4.10	18	5.28	35	9

É inequívoca e consensual a identificação com os *Elementos de Euclides*, e, mais especificamente, com a edição em língua portuguesa [Simson 1768] impressa para uso do Real Colégio dos Nobres, numa tradução de João Ângelo Brunelli da versão que Robert Simson preparara com os seis primeiros livros, o undécimo e o duodécimo livros dos Elementos de Euclides a partir da versão latina de Commandino.

Explicitando as matérias concretas, enunciamos:

Prop. 1.18 Em qualquer triângulo o lado maior opõe-se ao ângulo maior.
Prop. 1.37 Os triângulos que estão postos sobre a mesma base e entre as mesmas paralelas são iguais.
Prop. 2.13 Em todo o triângulo, o quadrado do lado oposto a um ângulo agudo é tanto menor que os quadrados dos lados que formam o dito ângulo agudo, quanto é duas vezes o retângulo compreendido por um dos lados que fazem o ângulo agudo e pela

[12] Os outros cinco alunos da quinta turma eram José Joaquim Vitório, António Roiz Veloso de Oliveira, António Bento Lopes Vilaça, Bernardo Teixeira Coutinho e Domingos Gomes de Carvalho.

parte do mesmo lado que fica entre o ângulo agudo e a perpendicular que do vértice do ângulo oposto cai sobre o mesmo lado.
Prop. 3.10 Um círculo não pode cortar outro círculo em mais de dois pontos.
Prop. 3.27 Em círculos iguais, os ângulos que assentam sobre arcos iguais são iguais, ou existam os ditos ângulos nos centros ou nas circunferências.
Prop. 4.4 Inscrever um círculo um triângulo dado.
Prop. 4.10 Construir um triângulo isósceles de maneira que cada um dos ângulos que estão sobre a base seja o dobro do ângulo do vértice.
Prop. 5.18 Se as grandezas que são divididas forem proporcionais, também sendo compostas serão proporcionais.
Prop. 6.5 Se dois triângulos tiverem os lados proporcionais, serão equiângulos; e serão iguais aqueles ângulos aos quais ficarem opostos os lados homólogos.
Prop. 6.28 Aplicar a uma linha reta dada um paralelogramo dado e com o defeito de uma figura paralelograma semelhante à outra dada. Mas o retilíneo proposto, ao qual se quer igual o paralelogramo, que se pede, não deve ser maior que o paralelogramo que se aplica à metade da reta dada, sendo semelhantes entre si os defeitos, tanto do paralelogramo aplicado à metade da reta como do paralelogramo que se pede com o defeito da figura paralelograma semelhante à outra dada.
Prop. 11.35 Se dos vértices de dois ângulos planos iguais se levantarem sobre os planos deles duas linhas retas que com os lados dos ditos ângulos planos façam ângulos também iguais (...); e se em ambas as retas levantadas, tomados quaisquer dois pontos, um em cada uma, se deixarem cair duas retas perpendiculares aos planos em que existem os ângulos dados; e finalmente se dos pontos onde as ditas perpendiculares se encontram forem conduzidas para os vértices dos ângulos dados outras duas retas; estas retas com as outras que estão levantadas compreenderão ângulos também iguais.
Prop. 12.9 Nas pirâmides iguais, cujas bases são triângulos, as bases e alturas são reciprocamente proporcionais. E as pirâmides, cujas bases triangulares são reciprocamente proporcionais às alturas, são iguais.

Das doze proposições, três são classificadas como Problemas (4.4., 4.10 e 6.28) e as restantes como Teoremas.

O facto desta referenciação reportar exclusivamente à Geometria, deixando de parte tanto a Aritmética como a Trigonometria Plana[13], suscitou-nos naturalmente interrogações. Com efeito, a Trigonometria está ausente desta sorte e de todas as sortes de primeiro ano que vimos, mas não é verdade que não tenha sido avaliada. O assento [Exames 1773–1783, fl. 17] que reporta o ato e exame

[13]Os livros respetivos que se usaram, logo que foram impressos, foram os compêndios *Elementos de Arithmetica* [Bézout 1773] e *Elementos de Trigonometria Plana* [Bézout 1774a], traduções dos trabalhos de Étienne Bézout, solucionando as dificuldades inerentes ao uso transitório do original em francês.

(na condição de obrigados por preparatório) dos alunos deste quinto pequeno grupo, por exemplo, elucida que todos saíram aprovados *nemine discrepante*, isto é, por unanimidade, sendo que José Joaquim Vitório e Domingos Gomes de Carvalho *com vigor de ordinário* e D. José Maria foi também *examinado em Trigonometria*, como outros alunos noutras datas.

Da mesma forma que não sabemos se a aritmética (como módulo inicial e, de certo modo, transversal) seria ou não avaliada formalmente em exame, não podemos especificar os conteúdos de Trigonometria a que respondeu qualquer aluno, porque o registo de pontos sorteados não os menciona. Está ainda em conformidade com as disposições dos Estatutos [1773, 207]:

> As matérias dos mesmos exames serão as lições de todo o ano em geral. Mas para se fixar entre elas alguma (...) em que se insista nos mesmos exames, estarão as lições de cada ano, distribuídas em certas porções, indicadas em bilhetes pelos números ou páginas dos Tratados por onde se fizerem as mesmas lições. (...) Porém, sempre procurarão explorar se o Examinando possui o resto das lições, fazendo jogar a matéria da sorte que tiver saído com as doutrinas antecedentes e subsequentes, na ordem das mesmas lições.

Ainda, no assento relativo ao exame de D. José Maria assina, com José Monteiro da Rocha, Miguel António Ciera, que ensinava a aula extraordinária da tarde, na divisão de alunos por duas turmas (enquanto José Anastácio da Cunha fazia as lições de manhã).

O segundo ano

Os *Estatutos* estabeleciam que a cadeira do segundo ano era de Álgebra, compreendendo a “álgebra elementar, e os Princípios do Cálculo Infinitesimal, direto e inverso, com a sua aplicações à Geometria sublime e transcendente”.

Pelo que a mãe descreve, José Maria era aplicado e assíduo:

> José teve alguma moléstia nos olhos, mas é tão aplicado que não quis deixar Coimbra dizendo que queria servir a El-Rei e que sem saber Matemática não estava capaz de assentar praça que é toda sua paixão, visto seu Pai condescender nela.
>
> em Carta de D. Leonor para D. Luís António, Lisboa, 26-11-1774

O exame [Exames 1773–1783, fl. 45v.] realizou-se a 18 de maio de 1775, presidiu Miguel Franzini como lente da cadeira, assinou como arguente Miguel Ciera e o jovem saiu aprovado *nemine discrepante*. Neste ponto para o exame de D. José Maria e de Francisco de Oliveira Barbosa, como nos demais do segundo ano, a listagem [Pontos 1773–1797, s.n.] é apresentada num esquema de Área + Parágrafos + Páginas:

Algebr.	§380–384	pag. 391–398
Diff.	§18–20	pag. 16–21
Int.	§167	pag. 218–220

Alude aos *Elementos de Analisi Mathematica* [Bézout 1774b], edição em língua portuguesa que o Marquês avalizara em 21 de outubro de 1773 [Almeida 1937, 114–115]:

> É bem justo que tendo-se dado princípio ao mesmo Curso Matemático pela Obra de Mr. Bézout, seja ela a que continue a servir para as suas lições de Trigonometria e Álgebra, tendo-se examinado o seu Sistema e Método e o quanto com pouca alteração se conforma com os Estatutos dessa Universidade.

Verificámos a correspondência perfeita dos parágrafos e respetivas páginas a esta edição, tanto no primeiro volume, contendo a Álgebra, como no segundo volume do Cálculo Diferencial e Integral. Sublinha-se ainda que cada um dos subconjuntos é coeso, na medida em que agrega parágrafos sequenciais de um mesmo tópico.

Nos dois primeiros excertos podem ainda ler-se, naquele livro onde oficialmente se registaram os dados das provas, os mesmos títulos que no compêndio encabeçam os parágrafos descritos. Neste caso, "Meios de reduzir às secções cónicas toda a equação do 2.º grau a duas indeterminadas quando elas exprimem uma coisa possível" e "Das diferenças 2.as e 3.as". Não há título para o terceiro excerto, que é um parágrafo da secção "Das equações diferenciais".

O terceiro ano

No ano letivo de 1775–76, D. José Maria era aluno do terceiro ano. O programa resumido vertido nos Estatutos [1773, 271] incluía

> (...) a ciência completa do Movimento, tanto dos Sólidos, como dos Fluidos; e (...) todos os ramos subalternos das Ciências Físico-Matemáticas; como são: a Estática, a Hidrostática, a Mecânica e Hidráulica, a Dióptrica, Catóptrica, e todas as mais Ciências, em que se trata dos Fenómenos e efeitos, que de qualquer modo resultam do Movimento dos corpos; e se podem determinar por Cálculo e Geometria.

As sortes repartiam-se então pelas temáticas de Estática e Dinâmica estudadas pelo *Tratado de Mechanica* de Abbé Marie [1775], Hidrostática e Hidráulica descritos no *Tratado de Hydrodynamica* de Bossut [1775] e/ou Ótica seguindo as *Leçons elementaires d'Optique* de La Caille [1766]. Todavia, das cinco áreas estudadas durante o ano — Estática, Dinâmica, Hidrostática, Hidráulica e Ótica — cada sorte só contemplava três.

A corroborar o testemunho de Freire e o ajuste das sortes com os livros, recordamos mais uma evidência (como a reporta Figueiredo [2011, 130]) da sua utilização no decurso das atividades letivas e referenciação nos momentos de avaliação:

Os manuscritos da Universidade de Coimbra, agrupados como Figuras para o Estudo da Física [1775?], com desenhos a tinta da china e aguarelas, sobre papel, atribuídos a Joaquim José da Silva Nogueira, estão identificados como reproduções das ilustrações daquelas mesmas obras; verdadeiras ampliações de todas as figuras numeradas, que constituiria útil ferramenta para lente e discípulos em qualquer dos contextos.

D. José Maria prestou provas a 2 de maio de 1776, tendo-lhe saído em sorte [Pontos 1773–1797, s.n.] a seleção com o número 25:

Stat.	n.º 144	athe	151
Dyn.	n.º 296	——	303
Hydrost.	n.º 175	——	184

O assento [Exames 1773–1783, fl. 72] mostra-o igualmente aprovado *nemine discrepante*, sob os nomes firmados de Monteiro da Rocha e Miguel Ciera e, pelos manuais se explicitam as matérias principais:

Estática: Aplicações da teórica dos centros de gravidade	[Marie 1775, 75–81]
Dinâmica: Das forças centrais	[Marie 1775, 177–184]
Hidrostática: Determinar as condições da estabilidade de uma figura plana sustentada por um fluido (probl.)	[Bossut 1775, 79–85]

O quarto ano e o grau de bacharel

Por circunstâncias pessoais ainda não totalmente clarificadas, mas possivelmente relacionadas com o regresso a casa do pai D. Luís António, D. José Maria esteve retirado da Universidade. A data da matrícula no quarto ano, 24 de outubro de 1777, atesta um ano completo de ausência.

No quarto ano lecionava-se a cadeira de Astronomia, compreendendo a "teórica do movimento dos astros, tanto física como geométrica, com a prática do cálculo e observações astronómicas e com as mais ciências que dependem da mesma astronomia".

Admitimos que em cada um dos momentos precedentes como neste, D. José Maria tenha principiado a prova final pela "Lição de uma Dissertação", que houvera composto sobre algum assunto referente às lições daquele ano: assim dispunham os Estatutos [1773, 206].

Defendeu depois a sorte [Pontos 1773–1797, s.n.] com o número 20:

312	—	329
881	—	897
1118	—	1132

Tomando o grau de bacharel, D. José Maria há-de ter cumprido o disposto nos *Estatutos* de que os alunos "subindo à Cadeira, explicarão uma proposição de Euclides, ou dos Esféricos de Teodósio".

Invertendo os papéis Miguel Ciera e Monteiro da Rocha assinam com a mesma menção *nemine discrepante* o assento [Exames 1773–1783, fl. 103v.] com data daquele dia 6 de março de 1778.

Retomando a questão do manual de Astronomia nos primeiros anos do Curso Matemático e tendo em vista uma clarificação, tanto mais que, como se apresenta, neste caso particular a descrição dos pontos sorteados é muito mais vaga e apenas referencia os números dos parágrafos, procedemos a uma aturada confrontação dos dois manuais visados, à luz de diversos pontos referentes ao quarto ano do curso. Pelos mesmos critérios de coerência e completude, a edição *Leçons élémentaires d'Astronomie géométrique et physique* de La Caille [1764] é a correspondência consentânea, como neste exemplo.

§312–329	§312–313: Recherche des loix particulières des mouvemens des corps dont la Trajectoire est une parabole. §314–329: Recherche de la manière de distribuer les inégalités des Comètes vues du Soleir, dans les différens points de leurs orbes paraboliques.	120–125
§881–897	§881–891: Conséquences immédiates de ces Phénomènes; des nuits & des jours, de leurs differentes longuers, & des differentes saisons de l'année; des Solstices & des Equinoxes. §892–897: De la cause générale de tous ces Phénomènes.	303–307
§1118–1132	Déterminer par le calcul les circunstances d'une eclipse de soleil (probl.)	388–392

A prova para a Formatura

A conclusão dos estudos com uma formatura dependia de mais uma aprovação, em exame final. Os Estatutos [1773, 208–209] descrevem com bastante detalhe todo o procedimento a adotar para o Exame Geral, ou Formatura.

> A) Para ele tirarão, dois dias antes, quatro sortes. Uma nas lições de cada ano, na mesma forma, que tenho estabelecido para os exames particulares (…)
>
> B) E terão feito uma dissertação no ponto, que bem lhes parecer, relativo a qualquer das partes do Curso Matemático, com aprovação do Presidente, assim como nos outros exames.
>
> C) E haverá quatro examinadores…

O diploma do Morgado de Mateus atesta *aprovado nemine discrepante*. O assento no livro de Exames [1773–1783, 106v.] complementa a informação: validam o ato as assinaturas dos Doutores José Monteiro da Rocha, enquanto presidente, e José Anastácio da Cunha, enquanto arguente, os quais à data eram, respetivamente, os titulares das cátedras de Foronomia e de Geometria.

Previamente, o jovem fidalgo tirara, como qualquer um dos colegas, as sortes dos conteúdos centrais sobre os quais haveria de ser questionado. As suas sortes, conforme estão no livro de pontos sorteados [Pontos 1773–1797, s.n.], haviamo-las lido já num manuscrito singular existente no Arquivo da Casa de Mateus.

Apresentamos com a estrutura e detalhe anteriormente seguidos, os conteúdos relativos a cada uma dessas quatro sortes:

Proposições de Geometria na formatura de D. José Maria

Prop. 1.18 Em qualquer triângulo o lado maior opõe-se ao ângulo maior.
Prop. 1.35 Os paralelogramos sobre a mesma base e entre as mesmas paralelas são iguais.
Prop. 2.9 Se uma linha reta for dividida em duas partes iguais e em outras duas desiguais, os quadrados das partes desiguais serão o dobro do quadrado sobre a metade da reta juntamente com o quadrado da porção que fica entre as duas secções.
Prop. 3.8 Se fora de um círculo se tomar um ponto qualquer e deste se tirarem para a circunferência algumas linhas retas, como se quiser, das quais uma porém passe pelo centro; entre aquelas que caírem na parte côncava da circunferência, a máxima será a que passar pelo centro; e entre as outras a que estiver mais perto da máxima será sempre maior que qualquer mais afastada dela. Mas entre as retas que caírem

na parte convexa da circunferência, a mínima será aquela que produzida passar pelo centro; e entre as outras a que estiver mais perto da mínima será sempre menor que outra qualquer mais afastada dela. Finalmente do mesmo ponto não se poderão tirar para a circunferência mais de duas retas iguais e destas uma cairá para uma parte e a outra para a parte oposta a respeito da reta que entre todas for a mínima.
Prop. 3.30 Dividir um arco dado em duas partes iguais.
Prop. 4.8 Inscrever um círculo num quadrado proposto.
Prop. 4.14 Circunscrever um círculo a um dado pentágono equilátero e equiângulo.
Prop. 5.22 Se forem umas grandezas num número qualquer de uma parte e outras em número igual de outra parte, e se estas tiverem duas a duas a mesma razão que as primeiras também duas a duas; por igual estarão também na mesma razão.
Prop. 6.1 Os triângulos (e paralelogramos) que têm a mesma altura, estão entre si como as bases.
Prop. 6.23 Os paralelogramos equiângulos estão entre si na razão que se compõe das razões dos lados.
Prop. 11.D[14] Os sólidos paralelepípedos que são formados com paralelogramos equiangulos entre si, cada um a cada um, isto é, cujos ângulos sólidos são respetivamente iguais, estão entre si na razão igual àquela, que se compõe das razões dos lados.
Prop. 12.2 Os círculos estão entre si como os quadrados dos seus diâmetros.

Em suma: onze proposições; das quais três problemas (3.30, 4.8, 4.14) e oito teoremas.

Proposições de Álgebra e Cálculo na formatura de D. José Maria
(e respetivas páginas em Bézout [1774b][15])

Algebr.	§369–379	Reflexões sobre as equações às secções cónicas	I 383–391
Diff.	§29–30	Aplicações das regras antecedentes: Aplicação [das diferenciais] às subtangentes, tangentes, normais e subnormais &c. das curvas	II 29–35
Int.	§166	[Aplicações de certo método de integração a vários casos]	II 215–218

[14]A proposição D é tratada nas páginas 321–323 entre as proposições XXXIII e XXXIV.

[15]Agradecemos a João Caramalho Domingues, pelo acesso que facultou aos exemplares da referida edição.

Parágrafos de Foronomia na formatura de D. José Maria
(e respetivas páginas nos livros)

Dinâmica §457–462	Outra aplicação do Princípio geral aos movimentos que se fazem nas Máquinas	[Marie 1775, 304–309]
Hidráulica §555–563	Exame da velocidade que a roda deve tomar em comparação da velocidade do fluido, para que a máquina produza o maior efeito possível	[Bossut 1775, 275–281]
Ótica §153–169	Aplicação da Teoria anterior aos Espelhos planos	[La Caille 1766, 51–56]

Sobressai, neste caso das matérias do 3.º ano, um cariz eminentemente prático, que ilustra das novidades que se procurou trazer ao Curso Matemático e dão destaque os [Estatutos 1773, 276.278.306]:

Da importância utilitária destes tópicos, "Arquitectura Hidráulica, e das Máquinas, que se tem felizmente imaginado para a condução e elevação das águas; para a direção e distribuição dos rios em benefício da agricultura e fertilidade das provincias inteiras".

Do potencial de investigação subjacente a algumas matérias, como a catóptrica, na medida em que "não se tratará destas matérias senão para mostrar que nelas está ainda tudo para fazer: Apontando, se possível for alguns meios, por onde se possam descobrir os seus genuínos princípios".

Da valorização da descoberta, no sentido de que, em contexto de qualquer exame, se deverá atender, além da "conta fiel" das lições, "também ao talento e engenho. Para o que serão feitas as perguntas com Arte, de modo que ao mesmo tempo se prove uma e outra coisa".

Parágrafos de Astronomia na formatura de D. José Maria
(e respetivas páginas em La Caille [1764])

§385–401	Recherche des Phénomènes particuliers qui doivent résulter du movement diurne de la terre, selon les différentes positions de l'Observateur sur sa surface.	145–150
§898–905	De l'obliquité de l'écliptique; des diferentes situations des poles de l'Equateur á l'égard du Soleil; de la déclinaison du soleil, & de son ascension droite.	308–312
§1133–1144	§1133–1134 De l'usage des observations des Eclipses de Soleil & de Lune. §1135–1139 Usage des observations des Eclipses de Lune pour trouver les Longitudes Géographiques. §1140–1144 Usage des Observations des Eclipses de Soleil pour la détermination des Longitudes.	394–397

Notas finais

Recuperamos enfim os depoimentos de D. José Maria, com que abrimos a primeira secção, quanto a dois marcos da sua vida: **José Anastácio da Cunha**, "pela bondade dele em atender a uma criança mostra o coração de que era dotado" [Sousa 2013, 61]; e o **Curso Matemático**, relativamente ao qual "Il ajouta même avec une pointe de regret: *Je n'en ai réçu aucun privilège*" [Gallut 1970, 16].

São estes marcos, também eles, temas abertos da História da Matemática Setecentista em Portugal, os quais se elevaram na investigação das últimas décadas (a ponto de não podermos aqui elencar quanta da produção científica entrecruza as etapas do nosso estudo). Com o que vimos recolhendo e analisando, estamos cientes dos desafios inerentes às metas seguintes que balizámos para a nossa investigação. Acreditamos que, partindo das experiências de todos e de cada um, poderemos, sem contra senso, mostrar mais os contextos que os indivíduos.

Referências

Almeida, M. L., 1937. Documentos da Reforma Pombalina: (1771–1782), Volume 1, Universidade de Coimbra, Coimbra.

Belloto, H. L., 2007. Nem o tempo nem a distância: correspondência entre o 4.º Morgado de Mateus e sua mulher, D. Leonor de Portugal (1757–1798), Alêtheia.

Bézout, E., 1773. Elementos de Arithmetica por M. Bezout, Real Officina da Universidade, Coimbra.

Bézout, E., 1774a. Elementos de Trigonometria Plana por M. Bezout, Real Officina da Universidade, Coimbra.

Bézout, E., 1774b. Elementos de Analisi Mathematica, 2 vols., Coimbra.

Bossut, C., 1775. Tratado de Hydrodynamica por M. Bossut da Academia real das Sciencias de Paris, Examinador dos Ingenheiros &c. &c. traduzido e abbreviado do francês, Real Imprensa da Universidade, Coimbra.

Estatutos da Universidade de Coimbra do anno de MDCCLXXII, Livro III, Junta de Providência Literária, Regia Officina Typographica, Lisboa, 1773.

Exames, Actos e Graus (1773 a 1783), vol. 1, Ms., Universidade de Coimbra.

Figueiredo, F. J. B., 2011 José Monteiro da Rocha e a actividade científica da "Faculdade de Mathematica" e do "Real Observatório da Universidade de Coimbra": 1772–1820. Coimbra.

[Figuras para o Estudo da Física], Ms. 3152/3153/3154, Universidade de Coimbra.

Freire, F. C., 1872. Memoria historica da Faculdade de Mathematica nos cem annos decorridos desde a reforma da Universidade em 1772 até o presente, Imprensa da Universidade, Coimbra.

Gallut, A., 1970. Le Morgado de Mateus, editeur des Lusiadas, Bertrand, Lisboa.

La Caille, N. L., 1764. Leçons élémentaires d'Astronomie géométrique et physique, 4.ª edição, Guérin et Delatour, Paris. (edições anteriores: 1746, 1755, 1761)

La Caille, N. L., 1766. Leçons Elementaires d'Optique, 3.ª edição, Paris. (edições anteriores: 1750, 1756)

Lemos, F., 1980. Relação Geral do Estado da Universidade (1777), Imprensa da Universidade, Coimbra.

Marie, J.-F., 1775. Tratado de Mechanica por M. Maria, Real Officina da Universidade, Coimbra.

Livro de Pontos Sorteados (1773–74 a 1796–97), Livro 1, Ms., Universidade de Coimbra.

Silva, J. C., 2013. A Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra (1772–1911). Em Fiolhais, C. Simões, C. Martins, D. (eds.) História da Ciência na Universidade de Coimbra, Imprensa da Universidade, Coimbra, 9–42.

Simson, R., 1768. Elementos de Euclides dos seis primeiros livros, do undecimo e duodecimo da versão latina de Frederico Commandino addicionados e illustrados por Roberto Simson, Officina de Miguel Manescal da Costa.

Sousa, J. M., 2013. Em Ralha & al. (eds.) Anecdotas de J. A. d. C., reminiscências de D. José Maria de Sousa, Morgado de Mateus, sobre o Mestre e Amigo José Anastácio da Cunha, Húmus.

"Exame de bombeiros": como fazer os bombeiros brasileiros do século XVIII servir melhor a coroa portuguesa através da matemática

Alexandre J. F. de Sousa, Gert Schubring
Universidade Federal do Rio de Janeiro
alexjfs@bol.com.br
gert.schubring@uni-bielefeld.de

Resumo: José Fernandes Pinto Alpoim era português, enviado pela Coroa ao Brasil para ensinar teoria de Artilharia, tornou-se o primeiro professor de matemática contratado por Portugal. Morreu no Brasil após 27 anos de intensa e variada produção. Sua formação em engenharia militar respaldava-o exercer arquitetura, engenharia e ofícios militares como ensinar. Grande colaborador do ensino da matemática no Brasil, escreveu duas obras (*"Exame de Artilheiros"*, 1744 e *"Exame de Bombeiros"*, 1748), importantes *e.g.* por serem os primeiros livros didáticos desenvolvidos no Brasil para brasileiros. Contrariando o imaginário popular, *"Exame de Bombeiros"* não foi destinada a homens que tem como ofício salvar vidas. Inspirado em Bélidor (1698–1761), destinou àqueles que professavam a arte bélica naquele século. Analisando *"Exame de Bombeiros"*, objetivamos mostrar como Alpoim utilizava a matemática para ensinar àqueles bombeiros exercerem melhor seu ofício, afinal Alpoim acreditava ser impossível bem servir a Coroa sendo ignorante na sua arte.

Abstract: José Fernandes Pinto Alpoim was of portuguese origin, he was sent by the Crown to Brasil to teach artillery theory, he became the first mathematics teacher contracted by Portugal. He died in Brasil after 27 years of intense and varied production. His background on military engineering is support to do architecture, engineering and military duties, He liked teaching. As a great contribuor to mathematics teaching in Brazil, he wrote two works (*"Exame de Artilheiros"*, 1744 and *"Exame de Bombeiros"*, 1748), importants *e.g.* by were the 1st textbooks developed in Brazil for Brazilians. Contrary the popular imaginary, *"Exame de Bombeiros"* was not intended for men whose profession was to save lives. Influenced by Bélidor (1698–1761), he intended it to those who exercized the war art in the century XVIII. Analyzing *"Exame de Bombeiros"*, we aim to show how Alpoim used mathematics to teach the soldiers to do better their work. After all Alpoim believed it was impossible to serve well the Crown if one is ignorant of mathematics.

1 Introdução

A partir do começo do século XVIII, vários estados intensificaram a formação dos engenheiros e oficiais militares, o que não acontecera de forma diferente no Brasil colônia.

José Fernandes Pinto Alpoim (1700–1765) nasceu em Portugal e foi escolhido pela Coroa Portuguesa, através de Carta Régia, ir ao Brasil a fim de melhorar a formação de nossos soldados envolvidos na artilharia.

Os últimos anos de sua vida foram no Brasil, onde sua formação em engenharia militar o permitiu ter uma enorme produção. Acabou vindo a ser o primeiro professor de matemática contratado por Portugal para estabelecer-se em terras brasileiras.

Como grande colaborador do ensino da matemática no Brasil, escreveu duas obras que ganharam importância por vários motivos: Um deles é que durante muito tempo se pensou que tinham os primeiros livros de matemática publicados neste pais. Atualmente, sabe-se que não. Contudo, podemos afirmar que foram os primeiros livros didáticos desenvolvidos no Brasil. A saber: "*Exame de Artilheiros*" publicado em 1744 em Portugal e "*Exame de Bombeiros*" publicado em 1748 na Espanha.

"*Exame de Bombeiros*" foi destinada aos soldados envolvidos na arte da Artilharia.

Dentre os diversos autores citados por Alpoim como referência nesta na Obra, cabe ressaltar seu contemporâneo Bélidor (1698–1761).

Este trabalho, através da análise do livro "*Exame de Bombeiros*", tem o objetivo mostrar como Alpoim utilizava-se da matemática para ensinar aos bombeiros brasileiros da época como exercer melhor seu ofício, afinal o próprio Alpoim dizia que sendo ignorantes na sua arte, não era possível os bombeiros brasileiros servirem bem ao Príncipe, ou seja, a Coroa Portuguesa.

2 Esclarecendo o imaginário popular

> *No imaginário social, a palavra "bombeiro", na maioria das vezes, aparece carregada de um sentido de heroísmo e salvação. De fato, ao ser tarefa de um bombeiro todo e qualquer tipo de salvamento — entre eles, o combate e resgate de vítimas em incêndios, primeiros socorros e resgate em situação de acidentes de trânsito, buscas e salvamentos terrestres e aquáticos, ajuda em situações de calamidades como destelhamentos e desabamentos, salvamento em altura, captura de animais, corte de árvores, vistorias contra incêndios, pales-*

> *tras preventivas, e até mesmo partos de emergência a caminho do hospital — fica subjacente ao título um certo brilho de "super-herói", um "super-homem" invencível, a solução nas piores tragédias, quando tudo está perdido.* (MONTEIRO et al., 2007, p. 560).

O termo "bombeiro" nem sempre esteve ligado ao heroísmo de salvar vidas ou minimizar danos, conforme é hoje no imaginário popular.

Desta forma, através da Carta Régia expedida em 19 de agosto de 1738, Dom João V reorganizou a Real Academia de Artilharia do Rio de Janeiro, criando as "aulas de Artilharia e de uso de fogos artificiais".

Estas aulas ficaram a cargo de José Fernandes Pinto de Alpoim, mandado vir ao Brasil na mesma Carta Régia, conforme trecho abaixo:

> "*que se estabeleça a dita Aula, e para Mestre dela nomeio a Joseph Fernandes Pinto Alpoim, que proximamente fui servido prover no Posto de Sargento-Mor do referido Terço, o qual, além dos exercícios a que é obrigado pelo mesmo Posto, o será a ditar postila e ensinar a Teórica da Artilharia a todos os que quiserem aplicar-se a ela e especialmente aos oficiais do dito Terço, . . . , os quais serão igualmente obrigados a assistir as Lições da Aula ao menos por tempo de cinco anos e, faltando a elas, serão castigados a arbítrio do Governador da dita Capitania, e para o futuro não poderá o mesmo Governador informar para os postos de patente do dito Terço, nem aprovar para os de nombramento oficial algum, que não tenha freqüentado a dita Aula, e seja examinado e aprovado nas matérias, que nela se ditarem.*" (Apud PIVA, 2008)

José Fernandes Pinto de Alpoim nasceu em Portugal em 14 de julho de 1700, filho de Revocata Pinto de Alpoim e Vasco Fernandes de Lima. Sua formação em engenharia militar o rendera até 1738, quando veio para o Brasil, o posto de Sargento Mor, o que equivale hoje ao primeiro posto do oficialato superior, ou seja, Major.

Conforme dito na referida Carta Régia, ele viera ao Brasil a fim de "ditar postila e ensinar a teoria da Artilharia a todos os que quisessem aplicar-se a ela".

No período dos 27 anos em que vivera no Brasil, até sua morte no Rio de Janeiro em 1765, Alpoim teve uma intensa e variada produção.

Por conta de sua formação em engenharia militar tinha respaldo para exercer a arquitetura e engenharia, bem como os próprios ofícios dos militares, dentre eles o ensino e instrução.

Neste intuito de melhor ensinar a artilharia, Alpoim escreveu duas obras que ganharam importância por vários motivos. Segundo Valente (1999), durante muito tempo se pensou que tinham os primeiros livros de matemática publicados no Brasil. Atualmente, sabe-se que não. Contudo, podemos afirmar sobre elas duas características ímpares: foram livros didáticos desenvolvidos no Brasil, bem como, os primeiros destes livros para brasileiros.

As obras são os livros didáticos: *"Exame de Artilheiros"* publicado em 1744 em Portugal e *"Exame de Bombeiros"* publicado em 1748 na Espanha.

Contrariando o imaginário popular atual, a obra *"Exame de Bombeiros"* não foi destinada a homens que fazem de seu ofício salvar vidas ou minimizar a dor e os danos da população. Foi sim destinada àqueles que tinham como ofício a arte bélica, conforme define no livro.

> *"Bombeiro, he hum soldado ciente, destro, e experimentado, no manejo do Morteiro..."* (ALPOIM, 1748, p. 59).

No Brasil[1], o termo "Bombeiro" passou a ser utilizado oficialmente para designar os combatentes do fogo quando da criação do Corpo de Bombeiros Provisório da Corte, através do Decreto Imperial 1775, de 02 de julho de 1856.

Esclarecido que a obra *"Exame de Bombeiros"* não foi destinada aos militares que tem por ofício salvar vidas ou minimizar a dor da população, mas sim quem labutavam no combate bélico, nos cabe ainda dizer que o artigo que deu origem a este trabalho faz uma análise de toda a obra *"Exame de Bombeiros"*, dando uma importância maior aos aspectos matemáticos, sem deixar de observar outros aspectos interessantes da obra como por exemplo os bélicos, fazendo desta forma que com que cada tratado e apêndice da obra tenha sido nele analisados e citados. Entretanto, este trabalho foca nos primeiros Tratados, principalmente o segundo (Nova Trigonometria).

[1] Na língua portuguesa, segundo José Guerrinha em seu livro *"Bombeiros de Gouveia"*, a palavra "Bombeiro" foi utilizada pela primeira vez para designar homens que tem por ofício apagar incêndios em 1734, em Lisboa, conforme trecho que segue: *"O termo "Bombeiro", que está intimamente ligado às bombas, um dos equipamentos mais avançados para a época, e que as Corporações consideraram da maior utilidade, surgiu, pela primeira vez, em Lisboa, no ano de 1734. Neste mesmo ano foram adquiridas mais quatro bombas, em Inglaterra.*

Aos homens dos serviços dos incêndios, por trabalharem com as Bombas, passaram a ser designados Bombeiros. Encontramos aqui a origem da denominação de bombeiro, assim como a razão de ser da origem do nome "Companhia da Bomba". Existiram outras designações, para as quais ainda não encontrámos explicação. É o caso da primeira Companhia de Bombeiros de Lisboa, criada, em 17 de Julho de 1834, pela Câmara Municipal, que ficou também conhecida por Companhia do Caldo e do Nabo."

3 Uma visão geral da obra

A obra foi impressa em Madrid, na oficina do Francisco Martinizapad, no ano de 1748, com todas as licenças que deveria possuir para tal. Em uma visão geral e topificada sua, teríamos o livro dividido em cinco partes (Formalidades; Cartas; Licenças; Conteudos dos 10 Tratados e 4 Apêndices; Índice Remissivo) com algumas divisões e subdivisões, conforme a seguir:

- Formalidades
- Cartas
  - Escritas pelo autor
    - Ao Governador Gomes Freire
    - Ao leitor malévolo
    - Ao leitor Bombeiro
  - Oferecidas ao autor
    - Por Manoel Antunes Suzano
    - Por André Ribeiro Coutinho
    - Por Mathias Coelho Souza
    - Por José Sylva Paes
- Licenças
- Conteudos dos 10 Tratados e 4 apêndices
  - Geometria
  - Nova Trigonometria
  - Longemetria
  - Altimetria
  - Morteiros
  - Morteiros Pedreiros
  - Obus
  - Petardos
  - Baterias de Morteiros
    - Apêndice I: do método mais fácil que se pode inventar para saber o número de balas e bombas em pilhas
    - Apêndice II: como, dado um número de balas ou bombas, se lhe podem achar os lados das pilhas que se quiserem formar, ou sejam triangulares ou quadrangulares.

- Pirobolia militar ou fogos artificiais de guerra
  - Apêndice I: dos fogos extraordinários
  - Apêndice II: dos fogaréis e candieiros de muralha.
- Índice remissivo.

Após esta visão bem geral da obra, vamos em seguida dissecar cada uma das cinco partes, bem como suas divisões e subdivisões.

4 Formalidades

Chamo de formalidades, aquilo que é comum a todas os livros, ou seja: Capa, contra-capa e folha de rosto.

Já na folha de rosto o próprio autor, além de dedicar a obra a Gomes Freire, aponta o quê e como seria estuda, conforme trecho retirado da mesma:

> “*Exame de Bombeiros comprehende dez tratados: o primeiro da geometria, o segundo de huma nova trigonometria, o terceiro de longimetria, o quarto da altimetria, o quinto dos Morteiros, o sexto dos Morteiros Pedreiros, o sétimo dos obuz, o oitavo dos petardos, nono das batterias dos Morteiros, com dous Appendix: o primeiro do mèthodo mais facil, que se pòde inventar, para saber o numero de bàlas, e bombas nas Pilhas: o segundo, como dado hum numero de bàlas, ou bombas, e lhe podem achar os lados das pilhas, que se quiserem formar, eu seiao triangulares, ou quadrangulares, o dècimo da Pyrobolia, ou fògos artifeises da guerra, com dous Appendix: o primeiro dos fogos extraordinarios, o segundo do Fogarèos, e Candicisos de muralha.*” (ALPOIM, 1748, folha de rosto).

Curioso que o ano de impressão da obra escrito na folha de rosto está em algarismos romanos, contudo escrito da seguinte forma: M. DCC. XXXXVIII. Ou seja, a parte que representa quatro dezenas no ano, não fora escrito da forma “XL” e sim com quatro letras “X”, quer dizer, “XXXX”.

5 Cartas

Da obra consta uma seção de cartas, primeiro as do próprio autor, dedicadas a pessoas ou grupo de pessoas específicos. Depois cartas que algumas pessoas ofereceram ao próprio.

Alpoim escreveu três cartas: uma destinada a Gomes Freire, outra aos que ele chama de leitores malévolos e mais uma dedicada aos bombeiros.

Gomes Freire de Andrada era Governador e Capitão Geral do Rio de Janeiro e Minas Gerais, além de ainda ser Sargento Mor de Batalha (a mesma patente de Alpoim), bem como pertencer ao Conselho de Sua Majestade.

Os leitores malévolos, a quem Alpoim também redigiu carta que consta da obra, são as pessoas que de ante mão ele crê que irão taxar a obra como negativa, pois, segundo ele, há mais críticos do que admiradores de seu trabalho, o que não prejudicaria a sua utilização, conforme trecho da carta que segue:

> "*Tenho por cérto, que serão mais os que me vituperem, do que os que me louvem, e tambem sey; que os que por natureza saõ máos, saõ difficultozos a que a força da razaõ, ou da arte, os faça bons.*" (ALPOIM, 1748, Carta ao Leitor Malévolo).

Já na carta destinada aos bombeiros ele faz diversos cometários interessantes, o principal deles é dismistisficar a falsa ideia de que a prática é o que vale no seu ofício, que os bombeiros com conhecimento resolvem melhor os problemas do que os ignorantes e que a própria prática mostra que os morteiros lançados por profissionais cientes da teoria vão bem mais próximos do alvo do que os lançados por aqueles que não tem ciência da teoria. Por se tratar da carta que os autores deste artigo julgam a mais importante feita pelo autor da obra, uma vez que é destinada ao próprio público alvo do livro, segue a mesma em sua totalidade:

> *"Mayor parte dos Bombeiros, naõ cuidaõ em saber as regras de deitar bombas com justeza, pela falsa idéa, que tem de que só a pratica basta, tendo para si, que senaõ podem dar leys aos effeitos da pólvora.*
>
> *Estes ignorantes, póem por diante as cauzas, que fazem máos tiros, como carregar huma vez mais, que outra, a pólvora huma melhor, que outra, mais, ou menos attacada de cada vez, que se carrega o morteiro; as bombas mayores humas, que outras, mais pezadas de huma parte, que de outra, mal fundidas, os leitos em que jogaõ os Morteiros, desmanchados a cada tiro, e outras couzas mais.*
>
> *Sem se lembrarem de que sendo o bombeiro ciente, remedea as couzas, melhor do que o ignorante; que este andará às apalpedelas augmentando, ou dominuindo a carga, ou as elevaçõens nos Morteiros, e tendo gasto hum tempo concideravel, ainda naõ tem feito nada.*
>
> *A experiencia mostra, que quando os Morteiros saõ governados por prosessores cientes, ordinariamente as bombas vaõ sempre com muito pouca diferença aos alvo, e à mesma parte.*

> *Como haõ os ignorantes Bombeiros deitar as bombas em huma fortaleza mais alta? (ainda que as saibaõ deitar no mesmo plano,) como sobre hum rochedo ascarpado, ao pé do qual està a bateria? Ou como as deitaraõ à Campanha, ou em lugar mais baxo, se o Morteiro eftiver muito alto.*
>
> *Como naõ tendo o Morteiro gráos de elevaçaõ, mas sim fixa, haõ de achar a carga da sua pólvora, para os tiros hirem ao alvo: como hão de buscar as potenciaes,*
>
> *Como haõ de servir o seo Principe com honra, sendo ignorantes da Arte, que profeção.*
>
> *O certo he amigo Bombeiro, que nunca has de deitar bombas a distancias, e alvos detreminados, sem saberes as regras estabelecidas para isso, ainda que tenhas experiencias assaz muitas, o que naõ he pocivel, sem as fazeres a cada Morteiro, e a quantas circunstancias tem.*
>
> *Toma o meu concelho, estuda para teres a gloria de comeres o paõ de teu Rey com honra tua, e da tua patria.*" (ALPOIM, 1748, Carta ao Leitor Bombeiro).

Quanto as cartas oferecidas a Alpoim e inseridas no livro foram quatro, as de: Manoel Antunes Suzano, André Ribeiro Coutinho, Mathias Coelho de Souza e José Sylva Paes.

Manoel Antunes Suzano era bacharel em direito, advogado dos Auditórios do Rio de Janeiro.

André Ribeiro Coutinho era Mestre de Campo do Terço de Artilharia da Praça do Rio de Janeiro.

Mathias Coelho de Souza era Mestre de Campo de Infantaria de um dos Batalhões da Praça do Rio de Janeiro e em sua carta, além de grandes elogios a Alpolim, fala sobre a sua utilidade.

José Sylva Paes era Cavalheiro Professo na Ordem de Cristo, Brigadeiro dos Exércitos de Sua Majestade e Governador da Ilha de Santa Catarina. Em sua Carta fala do grande oficial de suspeitava que Alpoim seria, desde que o conheceu, fala inda do ineditismo da obra na língua portuguesa, bem como sua utilidade.

6 Licenças

Foram três as licenças necessárias ao livro de Alpoim: Do Santo Ofício, do Ordinário e do Paço. A Licença do Santo Oficio foi assinada por Dom Caetano de Gouveia que era Acadêmico Real. Uma curiosidade que consta desta licença é que D. Caetano refere-se a obra de Alpoim como sendo intitulada "Arte de Bombeiros", conforme trecho da Licença que segue.

> *"Vista a informação, pode imprimir-se o Livro intitulado: Arte de Bombeiros: e depois de impresso, tornará para se conferir, e dar licença que corra, sem a qual não correrá. Lisboa 18 de Março de 1747"* (ALPOIM, 1748, Licenças do Santo Ofício).

A Licença do Ordinário (uma espécie de autorização do Pároco local) foi dada por Victorino Pacheco e por Dom Jozé (Arcebispo de Lacedemonia).

A Licença do Paço (Licença do Palácio), ou seja, da autoridade pública administrativa) foi dada por Manoel de Campos (Acadêmico da Academia Real.

7 Conteúdos dos 10 tratados e 4 apêndices

Nos 4 primeiros tratados, Alpoim através de um sistema de perguntas e respostas, trava uma discussão eminentemente matemática com o leitor, dando bases para poder usufruir destes conhecimento nos próximos tratados. Desta forma, analisaremos mais profundamente os três primeiros Tratados.

7.1 Tratado I — Da Geometria: Este primeiro tratado, Alpoim inicia com a definição de ponto e reta, passando depois a explicar como "se deita uma reta", como dividi-la ao meio e como traçar perpendiculares.

Percebemos pelas definições que Alpoim faz referência ao trabalho de Manoel de Azevedo Fortes que por sua vez, não fez a definição de reta, mas de uma linha reta.

Alpoim faz também a definição de Plumo, o primeiro instrumento que ele define no livro.

Depois, já começa a tratar de ângulos, sobre os quais afirma haver três tipos diferentes: retos, agudos e obtusos.

Define estes ângulos, fala sobre a circunferência e segue dissertando sobre minutos (subdivisão do ângulo), explica de como fazer um ângulo igual a outro e, em seguida, como fazer operações com ângulos, fornecendo inclusive, vários exemplos.

Começa a falar mais profundamente sobre círculo e circunferência, onde, pela primeira vez, no livro, lança mão de quem muito o fará durante a obra (Euclides).

Após ensinar a traçar paralelas, ensina, segundo seu próprio termo, a "buscar" a circunferência de um círculo dado um círculo conhecido ou seu diâmetro e o faz utilizando-se de Arquimedes.

Fala também de como “busca” o diâmetro de um círculo, dada sua circunferência.

Define um novo instrumento, a Esquadra dos Bombeiros.

> *“Esquadra dos bombeiros, he a quarta parte da circunferência de hum circulo, mayor que a ordinaria com 1, 2; ou 3. Palmos de radio, e huma, ou huma, e meya polegada de vitóla, feita de madeira, como Fig. 15. Bem dezempenada, elquadrejada, e liza, graduada em 90 gráos, imitanto à Torricello, cujo fundamento he, o ângulo d centro, duplo do da circunferência.”* (ALPOIM, 1748, p. 11).

Define triângulo, que ele chama de triângulo retilíneo.

> “*Triangulo rettlilinio, he uma figura plana, feita de treas linhas rectas,a que chamaõ Lados, como ACB, feita das tres linhas rectas AC, AB e BA.*” (ALPOIM, 1748, p. 13)

Depois, define também os triângulos: equilátero, isósceles, escaleno e retângulo, ensinando inclusive a desenhá-los. Ao percorrer este caminho, se utiliza de Euclides mais algumas vezes.

Fala sobre o Teorema de Pitágoras, o qual ele chama de “grande propriedade do triângulo retângulo”.

Ensina a fazer triângulos semelhantes e em seguida a dividir seguimentos em três ou quatro partes iguais.

Define ainda o que é “petipé” dos Bombeiros.

> *“Petipé simples naõ he outra cousa mais, que huma linha recta, dividida, em certo número de partes iguais, que significarão braças, varas, palmos, &c.”* (ALPOIM, 1748, p. 16).

Desta forma, ele ensina por exemplo, a dividir um segmento em cinquenta partes iguais, além de dissertar sobre meia, primeira, segunda, terceira e quarta proporcionais (usando mais uma vez Euclides).

Ao introduzir a ideia de linha parabólica, Alpoim afirma que não seria fácil para os Bombeiros entenderem a noção de cônica, desta forma, valeu-se das ideias de Bélidor, conforme continua a definição do que é linha parabolica.

> “...*Como naõ he facil aos bombeiros de aperceberem, me valho da idéa de Bélidor. Nov Cours. de Math. Liv. Das Secc. Cnic. cap. I. fol. 183.*” (pág 18)[2]

[2]A obra de Bélidor *Nouveau cours de mathématique à l' usage de l' artillerie et du génie : où l'on applique les parties les plus utiles de cette science à la théorie & à la pratique des différens sujets qui peuvent avoir rapport à la guerre* é dividida em 16 livros dos quais o livro IX trata das seções cônicas *(Qui traite des Sections Coniques).*

Fala ainda sobre esfera e como conhecer seu diâmetro e sobre cilindro, já com termos ligados a profissão de Bombeiros, dizendo “câmera celidrica”.

