Anais / Actas do

8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática

Marcos Lübeck
Sergio Roberto Nobre
Organizadores

unioeste Universidade Estadual do Oeste do Paraná Foz do Iguaçu
SBHMat Sociedade Brasileira de História da Matemática
spm Sociedade Portuguesa de Matemática — Seminário Nacional de História da Matemática
FAPESP Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo

ANAIS/ACTAS
DO
8º ENCONTRO
LUSO-BRASILEIRO
DE
HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Marcos Lübeck
Sergio Roberto Nobre
(Organizadores)

Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Foz do Iguaçu – Paraná – Brasil
2021

Título: Anais/Actas do 8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática
Coordenação Científica: Luis Manuel Ribeiro Saraiva e Sergio Roberto Nobre
Organizadores: Marcos Lübeck e Sergio Roberto Nobre
Capa: Marcelo Botura Sousa e Marcos Lübeck
Revisão: Autores/Autoras

Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UNIOESTE

E56a Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática (8.: 2018: Foz do Iguaçu - PR)
Anais/Actas do 8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática. / Organização de Marcos Lübeck, Sergio Roberto Nobre. – Foz do Iguaçu: Unioeste, 2021.
630 p.

ISBN: 978-85-68205-47-1
Evento realizado na Unioeste-Campus de Foz do Iguaçu, no período de 13 a 16 de agosto de 2018.
Disponível em: https://www.sbhmat.org

1. Matemática – História. 2. Matemática - Congressos. I. Lübeck, Marcos (org.). II. Nobre, Sergio Roberto (org.). III. Título.

CDD 20. ed.– 510.09

Sandra Regina Mendonça CRB 9/1090

Realização:
Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat); Sociedade Portuguesa de Matemática/Seminário Nacional de História da Matemática (SPM/SNHM); Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste).

2021

APRESENTAÇÃO

Os Encontros Luso-Brasileiros de História da Matemática (ELBHM) são respeitáveis eventos científicos internacionais que congregam, principalmente, pesquisadores e interessados em História da Matemática do Brasil e Portugal. Sua organização é uma ação conjunta entre a Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat) e a Sociedade Portuguesa de Matemática/Seminário Nacional de História da Matemática (SPM/SNHM), intercalando uma edição em cada país. Recentemente, o 8º ELBHM celebrou os 25 anos de sua existência, edição esta realizada no Centro de Engenharias e Ciências Exatas (CECE), da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste), no Parque Tecnológico Itaipu (PTI), em Foz do Iguaçu, no Brasil, de 13 a 16 de agosto de 2018.

Seus objetivos principais foram incentivar o intercâmbio entre brasileiros e portugueses, e mesmo outras nacionalidades, que trabalham com História da Matemática; divulgar e discutir pesquisas realizadas em História da Matemática e no domínio das relações entre História, Epistemologia, Cultura, Tecnologia e Ensino de Matemática; difundir a História da Matemática aos professores dos Ensinos Fundamental, Médio e Superior, e entre estudantes de Graduação e Pós-Graduação em Matemática, Educação Matemática, História das Ciências e áreas afins. Este 8º Encontro, em particular, ficou marcado pela junção entre a história e a contemporaneidade, pois seus participantes tiveram a oportunidade de desfrutar aqui de belíssimos cenários naturais, além de diversas maravilhas tecnológicas e culturais, bem como trocar experiências e trabalhar em prol do desenvolvimento da ciência e da tecnologia, e do crescimento social, cultural e humano, pautados em sérias pesquisas que fundamentam estes progressos.