Foca um pouco física, utilizando a ideia de densidade, ou seja, massa e volume, de forma que os Bombeiros viessem a saber o quanto de pólvora colocar em uma câmara para lançar determinado morteiro, ou segundo o próprio Alpoim: “endereçar bem as pontarias dos morteiros”.

Para tanto, além do que já fora estudado, ele faz uso de um novo instrumento que é composto da esquadra e de uma régua móvel. E termina o tratado dizendo que esta ferramenta será utilizada no Tratado dos Morteiros.

7.2 Tratado II — Da Nova Trigonometria: Alpoim inicia o tratado por definir o é que trigonometria, também chamada por ele de “trigonimetria retiline”.

> “*He huma parte da Geometria, que ensina o mèthodo de achar o valor dos lados, e angulos incognitos de hum triângulo rectilineo,...*” (ALPOIM, 1748, p. 25).

Para Alpoim, lados e ângulos eram “quantidades” as quais poderíamos conhecer facilmente se soubessemos o que ela chamava de princípios e analogias gerais.

Entenda-se por analogia, conforme o próprio autor explicita na obra, a regra de três. Já os princípios eram cinco, a saber:

> “*Todo triângulo tem seis quantidades, a saber, três lados, e três angulos, para se conhecer qualquer destas, he absolutamente necessario ter conhecido primeiro tres das quantidades ditas, como dous lados, e hum ângulo, por exemplo,...*” (ALPOIM, 1748, p. 25).

Este segundo princípio foi retirado da obra de Bélidor, como segue.

> “*Em todo triangulo, os lados tem entre si a mesma razão, que os senos dos angulos oppostos.*” Apud Bélidor Cour. Math. Prop. 7. Fol. 221. (ALPOIM, 1748, p. 26).
>
> “*Os tres angulos de hum triangulo rectilineo, saõ iguaes a dous rectos,...*” Apud Euclides prop. 31. 1” (ALPOIM, 1748, p. 26).
>
> “*Os angulos iguaes, tem senos iguaes; e se os senos saõ iguaes, tambem saõ iguaes os angulos. Log. Rac. Part. 1 Theor. 5. Cap. I. fol. 62.*” (ALPOIM, 1748, p. 26).
>
> “*O Seno de um ângulo é o arco que o mede... Log. Rac. Part. 2 Liv 2. Cap. 1. ef. 5. Fol. 61.*” (ALPOIM, 1748, p. 27).

Com estes “princípios” ele pretendia “resolver” qualquer triângulo, apenas utilizando de perpendiculares.

Alpoim, sem utilizar fórmulas, define “seno recto” e “seno total”. O primeiro é o que chamamos hoje de seno de um ângulo e o segundo é o seno do ângulo reto. Define arco e Seno verso, que na verdade hoje seria como um menos o cosseno do ângulo.

Segundo Alpoim, existiam três tipos de triângulos que poderiam ser “resolvidos” por trigonometria. Como ele próprio chamou, casos “I, II e III”, a saber:

> *“Dados dous angulos, e hum lado, buscar os outros dous lados, e o terceiro ângulo, que falta.”* (ALPOIM, 1748, p. 28).
>
> *“Dados dous lados, e hum ângulo, achar o terceiro lado, e os dous angulos que lhe faltaõ.”* (ALPOIM, 1748, p. 28).
>
> *“Dados os tres lados, cada hum per si, achar os tres angulos.”* (ALPOIM, 1748, p. 29).

Percebemos que na verdade estes nada mais são que os casos de congruência de triângulos. O caso I como ALA, o II como LAL e o III como LLL.

Explica sobre logaritmos e segue com alguns exemplos como exercícios resolvidos.

E encerra o Tratado com o que ele próprio chama de *“METHODO MERAMENTE PRATICO DE RESOLVER OS TRIANGULOS”*.

Com este método ele propõe diversos tipos de exercícios a serem resolvidos:

> *“Dados dous angulos de hum triangulo, e hum lado, conhecer o outro ângulo, e os outros dous lados.”* (ALPOIM, 1748, p. 41).
>
> *“Dados dous lados, e o ângulo por elles compreendido, conhecer o terceiro lado, e os dous angulos.”* (ALPOIM, 1748, p. 44).
>
> *“Dados os tres lados de hum triangulo, conhecer os tres angulos.”* (ALPOIM, 1748, p. 49).
>
> *“Dado qualquer ângulo rectilinio, achar quantos graos tem.”* (ALPOIM, 1748, p. 56).
>
> “*Sobre huma recta dada, fazer hum ângulo, de certo numero de graos dados.*” (ALPOIM, 1748, p. 57).
>
> *“Resolução dos triangulos, por meyo do Pantometra.”* (ALPOIM, 1748, p. 58).

> *"Dados, em hum triangulo, dous lados, e o ângulo por elles comprehendido, achar o outro lado, e os angulos."* (ALPOIM, 1748, p. 58).
>
> *"Dados dous lados e hum trinangulo, e hum ângulo apposto a qualquer, achar o outro lado, e os angulos."* (ALPOIM, 1748, p. 59).
>
> *"Dados dous angulos, e hum lado, conhecer o terceiro ângulo, e ou dous lados."* (ALPOIM, 174, p. 59).
>
> *"Dados os tres lados de hum triangulo, cada hum de per sy, conhecer os seus tres angulos."* (ALPOIM, 1748, p. 59).

Ao nosso ver, este método prático, que ele faz utilizando-se de instrumentos que ele já ensinara a fazer no livro e citado neste artigo, é o que ele entende por uma "Nova Trigonometria", a qual ele citara na folha de rosto.

Esta "Nova Trigonometria" permitia o militar encontrar medidas e ângulos nos triângulos sem utilizar fórmulas, ou seja, apenas através de medições e utilização de instrumentos.

7.3 Tratado III — Da Longemetria: Alpoim inicia este Tratado definindo o que entende por longemetria, conforme segue:

> *"Longemetria, he a arte, que ensina a medir toda a sorte de distâncias, horizontaes, verticaes, accessiveis, e inacessiveis, por meyo de alguma medida conhecida; como vara, passo, palmo, ou outra qualquer, com instrumento, ou sem elle, pratica, ou trigonometricamente."* (ALPOIM, 1748, p. 61).

A grosso modo, por essa definição, já percebemos o ganho que esta "arte" dá ao trabalho dos Bombeiros, tendo em vista que o profissional tem a possibilidade de medir distâncias inacessíveis.

A seguir, define cada uma dessas distâncias e diz que elas podem ser medidas facilmente através de círculos.

Segue com definições já específicas para a atividade de bombeiro como "Estações", "bandeirolas", e passa a ensinar a resolver dois problemas, bem característicos da profissão.

> *"Medir huma distancia determinada, e accessivel, por huma só parte."* (ALPOIM, 1748, p. 63).
>
> *"Medir de fima de hum monte, huma distancia vertical, e horizontal inaccessivel."* (ALPOIM, 1748, p. 65).

Alpoim encerra este que é o menor de todos os tratados.

7.4 O Tratado IV — Da Altimetria: Alpoim inicia este dizendo que altimetria é a arte de medir alturas e o faz através de exemplos, que na verdade são exercícios práticos.

Termina o tratado afirmando que todas as operações com triângulos podem ser realizadas sem cálculo algum, através da Trigonometria meramente prática, ensinada por ele no Tratado II, reforçando o que especulam os autores deste artigo, no sentido de dizer que é esta Trigonometria meramente prática que Alpoim vem a chamar de “uma nova Trigonometria”.

7.5 O Tratado V — Dos Morteiros: Este Tradado, ao qual Alpoim também chamou de “Exacta Arte de Deitar Bombas” é o maior de todos, ocupando da página 79 a 234 do livro. Nele, Alpoim começa por definir o Bombeiro, conforme já citado neste artigo, definindo também a arte de deitar bombas:

> “*Esta arte, há que, com varias regras, e perceitos, enfina o methodo de reconhecer, carregar, escorvar, e apontar hum morteiro.*” (ALPOIM, 1748, p. 79).

Disserta sobre Morteiros e Bombas.

Para Alpoim, existem dois “lugares para colocação dos morteiros”: o primeiro é quando os morteiros estão no mesmo nível do alvo e o segundo é quando os moteiros estão abaixo do nível do alvo.

Para ambos os casos, o ângulo da elevação a que irá o morteiro é o que fará a diferença.

Após ensinar a encontrá-los, dá exemplos e finaliza o tratado com as vozes de comando para o manejo do morteiro.

7.6 O Tratado VI — Dos Morteiros Pedreiros: Alpoim inicia este tratado definindo que são os Morteiros Pedreiros.

Expõe ainda sobre seu alcance e encerra o tratado ensinando ainda a operar estes tipos de morteiros.

7.7 O Tratado VII — Dos Obuz: Começa por perguntar e responder o que são as peças que dão título ao tratado.

Fala sobre as características operacionais dos obuzes, sua invenção, medidas, comprimento, proporções, tamanhos, carga de pólvora, como carregar e quantidade mínima de operadores.

Em seguida, expõe sobre a que distâncias os obuzes lanção suas bombas e cartuchos, conforme a varia a carga de pólvora e inclinação (elevação, segundo Alpoim). Para tanto, ele relata seis experiências com cargas de uma ou meia polegada, inclinações de 45 e 70 graus, dizendo qual foi o alcance atingido por cada uma delas, e desta forma, concluindo, nos dois primeiros casos, o que aconteceria no caso de uma inclinação de 15 graus.

Alpoim alerta sobre as distâncias mínimas nas quais o obuz torna-se eficaz, sua refrigeração e encerra o Tratado falando sobre algumas peculiaridades da operação destes artefatos.

7.8 Tratado VIII — Dos Petardos: Definindo o que são Petardos, Alpoim inicia o tratado e logo depois informa quais os materiais podem ser utilizados na sua fabricação.

Por fim, explica como operar um petardo, terminando o Tratado.

7.9 Tratado IX — Das Baterias de Morteiros: Conforme no demais, inicia este penúltimo tratado definindo o que são as Baterias de Morteiros.

Para esta definição, faz uso de uma obra do francês Sébastien Le Prestre de Vauban (1633–1707), a maior autoridade em fortificações de seu tempo, engenheiro militar e que chegou a atingir o posto de Marechal do Exército Francês de Luís XIV, quem nomeou Comissário Geral das fortificações em 1678. Vauban ergueu mais de 150 fortificações, revolucionando a arquitetura e logística militar tendo em vista ter dado tanta importância ao ataque quanto à defesa das tropas. Suas fortalezas serviram como estilo para diversas outras edificações, inclusive em Portugal.

7.9.1 Apendice I — O método mais fácil que se pode inventar para saber o número de balas e bombas em pilhas: Alpoim inicia este primeiro apêndice de sua obra falando da importância de se empilhar bombas ocupando um mínimo de espaço no terreno, bem como é importante saber contá-las rapidamente.

Para tanto, sem falsa modéstia, diz ter inventado o melhor método para fazê-lo.

Ainda neste Apêndice, apresenta um segundo método no qual é necessário se saber o número de balas da face triangular.

É interessante que ele utiliza o verbo “cubicar”, para indicar a operação de potência com expoente 3.

7.9.2 Apêndice II — Como, dado um número de balas ou bombas, se lhe podem achar os lados das pilhas que se quiserem formar, ou sejam triangulares ou quadrangulares: Segundo Alpoim, como sempre despido de modéstia, o método por ele apresentado lhe parece ser o primeiro a permitir tal operação, ou seja, achar a quantidade de balas no lado de uma pilha de balas, para se formar pilhas quadrangulares ou triangulares, contendo uma determinada quantidade de balas.

Na verdade, estes métodos consistem na operação inversa do segundo método do Apêndice I.

Outra característica de método é a necessidade de se fazer aproximações. Até mesmo por conta das expressões nas quais ele utiliza para chegar ao número de balas a que propõe o método.

Insere a regra para as pilhas triangulares, segue com dois exemplos e, em seguida, apresenta a regra para pilhas quadrangulares de balas, segue com mais dois exemplos e termina o tratado com duas fórmulas de raiz cúbica, que representam a aplicação do método cujo a operação inversa é “cubicar”.

7.10 Tratado X — Pirobolia Militar: Também chamado pelo autor de “FOGOS ARTIFICIAIS DA GUERRA”, os quais ele inicia o tratado definindo.

Pela própria definição, percebemos que este tratado, bem como seus apêndices, aparentemente, não apresentam grande interesse matemático.

O que é matematicamente interessante, do ponto de vista destes autores, é que Alpoim se utiliza bastante da matemática enquanto linguagem, principalmente para apresentar a proporção dos insumos para produzir os artefatos pirofóricos.

Termina o Tratado unicamente falando destas aplicações, que é exatamente a que se propõe o mesmo.

7.10.1 Apêndice I — Dos Fogos Extraordinários: No apêndice, define os fogos extraordinários, suas características, aplicabilidades, inclusive dizendo que os Navios de Fogo são um meio admirável de se queimar armadas inimigas no Rio de Janeiro, o que, segundo os autores deste artigo, tem a ver com as características da própria Baia de Guanabara.

Põe por fim o Apêndice, falando das máquinas endiabradas, que são, segundo Alpoim, uma variação dos artefatos citados.

7.10.2 Apêndice II — Dos Fogaréis e Candieiros de Muralha: Neste mostra as características, tipos e formas de utilização dos Fogaréis e Candieiros de Muralha, dentre outros.

Finaliza o Apêndice e a sua obra dizendo que ter inserido nela aquilo que considera mais útil para o serviço de sua majestade e para a realização do projeto, examinou os autores mais modernos (da época), colheu: a prática de alguns, a “especulação” de outros, a “melhor” doutrina, ou seja, a que ordinariamente se usava na Europa, por meio das quais seriam sempre as suas armas vitoriosas e triunfantes.

8 A influência de Bélidor

Como Alpoim teve intensa atividade, dentre elas engenheiro militar e professor em cursos de artilharia, nos quais fez uso da matemática para chegar aos seus objetivos pedagógicos, contudo de maneira bem mais precoce que Alpoim.

Ao observarmos as obras originalíssimas de Bélidor: *Noveau Cours de Mathématiques : à l'usage de l'artillerie et du génie, où l'on applique les parties les plus utiles de cette science à la théorie & à la pratique de différens sujets qui peuvent avoir rapport à la guerre*, 1725 (onde o autor se propõe a ensinar partes da matemática, por ele julgadas mais úteis e aplicar esta teoria na prática da guerra), bem como na obra *François Le Bombardier, também conhecida como Nouvelle Méthode de Jeter des Bombes avec Precision. Tabelas, 1731* onde ele sistematiza a precisão dos tiros de artilharia através de tabelas), percebemos claramente que Alpoim deixou-se embebedar pela ideias de Bélidor ao inspira-se e não copiar (tendo em vista que as estrutura textual das obras são diferentes) para fazer sua obra. Inclusive, da mesma forma que Alpoim, Bélidor havera colocado no prefácio de sua obra de 1725 que o estudo dela seria útil para o Estado, no caso de Alpoim, a Coroa Portuguesa.

9 Conclusão

Somente por ser o segundo livro de matemática desenvolvido no Brasil para brasileiros, dizer da originalidade da obra em nossas terras seria pleonástico.

O fato é que podemos considerar que com as Obras "*Exame de Artilheiros*" e "*Exame de Bombeiros*" José Fernandes Pinto Alpoim foi o primeiro predecessor dos professores de matemática em terras brasileiras.

Contudo, a grandiosidade de sua obra, na opinião dos autores deste trabalho, reside no fato de ela ser contemporânea, no sentido de que até hoje o sistema de ensino brasileiro, como um todo, vive uma crise que enxuga os conteúdos matemáticos nas escolas e põe em xeque aqueles poucos que ainda são apresentados.

Através de sua "Nova Trigonometria", Longimetria e Altimetria Alpoim criou formas práticas de fazer a tropa obter maior êxito em seus lançamentos de bombas no meio do calor do combate, onde se exige respostas rápidas e instintivas, e o pensamento mais elaborado deve dar lugar a técnica, sob pena de um custo muito alto: a vida do combatente e seus companheiros, além da humilhação da Coroa.

Assim, Alpoim, da mesma forma que Bélidor, visando um objetivo, pôs se a ensinar o que supunha ser o melhor para a nação.

Referências

ALPOIM, José Fernandes P. *Exame de Artilheiros.* Lisboa: Oficina de José Antonio Plates, 1744.

ALPOIM, José Fernandes P. *Exame de Bombeiros.* Madrid: Oficina de Francisco Martinez Abad, 1748.

BÉLIDOR, Bernard Forest de. Le bombardier Français, ou *Nouvelle Méthode de Jeter des Bombes avec Precision.* Paris: 1731. 4º.

BÉLIDOR, Bernard Forest de. *Nouveau cours de mathématique : à l'usage de l'artillerie et du génie, où l'on applique les parties les plus utiles de cette science à la théorie & à la pratique de différens sujets qui peuvent avoir rapport à la guerre.* Paris: Nyon, 1757.

Decreto do Rei D. João V, de 13 de agosto de 1738, AHU, CV0-17, Doc. 3215, caixa 30; Catálogo de Cartas Régias, 1662–1821, Arquivo Nacional, I, 472, Ordem Régia de 19 de agosto de 1738.

MONTEIRO, J. K. *et al. Bombeiros: um olhar sobre a qualidade de vida no trabalho. Psicologia: Ciência e Profissão*, Brasília, DF, v. 27, n.º 3, p. 560, 2007.

PIVA, Teresa C. C. & Filgueira, Carlos A. L. *O Fabrico e Uso de Pólvora no Brasil Colonial: O papel de Alpoim na primeira metade do século XVIII.* Quim. Nova, v. 31, n.º 4, p. 930–936, 2008.

VALENTE, W. R. *Uma História da Matemática Escolar no Brasil, 1730–1930.* São Paulo: Annablume; Fapesp, 1999.

Grupos de Pesquisa em história da Matemática do Brasil: um estudo sobre suas genealogias

Carlos Aldemir Farias da Silva
UFPA/Belém, Brasil
carlosfarias1@gmail.com

Iran Abreu Mendes
UFRN/Natal, Brasil
iamendes1@gmail.com

Resumo: A partir dos resultados de uma pesquisa anterior, focada na produção em História da Matemática na pós-graduação *stritu sensu* do Brasil, entre 1990 e 2010, percebemos um crescimento das abordagens sobre vida e obra de matemáticos e professores de Matemática; história das instituições; história das disciplinas escolares, dentre outras atividades sociais e culturais. A diversidade de métodos de pesquisa historiográfica, advindas de áreas como a História, a Antropologia e a Sociologia, contribuiu para a construção de uma história social da Educação Matemática no contexto da sociedade e da cultura. Na continuação de nossa pesquisa, buscamos apoio na epistemologia de Ludwik Fleck (1986; 2010), associada aos estudos sobre genealogia, para compreender a origem, a evolução e a disseminação das organizações sociais dos grupos de pesquisa em história da Educação Matemática. Assim, iniciamos um levantamento dos grupos de pesquisas sobre história da Educação Matemática do Brasil para caracterizar suas dimensões, desmembramentos e ramificações, bem como as redes de conexões entre pesquisadores, estudantes de mestrado e doutorado, suas respectivas linhas de pesquisas, produções geradas durante a pós-graduação e após a sua inclusão no sistema de pesquisa em história da Educação Matemática no Brasil.

Considerações iniciais

Os estudos em história da Matemática e da Educação Matemática vêm apresentando, a partir da última década do século XX, enfoques nas histórias de vida e formação, apoiando-se na história oral, como um método de pesquisa, e na organização da memória da Educação Matemática no Brasil.

Além disso, a exploração de arquivos pessoais, de centros de documentação, em todas as suas dimensões, bem como o método (auto)biográfico, têm ampliado as fontes das pesquisas em história da Educação Matemática e auxiliado os pesquisadores na busca de respostas acerca do processo de constituição dessa história plural, na qual a Educação Matemática vem se constituindo como uma área de produção de conhecimento, quer seja na história das instituições, das disciplinas escolares e nas histórias de vida de professores de matemática, protagonistas das histórias.

A partir de uma pesquisa, cuja finalidade foi catalogar a produção científica de História da Matemática nos programas de pós-graduação *stritu sensu* do Brasil, das áreas de Educação, Educação Matemática, Ensino de Ciências Naturais e Matemática e áreas afins, entre 1990 e 2010, identificamos que, de um modo geral, as dissertações e teses estão organizadas em três subáreas: História e epistemologia da Matemática; História no ensino da Matemática e História da Educação Matemática (MENDES, 2010).

Os resultados da primeira fase da pesquisa apontam um crescimento das abordagens sobre vida e obra de matemáticos e professores de Matemática, história das instituições, história das disciplinas escolares, dentre outras atividades sociais e culturais. Dessa tentativa de aproximação se constituem as bases das interlocuções nas quais a diversidade de fontes na pesquisa historiográfica com origens na pesquisa em História, Antropologia e Sociologia podem viabilizar o estabelecimento de relações e implicações para uma compreensão possível acerca de uma história social da Educação Matemática e das práticas matemáticas no contexto da sociedade e da cultura (MENDES, 2012).

Tais resultados apontam a necessidade de investigar a rede de conexões de pesquisa sobre história da Educação Matemática, construída nas duas últimas décadas no Brasil (1990–2010). Nesse sentido, percebemos a necessidade de bifurcar a pesquisa em direção às relações entre genealogia e história da Educação Matemática. Tal bifurcação possibilita transpor conceitos e princípios, de modo a desenhar uma cartografia pormenorizada da história da Educação Matemática, que caracterize os grupos de pesquisa envolvidos e suas produções, as ramificações e reformulações de princípios, métodos e o conhecimento produzido.

É necessário, entretanto, respondermos inicialmente alguns questionamentos emergentes: o que é genealogia? Como se caracteriza e quais as possibilidades de uso dos princípios da genealogia nos estudos sobre o surgimento e a construção da subárea de história da Educação Matemática no Brasil? Como a genealogia pode contribuir para a descrição dos grupos de estudos e dos pesquisadores envolvidos e suas produções, desde a década de 1990 do século XX?

Sobre genealogia e história da Educação Matemática

Neste trabalho, a genealogia é tomada como uma ciência auxiliar da História que estuda a origem, o desenvolvimento e a disseminação das organizações sociais (grupos, famílias, instituições, entre outros), com ênfase nos encaminhamentos originados de grupos sociais primários e as reorganizações das várias gerações dessas instituições. Tais estudos genealógicos desenvolvem-se no âmbito da história e memória das famílias, das organizações e dos grupos sociais, fundamentando-se na Sociologia, na Antropologia, na Economia e na História da Arte (ARCHASSAL, 2000). Para alguns teóricos, a genealogia tem como objetivo desvendar as origens das pessoas e famílias por intermédio do levantamento sistemático de seus antepassados ou descendentes, locais onde nasceram e viveram e seus relacionamentos interfamiliares.

Como sabemos, muitos nomes de família dependeram da competência e discrição de quem os fez no ato do registro da história dos ancestrais, sob a forma de texto ou árvore genealógica, com nomes, datas e lugares por onde eles passaram, para conhecimento de seus descendentes. A base desse tipo de pesquisa é encontrar, no passado, ligações entre pessoas de diversas etnias, credos e classes sociais, a partir de informações levantadas em diversos documentos, para que se torne possível construir a árvore genealógica de cada pessoa ou grupo social, de forma que sejam mantidos vivos na memória de seus descendentes e possam explicar o processo de constituição de um modelo sociocultural, político e filosófico.

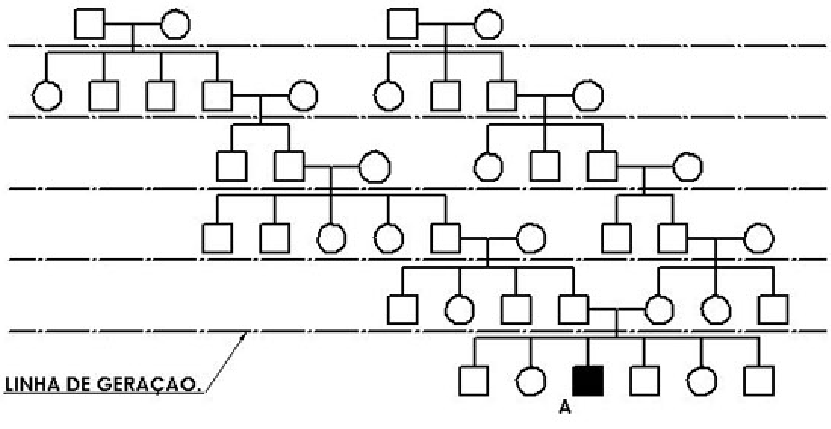


Figura 1: Uma tábua genealógica de ascendência por quadrantes.
Fonte: `http://www.genealogiaveneta.com/genealogia-pt.html`

Um exemplo das contribuições da genealogia para a pesquisa histórica mais próxima da história da Educação Matemática é o *Mathematics Genealogy Project* (Projeto Genealogia Matemática), cujo objetivo é compilar informações sobre todos os matemáticos de todo o mundo, a partir de informações de todas as escolas que participam do desenvolvimento da Matemática em nível de pesquisa, e de todas as pessoas que podem fornecer as informações necessárias para essa construção histórica. O propósito do projeto é listar todos os indivíduos que tenham cursado um doutorado em Matemática, as instituições em que receberam o grau, o ano em que o título lhes foi concedido e o título completo da tese produzida, o nome completo do(s) orientador(es). Nessa genealogia, o pai é representado pelo orientador de doutorado. Todas as informações são colocadas em um banco de dados e organizadas de modo a construir a árvore genealógica de cada matemático catalogado.

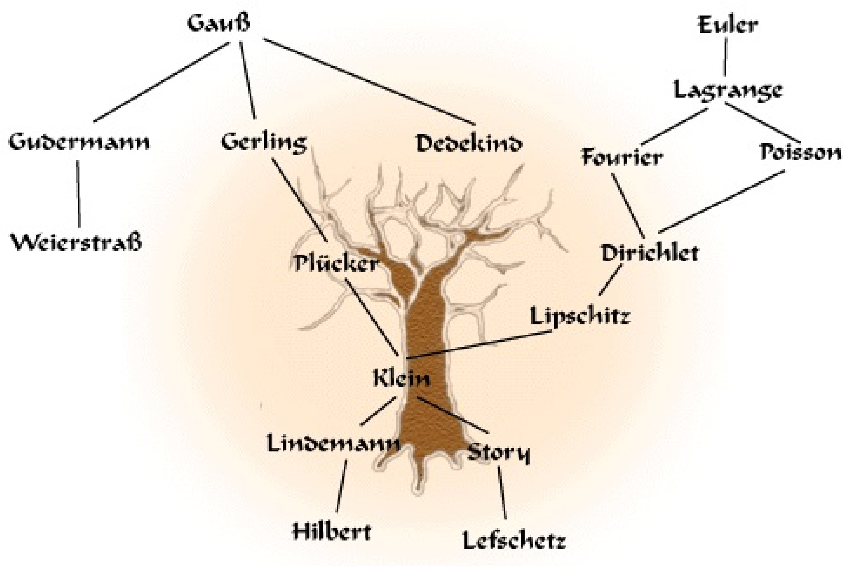


Figura 2: Esboço de uma árvore genealógica do Mathematics Genealogy Project
Fonte: `http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/`

A partir dessa perspectiva, fizemos um levantamento inicial sobre os grupos de pesquisa voltados à história da Educação Matemática no Brasil, de modo a selecionar, organizar, analisar e catalogar cada um, para que seja possível compor um banco de informações que possa caracterizar a área em estudo, suas dimensões, desmembramentos e ramificações. Assim, poderemos vislumbrar a construção das redes de conexões de pesquisadores em história da Educação Matemática e das conexões entre pesquisadores, estudantes de mestrado e doutorado, suas respectivas linhas de pesquisas, produções geradas durante a pós-graduação e após a sua inclusão no sistema de pesquisa em história da Educação Matemática no Brasil.

Os estudos sobre genealogias são fundamentados nas discussões levantadas pela sociologia, pela antropologia e pela história, uma vez que tais estudos desenvolvem-se no âmbito da história e memória de indivíduos ou grupos familiares dentro de determinada sociedade, no tempo e no espaço. É nessa pespectiva que tomamos os grupos de pesquisa em história da Matemática, do Brasil, a partir do diretório do CNPq, visando realizar um estudo mais ampliado sobre suas genealogias.

Nesse sentido, fizemos um levantamento sistemático dos fundadores, descendentes, locais de criação, disseminação de princípios e fundamentos teóricos, bem como dos filiados e sua reprodução. Em seguida estabelecemos uma identificação dos princípios norteadores da criação de cada grupo de modo a verificar como ocorre a reorganização teórica dos princípios dos grupos, a partir de seus descendentes e quais as permanências de princípios geradores do grupo inicial, uma vez que esse é um possível processo de constituição de um modelo sociocultural, político e filosófico de cada grupo e de suas ramificações pelo país.

Para estabelecer as primeiras relações sobre genealogia e história da Educação Matemática levamos em consideração alguns enfoques das pesquisas já realizadas nos grupos de pesquisa e as histórias construídas nessas pesquisas. Nesse sentido, tomamos as histórias de vida e formação, cujos estudos estão apoiados no uso da história oral como técnica de pesquisa, cujo resultado focal contribui para a organização da memória da Educação Matemática. Além disso, percebemos que tais pesquisas se concretizam, também, com a exploração de arquivos, e de centros de documentação em todas as suas dimensões. Outras maneiras de operar essas construções históricas se materializam a partir do uso do método (auto)biográfico, bem como nas trajetórias históricas das disciplinas escolares e nas histórias das instituições.

Sobre o Diretório dos Grupos de Pesquisa do Brasil

O Diretório dos Grupos de Pesquisa no Brasil, projeto desenvolvido pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) desde 1992, constitui-se por um banco de dados que contém informações sobre os grupos de pesquisa em atividade no país. O diretório mantém uma base corrente, cujas informações são atualizadas continuamente pelos líderes de grupos, pesquisadores, estudantes e dirigentes de pesquisa das instituições participantes, a partir de um processo de realimentação informacional, no qual o CNPq realiza censos bianuais, que se organizam como fotografias dessa base corrente, no sentido de retratar a situação de cada grupo em todo o Brasil, bem como sobre as relações integrativas, conexões de pesquisas e fundamentos teóricos que configuram os modos de ser e de estar de cada grupo no diretório.

As informações estabelecidas no diretório caracterizam cada um dos grupos cadastrados, de modo a referir-se à constituição desses grupos (pesquisadores, estudantes e técnicos), às linhas de pesquisa em andamento, às especialidades do conhecimento, aos setores de aplicação envolvidos, à produção científica e tecnológica e aos padrões de interação com o setor produtivo. Além disso, cada grupo é situado no espaço (região, Unidade da Federação e instituição) e no tempo. Assim, o diretório desses grupos de pesquisa passa a se constituir em um eficiente instrumento para o intercâmbio e a troca de informações entre os pesquisadores do Brasil. Com precisão e rapidez, a base de dados pode informar quem é quem, onde se encontra, o que está fazendo e o que produziu recentemente, seja no nível das instituições, seja no das sociedades científicas ou, ainda, no nível das várias instâncias de organização político-administrativa do Brasil, o que torna a base de dados do diretório uma fonte rica de informação.

A definição metodológica mais importante na constituição da base de dados é a de sua unidade de análise. O grupo de pesquisa foi definido como um conjunto de indivíduos organizados hierarquicamente, cujo fundamento organizador é a experiência, o destaque e a liderança no terreno científico ou tecnológico, em que há envolvimento profissional e permanente com atividades de pesquisa, no qual o trabalho se organiza em torno de linhas comuns de pesquisa e que, em algum grau, compartilha instalações e equipamentos.

Cada grupo de pesquisa está organizado em torno de uma liderança (eventualmente duas), que é a fonte das informações constantes na base de dados. O conceito de grupo admite aquele composto de apenas um pesquisador. Na quase totalidade dos casos, esses grupos se compõem do pesquisador e de seus estudantes. As informações referentes ao grupo (pesquisadores, estudantes, pessoal de apoio técnico e linhas de pesquisa) são de responsabilidade dos líderes dos grupos e, de acordo com os Censos do Diretório dos Grupos de Pesquisa no Brasil, apresentamos a seguir informações sobre uma amostra dos grupos que desenvolvem estudos e pesquisas voltados à área de história da Educação Matemática, pertencentes às instituições de ensino superior e a institutos de pesquisa que possuem programas de pós-graduação nas áreas de

Educação, Educação Matemática ou Ensino de Ciências e Matemática. A escolha da amostra foi definida com base nas multiplicidades de abordagens de pesquisa na área, tempo de formação do grupo e definição da linha de pesquisa. A pesquisa em desenvolvimento, entretanto, focará todos os grupos cadastrados no diretório do CNPq.

Em 2014 foram identificados cerca de quarenta grupos de pesquisa cadastrados no diretório do CNPq, cujas temáticas têm em suas linhas de pesquisa alguma relação direta ou indireta com a história da Educação Matemática. Nesse sentido, os estudos aos quais direcionamos nossa pesquisa focaram especificamente sobre as genealogias relacionadas aos fundamentos da pesquisa em história da Educação Matemática e de que modo os fundamentos de sustentação teórica dos grupos se disseminam em outros grupos que são criados ou reorganizados, a partir das conexões feitas entre grupos ou conforme um membro que temporariamente possa por um desses grupos e posteriormente cria um novo grupo.

A genealogia do pensamento dos grupos de história da Educação Matemática

O desenvolvimento do nosso trabalho levou em consideração que é extremamente relevante explorar e destacar aspectos da história da Educação Matemática Brasileira, que se caracterizam pela apresentação dos itinerários da constituição das comunidades de educadores matemáticos, desafiadores e empreendedores em prol da organização e implementação de um modelo próprio de concretização da formação de pesquisadores em Educação Matemática, por meio de uma prática pensada e realizada coletivamente, que nos levou a interpretar a organização dos grupos de pesquisa a partir de um coletivo de pensamento, como sugere Ludwik Fleck (1986; 2010). A partir de quais aspectos podemos nos questionar sobre os sentidos da produção coletiva que reflete princípios teóricos sustentadores desses grupos?

Para falar das características e potencialidades das ações dos grupos de pesquisa em história da Educação Matemática, buscamos apoio nas contribuições presentes na epistemologia de Ludwik Fleck (1896–1961), tomando-as como referências para enfocar aspectos teóricos e metodológicos concernentes à formação de pesquisadores em Educação Matemática, especificamente sobre história da Educação Matemática. Do que se trata afinal? Ludwik Fleck desenvolveu, entre as décadas de 1920 a 1930, uma forma de abordar o problema do conhecimento por meio de uma epistemologia comparativa. O médico polonês tinha como premissa básica que o conhecimento é fruto de processos históricos efetuados por coletivos em interação sociocultural. Assim, propõe categorias epistemológicas, com as quais analisa a gênese e a difusão de conhecimentos e práticas, produzidos por esses coletivos.

Para Fleck (1986; 2010), o conhecimento é resultado de um processo de construção do indivíduo em interação sociocultural, ou seja, o conhecimento se desenvolve por meio de uma interação entre o sujeito e o objeto, mediada por uma dimensão, que é social e culturalmente determinada. Assegura, também, que as relações históricas existentes em um determinado estilo de pensamento indicam que existe uma interrelação entre o conhecido e o que se quer conhecer. Para Fleck, portanto, o que já é conhecido pode condicionar a maneira de produzir o novo conhecimento e o modo de configurar tal conhecimento (estilo de pensamento), e esse conhecer se expande, se renova e dá sentido ao novo conhecer.

Assim, o processo de produção de conhecimento deve levar em consideração o sujeito, o objeto e o estilo de pensamento compartilhado pelo coletivo de pensamento. Esse estilo de pensamento, portanto, é a base do princípio direcionador do modo de pensar e de agir de um grupo de pesquisadores (educadores) de uma determinada área do conhecimento. Para Fleck (1986; 2010), o coletivo de pensamento compreende uma comunidade de indivíduos que compartilham práticas, concepções, tradições e normas, na qual a maneira própria de ver o objeto do conhecimento (o ver formativo), e de interagir com ele, determina o estilo de pensamento. Na estrutura geral do coletivo de pensamento, Fleck distingue dois círculos de interação: o esotérico e o exotérico. O primeiro é composto pelos especialistas, enquanto o segundo incorpora os não especialistas, ou seja, os leigos e os leigos formados. Todavia, as pessoas podem pertencer a vários coletivos de pensamento simultaneamente, implicando assim em uma atuação determinante no processo de transmissão de ideias entre os coletivos.

Nesse sentido, Fleck (1986; 2010) esclarece que é entre os círculos exotérico e esotérico que são estabelecidas algumas relações dinâmicas que podem contribuir para a ampliação da área de conhecimento. A esse movimento Fleck denomina circulação intracoletiva e circulação intercoletiva. É por meio da circulação intracoletiva de ideias, que ocorre no interior do coletivo de pensamento, que o sujeito individual se insere no coletivo de pensamento e daí precisa aprender e compartilhar conhecimentos e práticas do estilo de pensamento vigente. Essa circulação intracoletiva de ideias é a responsável pela coerção de pensamento que forma um membro novato de determinado coletivo de pensamento, contribuindo, então, para o processo de extensão do estilo de pensamento. Já a circulação intercoletiva de ideias ocorre entre dois ou mais distintos coletivos de pensamento, e tem papel fundamental na extensão do estilo de pensamento, uma vez que toda circulação intercoletiva de ideias implica em um deslocamento ou transformação dos valores dos pensamentos.

Podemos considerar, então, que a epistemologia de Fleck nos possibilita identificar o caráter sócio-histórico-cultural da produção do conhecimento e assim compreender a interação dos coletivos dos pesquisadores e de professores entre si e com outros grupos sociais, explicitando o caráter sociológico da produção e disseminação do conhecimento científico. As categorias circulação intra e intercoletiva de ideias possibilitam caracterizar os processos de constituição, disseminação e modificação do conhecimento. Desse modo, permite identificar as condições para a instauração de um estilo de pensamento ligado à Educação Matemática e propicia compreender a importância da comunicação intra e intercoletiva no estabelecimento e transformação de um estilo de pensamento. Além disso, estimula a inserção da história da ciência (da Matemática e da Educação Matemática) nos currículos do curso de Licenciatura em Matemática, visando à formação de professores, tal como ocorre em alguns cursos de licenciatura em Matemática do Brasil a partir da década de 1990. A inserção dessas histórias (da Matemática e da Educação Matemática), consequentemente, estimularam os pesquisadores a uma reflexão sobre a prática pedagógica dos professores, de modo a analisar o impacto da formação do professor para o ingresso em um estilo de pensamento e na constituição da área de Educação Matemática na ação docente.

De acordo com a epistemologia de Fleck (1986; 2010) podemos considerar que a condução acadêmica, adotada pelos membros de um coletivo de pensamento, a partir do ingresso no grupo, está diretamente imbricada no percurso profissional delineado em suas carreiras. Isso porque o coletivo oportuniza a aprendizagem do diálogo, a mudança e o desenvolvimento profissional, por meio de uma dinâmica de formação, um movimento autônomo e crítico, admitido como uma necessidade de ampliação dos saberes profissionais.

Germinações, disseminações e bifurcações

Após a realização de uma primeira etapa de uma pesquisa sobre a produção em História da Matemática no Brasil (Mendes, 2014), consideramos a necessidade de bifurcar a pesquisa em direção às relações entre genealogia e história da Educação Matemática. Nesse sentido, continuamos nossa pesquisa tomando a genealogia como uma ciência auxiliar da história que pode contribuir para estudarmos a origem, desenvolvimento e disseminação das organizações sociais em várias gerações. Com base nesses pressupostos fizemos um levantamento dos grupos de pesquisas sobre história da Matemática e história da Educação Matemática do Brasil para caracterizar suas origens, crescimento, dimensões, desmembramentos e ramificações, bem como as redes de conexões entre pesquisadores, estudantes de mestrados e doutorados, suas respectivas linhas de pesquisa, produções geradas durante a pós-graduação e após a sua inclusão no sistema de pesquisa em história da Matemática e história da Educação Matemática no Brasil.

Trata-se de um estudo sobre as genealogias dos grupos de pesquisas cadastrados no diretório do CNPq, que desenvolvem estudos e pesquisas em história da Educação Matemática. Tal estudo envolve a caracterização da área de estudos dos grupos, as linhas de pesquisa seguidas pelos grupos, bem como as dimensões, desmembramentos e ramificações ocasionadas pelos membros do grupo após a conclusão de seus estudos de pós-graduação. Pretende-se com isso verificar as possíveis redes de conexões entre pesquisadores, estudantes de mestrado e doutorado, as produções geradas e a inserção desses pós-graduandos no sistema acadêmico, como profissionais, após concluir seus estudos de pós-graduação.

Sobre alguns grupos de pesquisa em história da Educação Matemática

As informações referentes ao grupo (pesquisadores, estudantes, pessoal de apoio técnico e linhas de pesquisa) são de responsabilidade dos líderes dos grupos e de acordo com os censos do diretório dos Grupos de Pesquisa do Brasil. Apresentamos a seguir informações sobre uma amostra dos grupos que desenvolvem estudos e pesquisas voltados à área de história da Educação Matemática, pertencentes a instituições de ensino superior e a institutos de pesquisa que possuem programas de pós-graduação nas áreas de Educação, Educação Matemática ou Ensino de Ciências e Matemática. A escolha da amostra foi definida com base nas multiplicidades de abordagens de pesquisa na área, tempo de formação do grupo e definição da linha de pesquisa. A pesquisa em desenvolvimento, entretanto, focará todos os grupos cadastrados no diretório do CNPq.

O grupo de pesquisa História, Filosofia e Educação Matemática (HIFEM) constituiu-se em 1996 com o objetivo fundamental de desenvolver investigações e ações acerca das interrelações entre História, Filosofia e Educação Matemática. Atualmente, é coordenado por Maria Ângela Miorim (UNICAMP), embora seja um grupo interinstitucional. Em seus dezessete anos de existência, o HIFEM vem desenvolvendo projetos individuais ou coletivos nas seguintes temáticas: 1) História e Filosofia da Educação Matemática, particularmente da Educação Matemática brasileira; 2) Processos de produção, transmissão e apropriação da matemática em diferentes épocas, práticas sociais e contextos institucionais, sobretudo o escolar; 3) História e Filosofia na Educação Matemática. O grupo conta atualmente com a participação de seis pesquisadores e dezessete estudantes, organizados em seis linhas de pesquisa: Educação Matemática e Sociedade; Estudos Histórico-Pedagógicos Temáticos em Educação Matemática; Filosofia da Educação Matemática; Filosofia na Educação Matemática; História da Educação Matemática e História na Educação Matemática.

O Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática (GHEMAT), criado em 2000 por Wagner Rodrigues Valente, na área de Educação e atualmente vinculado à Universidade Federal de São Paulo – UNIFESP, curso de Pedagogia, campus Guarulhos. O GHEMAT reúne pesquisadores de diversos estados e universidades do país e destaca-se pelo desenvolvimento coletivo de projetos temáticos de pesquisa sobre educação matemática nos diversos níveis de escolaridade: história do ensino de matemática, dos conteúdos, dos livros didáticos, da disciplina Matemática e da formação de professores de matemática são alguns temas dos projetos. Em 2008, o GHEMAT criou o seu Centro de Documentação, cujo acervo consta de arquivos pessoais de educadores matemáticos, como Euclides Roxo, Osvaldo Sangiorgi, Ubiratan D'Ambrosio, Scipione Di Pierro Netto, Lucília Bechara Sanchez, Manhúcia Liberman, dentre outros. Também faz parte do acervo a documentação que registra práticas escolares do ensino de matemática de outros tempos, como: cadernos de alunos, cadernos de professores, livros didáticos de matemática, exames e provas. O Centro encontra-se aberto ao público e pesquisadores em geral, a partir do agendamento de visitas pelo *site* `www.unifesp.br/centros/ghemat`.

O GHEMAT desenvolve atividades periódicas de pesquisa e formação continuada de professores de matemática. As primeiras ligam-se aos trabalhos semanais realizados no Centro de Documentação e encontros do Grupo presenciais ou por meio dos chamados "seminários online" via internet. A formação continuada de professores relaciona-se aos encontros denominados Ciclo de Seminários, nos quais especialistas encontram licenciandos e professores de matemática para debaterem temas da educação matemática.

O GHEMAT é composto atualmente por dezoito pesquisadores de diferentes instituições de ensino superior e treze estudantes, organizados na linha de pesquisa História da Educação Matemática, cujo objetivo é desenvolver pesquisas com vistas à compreensão histórica do ensino e aprendizagem da matemática, da formação de professores de matemática e do trajeto de constituição da matemática escolar.

Outro grupo de pesquisa em História da Matemática foi criado em 1995, por Sergio Roberto Nobre, na área de Educação, na Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP, no Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro, no Departamento de Matemática. O Grupo participa de forma ativa dos principais movimentos acadêmicos nacionais ligados à História das Ciências e da Matemática e mantém posição de destaque nacional com a participação direta na organização de encontros nacionais. Em termos da organização institucional da área de Pesquisa em História da Matemática, membros do grupo ocuparam papéis de destaque na criação da Sociedade Brasileira de História da Matemática e mantêm esses papéis na administração dessa sociedade.

Em nível internacional, os coordenadores do grupo e alguns de seus membros também marcam suas presenças com a participação nos principais eventos e o bom relacionamento com alguns dos principais grupos de pesquisadores do mundo. Ressalta-se que um dos seus coordenadores é o presidente da Sociedade Brasileira de História da Matemática (gestão 2011–2015), membro do Comitê Executivo da Comissão Internacional de História da Matemática, membro da Academia Internacional de História da Ciência (cuja sede é em Paris). Também são membros do grupo o editor e um dos editores associados da Revista Brasileira de História da Matemática. Os coordenadores do grupo atendem à comunidade acadêmica por meio do oferecimento de disciplinas de conteúdo histórico da matemática para a graduação e pós-graduação, e realizam orientações de projetos de iniciação científica, mestrado e doutorado. O grupo é composto por sete pesquisadores e onze estudantes, organizados em três linhas de pesquisa: A disciplina de Análise Matemática em cursos de formação de Professores de Matemática; História da Matemática; História da Matemática no Brasil.

O grupo História Oral e Educação Matemática (GHOEM), formado em 2002, é coordenado por Antonio Vicente Marafioti Garnica e Heloisa da Silva, na área de Educação, na Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP, na Faculdade de Ciências de Bauru, no Departamento de Matemática. O grupo é interinstitucional e constitui um referencial para a utilização da História Oral como recurso a pesquisas em Educação Matemática, com o qual elabora um mapeamento histórico sobre a formação de professores de Matemática no Brasil. Além disso, investiga a possibilidade da História Oral como uma contribuição para estudos e intervenções em temas específicos da Educação Matemática (concepções de professores de Matemática; identidade de grupos de pesquisa e estudos, referenciais teóricos para nortear análise de livros didáticos, formação de professores de Matemática, dentre outros).

Além dessas frentes de pesquisa, o GHOEM criou um subgrupo para desenvolver projetos de iniciação científica, o IC-GHOEM, cujos objetivos principais são: intensificar o oferecimento de estágios de iniciação científica aos estudantes de cursos de Licenciatura em Matemática das universidades nas quais estão lotados os membros do grupo; e promover o exercício de orientação de pesquisa aos "estudantes" vinculados ao GHOEM que, como alunos de programas de mestrado e doutorado, serão futuros orientadores em cursos de graduação e programas de pós-graduação.

Tendo formado um acervo considerável de obras didáticas antigas (contendo livros do século XVII a meados do século XX, já restaurados e disponibilizados ampla e gratuitamente à comunidade de pesquisa), atualmente o grupo intensificou estudos sobre conservação de arquivos e tem desenvolvido pesquisas sobre análise de livros didáticos de Matemática. O GHOEM tem seis linhas de pesquisa: Análise de Livros Didáticos — Hermenêutica de Profundidade; Escolas Reunidas, Escolas Isoladas: Educação e Educação Matemática em Grupos Escolares; História da Educação Matemática; História Oral e Educação Matemática e atividades de iniciação científica, envolvendo atualmente onze pesquisadores, vinte e nove estudantes e um técnico.

Apontamentos finais

É possível, portanto, admitir que as atividades vivenciadas nos gupos de pesquisa sejam tomadas como norteadoras para a constituição de um estilo de pensamento no exercício formativo em Educação Matemática. Nesse sentido, o pensamento de Fleck pode ser tomado como referencial para a Educação Matemática praticada pelos grupos de pesquisa, principalmente para compreendermos o processo de criação desses grupos que praticam o exercício do coletivo de pensamento em Educação Matemática, com vistas às suas implicações na organização de palestras, oficinas, cursos e seminários que estabeleçam um estilo de pensamento nas comunidades educativas do país.

A organização das informações levantadas no diretório do CNPq serviu de ponto de partida para que possamos empreender, coletivamente com os grupos de pesquisa em História da Educação Matemática do Brasil, uma organização detalhada da origem, fundamentação e produção científica de cada grupo na área de pesquisa, bem como suas conexões epistemológicas, metodológicas e ramificações em outras regiões do país, a partir da formação pós-graduada concretizada em várias das instituições de ensino superior onde estão sediados os grupos.

A esse respeito, podemos mencionar a criação de grupos de pesquisas oriundos da formação de mestres e doutores participantes do Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática (GHEMAT), do Grupo História Oral e Educação Matemática (GHOEM), do grupo de pesquisa HIFEM – História, Filosofia e Educação Matemática, dentre outros que forneceram as bases epistemológicas e metodológicas para que seus descendentes pudessem ampliar as matrizes teórico-metodológicas adquiridas na formação pós-graduada, bem como bifurcar suas linhas teóricas e reinventar-se como pesquisadores.

Nossas perspectivas futuras prevêem ampliar esclarecimentos acerca da origem e da fundamentação teórica de apoio dos estudos e pesquisas desenvolvidos por cada grupo, bem com o da área de pesquisa a qual pertencem. Em seguida pretendemos indetificar, caracterizar e analisar a produção científica de cada um desses grupos com vistas a identificar e descrever as conexões epistemológicas e metodológicas estabelecidas nos grupos, a partir da fundamentação teórica adotada.

Além disso, pretendemos verificar os desmembramentos e ramificações ocorridas nos grupos após a formação pós-graduada de seus membros, considerando que muitos deles migram para outras regiões do país a partir dessa formação pós-graduada, levando consigo os estilos de pensamento dos grupos e as bases epistemológicas e metodológicas que forneceram a seus descendentes, denotando uma possibilidade de ampliação das matrizes teórico-metodológicas adquiridas na formação pós-graduada, bem como para bifurcar suas linhas de pesquisa e reinventar-se como grupo e como pesquisadores.

Referências

ACHA, J. S. y. *Manual de genealogia española.* Madri: Ediciones Hidalguia / Instituto Salazar y Castro, 2006.

ARCHASSAL, P. V. *L'ABCdaire de la Généalogie.* Paris: Flammarion, 2000.

BARROS, J. D'Assunção. A operação genealógica: a produção de memórias e os livros de linhagens medievais portugueses. *Mouseion*, v. 1, n.º 2, jul–dez. 2007, p. 142–167.

CONDÉ, M. L. L. (Org.). *Ludwik Fleck.* Estilos de pensamento na ciência. Belo Horizonte: Ed. Fino Trato, 2012 (Coleção Scientia).

DULLIUS. *Comentários aos Sistemas de Numeração em Genealogia.* Disponível em: `http://www.genealogia.org`. Acesso em 20 jul. 2013.

DIRETÓRIO DOS GRUPOS DE PESQUISA. Disponível em: `www.cnpq.br`. Acesso em 25 ago. 2014.

FLECK, L. *Gênese e desenvolvimento de um fato científico.* Belo Horizonte: Ed. Fabrefactum, 2010 (Coleção Ciência, Tecnologia e Sociedade).

FLECK, L. *La génesis y el desarrollo de un hecho científico.* Madrid: Alianza Editorial, 1986.

FÓRUM DOS GRUPOS DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO BRASIL. In: *REMATEC — Revista de Matemática, Ensino e Cultura*, ano 6, n.º 8, Natal: EDUFRN, jan. 2011.

LORENZETTI, L.; MUENCHEN, C. A contribuição epistemológica de Ludwik Fleck na produção acadêmica em Educação em ciências. In: *VIII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências*, 2011, Campinas/SP. Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências (ENPEC). Rio de Janeiro/RJ: Abrapec, 2011.

MATHEMATICS GENEALOGY PROJECT. Disponível em: `www.genealogy.math.ndsu.nodak.edu/index.php`. Acesso em 20 jul. 2013.

MENDES, I. A. Historia Social de la Educación Matemática en Iberoamérica: pesquisa em história da Matemática na Pós-graduação brasileira e suas dimensões epistemológica, sociológica e pedagógica. *Uniõn. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, n.º 30, jun. 2012.

MENDES, I. A. *Cartografias da produção em História da Matemática no Brasil*: um estudo centrado nas dissertações e teses defendidas entre 1990–2010. Relatório de Pesquisa. Natal: UFRN, 2014.

PFUETZENREITER, M. R. Epistemologia de Ludwik Fleck como referencial para a pesquisa nas ciências aplicadas. In: *Episteme.* Porto Alegre, n.º 16, p. 111–135, jan./jun. 2003.

A Academia Politécnica do Porto — alguns marcos na sua história

Hélder Pinto
Grupo de História da Matemática do CIDMA, UA
hbmpinto1981@gmail.com

Resumo: A Academia Politécnica do Porto (1837–1911) foi uma instituição portuguesa de ensino superior vocacionada, no essencial, para o ensino de várias engenharias. Contudo, como sucessora da antiga Academia de Marinha e Comércio da Cidade do Porto, apresentou de início algumas características que talvez não fossem expectáveis numa escola politécnica como, por exemplo, cadeiras relacionadas com a marinha e a navegação bem como um curso de Comércio. Em 1911, a Academia Politécnica do Porto transformou-se na Faculdade de Ciências do Porto (possuía adida uma Escola de Engenharia), uma das escolas que compunha inicialmente a Universidade do Porto.

Neste texto apresentar-se-ão em pormenor alguns marcos relevantes na história da Academia Politécnica do Porto, dedicando especial atenção à década de 1880 onde várias importantes alterações se concretizaram, a saber: a reforma de 1885 que altera profundamente os programas e cursos da instituição e a chegada do iminente matemático Francisco Gomes Teixeira em 1884.

Abstract: The Polytechnic Academy of Porto (1837–1911) was a Portuguese institution of higher education dedicated essentially to the teaching of engineering. However, as a successor of the ancient Royal Academy of Navy and Trade Affairs of the City of Porto it had some features that might not be expected at a polytechnic school as, for example, disciplines related to marine and navigation as well as a graduation in Commerce. In 1911, the Polytechnic Academy of Porto became the Faculty of Sciences (with a School of Engineering), one of the schools that initially composed the University of Porto.

In this paper some important milestones in the history of the Polytechnic Academy of Porto will be presented in detail, giving special attention to the 1880's where important changes have been materialized, namely the reform of 1885 that profoundly changed the programs and courses of the institution and the arrival of the imminent mathematician Francisco Gomes Teixeira in 1884.

Este trabalho foi financiado pelo CIDMA – Centro de Investigação e Desenvolvimento em Matemática e Aplicações e pela FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia, no âmbito do projeto UID/MAT/04106/2013.

1 Introdução

A Academia Politécnica do Porto (APP) foi uma importante instituição de ensino superior da cidade do Porto dedicada, no essencial, ao ensino de várias engenharias. Esta instituição substituiu a anterior Academia Real de Marinha e Comércio da Cidade do Porto (ARMCCP) que tinha sido criada em 1803 e que se destinava a formar marinheiros e comerciantes. Apesar de a APP ter, desde a sua criação, como principal objetivo a formação de engenheiros, nos seus primeiros tempos ainda apresentou algumas características que advinham da sua antecessora e que são, de algum modo, um pouco peculiares numa escola politécnica como, por exemplo, era o caso da cadeira de artilharia e tática naval e da cadeira de comércio. Note-se ainda que, tal como a sua antecessora, que tinha muitos traços comuns com a antiga Academia Real de Marinha de Lisboa, também a APP tinha semelhanças com a Escola Politécnica de Lisboa (também criada em 1837 em substituição da anterior Academia Real de Marinha). De facto, por exemplo, os programas dos anos matemáticos eram similares, o mesmo acontecendo noutras ciências. Note-se que as academias do Porto eram, desde o início, instituições civis ao contrário das de Lisboa que eram estabelecimentos de ensino militar (posteriormente, em 1859, também a Escola Politécnica deixará o estatuto militar).

A APP passou por dificuldades várias e apenas atingiu o seu período áureo na década de 1880 onde várias alterações se concretizaram e das quais se destacam a reforma de 1885 e o ingresso do iminente matemático Gomes Teixeira em 1884. A reforma de 1885, como se verá adiante, altera substancialmente os programas e as cadeiras disponibilizadas na APP, o que lhe permitiu uma formação muito mais adequada dos seus alunos. Por outro lado, pela primeira vez na história das academias do Porto, é o próprio conselho académico da APP que planeia e formula os programas que considera apropriados para cada uma das suas cadeiras (anteriormente estes eram determinados pelo governo central e, em geral, eram cópia do que era praticado nas escolas de Lisboa). Pouco tempo antes desta reforma verificou-se a entrada do matemático Gomes Teixeira no corpo docente da APP. Gomes Teixeira tinha passado alguns anos em Lisboa como deputado da nação e, quando termina esta função, solicita a sua transferência da Universidade de Coimbra (onde fez todo o seu percurso académico e onde era, por essa altura, professor catedrático) para o Porto. Note-se que Gomes Teixeira foi, por larga margem, a figura científica de maior relevo da APP e que, pouco tempo depois da sua chegada (18 de Fevereiro de 1886), Gomes Teixeira foi eleito Diretor da APP, o cargo mais elevado dentro da estrutura organizativa da APP. Envolvido nestes dois acontecimentos está o nome de Wenceslau de Lima, igualmente professor da APP, e que era amigo e colega de partido de Gomes Teixeira (Partido Regenerador). Realce-se que Wenceslau de Lima, enquanto deputado, foi o principal impulsionador político para a aprovação legislativa da reforma de 1885.

2 A Academia Real de Marinha e Comércio da Cidade do Porto

A APP teve como predecessora oficial a Academia Real de Marinha e Comércio da Cidade do Porto [*2.º Centenário...*, 2003; Pinto, 2011], criada em 1803, e que se destinava a formar pilotos de marinha e comerciantes. A necessidade da cidade do Porto formar bons profissionais nestas duas áreas advém do facto de, por essa altura, a actividade comercial (principalmente na área da exportação dos vinhos e aguardantes) com o Brasil e o Norte da Europa ser muito intensa e vital para a economia da cidade e da restante região norte. A fundação da ARMCCP assenta em duas aulas que já existiam nessa altura na cidade: a Aula de Náutica (criada em 1762) e na Aula de Debuxo e Desenho (1779). Estas duas aulas, tal como viria a ser a própria ARMCCP, eram da total responsabilidade da Companhia Geral da Agricultura das Vinhas do Alto-Douro, com excepção da nomeação dos lentes que apenas o rei podia efectuar. Note-se que esta companhia privada tinha sido criada pelo Marquês de Pombal em 1756 e era responsável pelo monopólio dos vinhos na região do Douro sendo controlada por personalidades influentes da cidade. Para além das duas aulas já existentes, a ARMCCP acrescentou ainda as aulas de Matemática, de Comércio, de Língua Inglesa e de Língua Francesa (Alvará de 9 de Fevereiro de 1803 [*Alvarás...*, 1998]). Segundo o Alvará de 29 de Julho desse mesmo ano, decidiu-se também criar um curso de Filosofia Racional e Moral. O que sobressai dos estatutos da ARMCCP é a relevância da Matemática no currículo desta instituição como atestam a existência de três anos matemáticos que eram em tudo similares ao que era praticado na Academia Real de Marinha (fundada em Lisboa em 1779):

> "No primeiro anno caberá ao respectivo Lente ensinar Arithemetica, Geometria, Trigonometria Plana, seo uzo pratico, e os Principios elementares de Algebra até ás Equações do segundo gráo inclusivamente; (...)."
>
> "Pertencerá ao Lente do segundo anno proseguir na continuação de Algebra, na sua applicação á Geometria, e no ensino do Calculo Differencial, e Integral; explicando depois os Principios Fun-

> damentaes de Statica, Dinamica, Hidrostatica, Hidraulica, e Optica".
>
> "O Lente do terceiro anno ensinará a Trigonometria Esferica, e a Arte da Navegação theorica, e pratica, seguida das noçoens de Manobra, e do conhecimento, e uzo pratico dos Instrumentos Astronomicos, e Marítimos." [*Alvarás...*, 1998].

O contexto político e social que acompanhou a existência desta academia foi muito conturbado — dos acontecimentos deste período destacam-se as invasões napoleónicas (1807–1811) que chegaram a ocupar a cidade; a Revolução Liberal de 1820 e a guerra civil de 1832–34 que foi particularmente violenta para a cidade do Porto e que opôs as tropas liberais de D. Pedro às tropas absolutistas de D. Miguel —, tornando a sua implementação muito "condicionada" e nunca tendo conseguido atingir o patamar científico das suas congéneres de Lisboa. De facto, a produção matemática dos elementos que compunham a ARMCCP não foi muito extensa mas serviu para começar a quebrar a "bicefalia matemática" protagonizada por Coimbra e Lisboa. Começava assim o ensino (superior) da Matemática na cidade do Porto.

3 A criação da Academia Politécnica do Porto (1837)

A 13 de Janeiro de 1837 é criada, por Passos Manuel (político portuense então Ministro do Reino), a APP em substituição da antiga ARMCCP. Esta nova Academia é criada com objectivos substancialmente diferentes da anterior, centrando-se os estudos nos vários cursos de engenharia então instituídos:

> "Artigo 155.º A Academia Real da Marinha e Commercio da Cidade do Porto fica sendo denominada =Academia Polytechnica do Porto=; tem por fim especial o ensino das Sciencias Industriaes, e é destinada a formar:
>
> 1.º os Engenheiros Civis de todas as classes, taes como os Engenheiros de minas, os Engenheiros constructores, e os Engenheiros de pontes e estradas;
>
> 2.º os Officiaes de Marinha;
>
> 3.º os Pilotos;
>
> 4.º os Commerciantes;
>
> 5.º os Agricultores;

6.º os Directores de Fábricas;

7.º em geral os Artistas.” [*Collecção...*, 1837, pp. 94–95].

De facto, por esta altura, o contexto socio-económico na cidade do Porto tinha-se alterado substancialmente dado que o Brasil se tinha tornado independente em 1822 e começava-se a assistir a um processo de alguma industrialização. Note-se que apesar das alterações instituídas em 1837, o curso de Pilotos e o de Comércio continuaram, formalmente, a fazer parte dos estudos. Contudo, os aspectos ligados à navegação foram perdendo relevância ao longo da existência da APP, tendo desaparecido completamente na reforma de 1885 que apresentaremos mais à frente. O Comércio sobreviveu nos programas da APP até ao final da sua existência mas foi sempre perdendo importância e relevo em relação às engenharias e a outras ciências como a matemática, a química ou a história natural.

No momento da criação da APP instituíram-se onze cadeiras, a saber:

“Art. 157.º Os Cursos, assim preparatorios como especiaes, são:

1.º Arithmetica, Geometria elementar, Trigonometria plana, Álgebra até ás equações do segundo gráo;

2.º Continuação da Álgebra, sua applicação á Geometria, Calculo differencial e integral, Principios de Mecanica;

3.º Geometria descriptiva, e suas applicações;

4.º Desenho relativo aos differentes Cursos;

5.º Trigonometria esferica, Principios de Astronomia, de Geodezia, Navegação theorica e pratica;

6.º Artilheria e Tactica naval;

7.º Historia Natural dos tres Reinos da natureza applicada ás Artes e Officios:

8.º Fysica e Mecanica industriaes;

9.º Chymica, Artes Chymicas, e lavra de minas;

10.º Botanica, Agricultura, e Economia rural, veterinária;

11.º Commercio, e Economia industrial.” [*Collecção...*, 1837, p. 95].

Estas onze cadeiras ficaram repartidas por quatro secções: a de Matemática (1.ª, 2.ª, 3.ª, 5.ª e 6.ª), a de Filosofia Racional (7.ª, 8.ª, 9.ª e 10.ª), a de Desenho (4.ª) e a de Comércio (11.ª).

Esta estrutura foi-se alterando ligeiramente chegando a APP a 1885 com treze cadeiras [Pinto, 2013, pp. 116–128]: supressão da cadeira de Artilharia e Tactica Naval (6.ª) em 1844; criação da cadeira de Economia política e princípios do direito comercial e administrativo (12.ª) em 1857; criação da cadeira de Mecânica aplicada às construcções civis (13.ª) em 1868 e restauro da 6.ª cadeira em 1883 (agora dedicada à Mineralogia, geologia, metallurgia e arte de minas). Note-se que em 1868 [*Collecção...*, 1869] são eliminados alguns cursos da APP sobrando apenas os três cursos de Engenharia (1.º), o curso de Pilotos (3.º) e o curso de Comerciantes (4.º).

4 A década de 1880 na APP

4.1 A Reforma da APP em 1885

A reforma de 1885 transformou significativamente a APP. Os programas das disciplinas foram significativamente reformulados, permitindo-lhe apresentar um plano de estudos mais adequado aos cursos ensinados, principalmente aos de engenharia. Note-se que os cursos de engenharia apresentavam, desde a sua criação, algumas lacunas graves nos seus estudos (por exemplo, não havia uma cadeira de "Construções publicas"; esta temática era «encaixada» noutras cadeiras) — com esta reforma a engenharia passa a contar com três disciplinas (12.ª, 13.ª e 14.ª) inteiramente dedicadas a essa área, o que permitiu também, por exemplo, que as disciplinas de matemática se libertassem um pouco das aplicações práticas e fosse possível aprofundar estudos mais teóricos.

A reforma de 1885 da APP deve-se, em grande medida, à acção política de Wenceslau de Lima (1858–1919) [Pereira, 1887] como deputado da nação. Note–se que a reforma de 1885 começa, de algum modo, dois anos antes com o restauro da 6.ª cadeira, agora dedicada à "Mineralogia, geologia, metallurgia e arte de minas" e que fica na posse do próprio Wenceslau de Lima (em 1885 estas matérias foram distribuídas pelas 9.ª e 15.ª cadeiras). Depois desta primeira alteração, entra em vigor a 21 de Julho de 1885, por iniciativa parlamentar de Wenceslau de Lima, um plano mais abrangente para a reformulação dos estudos na APP:

> "Artigo 1.º A geometria descriptiva e suas applicações, mechanica geral e cinematica actualmente professadas por um só lente na 3.ª cadeira da academia polytechnica do Porto serão lidas d'ora avante em duas cadeiras; por igual fórma se procederá ácerca da mineralogia, geologia, metallurgia e lavra de minas (6.ª cadeira); e da chimica inorgânica e orgânica (9.ª cadeira); as disciplinas da 13.ª ca-

> deira (mechanica applicada e construcções civis) serão distribuídas por três cadeiras.
>
> §1.º O concelho academico procederá immediatamente á revisão dos programmas dos cursos legaes da academia polytechnica, ordenando e distribuindo as suas materias pelas dezoito cadeiras que ficam constituindo o seu quadro, estabelecendo o ensino biennal n'aquellas que julgar conveniente, e fixando o numero de annos de cada um dos cursos legaes da academia, de accordo com o maior desenvolvimento dos estudos.
>
> Estes programmas, depois de approvados pelo governo, serão postos em vigor no anno lectivo immediato ao da approvação d'esta lei." [*Collecção...*, 1886, p.272]

Deste decreto surge então uma ampliação substancial do número de cadeiras da APP, dado que foram acrescentadas cinco novas cadeiras às treze anteriormente existentes — as novas cadeiras são criadas a partir do desdobramento de outras já existentes. Note-se que a secção de Matemática da APP foi uma das mais beneficiadas com os estatutos de 1885 pois passou de cinco para oito cadeiras — a 3.ª cadeira deveria ser dividida em duas enquanto a 13.ª cadeira (a principal cadeira ligada ao ensino da engenharia propriamente dita) seria decomposta em três (12.ª, 13.ª e 14.ª).

Gomes Teixeira entrou na APP no ano anterior a esta reforma, em 1884, tendo ficado proprietário da 2.ª cadeira ("Calculo differencial e integral; calculo das differenças e das variações"). No primeiro ano lectivo após a reforma, Gomes Teixeira acumulou ainda, interinamente, a 4.ª cadeira de Geometria Descriptiva. Relembre-se que o nome de Gomes Teixeira já fazia parte da lista de lentes da APP que tinha enviado uma representação [*Annuario...*, 1885, pp. 195–198] para o parlamento a pedir a aprovação desta tão importante reforma. Por outro lado, refira-se também que Gomes Teixeira teve um papel importante na "revisão dos programmas dos cursos legaes da academia polytechnica" que estava prevista no decreto de lei de 21 de Julho.

> "O Conselho, em suas sessões de 29 e 30 de Julho, larga e detidamente se occupou d'este assumpto, depois de lhe ser presente o relatório da commissão *ad hoc* nomeada, composta dos lentes os snrs. Conselheiro Adriano Machado, Ferreira da Silva, Roberto Mendes, Gomes Teixeira e Guilherme Correa." [*Annuario...*, 1885, p. 14]

A revisão dos programas, proposta pelo Conselho Académico da APP e sancionada pelo governo, entrou formalmente em vigor a 10 de Setembro desse mesmo ano de 1885 [*Collecção...*, 1886, pp. 366–368], com a implementação das seguintes cadeiras:

1.ª Cadeira: Geometria analítica; álgebra superior; trigonometria esférica.

2.ª Cadeira: Cálculo diferencial e integral; cálculo das diferenças e das variações.

3.ª Cadeira: Mecânica racional; cinemática.

4.ª Cadeira: Geometria descritiva.

5.ª Cadeira: Astronomia e geodesia.

6.ª Cadeira: Física.

7.ª Cadeira: Química inorgânica.

8.ª Cadeira: Química orgânica e analítica.

9.ª Cadeira: Mineralogia, paleontologia e geologia.

10.ª Cadeira: Botânica.

11.ª Cadeira: Zoologia.

12.ª Cadeira: Resistência dos materiais e estabilidade das construções.

13.ª Cadeira: Hidráulica e máquinas.

14.ª Cadeira: Construções e vias de comunicação.

15.ª Cadeira: Montanística e docimasia.

16.ª Cadeira: Economia politica. Estatística. Princípios de direito público, administrativo e comercial. Legislação.

17.ª Cadeira: Comércio.

18.ª Cadeira: Desenho.

Neste mesmo decreto foram ainda aprovados os seguintes cursos (note-se que foram suprimidos, excepto os que se indicam a seguir, "todos os mais cursos até agora professados na academia polytechnica", conforme o Artigo 2.º § 3.º):

– Cursos especiais:

1. Curso de engenheiros civis: de obras públicas, de minas, industriais.
2. Curso de comércio.

– Cursos preparatórios:

1. Para a Escola do Exército: oficiais do estado maior, de engenharia militar e de engenharia civil; oficiais de artilharia.
2. Para a Escola Naval: oficiais de marinha; engenheiros construtores navais.
3. Para as Escolas Médico-cirúrgicas.
4. Para a Escola de Farmácia.

Como se pode observar facilmente, os cursos de engenharia ganharam ainda mais importância nos estatutos da APP, os quais eram acompanhados por um curso de Comércio bem como por alguns cursos preparatórios para outras escolas. Realce-se que cada um dos cursos de engenharia da APP durava seis anos enquanto o curso de Comércio apenas três. Note-se, contudo, que o Comércio na APP passou para um plano acessório, a tal ponto que a própria cadeira de Comércio (17.ª) foi substituída, em 1897, pela cadeira de "Technologia Industrial", o que acentuou ainda mais o carácter de "escola de engenharia" da APP.

Neste programa deixaram ainda de existir referências ao curso de "Pilotos" (3.º) que estava formalizado no decreto de 1837. De facto, nesta reforma de 1885, os vestígios restantes da antiga academia de marinha, como era o caso do curso de "Pilotos", deixaram quase de existir. Por outro lado, existia, por esta altura, na cidade do Porto o Instituto Industrial do Porto (fundado em 1864 em substituição da anterior Escola Industrial que, por sua vez, tinha sido criada em 1852), instituição que estava mais vocacionada do que a APP para lecionar um ensino mais técnico, como era o caso, por exemplo, do curso de "Directores de Fábricas".

A importância desta reforma foi, sem sombra de dúvida, vital para a APP, dado que lhe permitiu expandir-se nas matérias lecionadas e impor-se como uma instituição de ensino superior. Como afirmou Magalhães Basto, talvez com algum exagero:

> "Salvara-se, quasi ao cabo de cinquenta anos de lucta, a Academia Politécnica! Ela estava agora a par das suas congéneres em Portugal! (...) Em suma, pode na verdade bem dizer-se que vida nova começou naquela data!" [Basto, 1937, pp. 414 e 418].

A reforma de 1885 foi, de facto e a quase todos os níveis, decisiva para a APP e permitiu-lhe atingir o seu apogeu. A coincidência temporal entre esta reforma — recorde-se que trouxe um aumento do número de cadeiras, a ampliação significativa das matérias lecionadas bem como uma melhoria das condições materiais — e a chegada de novos e importantes lentes, dos quais se destacava, inevitavelmente, o nome de Gomes Teixeira, permitiu-lhe um incremento importante nas suas actividades académicas e científicas.

4.2 O ingresso de Gomes Teixeira na APP

Gomes Teixeira matriculou-se como aluno na Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra em 1869, fazendo aí todo o seu percurso académico até obter o grau de Doutor. Gomes Teixeira entra no corpo docente da Faculdade de Matemática muito cedo (1876), primeiramente como lente substituto, tendo chegado em 1880 a lente catedrático. Contudo, pouco tempo se detém na Universidade, tendo transitado em 1884 para a APP, instituição onde, pouquíssimo tempo depois da sua transferência, ocupa o cargo de Director. Note-se ainda que por esses anos (1879 e de 1882 a 1884) Gomes Teixeira foi Deputado da Nação tendo passado largas temporadas na cidade de Lisboa. Assim, pode considerar-se que Gomes Teixeira chega à APP vindo do Parlamento (a última sessão em que Gomes Teixeira esteve presente foi no dia 17 de Maio de 1884) e não tanto da Faculdade de Matemática, apesar de a sua desvinculação oficial com a Universidade de Coimbra apenas se ter dado nesse ano.

A actividade docente iniciou-se na Universidade de Coimbra mas, segundo as palavras de Rodolfo Guimarães [Guimarães, 1918, p. 126], em 1884, "por conveniências de família solicitou e obteve transferência para a (...) Academia Politécnica do Pôrto".

Quase toda a literatura existente sobre Gomes Teixeira faz referência exclusiva aos motivos familiares como justificação para a sua passagem para a APP embora, em geral, estas surjam com muito pouco detalhe — aliás a única excepção encontrada é [Alves, 2004, p. 51] onde se refere que, segundo os seus netos, Gomes Teixeira "veio para o Porto para casar". Note-se ainda que estes motivos foram apresentados ainda no tempo de vida de Gomes Teixeira e que este poderia, facilmente, se assim o entendesse, os ter refutado. Como não há conhecimento de tal iniciativa por parte de Gomes Teixeira, podemos supor que, de facto, as "razões familiares" foram um dos factores que o levaram a mudar-se para o Porto ou, em alternativa, que de algum modo Gomes Teixeira parecia não se importar e estava satisfeito com a exibição pública deste motivo. Deste modo, não se criava qualquer espécie de melindre nem a Gomes

Teixeira nem à Universidade e à Faculdade de Matemática, instituições pelas quais mostrou, ao longo de toda a sua vida, grande reconhecimento e apreço.

Uma vez que decisões deste calibre são tomadas, quase sempre, levando em consideração vários factores, procuraram-se outros motivos que terão contribuído, de algum modo, para esta decisão de Gomes Teixeira. Em [Pinto, 2013, pp. 289–354] foram apresentados dois outros possíveis factores: a existência de alguma conflitualidade entre os lentes da Faculdade de Matemática e a profunda reforma sofrida pela APP em 1885 através da acção política de Wenceslau de Lima, colega (de partido e da APP) e amigo de Gomes Teixeira.

Consultando as actas das congregações da Faculdade de Matemática é possível constatar os conflitos existentes no seu Conselho Académico. Embora existam vários exemplos, o mais relevante envolvendo Gomes Teixeira dá-se a 12 de Fevereiro de 1879 onde se discute o "projecto de lei, para que na 4.ª cadeira da Faculdade de Mathematica, além da Geometria Descriptiva, se ensine também Geometria Superior". Este projecto de lei tinha sido proposto na Câmara dos Deputados por Rocha Peixoto e Gomes Teixeira (ambos lentes da própria Faculdade de Matemática) no dia 5 de Fevereiro. Para melhor apresentar a questão que surgiu nesta Congregação, observe-se o excerto da sua acta apresentado a seguir:

> "O DD.ʳ Venancio Rodrigues disse, que, constando-lhe pelos jornaes, deu-se appresentado nas Cortes um projecto de Lei, para que na 4.ª cadeira da Faculdade de Mathematica, alem da Geometria Descriptiva, se ensine também Geometria Superior, desejava saber se alguns dos vogaes da Faculdade haviam sido consultados sobre o assumpto.
>
> Declararam todos os vogaes não terem sido consultados.
>
> O DD.ʳ Barreto Feio, pediu a palavra para ler o seguinte:
>
> — "Tendo-se appresentado em Cortes um projecto de Lei, para que na 4.ª cadeira da Faculdade de Mathematica, alem da Geometria Descriptiva se ensine também Geometria Superior, julgo do meu dever como Lente da 4.ª cadeira, (...) declarar, perante o Conselho de Mathematica, que fui inteiramente estranho, nem concorri por qualquer modo, directa ou indirectamente, para que chegasse ás Cortes semelhante projecto de Lei, que julgo muito inconveniente (...), além de o reputar desnecessário, como providencia legislativa e contrario até ás practicas estabelecidas, de serem os Concelhos Academicos que tomem a iniciativa das propostas para a reformulação dos estudos, que forem de reconhecida utilidade, e

> reclamadas pelas conveniências do ensino, porém depois de maduramente pensadas, e discutidas.
>
> Coimbra, 12 de fevereiro de 1879.
>
> Assignado: = Dr. Florencio Mago Barreto Feio, (Lente da 4.ª cadeira da Faculdade de Matemática)" [*Actas*…, 1870–1887].

Em primeiro lugar, uma das notas mais importantes a realçar nesta questão é o facto de, pelo que foi indicado por todos os vogais desta Congregação, nenhum dos lentes da Faculdade de Matemática, para além dos subscritores deste projecto, ter sido consultado ou avisado que tal lei iria ser proposta na Câmara dos Deputados — o facto de esta informação ter chegado à Faculdade de Matemática, pelo que está descrito nesta acta, apenas pelos jornais, e ainda mais tendo em conta os padrões da época, em que a formalidade e o protocolo imperavam, pode ser encarado como uma forte deselegância para com os lentes da Faculdade, em particular, para com o lente responsável pela cadeira que se pretendia alterar por via legislativa, o Dr. Barreto Feio (explicando-se assim a declaração, registada em acta, feita por este lente). Note-se que Gomes Teixeira e Rocha Peixoto eram, à época, dos lentes mais novos da Faculdade de Matemática e esta iniciativa foi encarada como uma ingerência grave no que deveria ser competência do Conselho Académico. Nesta sessão foi ainda decidido fazer uma representação (aprovada posteriormente na Congregação de 7 de Março) contra a aprovação deste projecto de lei. Essa representação foi efectivamente apresentada, pelo deputado António José Teixeira, na Câmara dos Deputados no dia 14 de Março de 1879 [*Diario*…, 12 de Março de 1879] e tece palavras muito duras e críticas na defesa da não aprovação deste projecto, o que de facto veio a acontecer.

Em 1882, Gomes Teixeira volta a tentar, agora sozinho e noutros moldes, introduzir a Geometria Superior na Faculdade de Matemática mas volta a não ser bem sucedido (embora desta vez não se tenham encontrado registos de reações negativas).

> "Senhores. — Quando o Marquez de Pombal organizou a universidade de Coimbra, foram creadas na faculdade de mathematica as cadeiras que exigia o estado das sciencias mathematicas n'essa epocha. Mais tarde outras cadeiras foram introduzidas em vista dos progressos rapidos d'estas sciencias.
>
> (…)
>
> É tal o nosso atrazo, que ha doutrinas que em França já se estudam

> nos cursos de instrucção secundaria, e que em Portugal nem ainda chegaram aos cursos de instrucção superior.
>
> Na geometria nota-se a mesma falta.
>
> A geometria superior, cujo conhecimento não póde dispensar o engenheiro, e que por esta causa foi ha alguns annos introduzida em todas as universidades italianas, mesmo nas de mais baixa categoria, ainda não existe na universidade do nosso paiz.
>
> (...)
>
> Para levantar pois o ensino da mathematica no nosso paiz á altura a que está nas universidades da mesma índole que a nossa, temos a honra de apresentar o seguinte:
>
> PROJECTO DE LEI
>
> Artigo 1.º É creada na universidade de Coimbra uma cadeira de complementos de analyse mathematica e de geometria superior, com duas aulas por semana, explicando-se alternadamente n'um anno a analyse mathematica, e no outro geometria superior, podendo concorrer a estas aulas alumnos matriculados no 3.º e 4.º anno da faculdade de mathematica.
>
> (...)." [*Diario...*, 8 de Fevereiro de 1882]

Dados estes importantes e significativos acontecimentos, seria interessante conhecer com rigor (o que não foi possível dado não se ter encontrado outros documentos relacionados com este assunto) qual a reacção de Gomes Teixeira a esta desautorização pública por parte da Congregação. Terá ficado surpreendido com a não aprovação deste projecto de lei? Terá sentido que muito dificilmente teria força e poder para implementar novas ideias e alterações na Universidade e, em particular, na Faculdade de Matemática (tradicionalmente avessas à mudança)? Uma outra questão pertinente é a de saber se estes acontecimentos terão efectivamente contribuído, de algum modo, para a decisão de Gomes Teixeira de sair para a APP. Que a relação de Gomes Teixeira com, pelo menos, alguns dos outros lentes da Faculdade não seria a melhor, depois do que foi aqui apresentado, parece ser claro. A falta de cortesia em avisá-los da sua proposta de lei bem como toda a posterior reacção do "conselho académico" deixam antever alguns problemas no seio da Faculdade. Por outro lado, porque não foi discutida esta alteração, primeiramente, no interior do "conselho académico" e qual seria a intenção de Gomes Teixeira ao interferir desta maneira nos assuntos de uma cadeira que não lhe pertencia e que tinha um proprietário bem definido? Estaria a testar a sua força e a sua influência na alteração do *status quo*? Ou terá sido apenas uma ingenuidade, devida à juventude, o considerar que esta atitude não seria fortemente rejeitada pela Congregação e, em particular, pelo legítimo responsável da cadeira em causa?

De qualquer modo, seja como for, este episódio é bastante sintomático de que, apesar de o valor de Gomes Teixeira como matemático ser unanimemente reconhecido por todos, não teria liberdade, pelo menos nesta fase inicial da sua carreira, para reformar o ensino da Faculdade sem o assentimento e a colaboração dos seus pares mais antigos. Gomes Teixeira não teve de se confrontar com este tipo de problemas na APP: os novos programas instituídos em 1885 foram elaborados pelo seu corpo docente — do qual Gomes Teixeira já fazia parte nessa data; o programa da segunda cadeira era inclusivamente "feito à sua medida" dado que era baseado num texto seu — e, por outro lado, a maioria dos lentes de matemática da APP dessa altura eram relativamente recentes no magistério (sintomático é ainda o facto de ter sido possível a nomeação como Director da APP de um jovem recém-chegado como era o caso de Gomes Teixeira em 1886).

Wenceslau de Lima foi eleito deputado pelo Partido Regenerador, pela primeira vez, em 1883 tendo partilhado durante dois anos várias actividades parlamentares com Gomes Teixeira (por exemplo, propuseram algumas leis em conjunto e pertenceram ambos à Comissão de Instrução Pública Superior e Especial que tratava dos assuntos relacionados com o ensino superior). Deste contacto, bem como pelas cartas de Gomes Teixeira dirigidas a Wenceslau de Lima onde constam várias trocas de favores, é possível inferir que Gomes Teixeira estaria a par das intenções deste de reformar a APP, reforma que se concretizaria em 1885, pouco depois da mudança de Gomes Teixeira para o Porto. Esta reforma, como já foi observado, melhorou significativamente a APP, tendo esta instituição reconhecido a atuação de Wenceslau de Lima. O agradecimento foi de tal ordem que Wenceslau de Lima teve o privilégio de ver o seu retrato (figura 1) publicado na primeira página do anuário da APP de 1885–86 (o primeiro depois da implementação da reforma) — em geral, na primeira página dos anuários apenas se colocavam retratos de lentes da APP já falecidos e que tiveram muitos anos de casa (a maioria já eram jubilados na data do seu falecimento e aparecem retratados numa idade avançada). O facto de nesse ano aparecer o retrato de alguém tão jovem (com menos de trinta anos) no seu anuário, homenageando uma personalidade ainda em vida, é verdadeiramente sintomático da importância que a própria APP dava à reforma patrocinada por Wenceslau de Lima.

No Anuário do ano lectivo seguinte (1886–87) volta-se a fazer referência a

Figura 1: Retrato de Wenceslau de Lima publicado no Anuário da APP de 1885–1886 [*Annuario...*, 1885, p. 3].

Wenceslau de Lima e à sua reforma, agora nas palavras do próprio Gomes Teixeira, o novo director da APP.

> "No último volume veio desenvolvida a organisação da Academia segundo a lei de 21 de julho e o decreto de 10 de setembro de 1885. A vantagem de tornar bem conhecidas do paiz as condições actuaes do nosso instituto levou o meu illustre antecessor a duplicar a tiragem do Annuario para poder ser distribuído com profusão. Foi este Annuario illustrado com um magnifico retrato do nosso excellente collega Wenceslau de Lima, cuja chapa foi offerecida pelo snr. Ferreira da Silva. Era na verdade de justiça que o primeiro volume do Annuario posterior á reforma da Academia fosse illustrado com o retrato do promotor dessa reforma." [*Annuario...*, 1886, p.10].

Apesar de não haver uma resposta categórica e definitiva sobre a motivação de Gomes Teixeira na mudança para a APP (note-se que não existem indicações do próprio sobre este assunto), é provável que estes três factores possam ter contribuído, de algum modo, para a mudança: razões de ordem familiar, a existência de alguma conflitualidade na Faculdade de Matemática e as "garantias" que possuiria, dada a sua relação com Wenceslau de Lima, de aperfeiçoamento e melhoramento do ensino da APP.

5 Conclusão

A Faculdade de Ciências da Universidade do Porto sucedeu a duas importantes instituições ensino, a ARMCCP e a APP, que estiveram sempre interligadas à cidade do Porto e às suas efectivas necessidades — a primeira formava comerciantes e marinheiros quando os negócios com o Brasil eram vitais para a cidade; a segunda, uma escola de engenharia (desde a sua fundação, de carácter civil), foi criada para acompanhar o aumento da industrialização do país.

> "As duas Academias desempenharam um papel de relevo na formação educativa da juventude portuense e contribuíram de forma notável para a elevação do nível cultural e científico da cidade, e, de uma maneira geral, da região nortenha. Ainda que desprovidas dos estatutos de universidades, tanto pela sua acção pedagógica, como pelo seu valor científico, podem ser consideradas verdadeiros institutos universitários." [Azevedo, 1982, p. 148]

Note-se que a APP, como era previsível, tem pontos de contacto quer com a sua predecessora, quer com a sua sucessora — de início, a APP ainda apresenta alguns vestígios ligados à marinha e ao comércio que, com o passar dos anos, foram desaparecendo para dar lugar, no final da sua existência, a uma importante escola de engenharia e de ciências, características que veio a manter na sua transformação em Universidade do Porto.

A APP atingiu o seu apogeu científico na década de 1880. A chegada do matemático Gomes Teixeira em 1884 permitiu a esta instituição ter, pela primeira vez, um cientista reconhecidamente de topo, o que lhe deu uma legitimidade científica e institucional que nunca antes tinha conseguido. Um outro acontecimento decisivo, quase simultâneo com a chegada de Gomes Teixeira ao Porto, foi a Reforma de 1885 onde a APP formalizou, de algum modo, uma aproximação ao carácter de ensino mais teórico que existia em Coimbra e, principalmente, em Lisboa com a Escola Politécnica, o que poderá ter contribuído para que o regime republicano (implementado em 1910) tivesse tratado de modo similar as três cidades na reformulação do ensino superior português (em 1911 foram criadas três faculdades de ciências muito semelhantes entre si nessas cidades). Saliente-se novamente o nome de Wenceslau de Lima por toda a sua acção na concretização desta reforma da APP:

> "Um homem do Porto [Passos Manuel] criara a Academia Politécnica; outro Portuense lhe dera, quarenta e oito anos volvidos, os

> elementos pedagógicos que mais falta lhe faziam para que, dignamente, a Academia pudesse realizar os seus fins!” [Basto, 1937, p. 419].

Estes dois acontecimentos permitiram um significativo aumento, quer em qualidade quer em quantidade, da produção matemática da APP. Consultar [Pinto, 2013] para um estudo completo e detalhado sobre a APP e, em particular, sobre a matemática que aí era produzida e ensinada.

Referências

2º Centenário da Academia Real da Marinha e Comércio da Cidade do Porto; Reitoria da Universidade do Porto, Porto, 2003.

Actas das Congregações da Faculdade de Matemática (1870–1887); Arquivo da Universidade de Coimbra, Coimbra, 1870–1887.

Alvarás e Estatutos da Academia Real da Marinha e Comércio da Cidade do Porto [fac-símile]; Universidade do Porto, Porto, 1998.

Alves, Maria da Graça Dias Ferreira; *Francisco Gomes Teixeira, o homem, o cientista, o pedagogo* (Tese de Doutoramento); Universidade do Minho, Braga, 2004.

Annuario da Academia Polytechnica do Porto, Ano lectivo 1885–1886; Porto, 1885.

Annuario da Academia Polytechnica do Porto, Ano lectivo 1886–1887; Porto, 1886.

Azevedo, Rafael Ávila; "«O Porto na época moderna»: Da Academia Real da Marinha e Comércio do Porto à Academia Politécnica do Porto", *Revista de História*, vol. IV, pp. 133–150; Centro de História da Universidade do Porto, Porto, 1982.

Basto, Artur de Magalhães; *Memória Histórica da Academia Politécnica do Porto*; Universidade do Porto, Porto, 1937.

Carvalho, A. Scipião G.; "A Matemática na Academia Politécnica do Pôrto", in *O Ensino na Academia Politécnica*, pp. 3–31; Universidade do Porto, Porto, 1937.

Collecção de Leis e Outros Documentos Officiaes publicados no 1.º semestre de 1837 (Sétima série — 1.ª parte); Imprensa Nacional, Lisboa, 1837.

Collecção Official da Legislação Portuguesa, anno de 1868; Imprensa Nacional, Lisboa, 1869.

Collecção Official da Legislação Portugueza, anno de 1885; Imprensa Nacional, Lisboa, 1886.

Diário da Camara dos Senhores Deputados; Imprensa Nacional, Lisboa, 1879.

Diário da Camara dos Senhores Deputados; Imprensa Nacional, Lisboa, 1882.

Guimarães, Rodolfo; "Biografia de Francisco Gomes Teixeira", *História e Memórias da Academia das Sciências de Lisboa*, tomo XII, parte 2 (1910–1915), pp. 119–149; Imprensa Nacional, Lisboa, 1918.

Leite, Duarte; "Prof. Dr. F. Gomes Teixeira", *Anais da Faculdade de Ciências do Porto*, volume XVIII, pp. 193–207; Imprensa Portuguesa, Porto, 1933.

Machado, Conselheiro Adriano de Abreu Cardoso; "Memória Histórica da Academia Polytechnica do Porto", *Annuario da Academia Polytechnica do Porto, Ano lectivo 1877–1878*, pp. 85–334; Porto, 1878.

Pereira, Cândido Elias; *Homens Distinctos, Livro Biographico* (fascículo *Dr. Wenceslau de Souza Pereira Lima*); Porto, 1887.

Pinto, Hélder; "A Academia Real de Marinha e Comércio da Cidade do Porto (1803–1837)", *Revista Brasileira de História da Matemática: an international journal on the History of Mathematics* vol. 11, n.º 21, pp. 13–43; Sociedade Brasileira de História da Matemática, Abril/2011.

Pinto, Hélder; *A Matemática na Academia Politécnica do Porto* (Tese de Doutoramento); Universidade de Lisboa, Lisboa, 2013.

Ramos, Luís A. de Oliveira (dir.); *História do Porto* (3.ª ed.); Porto Editora, Porto, 2000.

Santos, Cândido dos; *Universidade do Porto, Raízes e Memória da Instituição*; Editora da Universidade do Porto, Porto, 1996.

Vilhena, Henrique de; *O Professor Doutor Francisco Gomes Teixeira (Elogio, Notas, Notas de Biografia, Bibliografia, Documentos)*; Lisboa, 1935.

Os Matemáticos Portugueses nos Primeiros Congressos Ibéricos Para o Progresso das Ciências (1921–1932)

Luis Manuel Ribeiro Saraiva
CMAF — Universidade de Lisboa
lmsaraiva@fc.ul.pt

Resumo: Neste artigo pretende-se dar uma primeira visão global dos primeiros Encontros conjuntos das associações portuguesa e espanhola para o progresso das ciências (APPPC e AEPPC) no que diz respeito à participação matemática e astronómica portuguesa nos seis congressos realizados pelas duas associações no período 1921–1932. Falaremos igualmente das participações dos matemáticos e astrónomos portugueses em congressos da AEPPC anteriores a 1921.