Produto de uma dinâmica acadêmica e científica, cada ELBHM torna-se, em cada edição, sempre maior, congregando cada vez mais interessados em pesquisar, discutir e divulgar a História da Matemática e suas áreas correlatas. Assim, o Encontro oferece uma ampla programação, na qual são apresentadas produções, debatidos assuntos emergentes, expostos problemas e soluções, bem como são divulgadas muitas experiências. Com seu princípio em Coimbra, Portugal, em 1993, o ELBHM busca, desde então, estreitar relações científicas entre os pesquisadores dos países sedes dos eventos. Inicialmente, pensou-se organizar os eventos de 4 em 4 anos. Contudo, hoje, seu algoritmo implica que cada evento no Brasil se realize 4 anos depois do ocorrido em Portugal, e que cada evento em Portugal aconteça 3 anos após seu anterior ocorrido no Brasil.

O rol dos ELBHM é o seguinte:

- 1º ELBHM: Universidade de Coimbra, Portugal, 31 de Agosto a 3 de Setembro de 1993.
- 2º ELBHM: Águas de São Pedro, São Paulo, Brasil, 23 a 26 de Março de 1997.

- 3º ELBHM Universidade de Coimbra, Portugal, 7 a 12 de Fevereiro de 2000.
- 4º ELBHM: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Brasil, 24 a 27 de Outubro de 2004.
- 5º ELBHM: Castelo Branco, Portugal, 3 a 7 de Outubro de 2007.
- 6º ELBHM: Universidade Federal de São João Del-Rei, Brasil, 28 a 31 de Agosto de 2011.
- 7º ELBHM: Óbidos, Portugal, 15 a 19 de outubro 2014.
- 8º ELBHM: Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu, Brasil, 13 a 16 de agosto de 2018.

No 8º ELBHM participaram cerca de 260 pessoas, entre palestrantes, apresentadores e ouvintes. Foram 151 trabalhos apresentados como Palestras Plenárias, Simpósios Temáticos, Comunicações e Pôsteres. As sínteses destes trabalhos foram publicados em um *Caderno de Resumos*. Agora, o livro dos/as *Anais/Actas do 8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática* entrega 41 artigos, de palestrantes, simposistas e comunicadores, organizados aqui em ordem alfabética dos títulos e em formato de capítulos. É um grande momento para este importante evento que comemora sua maturidade. Mais informações podem ser acessadas em: http://www.elbhm.com ou https://www.sbhmat.org.

Assim, queremos agradecer às instituições e pessoas que ajudaram, de uma forma ou de outra, a realizar este excelente Encontro, a saber: Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat); Sociedade Portuguesa de Matemática/Seminário Nacional de História da Matemática (SPM/SNHM); Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste); Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP); Itaipu Binacional/Turismo; Parque Tecnológico Itaipu (PTI); Prefeitura Municipal de Foz do Iguaçu/ Secretaria Municipal de Turismo; Comissões Científicas; Coordenadores dos Simpósios Temáticos; Palestrantes; Conferencistas; Expositores; Participantes; e Funcionários, Alunos e Professores do Centro de Engenharias e Ciências Exatas (CECE), do Curso de Licenciatura em Matemática e Centro Acadêmico de Matemática (CAM) da Unioeste, *campus* de Foz do Iguaçu/Paraná/Brasil.

Comissão Organizadora do 8º ELBHM.

Foz do Iguaçu, dezembro de 2021.

8º ENCONTRO LUSO-BRASILEIRO DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA
- 8º ELBHM -
13 a 16 de agosto de 2018
Universidade Estadual do Oeste do Paraná - Unioeste
Foz do Iguaçu - Paraná - Brasil

COMISSÃO ORGANIZADORA LOCAL
Dr. José Ricardo Souza (Unioeste)
Dra. Kelly Roberta Mazzutti Lübeck (Unioeste)
Dr. Luciano Panek (Unioeste)
Dr. Marcos Lübeck (Unioeste) – **Coord. Local**
Dra. Nayene Michele Paião Panek (Unioeste)
Dra. Renata Camacho Bezerra (Unioeste)
Me. Vanessa Lucena Camargo de Almeida Klaus (Unioeste)