Abstract: The aim of this paper is to give a first global perspective of the first joint meetings of the Spanish and the Portuguese Associations for the Progress of Sciences (AEPPC and APPPC) in what concerns the mathematical sciences. We will give a general overview of the Portuguese mathematics and astronomy participation in the six congresses organized jointly by these two Associations in the period 1921–1932. We will also mention the participation of Portuguese mathematicians and astronomers in meetings of the AEPPC before 1921.

1 Introdução

Neste artigo daremos um primeiro esboço global da participação dos matemáticos e astrónomos portugueses nos primeiros seis Encontros Luso-Espanhóis sobre temas de ciência, realizados entre 1921 e 1932, em organização conjunta das Associações Portuguesa e Espanhola para o Progresso das Ciências. Com ele visamos poder caracterizar a tentativa dos matemáticos portugueses se integrarem numa rede internacional de cientistas por meio da actividade da APPPC e delimitar o conjunto dos participantes portugueses (e espanhóis) nesses Encontros. Devido às limitações de extensão dos artigos a publicar nestas Actas teremos de ser necessariamente esquemáticos e breves. Em artigo futuro desenvolveremos mais este tema.

A investigação para este artigo foi custeada por FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, no projecto: UID/MAT/04561/2013.

Sobre as várias associações nacionais para o progresso das ciências há bastante bibliografia publicada: sobre a Associação Espanhola existe o livro fundamental [Ausejo, 1993], bem como artigos vários, como [Ausejo, 2008] e [García Sierra, 1993]; sobre a Associação Francesa temos [Gispert, 2002]; e sobre os começos da Associação Inglesa [Morrell e Thackray, 1981], para só falarmos nas três associações que mais influenciaram a Associação Portuguesa. Ainda sobre o caso alemão temos [Ausejo, 1993; pp. 36–39], enquanto que sobre a Associação Italiana podemos consultar [Ausejo, 1993; pp. 48–61]

Sobre a Associação Portuguesa há pouco escrito: uma tese de mestrado sobre o congresso do Porto [Bernardo, 2006], e alguns artigos sobre vários aspectos da acção desta associação, como [Nunes, 2002] e [Bernardo e Morais, 2011], este último apresentado em 2007 no 5.º Encontro Luso Brasileiro de História da Matemática em Castelo Branco.

No nosso trabalho utilizámos como referência básica [Ausejo, 1993], e como matéria primeira os livros de Actas dos seis Congressos referidos, bem como os pequenos livros impressos antes dos Congressos, pela AEPPC, sozinha ou em conjunto com a APPPC, e em que se dá conta da estrutura de cada Congresso, em particular se dá a lista das comunicações esperadas em cada secção. Para este trabalho utilizei os livros de 1917, 1921, 1925, 1929 e 1932. Todas estas referências se encontram na Bibliografia final. Infelizmente não consegui ter acesso aos livros publicados antes dos Congressos de Salamanca (1923) e de Cádiz (1927). A conjugação da informação nestes livros e a das Actas publicadas, dá um retrato bem aproximado do que efectivamente terão sido estes congressos. Não será exacto pois poderão ter sido anunciadas conferências que não tiveram lugar (e o facto de não estarem no livro de Actas nada nos diz sobre isto) e outras não anunciadas terem sido efectuadas[1], mas não terem sido enviadas para as Actas e por isso não temos traços delas. Nem todos os livros das Actas trazem relatórios sobre as conferências que efectivamente se realizaram, pelo que os resultados apresentados, sendo já uma boa aproximação do que efectivamente ocorreu, não são completamente certos.

2 As Associações para o Progresso das Ciências

A partir das primeiras décadas do século XIX, com o grande progresso da ciência nos seus múltiplos ramos, cria-se uma forte corrente de opinião que vê no desenvolvimento e valorização da ciência o factor essencial para o progresso

[1]Por exemplo, como referiremos em devida ocasião, as conferências que os portugueses apresentaram no Congresso de Sevilha não estavam indicadas no seu Programa.

da civilização e para a criação do bem-estar das populações. Nesse sentido começaram a formar-se em vários países associações de âmbito nacional cujo objectivo primordial era a divulgação da ciência e a criação de condições para o seu progresso. A primeira de que há registo é a *Sociedade dos cientistas e médicos alemães* (Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte – GDNA), fundada em 1822, a que se seguiram a *Sociedade Britânica para o Avanço da Ciências* (British Society for the Advancement of Science – BSAS), criada em 1831, e que inicialmente incluía secções em Física (incluindo Matemática), Química (incluindo Mineralogia), Geologia (com Geografia) e História Natural; a *Associação Americana para o Avanço da Ciência* (American Association for the Advancement of Science – AAAS) em 1848, a *Associação Francesa para o Avanço da Ciência* (Association Française pour l'Avancement des Sciences – AFAS), em 1872, e, já no século XX, a *Associação Italiana para o Progresso da Ciência* (Societa Italiana per il Progresso delle Scienze – SIPS) em que a intenção para fundar essa associação ocorre em 1906, para se efectuar o primeiro congresso em 1907, a *Associação Espanhola para o Progresso das Ciências* (Asociación Española para el Progreso de las Ciencias – AEPPC) em 1908 e a *Associação Portuguesa para o Progresso das Sciencias* – APPPC, fundada nove anos mais tarde, no terceiro ano da Primeira Guerra Mundial.

Os objectivos destas Associações eram comuns, e estão claramente enunciados por Segismundo Moret (1851–1921), o primeiro presidente da Associação Espanhola, na convocatória para o 2.º Congresso desta Associação, em Valência, em 1910 [Ausejo, 1993; pp. 3–4] (os negritos são nossos):

> *[A AEPPC] se propone [...] el adelanto y difusión de los conocimientos para* ***crear un ambiente espiritual favorable á la obra colectiva científica*** *[...] [y] también (****y lo que más importa)*** *para* ***despertar en el público la curiosidad científica****, propagar en el país la afición al estudio y* ***arraigar en la conciencia nacional este princípio de toda a civilización moderna: SABER ES PODER****. Pues* ***el poderío, la riqueza y el bienestar de los pueblos dependem principalmente de su cultura científica*** *y á todos es manifiesto, por lo menos, que en la época actual los médios de producción en los oficios de la paz y los de destrucción en las artes de la guerra se fundan exclusivamente en las aplicaciones técnicas de la ciencia. [...]*
>
> ***[Sociedades análogas criadas noutros países]*** ***han nacido de una misma tendencia colectiva*** *y son expresión de una misma necessidad pública, inherentes ambas á la entreña de la civilización occidental. Es á saber: primero,* ***la tendencia a suscitar y extender en todo el cuerpo social la voluntad reflexiva de colaborar com em-***

> ***peño en la cultura nacional*** *[...] Y segundo, la necessidad imperiosa, bajo pena de atraso y decadencia, de difundir y encarnar en lo íntimo del espritu de la comunidad* ***los resultados de la investigación cientifica [...] semilla de nuevos adelantos técnicos y el primero y original instrumento de la producción de la riqueza y del progreso de los pueblos.***

Estão aqui sintetizados os princípios básicos e os objectivos comuns a todas estas associações: afirma-se que o que caracteriza a civilização moderna é o seu conhecimento científico, elemento primordial para o progresso e o bem-estar dos povos, sem o qual não há produção de riqueza nem progresso dos povos. Como diz Moret, "*saber é poder*", e a ciência é importante em todas as manifestações humanas, quer na paz quer na guerra. No reconhecimento destes princípios, afirma, despontaram em vários países associações com os mesmos fins: fazer com que a opinião pública compreenda a importância da ciência, criar um espírito de interesse colectivo pela ciência, e deste modo criar igualmente um ambiente favorável para a sua prática. É considerada uma prioridade absoluta dar-se a difusão dos resultados da investigação científica no espírito da comunidade, pois eles são a condição necessária para os progressos técnicos e para a consequente produção da riqueza e do progresso dos povos. Como eloquentemente acentua Moret, sem a verificação desta condição "há o risco de atraso e decadência".

A Associação Espanhola é fundada a 2 de Janeiro de 1908, cerca de um ano após a criação da *Junta de Ampliación de Estudios e Investigaciones Cientificas* – JAEIC (11 de Janeiro de 1907). Esta Junta tinha como objectivo coordenar o desenvolvimento da ciência em Espanha, com um programa extenso de atribuição de bolsas para estudo no estrangeiro e o propósito de criar um diálogo com os países cientificamente mais avançados. Há muita bibliografia sobre a JAEIC, uma perspectiva global pode ser vista em [Sánchez Ron, 1988].

A AEPPC e a JAEIC funcionavam como um par com os mesmos objectivos, só que a primeira punha a tónica na divulgação e na actividade de consciencialização da importância da ciência, enquanto a segunda priorizava o desenvolvimento da investigação científica.

Neste quadro temos de incluír a *Sociedade Matemática Espanhola*, fundada a 4 de Abril de 1911. A sua relação com a AEPPC é clara, foi em 1908, no 1.º Congresso da Associação que se iniciou o processo de criação de uma sociedade matemática à dimensão da Espanha, tendo inclusivamente sido anunciado nesse Congresso a comissão encarregada de preparar o seu projecto de fundação [Español González, 2011; pp. 82–87].

Incluímos seguidamente o quadro dos 13 congressos da AEPPC até 1932, sendo que os últimos seis, marcados a negrito, são organização conjunta com a sua congénere portuguesa.

1908	Zaragoza	22 a 29 de Outubro
1910	Valência	16 a 20 de Maio
1911[2]	Granada	20 a 25 de Junho
1913	Madrid	15 a 20 de Junho
1915	Valladolid	17 a 22 de Outubro
1917	Sevilla	6 a 11 de Maio
1919	Bilbao	7 a 12 de Setembro
1921	**Porto**	**26 de Junho a 1 de Julho**
1923	**Salamanca**	**24 a 29 de Junho**
1925	**Coimbra**	**14 a 19 de Junho**
1927	**Cádiz**	**1 a 7 de Maio**
1929	**Barcelona**	**20 a 27 de Maio**
1932	**Lisboa**	**15 a 21 de Maio**

Tabela 1: Congressos da AEPPC 1908–1932

Os Congressos da AEPPC foram estruturados em secções, que dão conta da amplitude científica a que se propunha. No período em estudo, estavam organizados em 8 Secções Temáticas, que eram as seguintes:

I. *Ciencias Matemáticas*

II. *Astronomía y Física del Globo* (a partir de 1929 o nome mudou para *Ciencias Astronómicas, Geofísicas y Geográficas*)

III. *Ciencias Físico-Químicas*

IV. *Ciencias Naturales*

V. *Ciencias Sociales*

VI. *Ciencias Filosóficas, Históricas y Filológicas*

VII. *Ciencias Médicas*

VIII. *Ciencias Aplicadas* (a partir de 1923 o nome mudou para *Aplicaciones*)

Vamos sobretudo ocupar-nos das comunicações referentes às duas primeiras secções.

[2]Primeiro congresso em que houve participação portuguesa.

3 Costa Lobo e o início da participação portuguesa nos congressos da AEPPC

O principal dinamizador destes congressos pelo lado português foi Francisco de Miranda da Costa Lobo[3] (1864–1945). Foi o Presidente do *Instituto* de Coimbra de 1913 a 1945. A sua revista, tendo o mesmo nome, divulgou sempre os Congressos, publicando por vezes notícias extensas sobre eles. Foi o primeiro português a participar num congresso da AEPPC, o 3.º Congresso, em Granada em 1911, onde simultaneamente foi o único estrangeiro presente. Apresentou aí duas comunicações: *As radiações e a atração newtoniana* e *Determinação do azimuth dos instrumentos meridianos*. Voltou a estar presente no Congresso seguinte, em Madrid, em 1913, com duas comunicações: *Aspectos diversos apresentados pelo graos de Baily na observação do eclipse do Sol de 17/04/1912 feita em Ovar* e *A scintillação dos astros*. Participou igualmente no Congresso imediato, em Valladolid em 1915, com a comunicação *Atmosferas y temperaturas astrales (Nuevas bases para la Fisica general)*. Todas as suas apresentações foram feitas na Secção de Astronomia. Neste último congresso houve dois portugueses com comunicações na Secção de Ciências Matemáticas: Francisco Gomes Teixeira[4] (1851–1933) apresentou *Sobre os arcos das espiraes sinusoides*, e Rodolfo Guimarães[5] (1866–1918) fez a palestra *Algumas palavras sobre Pedro Nunes*.

4 A Associação Portuguesa para o Progresso das Ciências

A Associação Portuguesa para o Progresso das Ciências (APPPC) é fundada em 1917. Apesar do seu principal dinamizador ter sido Costa Lobo, o seu primeiro presidente é Francisco Gomes Teixeira[6], então com 66 anos, muito provavelmente devido não só a ser o mais importante e influente matemático portu-

[3]Quanto sabemos, não existe nenhum estudo de fundo sobre este matemático, apenas apontamentos diversos sobre a sua actividade em pequenos artigos ou em sites na internet por autores como Helmuth Malonek, Teresa Costa e Anabela Ramos. Ver [Carvalho, 1945] e "A Esfera de Costa Lobo" in `www.mat.uc.pt/~helios/Mestre/H31esfer.htm`; [Rodrigues, 1992] dá elementos sobre a sua passagem na Universidade de Coimbra. Em [GEPB, Vol. 7, pp. 904–905] há uma extensa lista das suas publicações, bem como alguns dados biográficos.

[4]Sobre Gomes Teixeira existe abundante bibliografia. Ver, entre outros, [Guimarães, 1914], [Alves, 2004], e [Saraiva, 2005]

[5]Sobre Rodolfo Guimarães, ver [Saraiva, 1993].

[6]Pedro José da Cunha, no seu discurso inicial no Congresso do Porto, chama a Gomes Teixeira o "venerando fundador da APPPC, a cujo patriotismo se deve a realização deste Congresso

guês da sua geração como também o matemático português mais prestigiado a nível internacional, fundador da primeira revista matemática portuguesa de âmbito internacional, o *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*[7], que existiu de 1877 a 1905, e que foi continuado, com Gomes Teixeira como seu director, pelos *Annaes Scientíficos da Academia Polytechnica do Porto,* agora revista não exclusivamente de matemática, e que também noticiou os encontros da APPPC.

Os Estatutos da APPPC mostram uma clara influência da sua congénere espanhola. Por exemplo o primeiro artigo é na sua maior parte uma tradução do correspondente artigo dos Estatutos da AEPPC [Estatutos, 1940; p. 3]:

> *Artigo 1. A Associação Portuguesa para o progresso das Ciências [...] tem por objecto o fomento da cultura nacional, principalmente nas suas manifestações científicas. Para o conseguir organizará congressos, conferências e concursos; poderá tomar parte nos congressos promovidos por associações estrangeiras congéneres; contribuirá para a fundação de instituições de ensino; favorecerá a comunicação intelectual entre os seus sócios e quaisquer outras entidades e indivíduos igualmente interessados nos progressos da ciência; e procurará impulsionar a investigação científica.*

O Artigo I dos Estatutos da Associação Espanhola tem a seguinte formulação [AEPPC, Congreso de Sevilla, p. 40]:

> *Artigo 1.º – La Asociación tiene por objecto el fomento de la cultura nacional, en sus manifestaciones cientificas principalmente. Para conseguirlo organizará Congresos, conferencias y concursos; procurará la fundación de instituciones de enseñanza; favorecerá la comunicación intelectual entre el pais y las clases associadas y auxiliará, en la medida que sus recursos lo permitan, los trabajos y estúdios de investigación.*

A pequena dimensão da APPPC é dada pela indicação de haver *núcleos regionais* apenas nos locais onde havia universidades (Coimbra e Porto) — (artigo 6.º, parágrafo 1) sendo a sede em Lisboa “numa escola superior, numas agremiação científica ou centro de investigação, ou ainda na sede de uma das sociedades científicas agregadas” (artigo 3.º). Apesar de tudo, coloca-se ainda como hipótese a criação de *núcleos de estudo* (note-se a mudança de designação) nas

em Portugal” [APPPC, 1922, p. 29]. Pelo que podemos conjecturar um envolvimento grande de Gomes Teixeira nos anos iniciais da APPPC — de notar que em 1921 ele tem 70 anos.

[7] Ver [Saraiva, 2014].

ilhas e nas colónias (artigo 6.º, parágrafo 2). Os estatutos da AEPPC não mencionam os seus núcleos, mas à data do Congresso de Sevilha (1917), para além da sede em Madrid, existiam já núcleos em Valladolid, Zaragoza, Barcelona, Salamanca, Valência, Cádiz, Granada e Córdoba [AEPPC, 1917; pp. 28–40]. Para termos uma ideia da extensão da AEPPC, estima-se que a 1 de Maio de 1918 tinha 1494 sócios [Ausejo, 1993; p. 13].

5 Os Congressos de Sevilha, 1917, de Bilbao, 1919, e do Porto, 1921

Vamos neste ponto apenas muito sumariamente reportar a representação portuguesa nos dois primeiros congressos, apresentar algumas considerações gerais quanto ao terceiro, fazendo no ponto seguinte uma análise global dos Congressos entre 1921 e 1932 quanto à participação portuguesa[8].

É no Congresso de Sevilha que se dá a primeira participação portuguesa após a criação da APPPC. Sai um artigo sobre o Congresso no jornal *O Instituto*, vol. 64, 1917. É uma notícia bastante detalhada[9], em que se indicam algumas das comunicações dos portugueses nesse Congresso, acompanhadas dum breve resumo do seu conteúdo. Curiosamente nenhuma dessas comunicações está indicada no programa geral do Congresso impresso antes da sua realização, o que pode indicar que a presença portuguesa foi decidida relativamente perto do início do Congresso, já depois do programa estar impresso. Das seis comunicações indicadas, não há nenhuma na secção 1, e apenas uma na secção 2: a de Costa Lobo, *Sobre uma nova explicação das manchas solares.*

O Congresso de Bilbao, em 1919, é noticiado num longo conjunto de textos (59 páginas) em *O Instituto*, vol. 66, 1919; pp. 497–555. Abre com uma notícia informativa de Costa Lobo (pp. 497–500), que dá uma visão global do que foi o congresso e informa que no Congresso foi aprovada a realização do congresso seguinte em Portugal, em colaboração com a APPPC.

Para além dos discursos inaugurais das oito secções[10] realizaram-se 191 conferências, sendo quase metade na secção de *Ciências Médicas*. Foram assim distribuídas: Secção 1: 17, Secção 2: 12; Secção 3: 12; Secção IV: 19; Secção V: 13; Secção VI: 18; Secção VII (Ciências Medicas): 88; Secção VIII: 12. Destas conferências 7 são de autores portugueses, das quais quatro nas secções I e II:

[8]Em artigo futuro reportaremos em mais detalhe estes três congressos, nomeadamente o modo como a imprensa científica portuguesa os referiu.

[9]A notícia tem 23 páginas, vai da página 275 à 297.

[10]Apenas uma foi feita por um português, na Secção V: o Visconde de Eza falou sobre "Organização Democrático-Social", transcrita neste número do *Instituto* [pp. 537–552].

Secção I: Gomes Teixeira — *A vida scientífica de Daniel da Silva*
Secção II: F. Costa Lobo — *Variação dos diâmetros aparentes com a altura*, *Projecto de reforma do Calendário* e *Justificação da equivalência adoptada entre intervalos de tempo sideral e de tempo médio*

No congresso do Porto, o primeiro organizado conjuntamente pelas duas associações ibéricas, tentou dar-se igual relevância às contribuições por pesquisadores portugueses e por pesquisadores espanhóis, e procurou-se que houvesse várias intervenções que focassem a relação histórica, geográfica e social entre os dois países. Assim, depois da conferência inaugural, proferida por Gomes Teixeira, com o título *Colaborações dos espanhóis e portugueses nas grandes navegações dos séculos XV e XVI*, houve duas conferências plenárias sobre a relação entre Portugal e Espanha: uma de Ricardo de Almeida Jorge (1858–1939), *A Intercultura de Portugal e Espanha no passado e no futuro*, e a outra de José Rodríguez Carracido (1856–1928), *Relaciones espirituales de España y Portugal*. Nas conferências inaugurais das quatro secções, quatro foram proferidas por espanhóis (um da Universidade de Madrid, outro da Universidade de Barcelona, um oficial do Exército e um académico) e outras quatro por portugueses (dois da Universidade do Porto, outro do Observatório Astronómico de Lisboa e ainda um médico, que foi Presidente da Academia das Ciências de Lisboa). Duas destas conferências são sobre as conexões entre Espanha e Portugal: na *Secção V* Bento Carqueja (Univ. Porto) apresentou *As riquezas da península* enquanto que na *Secção VI* Jerónimo Becker (Académico) fez a comunicação *El paralelismo de dos Histórias: la colaboración hispano-portuguesa*.

6 Balanço geral dos Congressos das Associações Portuguesa e Espanhola para o Progresso das Ciências no que diz respeito às Secções I e II no período 1921–1932

6.1 Secção I

Vamos seguidamente dar dois quadros de conjunto em que se especifica, no primeiro, quais os participantes portugueses e o número de comunicações apresentadas em cada congresso, e no segundo se dão indicações sobre a faixa etária dos participantes e a instituição a que estão associados, de modo a podermos tirar algumas conclusões. Trata-se apenas de uma primeira aproximação de conjunto, uma análise mais detalhada será necessário fazer posteriormente.

	1921	1923	1925	1927	1929	1932	TOTAL
F. Gomes Teixeira	2	1					**3**
Pedro José da Cunha	1	3	2	2		1	**9**
José Vicente Martins Gonçalves	1		3			3	**7**
Luís Woodhouse	2	1	1				**4**
Diogo Pacheco de Amorim	2		5			2	**9**
Fernando de Almeida Vasconcellos	1	1					**2**
Carlos Eugénio Álvares Pereira	1		3		1[11]		**5**
José Pedro Teixeira	4	1					**5**
Francisco Miranda da Costa Lobo						1	**1**
José Augusto Cardoso			1				**1**
Aureliano da Mira Fernandes			1	1		1	**3**
Victorino Teixeira Laranjeira				1			**1**
Gumersindo Sarmento da Costa Lobo			2				**2**
João Dantas Souto Rodrigues			1				**1**
João de Sousa Henriques Junior			1				**1**
João Pereira da Silva Dias			1				**1**
TOTAL	**14**	**7**	**21**	**4**	**1**	**8**	**55**

Tabela 2: 16 Portugueses na 1.ª Secção dos Encontros AEPPC/APPPC, 1921–32.
Os nomes a negrito são os dos conferencistas com mais comunicações no período estudado; colunas a sombreado denotam os congressos realizados em Portugal.

Vemos aqui que há um número significativo de participantes em 3 ou mais Congressos (6 dos 16 participantes), ou seja, 37,5 % dos participantes portugueses. Estes 6 apresentam 37 das 55 comunicações (67,3% do total). Vemos portanto que há um "núcleo duro" destes Encontros, que inclui os 3 que mais comunicações apresentam: Pedro José da Cunha (9), que só falha apresentar comunicação no Encontro de 1929, Diogo Pacheco de Amorim (9) e José Vicente Gonçalves (7); estes dois últimos apenas participam com comunicações nos 3 encontros realizados em Portugal. São 25 as comunicações do conjunto destes 3 matemáticos, ou seja, é 45,4% do total apresentado pelos portugueses no período 1921–1932. Dos restantes, três apresentam comunicações em 2 congressos e sete em apenas um. Tudo isto reflecte não só a pequena dimensão da comunidade matemática portuguesa, mas também a vontade participativa de um pequeno número de matemáticos. As 55 comunicações são apresentadas

[11] Não esteve em Barcelona, mas a sua comunicação foi lida, conforme se pode ler nas Actas das sessões [AEPPPC, 1929, Tomo II; p. 133].

por 16 participantes o que dá uma média de 3,43 artigos por pessoa, quase o dobro do que se verifica em relação aos participantes espanhóis, como veremos no Apêndice, em que tiraremos algumas características gerais da participação espanhola nas secções 1 e 2 destes congressos. Por outro lado também podemos concluir que a participação portuguesa é significativamente maior nos congressos realizados em Portugal. O de Coimbra foi o que maior participação portuguesa teve, com 11 conferencistas e 21 comunicações, seguido do realizado no Porto, com 8 presenças e 14 comunicações, e por último o de Lisboa, com apenas 5 conferencistas e 8 comunicações. Veremos que se passa o contrário com os conferencistas espanhóis, a sua maior participação é maioritariamente nos congressos realizados em Portugal.

Vejamos agora que conclusões podemos tirar se atendermos às idades dos participantes portugueses e das instituições a que estão ligados:

Nome	**Local de trabalho**	**Artigos**	**Idade em 1921**	**Total Artigos**
João Dantas Souto Rodrigues (1841–1929)	Univ. de Coimbra	1	80	
Grupo mais de 75 anos (1921)				**1**
F. Gomes Teixeira (1851–1933)	Univ. do Porto	3	70	
Victorino Teixeira Laranjeira (1855–1934)	Univ. do Porto, Oficial do Exército	1	66	
José Pedro Teixeira (1857–1925)	Univ. do Porto	5	64	
Luís Woodhouse (1858–1927)	Univ. do Porto	4	63	
Grupo dos 60 aos 70 anos (1921)				**13**
Francisco da Costa Lobo (1864–1945)	Univ. de Coimbra	1	57	
Pedro José da Cunha (1867–1945)	Univ. de Lisboa	9	54	
Fernando de Almeida Vasconcellos (1874–1944)	Univ. de Lisboa, Oficial do Exército	2	47	
Grupo dos 47 aos 57 anos (1921)				**12**
Carlos Eugénio Álvares Pereira (1879–?)	Colégio Militar, Lisboa	5	42	
Aureliano da Mira Fernandes (1884–1958)	Univ. de Lisboa	3	37	
Diogo Pacheco de Amorim (1888–1976)	Univ. de Coimbra	9	33	

João de Sousa Henriques Jr. (1890–1959)	Escola Secundária, Bragança	1	31	
José Augusto Cardoso (1891–1976)	Liceu D. João III, Coimbra	1	30	
Grupo dos 30 aos 46 anos (1921)				**19**
João Pereira da Silva Dias (1894–1960)	Univ. de Lisboa	1	27	
Gumersindo da Costa Lobo (1896–1952)	Univ. de Coimbra	2	25	
José Vicente Gonçalves (1896–1985)	Univ. de Coimbra	7	25	
Grupo dos 25 aos 27 anos (1921)				**10**

Tabela 3: Distribuição por idades dos 16 portugueses com conferências na Secção I nos Congressos AEPPC/APPPC 1921–32

Face a estas tabelas podemos tirar algumas conclusões: por um lado vemos que não há nenhuma maioria clara de nenhum grupo etário: o grupo onde há mais comunicações é o dos 30 aos 46 anos (19), seguido de perto pelos grupos dos 60 aos 70 (13) e dos 47 aos 57 anos (12), e o dos 25 aos 27 anos (10). Mesmo quanto a número de pessoas de cada um dos grupos a diferença não é significativa (não incluímos aqui o singular grupo dos mais de 75 anos), oscilando apenas entre 3 e 5. Tudo isto reflecte uma vez mais a pequena dimensão do grupo dos matemáticos portugueses dessa época.

Quanto às instituições dos participantes da Secção I destes Encontros no período 1921–1932, a maioria dos participantes portugueses está na Universidade, são mais de 81% do total português (13 em 16). Mais em detalhe:

Os Professores Universitários estão assim distribuídos: 5 da Universidade de Coimbra, 4 da Universidade do Porto[12], também 4 (sendo um deles Oficial do Exército) da Universidade de Lisboa. Quanto aos outros três participantes, um é Professor do Colégio Militar (Lisboa) e dois são Professores do Ensino Secundário.

Sobre as áreas das comunicações dos portugueses na secção I, neste período temporal, e numa primeira abordagem genérica e não detalhada, vemos que a maioria dos temas é ainda muito tradicional, com 20 das 55 comunicações sobre álgebra, história e ensino da matemática. Não esqueçamos que, ao contrário da Espanha, em Portugal não existia uma Sociedade Portuguesa de Matemática (que só viria a ser fundada em 1940) nem o equivalente da JAE na

[12] É a geração de Gomes Teixeira.

maior parte do intervalo temporal aqui analisado, se bem que em relação a esta última, tivessem sido feitas no tempo da República tentativas (falhadas) de criação de uma instituição de apoio à investigação científica (o IAC, que só viria a surgir em 1929, já durante a Ditadura). Esquematicamente temos:

História da Matemática, e do Ensino da Matemática; *Álgebra*: 10 cada; *Cálculo Diferencial e Integral*; *Matemática Aplicada (à Física, à Economia)*: 7 cada; *Geometria Diferencial*: 6; *Teoria dos Números*: 4; *Teoria das Séries*; *Teoria das Probabilidades*: 3 cada; *Teoria das Funções*: 2; *Teoria dos Complexos*; *Teoria dos Conjuntos*; *Geometria Plana*: 1 cada.

6.2 Secção II

Vejamos dois quadros análogos aos da Secção I o primeiro com os participantes portugueses e o número de comunicações apresentadas em cada congresso, e o segundo com indicações sobre a faixa etária dos participantes e a instituição a que estão associados:

	1921	**1923**	**1925**	**1927**	**1929**	**1932**	**TOTAL**
Frederico Thomaz Oom	1		5				**6**
Francisco Miranda Costa Lobo	3	1	3			4	**11**
Augusto Eduardo Neuparth	1						**1**
Augusto Ramos da Costa		1		2	1		**4**
António Mimoso Guerra			1				**1**
Anselmo Ferraz de Carvalho			3				**3**
Gumersindo S. da Costa Lobo			1			1	**2**
António Carvalho Brandão			1	1		1	**3**
Álvaro Nunes Ribeiro			1				**1**
Manuel Soares de Melo e Simas			2			1	**3**
J. Aquino e Costa			1				**1**
António Cabreira				1			**1**
Eduardo Ismael Santos Andrea					1		**1**
António C. Carvalho Serra						1	**1**
Victor Hugo Lemos						1	**1**
TOTAL	**5**	**2**	**18**	**4**	**2**	**9**	**40**

Tabela 4: 15 portugueses na Secção II dos Encontros AEPPC/APPPC 1921–1932.

Tal como na secção I vemos um número muito reduzido de participantes, apenas 15 no espaço de 12 anos. Aqui apenas uma pessoa participou em 4 congressos, Costa Lobo, que é igualmente quem apresenta maior número de comunicações. Ele e Frederico Oom (apenas presente em dois dos três congressos realizados em Portugal) são os que apresentam mais comunicações, em conjunto têm 17 das 40 deste período temporal, isto é, 42,5% do total. Apenas 2 participantes participam em 3 congressos, e outras 3 participam em dois. Os nove restantes conferencistas apenas participam num só congresso. Temos assim confirmada uma inequívoca da falta de continuidade que a participação portuguesa teve neste período nesta secção. Os 15 conferencistas apresentaram 40 comunicações, uma média de 2,7 comunicações por participante, um valor inferior ao verificado em relação à primeira secção, mas claramente superior ao valor relativo aos espanhóis que participaram na mesma secção (ver Apêndice)

Tal como na secção I, a maior participação dá-se nos congressos organizados em Portugal, e igualmente como na secção I, a maior afluência dá-se no Congresso de Coimbra, com 9 participações e 18 comunicações, seguindo-se o de Lisboa com 6 presenças e 9 apresentações, sendo o do Porto o congresso em Portugal com menor participação nacional, com apenas 3 participações e 5 comunicações. Vejamos agora o segundo quadro:

Nome	**Local de trabalho**	**Artigos**	**Idade em 1921**	**Total Artigos**
Augusto Eduardo Neuparth (1859–1925)	Escola Naval, Lisboa	1	62	
Grupo dos 60 aos 70 anos (1921)				**1**
Frederico Thomaz Oom (1864–1930)	Oficial do Exército, Director OAL	6	57	
Francisco Miranda da Costa Lobo (1864–1945)	Univ. de Coimbra	11	57	
António Mimoso Guerra (1867–1950)	Oficial do Exército	1	54	
António Tomás de Guarda Cabreira (1868–1953)	Sociedade de Geografia	1	53	
Manuel Soares de Melo e Simas (1870–1934)	Oficial do Exército, vice-director do OAL	3	51	
Grupo dos 47 aos 57 anos (1921)				**22**
Augusto Ramos da Costa (1875–1939)	Escola Naval, Lisboa	4	46	
Álvaro Augusto Manuel Nunes Ribeiro (1878–1933)	Escola Naval, Lisboa	1	43	

Anselmo Ferraz de Carvalho (1878–1955)	Univ. de Coimbra	3	43	
António Carvalho Brandão (1878–1957)	Escola Naval, Lisboa	3	43	
Eduardo Ismael dos Santos Andrea (1879–1937)	Univ. de Lisboa	1	42	
Grupo dos 30 aos 46 anos (1921)				**12**
Victor Hugo Duarte Lemos (1894–1959)	Univ. de Lisboa	1	27	
Gumersindo Sarmento da Costa Lobo (1896–1952)	Univ. de Coimbra	2	25	
Grupo dos 25 aos 27 anos (1921)				**3**
J. Aquino e Costa (?–?)	Desconhecido	1		
António C. Carvalho Serra (?–?)	Desconhecido	1		
Idade desconhecida				**2**

Tabela 5: Distribuição por idades dos 15 portugueses na Secção II dos Congressos AEPPC/APPPC 1921–1932

Aqui, em contraste com o que se observa no quadro equivalente relativo à secção I, vemos uma clara dominação do grupo etário dos 47 aos 57 anos (em 1921), com 22 das 40 comunicações, 55% do total, bem como 5 dos 15 portugueses participantes, um terço do total. Isto também implica uma preocupante falta de renovação nesta área.

Quanto às instituições dos portugueses que participaram na Secção II destes Encontros no período 1921–1932 temos uma diferença maior em relação aos da secção I: os professores universitários não são aqui maioritários. Não se conhecem as ocupações de 2 dos 15 participantes, mas dos restantes 13 apenas 5 são professores universitários, sendo 3 da Universidade de Coimbra e 2 da Universidade de Lisboa. Dos restantes, 4 são professores da Escola Naval, 3 são oficiais de Exército e 1 é membro da Sociedade de Geografia, o que traduz o peso que estas instituições tinham nesta área.

7 Considerações Finais

Gomes Teixeira e Costa Lobo foram a face visível da tentativa portuguesa de integração no movimento científico internacional que as associações para o progresso das ciências encarnaram, iniciado numa época de profundo fascínio e crença na importância fundamental da ciência como meio de progresso e de criação de bem-estar para os povos. O comprometimento português no que diz respeito às Ciências Matemáticas (incluindo aqui a Astronomia) é bem visível estatisticamente: uma pequena comunidade apresenta ao longo dos 12 anos um conjunto de comunicações em que o número de apresentações por participante é bastante superior ao que se verificou em relação aos participantes espanhóis. E há uma maior continuidade nas participações dos portugueses que na dos espanhóis, talvez também causado por estes encontros serem o acontecimento científico maior em Portugal, ao contrário do que se passava em Espanha, pela maior diversidade de contactos internacionais da Espanha científica (onde, não o esqueçamos, e por contraste com o caso português, existia não só uma entidade especificamente virada para a investigação científica desde 1907, a JAEIC, mas também uma Sociedade Matemática Espanhola, criada em 1911).

Para Gomes Teixeira, já no Outono da sua vida, estes Encontros representavam a continuação da realização de um dos seus maiores objectivos, o da internacionalização da ciência portuguesa e da integração da sua comunidade na comunidade internacional de cientistas (já iniciada muito antes, com a criação do *Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas*).

Sem nacionalismos bacocos nem perspectivas empobrecedoras dos que só se consideram de valor o que envolve grandes inovações matemáticas, podemos dizer com segurança que a realização destes Encontros Ibéricos das Associações Portuguesa e Espanhola para o Progresso das Ciências foram marcos importantes para ambas as comunidades científicas, contribuindo para a definição científica destes 12 anos nos dois países, mobilizando ambas as comunidades, incluindo alguns dos seus mais notáveis representantes, e proporcionando o contacto profissional saudável e profícuo entre cientistas de diferentes extratos e tradições científicas.

Uma outra figura importante da história matemática portuguesa, Manoel Ferreira de Araujo Guimarães (1777–1838), escreveu muito apropriadamente, na apresentação da revista *o Patriota*, que fundou no Rio de Janeiro em 1813, a primeira revista do Brasil com um lugar para a disseminação científica, citando D'Alembert [O Patriota, 1813; 1.ª série, 1, p. VI]:

> *[...] não se deve examinar se a obra está bem feita, mas se era possível faze-la melhor"*

O que se alcançou com os Congressos destas duas associações, com as limitações do seu tempo (diferentes nos dois países), esteve certamente perto do melhor que era possível naquela época.

Apêndice
A participação espanhola nas secções I e II dos congressos conjuntos da AEPPC e da APPPC entre 1921 e 1932

Vamos aqui dar a indicação dos participantes espanhóis nestes seis congressos nas secções I e II, e fazer algumas considerações sobre as suas participações. Não faremos, como fizemos no caso dos portugueses, considerações sobre as idades dos participantes nem sobre as instituições onde trabalhavam na altura da sua participação, ou seja, apresentaremos apenas 2 quadros comentados, um relativamente à secção I e o outro em relação à secção II com a indicação do número de artigos apresentados em cada Congresso:

a) Secção I

	1921	**1923**	**1925**	**1927**	**1929**	**1932**	**TOTAL**
José Augusto Sánchez Peréz	1	1					**2**
António Torreja y Miret	1				1		**2**
Olegário Fernández Baños	1		1				**2**
Gabriel Galán	4						**4**
Pedro M. González Quijano	1			2	1		**4**
Emilio Herrera y Linares	1					1	**2**
Tomás Rodriguez Bachiller		1	5				**6**
Júlio Rey Pastor			3		1	2	**6**
José Maria Orts Aracil			1		2		**3**
Fernando Peña			1	1		1	**3**
Augusto Krahe Garcia			1	1			**2**
António Lasheras-Sanz			1	1	1		**3**
Francisco Navarro Borrás					1	1	**2**
Felix Apaíz Arias				1		2	**2**
25 participantes espanhóis com 1 palestra	8	1	7	3	2	4	**25**
2 Belgas: R. H. Germais + C. Cervais			3				**(3)**
1 Italiano: Francisco Severi					2		**(2)**
2 Argentinos: José Babini + Carlos Biggeri						2	**(2)**
TOTAL	**17**	**3**	**20 + 3**	**8**	**9 + 2**	**11 + 2**	**68 + (7)**

Tabela 6: 39 espanhóis e 5 não ibéricos na Secção I dos Encontros AEPPC/APPPC 1921–1932

Dos 39 participantes espanhóis, nenhum participa em 4 ou mais congressos. Apenas 4 estão presentes em 3 congressos, sendo dois deles figuras importantes da matemática espanhola, Pedro Miguel González Quijano (1870–1958) e Julio Rey Pastor (1888–1962), a figura maior da matemática espanhola na época que analisamos. Isto é, apenas 10,3% do total dos matemáticos espanhóis na secção I, em contraste com os 37,5% dos portugueses que participam em 3 ou mais congressos na secção I. Dos restantes, 8 participam em 2 congressos, e 27 apenas participam apenas num. Ou seja 89,7 % dos participantes tiveram ou pouca ou nenhuma, continuidade de participação. Aqui há um contraste marcado com o carácter da participação dos portugueses.

Quanto ao número de comunicações de cada participante, não há participantes com 7 ou mais comunicações. Apenas dois apresentam 6 comunicações neste período: Julio Rey Pastor e Tomás Rodríguez Bachiller (1899–1980), outra figura importante da matemática espanhola. Depois temos dois conferencistas com 4 comunicações, Gabriel Galán Ruiz (1869–1938), catedrático de Astronomia e Geodesia na Universidade de Zaragoza, e de Geometria Analítica na de Oviedo, e Pedro González Quijano. Ou seja, os que apresentam mais comunicações são figuras maiores da matemática espanhola, uma indicação que o melhor da comunidade matemática espanhola aderiu de algum modo aos Congressos conjuntos da AEPPC e da APPPC. Estes 4 apresentam 29,4% do total das comunicações espanholas deste período. Dos restantes há apenas mais três que apresentam 3 comunicações, sete apresentam duas palestras e 25 têm uma só comunicação. Ou seja, com uma ou duas comunicações em 12 anos temos 82,0%, mais de ¾ dos participantes espanhóis, enquanto do lado português é de 50% a percentagem dos que apresentam também só uma ou duas comunicações em igual período. Quanto ao número de comunicações por participante espanhol temos 1,7, metade do valor equivalente para os portugueses nesta secção (3,4).

Quanto à participação em congressos, surpreendentemente a sua maior participação é nos congressos em Portugal: em Coimbra há 14 participantes e 20 comunicações, no Porto são 14 participantes e 17 comunicações, e em Lisboa houve 9 participantes e 11 comunicações. Ter-se-ia de investigar o porquê destes números. Uma possível razão para a diferença entre a participação no estrangeiro dos congressistas poderá ser a melhor situação económica em Espanha. Não esqueçamos que a Espanha não participou na 1.ª Guerra Mundial, e Portugal, para além da guerra em que esteve envolvido, suportou a instabilidade política e a convulsão social da 1.ª República, a que se seguiram os rigores e a repressão da Ditadura.

De notar igualmente a pouca presença de conferencistas não ibéricos, apenas cinco num total de 60, apenas 8,3% do total, e que desses cinco, quatro estiveram unicamente em congressos em Portugal, apenas um participou num congresso em Espanha.

b) Secção II

	1921	1923	1925	1927	1929	1932	TOTAL
Honorato de Castro	1	1					**2**
Luís Rodes	1				1		**2**
Juan López Soler	1					1	**2**
Enrique de Rafael, SJ	2						**2**
Victoriano Fernández Ascarza	2	1	2	1	1		**7**
Antonio Vela	2						**2**
Pedro Jimenez Landi	1	1	1	1	1	1	**6**
Pedro Carrasco Garrerena	2		2			1	**5**
Gonzalo Reig y Soler	2		1			1	**4**
Miguel Aguilar	1	1					**2**
Vicente Inglada Orts	1		1				**2**
Manuel Maria Navarro Neumann		1		1	1		**3**
Guilhermo Sanz Huelin			2		1	1	**4**
José Tinoco y Arero			1		1	1	**3**
Salvador Garcia Francos				1	1		**2**
P. Ignacio Puig, SJ				1	1	1	**3**
Enrique Gullón Senesplada					1	1	**2**
P. Manuel Mara S. Navarro, SJ						2	**2**
Laudelino Moreno						2	**2**
M. Santaló						2	**2**
29 participantes espanhóis com 1 palestra	6	6	1	1	10	5	**29**
1 Francês: Georges Perrier			1				**(1)**
TOTAL	**22**	**11**	**11 + 1**	**6**	**19**	**19**	**88 + (1)**

Tabela 7: 49 espanhóis e um não ibérico na Secção II dos Congressos AEPPC/APPPC, 1921–1932

Ao contrário do que se passou com os portugueses, houve mais espanhóis na secção II do que na secção I. Os que participam em mais congressos nesta secção são duas figuras importantes da matemática do seu país: Pedro Jiménez

Landi, está nos 6 congressos, enquanto Victoriano Fernández Ascarza só falha o de Barcelona. Não há participante que tenha estado em quatro congressos, e com participação em três congressos temos um grupo de 6; 7 conferencistas participaram em 2 congressos, e um grupo de 34 participam apenas num só Congresso. Isto é, há apenas 16,3% dos participantes espanhóis que estão com pelo menos participação em 3 congressos; a grande maioria (83,7%) tem pequena ou nenhuma continuidade nestes congressos

Quanto à percentagem de artigos por conferencista é de 1,8, ainda menor do que a da correspondente secção da APPPC (que é de 2,7%).

Quanto às comunicações apresentadas, os que tiveram maior participação nos congressos são igualmente os que trouxeram mais comunicações: assim Victoriano Ascarza apresentou 7, enquanto que Pedro Jiménez Landi trouxe 6. Podemos ainda acrescentar os nomes de Pedro Carrasco Garavena, com 5, Gonzalo Reigo e Soler, e Guilherme Sanz Huelin, ambos com 4. Ou seja, os cinco que apresentam 4 ou mais comunicações são 10,2% do total.

Quanto à sua participação numérica nos congressos, o mais concorrido é o do Porto, com 17 participantes e 22 conferências, seguido pelo de Barcelona, com 19 participantes e igual número de comunicações, e depois vem o de Lisboa, com 16 participantes e 19 comunicações

Tal como na secção I a participação de não ibéricos é muito reduzida, neste caso um único participante e que escolhe participar num congresso em Portugal.

Agradecimentos

Agradeço ao Professor José Chabas, da Universidade Pompeu Fabra, em Barcelona, o ter-me facultado o acesso às Actas dos Congressos de Salamanca, Cádiz e Barcelona, bem como ter-me enviado cópia do livro com a antevisão do programa do Encontro de Barcelona. Agradeço à Dra. Lígia Martins da Biblioteca Nacional as facilidades que me concedeu para consultas na BNP. Agradeço igualmente à Dra. Marta Lourenço a ajuda que me deu na realização de consultas na Biblioteca do Museu de Ciência da Universidade de Lisboa, e ainda à Biblioteca do Observatório Astronómico de Lisboa o ter-me facultado o acesso às Actas dos Congressos da APPPC realizados em Portugal.

Bibliografia

Alves, Maria da Graça, 2004, *Francisco Gomes Teixeira, o homem, o cientista, o pedagogo*, Tese de doutoramento, Universidade do Minho.

Asociación Española para el Progreso de las Ciencias (AEPPC), 1917, *Congreso de Sevilla*, Madrid, Establecimiento Tipográfico de Fortanet.

————, 1921, *Congreso de Oporto*, Madrid, Jiménez y Molina, Impresores.

————, 1921, *Octavo Congreso celebrado en la ciudad de Oporto*, Tomo I, Madrid, Imprenta de Eduardo Arias.

————, 1921, *Congreso de Oporto celebrado juntamente con el Primero Congreso de la Asociación Portuguesa para el Progreso de las Ciencias*, Tomo II, Conferencias. Madrid, Jiménez y Molina Impresores; Tomo III, Sección 1.ª, Ciencias Matematicas. Madrid, Talleres Poligráficos; 1923, Tomo IV, Sección 2.ª, Astronomía y Física del Globo. Madrid, Jiménez y Molina Impresores.

————, 1923, Noveno *Congreso celebrado en la ciudad de Salamanca (Segundo de la Associação Portuguesa para o Progresso das Sciências)*, Tomo I. Madrid, Jiménez y Molina Impresores; Tomo II. Madrid, Talleres Poligráficos; 1924, Tomo III. Sección 1.ª, Ciencias Matematicas; Tomo IV. Sección 2.ª, Astronomía y Física del Globo. Madrid, Jiménez y Molina Impresores

————, 1925, Décimo *Congreso celebrado en la ciudad de Coimbra (Tercer Congreso de la Associação Portuguesa para o Progresso das Sciências)*, Tomo I; 1926, Tomo II. Conferencias. Madrid, Talleres Poligráficos S A; Tomo III. Sección 1.ª, Ciencias Matematicas. Madrid, José Molina Impresor; 1927, Tomo IV. Sección 2.ª, Astronomia y Física do Globo. Madrid, Talleres Poligráficos S A

————, 1927, Undécimo *Congreso celebrado en la ciudad de Cádiz (Cuarto Congreso de la Associação Portuguesa para o Progresso das Sciências)*, Tomo I. Madrid, Talleres Poligráficos S A.; Tomo II. Conferencias; 1928, Tomo IV. Sección 2.ª, Astronomía y Física del Globo; 1929, Tomo III. Sección 1.ª, Ciencias Matematicas. Madrid, Establecimiento Tipográfico Huelves y Compañia.

————, 1929, Duodécimo *Congreso celebrado en la ciudad de Barcelona (Quinto Congreso de la Associação Portuguesa para o Progresso das Sciências)*, Tomo I; 1930, Tomo II. Sección 1.ª, Ciencias Matematicas; 1931, Tomos III y IV. Sección 2.ª, Ciencias Astronómicas, Geodésicas e Geográficas. Madrid, Establecimiento Tipográfico Huelves y Compañia

————, 1932, *Congreso Decimotercero celebrado en la ciudad de Lisboa (Sexto Congreso de la Associação Portuguesa para o Progresso das Sciências)*, Tomo I. Discursos Inaugurales; Tomo II. Sección 1.ª Ciencias Matematicas; 1933, Tomo III. Sección 2.ª Ciencias Astronómicas, Geofísicas e Geográficas. Madrid, Establecimiento Tipográfico Huelves y Compañia

Asociaciones Española y Portugueza para el Progreso de las Ciencias (AEPPPC), 1925, *Congreso de Coimbra*, Madrid, Talleres Poligráficos S A.

————, 1929, *Congreso de Barcelona*, Madrid, Establecimiento Tip. Huelves y Compañía.

————, 1932, *Congreso de Lisboa*, Madrid, Establecimiento Tip. Huelves y Compañía.

Associação Portuguesa para o Progresso das Ciencias (APPPC), 1922, Primeiro Congresso. Sessões Plenárias. Coimbra, Imprensa da Universidade.

Ausejo, Elena, 1993, *Por la Ciencia y por la Patria: la Institucionalizacion Cientifica en España en el Primer Tercio del Siglo XX — La Associación Española para el Progreso de las Ciencias*, Siglo XXI de España Editores, S.A.

————, 2008, La Asociación Española para el Progreso de las Ciencias en el Centenario de su creación, *Revista Complutense de Educación*, Vol. 19, Núm. 2, pp. 295–310.

Bernardo, Liliana Leitão, 2006, *O Primeiro Congresso Português para o Progresso das Ciências*, Tese de Mestrado, Universidade de Aveiro.

Bernardo, Liliana Leitão, e Morais, Marta, 2011, A Primeira Década dos Congressos Luso-Espanhóis para o Progresso das Ciências, *Actas do V.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática*, Câmara Municipal de Castelo Branco, pp. 171–182.

Carvalho, Anselmo Ferraz de, 1945, Doutor F. M. da Costa Lôbo: 1864–1945, *O Instituto*, Volume CV, pp. I–IV.

Español Gonzalez, Luis, 2011, *Historia de la Real Sociedad Matemática Española (RSME)*, Sevilla, Real Sociedad Matemática Española.

Estatutos da Asssociação Portuguesa para o Progresso das Ciências, 1940, Lisboa, Tip. J. Machado.

García Sierra, Pelayo, 1993, La evolución filosófica e ideológica de la Asociación Española para el Progreso de las Ciencias (1908–1979), *El Basilisco*, 2.ª época, pp. 49–81.

GEPB – *Grande Enciclopédia Portuguesa e Brasileira*, s/data, Editorial Enciclopédia Limitada, Lisboa, volume 7.

Gispert, Hélène (Ed.), 2002, *« Par la Science, pour la Patrie », L'Association Française pour l'Avancement des Sciences (1872–1914), un projet politique pour une société savante*, Presses Universitaires de Rennes.

Guimarães, Rodolpho, 1914, Biografia de Francisco Gomes Teixeira, *História e Memórias da Academia das Ciências de Lisboa*, Nova série, 2.ª Classe, Tomo XII, Parte II, pp. 119–149.

O Instituto, 1853–1981, Coimbra, Imprensa da Universidade.

Morrell, Jack, e Thackray, Arnold, 1981, *Gentlemen of Science, Early Years of the British Association for the Advancement of Science*, Clarendon Press, Oxford.

Nunes, Fátima, 2002, O «Público Entendimento da Ciência» nos Congressos da Associação para o Progresso das Ciências: Portugal e Espanha. Estratégias e Realidades Institucionais. In *Relações Portugal Espanha: uma história paralela, um destino comum?, II.º Encontro Internacional*, Sersilito-Empresa Gráfica Lda, Porto, pp. 231–243

O Patriota, Jornal Litterario, Politico, Mercantil, &c, 1813, Rio de Janeiro, Impressão Régia.

Rodrigues, Augusto (Direcção), 1992, Francisco de Miranda da Costa Lobo, in *Memoria Professorum Universitatis Conimbrigensis*, Volume II, Arquivo da Universidade de Coimbra, p. 258 e p. 308 .

Sánchez Ron, José Manuel, 1988, La Junta para Ampliación de Estudios e Investigaciones Científicas 80 años después, in (José M. Sánchez Ron coordinador) *La Junta para Ampliación de Estudios e Investigaciones Científicas 80 años después*, Volume 1, Madrid, Consejo Superior de Investigaciones Científicas, pp. 1–61.

Saraiva, Luis M. R., 1993, Rodolfo Guimarães e «Les Mathématiques en Portugal», *Actas do 1.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática*, DMUC, Coimbra, pp. 37–57.

———, 2005, O início da actividade científica de Francisco Gomes Teixeira (1851–1933), *Actas do 4.º Encontro Luso Brasileiro de História da Matemática*, EDUFREN, Natal, pp. 161–176

———, 2014, A decisive journal in Portuguese Mathematics: Gomes Teixeira's Jornal de Sciencias Mathematicas e Astronomicas (1877–1905), in C. Gérini e N. Verdier (eds.), *L'émergence de la presse mathématique en Europe au 19ème siècle*, College Publications, Oxford, pp. 67–95.

Niccolò Tartaglia e a Música

Carla Bromberg
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
cbromberg@pucsp.br

Resumo: Niccolò Fontana (ca. 1500–1557), ou Tartaglia foi um matemático do século XVI dedicado aos estudos das diversas matemáticas. Dentre suas obras, foi no frontispício da *Nova Scientia* de 1537, que o autor apresentou uma ilustração sobre as ciências matemáticas. Nesta ilustração, o autor incluiu a Música, ciência, que como se sabe, era classificada dentre as matemáticas até o século XVIII.

Embora Tartaglia não tenha dedicado à Música um tratado, como fizeram outros matemáticos de sua época, percebe-se que o autor tinha conhecimentos musicais, fossem eles de ordem prática ou teórica. Neste trabalho, pretende-se identificar as obras nas quais o autor recorreu à Música, e analisar quais foram os tópicos musicais de interesse para o autor e de que maneira contribuíram para a sua obra.

Abstract: Niccolò Fontana (ca. 1500–1557), also known as Tartaglia, was a sixteenth century mathematician dedicated to the study of mathematics. He wrote many treatises and specifically in his *Nuova Scientia* (1537), an image was provided to illustrate the mathematical sciences. Among them, there was Music, which was then a mathematical science. Although Tartaglia had not enrolled himself in writing a musical treatise, like other mathematicians of his time, it is assumed that he was aware of musical knowledge, either theoretical or practical. In this paper, we would like to identify in which works Tartaglia showed his musical knowledge, to analyze which musical topics were relevant for the author and try to understand how they could have contributed to the development of his works.

1 Introdução

Niccolò Fontana (ca. 1500–1557), conhecido também por Tartaglia, foi um matemático dedicado às diversas matemáticas do século XVI, da aritmética à geometria e à álgebra; da estática à topografia e artilharia, da fortificação à arte militar (Pizzamiglio, 2005). Em várias de suas obras foram expressos problemas relativos às mais diferentes disciplinas físico-matemáticas e foi neste contexto que Tartaglia incluiu a Música.

Actas/Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, II, 481–493

Não se sabe muito da formação do autor. Em sua obra *Quesiti et Inventioni Diverse* (1546) o autor forneceu, ao final do livro VI, quesito VIII, alguns dados relativos à sua infância e juventude (Tartaglia, 1554, 69r–70r). Contou sobre o saque da Brescia pelos franceses, quando ele pessoalmente foi atacado, ficando gravemente ferido na face e no crânio. Embora tenha contado de sua passagem pela escola onde aprendeu a ler com cinco e seis anos de idade e depois, pela escola onde aprendeu a escrever, com 14 anos, nenhuma informação específica com relação aos seus conhecimentos musicais foi fornecida. Como se sabe, Tartaglia não lecionou em universidades, mas sim em escolas de ábaco (Ekholm, 2010, 183), constituindo assim um saber que não se restringiu às matemáticas teóricas, nem às práticas, mas que englobava os estudos da filosofia natural, como se percebe no *Ragionamenti de Nicolo Tartaglia sopra la sua Travagliata Inventione* e conhecimentos práticos de forma geral, como veremos no tratamento da Música.

Embora Tartaglia não tenha dedicado à Música um tratado específico, como fizeram outros matemáticos de sua época como Girolamo Cardano (1501–1576), (Cardano, 1973), foi na *Nova Scientia*, no *Euclide Megarense* (ou nos comentários aos Elementos de Euclides) e no *Generale trattato di numeri et misure* que o autor se remeteu à música.

2 *Nova Scientia*, 1537

Na *Nova Scientia*, obra de 1537, Tartaglia preocupou-se em elevar o status da balística como ciência (Tartaglia, 1537). Para tornar a balística uma arte liberal, Tartaglia tentou articular as noções aristotélicas do movimento com o modelo dedutivo de Euclides (Menegat, 2014), sem perder de vista as características materiais envolvidas nesta ciência. Segundo Valleriani (2013), Tartaglia via a balística como uma consequência das inovações tecnológicas que aconteciam, principalmente na manipulação e forja do ferro do final do século XV para o século XVI.

Neste contexto, Tartaglia incluiu no frontispício da *Nova Scientia* um esquema sobre a classificação do conhecimento. Esta classificação não apareceu em forma diagramática ou tabular, mas na forma de imagem. O frontispício traz uma ilustração com alguns dizeres, dentre eles, aquele que apresenta a certidão das matemáticas, explicando que para aqueles que quisessem conhecer as várias causas das coisas, as matemáticas seriam o único caminho (*Qui cupitis rerum varias cognoscere causa, discite nos: cunctis hac patet una via*).

A cena do frontispício foi dividida em dois ambientes circulares, murados e com portas de entrada. No maior deles, na parte inferior da figura, vê-se Eu-

Figura 1: Frontispício da Nova Ciência [Tartaglia 1543].

clides à porta de entrada, deixando passar algumas pessoas para o interior. No muro, está um indivíduo a escalar uma escada, a qual proveria acesso ao recinto. Os autores interpretam esta figura como uma ascensão aos conhecimentos das ciências através da obra de Euclides (Pizzamiglio, 2005). Uma vez dentro deste recinto, nos encontramos com um "coro" das disciplinas matemáticas que rodeiam o próprio Tartaglia. Este tem respectivamente a seu lado a Geometria e a Aritmética e a sua frente, a Astronomia e a Música. Também aqui está o desenho do canhão que atira, ilustrando a inovação conceitual de Tartaglia no campo da balística e da mecânica. Diametralmente oposta à entrada do primeiro recinto está a entrada do segundo círculo, menor que o primeiro. Nesta entrada encontra-se Aristóteles, e acima deste Platão, com o dizer que não entre aquele que não souber geometria (*Nemo huc geometriae expers ingrediatur*). Enquanto Aristóteles é identificado com uma ciência físico-matemática, Platão se aproxima da pureza especulativa, e da disciplina da filosofia, que está no ponto supremo do círculo (*Aurum probatur igni, et ingenium mathematicis*).

O grupo de ciências apresentado por Tartaglia equivale ao grupo expandido das artes liberais (Freedman, 1999, 42–3; Weisheipl, 1978, 473–80), dado que a formação mais tradicional das artes liberais as restringiam ao número de sete, formadas pelo *trivium* (Retórica, Gramática e Dialética) e o *quadrivium* (Aritmética, Geometria, Música e Astronomia). Embora um dos objetivos desta obra fosse inserir uma nova ciência no grupo das artes liberais, pode-se dizer que, com relação à ciência musical, Tartaglia adotou a classificação corrente, ou seja, aquela transmitida pelas obras de Sevério N. Boécio (470–525?) e de Aristóteles (384 AC–322 AC). De Boécio, ele adotou a classificação do *quadrivium* (ciências matemáticas), definindo das ciências os seus sujeitos, ou seja, quais fossem as suas essências, que se dividiam em dois tipos: a contínua e a discreta (Masi, 1983, 71–72). Boécio, de acordo com os preceitos de Nicômaco, identificara as duas primeiras ciências relacionadas ao número: de forma absoluta (Aritmética) ou relativa (Música), enquanto as duas outras tratavam da magnitude ou grandeza: de forma estável (Geometria) ou móvel (Astronomia) (Masi, 1983, 71–72). No sistema de Aristóteles, a Música também se encontrava designada dentre as ciências matemáticas. Isto quer dizer, que a Música compartilhava com a Aritmética o seu objeto, que era o número, este último atributo essencial do sujeito desta ciência. O número, por sua vez possuía uma parte imprópria. Esta parte, que derivava do acréscimo de uma diferença acidental ao gênero sujeito da música, era uma qualidade, o sonoro (Metafísica, 987b27). Assim, diferentemente do objeto da Aritmética, que era o número, a Música tinha por objeto o número sonoro. De Aristóteles, Tartaglia adotou a definição de ciência na qual uma ciência matemática é aquela que se baseia em primeiros princípios não demonstráveis (Tartaglia, 1537, fol. 83r).

No caso da balística, Tartaglia explicava que era também uma ciência subalternada, e que derivava, ou nascia de uma ciência primeira. A balística nascia da geometria, porque parte de suas conclusões se demonstravam geometricamente, e da filosofia natural, porque parte se confirmavam fisicamente ou naturalmente (Tartaglia, 1537, fol. 82v).

Nesta obra, a música apareceu como um componente das artes liberais exemplificando uma das ciências subalternas. Para além desta composição, o texto foi permeado de uma terminologia musical que demonstra a familiaridade do autor com a Música, como ao descrever "que o reto e o curvo não eram univoce" (Tartaglia, 1537, fol. 103r), ou ao nomear as razões de números irracionais de "surdas" (Tartaglia, 1537, fol. 101r).

3 *Euclide Megarense*, 1543

Tartaglia traduziu para o italiano os Elementos de Euclides em 1543[1], tornando-se esta a primeira tradução para o vernáculo da obra euclideana. A literatura testemunha uma boa aceitação da sua versão dos elementos de Euclides e alguns autores detalham que finalmente Tartaglia tornava impresso o conhecimento euclideano que por tantas vezes havia transmitido em lições públicas (Baldi, 1707, 133).

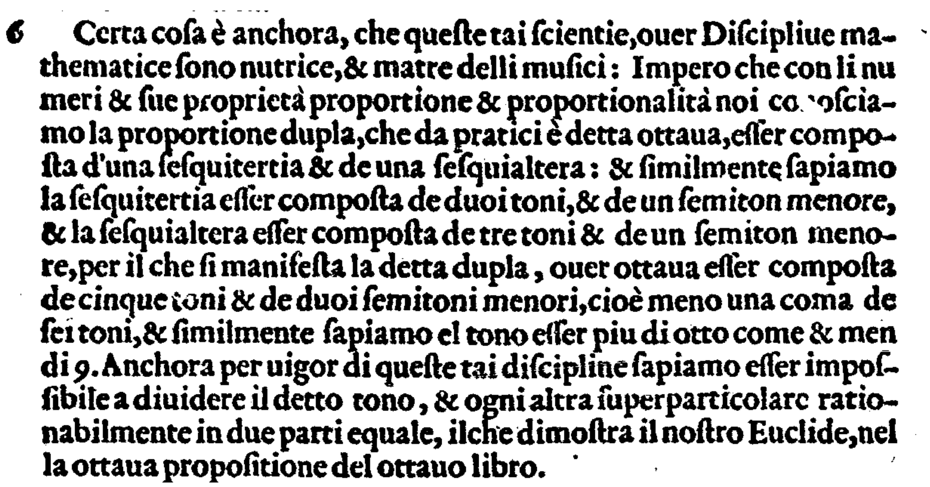
No título da obra, Tartaglia se referiu a Euclides como àquele de Megara (ca. 435–ca. 365AC), ao invés de Euclides de Alexandria. A troca dos nomes era comum nos tratados da época. Acredita-se que a confusão entre os Euclides pode ter se iniciado com o autor Valeirus Maximus, e transmitida com a obra de Bartolomeo Zamberti, que ao prover dados biográficos sobre Euclides em sua tradução dos Elementos, foi o responsável pela difusão equivocada dos nomes durante a Renascença (Heath, 1968, 3). Além de Tartaglia, outros autores descreveram Euclides como o megarense, dentre eles Pacioli (Venice, 1509), Faber (Paris, 1512), Finé (Paris, 1544), Zarlino (Venice, 1558). Foi somente com a versão dos Elementos de Euclides publicada por Frederico Commandino, em 1572, que a confusão foi resolvida.

A obra Os Elementos de Euclides constituíam um fundamento básico das matemáticas durante o século XVI, um conhecimento necessário que se distinguia dos demais. Tartaglia, em sua versão, explicava que esta obra era dirigida a todas as mentes, até mesmo a dos menos instruídos. Na introdução que fez aos Elementos de Euclides, Tartaglia explicou a razão da importância das ciências matemáticas, chamando atenção mais uma vez às classificações das mesmas. A primeira classificação fornecida era de acordo com o entender dos leigos, que incluíam dentre as ciências matemáticas a Cosmografia, a Perspectiva, a Especulária e a Arquitetura. O autor passou então às classificações de Boécio, de Giorgio Valla (1447–1500) e de Luca Pacioli (ca. 1445–1517), na qual as ciências matemáticas eram somente quatro, isto é a Aritmética, a Geometria, a Música e a Astronomia e concluía com Euclides, que as matemáticas puras eram finalmente duas, a Aritmética e a Geometria (Tartaglia, 1543,

[1] [Tartaglia, 1543].

fols. 5v–6r). Assim como Tartaglia, as versões dos Elementos feitas por Federico Commandino (1509–1575) e de Cristóforo Clavius (1523–1610) preocuparam-se em defender o posicionamento das diversas disciplinas entre as áreas matemáticas. Commandino, mantendo a primazia da Aritmética e da Geometria, classificou a Música dentre aquelas ciências matemáticas que se preocuparam com o sensível, chamando-a de Canônica.

Na sua introdução aos Elementos, Tartaglia apresentou a Música. Dividiu o texto em duas lições e apresentou conceitos e explicações sobre os elementos musicais.



6 Certa coſa è anchora, che queſte tai ſcientie,ouer Diſcipliue mathematice ſono nutrice,& matre delli muſici: Impero che con li numeri & ſue proprietà proportione & proportionalità noi conoſciamo la proportione dupla,che da pratici è detta ottaua,eſſer compoſta d'una ſeſquitertia & de una ſeſquialtera: & ſimilmente ſapiamo la ſeſquitertia eſſer compoſta de duoi toni,& de un ſemiton menore, & la ſeſquialtera eſſer compoſta de tre toni & de un ſemiton menore,per il che ſi manifeſta la detta dupla, ouer ottaua eſſer compoſta de cinque toni & de duoi ſemitoni menori,cioè meno una coma de ſei toni,& ſimilmente ſapiamo el tono eſſer piu di otto come & men di 9. Anchora per uigor di queſte tai diſcipline ſapiamo eſſer impoſſibile a diuidere il detto tono, & ogni altra ſuperparticolare rationabilmente in due parti equale, ilche dimoſtra il noſtro Euclide,nel la ottaua propoſitione del ottauo libro.

Figura 2: *Euclide Megarense*, prima lettione, s/p.

Como aparece acima, no sexto item da primeira lição, ele explicou como a música era uma ciência nutrida pela matemática, pois tinha nos números e nas suas propriedades, assim como na proporcionalidade, a origem de seus intervalos. Tartaglia seguiu a explicação nomeando as proporções com a nomenclatura latina, mais comum, ao invés da grega e provendo respectivamente informação sobre a quantidade de som presente nestes intervalos, como por exemplo, dizer que a proporção sesquiterça era composta de dois tons e um semitom menor, expressando um conhecimento matemático-musical de ordem prática que pouco contribuiria para um matemático, fosse ele teórico ou prático.

Os intervalos musicais escolhidos por Tartaglia foram a oitava (dupla), a quinta (sesquialtera) e a quarta (sesquiterça), sendo que uma oitava é formada pela composição dos intervalos de quinta e quarta, os principais intervalos que compunham a tradição boeciana, ou pitagórica da música. A subtração da quarta do intervalo de quinta gerava o tom, intervalo expresso por uma razão superparticular, que era, segundo a tradição, indivisível. Corroborando esta interpretação, Tartaglia explicou que Euclides havia demonstrado a indivisibilidade desta razão na oitava proposição, do oitavo livro dos Elementos.

Na segunda lição (s/p), Tartaglia chamou atenção à maneira como o matemático e o filósofo natural definiam a ciência. Citando a Metafísica, Do Céu e principalmente o segundo livro da Física de Aristóteles, o matemático, ao contrário do filósofo natural, baseado na razão, consideraria os objetos matemáticos separadamente da matéria. Ou seja, de acordo com os aristotélicos que distinguiam o conhecimento natural do matemático, advertindo o matemático a separar, através da razão, as formas encontradas na natureza que representavam coisas abstratas e imóveis, enquanto os filósofos naturais levariam em consideração os objetos físicos, reais, sujeitos à geração e corrupção (Aristóteles, I, 7, 9 e 13 e Hussey, 2002, 217–29).

Após a devida colocação das matemáticas, Tartaglia passou às definições dos entes matemáticos propriamente ditos, como apresentados nos Elementos. Na definição de ponto forneceu uma analogia com os elementos musicais. A definição determinava que um ponto fosse aquilo que não possuía partes. Tartaglia completava que o ponto seria para a geometria, o que a unidade era para a aritmética, ou seja, um princípio do número, e não um número. Assim como acontecia com o som na música. Tartaglia citou, como fonte de sua analogia musical, o compositor e teórico Franchinno Gaffurio (1451–1522).

Gaffurio foi um importante teórico do século XV–XVI que influenciou grande parte dos teóricos musicais até o século XVII. Gaffurio compilou vários escritos anteriores ao seu tempo, gregos e latinos, dentre eles a obra de Boécio, que ele já havia apresentado em um pequeno compendio, tornando o seu livro *Theorica musica* (1492) base para muitas das especulações teóricas e de novas teorias musicais (Kreyszig, 1993). É interessante notar que Gaffurio parecia um fácil autor a ser escolhido por Tartaglia, dado que era bastante divulgado, contudo sua visão era conservadora com relação à interpretação dos elementos musicais, privilegiando a razão ao senso. Tartaglia citou ter lido de Gaffurio, o segundo capítulo do primeiro livro, sem, contudo identificar qual seria a obra.

No decorrer dos comentários, Tartaglia interpretou definições como a da superfície, de acordo com a distinção entre o natural e o artificial. Na quarta definição explicou que,

> [superfícies naturais] são as superfícies cujas qualidades de seu corpo são todas produzidas pela natureza, enquanto as da arte são fabricadas, mas como ainda não temos o que seja a definição de

> um corpo, deixaremos isso de lado, para não antecipar uma discussão ao qual o autor não se dirigiu ainda (Tartaglia, 10)

Ao comentar a definição 22, Tartaglia discorreu sobre a ordem do pensamento e das condições para se determinar os princípios de uma ciência: "precisa-se saber que os primeiros princípios de uma ciência não se conhecem por demonstração e nenhuma ciência tem que provar os seus primeiros princípios, porque teria assim de proceder ao infinito".

Na sequência da obra, esperar-se-ia uma abordagem da música naqueles livros que tratam de proporções, dada a semelhança da composição de razões com a composição de intervalos, o que não acontece. O que se comprova foi apenas a utilização de terminologias compartilhadas, como o termo *numero senario* no nono livro. O *senario* não era nada mais do que era um conjunto limitado de intervalos, baseado no número perfeito seis, que foi apresentado na obra *Istitutione harmoniche* de Zarlino, em 1558. O autor, através de analogias com exemplos da existência do número seis na natureza, ou seja, do número perfeito 6 com os seis círculos que cortavam o planeta (Ártico, Antártico etc.), seis espécies de movimento, explicara que o músico, assim como o aritmético, se valeria, não da infinidade de números, mas apenas dos números necessários (Bower, 1989, 11)

E os termos com relação a noção de igualdade e comensurabilidade passada através da palavra *univoce* (def. 9, teorema 8), e no décimo livro, a noção de incomensurabilidade atada à palavra *sorda*, que foram mais recorrentes na obra de Tartaglia. Este termo "surdo" já aparecera em Theon de Smyrna (50.14–19) "sob relações irracionais os sons não são melódicos, e não podem nem serem chamados de notas, porém sob relações determinadas racionalmente [...] eles são melódicos e podem ser chamados propriamente de notas".

4 *Generale trattato di numeri et misure*, 1556–60

No *Generale trattato di numeri et misure*, Tartaglia se propôs a desenvolver uma grande obra da matemática prática coletando críticas e tradições da *Summa* de Luca Pacioli (1445–1517) e utilizando Euclides para embasar práticas matemáticas já largamente difundidas em seu tempo.

Nesta obra, a música apareceu novamente dentre as artes liberais. No primeiro livro, Tartaglia expôs o *quadrivium* para definir as ideias de discreto e de continuo,

> [as coisas] que são discretas existem por respeito a si sós, como é o dois, o três, o quatro o cinco e os demais números. Contudo, outras

> existem por relação, como são o duplo, o triplo, o quádruplo e semelhantemente a metade, a terça parte, a quarta parte e as demais [...]. Onde se compreende que a grandeza imóvel pertence a Geometria especulativa e a móvel à Astronomia. Com relação a quantidade discreta, considera-se maestra a Aritmética e aquela relativa a ela, a Música. (Tartaglia, 1v)

Também foi neste tratado que Tartaglia apresentou uma solução para o problema da divisão do tom em duas partes iguais. Esta demonstração seria citada por teóricos renascentistas como Gioseffo Zarlino (1517–1590) e Vincenzo Galilei (1522–1591).

Musicalmente, uma das formas de afinação utilizada no século XVI, principalmente nos instrumentos de traste (como o alaúde) era a forma temperada. Esta forma de tempero, se aproximava da moderna escala temperada, e requeria então a divisão do tom[2] em duas partes iguais. Sabe-se que, historicamente, os pitagóricos haviam tentado dividir intervalos musicais em subintervalos iguais, ou seja, eles tentaram encontrar uma média geométrica desses intervalos, chegando à conclusão de que, da forma tradicional aritmética, não era possível. Evidência textual foi a proposição 3 do *Sectio canonis* (Szabó, 1978, 174–177). De acordo com a regra, os intervalos epimóricos ou superparticulares[3] não poderiam ser divididos em partes iguais.

No livro oitavo, Tartaglia sugeriu:

> [...] segundo a 18 do VII seria possível dividir em duas partes iguais um intervalo de razão superparticular, mas se isso fosse possível, seria necessário que entre dois números em uma só distância, coubesse um número médio, o que não pode ser, e portanto o tom na música, que contém um proporção sesquioitava, em dois semitons iguais não pode ser dividido, mas sim em um tom menor e outro maior.

Na prática, a divisão do tom em duas partes iguais só poderia ser alcançada de maneira mecânica, ou seja, através do uso de instrumentos como o mesolábio, que inserissem médias proporcionais[4].

[2]Vale lembrar que, nessa época, tom e semitom, que atualmente equivalem respectivamente à soma de dois semitons e à menor quantidade de som utilizada na música, possuíam diversos "tamanhos". O tom poderia ser maior ou menor, assim como o semitom, sendo representados por razões diferentes.

[3]Os intervalos epimóricos ou superparticulares são do tipo "$(n+1):n$", que exemplificam os intervalos mais queridos aos pitagóricos que eram as quartas, as quintas e as oitavas.

[4]Essa proibição já era conhecida desde o *Sectio canonis*, prop. 3, como era também citada por todos os autores, desde Boécio até o século XVI.

Contudo, nesta obra, Tartaglia ofereceu uma solução não mecânica para a divisão do tom no livro 7, cap. VII, fol. 115, sob o título: Come che il partire delle proportioni si puo intendere in duoi modi, & come solamente uno di quelli é proprio partire, & l'altro non, & di alcune nuove regole dal presente auttore ritrovate, al proprio partire di dette proportioni molto commode & necessarie.

5 Conclusão

Embora o século XVI seja sabidamente reconhecido por debates que envolvem a relação da matemática e da filosofia natural, como atesta a obra de Niccolò Tartaglia, na historiografia tradicional sobre o período, são raros os estudos que focalizam esses debates com relação à música.

Tartaglia claramente conhecia a discussão sobre as ciências subalternas, nas transmissões a partir dos Analíticos Posteriores de Aristóteles, com referência aos requisitos de demonstração, ou seja, conclusões, axiomas e gênero de demonstração (Anal. Post. I, 7.75a40–b2), a dependência dos primeiros princípios de uma ciência pela outra (Anal. Post. I, 28.87a37–b3).

A relevância da subalternação das ciências para Tartaglia fica clara. A Música era designada, como vimos, entre as chamadas ciências matemáticas podendo ser interpretada como uma das mais naturais (Física, 194a7). A participação da matemática e da física na Música foi retrabalhada nos diversos comentários que a obra de Aristóteles sofreu, assim como a participação da aritmética e da geometria na música também se deu, como com Tartaglia, através de discussões matemáticas.

No que diz respeito à relação entre razões de números irracionais e divisão de tons, matematicamente, a proposta de divisão do tom em duas partes iguais era conhecida desde a publicação do trabalho de Nicola de Cusa, em 1450 (Abdounur, 2001). O matemático Faber Stapulensis (1455–1537) havia proposto, no seu trabalho de 1494, uma construção geométrica da divisão geométrica de Cusa (Abdounur, 2011). A solução mecânica, principalmente a oferecida pelo instrumento chamado mesolábio, era conhecida através de autores como Vitrúvio, Eutóquio Ascalonita, Eratostene di Cirene (séc. III a. C.), em cujos textos se proviam explicações de seu funcionamento.

Contudo, na segunda parte do sétimo livro Tartaglia colocava que apesar de Euclides ter demonstrado a impossibilidade da divisão da superparticular em duas partes iguais, porque gerariam números irracionais, Tartaglia não se incomoda com esta divisão (Tartaglia, fol. 123). Para o autor, os problemas musicais possuíam soluções matemáticas, tanto teóricas como práticas. A adoção, ou não, dessas soluções não estava vinculada à acessibilidade a elas, mas ao fato de elas poderem pertencer à noção de ciência adotada pelo teórico, que legitimava e norteava o desenvolvimento de seu trabalho, como tentamos mostrar através da análise das obras.

Referências

Abdounur, O. J., 2001. Ratios and Music in the Late Middle Ages: a preliminary survey. [Berlin]: Max-Planck Institute for the History of Science, (Preprint 181), 22–69

______, 2011. Geometry and theoretical music in the Renaissance. In: Serouglu, F.; Koulountzos, V.; Siatras, A. (Ed.). Promise, challenge and demand. Athens: Epikentro, 16–19.

Baldi, B., 1707. Cronica dei matematici ovvero Epitome dell'istoria delle vite loro, Urbino, Angelo Ant. Monticelli.

Barker, A., 1989. Greek Musical Writings 2 Vols. Cambridge University Press, Cambridge.

Borgato, M. T., 1981. Alcune note storiche sugli "Elementi" di Euclide nell'insegnamento della Matematica in Italia", Archimede, fas. 4, 185–19.

Bower, C., 1989. Boethius. Fundamentlas of Music (trans) Calvin M. Bower. Yale University Press, New Haven & London.

Cardano, G., 1973. Writings on Music. (ed.) Clement A. Miller, Rome: American Institute of Musicology.

Commandino, F., 1575. Degli Elementi di Euclide libri quindici. Domenico Frisolino, Urbino.

Ekholm, K. J., 2010. Tartaglia's Ragioni: a maestro d' Abaco's Mixed approach to the Bombardier's Problem. The British Journal for the History of Science 43, n. 2, 181–207.

Euclid, 1968. The Thirteen Books of Euclid's Elements. Transl. and with Introduction and Commentary of T. L. Heath. Cambridge University Press, Cambridge.

Freedman, J. S., 1999. Philosophy and the Arts in Central Europe, 1500–1700: Teaching and Texts at School and Universities. Brookfield, Vermont/Aldershot.

Gaffurio, F., 1993. The Theory of Music. Translated with introd. and notes by Walter K. Kreyszig. Yale University Press, New Haven and London.

Gulding, R., 2010. Defending Hypatia: Ramus, Savile and the Renaissance Discovery of Mathematical History. Archimedes 25. Dordrecht/Heidelber. Springer.

Hussey, E., 2002. Aristotle and Mathematics, in Science and Mathematics in Ancient Greek Culture, edited by C. J. Tuplin and T. E. Rihll, Oxford, 217–29.

Masi, M., 1983. Boethian Number Theory: A Translation of the De Institutione Arithmetica. Rodopi, Amsterdam (Studies in Classical Antiquity, vol. 6).

Menegat, A., 2015. Um estudo sobre as trajetórias dos projéteis nas obras de Niccolò Tartaglia. Mestrado em História da Ciência. PUCSP.

Nascimento, C. A., 2009. Roberto Grosseteste: Física e Matemática. Comentário de Roberto Grosseteste à Física. Educação e Filosofia. Uberlândia. v. 23, n. 45, 201–228.

______, 2007. Tomás de Aquino e as Ciências Intermediárias. Aquinate, n. 4, 55–65.

Pizzamiglio, P., 2005. Niccòlo Tartaglia (1500ca.–1557) nella storiografia. Accademia Nazionale di Scienze e Lettere e Arti di Modena. Atti e memorie — Memorie Scientifiche, giuridiche, letterarie, s. VIII, v. VIII, fasc. II, 443–453.

______, 2011. Lettura del "General trattato di numeri et misure" di Niccòlo Tartaglia da parte di Arnaldo Masotti, in Atti della Giornata di Studio in memoria di Niccòlo Tartaglia nel 450 anniversario della sua morte: 13 dicembre 1557–2007, a cura di P. Pizzamiglio, Brescia, Ateneo di Brescia (Supplemento ai Commentari del Ateneo,...), 2011, 37–100.

Szabó, Á., 1978. The Beginnings of Greek mathematics. D. Reidel, Dordrecht: Holland/Boston: USA.

Tartaglia, N., 1537. Nova Scientia. Stefano Nicolini da Sabbio. Venezia.

______, 1543. Euclide Megarense. Venturino Ruffinelli. Venezia.

______, 1543. Opera Archimedis. Venturino Ruffinelli. Venezia.

______, 1546. Quesiti et inventioni diverse. Venturino Ruffinelli. Venezia.

______, 1551. Travagliata invenzione, Regola generale, I raggionamenti, Il Supplimento. Niccolò Bascarini. Venezia.

______, 1556–60. Generale trattato di numeri et misure. Cruzio Troiano Navò. Venezia.

Valleriani, M., 2013. Metallurgy, Ballistics and Epistemic Instruments. The Nova Scientia of Nicolò Tartaglia. A new Edition. Max Planck Research Library for the History and Development of Knowledge. Sources 6. Berlin: Edition Open Access. Retrieved November 6, 2014. From http://www.edition-open-sources.org/.

Weisheipl, J. A., 1978. "The Nature, Scope and Classification of the Sciences" in Science in the Middle Ages. Ed. David C. Lindberg. The University of Chicago Press, Chicago.

Zamberti, B., 1505. Euclidis megarensis mathematici clarissimi Elementorum gometricum libri XV: cum expositione Theonis in priores XIII à Bartolomaeo Zamberto…, Venice: Ioannes Tacuinus, 1505 e 1558.

Zarlino, G., 1558. Le istitutione armoniche. Francesco F. Senese. Venice.

______, 1571. Dimostratione harmoniche. Francesco de' Franceschi Senese. Venice.

______, 1588. Sopplimenti musicali. Francesco de' Franceschi Senese. Venice.

Alberti, Finé e Fabri e suas contribuições em problemas de medir alturas no Renascimento

Andressa Cesana
Universidade Federal do Espírito Santo – UFES
andressacesana@hotmail.com

Resumo: Refere-se a uma investigação e a uma análise sobre textos e contextos dos problemas de medição de alturas, em livros do período do Renascimento. Fundamenta-se, em especial, nas ideias do historiador Fernand Braudel. Trata-se de uma pesquisa qualitativa de abordagem histórica e documental. Constitui-se numa abordagem interpretativa do panorama histórico dos problemas de medição de alturas de objetos. Ateve-se nas produções de três autores representativos do Renascimento: Leon Battista Alberti (1404–1472), Oronce Finé (1494–1555) e Ottavio Fabri (c. 1544–c. 1612). Eles utilizaram artefatos especiais para a resolução de problemas de medição de alturas. Analisou-se a construção e o uso dos instrumentos para medição. As ferramentas matemáticas empregadas eram elementares, mas suficientes para resolução dos problemas. Os resultados deste trabalho apontam para uma construção histórica conjunta em torno do tema e, levantam questões para reflexão sobre a inter-relação existente entre a história da matemática e a educação matemática.

1 Introdução

Este trabalho refere-se a um resultado parcial de pesquisa de doutorado na qual se propôs investigar *textos e contextos dos problemas de medição de alturas em livros do Renascimento*. Investigou-se os autores Leon Battista Alberti, Oronce Finé e Ottavio Fabri, que viveram nesse período, e cujas produções matemáticas puderam *contar* como ocorreram tais textos e contextos. A proposta aqui é apresentar como os autores abordados na investigação, trataram o problema de calcular a altura de um objeto vertical em suas respectivas obras intituladas, *Ludi Rerum Mathematicarum*[1], *Protomathesis* e *L'Uso della Squadra Mobile*[2].

Neste trabalho toma-se por base a concepção da importância de se fazer pesquisa histórica em Matemática e em Educação Matemática e, na concepção de conhecimento de passado do historiador Marc Bloch (2001) quando menciona que a própria definição de passado revela a impossibilidade de sua mudança, no entanto, não há como negar que ele é algo em desenvolvimento, que

[1]Tradução do latim para o português: *Matemática Lúdica.*
[2]Tradução do italiano para o português: *O uso do esquadro móvel.*

se transforma e aperfeiçoa. Além disso, tomou-se por base principal a concepção de história de Fernand Braudel (2009a). Para ele, a história nunca parou de depender de condições sociais concretas, ela é filha de seu tempo e, o papel do historiador é importantíssimo para que métodos e programas da história tenham respostas mais precisas e mais seguras, já que depende das reflexões, do trabalho e das experiências vividas.

Tanto a pesquisa de doutorado quanto o trabalho aqui proposto, caracterizam-se como pesquisas qualitativas de abordagem histórica e documental. Contam, portanto, com os seguintes instrumentos metodológicos: pesquisa histórica, pesquisa bibliográfica e análise documental (de obras/*livros-texto*[3]). Analisa-se neste artigo, numa vertente histórica, um problema de encontrar a altura de um objeto vertical, abordado em cada um dos livros analisados.

Os enunciados dos problemas, considerados neste trabalho, são elencados a seguir:

- *Medir com a vista a altura de uma torre* (ALBERTI, 2006, 29).
- *Como se medem, com o quadrante geométrico, as linhas retas que estejam sobre o plano do terreno, formando ângulos retos* (FINEO, 1587, 251, tradução nossa).
- *Encontrar a altura de uma coisa da qual se possa aproximar ou distanciar, ereta perpendicularmente sobre um plano* (FABRI, 1615, tradução nossa).

Para compreender a abordagem desses problemas tratados nas obras de Alberti, Finé e Fabri, apresenta-se a seguir um breve contexto de produção de cada um dos livros analisados.

O tratado *Ludi rerum mathematicarum*[4] escrito por Alberti, em meados do século XV, constituiu-se num breve tratado dedicado à utilidade da Matemática e dedicada ao príncipe/marquês Meliaduse d'Este. Pode-se afirmar que essa pequena obra representa um testemunho histórico de como, em uma determinada época (no caso, o Renascimento), eram feitos os estudos que tinham por objetivo compreender os fenômenos da natureza e aumentar o domínio do homem sobre o mundo à sua volta. Alberti buscava solucionar problemas enfrentados no cotidiano renascentista, ao demonstrar que é possível fazer medições, aparentemente inacessíveis, sem a ajuda de instrumentos específicos de

[3]Os livros analisados neste trabalho, foram produzidos de alguma forma para o ensino. Optou-se por compreendê-los numa concepção proposta por Shubring (2003). Em seu estudo o autor considera o termo *textbook* ou *livros-texto* para um livro destinado ao uso no ensino, independente do nível.

[4]Título original (em latim) da obra *Matemática Lúdica*.

medida, usando apenas relações geométricas elementares, envolvendo formas semelhantes e grandezas (como a usual regra de três). Analisou-se a obra *Matemática Lúdica* de Alberti (2006), que se refere a uma tradução atual do texto de Alberti para o português, e também, uma tradução de 1568, feita do latim para o italiano, por Cosimo de Bartoli.

A obra de Oronce Finé, em análise neste trabalho, está escrita em língua italiana e é intitulada *Aritmetica*, *Geometria*, *Cosmografia*, e *Oriuoli* (*Aritmética*, *Geometria*, *Cosmografia*, e *Relógios*) traduzido por Cosimo Bartoli, fidalgo e acadêmico Fiorentino, *Et gli Specchi* (*e os Espelhos*), traduzido pelo Cavalero Ercole Bottrigaro, fidalgo bolonhês. Em sequência, na folha de rosto, têm-se as informações: Novamente publicado com privilégio, em Veneza, Impresso Francesco Franceschi Senese, 1587. As quatro primeiras partes da obra supracitada referem-se à *Protomathesis* de Oronce Finé, publicada pela primeira vez, em 1532, em latim.

Quanto ao livro de Ottavio Fabri, *L'Uso dela squadra mobile*, consoante Panepinto (2008/2009), foi publicado pela primeira vez em 1598, contendo a descrição de um instrumento topográfico chamado esquadro móvel (ou quadrado móvel ou *zoppa*[5]), útil para realizar todo tipo de medição topográfica como cálculo de alturas, distâncias e profundidades em áreas urbanas, agrimensura e mapas como está indicado na própria folha de rosto do livro. Tal obra representou um registro poderoso de toda a experiência técnica do autor derivada do levantamento de desenhos de áreas geográficas nos mapas elaborados por ele ao longo da vida. A obra[6] de Ottavio Fabri analisada neste trabalho é uma edição de 1615 por Pietro Bertelli.

2 Os autores: Alberti, Finé e Fabri

O italiano Leon Battista Alberti viveu por 68 anos, na época da chamada Primeira Renascença. Nasceu em 18 de fevereiro de 1404, em Gênova (Império Francês — hoje Itália) e faleceu em 03 de abril de 1472, em Roma (Estados Pontifícios — hoje Itália). Nascido em família de ricos comerciantes, cresceu tendo incentivo do pai para estudar Matemática (O'CONNOR; ROBERTSON, 2006).

O pai de Alberti faleceu quando ele tinha apenas 17 anos. Após isso, ele foi estudar direito na Universidade de Bolonha, mesmo a contragosto. Inter-

[5]Manteve-se a denominação *zoppa* (em italiano) como aparece no texto original para também designar o esquadro móvel.

[6]Disponível em: `http://echo.mpiwg-berlin.mpg.de/ECHOdocuViewfull?mode=imagepath&url=/mpiwg/online/permanent/library/4KY9GTGC/pageimg&viewMode=images`. Acesso em: 03 set. 2012.

rompeu, por um tempo, seus estudos em direito e tudo indica que passou uma temporada em Florença. Suspeita-se que lá, então, conheceu Filippo Brunelleschi (1377–1446, pioneiro arquiteto renascentista) e Lorenzo Ghiberti (1378–1455, escultor italiano renascentista). Isso, provavelmente, o influenciou em suas obras.

Segundo Pierre Souffrin, astrônomo francês, que apresenta e comenta a obra *Matemática Lúdica*[7] de Alberti (2006, 8), seguiu uma carreira eclesiástica impulsionada pelo apoio do papa Eugênio IV, tendo sido breviador da Cúria romana. Com isso, Alberti estudou ruínas antigas de Roma, dedicou-se à pintura e aos experimentos de óptica e começou a escrever a obra *Della famiglia* (1434). Retornou a Florença em 1434, e lá ficando até 1443, teve mais contatos com artistas renascentistas, concluindo o tratado *Della famiglia* (1435), no qual aborda o tema educação. Participou de debates literários, escreveu obras literárias e poéticas e compôs, em 1437, um tratado intitulado *De pictura*, que trata sobre pintura (e dedicado ao amigo Brunelleschi). Essa obra sobre pintura representa um tratado geral a respeito das leis da perspectiva. Conforme Pierre Souffrin, depois da primeira edição do tratado *De pictura*, tal obra repercutiu bastante, sendo até hoje a que mais atrai a atenção de pesquisadores sobre Alberti.

Orontio Fineo (1494–1555)[8] ou, Oronce Finé[9], nasceu em Dauphiné, uma região do sudeste da França. Na época de seu nascimento essa era uma região semi-independente da França, assim chamada porque o país era governado pelo filho mais velho do rei da França, a quem foi dado o título de delfim.[10]

Antes de obter seu diploma de medicina, Finé editou livros de matemática e astronomia numa tipografia de Paris. Entre os textos que foram editados,

[7]A abordagem sobre o problema de medir alturas apresentado por Alberti foi realizada com base na tradução para o português intitulada *Matemática Lúdica* (tradução brasileira autorizada, a partir da versão francesa de Pierre Souffrin — *Divertissements mathématiques*) e, principalmente, de uma tradução da obra de Alberti do latim para o italiano, feita por Cosimo de Bartoli e publicada em 1568.

[8]Nasceu no dia 20 de dezembro de 1494 e morreu no dia 08 de agosto de 1555, em Paris, França.

[9]Briançon, a cidade de nascimento de Finé, ficava nessa região de Dauphiné. Sendo assim, o nome de Oronce Finé foi escrito em latim como Orontius Finaeus Delphinatus (ou, como aparece em uma das obras analisadas desta pesquisa, aquela publicada na Itália: Orontio Fineo del Delfinato). O último desses nomes, Delphinatus (ou Delfinato), indica então que ele veio de Dauphiné. Na tradução para o francês, além do sobrenome Finé, é provável que duas outras formas existam, quais sejam: Finee ou Fine. No entanto, especialistas sobre a região Dauphiné explicam que Finé é a forma que se esperaria naquela região.