COMISSÃO DE APOIO LOCAL
Antonio Rodrigues Junior (Laboratório de Ensino de Matemática/Unioeste)
Marcelo Botura Sousa (Centro Acadêmico de Matemática/Unioeste)
Rodrigo Cabanha (Centro Acadêmico de Matemática/Unioeste)

COMISSÃO CIENTÍFICA - BRASIL
Dr. Fumikazu Saito (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo)
Dr. Iran Abreu Mendes (Universidade Federal do Pará)
Dra. Lígia Arantes Sad (Instituto Federal do Espírito Santo)
Dr. Marcos Vieira Teixeira (Universidade Estadual Paulista)
Dr. Sergio Roberto Nobre (Universidade Estadual Paulista) – **Coord. Brasil**
Dr. Wagner Rodrigues Valente (Universidade Federal de São Paulo)

COMISSÃO CIENTÍFICA - PORTUGAL
Dra. Carlota Simões (Universidade de Coimbra)
Dr. Fernando José Bandeira de Figueiredo (Universidade de Coimbra)
Dr. Henrique Guimarães (Universidade de Lisboa)
Dr. João Manuel Caramalho de Melo Domingues (Universidade do Minho)
Dr. Luis Manuel Ribeiro Saraiva (Universidade de Lisboa) – **Coord. Portugal**
Dra. Mária Cristina Ribeiro Correia de Almeida (Universidade Nova de Lisboa)

ORGANIZAÇÃO
Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat)
Seminário Nacional de História da Matemática/Sociedade Portuguesa de Matemática (SNHM/SPM)
Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste)
Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática da Unioeste/Foz do Iguaçu

PROGRAMAÇÃO

O 8º ELBHM ocorreu nas dependências do Parque Tecnológico Itaipu, no Auditório César Lattes, nas Salas Florestan 1, 2 e 3, e nas Salas de Aula do Curso de Licenciatura em Matemática da Unioeste, nos dias 13, 14, 15 e 16 de agosto de 2018, promovendo conferências, comunicações e apresentações de pôsteres, bem como apresentações artístico-culturais.

Solenidade de Abertura:
Diretor Geral da Unioeste do campus de Foz do Iguaçu.
Diretor do Centro de Engenharias e Ciências Exatas.
Diretor do Parque Tecnológico Itaipu.
Presidentes da SBHMat e do SNHM/SPM.
Coordenadores Científicos do Evento.
Coordenador Local do Evento.

Conferência de Abertura:
Dr. Iran Abreu Mendes - UFPA - Brasil.

Conferências Plenárias:
Dr. António José Duarte Costa Canas - Escola Naval - Portugal.
Dr. José Francisco da Silva Costa Rodrigues - Univ. de Lisboa - Portugal.
Dr. Fábio Maia Bertato - Unicamp - Brasil.
Dra. Rosilda dos Santos Morais - Unifesp - Brasil.

Conferência de Encerramento:
Dr. Luís Manuel Ribeiro Saraiva - Universidade de Lisboa - Portugal.

Simpósios Temáticos:
1. História do Ensino/Educação Matemática.
Organizadores:
Dr. Wagner Rodrigues Valente (Unifesp) e Dra. Mária Cristina Ribeiro correia de Almeida (Universidade Nova de Lisboa).

2. História da Matemática no Brasil.
Organizadores:
Dr. Sergio Roberto Nobre (Unesp) e Dr. Marcos Vieira Teixeira (Unesp).

3. As Matemáticas e as Ciências Afins na Construção dos Territórios Nacionais: atores, instituições e territórios.
Organizadores:
Dr. Fernando José Bandeira de Figueiredo (Universidade de Coimbra) e
Dr. Tomás Augusto Santoro Haddad (USP).

4. História das Matemáticas nos séculos XVI e XVII.
Organizadores:
Dr. Gert Felix Schubring (UFRJ) e Dr. Fumikazu Saito (PUC).