[10]Neste trabalho utilizar-se-á sempre, a título de padronização em referência a Orontio Fineo, seu nome traduzido para o francês, Oronce Finé ou, simplesmente Finé, com exceção dos casos das citações, que serão mantidos os nomes originais do autor assim como aparecem nas folhas de rostos das obras pesquisadas.

destacam-se: *Theoricae Novae Planetarum* de Peurbach, que trata da teoria dos epiciclos dos planetas de Ptolomeu, e o *Tractatus de Sphaera* de Sacrobosco, um livro de astronomia em quatro capítulos. O primeiro livro, de autoria de Finé, foi publicado em 1526, e apresenta o *equatorium*, um instrumento no qual ele estava muito interessado e trabalhou em toda a sua vida, escrevendo mais quatro textos sobre isso. O instrumento podia ser usado para determinar as posições dos planetas.

Oronce Finé foi nomeado para a cadeira de matemática no Collège Royal em Paris, em 1531, e lá ensinou, desde esse momento até a sua morte. O trabalho mais importante produzido por Finé, quase exatamente na época em que ele foi nomeado para a cátedra de matemática no Collège Royal, é conhecido como *Protomathesis*. Assemelha-se mais com uma coleção de obras separadas, para cada parte tem uma folha de rosto própria, com datas, geralmente, de um ou dois anos, antes de todo o trabalho ter aparecido em 1532. Apesar de parecer que os volumes dessa obra foram publicados separadamente, é improvável que esse tenha sido o caso.

Quanto a Ottavio Fabri, não foi possível encontrar trabalhos sobre o autor em português, mas, por conta da sua relevância na Itália, ele já foi digno de investigação com respeito à sua biografia e, principalmente, às suas contribuições profissionais ao país. De fato, obteve-se acesso a uma tese de autoria de Emanuele Panepinto, datada de 2008/2009, intitulada *Ottavio Fabri, perito et ingegnero publico*[11] a qual aborda aspectos importantes da sociedade italiana à época de Ottavio Fabri e, em especial, as contribuições deixadas por esse perito e engenheiro.[12]

A Itália vivida por esse autor foi um país extremamente importante para o desenvolvimento social europeu nos séculos XV e XVI, e, as atividades prestadas por Ottavio Fabri ao governo e suas habilidades estão inerentes a esse processo. Por exemplo, Fabri fez parte de uma instituição muito importante da Itália de seu tempo, o *Conselho de Autoridade de Água*. Além de ter sido um superintendente dos *Beni Inculti* cuja ocupação era tratar da recuperação das terras (PANEPINTO, 2008/2009).

Alberti, Finé e Fabri utilizaram artefatos especiais para a resolução de problemas de medição de alturas. A construção e o uso dos instrumentos para medição foram cruciais para o processo de solução de inúmeros problemas práticos de cada época. Na seção seguinte menciona-se, resumidamente, cada

[11] Referência completa: na Bibliografia.

[12] Todas as contribuições da tese de Emanuele Panepinto a esta pesquisa referem-se à tradução nossa, do italiano para o português.

um dos instrumentos utilizados pelos autores para resolverem os problemas de medição de alturas aqui tratados.

3 O "gnômon" de Alberti, o quadrante geométrico de Finé e o esquadro móvel de Ottavio Fabri

O *Gnômon*[13] era uma espécie de relógio de sol vertical, muito usado pelas primeiras civilizações. Referia-se a uma haste reta perpendicular a uma superfície plana, lisa e horizontal. Por isso o gnômon é também chamado de flecha na tradução de Alberti (2006).

Vale mencionar que, na tradução de Cosimo Bartoli, o autor se utiliza também do termo dardo para indicar a flecha ou o "gnômon". Foi com o artefato "gnômon" que Leon Battista Alberti propôs a resolução dos problemas de medição de alturas em sua *Matemática Lúdica*.

A Figura 1 exemplifica a ilustração feita por Alberti para o problema de calcular a altura de uma torre, considerada em sua *Matemática Lúdica*.

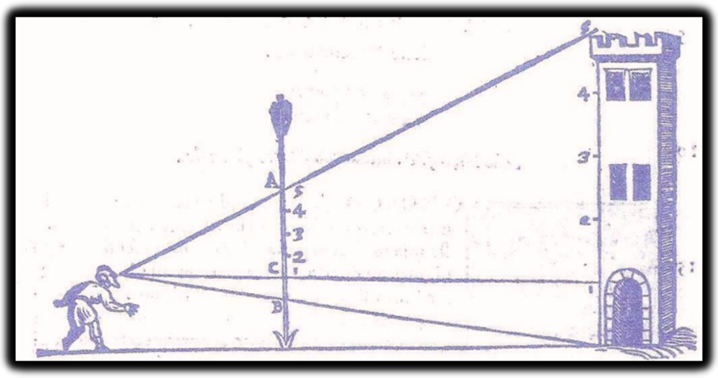


Figura 1: O uso do "gnômon", por Alberti, para calcular a altura de uma torre
Fonte: Bartoli (1568, 236).

Oronce Finé tinha predileção por um instrumento de medida, o quadrante geométrico e foi utilizado por ele para resolver problemas de alturas. A Figura 2 é a ilustração dada por Fineo (1587, 239) para o seu quadrante geométrico.

A construção do quadrante geométrico é necessária no contexto que o autor propõe para a resolução de problemas práticos de medição, pois é um ins-

[13]Disponível em: `http://www2.dm.ufscar.br/profs/salvador/jornada/Ciencias_e_Matematica_do_Sol_e_do_Gnomon.pdf`. Acesso em: 06 nov. 2012.

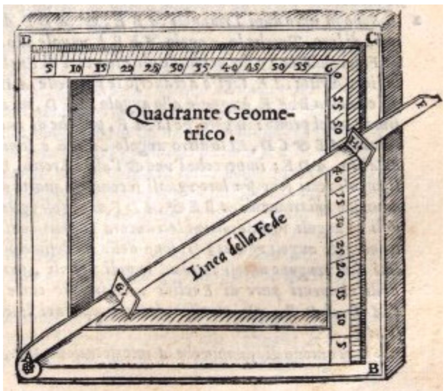


Figura 2: O quadrante geométrico por Finé
Fonte: Fineo, 1587, 239

trumento que possibilita executar inúmeros modos de medição, e é para Finé, como já mencionado, o melhor deles.

A apresentação da fabricação do esquadro móvel por Ottavio Fabri é realizada de modo bem detalhado, com explicações acessíveis aos leigos, ou, aos "menos entendidos", como ele mesmo menciona na introdução desta parte da obra. Didaticamente organizado, Fabri (1615) ressalta que fabricou muitos esquadros móveis e fez doações a militares e outros cavalheiros, aos quais, tais instrumentos poderiam ter utilidade. A Figura 3 é a ilustração dada por Fabri (1615, 42) para o seu esquadro móvel.

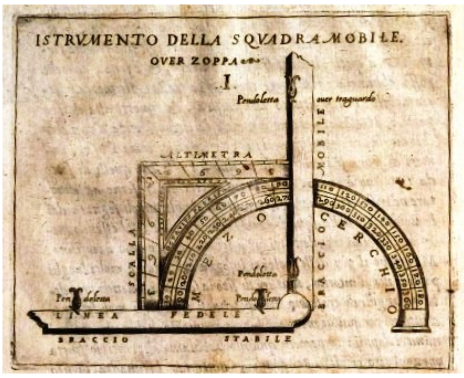


Figura 3: O esquadro móvel por Fabri
Fonte: Fabri, 1615, 42

As narrativas, tanto de Fineo (1587) quanto Fabri (1615), não são apenas detalhadas em suas instruções, mas, são também ricas em orientações como um manual. De fato, eles orientam aqueles que desejam construir os instrumentos. Por exemplo, Fabri (1615) instrui que o esquadro móvel seja feito de madeira por ter baixo custo e ser mais fácil para fabricar, ou, caso se queira fazer de metal e não souber utilizar corretamente o buril e os compassos para o traçado das linhas, sugere buscar auxílio com algum especialista para construir o instrumento.

4 Como Alberti, Finé e Fabri utilizaram seus instrumentos para medir alturas?

De acordo com os propósitos deste trabalho e também por sua delimitação, escolheu-se para exemplificar, apenas um problema de medir altura que foi tratado em cada uma das obras analisadas.

O primeiro problema proposto por Leon Battista Alberti é: "Medir com a vista a altura de uma torre" (ALBERTI, 2006, 29). Desse problema, o autor trata três casos, sendo que o primeiro, aquele que será tratado neste trabalho, é enunciado assim: *Como proceder se podemos conhecer sua distância e medir diretamente uma parte dela* (vide Figura 4).

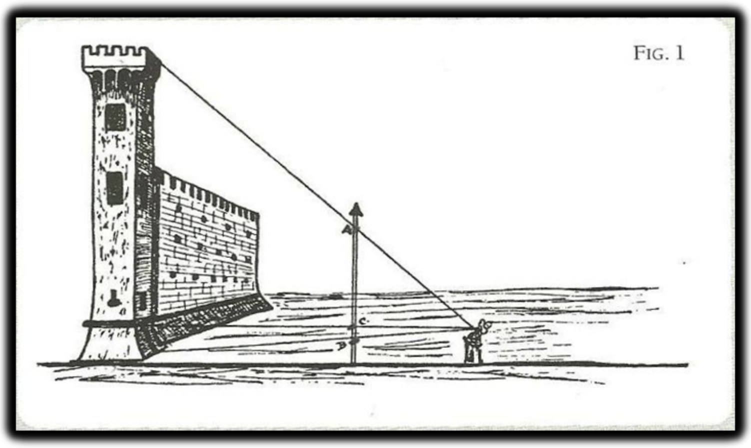


Figura 4: Esquema explicativo para o cálculo da altura da torre - 2006
Fonte: Alberti (2006, 30).

Alberti (2006, 29), no início da solução do problema, esclarece que

> se quiser medir a altura de uma torre situada numa praça apenas olhando-a da outra extremidade, proceda da seguinte maneira.

> Finque uma flecha no chão, bem verticalmente, distancie-se um pouco, seis ou oito pés, e dali vise o topo da torre tomando a flecha como mira;[...].

A torre tem duas extremidades, e a outra extremidade da qual Alberti destaca é a que está situada no chão, pois é dessa extremidade "do chão" que é possível olhar a outra. A flecha fincada, verticalmente, assegura o paralelismo que deverá existir entre a torre (vertical) e a flecha, para o uso posterior das propriedades de semelhança de triângulos. É importante observar que a unidade de medida de comprimento utilizada era pés, o que hoje equivale a, aproximadamente, 30,48 centímetros.

Continuando as instruções:

> [...] coloque uma marca com um pouco de cera no lugar preciso em que seu olhar encontra a flecha, e chamemos A essa marca de cera. Depois, do mesmo lugar em que tinha mirado o topo da torre, mire sua base e, novamente, ali onde seu olhar encontra a flecha, coloque uma marca de cera, e chamemos essa segunda marca de B (ALBERTI, 2006, 29).

Subtende que a flecha deverá ser maior do que o medidor, pois, só assim, olhando para o topo da torre e mirando na flecha, o olhar dele interceptará a flecha (ou poderá coincidir com a ponta da mesma) no ponto A (que deverá ser marcado). O ponto B é depois marcado na flecha, no ponto em que o olhar do medidor a intercepta, ao estar mirando para a base (o pé) da torre.

> Finalmente, aponte o olhar para algum lugar da torre que conheça e do qual possa facilmente medir a posição até a base da torre com sua flecha, como por exemplo, o pórtico de entrada, ou algum buraco, ou algo parecido situado bem embaixo. Assim como fez mirando o topo e depois a base da torre, faça enfim uma terceira marca de cera no lugar em que seu olhar encontra a flecha. Feito isso, chamemos C essa terceira marca, como na Figura 1 (ALBERTI, 2006, 29).

O ponto C é, então, marcado na flecha, sendo o marco que representa alguma altura em relação à torre, cuja medida pode ser conhecida. Isso porque no enunciado do problema foi explicado que, no cálculo da medida da altura da torre, se conhece a sua distância e que é possível medir diretamente uma parte dela. Nesse caso, o ponto C, na flecha, poderia ser marcado, por exemplo, exatamente no ponto em que representa a altura do medidor (uma altura/medida conhecida).

> Digo que a parte da flecha que está entre a marca de cera B e a marca C cabe na parte da flecha situada entre o ponto A e o ponto B tantas vezes quanto a parte inferior da torre, já conhecida, cabe na parte superior cuja altura é desconhecida. E para captar mais claramente e na prática esse procedimento, examinemos isto com um exemplo numérico (ALBERTI, 2006, 30).

No exemplo numérico, Alberti (2006, 30) supõe que a torre tem 100 pés de altura (isto é, AB = 100), e o pórtico, 10 pés (medida de B′C′). Conduz, então, o leitor a pensar que a relação entre os dois segmentos dados, ou seja, que B′C′ cabe nove vezes em A′C′ (ou ainda, que B′C′ é a décima parte da torre inteira), também ocorrerá com as medidas respectivas da flecha BC e AB. De fato, "a parte AC da flecha será tal que, dividida em 9 partes, conterá 9 vezes BC, que é a 10.ª parte de AB considerada integralmente". É interessante ressaltar que Alberti (2006, 30) garante que, procedendo as instruções como ele recomenda, a medida da altura da torre será correta.

Em Oronce Finé, o sétimo capítulo do seu segundo livro intitula-se *Como se medem, com o quadrante geométrico, as linhas retas que estejam sobre o plano do terreno formando ângulos com o quadrante*. Esse capítulo trata então de resolver um problema de altura utilizando-se o quadrante geométrico. A Figura 5 exibe uma ilustração que o autor utiliza para ajudar na compreensão do problema. A frase do título do problema, *formando ângulos com o quadrante*, indica que Finé propõe o cálculo de mais de uma altura, no caso, três alturas, considerando os ângulos que o quadrante faz com a torre. No caso, pela ilustração, vê-se que são indicadas três situações diferentes.

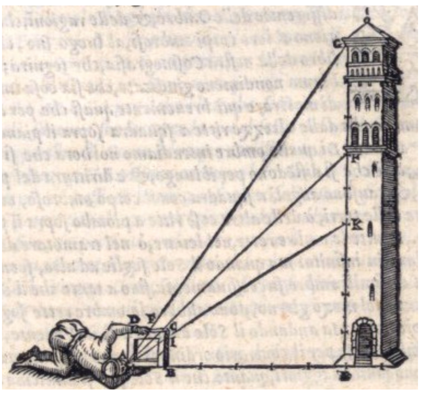


Figura 5: Ilustração de como usar o quadrante geométrico para medir alturas de objetos verticais
Fonte: Fineo, 1587, 253.

Observa-se que, para resolver o problema, o medidor deve estar com o quadrante geométrico mirando à uma certa distância e se posicionar em direção à base da torre, além disso, são feitas três marcações distintas utilizando a *linha de fé*. Para compreender melhor, apresentar-se-ão os passos propostos por Finé e em seguida serão feitas explicações complementares ao texto original. Em primeiro lugar, Fineo (1587, 251, tradução nossa) propõe: "tomada a título de demonstração uma linha reta, cujo comprimento deva ser medido, que seja EG ou EH ou ainda EK para o comprimento e na direção da torre EKHG que esteja sobre um plano proposto AE na perpendicular, ou em prumo".

Segue instruindo:

> Acomoda-se então sobre o mesmo plano que lhe está em torno, o quadrante ABCD, de forma que os lados BC e CD, compartilhadas em partes, se voltem diretamente para essa linha proposta, pois que isto parece ser sempre necessário. Posto então o olho no ponto A, levanta-se ou abaixa-se esta linha contanto que o raio de visão de A, passando pelas miras, chegue ao final da linha proposta. Feito isso, observa-se a interseção dessa linha, isto é se ela baterá no lado BC ou no lado CD, visto que ela não poderá chegar a outro lugar.
>
> Diga-se, então que ela bata primeiramente no lado CD, isto é, no ponto F, e seja a linha a ser medida EG, então essa linha EG será maior do que o comprimento do plano AE e corresponderá na mesma proporção a AE, que o lado AD à parte intersectada DF. Como que se DF será 40 das partes das quais cada lado é igual a 60, porque o 60 corresponde ao 40 de *sesquialtera* isto é, 40 mais sua metade, não diferentemente, a linha EG abraçará uma vez e meia a linha AE. Logo se o comprimento AE, for, por exemplo, igual a 18 cúbitos, a linha EG considerada será de 27 cúbitos. E isto se demonstra desse modo, porque os dois triângulos ADF e AEG são de ângulos iguais, por isso que o ângulo DAF é igual ao ângulo AGE, pelo 29 do primeiro livro dos Elementos de Euclides. E da mesma forma, o ângulo AFD é também igual ao ângulo EAG, visto que tanto o ângulo ADF como o ângulo AEG são retos e iguais entre si. São então de ângulos iguais os triângulos ADF e AEG, cujos lados então que estão de frente aos ângulos iguais estarão mediante a 4 enquanto que o de 6 os mesmos elementos entre eles proporcionais. Logo, como o lado AD corresponde à parte intersectada DF assim será a proposta linha EG ao comprimento do plano AE. (Fineo, 1587, 251–252, tradução nossa).

Os passos acima são bem detalhados por Finé, e, mais ainda, estão muito bem justificados matematicamente levando em conta a possibilidade de medir a altura EG utilizando-se da semelhança entre os triângulos ADF e AGE. Pretende-se a seguir explicar alguns pontos que poderão gerar algum tipo de dúvida para o leitor em relação à leitura das instruções contidas na citação anterior.

Primeiro, fica claro observar que a medida AE (do vértice do quadrante geométrico, do qual parte a *linha de fé*, até a base da torre) é acessível. Neste caso considerado acima, o objetivo é obter a medida da altura EG, da base ao cume da torre.

Outro item interessante de se salientar é quando se utiliza a mira do quadrante geométrico, isto é, a *linha de fé*. O autor, supondo que ela seja mirada no topo da torre e intersecta o lado CD do quadrante no ponto F, afirma que tal segmento EG será maior do que o segmento AE. De fato, isso só pode ocorrer por ser assumida a seguinte propriedade geométrica de desigualdades nos triângulos: "Se dois ângulos de um triângulo não são congruentes, então os lados opostos a eles não são congruentes e o maior deles está oposto ao maior lado" (Dolce e Pompeu, 2005, 55). Como, por hipótese, a mira com a "linha de fé" intersecta o lado CD até atingir o topo da torre, o ângulo $E\hat{A}G$ é maior do que 45°. Considerando que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°, que o triângulo AGE é retângulo em $A\hat{E}G = 90°$, tem-se que a soma dos outros dois ângulos $E\hat{A}G + A\hat{G}E = 90°$ e, como o ângulo $E\hat{A}G$ é maior do que 45°, o ângulo $A\hat{G}E$ será menor do que 45°. Sendo assim, $E\hat{A}G > A\hat{G}E$, e, portanto, como afirma Finé, $EG > AE$, ou seja, o segmento EG será maior do que o segmento AE.

Quanto ao problema selecionado do autor Ottavio Fabri, ele possui o seguinte título: *Encontrar a altura de uma coisa da qual se possa aproximar ou distanciar, ereta perpendicularmente sobre um plano* (FABRI, 1615, 48, tradução nossa) e constitui-se na terceira proposta do autor. A Figura 6 ilustra o problema.

Para encontrar a altura de uma torre (objeto vertical), como na Figura 6, da qual era possível aproximar-se ou afastar-se, Fabri (1615) instrui que o esquadro móvel seja acomodado com o braço estável nivelado (no caso, paralelo ao plano do chão), e depois que o braço móvel do esquadro seja posto sobre os 45° do semicírculo (ou então sobre os 12 pontos de ambas as sombras: *umbra recta* e *umbra versa*). Dessa forma, mantendo fixa esta abertura do esquadro móvel e mirando-se através dos pendoletes do braço móvel do instrumento, o medidor deve posicionar-se em local que consiga visualizar com clareza o cume do objeto. De fato, segundo Fabri (1615, 49, tradução nossa), "[...] se os raios de sua

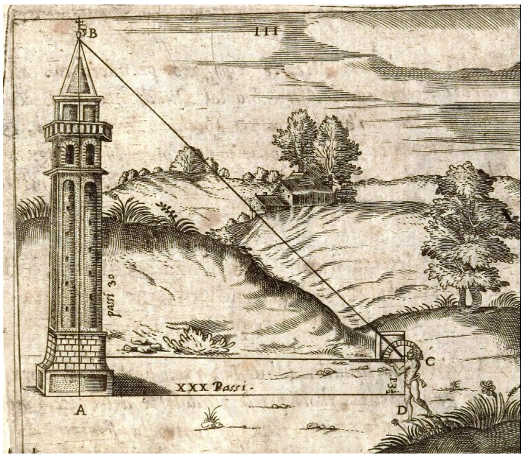


Figura 6: Esquema ilustrativo do problema de calcular a altura de uma torre por Fabri
Fonte: Fabri (1615, 49).

visão alcançarem um ponto mais alto aproxime-se então do objeto, se, porém, atingirem um ponto mais baixo, afaste-se do objeto até que você veja, como eu disse acima, o cume do mesmo". A medida obtida da distância entre o esquadro e o pé do objeto observado, adicionada à altura do centro do esquadro móvel até o plano (chão), será então a altura do objeto.

Antes de comentar sobre um exemplo numérico apresentado por Fabri, atenta-se para a geometria implícita utilizada na solução do problema. Ao estipular que o esquadro móvel deveria estar posicionado em 45° e, sendo o objeto a ser medido, perpendicular ao plano, ocorre a formação de um triângulo retângulo que também é isósceles, o que acarreta em catetos congruentes. Assim, a afirmação de que a altura do objeto desejada é a soma da distância do esquadro ao pé do objeto adicionada a altura do centro do instrumento ao plano, é consequência da própria definição de triângulo isósceles, que tem dois lados congruentes.

A Figura 7, recorte da Figura anterior, é que ilustra que esse problema é utilizado por Fabri também para fornecer um exemplo numérico. Observa-se que letras maiúsculas indicam os pontos: **A** refere-se ao pé do objeto (no caso, da torre), **C**, ao o centro do semicírculo do esquadro móvel e **D**, à projeção de **C** no plano. Inclusive, na própria Figura 7, os valores estão expressos com suas respectivas unidades de medidas, no caso, passos (passi) e pés (pie).

Figura 7: Recorte e adaptação da Figura 6
Fonte: Fabri (1615, 49)

A narrativa do autor é a que segue:

> Seja o objeto AB do qual desejamos saber a altura sobre o plano AD, coloco o esquadro com o braço estável a nível com o ponto C, depois giro o braço móvel com a linha fiel sobre os 45 graus dos primeiros números do meio círculo, ou então sobre os 12 pontos da *umbra recta*, e giro; e olhando através dos pendoletes do braço móvel da circunferência, na direção do centro, vejo o cume B do objeto de cuja visão meço o espaço DA de 30 passos e lhe adiciono a altura CD do esquadro do plano de 3 e meio pés, de onde tenho 30 passos igual a 3 e meio, altura desejada do objeto (FABRI, 1615, 49, tradução nossa).

O processo simples de resolução do problema por Fabri não exige que o medidor tenha conhecimentos geométricos, mas, que apenas saiba medir, adicionar e utilizar o instrumento.

Esses exemplos de problemas de medição de alturas, tratados nesta seção, demonstram a relevância da História da Matemática, considerando que os conceitos e as propriedades matemáticas eram exigidos tanto no processo de construção de um instrumento de medida, quanto nos passos para a resolução do problema, de modo que, atualmente, as ferramentas matemáticas evoluíram, sendo distintas no processo de resolução do mesmo tipo de problema.

5 Um olhar conclusivo para os problemas de medição de alturas em Alberti, Finé e Fabri

Leon Battista Alberti: nome de relevância do Renascimento italiano. Suas obras, seus estudos e suas contribuições irrefutáveis à história da arquitetura compõem o primeiro personagem deste trabalho. Acredita-se que, ao buscar compreender o modo como eram as resoluções dos problemas de medição de alturas de objetos, na época do Renascimento, ressurgem várias questões interligadas ao tema. Nesse sentido, ao fazer esse "mergulho" histórico, são incitadas perguntas tais como: como foram escritos os textos que tinham esses problemas? Quem eram os autores dos mesmos? Como eles viviam em sociedade? Com quais objetivos esses textos foram escritos? Entre tantas outras.

O tempo do Renascimento e a escolha primeira por Leon Battista Alberti foram coerentes com o objetivo deste trabalho, porque os primeiros livros impressos com temas ligados à matemática tiveram vinculação direta com a prática cotidiana dos indivíduos. E a intenção aqui foi, exatamente, exaltar os indivíduos que contribuíram com a matemática, entretanto, não necessariamente representativos da matemática denominada pura. Entende-se que não é possível fazer uma interpretação interna imediata de um livro, ou de parte dele, sem que se leve em conta que ele fez parte de um contexto social maior, como por exemplo, o da produção de conhecimento pela comunidade científica em geral.

O trabalho de Oronce Finé teve grande repercussão na época de publicação, tanto que sua obra mais importante, a *Protomathesis*, foi publicada em latim em 1532, na mesma época em que ele assumiu cadeira de lente na Faculdade Real de Paris, além de ter sido traduzida e publicada em 1587 por Cosimo Bartoli, 55 anos após a primeira aparição, a qual é a obra italiana em que se faz a análise principal nesta pesquisa. Sem contar que o próprio Bartoli publicou uma obra em 1564, em que o seu primeiro livro segue a mesma sequência proposta por Oronce Finé. Há também uma edição francesa que foi traduzida e publicada por Oronce Finé em 1556. Ela trata da sua Geometria prática, uma parte da *Protomathesis*.

É notável mencionar que tomando por referência a Geometria de Oronce Finé, em especial, seu texto que trata da construção dos instrumentos, percebe-se a articulação que existe entre a construção e o uso dos instrumentos. De fato, o texto não pode ser classificado como um manual do tipo *faça você mesmo* e pode-se observar que ele estava destinado a um público detentor de conhecimentos não apenas da Geometria implícita à construção do instrumento, mas também da prática do ofício. As ações para a construção do quadrante geométrico são apresentadas em forma de instrução, exigindo do leitor que ele cumpra as tarefas, porém, é preciso que se saiba executá-las.

Para o último autor analisado, pode-se afirmar que Ottavio Fabri foi um personagem importante para a época, e, principalmente para o local em que viveu. Seu gosto e habilidade com respeito à matemática ajudaram-no a exercer um trabalho de perito para o governo veneziano que lhe rendeu reconhecimento e aprofundamento na prática de resolver problemas do cotidiano da época, narrados na obra aqui investigada, mais enfaticamente, os problemas de medição de alturas utilizando-se do esquadro móvel.

O esquadro móvel foi um instrumento muito utilizado e, o texto de Ottavio Fabri sobre tal instrumento, repercutiu durante os séculos XVII e XVIII, tanto que nesse período aconteceram várias reimpressões do *L'Uso della squadra mobile*. Além disso, a partir do aperfeiçoamento do esquadro móvel, outros instrumentos foram inventados, outros autores abordaram-no em suas obras e continuou sendo usado pelos funcionários do governo de Ferrara pelo menos até a segunda metade do século XVII (PANEPINTO, 2008/2009).

O percurso histórico vivenciado, ao fazer esta pesquisa, permitiu um olhar para um tempo de longa duração e para um lugar, berço desse tempo. Desafiador é pensar que o estudo de um tipo de problema prático, o de encontrar a medida de alturas de objetos, presente em livros do Renascimento, instigou, naturalmente, outras investigações concernentes aos indivíduos, que produziram tais obras, às suas motivações e aos contextos sociais e econômicos da época em que viveram. Consoante Braudel (2009b), o caminho de uma pesquisa deve ser sempre da realidade social ao modelo, depois, do modelo à realidade social, e assim sucessivamente, num processo de idas e vindas ou, de construção, desconstrução e reconstrução.

A obra resultante aqui é, em parte, um olhar para problemas de medição de alturas numa perspectiva histórica através de livros do Renascimento. Eles e seus respectivos autores fizeram parte de uma realidade social, a partir da qual, se procurou compreender aquele mundo em que tais problemas precisavam ser solucionados.

Alberti, Finé e Fabri fizeram, efetivamente, parte desse tempo classificado como Renascimento e desse lugar, adotado por Fernand Braudel como sua geografia favorita, o Mediterrâneo. Desse modo, foram influenciados pelos contextos sociais e econômicos em que viveram e, reciprocamente, influenciaram de certo modo o tempo e o lugar em que viveram. Se não fosse assim, suas obras que continham problemas de medição de alturas não teriam alcançado algum tipo de relevância e nem teriam sido utilizadas por aqueles que as recomendaram. Elas foram escritas pelas necessidades sobrevindas dos indivíduos, necessidades essas que estão presentes até hoje, no entanto, com objetivos distintos daqueles do Renascimento.

Referências

ALBERTI, Leon Battista. *Matemática Lúdica/Leon Battista Alberti.* Edição apresentada e comentada por Pierre Souffrin; tradução, André Telles. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 2006.[14]

BLOCH, Marc Leopold Benjamin. *Apologia da história, ou, O ofício do historiador.* Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2001.

BRAUDEL, Fernand. *Civilização material, economia e capitalismo: séculos XV–XVII: O tempo do mundo.* V. 3. 2.ª ed. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2009a.

BRAUDEL, Fernand. *Escritos sobre a história.* Tradução de J. Guinburg e Tereza Cristina Silveira da Mota. São Paulo: Perspectiva, 2009b.

CESANA, Andressa. *Textos e contextos dos problemas de medição de alturas em livros do Renascimento.* 2013. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2013.

FABRI, Ottavio. *L'Uso della squadra mobile.* Padova: Pietro Bertelli, 1615. Disponível em: `http://echo.mpiwg-berlin.mpg.de/ECHOdocuViewfull?mode=imagepath&url=/mpiwg/online/permanent/library/4KY9GTGC/pageimg&viewMode=images`. Acesso em: 03 set. 2012.

FINEO, Orontio. *Aritmetica, Geometria, Cosmografia, e Orivoli, EtgliSpecchi.* Venetiá: Presso Francesco Franceschi Senese, 1587. Disponível em: `http://echo.mpiwg-berlin.mpg.de/ECHOdocuViewfull?mode=imagepath&url=/mpiwg/online/permanent/library/P9R3M8SW/pageimg&viewMode=images`. Acesso em: 15 jun. 2010.

O'CONNOR, John; ROBERTSON, Edmund F. The MacTutor History of Mathematics archives: Indexes of Biographies: Alberti. 2006. Disponível em: `http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Alberti.html`. Acesso em: 04 abril 2012.

PANEPINTO, Emanuele. *Ottavio Fabri, perito et ingegnero publico.* Tese (Laurea Specialistica in Storia e Geografia dell'Europa — Indirizzo Geografico) — Facolta' di Lettere e Filosofia, Universita' Degli Studi di Verona, Verona, 2008/2009.

[14]Tradução de: *Ludi matematici.* Tradução brasileira autorizada a partir da versão francesa de Pierre Souffrin, *Divertissements mathematiques.* Apêndice: Comentários — Lista dos manuscritos conhecidos — A pequena balança (La Bilancetta), Galileu Galilei.

A matemática desconhecida da Escola de Minas de Ouro Preto

Vinicius Mendes Couto Pereira
Universidade Federal Fluminense
viniciusmendes@id.uff.br

Gert Schubring
Universidade Federal do Rio de Janeiro
gert.schubring@uni-bielefeld.de

Resumo: Tradicionalmente, a historiografia relativa ao desenvolvimento da matemática no Brasil considera a criação da Academia Real Militar, em 1810, como marco para o início do ensino de Matemática superior no Brasil e praticamente a única instituição (considerando seus desdobramentos, como Escola Militar, Escola Central e Escola Politécnica) que ministrou cursos envolvendo Matemática superior durante todo o século XIX. No entanto, a partir de 1876, temos a fundação de uma importante instituição que também promoveu o ensino de Matemática Superior no país, a Escola de Minas de Ouro Preto. Nesse sentido, pretendemos apresentar uma análise da atuação e produção da referida Escola, a partir de fontes primárias. Ressaltamos o perfil do conjunto de professores que ministraram matemática na Escola de Minas e suas respectivas produções, as quais vão desde publicações em periódicos técnico-científicos criados pelos ex-alunos da Escola de Minas até a produção própria de livros-textos.

Abstract: Traditionally the historiography on the development of mathematics in Brazil considers the creation of the Royal Military Academy in 1810 as origin for the beginning of higher mathematics teaching in Brazil and practically the only institution (considering its consequences, such as Military School, Central School and Polytechnic School) who taught courses involving higher mathematics throughout the nineteenth century. However, from 1876, we have the foundation of an important institution that also promoted the teaching of higher mathematics in the country, the Ouro Preto School of Mines. We intend to present an analysis of the characteristic and production of that school from primary sources. We emphasize the profile set of teachers who taught mathematics at the School of Mines and their respective productions, which range from technical publications in scientific journals created by alumni of the School of Mines to the own production of textbooks.

Actas/Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, II, 513–531

1 Considerações Iniciais

A vinda da Família Real para o Brasil em 1808 certamente foi um marco na História do Brasil. Com a chegada da corte portuguesa, medidas relevantes foram tomadas e novas instituições criadas, como por exemplo, a Impressão Régia, a Biblioteca Pública e o Museu Real.

Dessa forma, o novo cenário estabelecido consolida um ambiente consideravelmente mais propício para o desenvolvimento científico.

A Academia Real Militar, criada através da Carta de Lei de 4 de dezembro de 1810 intimamente ligada a esse contexto histórico, consolida-se como uma importante instituição científica, visto que a institucionalização do ensino sistemático da Matemática Superior no Brasil se deu por meio do chamado Curso Matemático da referida Academia.

Por outro lado, a historiografia tradicional relativa ao desenvolvimento da Matemática no Brasil além de considerar a Academia Real Militar como o marco inicial do ensino da Matemática Superior, a considera ainda como a única instituição (considerando seus desdobramentos, como Escola Militar, Escola Central e Escola Politécnica) que ministrou cursos envolvendo Matemática Superior durante todo o século XIX, conforme podemos verificar nas palavras de Francisco de Oliveira Castro. "*Não sendo criada no país, antes 1934, qualquer instituição destinada ao ensino de matemática superior, coube às escolas do Exército e da Marinha e as escolas de engenharia o importante papel de atenuar esta falta, durante mais de cem anos*" (CASTRO, 1992, p. 24)

No entanto temos indícios, que apresentaremos nesse artigo, de que a partir de 1876 uma importante instituição científica não militar também promoveu o ensino de Matemática Superior no Brasil, a Escola de Minas de Ouro Preto.

2 Fundação e Características da Escola de Minas de Ouro Preto

A Escola de Minas de Ouro Preto, fundada em 1876, foi fruto de um esforço pessoal do Imperador D. Pedro II. Em uma de suas viagens a Europa, entre maio de 1871 e março de 1872, D. Pedro estabeleceu contato com o Diretor da Escola de Minas de Paris, Auguste Daubrée, com objetivo de conhecer e explorar da melhor forma possível as riquezas minerais no Brasil. Após várias conversas e sugestões, o Imperador convenceu-se a criar uma Escola de Minas no Brasil, convidando Daubrée para dirigi-la, o qual recusou por seus compromissos firmados em Paris. Entretanto, Daubrée desempenhou um papel fundamental, indicou aquele que seria decisivo no desenvolvimento da futura Escola de Minas.

Essa pessoa não era outra senão Claude Henri Gorceix (1842–1919), bacharelado pela Escola Normal Superior de Paris em 1866 e árduo pesquisador nas áreas de Mineralogia e Geologia. Gorceix trabalhou intensamente para o definitivo estabelecimento da Escola de Minas, de forma que é inegável a influência de seu trabalho e de suas convicções em todos os aspectos que norteiam a Escola. *"É consensual entre os estudiosos da Escola de Minas e, entre os que de alguma forma a conheceram, a opinião de que ela em grande parte foi Gorceix, tanto pela organização que lhe deu, como, sobretudo, pelo espírito que lhe imprimiu."* (CARVALHO, 2010, p. 34)

Gorceix desembarcou no Rio de Janeiro em julho de 1874, já começando a trabalhar intensamente na construção dos moldes da futura Escola de Minas. Entre suas ideias tinha à disposição dois modelos de escolas, a Escola de Minas de Paris e a Escola de Minas de Saint-Étienne. A Escola de Minas de Paris tinha um curso de três anos com uma formação básica mais sólida, seus alunos eram recrutados de um curso anexo e entre os melhores ex-alunos da Escola Politécnica. Já a Escola de Minas de Saint-Étienne possuía apenas dois anos de curso e segundo Gorceix, possuia *"um programma de ensino das sciencias physicas e mathematicas reduzindo às partes indispensaveis ao estudo das questões de mecanica, machinas, metalurgia e exploração."*

Embora pudéssemos visualizar características advindas do modelo constituído da Escola de Minas de Paris, o modelo adotado foi o da Escola de Minas de Saint-Etienne, possivelmente por ser um modelo mais fácil de adotar dentro da realidade brasileira. Fica evidente ainda, a intenção de Gorceix de que a Escola de Minas de maneira alguma deveria limitar-se à instrução dos alunos aos conhecimentos exigidos, por exemplo, a um capitão de mina.

> Moldando, com fez, a nossa Escola de Minas pela de Saint-Étienne, julgava H. Gorceix que o ensino a ser professado naquela, como acontecia com esta, viria habilitar só por si os alunos diplomados a empreenderem pesquisas puramente científicas, quando para isso tivessem vocação, e a Escola de Saint-Étienne podia se "vangloriar de terem sido seus alunos alguns dos sábios de que se ufana a ciência francesa."
>
> (A ESCOLA DE MINAS, 1966, p. 27)

Dessa forma, entendemos que a fundação da Escola de Minas de Ouro Preto estabeleceu um passo importante para o desenvolvimento da ciência em nosso país, sobretudo para a mineração e a siderurgia.

Em particular, ao constatarmos que, na historiografia, praticamente não são apresentados estudos acerca do ensino (ou não) de Matemática nessa importante instituição, surgem algumas questões a serem investigadas.

3 Questões de Investigação

A influência do modelo francês na Escola de Minas de Ouro Preto foi significativa, principalmente das Escolas de Minas de Paris e de Saint-Étienne, em especial a de Saint-Étienne.

> No entanto, partindo da realidade brasileira, o modelo escolhido por Gorceix seria o Saint-Étienne e o da École de Mineurs de Paris. Com as influências das duas instituições, foi elaborado um projeto. As diferenças em comparação à principal escola de engenharia do país — a Escola Politécnica do Rio de Janeiro — eram nítidas; a rigidez, o apego às normas, a seleção de alunos e a dedicação integral dos professores, além do espírito cientificista que buscava estimular a criatividade dos estudantes em aulas práticas, são resultados não somente da orientação francesa da escola, mas, principalmente, do empenho do diretor.
>
> (SILVA, 2011, p. 372)

Nesse sentido, podemos esperar que o ensino na Escola de Minas de Ouro Preto tenha sido influenciado pelo ensino estabelecido nas Escolas de Minas de Paris e de Saint-Étienne.

Garçon (2004) nos revela, em seu primoroso estudo relativo à História da Escola de Minas de Saint-Étienne, a presença de cursos básicos de Matemática na formação dos alunos nessa Escola.

> Ambicioso, ele propôs cinco cursos conjugando o saber teórico e a aplicação: um curso de matemática elementar e geometria subterrânea prática; um curso de exploração subterrânea com cursos frequentes e levantamento das principais máquinas empregadas nas minas; um curso elementar de química e da arte da tentativa de tratamento das substâncias minerais; um curso de mineralogia industrial e de geologia relacionada com o conhecimento dos depósitos de minerais; um curso de desenho.[1]
>
> (GARÇON, 2004, p. 90, TRADUÇÃO NOSSA)

[1]Ambitieux, Il avait proposé qu'il comprit cinq cours conjuguant savoir theorique et application: un cours de mathématiques élémentaire et de géométrie souterraine mise em pratique; un cours d'exploitation souterraine accompagné de courses fréquentes et du lever des principales

O regulamento explicita mais detalhes acerca do ensino de matemática a ser implementado.

> O regulamento manteve as três cadeiras inicialmente previstas, apontando seu conteúdo e conferindo às disciplinas ministradas a desejada espessura pelo diretor.
>
> 1.º Os elementos de matemática cujo conhecimento é indispensável para elaborar planos e medidas de superfícies, remoção de superfície e planos subterrâneos; nivelamento; elementos de desenho aplicado ao delineamento dos planos, das máquinas e das construções.[2]
>
> (GARÇON, 2004, p. 90, TRADUÇÃO NOSSA)

Notemos que o ensino de matemática na Escola de Minas de Saint-Étienne parece ter sido restrito à um nível elementar.

Por outro lado, Aguillon (1889) em suas notas históricas relativas a Escola de Minas de Paris nos revela que o ensino a partir de 1794 foi baseado nos seguintes cursos:

1. Mineralogia e Geografia física
2. extração das minas
3. docimasia ou ensaio das minas
4. a metalurgia ou minas que trabalham na íntegra[3]

Aguillon nos mostra ainda que o ensino conservou-se dessa forma, na Restauração depois de 1815:

> As quatro cadeiras constituídas pelo artigo 6 da portaria, que só existiriam até cerca de 1845 (alterações consagradas na lei em 1848)

machines employées dans les mines; un cours de chimie élémentaire et de pratique appliquée à l'art d'essayer et de traiter les substances minérales; un cours de minéralogie industrielle et de geologie se rapportant à la connaissance du gisement des minéraux utiles, un cours de dessin.

[2]Le règlement maintint les trois chaires initialement prévues, mais il précisa leur contenu en conférant aux matières enseignées l'épaisseur souhaitée par le directeur.

1º Les éléments de mathématiques dont la connaissance est indispensable pour dresser les plans et mesures les surfaces, la levée des plans superficiels et souterrains; le nivellement; les éléments du dessin appliqué au trace et au lavis des plans, des machines et des constructions.

[3]1 – La minéralogie et la géographie physique;

2 – l'extraction des mines;

3 – la docimasie ou l'essai des mines;

4 – la métallurgie ou le travail des mines en grand

> foram as quatro antigas cadeiras de: Mineralogia e geologia; docimasia, exploração das minas, mineralogia, que foram ocupadas respectivamente por quatro professores já conhecidos.[4]
> (AGUILLON, 1889, TRADUÇÃO NOSSA)

Portanto, ao contrário do que se poderia imaginar, podemos dizer que não houve ensino de Matemática Superior na Escola de Minas de Paris.

Assim, ao lembrarmos da influência do modelo da Escola de Paris sobre a Escola de Ouro Preto, da inexistência de ensino de Matemática Superior na Escola de Minas de Paris e da ausência de estudos relacionadas ao ensino de Matemática na Escola de Minas de Ouro Preto, surge naturalmente uma importante questão de investigação:

- Existiu ensino de Matemática Superior na Escola de Minas de Ouro Preto?

A partir dessa questão e do fato de termos, nessa época no Brasil, apenas escolas que formam engenheiros (e não necessariamente matemáticos), surge outra questão não menos relevante:

- Existiram Professores de Matemática na Escola de Minas?

4 Funcionamento Inicial da Escola de Minas

Conforme já explicitado a Escola de Minas foi fundada solenemente em 1876. Em seu primeiro regulamento fica estabelecido que o tempo de duração do curso para Engenheiros de Minas seria de dois anos, sendo dez meses de estudos por ano. As matérias a serem estudadas seriam as seguintes:

- 1.º Ano — Física, química geral, mineralogia; Exploração das minas, noções de topografia, levantamento de planos das minas; Trigonometria esférica, geometria analítica, complementos de álgebra, mecânica; Geometria descritiva, trabalhos gráficos, desenho de imitação; Trabalhos práticos: manipulações de química, determinação prática dos minerais, excursões mineralógicas.
- 2.º Ano — Geologia, Química dos metais e docimasia, metalurgia, preparação mecânica dos minérios; Mecânica: estudo das máquinas, construção; Estereotomia, madeiramento, trabalhos gráficos; Legislação das

[4] Les quatre chaires constituées par l'article 6 de l'ordonnance, qui devaient seules subsister jusque vers 1845 (modifications consacrées en droit en 1848), étaient les quatre chaires anciennes de : minéralogie et géologie, docimasie, exploitation des. mines, minéralurgie, qu'occupèrent respectivement les quatre professeurs qui nous sont déjà bien connus.

minas; Trabalhos práticos: ensaios metalúrgicos, manipulações de química, explorações geológicas, visitas de fábricas.

Em nossa pesquisa nos documentos localizados no Arquivo Nacional do Rio de Janeiro relacionados com a Escola Minas de Ouro Preto, localizamos alguns relatórios periódicos de trabalho escritos de próprio punho pelo próprio Gorceix.

No relatório referente ao segundo trimestre do ano letivo de 1876–1877 são declarados alguns tópicos ensinados, destacamos aqui aqueles relacionados com o Cálculo Diferencial e ao Cálculo Integral.

- Cálculo Diferencial — Diferenciação de várias ordens de funções de várias variáveis, diferenciação de funções implícitas, determinação de valores máximos e mínimos, funções de uma variável e funções que podem assumir valores da forma $\frac{0}{0}$.

- Cálculo Integral — Noções sobre integral definida, diversos métodos de integração, aplicações.

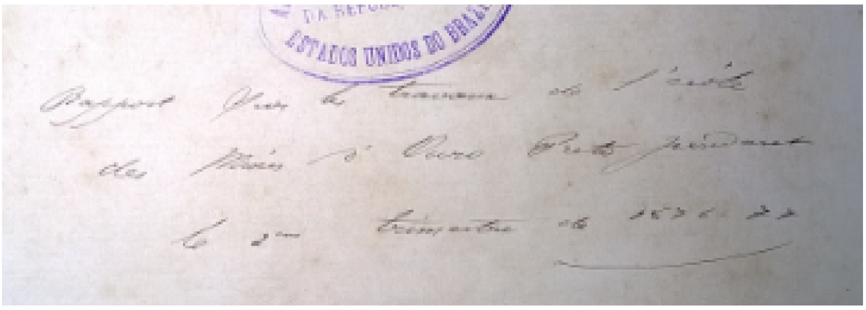


Figura 1: Primeira página do relatório de Gorceix
Fonte: Arquivo Nacional do Rio de Janeiro – Codice IG^{3}265

Assim temos confirmada a presença do ensino da Matemática Superior na Escola de Minas e, mais especificamente, do ensino do Cálculo Diferencial e do Cálculo Integral.

Por outro lado, embora tenhamos a confirmação do Cálculo na referida escola, devemos registrar que os conteúdos presentes no relatório referem-se basicamente à poucos procedimentos com funções de uma ou mais variáveis, no caso do Cálculo Diferencial e métodos de integração, no Cálculo Integral.

Portanto temos confirmado, por meio da descoberta do relatório elaborado por Gorceix, **a existência do ensino de Matemática Superior na Escola de Minas de Ouro Preto, respondendo, dessa forma, a primeira questão de investigação proposta**.

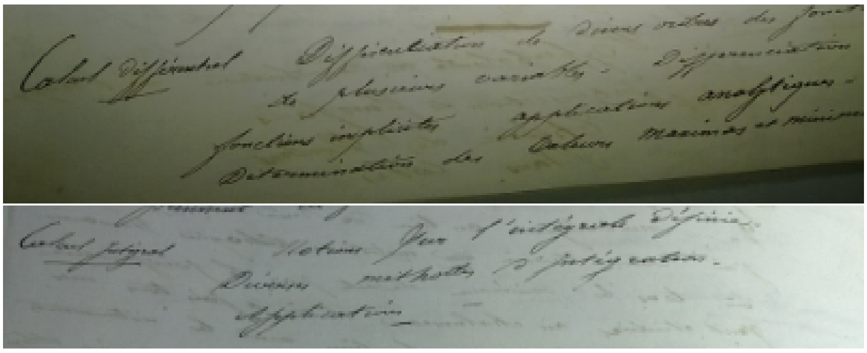


Figura 2: Programas de Cálculo descritos no relatório
Fonte: Arquivo Nacional do Rio de Janeiro – Codice IG^{3}265

A partir de 1877 a Escola de Minas passou a ter um curso preparatório, pois além de existir a preocupação com o baixo número de alunos existia também a preocupação acerca do nível de conhecimento dos estudantes que iriam ser admitidos na Escola.

> O professor Gorceix, no intuito de evitar que a Escola de Minas deixe de funcionar por falta de alumnos, se não apparecer nem um candidato à matrícula, propõe a criação de um curso preparatório annexo à mesma escola.
>
> Justificando tal criação, poderá com razão aquelle professor que, nas circunstâncias actuais do ensino entre nós, não é fácil prepararem-se os candidatos à matrícula, a não ser na Capital e nas cidades em que há cursos superiores de estudos.
>
> Assim, portanto a criação de escolas preparatórias particulares e o desenvolvimento do ensino em lyceus provinciaes não facilita aquele preparo, a medida proposta é de grande vantagem.
>
> (ARQUIVO NACIONAL DO RIO DE JANEIRO, IG^{3}265, 1876)

A maioria dos conteúdos ensinados no Curso Preparatório referem-se a conceitos de matemática, como podemos notar na lista abaixo:

- Geometria elementar, trigonometria retilínea, geometria descritiva, trabalhos gráficos e desenhos de imitação, álgebra (equações do 2.º grau, equações biquadradas, questões de máximo e mínimo), noções de cálculo das derivadas, geometria analítica (linha reta e curvas do 2.º grau), noções de mecânica; física elementar, química dos metaloides, botânica e zoologia.

Com a publicação do terceiro regulamento instituído na Escola de Minas, por meio do Decreto 9448 de 27 de junho de 1885, o Engenheiro de Minas passou a ter os mesmos direitos do Engenheiro Civil. Por conta dessa mudança os estudos passaram a ser feitos em seis anos, sendo três de Curso Geral e três de Curso Superior. Os alunos que concluíssem os dois primeiros anos do Curso Geral poderiam ser diplomados como Agrimensores.

Notemos ainda que os estudantes que saíram da Escola como Agrimensores possuíam uma quantidade considerável de horas de estudos em Matemática, considerando que a maioria das cadeiras de Matemática eram concentradas nos dois primeiros anos.

5 Primeiros Professores da Escola de Minas

Notoriamente, durante muitos anos, a Escola de Minas passou por dificuldades de ordem financeira e também por conta da burocracia e dos muitos pedidos de Gorceix que não eram atendidos. Por diversas vezes, a única opção de Gorceix era recorrer ao Imperador.

> Vossa Majestade, sente melhor do que eu a urgência de tal publicação. A criação da Escola está sendo ignorada, em toda parte. A intervenção de vossa majestade é o único instrumento favorável para a salvação da Escola. Sem ela, não teremos nem mestres e nem alunos, e uma ideia tão boa e tão útil permanecerá estéril e sem aplicação.
>
> (LIMA, 1977, p. 39)

O isolamento da cidade de Ouro Preto e a pouca quantidade de profissionais qualificados para o ensino eram problemas adicionais ao desenvolvimento da Escola.

O primeiro regulamento da Escola não explicita quem devem ser os professores, mas determina que o ensino seja dado pelos Professores com o auxílio do Adjunto e de dois Repetidores.

A busca de professores que pudessem vir da França era uma opção buscada, mas esbarrava nas questões burocráticas. Nesse contexto é definido o professor que ministraria as aulas de Complementos de Álgebra e de Geometria Analítica.

> Não chegou ainda o Professor de Mecânica, e bem pode ser que não se chegue antes de dous meses de demora, por isso o B^el^ Archias Eurípedes da Rocha Medrado, Repetidor e Preparador de Mi-

> neralogia, começou hoje a substituí-lo ocupando-se, dos Complementos de Álgebra, e Geometria Analítica.
>
> (ARQUIVO NACIONAL DO RIO DE JANEIRO, IG^{3}265, 1876)

Assim, o primeiro professor de Matemática de Superior da Escola de Minas de Ouro Preto foi Arquias Eurípedes da Rocha Medrado (1851–1906).

Archias, embora tenha começado a lecionar as cadeiras de matemática interinamente, consolidou-se como Repetidor de Matemáticas, por meio da Portaria de 14 de fevereiro de 1880, sendo efetivado nesse cargo por meio de concurso (Dec. 5–6–1886)

Dessa maneira, depois de imensas dificuldades para a contratação de professores qualificados, as primeiras cadeiras foram exercidas: Henri Gorceix, Diretor da Escola, lecionando mineralogia, física e química; Armand de Bovet, exploração das minas e metalurgia, e ainda, Geometria Descritiva; Archias Medrado, lecionando Mecânica, Complementos de Álgebra e Geometria Analítica.

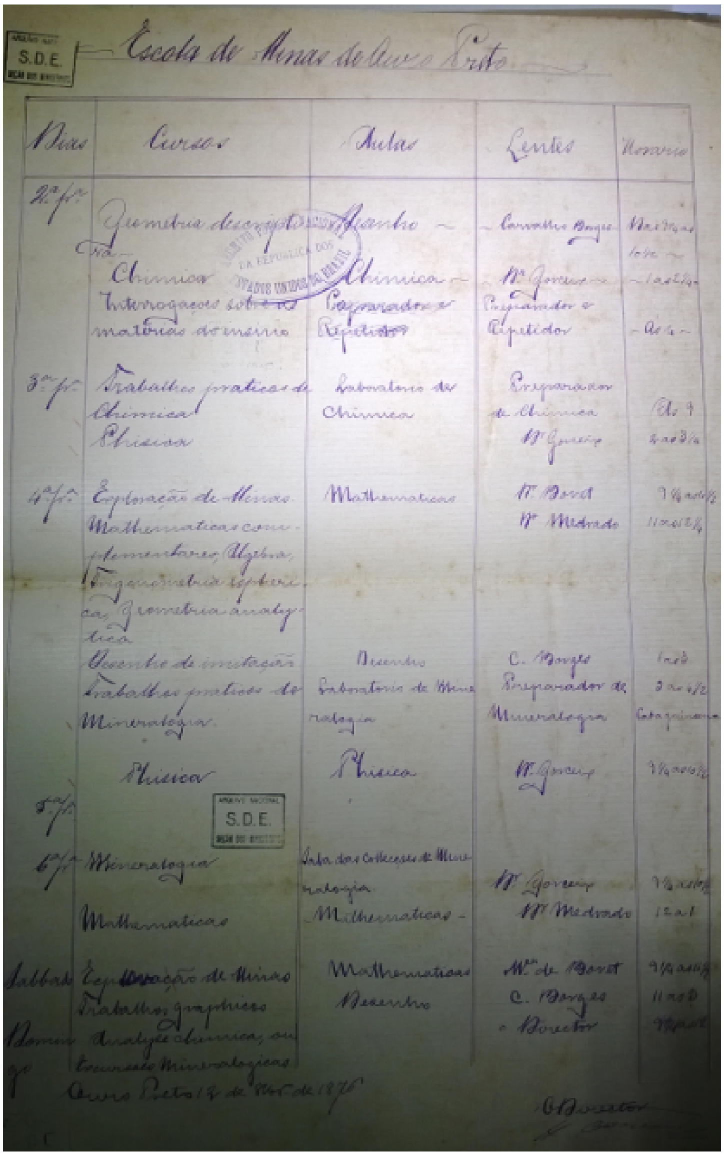
Arquias Medrado era Bacharel em Ciências Físicas e Matemáticas, formado pela Escola Central do Rio de Janeiro, sua possível aptidão para o ensino pode ser percebida quando notamos que foi trabalhar como Professor de Matemática no afamado Colégio do Mosteiro de São Bento, no Rio de Janeiro, pouco tempo depois da conclusão de seu curso na Escola Central.

Alguns professores da Escola possuíam forte posicionamento político e esse era o caso de Archias Medrado pois foi um dos principais abolicionistas de Ouro Preto, tendo sido presidente da Sociedade Abolicionista Libertadora Mineira e participante de outras sociedades abolicionistas.

Em 1891, ocupou o posto de diretor da Escola de Minas, em substituição ao lendário Henrique Gorceix e com a Reforma Benjamim Constant passou a ocupar a cadeira de Mecânica Racional até a sua jubilação em 1900.

Augusto Barbosa da Silva (1860–1939), um dos primeiros alunos da Escola de Minas, impressionou a todos por sua dedicação e potencial nos estudos. Em uma das visitas do Imperador, suas habilidades ficaram evidentes. "*Gorceix deu sua lição durante uma hora, fazendo os estudantes, Barbosa e Paula, reconhecerem as rochas que estavam sobre a mesa, mostrando ambos, sobretudo Barbosa, muita aptidão*" (LIMA, 1977, p. 73)

Dessa forma, tendo sua aptidão sobressaltada desde o início, Augusto Barbosa foi enviado à França, após sua diplomação, em 1882, como Engenheiro de Minas, pelo próprio D. Pedro II, com uma bolsa particular, tendo feito cursos nas mais tradicionais escolas francesas, tais como a Sorbonne, a École des Ponts et Chausées e o Collége de France.


S.D.E.

Escola de Minas de Ouro Preto

Dias	Cursos	Aulas	Lentes	Horario
2ª fª	Geometria descriptiva	Desenho	Carvalho Borges	[illegible]
	Chimica	Chimica	Mr. Gorceix	[illegible]
	Interrogações sobre as materias do ensino	Preparador e Repetidor	Preparador e Repetidor	[illegible]
3ª fª	Trabalhos praticos de Chimica	Laboratorio de Chimica	Preparador de Chimica	[illegible]
	Physica		Mr. Gorceix	[illegible]
4ª fª	Exploração de Minas	Mathematicas	Mr. Bovet	[illegible]
	Mathematicas complementares, Algebra, Trigonometria espherica, Geometria analytica		Mr. Medrado	[illegible]
	Desenho de imitação	Desenho	C. Borges	[illegible]
	Trabalhos praticos de Mineralogia	Laboratorio de Mineralogia	Preparador de Mineralogia	[illegible]
	Physica	Physica	Mr. Gorceix	[illegible]
5ª fª				
6ª fª	Mineralogia	Sala das Collecções de Mineralogia	Mr. Gorceix	[illegible]
	Mathematicas	Mathematicas	Mr. Medrado	12 a 1
Sabbado	Exploração de Minas	Mathematicas	Mr. de Bovet	[illegible]
	Trabalhos graphicos	Desenho	C. Borges	[illegible]
Domingo	Analyse chimica, ou excursões mineralogicas		o Director	[illegible]

Ouro Preto [illegible] de Nov. de 1876

O Director

Figura 3: Quadro de horários da Escola de Minas em 1876
Fonte: Arquivo Nacional do Rio de Janeiro – Codice IG^{3}265

Em 1885, Augusto Barbosa da Silva retorna à Escola de Minas após ser nomeado lente interino de Cálculo Diferencial e Integral, Mecânica Racional e

Trigonometria Esférica, tendo entrado em exercício em novembro do mesmo ano. Em 1889, foi efetivado por concurso na cátedra dessas disciplinas.

Cabe apontarmos ainda que o seu trabalho como professor não se restringiu às décadas em que esteve na Escola de Minas, visto que também atuou como professor do Ginásio Municipal de Ouro Preto e da Escola Normal de Ouro Preto.

Por um lado Augusto Barbosa era reconhecido como um excelente Professor, conforme podemos observar nas palavras de seu ex-aluno Moacyr do Amaral Lisboa:

> [...] ao recordar daquela figura extraordinária do Professor AUGUSTO BARBOSA não sei, francamente, o que mais admirar de suas qualidades como professor e cientista. Apesar daquela voz monótona, sem arroubos de retórica, durante 90 minutos, no mínimo, de preleção, sem a prolixidade de citações de bibliografias modernas, ouvia-se a exposição de um capítulo da Física ou da Química de um modo claro, atraente e erudito que impressionava e satisfazia ao mais exigente espírito indagador. Jamais me esqueço daquela imagem de professor que impressionava pelo seu aspecto modesto e dominava pela segurança com que transmitia conhecimentos básicos e fundamentais sempre atualizados.
>
> (ANNAES DA ESCOLA DE MINAS n.º 33, 1960, p. 3–4)

Por outro lado, é lamentada a falta de registros dos trabalhos realizados pelo distinto professor:

> O seu "Curriculum Vitae" como professor e cientista, infelizmente, não ficou registrado através de publicações que possam atestar tudo aquilo que dele sentiram os seus ex-alunos. Nessse ponto, o velho mestre pecou por excesso de modéstia. Quem o conheceu, e com ele privou, poderá, entretanto, reconhecer que ele foi, segundo os conceitos de RAMON Y CAHAL (Regras e Conselhos sobre a Investigação Científica), um grande mestre e pesquisador.
>
> (ANNAES DA ESCOLA DE MINAS n.º 33, 1960, p. 4)

O reconhecimento do trabalho de Augusto Barbosa não se restringiu à sua atuação docente, mas também obteve grande destaque ao inventar um tipo de forno elétrico para fabricação de produtos siderúrgicos, trabalhou arduamente em seu invento, tendo recusado convite para trabalhar nos Estados Unidos como Metalurgista.

Arthur Thiré (1853–1924) foi um dos professores franceses da Escola de Minas. Arthur foi professor de Mecânica e Construção, Desenho e Geometria Descritiva na Escola de Minas, no período entre 1878 e 1882.

Arthur teve produziu alguns trabalhos acadêmicos, destaquemos por hora seu artigo intitulado *Sur la théorie du planimètre d'Amsler* publicado na Nouvelles Annales de Mathématiques, um ano antes de seu desligamento da Escola de Minas em 1887.

Após o seu desligamento da Escola de Minas a atuação de Artur Thiré como professor de Matemática fica mais intensa, lecionou em diversas escolas e foi Livre Docente de Geometria Analítica e Cálculo Diferencial na Escola Politécnica do Rio de Janeiro (aceito em sessão de Congregação em 1913)

O final da sua carreira foi dedicado ao Ensino secundário. Em 1910 assumiu uma das cátedras de Matemática no Colégio Pedro II, tendo publicado diversas obras didáticas como: Aritmética Ginasial (1911), Álgebra Ginasial (1911), Trigonometria Elementar (1912), Aritmética do Curso Médio (1913) e Aritmética dos Principiantes (1914).

Por fim, destaquemos a atuação do professor Marciano Ribeiro dos Santos (ver data). Marciano Ribeiro foi diplomado Engenheiro pela própria Escola de Minas em 1885. Foi lente interino das cadeiras da Secção de Matemática (Álgebra e Geometria Analítica), tendo sido nomeado Lente Catedrático em 1890.

Assim, fica evidente a resposta à nossa segunda pergunta de investigação. De fato, **existiram professores de Matemática na Escola de Minas de Ouro Preto**.

Nesse sentido, considerando a existência de ensino de Matemática Superior e de Professores especializados na Escola de Minas espera-se que esse corpo de sábio estabeleçam uma produção própria. Desta forma temos uma nova questão de investigação: Que tipo de produção foi estabelecida na Escola de Minas?

6 Produção na Escola de Minas

Nossa questão passa a ser em torno do conhecimento referente à produção matemática da Escola de Minas.

Nesse sentido, evidenciamos nossa concepção acerca de produção matemática.

Existem correntes dentro da historiografia que classificam o papel da comunicação, da transmissão e da popularização do saber matemático, como atividades secundárias e periféricas, não atribuindo a esse tipo de estudo a devida importância.

No entanto, temos a mesma concepção de Belhoste (1998) quando ressalta que sobre essa indiferença é baseada a falsa ideia de que a produção matemática pode ser separada da história das condições de sua reprodução.

> Contra esse preconceito, eu gostaria de defender o ponto de vista baseado no desenvolvimento em comum do saber matemático, isto é, sua socialização dentro das comunidades de especialistas e de utilizadores, sejam elas acadêmicas ou comerciais, mesmo em todo o seu corpo social, constitui um aspecto essencial da atividade matemática, parte integrante da atividade da invenção.[5]
>
> (BELHOSTE, 1998, p. 289, TRADUÇÃO NOSSA)

A importância do papel do professor também é registrada por Belhoste:

> No entanto, os professores constituem um meio de recepção e um instrumento que ecoa em seu trabalho de pesquisa, o qual não deve-se ser subestimado em importância. Resta, aos historiadores, a medida em que as fontes permitirem, explorar, reconstituir suas pesquisas e carreiras, avaliar seus saberes, seus ensinamentos e suas produções.[6]
>
> (BELHOSTE, 1998, p. 292, TRADUÇÃO NOSSA)

Nessa mesma linha Schubring (2001) aponta o papel importância da comunicação nesse processo, visto que *"É a comunicação que constitui o ato elementar da ciência. É sobre ela que se apoiam o ensino e a aprendizagem, mas também as invenções científicas. Essa última é sempre um ato de comunicação com um público determinado*[7]*"* (SCHUBRING, 2001, p. 300, TRADUÇÃO NOSSA)

Desta forma, entendemos que a análise da produção matemática deve ser feita considerando o desenvolvimento em comum do saber matemático como aspecto essencial da produção matemática, o trabalho do professor, como ator não coadjuvante, com o papel de amplificar o desenvolvimento matemático e

[5]Contre ce préjugé, je voudrais défendre le point de vue selon lequel la mise em commun du savoir mathématique, c'est-à-dire sa socialisation au sein de communautés de spécialistes et de communautés d'utilisateurs, qu'elles soient savantes ou de métier, votre même dans l'ensemble du corps social, constitue un aspect essentiel de l'activité mathématique, partie intégrante de l'activité d'invention.

[6] Les professeurs constituent néanmoins un milieu de réception et une chambre d'echo pour les travaux de recherche dont on ne saurait sous-estimer l'importance. Il reste aux historiens, dans la mesure où les sources le permettent, à explorer, à en reconstituer les réseaux et les carrieres, à en évaluer les savoirs, les enseignements et les productions.

[7]C'est la comunication qui constitue l'acte élémentaire de la science. C'est sur elle que s'appuient l'enseignement et l'apprentissage, mais aussi l'invenction scientifiques. Cette dernière est toujours un acte de communication avec un public déterminé.

da comunicação como ato fundamental para o desenvolvimento da ciência. Assim dentro dessa concepção, a análise da produção deve englobar esses três aspectos, a saber, o desenvolvimento em comum do saber matemático, o papel do professor e a importância da comunicação.

Um dos principais canais de comunicação da produção científica estabelecida na Escola de Minas foi o periódico intitulado *Annaes da Escola de Minas de Ouro Preto*, idealizado por Claude Henri Gorceix. A primeira edição dos Annaes foi publicada em 1881 e impressa na Typographia Nacional no Rio de Janeiro.

Quadro 1: Listagem dos Artigos de Matemática publicados nos Annaes da Escola de Minas de Ouro Preto

Título do Artigo	Autor	Volume/Ano
Os Logarithmos de Gauss	Gastão Gomes	n.º 11/1906
Normaes à secção plana de uma superfície por um ponto	Christovam Colombo dos Santos	n.º 16/1920
Resoluções das Equações Numéricas de Raízes Inteiras	José Januário Carneiro	n.º 16/1920
Séries Condicionalmente Convergentes	Miguel Maurício da Rocha	n.º 17/1921
Cálculo das Variações	Christovam Colombo dos Santos	n.º 19/19
Resto da Série de Taylor	Miguel Maurício da Rocha	n.º 21/19
Transformações em Geometria	Christovam Colombo dos Santos	n.º 22/1931
O Absoluto no Espaço Matemático	Christovam Colombo dos Santos	n.º 31/1958
Três Integrais Indefinidas	Altamiro Tibiriça Dias	n.º 31/1958
Fundamentos da Geometria do Quadrângulo	Luiz Carlos de Assis Moreira	n.º 33/1960

O primeiro artigo relacionado à Matemática, publicado nos Annaes da Escola de Minas n.º 11 em 1909, foi de autoria de Gastão Gomes, intitulado "Os Logarithmos de Gauss".

O autor deixa claro que o artigo tem por objetivo difundir entre os alunos da Escola de Minas o "*uso de tão útil e quão simples systema de logarithmos*". O artigo tem caráter expositivo, explanando os conceitos básicos relativos a algumas taboas de logaritmos, como as de Bremiker, Schrön e Bruhns e, em particular, os chamados logaritmos de Gauss. A teoria é aplicada por meio da resolução de vários problemas numéricos e da exploração do método de determinação de latitude.

Um hiato de 11 anos acontece até que sejam publicados novos artigos relativos à matemática. Somente em 1920, na edição de número 16 foram publicados dois artigos de matemática, a saber, "Normaes à secção plana de uma superfície por um ponto" por Christovam Colombo dos Santos e "Resoluções das Equações Numéricas de Raízes Inteiras", por José Januário Carneiro.

Notamos que, até a última edição da revista, foram publicados dez artigos de matemática, sendo o último deles, "Fundamentos da Geometria do Quadrângulo" de autoria de Luiz Carlos de Assis Moreira, publicado na edição de número 33, em 1960.

Em nossa pesquisa, encontramos outro periódico fundado por ex-alunos da Escola de Minas que buscava, de igual forma, constituir-se como um canal de comunicação da produção científica da referida escola, a revista *Auri-Verde*.

OURO PRETO — MAIO DE 1919

ANNO I
NUMERO 3

DIRECTOR E GERENTE—Joaquim de Figueiredo
REDACTOR-CHEFE.—Sebastião V. Ferreira
SECRETARIO..........—J. Moura Junior

Auri-Verde

Revista de assumptos scientificos e litterarios, humorismo e variedades.

SUMMARIO

SCIENCIAS :—O bismutho em Minas Geraes—*Dr. Costa Sena.* A caseina e suas applicações—*Dr. Alberto Coelho de Magalhães.* Sobre as roletas—*Dr. Christovão dos Santos.* Preambulo—*Dr. Joaquim Ribeiro de Oliveira.* Alcoolismo—*Dr. Albino Sartori.* Subsidios para a flora de Ouro Preto—*Homero Barbosa.* Coefficientes de auto-inducção—*Dr. Custodio Braga.*

LITTERATURA :—Soneto—*Dr. Alphonsus de Guimaraens.* Futurismo—*E. Pequeno.* Galeria do sexto anno—*S. P.* Saudades (soneto)—*Nelson Vianna.* Discurso—*Dr. Leonidas Marques.* Cartas archaicas—*Dr. Euclides Ferreira.* Sobre o ensino—*Dr. Djalma Guimarães.* A Fabula Grega e a Nossa Realidade—*D. Esopo.* Antiguidades—*Affonso Cachapuz.* 1.º de Maio—*L. Fromont.* 13 de Maio—*Sevir.*

HUMORISMO :—Caricaturas—*Nelson Vianna e Hildebrando Pimentel.* Epitaphios, etc.

NOTAS DIVERSAS :—3 de Maio, etc. Tabella do commissariado, etc.

NUMERO AVULSO : 500 rs. (papel commum) e 700 rs. (assetinado)

Figura 4: Capa da Revista Auri-Verde

Em sua própria capa a revista já salienta a pluralidade de matérias que potencialmente seriam ali publicadas, pois é uma "*revista de assumptos scientificos e literários, humorismo e variedades*". Contudo, desde o primeiro volume, deixa-se claro que a revista é uma iniciativa independente e sem a pretensão de serem publicados inúmeros volumes. "*Não tem caráter definitivo essa publicação. Só poderá ir avante com o apoio da sociedade Ouropretana.*" (AURIVERDE, 1919, p. 2)

No curto período, de aproximadamente um ano, em que a revista Auri-Verde foi produzida foram publicados sete artigos relativos à Matemática.

Quadro 2: Listagem dos artigos de Matemática publicados na Revista Auri-Verde

Título do Artigo	**Autor**	**Volume/Ano**
Sobre as Roletas	Christovam Colombo dos Santos	n.º 3/1919
Teoria dos Conjuntos	Joaquim Ribeiro de Oliveira	n.º 4/1919
Continuação Teoria dos Conjuntos	Joaquim Ribeiro de Oliveira	n.º 5/1919
Methodo do Sr A.Badet	Christovam Colombo dos Santos	n.º 7/1920
Questões de Matemática	Miguel Maurício da Rocha	n.º 7/1920
Séries Syntagmáticas	Joaquim Ribeiro de Oliveira	n.º 9/1920
Continuação Séries Syntagmáticas	Joaquim Ribeiro de Oliveira	n.º 11/1920

Em uma rápida análise sobre os artigos de matemática publicados nos Annais da Escola de Minas de Ouro Preto e na revista Auri-Verde podemos notar uma característica comum na maioria dos artigos publicados, a resolução de problemas propostos, por algum motivo, pelos próprios autores.

Por outro lado, a produção matemática dos professores da Escola de Minas esteve relacionada com a própria produção de livros-textos publicados como aprimoramento das notas de aulas ministradas pelos professores.

Destacamos inicialmente o livro-texto escrito pelo importante professor Christovam Colombo dos Santos, "*Cálculo Vectorial — Licções professadas na Escola de Minas de Ouro Preto*" em 1927. Provavelmente foi o primeiro livro-texto de Cálculo Vetorial a ser publicado no Brasil.

Contudo, em termos de produção própria de livros-textos de matemática, somente em 1962 tivemos a publicação do "*Curso de Cálculo Infinitesimal*" escrito pelo professor Altamiro Tibiriça Dias e posteriormente o "*Curso de Cálculo Vetorial*" pelo professor Antônio Moreira Calaes. Cabe lembrar que ambas obras são frutos de reorganização de apostilas, as quais durante décadas vinham sendo usadas como base para os cursos de Cálculo Diferencial e Integral e também de Geometria Analítica.

7 Considerações Finais

Nessa pesquisa pudemos verificar a existência tanto de ensino de Matemática Superior, quanto de professores de matemática na Escola de Minas de Ouro Preto.

No tocante a produção matemática dos atores relativos à Escola, percebemos que, em primeira análise, os artigos escritos possuem como principal característica a colocação e resolução dos problemas propostos.

As produções relacionadas com o ensino concentraram-se praticamente na elaboração de apostilas e livros-textos como fruto das aulas ministradas na Escola de Minas, com destaque para o primeiro livro de Cálculo Vetorial publicado no Brasil , de Christóvam Colombo dos Santos.

Contudo, os demais livros surgiram várias décadas depois. Nesse sentido, entendemos que a produção própria dos livros-textos de matemática se deu de forma tardia.

Por fim salientemos que, embora a Escola de Minas de Ouro Preto estivesse voltada para o ensino superior, diversos ex-alunos e ex-professores da Escola de Minas tiveram atuação destacada como professores no Ensino Secundário Brasileiro, inclusive com publicações nesse segmento.

Assim, a priori de maneira surpreendente, podemos perceber um impacto positivo da Escola de Minas de Ouro Preto em nosso Ensino Secundário, principalmente na primeira metade do século XX.

Referências Bibliográficas

AGUILLON, L. *Notice historique sur l'Ecole des Mines de Paris.* Annales des Mines, 1889.

ANNAES DA ESCOLA DE MINAS, n.º 33, 1960.

ANNAES DA ESCOLA DE MINAS, vols. 1, 2, 8, 14, 15, 16, 17, 19, 21, 22, 27, 31, 33. Ouro Preto.

AURI-VERDE vols. 3, 4, 5, 7, 8, 9, 11. Ouro Preto.

BELHOSTE, B. *Pour une réévalution du role de l'enseigment dans l'histoire des mathematiques.* Revue d'histoire des mathematiques, p. 289–304, 1998.

CARVALHO, J. M. *A Escola de Minas de Ouro Preto: O Peso da Glória.* Centro Edelstein de Pesquisas Sociais. Rio de Janeiro, 2010.

CASTRO, F. M. *A Matemática no Brasil.* Editora da Unicamp. Campinas, 1992.

GARÇON, A. F. *Entre l'État et l'usine: L'École des Mines de Saint-Étienne au XIXe siécle.* Presses Universitaires de Rennes, 2004.

LIMA, Margarida Rosa de. *D. Pedro II e Gorceix — A Fundação da Escola de Minas de Ouro Preto.* Fundação Gorceix. Ouro Preto, 1977.

LOPES, F. A.; GOMES, P. A. M. *A Escola de Minas 1876–1966.* 4.ª Edição. Ouro Preto: Oficinas Gráficas da Escola Federal de Minas de Ouro Preto, 1966.

SCHUBRING, G. *Production mathematique, enseignement et communication.* Revue d'histoire des mathematiques, p. 295–305, 2001.

SILVA, F. A. H. *As Escolas de Engenharia e a Produção do Saber.* UNESP. Assis, 2011.

Sociedades Científicas ligadas à Matemática no Brasil

Viviane de Oliveira Santos
Universidade Federal de Alagoas
viviane.santos@im.ufal.br

Resumo: A história da Ciência está relacionada com o estudo de atividades desenvolvidas por comunidades e sociedades científicas. Neste contexto, a história de sociedades científicas está alcançando destaque em diversas pesquisas, pois o surgimento de sociedades matemáticas reflete sinais de organização de uma comunidade matemática. Neste trabalho, pretendemos abordar de modo geral as sociedades científicas ligadas à matemática no Brasil, explorando a história de cada uma delas e qual sua importância para o desenvolvimento da matemática no país. Destacaremos, por exemplo, a Sociedade Brasileira de Ciências, Sociedade de Matemática de São Paulo, Sociedade de Matemática e Física do Rio Grande do Sul, Sociedade Paranaense de Matemática, Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência, Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional, Sociedade Brasileira de Matemática, Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

Abstract: The history of science is related with the study of activities developed by communities and scientific societies. In this context, the history of scientific societies is reaching featured in numerous surveys because the appearance of mathematical societies reflects signs of organization of a mathematical community. In this work, we intend to address in general scientific societies related to mathematics in Brazil, exploring the history of each of them and what their importance to the development of mathematics in the country. We highlight, for example, the Brazilian Society of Science, Mathematics Society of St. Paul, Society of Mathematics and Physics of Rio Grande do Sul, Paraná Mathematical Society, Brazilian Society for the Advancement of Science, Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Brazilian Mathematical Society, Brazilian Society of Mathematical Education.

Introdução

A história da Ciência está relacionada com o estudo de atividades desenvolvidas por comunidades e sociedades científicas. Neste contexto, a história de sociedades científicas está alcançando destaque em diversas pesquisas, pois o surgimento de sociedades matemáticas reflete sinais de organização de uma comunidade matemática. Vale destacar que segundo D'Ambrosio (2008, p. 92): "Um indicador da profissionalização dos matemáticos são as associações científicas especializadas". No Código Civil de 1916 não havia distinção entre Sociedades e Associações Civis (BRASIL, 1916). Isso mudou em 2002 quando passou-se a diferenciar uma Sociedade de uma Associação.

> Art. 981. Celebram contrato de sociedade as pessoas que reciprocamente se obrigam a contribuir, com bens ou serviços, para o exercício de atividade econômica e a partilha, entre si, dos resultados.
> Art. 53. Constituem-se as associações pela união de pessoas que se organizem para fins não econômicos. (BRASIL, 2002).

Com essa mudança no Código Civil, as denominadas "sociedades sem fins lucrativos" ativas tiveram que mudar seus estatutos, passando a ser uma Associação, mesmo permanecendo com o mesmo nome de Sociedade. Assim, quando usarmos o nome sociedade, não estaremos nos referindo à uma sociedade definida como no Código Civil atual, mas sim à uma associação que ainda permanece com o mesmo nome de sociedade.

Pode-se dizer que as sociedades científicas surgiram, em parte, com o intuito de ampliar o contato e o conhecimento entre cientistas e ao ser agregados papéis e funções cada vez mais relevantes, as sociedades foram se diversificando, ampliando-se, tornando-se normativas e mais poderosas. Essas são características que não se distribuem homogeneamente, mas são essenciais ao desenvolvimento das instituições e da própria ciência (WITTER, 2007).

Podemos destacar a importância dessas sociedades, ao identificar um simpósio intitulado "*The institutionalization of mathematics and the founding of national societies*" em um evento internacional recente "*24th International Congress of History of Science, Technology and Medicine*", realizado durante o período de 21 a 28 de julho de 2013, em Manchester. Segundo o que consta no site do evento, tal simpósio tem o objetivo de "[...] analisar e comparar processos históricos da organização institucional de matemáticos seja em associações nacionais ou internacionais" (ICHSTM2013, tradução nossa).

Neste simpósio, foi convidado um grupo abrangente de historiadores eminentes de países da Europa, Ásia, América e África para abordar temas como matemática na educação, pesquisa matemática, matemática aplicada, matemática para o desenvolvimento de um país, organização e cooperação internacional de matemáticos, no sentido de analisar e comparar diversos conhecimentos do trabalho na área específica da matemática em diferentes contextos históricos e em conexão com a institucionalização deste domínio do conhecimento e da fundação das sociedades nacionais.

Segundo D'Ambrosio (1999, p. 7),

> A história da Ciência no Brasil, em particular da matemática, reflete, como em todos os países que a partir dos grandes descobrimentos passaram a ser receptores do conhecimento produzido nos países centrais, a complexidade da era colonial. Embora se tenha tentado uma certa autonomia após a independência, isso só foi possível em poucos países e mesmo assim não antes do final do século XIX.

D'Ambrosio (1999, p. 9) propõe uma cronologia para a história da Matemática e na item 4, "Primeira República (1889–1916) e a entrada na modernidade (1916–1933)", é onde temos o nosso primeiro marco de sociedades começando a surgir.

Sociedades

A Sociedade Brasileira de Ciências foi fundada em três de maio de 1916, nas dependências da Escola Politécnica no Rio de Janeiro. Seus principais objetivos eram "[...] estimular a continuidade do trabalho científico de seus membros, o desenvolvimento da pesquisa brasileira e a difusão do conceito de ciência como fator fundamental do desenvolvimento tecnológico do país" (ABC, s/d).

Essa sociedade foi estruturada como uma organização legalmente independente e privada, responsável pela escolha de seus dirigentes e soberana para a definição de seus estatutos e regulamentos. Sua primeira prioridade foi a publicação de um periódico científico "Revista da Sociedade Brasileira Ciência", mas foi somente em 1929 que a publicação ficou regular dos "Anais da Academia Brasileira de Ciências". Aqui, a Sociedade Brasileira de Ciências já tinha passado a se chamar Academia Brasileira de Ciências (ABC), mais especificamente, a mudança ocorreu em 16 de dezembro de 1921.

Durante certo período, os acadêmicos passaram a se reunir em diferentes locais devido à demolição do prédio onde era sua sede.

> Ficando sem sede própria, os Acadêmicos passaram a reunir-se em diferentes locais, como o Instituto Histórico e Geográfico Brasileiro, o Ministério do Trabalho (durante o Estado Novo), a Fundação Getúlio Vargas, o prédio de propriedade do Estado de São Paulo, cedido pelo governo Jânio Quadros (1955–1959), e, finalmente, no Laboratório de Análises Clínicas do Acadêmico Artur Moses (ABC, s/d).

A partir de 1929, Artur Moses[1] passou a ter um desempenho fundamental na consolidação da Academia, reativando a publicação dos Anais e, em 1959, com a obtenção de recursos governamentais, foi comprado um andar inteiro de um prédio onde hoje se localiza a ABC no Centro do Rio de Janeiro.

Segundo o que consta no site da ABC, a Academia esteve envolvida em muitas atividades, entre elas, a criação da Sociedade Brasileira de Educação (SBE) em 1924 e a atuação que culminou na criação do Conselho Nacional de Pesquisa (atual Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq) em 1951. Além disso, liderou e influenciou na criação de diversas instituições como a Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), a Sociedade Brasileira de Química (SBQ), a Universidade de São Paulo (USP), o Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF) e a Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência (SBPC).

Atualmente, a Academia Brasileira de Ciências

> [...] passa a ter cada vez mais uma função de articulação junto à comunidade científica brasileira, com forte atuação nacional, especialmente através de seus grupos de trabalho que visam ao desenvolvimento de documentos de referência para a elaboração de políticas públicas em temas como Amazônia, Educação Superior, Educação Básica e Infantil, Biocombustíveis e outros (ABC, s/d).

Na década de 1920 foi fundada a Associação Brasileira de Educação (ABE), lançando em 1932 o Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova. Tal manifesto, redigido por Fernando de Azevedo[2], constitui-se um acontecimento marcante na história da educação brasileira pela repercussão alcançada em nossos meios educacionais e culturais.

> [...] o Manifesto representou importante momento para o esboço de uma educação brasileira, inclusive pela tentativa de adequação de teorias pedagógicas à nova ordem política que se afirmava (ALVES, 1979–1981, pp. 311–312).

A ABE promoveu debates importantes sobre questões educacionais através de conferências nacionais de educação, influenciando assim elaboração de leis que traçaram diretrizes e bases da educação e de planos nacionais de educação. Tal associação reúne diversos profissionais, como professores, intelectuais e pessoas interessadas na educação e na cultura (ABE, s/d).

[1]Participante da direção da Academia em doze diferentes gestões, tendo sido eleito presidente em dez delas.

[2]Professor, educador, crítico, ensaísta e sociólogo. Foi presidente da ABE em 1938.

A partir das décadas de 1930 e 1940, a comunidade matemática começava a se consolidar. Em 25 de janeiro de 1934 foi assinado um decreto que autorizava a criação da Universidade de São Paulo (NISKIER, 1989) e também foi criada a UNE (União Nacional dos Estudantes)[3], fazendo com que todas as movimentações políticas, econômicas, sociais e educacionais do país, passassem a ser acompanhadas pelos estudantes brasileiros.

Com a criação da USP, muitos matemáticos estrangeiros foram contratados para lecionar na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL), fugindo do ensino profissionalizante das grandes escolas e do ensino superior das escolas de engenharia e passando a formar profissionais ligados ao magistério e à pesquisa científica básica. Foi nesse momento que as primeiras sementes de um novo tipo de Matemática (Moderna)[4] que já se desenvolvia na Europa aos poucos estabelece raízes em nosso país.

Voltando a apresentar o desenvolvimento de nossas sociedades científicas, ressaltamos que o estudo de três sociedades ligadas à matemática já foram publicadas em forma de dissertação ou tese. Sobre a Sociedade de Matemática de São Paulo (TRIVIZOLI, 2008), sobre a Sociedade Paranaense de Matemática (COUSIN, 2007) e sobre a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (PEREIRA, 2005).

A Sociedade de Matemática de São Paulo (SMSP), cuja sede era na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP, foi fundada em 07 de abril de 1945. Tal sociedade reuniu pessoas

> [...] interessadas no estudo e no ensino da Matemática [e] lançou a idéia da formação de uma Sociedade com o fim de estimular e manter um interesse ativo pela Matemática, incentivar a pesquisa nesse ramo da ciência e estudar as questões relativas ao seu ensino de grau secundário e superior.[5]

Esta sociedade realizava palestras em suas reuniões, proferidas pelos seus membros e, apesar da grande maioria de seus sócios fundadores estar ligada à Universidade de São Paulo, havia também a presença de professores de matemática do ensino fundamental e de matemáticos de outras instituições.

Vale a pena ressaltar o fato de que a Sociedade também tinha preocupações com assuntos didáticos, visando a melhoria do ensino secundário, chegando

[3]Para mais informações ver o site da UNE: `http://www.une.org.br`.

[4]Para saber mais sobre o nascimento, ascensão e decadência desse movimento, sugerimos a leitura do livro Why Johnny Can't Add: The Failure of the New Math (1973) de Morris Kline. No Brasil o livro foi publicado com o título: O Fracasso da Matemática Moderna.

[5]Noticiário em Boletim da Sociedade Brasileira de Matemática de São Paulo: Volume 1 - Fascículo 1.

até a realizar cursos destinados aos professores secundários. Segundo Trivizoli (2008, p. 34): "Em dezembro de 1945, o presidente da SMSP, Omar Catunda, encarregou uma comissão de ensino de professores para estudar questões relativas ao ensino da Matemática".

Uma deliberação importante que consta nos Estatutos desta sociedade, era a publicação de um periódico intitulado "Boletim da Sociedade de Matemática de São Paulo". O Boletim teve sua primeira publicação em 1946 e última em 1966 e apresentava publicações de assuntos novos ou conhecidos, exposições, pequenas notas etc. Além deste periódico, foi publicado também outros artigos e livros.

A sociedade perdeu força a partir de 1960, o número de sócios começou a diminuir e como a sociedade passava por dificuldades financeiras, começavam-se a pensar na necessidade de se ter uma sociedade de âmbito nacional. Foi quando houve a ideia de dissolução da SMSP, que ocorreu oficialmente em 19 de maio de 1972, para então surgir a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), fundada oficialmente em julho de 1969.

Em novembro 1947 foi criada uma sociedade que durou somente cerca de dois anos, a Sociedade de Matemática e Física do Rio Grande do Sul, resultado de um movimento liderado por um grupo de professores da Universidade Federal do Rio Grande do Sul e do Colégio Estadual Júlio de Castilhos, assim como de outras pessoas interessadas (TIETBÖHL, s/d).

Ainda no final da década de 1940, fundou-se a Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência (SBPC). Tal Sociedade foi criada por um grupo de cientistas em 08 de julho de 1948, "[...] destinada a lutar pelo progresso e pela defesa da Ciência em nosso país" (SBPC, 2004, p. 34).

Os objetivos desta sociedade presente nos estatutos eram:

> [...] a) Apoiar e estimular o trabalho científico. b) Melhor articular a ciência com os problemas de interêsse geral, relativo à indústria, à agricultura, à medicina, à economia etc. c) Facilitar a cooperação entre os cientistas. d) Aumentar a compreensão do público em relação à ciência. e) Zelar pela manutenção de elevados padrões de ética entre os cientistas. f) Mobilizar os cientistas para o trabalho sistemático de seleção e aproveitamento de novas vocações científicas, inclusive por meio do ensino post-graduado, extra-universitário etc. g) Defender os interêsses dos cientistas, tendo em vista a obtenção do reconhecimento de seu trabalho, do respeito pela sua pessôa, de sua liberdade de pesquisa, do direitos aos meios necessários à realização do seu trabalho, bem como do respeito pelo patrimônio moral e científico representado por seu

> acêrvo de realizações e seus projetos de pesquisa. h) Bater-se pela remoção de impecilhos e incompreensões que entravem o progresso da ciência. i) Articular-se ou filiar-se a associação ou agremiações que visem objetivos paralelos, como a Unesco, a Federação Mundial de Trabalhadores Científicos, a Organização Mundial de Saúde e outras. j) Representar aos poderes públicos ou entidades particulares sôbre medidas referentes aos objetivos da Sociedade. k) Outros objetivos que não colidam com os presentes Estatutos. (SBPC, 2004, pp. 10–11).

Em meio a um programa tão vasto de objetivos, acreditava-se que poderia ser atingido tais objetivos por meio de publicações, conferências de divulgação, cursos intensivos, representações aos governos e pelas Reuniões Anuais. Assim, "as Associações para o Progresso da Ciência conseguem estabelecer um contato íntimo entre cientistas de todas as especialidades — matemáticos, astrônomos, físicos, geólogos, químicos, biologistas, agrônomos, filósofos — assim como êles e o público em geral" (SBPC, 2004, p. 53).

Como dos mais importantes objetivos desta Sociedade, surgiu a edição da revista Ciência e Cultura como órgão oficial da Sociedade e a realização das Reuniões Anuais. A primeira publicação da revista foi em abril de 1949 e a primeira Reunião Anual aconteceu de 11 a 15 de outubro de 1949 (SBPC, 2004, p. 77).

Os primeiros anos de existência da SBPC coincidem com o reconhecimento e a institucionalização da ciência no Brasil. Isso devido a criação em 1951 do CNPq e a da Campanha Nacional de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (atual Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES). Essas organizações criadas pelo governo federal, juntamente com uma rede de instituições de ensino superior que se estruturava, permitiram ao País demonstrar a capacidade de produzir e utilizar conhecimento científico e tecnológico (SBPC, s/d).

Durante os 20 anos de governo militar (1964–1984), a SBPC teve papel fundamental de resistência, apresentando manifestações contra perseguições a professores, pesquisadores e estudantes. Além disso, nos anos 1980, a SBPC lançou canais efetivos de comunicação entre a comunidade científica e a sociedade: a revista Ciência Hoje (1982) e o Jornal da Ciência (1987). Mas foi com a criação do atual Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação (MCT&I) em 1985 que começou a fortalecer o sistema nacional de Ciência e Tecnologia e a SBPC participou ativamente de todos esses momentos (SBPC, s/d).

Lovisolo (1997, pp. 279–280) diz que a SBPC

> [...] tornar-se-ia a grande voz política de representação dos cientistas, de divulgação e valorização da ciência, além de um mediador

> poderoso da comunidade científica com os organismos nacionais de regulação e fomento da atividade científica. Suas reuniões anuais ganharam um significativo espaço nos meios de comunicação e a SBPC será considerada uma voz da sociedade [...].

Vale destacar neste período, mais especificamente em 1952, surgiu um importante instituto, o Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), um dos primeiros institutos que o Conselho Nacional de Pesquisas (CNPq) criou (SILVA, 2004, p. 3).

> Durante muito tempo, além da USP, o IMPA foi o único centro de Matemática no Brasil em que jovens tinham a oportunidade de fazer estudos de pós-graduação e mestrado. (HÔNIG e GOMIDE, 1979, p. 47).

Outra sociedade regional brasileira que ainda permanece ativa nos dias de hoje é a Sociedade Paranaense de Matemática (SPM). Tal Sociedade foi criada em 31 de outubro de 1953 e, segundo depoimento do professor Nelson Martin Garcia[6] (COUSIN, 2007, p. 3), surgiu da iniciativa de um grupo da Escola Politécnica da UFPR: matemáticos com origem em cursos de Matemática ou apreciadores oriundos das engenharias que mantinham contatos com matemáticos internacionais.

As primeiras publicações da SPM foram os Anuários, sendo o primeiro volume datado de 1954. O Anuário era

> [...] compostos de duas partes: uma de natureza científica, formada de comunicações e outros trabalhos originais sobre Matemática e Ciências afins, e outra de natureza administrativa, constituída pela transcrição do Relatório e Contas da Diretoria, bem como de outros dirigentes que eventualmente possuam assuntos merecedores de divulgação. (COUSIN, 2007, p. 132).