5. História da Matemática nos séculos XVIII a XX.
Organizadores:
Dr. João Manuel Caramalho de Melo Domingues (Universidade do Minho) e Dr. Carlos Roberto de Moraes (Uniararas).

6. História e Epistemologia da Matemática.
Organizadoras:
Dra. Lígia Arantes Sad (IFES) e Dra. Bernadete Morey (UFRN).

Comunicações Orais e Pôsteres:
Propostas(os) e apresentadas(os) por estudantes e pesquisadores(as) da área.

Cronograma:

	13/08/2018	14/08/2018	15/08/2018	16/08/2018
08:00h – 10:00h	Credenciamento na Barreira de Controle da Usina de Itaipu e Entrega de Materiais no PTI/CECE Unioeste	Comunicações Orais	Comunicações Orais	Comunicações Orais
10:00h – 10:15h		Intervalo	Intervalo	Intervalo
10:15h – 12:15h		Conferências Plenárias	Conferências Plenárias	Encerramento
12:15h – 14:00h	Almoço	Almoço	Almoço	
14:00h – 16:00h	Abertura	Simpósios Temáticos	Simpósios Temáticos	
16:00h – 16:15h	Intervalo	Intervalo	Intervalo	
16:15h – 18:15h	Simpósios Temáticos	Simpósios Temáticos	Apresentação de Pôsteres	

SUMÁRIO

A CONTRIBUIÇÃO INICIAL DE SYLVESTER PARA A TEORIA DOS INVARIANTES: UMA ANÁLISE DE ASPECTOS ALGÉBRICOS E GEOMÉTRICOS

Magno Luiz Ferreira
UFRJ
magno.ferreira@ifrj.edu.br

Gérard Émile Grimberg
UFRJ
gerard.emile@terra.com.br

Resumo

Em 1852, o matemático James Joseph Sylvester (1814-1897) publica o artigo "A demonstration of the theorem that every homogeneous quadratic polynomial is reducible by real orthogonal substitutions to the form of a sum of positive and negative squares", na Philosophical Magazine. Este trabalho apresentou a conhecida lei de inércia para formas quadráticas, que foi um dos resultados importantes a respeito da Teoria dos Invariantes, na qual trabalhou em conjunto com George Salmon (1819-1904) e Arthur Cayley (1821-1895). No período de 1837 e 1850, a maior parte do trabalho Sylvester tratou de problemas relacionados com Teoria de Eliminação. Apesar da historiografia apresentar Sylvester como um algebrista, os trabalhos que sucederam este período apresentam inferências a respeito de propriedades geométricas de curvas e sua relação com a Teoria dos Invariantes. O interesse por questões sobre geometria também se faz presente em correspondências como em uma carta escrita em 1849 para Henry Peter Brougham (jurista inglês, 1778-1868) onde Sylvester apresenta suas perspectivas a respeito de novos direcionamentos para geometria. Com isso, o objetivo deste trabalho é apresentar uma análise de aspectos algébricos e geométricos das produções científicas de Sylvester no período de 1850 a 1852. A escolha deste período se deve ao fato do mesmo representar datas das primeiras publicações que tratam da Teoria dos Invariantes, nos quais Sylvester discute o tratamento analítico de problemas geométricos. Mais especificamente, pretende-se, através de uma releitura de alguns artigos publicados neste período, apresentar como estes auxiliam a ideia de inércia apresentada no artigo de 1852 e como os mesmos contribuem não só para o desenvolvimento de teoria algébricas, mas também geométricas.

Palavras-chave: Teoria dos Invariantes. Geometria. Sylvester. Lei de Inércia. Século XIX.

Introdução

No período de 1839 a 1847, as produções relacionadas a matemática de James Joseph Sylvester se restringiram a 16 artigos publicados nos periódicos Philosophical Magazine e Cambridge Mathematical Journal e trataram dos seguintes assuntos: teoria de eliminação, raízes de equações algébricas e análise combinatória. Neste período, Sylvester enfrentou sérias dificuldades para se estabelecer como pesquisador em Matemática.