Em 1958, surgiram os Boletins, que inicialmente eram publicados três vezes ao ano e segundo o que consta em seu primeiro volume (COUSIN, 2007, p. 161), "[...] é o órgão informativo da 'Sociedade Paranaense de Matemática'. Destina-se especialmente a divulgar as atividades da Sociedade e o movimento matemático no Paraná".

De acordo com Cousin (2007, pp. 237–238), além dos Anuários e os Boletins, a SPM editou alguns livros e um periódico chamado "Monografias da Sociedade Paranaense de Matemática", o qual este último publicava trabalhos expo-

[6]Foi presidente da SPM durante o biênio 2002–2004.

sitivos e de pesquisas nas áreas de Matemática Pura e/ou aplicada, Educação Matemática, História da Matemática e Física Matemática.

Esta Sociedade permanece ativa e, segundo seu Estatuto Atual[7], "[...] tem por fim congregar todos os cultores da Matemática e ciências afins, do Paraná, estimular e manter um interesse ativo pela Matemática e suas aplicações, incentivar a pesquisa e contribuir para o aperfeiçoamento neste ramo das ciências."

Uma sociedade científica nacional para a área da Matemática surgiu em 1969, a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM).

Segundo o que consta no Relatório da Diretoria de Gestão 2007–2009 da SBM (SBM, 2007–2009) e em seu site (SBM, s/d), pretendeu-se estabelecer um acordo de cavalheiros segundo o qual as sociedades estaduais deixariam de existir para dar lugar ao nascimento de uma única sociedade que representaria a todos, mas isso não ocorreu no caso da Sociedade Paranaense de Matemática.

A criação desta Sociedade foi discutida durante bastante tempo pelas lideranças matemáticas da época e muitas divergências e problemas tiveram de ser superados antes que se chegasse ao momento de formalização de sua criação.

A SBM foi fundada em 1969, durante a realização do VII Colóquio Brasileiro de Matemática, em Poços de Caldas, Minas Gerais, considerada uma entidade civil, de caráter cultural e sem fins lucrativos, voltada principalmente a estimular o desenvolvimento da pesquisa e do ensino da Matemática no Brasil.

Atualmente, constitui-se uma Associação nos termos do Código Civil em vigor e, entre suas ações atuais, destacam-se: o estímulo ao ensino de qualidade em todos os níveis, por meio da produção e divulgação de textos matemáticos; a publicação de periódicos; a promoção de reuniões científicas; a organização da comunidade matemática para melhor atuar em prol do desenvolvimento da Matemática no país e o incentivo ao intercâmbio entre profissionais de Matemática do Brasil e do exterior.

A SBM promoveu um grande número de reuniões científicas em matemática e um dos objetivos da Sociedade era estimular as atividades matemáticas em nível regional. Com isso, criou-se um tipo de evento promovido pela SBM, organizado localmente e contando com a participação de grandes nomes da Matemática brasileira, denominadas Reuniões Regionais da SBM. Estas constituíram-se em uma iniciativa importante que marcou presença da Sociedade na comunidade brasileira de Matemática. As Reuniões Regionais ocorreram até o final da década de 1980.

Ao longo de sua existência, a SBM tem-se feito presente nas lutas pelo ensino de qualidade, pelo aumento nos recursos para pesquisa, particularmente

[7]Estatuto disponível no site: `http://www.spm.uem.br/spmatematica/index.htm`.

para bolsas de estudo nos mais diversos níveis, e pelo apoio aos jovens que apresentam potencial para o estudo da Matemática.

Entre seus principais programas, incluem-se: a realização, em cada ano par, da BIENAL, uma reunião científica que congrega todos aqueles com interesse no ensino da Matemática no País; a produção e a comercialização, a preços módicos, de livros de Matemática de alta qualidade, para o apoio ao trabalho de professores nos mais diversos níveis de ensino; a publicação de periódicos como a Revista do Professor de Matemática (RPM), o Boletim da SBM, a Revista Ensaios Matemáticos, a Revista Matemática Contemporânea e a Revista Matemática Universitária; a Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM); o Projeto Klein em Língua Portuguesa; os Colóquios das Regiões; o Fórum de Pós-Graduação e Pesquisas; o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

Além disso, a SBM possui secretarias regionais em diversos estados do país com a função de divulgar a Sociedade, representar sua Diretoria em eventos da região e tornar o atendimento mais próximo dos sócios nas regiões de atuação. Tais secretarias podem organizar eventos regionais, ciclo de palestras, seminários, cursos de divulgação e de aperfeiçoamento, exposições etc.

A Sociedade também oferece aos seus associados a oportunidade de participar de seus programas e de suas atividades. Ao mesmo tempo, fornece, a cada associado, gratuitamente, uma assinatura de uma das seguintes revistas que publica: Revista do Professor de Matemática ou Revista Matemática Universitária. Por último, concede aos associados descontos especiais na compra de qualquer livro que comercializa.

Durante o Primeiro Simpósio Nacional de Cálculo Numérico, nas dependências do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, foi criada em 01 de novembro de 1978 a Sociedade de Matemática Aplicada e Computacional (SBMAC).

Esta sociedade ainda permanece ativa e com os propósitos de:

- Desenvolver as aplicações da Matemática nas áreas científicas, tecnológicas e industriais;
- Incentivar o desenvolvimento e implementação de métodos e técnicas matemáticas eficazes a serem aplicadas para o benefício da Ciência e Tecnologia;
- Incentivar a formação de recursos humanos em Matemática com ênfase ao conteúdo e à utilização eficiente dos recursos computacionais disponíveis;
- Promover o intercâmbio de idéias e informações entre as

> áreas de aplicações matemáticas.
> (SBMAC, s/d).

Dentre as publicações da SBMAC, encontramos Anais, Boletins, Revista Matemática Aplicada e Computacional, Notas em Matemática Aplicada e Revista Tendências em Matemática Aplicada e Computacional.

No ano seguinte, em reunião realizada no Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (IMECC) da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), foi criada em 14 de fevereiro de 1979 a Sociedade Brasileira de Lógica (SBL), a qual ainda permanece ativa.

Segundo Alves (1979–1981, pp. 400–401), a ideia de se criar esta sociedade foi devido ao crescimento do desenvolvimento da Lógica no país, já contando com pesquisados brasileiros adquirindo espaço internacional com publicações em algumas das melhores revistas especializadas do mundo.

Esta sociedade tem por objetivos:

> [...] congregar lógicos e estudiosos da lógica em todos os seus aspectos do Brasil e também do exterior, estimular e manter um interesse ativo pela lógica e suas aplicações, incentivar a pesquisa e contribuir para o aperfeiçoamento neste ramo da ciência (SBL, s/d).

Para tais objetivos, segundo seu estatuto[8], a SBL se propõe a promover congressos, seminários, reuniões científicas; publicar revistas, boletins e obras sobre lógica etc.

A partir da década de 80, aconteciam várias iniciativas para o desenvolvimento da Educação Matemática. Brasileiros sendo inseridos na Comunidades internacional, Grupos de Educação Matemática sendo constituídos, Programas de Pós-Graduações em Educação Matemática, periódicos e congressos nacionais e internacionais (PEREIRA, 2005, p. 25). Um exemplo disso foi: "No 8.º Congresso Internacional de Educação Matemática, que se realizou em Sevilha, Espanha, em julho de 1996, o Brasil apresentou a segunda mais numerosa das delegações estrangeiras, tanto em número de participantes como em apresentação de trabalhos" (D'AMBROSIO, 1996, p. 12).

Foi nesse contexto que surgiu a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Segundo Pereira (2005, pp. 16–24), a proposta de sua criação ocorreu durante a 6.ª Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIEAM), em Guadalajara, México, em 1985, com a sugestão de se ter a efetiva organização desta Sociedade durante o Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM).

[8] O Estatuto da SBL pode ser encontrado no site: `http://www.cle.unicamp.br/`

Em fevereiro de 1987, aconteceu o ENEM e na Plenária Final do Encontro na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), decidiram que a Sociedade não seria criada imediatamente mas iniciou-se um movimento chamado "Pró-SBEM". Neste movimento iniciou-se o processo de organização desta Sociedade, sendo fundada oficialmente em 1988 durante o II ENEM, em Maringá, PR.

Surgiu assim a SBEM com a finalidade de "[...] congregar profissionais da área de Educação Matemática (EM) bem como outros profissionais interessados em EM ou de áreas para promover o desenvolvimento da EM como área de conhecimento" (SBEM, s/d).

A SBEM conta com vários Grupos de Pesquisa e publicações como Coleção SBEM, Boletim, Educação Matemática em Revista, Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Também organiza e colabora com vários eventos voltados para a área de Educação Matemática.

Uma outra sociedade mais recente é a Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), criada em 30 de março de 1999. Seus objetivos são:

> I – promover levantamentos, pesquisas e estudos com vistas a divulgar dados, reflexões e informações referentes à História da Matemática;
> II – elaborar e executar programas de capacitação de recursos humanos;
> III – prestar serviços de consultoria acadêmica e afins;
> IV – elaborar e divulgar pesquisas no campo da História da Matemática;
> V – promover seminários, simpósios, congressos e eventos congêneres sobre História da Matemática;
> VI – editar, divulgar e permutar publicações;
> VII – estabelecer convênios e intercâmbio com outras entidades congêneres e/ou semelhantes.
>
> (SBHMat, s/d).

Conclusão

Apesar de estarmos nos limitando somente a apresentar informações de sociedades científicas ligadas à Matemática, sabemos que em meio a esse contexto também diversos grupos de pesquisa. Nesse sentido, podemos afirmar que as sociedades científicas tiverem e tem importante influência no desenvolvimento da Matemática no país. Isso porque ao narrar sobre tais sociedades e nos deparar com suas principais atividades, como publicações de periódicos, organização/apoio a eventos, e através das atividades de cada uma das sociedades, percebemos que as mesmas se inter-relacionam e fortalecem a comunidade matemática no Brasil.

Referências

ABC. Academia Brasileira de Ciências. Disponível em: `http://www.abc.org.br/impressao.php3?id\linebreakarticle=4`. Acesso em: 25 ago. 2014.

ABE. Associação Brasileira de Educação. Disponível em: `http://www.abe1924.org.br/quem-somos`. Acesso em: 25 ago. 2014.

ALVES, E. H., 1979–1981. Aspectos da Lógica Matemática no Brasil. In: FERRI, M. G. e MOTOYAMA, S. *História das Ciências no Brasil.* São Paulo: EPU: Ed. da Universidade de São Paulo.

BRASIL, 1916. Lei n.º 3.071, de 1.º de janeiro de 1916. Código Civil. *Diário Oficial da União*, Rio de Janeiro, RJ, 05 jan. 1916.

BRASIL, 2002. Lei n.º 10.406, de 10 de janeiro de 2002. Código Civil. *Diário Oficial da União*, Brasília, DF, 10 jan. 2002.

COSTA, L. C. B. F., 1981. A Educação no Brasil. In: FERRI, M. G. e MOTOYAMA, S. (Coordenadores). *História das Ciências no Brasil.* São Paulo: EPU: Ed. da Universidade de São Paulo.

COUSIN, A. O. A., 2007. *A Sociedade Paranaense de Matemática sob o olhar da Educação Matemática.* Tese de doutorado. Universidade Federal do Paraná.

D'AMBROSIO, U., 1996. Introdução. In: XAVIER, C. C. *Mapeamento de Educação Matemática no Brasil, 1995: pesquisas, estudos, trabalhos técnicos-científicos por subárea temática.* Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais.

D'AMBROSIO, U., 1999. *História da Matemática no Brasil. Uma visão panorâmica até 1950.* Saber y Tiempo, vol. 2, n.º 8, Julio-Deciembre 1999, pp. 7–37.

D'AMBROSIO, U., 2008. *Uma história concisa da matemática no Brasil.* Petrópolis, RJ: Vozes.

HÖNIG, C. S. e GOMIDE, E. F., 1979. Ciências Matemáticas. In: FERRI, M. G. e MOTOYAMA, S. (Coordenadores). *História das Ciências no Brasil.* São Paulo: EPU: Ed. da Universidade de São Paulo.

ICHSTM2013. 24th International Congress of History of Science, Technology and Medicine. Disponível em: `http://www.ichstm2013.com/programme/guide/s/S117.html`. Acesso em: 25 ago. 2014.

LOVISOLO, H., 1997. *Comunidades científicas: Condições ou estratégias de mudança.* Educação & Sociedade, ano XVIII, n.º 59, agosto/97.

NISKIER, A., 1989. *Educação Brasileira: 500 anos de história, 1500–2000.* São Paulo: Melhoramentos.

PEREIRA, D. J. R., 2005. *História do movimento democrático que criou a sociedade brasileira de educação matemática – SBEM.* Tese de doutorado. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação.

SBEM. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Disponível em: `www.sbem.com.br`. Acesso em: 25 ago. 2014.

SBHMat. Sociedade Brasileira de História da Matemática. Disponível em: `www.sbhmat.org`. Acesso em: 25 ago. 2014.

SBL. Sociedade Brasileira de Lógica. Disponível em: `http://www.cle.unicamp.br/sbl/index.php?area=historico`. Acesso em: 31 ago. 2014.

SBM, 2007–2009. Relatório da Diretoria Gestão.

SBM. Sociedade Brasileira de Matemática. Disponível em: `http://www.sbm.org.br/`. Acesso em: 25 ago. 2014.

SBMAC. Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional. Disponível em `http://www.sbmac.org.br/proposito.php`. Acesso em: 25 ago. 2014.

SBPC. Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência. Disponível em: `http://www.sbpcnet.org.br/site/a-sbpc/historico/index.php`. Acesso em: 25 ago. 2014.

SBPC, 2004. Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência. SBPC — Fundação, evolução e atividades. *SBPC: Cadernos SBPC.* n.º 7.

SILVA, C. M. S. da, 2004. A construção de um Instituto de Pesquisas Matemáticas nos trópicos — O IMPA. In: *Revista Brasileira de História da Matemática*, v. 4, n.º 07, pp. 37–67.

TIETBÖHL, A. N. *Considerações Históricas sobre a criação do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul*. Disponível em: http://www.mat.ufrgs.br/consideracoes_historicas_ary_tietboehl.html. Acesso em: 25 ago. 2014.

TRIVIZOLI, L. M., 2008. *Sociedade de matemática de São Paulo: um estudo histórico-institucional*. Dissertação de mestrado. Universidade Estadual Paulista.

UNE. União Nacional dos Estudantes. Disponível em: http://www.une.org.br. Acesso em: 20 jun. 2013.

WITTER, G. P., 2007. *Importância das sociedades/associações científicas: desenvolvimento da ciência e formação do profissional-pesquisador*. Bol. psicol v. 57 n.º 126, São Paulo, jun. 2007.

Theodoro Augusto Ramos: contribuições para a matemática e seu desenvolvimento no Brasil

Sabrina Helena Bonfim
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS
sabrina_helenabonfim@yahoo.com.br

Resumo: Este trabalho foca o Brasil, especificamente no período que abrange o final do século XIX e início do século XX com a recém criada Universidade de São Paulo. Sabe-se que neste período não havia aqui instituições de ensino superior que formassem matemáticos. Este ensino era realizado nos institutos militares e mais especificamente, junto aos cursos de formação para engenheiros. Theodoro Augusto Ramos (1895–1935) foi um destes engenheiros-matemáticos graduados pela Escola Politécnica do Rio de Janeiro que veio a dedicar-se a investigação matemática. Defendeu em 1918 sua tese de doutoramento intitulada *Sobre as funcções de variáveis reaes* para obtenção do grau de doutor em Ciências Físicas e Matemáticas. Atuou em diversas áreas tais como o ensino, a pesquisa e a administração pública, onde também possuiu participação ativa, por ocasião da fundação da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP na contratação do quadro de professores na Europa, contribuindo efetivamente com o desenvolvimento do país.

Abstract: This paper focuses on Brazil, specifically in the period covering the late nineteenth century and early twentieth century with the with the newly created University of São Paulo. It is known that in this period there wasn't here higher education institutions that formed mathematicians. This teaching was held in military institutes and more specifically, together with training courses for engineers. Theodoro Augusto Ramos (1895–1935) was one of the engineers-mathematicians graduated from the Polytechnic School of Rio de Janeiro has come to devote to mathematical research. In 1918 he defended his doctoral thesis entitled *Sobre as funcções de variáveis reaes* for the degree of Doctor in Physical and Mathematical Sciences. He worked in several areas such as education, research and public administration, which also owned active participation, at the foundation of the Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (USP), the hiring of teaching staff in Europe, contributing effectively to the country's development.

1 Introdução

O presente trabalho foca o Brasil, especificamente no período que abrange o final do século XIX e início do século XX com a fundação da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL) da Universidade de São Paulo (USP)[1]. Sabe-se que neste período não havia aqui instituições de ensino superior que formassem matemáticos. Este ensino era realizado nos institutos militares e mais especificamente, junto aos cursos de formação para engenheiros.

Theodoro Augusto Ramos (1895–1935) foi um destes engenheiros-matemáticos graduados pela Escola Politécnica do Rio de Janeiro que veio dedicar-se a investigação em matemática. Atuou em diversas áreas dedicando-se ao ensino, a pesquisa, a administração pública e teve participação ativa, por ocasião da fundação da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL) da USP na contratação do quadro de professores na Europa. Fato este que veio a propiciar grande desenvolvimento da Matemática no país, tanto na pesquisa, quanto no ensino da mesma.

A saber, Theodoro Augusto Ramos graduou-se em Engenharia Civil no ano de 1916 pela Escola Politécnica do Rio de Janeiro, embora seu interesse tenha sido pelas Ciências Matemáticas, até então, estudadas somente nas Escolas de Engenharia. Segundo as normas da instituição, os que assim concluíssem sua graduação poderiam submeter-se a defesa de tese e, se aprovados, teriam o grau de doutor nas mesmas ciências. Salienta-se que os cursos de Engenharia Civil, de Minas, Industrial e Mecânica conferiam grau em Bacharel em Ciências Físicas e Matemáticas (como obtido por Theodoro), ao passo que o curso de Engenharia Agronômica, oferecia grau de Bacharel em Ciências Físicas e Naturais.

Estiveram presentes em sua banca os professores catedráticos Licínio Atha-

[1]Theodoro trabalhou na Escola Politécnica e ajudou a fundar, em 1934, a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL), que posteriormente passou a ser denominada Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas (FFLCH). A FFCL funcionava inicialmente em um prédio de localização distinta do atual. No site da Universidade de São Paulo, referente ao histórico da FFCL, consta: “Originalmente Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL), a FFLCH foi fundada em 25/01/1934” [Disponível em: `http://fflch.usp.br/histórico`. Acesso em 08 Dez. 2012]. Na época em que Theodoro Augusto Ramos lecionou na referida instituição, essa não havia sido unificada como Universidade de São Paulo. A Escola Politécnica, a Faculdade de Direito do Largo São Francisco e a Faculdade de Medicina foram integradas no ano de 1933 fundando assim a Universidade de São Paulo (D’AMBROSIO, 2011, p. 73).

násio Cardoso[2] e Francisco Bhering[3], assim como os professores substitutos no exercício de catedráticos: Augusto de Brito Belford Roxo[4] e Maurício Joppert da Silva[5]. Nas palavras de Freire (1936): "O mais profundo e notável trabalho de Theodoro Ramos foi, sem dúvida, a sua These de doutorado: "Sobre as funcções de variáveis reaes" (...) É incontestável. Sobretudo se se leva em conta o facto desse trabalho ter sido por elle produzido aos 23 anos de idade [...]".

Após a defesa de tese, este conseguiu uma posição acadêmica na Escola Politécnica de São Paulo, onde ministrou a disciplina de Mecânica Racional e foi professor catedrático da cadeira de Vetores, Geometria Analítica, Geometria Projetiva e Aplicação à Nomografia. Lecionou também nas cadeiras de Matemática Elementar, Geometria Analítica e Cálculo Infinitesimal[6] (substituto interino da 1.ª secção), além de Cálculo Vetorial (cadeira n.º 2: Mecânica Racional precedida de Cálculo Vetorial).

Além das atividades de docência e com base na documentação encontrada, Theodoro Augusto Ramos exerceu diversos cargos na administração pública: foi membro da Academia Brasileira de Ciências, atuou na Secretaria de Estado da Educação e da Saúde Pública, membro do Conselho Nacional de Educação além de prefeito da cidade de São Paulo, ainda que por um curto período de tempo.

Assim, inserido neste contexto e remetendo-se a História da Matemática nos âmbitos da Educação Matemática, neste trabalho destacaremos algumas contribuições deste personagem para o desenvolvimento da Matemática no Brasil. A coleta de material biográfico deu-se baseada em uma pesquisa, que inicialmente constituiu-se como a de doutorado da autora, e foi realizada no acervo histórico da Escola Politécnica da USP, bem como nas demais bibliotecas desta instituição, no Centro de Apoio à Pesquisa Histórica (CAPH) localizado na FFCLH, na biblioteca Mário Covas (localizada na cidade de São Paulo)

[2]Licínio Athanásio Cardoso (1852–1926): Concluiu os estudos da Escola Militar em 1874 e o curso de Engenharia Militar em 1879, sendo nomeado no ano seguinte professor do curso preparatório. Promovido a capitão, em 1885, no ano seguinte foi nomeado professor de matemática da Escola Politécnica do Rio de Janeiro. Foi professor de Mecânica Racional.

[3]Francisco Bhering (?–1924): Foi professor de Astronomia na Escola Politécnica do Rio de Janeiro.

[4]Augusto de Brito Belford Roxo (1878–?): Foi diplomado em Engenharia Civil em 1900 pela Escola Politécnica do Rio de Janeiro e sendo posteriormente, professor de Estabilidade da mesma.

[5]Maurício Joppert da Silva (1890–1985): Foi professor de Portos e livre docente de Cálculo Diferencial e Integral da Escola Politécnica do Rio de Janeiro

[6]A saber, "O Decreto Estadual n.º 2128, de 31 de dezembro de 1925, desdobrou a cadeira Cálculo Infinitesimal em duas outras, a saber: 1) Vetores, Geometria Analítica, Geometria Projetiva e suas aplicações à Nomografia; 2) Cálculo Diferencial e Integral" (SILVA, 2008, p. 77).

e no Arquivo do Estado de São Paulo, dentre outros, além de artigos e obras de historiadores da Matemática no Brasil e no mundo.

2 Acerca dos enlaces e fronteiras da História da Matemática

Ao tratar da História da Matemática é necessário transitar entre caminhos que permeiam pela História e também pela Matemática. Considerada uma ciência ainda em construção, a História da Matemática, vem assim buscar subsídios nos alicerces referenciais da História. Neste sentido para este trabalho adota-se uma postura de que nas pesquisas em História da Matemática, assim como em História não se é possível definir *a priori* uma metodologia a ser seguida, adotada. Primeiro verifica-se o que diz o documento, interroga-o e só posteriormente que se é possível estabelecer os limites da pesquisa. O historiador, de tal modo, deve saber interrogar o documento, por vezes encontra aquilo que foi buscar, outrora, descobre algo que não tinha se perguntado antes. Para isso ele se vê obrigado a formular novas perguntas, o que impede assim a História de procedimentos rígidos determinados enquanto projeto inicial. O historiador necessita de flexibilidade para o trato com suas informações.

Salienta-se que, enquanto aprendiz de ofício de historiador, e considerando que ainda exista uma lacuna na metodologia, no sentido como mencionado anteriormente, tenho a ciência de não poder prescindir de uma postura metodológica. Neste sentido, as concepções que serão tomadas neste trabalho partilham de percepções e pontos de vistas de renomados historiadores que investigam, dentre outros, o trato metodológico da História. A saber, Veyne, Bloch, Le Goff, Burke, Chartier, Jenkins, Ginzburg, Dosse, Vainfas, dentre outros, admitindo assim a questão crítica do documento no que diz respeito tanto à autenticidade quanto a credibilidade.

Assim, neste universo da História, enquanto aprendiz de ofício utilizar-me-ei de apropriações acerca de um entendimento da história como composições de fatores, sejam estes de ordem individual, político, social, econômico ou cultural, entrecruzando-se para formar a totalidade da narrativa histórica dentro dos contornos e limites possíveis em seu olhar. Assim como Souto:

> Compartilho o ponto de vista por meio do qual as sociedades são entendidas como sistemas cujas estruturas e evolução são determinados por fatores diversos e inter-relacionados que influenciam uns aos outros. Em decorrência, acredito que o historiador, constituinte que é desse sistema, está definitivamente impedido de apar-

> tar-se de suas concepções que de uma forma ou outra delineiam seus interesses e determinam suas escolhas (SOUTO, 2006, p. 120).

Pois, em consonância com Borges (2005, p. 216): Toda história é uma construção, resultante de quem a escreve, do seu tempo e espaço, marcado por instituições e grupos. E justamente por ser assim, é uma experiência pessoal e diferente a cada historiador. Segundo Veyne, o historiador escreve:

> a história com sua personalidade, isto é com uma aquisição de conhecimentos confusos. Por certo, essa experiência é transmissível e acumulativa, já que principalmente livresca; mas ela não é um método (cada um se atribui a experiência que pode e que quer), em primeiro lugar, porque sua existência não é reconhecida oficialmente e sua aquisição não é organizada; em segundo, porque, se ela é transmissível, não é formulável: é adquirida por meio do conhecimento de situações históricas concretas, restando a cada um retirar a lição a sua maneira. A história não tem método, uma vez que não pode formular sua experiência sob a forma de definições, de leis e de regras (VEYNE, 2008, p. 127).

Neste âmbito este trabalho atenta-se para suas limitações impostas, sobretudo, pelo material encontrado e a condição dos arquivos pesquisados. Busca contribuir no alargamento de futuras pesquisas uma vez que novas interpretações são possíveis e enriquecedoras ao trabalho histórico.

3 Theodoro Augusto Ramos e o desenvolvimento da Matemática no Brasil: um recorte sobre algumas contribuições

> *"'A Revista Brasileira de Engenharia', que tinha Theodoro Ramos não somente um collaborador effectivo, mas tambem um amigo dedicado, associa-se ao luto, de que por, sua morte, se cobrem hoje as classes dos professores e dos engenheiros (...)"*
> *Venâncio Filho, 1935.*

Assim, iniciava-se um artigo publicado na Revista Brasileira de Engenharia e escrito por Venâncio Filho, no ano de 1935. Neste ano, faleceu Theodoro Augusto Ramos, o personagem que me fez debruçar sobre sua vida, sua história e algumas de suas obras[7]. Arquivos e leituras mostraram dados que evidenciam a importância deste personagem para o desenvolvimento da Matemática no Brasil em sua época e ou posterior.

Na pesquisa, notou-se que o nome de Theodoro esteve relacionado a importantes feitos para a História da Matemática no Brasil tais como: fundação da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL) da Universidade de São Paulo — embora o mesmo tenha atuado durante toda sua carreira docente na Escola Politécnica desta mesma instituição, membro da Academia Brasileira de Ciências, responsável pela Secretaria de Estado da Educação e da Saúde Pública, membro do Conselho Nacional de Educação, além de prefeito da cidade de São Paulo — ainda que por um curto período de tempo, dentre outros.

No tocante a área de Matemática especificamente, Theodoro ficou conhecido pela inserção de uma disciplina inédita na então Escola Politécnica de São Paulo — Cálculo Vetorial — que viria a ser difundida por todo o país e já era estudada na Europa. Segundo D'Ambrosio:

> Em 1919, Theodoro Ramos transferiu-se para a Escola Politécnica de São Paulo, fato que teria fundamental importância no desenvolvimento da matemática em São Paulo e no Brasil. Introduziu temas novos nos currículos e deu início a um curso de Cálculo Vetorial. Deve-se destacar que na década de 20 começaram a surgir, em outros estados brasileiros, vários livros de Cálculo Vetorial, representando uma grande inovação, certamente influenciada por Otto de Alencar e Manuel Amoroso Costa, na Escola de Engenharia do Rio de Janeiro (D'AMBROSIO, 2011, p. 69).

É sabido que na época o ensino de Matemática no país encontrava-se estagnado[8] e ao que consta, Theodoro teria imprimido mudanças nos pro-

[7] O leitor interessado em uma leitura mais detalhada acerca do personagem sugere-se consultar a tese de doutoramento da autora (mencionada nas referências) que consta de uma biografia documentada acerca de Theodoro Augusto Ramos, bem como uma análise comentada de sua tese de doutoramento e a listagem dos artigos e obras publicados pelo mesmo.

[8] Sabe-se que o ensino secundário no Brasil colônia, império e primeiros anos do período republicano fora deficiente, desorganizado e de baixa qualidade. Relativo ao ensino superior, na segunda metade do século XIX e as duas primeiras décadas do século XX predominara no meio intelectual brasileiro, a partir das escolas superiores, a ideologia positivista de A. Comte com preceitos que balizaram a filosofia, a política e a ciência no Brasil de então. Sob a influência daquela ideologia o ensino das Matemáticas sofrera atraso e danos consideráveis, se considerarmos como referencial o desenvolvimento das Matemáticas que ocorria no velho continente. Para maiores informações, o leitor pode consultar, dentre outras, a obra de Clóvis Pereira da Silva, *A matemática no Brasil: uma história de seu desenvolvimento*, Editora: UFPR, 1992, 2 reimpressão.

gramas da Escola Politécnica, no sentido de modernizá-lo. Consoante com D'Ambrosio:

> Em 1919, Theodoro Ramos foi admitido como professor substituto da Escola Politécnica de São Paulo com uma tese sobre *Questões sobre as curvas reversas,* assumindo em 1926, na mesma instituição, a cátedra de Mecânica Racional. Iniciou-se, então, uma intensa modernização dos programas de matemática na Escola Politécnica (D'AMBROSIO, 2011, p. 70).

Observaram-se nos arquivos, por meio das fichas de cadastro, que Theodoro tirou várias licenças da universidade (na maioria das vezes para tratar da saúde), iniciando uma de seis meses em 10 de Março de 1930. Neste ano, o engenheiro-matemático esteve visitando a cidade de Paris, onde ministrou um curso sobre Cálculo Vetorial, conforme o já ministrado na Escola Politécnica de São Paulo, além de realizar a publicação do mesmo por uma conhecida editora do país estrangeiro. De acordo com D'Ambrosio:

> Como professor-visitante em Paris, 1930, Theodoro Ramos ministrou um curso sobre Vetores, que foi publicado pela prestigiosa Librairie Scientifique Albert Blachard, com o título *Leçons sur Le Calcul Vectoriel.* No "Avant-Propos" Theodoro Ramos diz: *L'utilité de l'usage dês "vecteurs" dans l'étude dês questions les plus variées de Géométrie, de Mécanique, de Physique est désormais hors de discussion, et nombreuses sont les écoles techniques supérieures qui maintiennent régulièrement des cours sur Le Calcul Vectoriel. A l'École Polytechnique de São Paulo (Brésil), em dehors de l'enseignement de la chaire de Théorie dês Vecteurs, fondée em janvier de 1926, des cours libres ont été organisés pour l'instruction des ingénieurs qui voudrait pousuivrie des études de Physique théorique. Le petit ouvrage que nous présentos au public contient à peu près la matière d'um cours libre de Calcul Vectoriel professé pendant le second semestre de 1929, et qui a été oriente surtout vers les éléments de l'analyse vectorielle et vers les théories préparatories à l'étude du Calcul Tensoriel (T. A. Ramos)* (D'AMBROSIO, 2011, p. 70).

Para Freire:

> O que caracteriza as "Lições sobre o Calculo Vetorial", além do seu real valor didactico, em que assumptos de Geometria, de Calculo, e de Physica, são tratados com notavel equilibrio de clareza, de

> synthese e de rigor, é a sua fidelidade ao espírito do methodo vectorial: as noções e relações que na obra em questão se encontram, apresentam-se com toda pureza do seu valor intrínseco (FREIRE, 1936).

Abaixo a folha de rosto das publicações acima mencionadas. Primeiro a versão em português e publicado no Brasil — Calculo vectorial. São Paulo: Typografia Brazil de Rothschild e Co., 1927 — e, segundo, a publicação francesa — Leçons sur le calcul vectoriel. Paris: Librairie Scientifique Albert Blanchard, 1930.

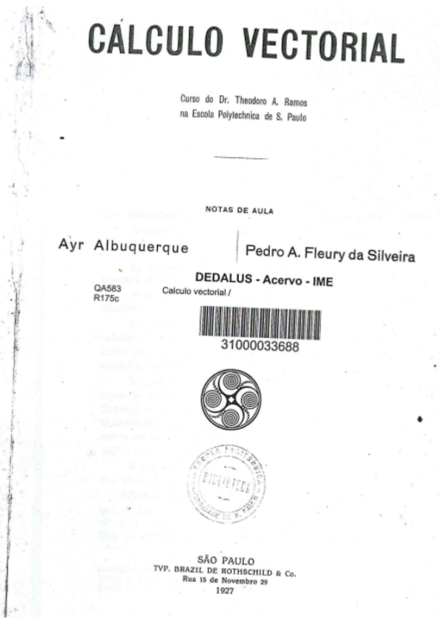


Figura 1: Capa da publicação brasileira

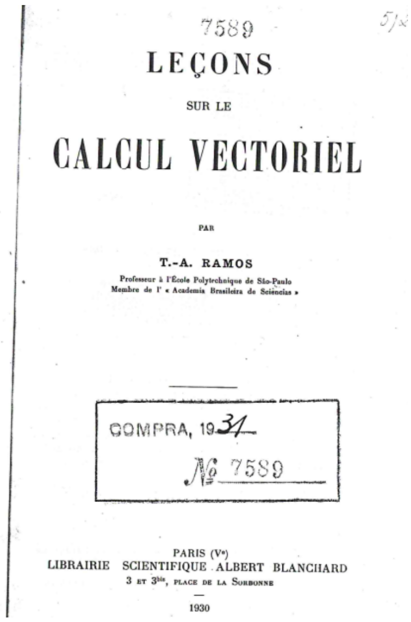


Figura 2: Capa da publicação francesa

Como já mencionado, um dos fatos largamente mencionado por historiadores quando tratam do personagem em questão, atenta-se para o empenho deste na criação e organização da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da então Universidade de São Paulo. Acerca disso, Theodoro explica em um relatório intitulado: *A educação pública em São Paulo: Problemas e discussões — Inquérito para "O Estado de São Paulo" em 1926*, realizado por Fernando de

Azevedo[9], a pedido de Júlio de Mesquita Filho[10], seu posicionamento quanto à necessidade da criação desta nova faculdade.

> *Questão 10:* Que pensa, pois da criação de uma universidade em São Paulo, organizada dentro do espírito universitário moderno:
>
> R10: a) De maneira que se integrem num sistema único, mas sob a direção autônoma, as faculdades profissionais (de medicina, de engenharia, e de direito), institutos técnicos de especialização (farmácia, odontologia) e institutos de altos estudos (faculdades de filosofia e letras; de ciências econômicas e sociais; de educação, etc);
>
> b) E de maneira que, sem perder o seu caráter de "universalidade", se possa desenvolver, como uma "instituição orgânica e viva", posta pelo seu espírito científico, pelo nível dos estudos e pela natureza e eficácia de sua ação, a serviço da formação e desenvolvimento da cultura nacional?
>
> Em um discurso pronunciado há cerca de dois anos na Escola Politécnica de S. Paulo, como paraninfo das turmas de engenheiros civis e eletricistas, manifestei-me pela criação de uma universidade "de onde parta forte e permanente estimulo ao progresso econômico e industrial do país, e de onde se irradie a força intelectual e moral da nação". Afirmei, então, que a organização universitária ideal seria aquela que a par da manutenção de numerosos cursos visando a formação de profissionais capazes nas especialidades respectivas, instituísse um ensino de alto cunho científico para o grupo de selecionados que se destinasse ao professorado e as pesquisas originais.
>
> *Questão 11:* Por onde se deveria atacar logo, de maneira prática, no Estado, esse problema complexo de cuja solução depende a organização de verdadeiros núcleos de pensamento original e fecundo, de pesquisa e de disciplina mental, capazes de abrir caminho ao desenvolvimento da ciência e cultura nacionais?
>
> R11: Penso que, inicialmente, poderia o governo do Estado criar uma Faculdade de Filosofia e Letras, um Instituto de Educação e alguns cursos superiores de matemáticas, física e química, anexos a Escola Politécnica e cujos laboratórios seriam completados.

[9]Fernando de Azevedo (1894–1974) trabalhou para o jornal *O Estado de São Paulo* entre 1923 e 1926.

[10]Júlio de Mesquita Filho (1892–1969): Na época da publicação era o diretor do jornal *O Estado de São Paulo*, importante jornal da época para o país.

> Poderiam ser aproveitados elementos nacionais de valor e elementos estrangeiros dos Institutos Franco-Paulista e Franco-Brasileiro de Alta Cultura. Mais tarde seria dado maior desenvolvimento aos institutos de pesquisas científicas e de cultura livre e desinteressada (RAMOS, 1937, p. 408–409).

Assim:

> Em 1933 foi criada, por Decreto Estadual, a Universidade de São Paulo, reunindo algumas escolas superiores já em atividade, especificamente a Faculdade de Direito, a Escola Politécnica e a Faculdade de Medicina, e criando uma nova escola, muito no espírito da *École Normale Supérieure*, denominada Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras, e que seria a *celula mater* da Universidade de São Paulo. A universidade foi organizada, administrativamente, nos moldes da, então ainda moderna, Universidade de Berlim. A nova Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras teria a responsabilidade de desenvolver pesquisa pura e, ao mesmo tempo, de formar quadros para o ensino secundário e superior. Concordou-se que as cátedras da nova Faculdade não seriam distribuídas entre docentes de cátedras afins das escolas existentes, mas seriam providas por professores especialmente contratados para essas cátedras, preferencialmente recrutados em universidades europeias. A esses professores seria solicitada colaboração junto às disciplinas básicas das três escolas tradicionais. Propunha-se, assim, uma efetiva modernização do panorama intelectual e profissional do Estado de São Paulo (D'AMBROSIO, 2011, p. 73).

Professores estes, contratados por Theodoro. Particularmente a chamada Subseção de Matemática, D'Ambrosio, esclarece que:

> O jornalista Júlio de Mesquita Filho (1892–1969), então exilado na Europa, Armando Sales Oliveira (1887–1945), interventor federal no Estado de São Paulo, e Theodoro Augusto Ramos, professor da Escola Politécnica, foram encarregados da contratação de professores para prover as cátedras da nova faculdade. Embora tivesse excelentes contatos na França, Theodoro Ramos optou por contratar italianos para as cátedras de Matemática e Física. Uma especulação sobre as razões dessa opção apontam para o fato de estar havendo, por parte da importante comunidade italiana de São

> Paulo, na qual era evidente uma simpatia para com o governo fascista italiano, pressão para que fossem contratados cientistas políticos e sociais da Itália. Optou-se, no entanto, pela contratação de professores franceses para as áreas sociais e humanas, por serem conhecidos pelo seu liberalismo. Satisfazendo as pressões das comunidades alemãs e italianas, foram contratados para ciências químicas e biológicas, professores alemães, e para matemática[11] e física, professores italianos (D'AMBROSIO, 2011, p. 73).

Embora Theodoro tenha vindo a falecer em 1935, verifica-se pelos registros e documentos oficiais da FFCL a importância que este personagem possuiu na criação e organização da mesma. Além disso, por meio de seus artigos e obras, e/ou ainda suas atuações nas diversas esferas do setor público administrativo educacional, esteve à frente do seu tempo tanto nas ideias quanto nas ações. Contribuiu significativamente para a Matemática e seu desenvolvimento no país enquanto professor, administrador e pesquisador.

4 Considerações finais

Theodoro, em sua breve vida, foi um insigne incentivador de estudos para o desenvolvimento das Ciências Matemáticas no Brasil. Embora tenha se graduado em Engenharia Civil, apaixonou-se pela abstração matemática ainda em sua graduação. Foi professor atuante, pesquisador inquieto, administrador e procurou cumprir com destreza todos os ofícios que lhe foram concedidos. Seus trabalhos e atividades mostram sua preocupação com a educação brasileira. Um dos seus mais relevantes serviços à sociedade, especificamente no campo da cultura e ciência, foi à ativa participação no processo de fundação da Universidade de São Paulo.

Sua atuação no magistério apresentou duas marcas registradas: introduzir a parte conceitual da teoria nos tópicos estudados e procurar esclarecer seus alunos quanto à necessidade de expandir os estudos matemáticos no Brasil, e que podem ser observados no conteúdo programático das disciplinas assinados por Theodoro, bem como por meio de discursos proferidos pelo mesmo. Essa consciência não se limitava a simples panfletagem. Theodoro, um dos mais atualizados matemáticos brasileiros da época mantinha constante contato com cientistas nacionais e estrangeiros. Discípulo de Amoroso Costa, foi

[11] Por exemplo, para a Matemática, foi contratado, na cátedra de Geometria Superior, Luigi Fantappiê (1901–1956), um dos jovens matemáticos italianos mais promissores, aluno do consagrado Vito Volterra (D'AMBROSIO, 2011, p. 73).

seu continuador no movimento de renovação científica e de modernização do ensino superior no Brasil, combatendo a influência do positivismo de Comte (1758–1857) sobre a elite intelectual brasileira. Importante ressaltar a contribuição desse grande pesquisador, membro da Academia Brasileira de Ciências, citando um de seus mais significativos trabalhos sobre as funções de variáveis reais, das integrais definidas de funções descontínuas e o cálculo vetorial. Nas palavras de Freire:

> Sente-se, porém, através de toda a actividade não scientífica e professoral de Theodoro Ramos, que o homem de sciencia, nelle, nunca foi ausente. Os seus trabalhos, em qualquer época, vêm sempre vinculados por uma elaboração interior profunda, revelando uma cultura que cedo principiou, e, sobretudo, um pensamento que jamais se distrahiu. [...] Eis ahi o pallido perfil que pude traçar dessa figura singular e polyedrica que foi Theodoro Augusto Ramos [...] Com o recuo indispensavel do tempo, quando a figura do homem tiver cedido inteiramente a do pensador, a imagem de Theodoro Ramos como professor e mathematico, sobretudo, mas tambem como índice de civismo, que muito quis a sua gente e a sua terra, será exactamente composta" (FREIRE, 1936).

Referências bibliográficas

BONFIM, S. H. *Theodoro Augusto Ramos: um estudo comentado de sua tese de doutoramento.* Tese (doutorado). Rio Claro: Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. 2013.

BORGES, V. P. *Grandezas e misérias da biografia.* 1.ª ed. In PINSKY, Carla Bassanezi (Org.). Fontes Históricas. São Paulo: Contexto, 2005.

CASTRO, F. M. de O. *A Matemática no Brasil.* Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2.ª ed., 1999.

D'AMBROSIO, U. *Uma História Concisa da Matemática no Brasil.* Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2.ª ed., 2011.

FREIRE, L. *A Obra Mathematica de Theodoro Ramos.* Jornal do Commercio, Rio de Janeiro, 5/7/1936.

RAMOS, T. A. *Sobre as Funcções de Variaveis Reaes.* Tese de doutorado. Escola Politécnica do Rio de Janeiro, 1918.

RAMOS, T. A questão apreciada pelo Theodoro Ramos. In AZEVEDO, F. de. *A Educação Publica em S. Paulo. Problemas e discussões. Inquérito para O Estado de S. Paulo em 1926*. São Paulo, Rio de Janeiro, Recife: Companhia Editora Nacional, 1937, p. 400 – 410.

SILVA, C. P. da, *Início e Consolidação da Pesquisa Matemática no Brasil*. Brasília: Senado Federal, Conselho Editorial, 2008.

SOUTO, R. M. A. *Mario Tourasse Teixeira: o homem, o educador, o matemático*. Tese (doutorado). Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, 2006.

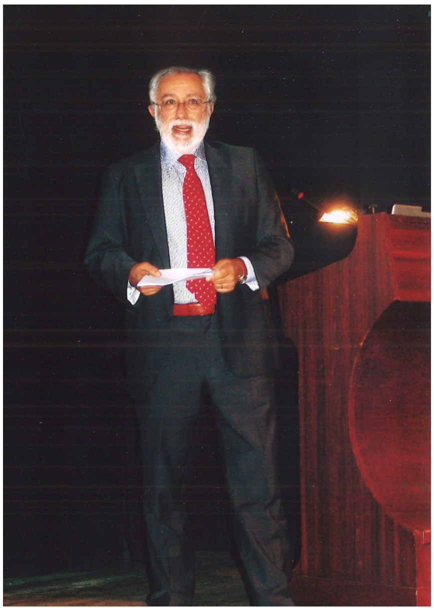
VENÂNCIO FILHO, F. *Theodoro Ramos*. Revista Brasileira de Engenharia, Ano XV, Tomo XXX, n.º 6. Dezembro de 1935.

VEYNE, P. M. *Como se escreve a história; Foucault revoluciona a história*. Tradução de Alda Baltar e Maria Auxiliadora Kneipp. Ed. 4. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1982. [reimpressão 2008]

Arquivo fotográfico

Conferência inaugural, Silvino Curado.
Auditório Municipal da Casa da Música, 15/10/14

Lançamento do carimbo e do selo comemorativo do centenário de José Sebastião e Silva. Auditório Municipal da Casa da Música, 16/10/14
Da esquerda para a direita: Ana Calçada (Câmara de Óbidos), Luis Saraiva (SNHM), Sérgio Nobre (SBHMat), Fernando Pestana da Costa (SPM) e o representante dos CTT



Conferência Plenária de
Angelo Guerraggio.
Auditório Municipal da Casa da
Música, 16/10/14

Conferência Plenária de
Jean Mawhin.
Auditório Municipal da Casa da
Música, 16/10/14

Sessão do Simpósio Poincaré no Museu Abílio, 16/10/14

Conferência Plenária de
Martina Schiavon.
Auditório Municipal da Casa da
Música, 17/10/14

Conferência Plenária de
Itala d'Ottaviano.
Auditório Municipal da Casa da
Música, 18/10/14

Conferência de Bernardo Mota.
Museu Municipal, 16/10/14

Jantar num restaurante de Óbidos

Conferencistas durante o passeio social, 17/10/14
Da esquerda para a direita: Marcos Lübeck, Angélica Calábria, Mônica Martines, Zaqueu Oliveira, Viviane dos Santos, Luis Saraiva e Sabrina Bonfim

Conferencistas num intervalo de uma sessão, 19/10/14
Da esquerda para a direita: José Manuel Matos, Luis Saraiva, Henrique Guimarães, Wagner Valente, Célia Leme e Iran Abreu Mendes

O núcleo de apoio da SPM: Sílvia Dias, Maria Teresa Pires e Rita Ferrer

Exposições na Galeria do Pelourinho: *José Sebastião e Silva (1914–1972): Obra Pedagógica*, do Grupo de Trabalho sobre História e Memória do Ensino da Matemática e *José Sebastião e Silva (1914–1972): o Professor e o Cientista*, exposição conjunta da Universidade de Lisboa e da SPM

Exposição na Galeria do Pelourinho: *Imagens Caligráficas da Amazónia no século XVIII: Ciência, Arte e Técnica em Cartaz*, de Iran Abreu Mendes e Maria Lúcia Rocha

Convívio antes do jantar da conferência

Jantar da conferência no Grupo Desportivo de A dos Negros, 18/10/14

Aspectos do jantar da conferência no Grupo Desportivo de A dos Negros, 18/10/14

Índice