Tendo sido professor de Filosofia Natural de 1837 a 1841, professor de Matemática na Universidade de Virgínia nos Estados Unidos por apenas 4 meses e, por fim, trabalhou como atuário na Equity and Law Assurance Society no período de 1846 a 1855, ano no qual se torna professor de matemática da Royal Military Academy de Woolwich (PARSHALL, 1998).

Durante este período trabalhando como atuário, Sylvester tomou conhecimento do artigo de George Boole "Exposition of a General Theory of Linear Transformations" publicado em 1841 no Cambridge Mathematical Journal. De acordo com Parshall (1989), este trabalho chegou ao conhecimento de Sylvester através de outro matemático, Arthur Cayley. Como veremos na próxima seção, estes dois personagens foram os principais incentivadores das pesquisas sobre teoria dos invariantes na Inglaterra, juntamente com George Salmon.

Sylvester percebeu que seu trabalho com teoria da eliminação apresentava potencial para contribuir com as discussões sobre teoria das formas, assunto principal do trabalho de Boole, na qual Cayley estava trabalhando quando os dois se conheceram. Desta forma, afirmamos que estes eventos acabaram por influenciar uma mudança importante nas publicações seguintes do matemático, como pode ser visto no seguinte trecho de sua carta escrita ao Lord Brougham em Dezembro de 1849:

> A tendência atual da Geometria é apontar para uma generalidade que é incapaz de ser atingida por sua própria natureza, a menos que admitamos a doutrina do Espaço Inconcebível; espaço dotado de um número indefinido de dimensões. Linhas e figuras imaginárias no espaço comum há muito tempo são admitidas na Geometria Moderna, mas o Espaço Inconcebível (como me atrevo a chamá-lo) é um passo ainda mais alto na ordem do desenvolvimento transcendental.[1] [SYLVESTER para LORD BROUGHAM, Dez 1849]. (PARSHALL, 1998, p. 20).

Podemos notar que Sylvester vinha estudando e refletindo sobre temas que estavam em alta na pesquisa em matemática no período de 1844 a 1849.

[1] The present tendency of Geometry is to point to a generality which it is incapable from its very nature of attaining, unless we admit the doctrine of Inconceivable Space; i.e. space endowed with an indefinite number of dimensions. Imaginary lines & figures in ordinary space have long been admitted into Modern Geometry, but Inconceivable Space (as I venture to term it) is a step still higher in the order of transcendental development.

Período que coincide com seu trabalho como atuário e o início de sua amizade com Cayley e, no qual, possivelmente conheceu seu trabalho com transformações lineares. Além disso, também é possível notar que Sylvester percebia conexões entre seu trabalho desenvolvido no final da década de 1830 e a nova geometria que estava descobrindo

> O verdadeiro significado disso é que a geometria é de fato apenas uma personificação parcial de uma ciência muito mais geral, e que a ciência é um ramo da análise que podemos denominar por uma única palavra - eliminação. A eliminação é coincidente com a verdadeira teoria da Geometria Universal, a Geometria agora chamada contentará em usar o nome de Geometria Vulgar no futuro, ficando com o Universal em certa parte da mesma relação que Aritmética Vulgar com Álgebra em geral. [2] [SYLVESTER para LORD BROUGHAM, Dez 1849]. (PARSHALL, 1998, p. 20, tradução nossa).

Assim, podemos afirmar que o trabalho realizado com equações algébricas foi a porta de entrada de Sylvester para os novos rumos que a pesquisa em matemática começava a tomar na Inglaterra na segunda metade do século XIX.

Este trabalho faz parte das ações iniciais da pesquisa para produção de tese de doutorado do Programa de Pós-graduação em Ensino e História da Matemática e da Física. Pretendemos apresentar uma análise de artigos de Sylvester publicados entre 1850 a 1852, ano da publicação do "A demonstration of the theorem that every homogeneous quadratic polynomial is reducible by real orthogonal substitutions to the form of a sum of positive and negative squares" na Philosophical Magazine.

Esta análise tem como objetivos destacar características algébricas e geométricas de trabalhos que tratem ou tenham relação com a teoria dos invariantes, de modo que seja possível demarcar as contribuições iniciais de Sylvester para a evolução de uma teoria que apresento grande destaque na matemática inglesa do século XIX.

O envolvimento com a Teoria dos Invariantes

[2] The true meaning of it is that Geometry is in fact but a partial embodiment of a much higher & more general science, that science a branch of Analysis we can denominate by a single word- Elimination. Elimination is coincident with the true theory of Universal Geometry, the Geometry now so called will in future times be content to take the name of Vulgar Geometry, standing to the Universal in somewhat of the same relation as Vulgar Arithmetic to Algebra at large.

Como dito anteriormente, o estudo da teoria dos invariantes no Reino Unido e foi desenvolvido, principalmente, pelos matemáticos George Salmon, Arthur Cayley e James Joseph Sylvester. Nesta seção apresentaremos uma breve discussão a respeito do modo como esta teoria chegou ao conhecimento de Sylvester.

Do que trata a teoria dos invariantes? De acordo com Bernd Sturmfels, um matemático do século XIX responderia esta pergunta com afirmando que esta teoria é a ponte entre álgebra e geometria (HILBERT, 1897). Este ponto de vista pode ser percebido no Programa Erlangen de Félix Klein.

Segundo Klein (1928), a teoria dos invariantes começa pela teoria dos números com o Disquisitiones arithmeticae escrito por Gauss em 1801. O principal objetivo deste trabalho é o estudo de formas quadráticas e como substituições lineares influenciavam as mesmas. Apesar disso, o tratamento algébrico/geométrico deste problema não foi visto como uma possiblidade imediata.

Esse problema foi retomado pelo matemático George Boole no ano de 1838, que abordou uma generalização do problema. Para um polinômio homogêneo de grau n em m incógnitas e uma transformação linear de suas variáveis, Boole queria "... determinar as relações pelas quais os [coeficientes do polinômio antes e depois da transformação são aplicados] são mantidos em mútua dependência."

Em 1841, Boole publica Exposition of a General Theory of Linear Transformations no Cambridge Mathematical Journal. Segundo Parshall (1989), este artigo da início as pesquisas com teoria dos invariantes na Inglaterra a partir do momento que chega ao conhecimento de Cayley em 1844. No caso de Sylvester, o interesse se manifesta em artigos publicados a partir de 1850 quando, sobre a influência de Plücker, ele começa a discutir questões referentes a geometria projetiva.

Interesses e escolha dos artigos

Escolhemos uma sequência de trabalhos que auxiliam a produção do "A demonstration of the theorem that every homogeneous quadratic polynomial is reducible by real orthogonal substitutions to the form of a sum of positive and negative squares". Outros textos foram escolhidos por apresentarem interface entre álgebra e geometria e/ou tratarem de contribuições para a nova teoria.

Para tais escolhas, optamos por expor alguns dos interesses de Sylvester, no período já citado, que se fazem presentes em sua correspondência ou em seus próprios trabalhos. Para este trabalho selecionamos 10 artigos publicados no Cambridge and Dublin Mathematical Journal e Philosophical Magazine, distribuídos da seguinte maneira:

	CDMJ	PM
1850	-On the intersections, contacts, and other correlations of two conics expressed by indeterminate coordinates	
1851	-On the intersections of two conics -On the general theory of associated algebraical forms	-On the relation between the minor determinants of linearly equivalent quadratic functions
1852		- A demonstration of the theorem that every homogeneous quadratic polynomial is reducible by real orthogonal substitutions to the form of a sum of positive and negative squares

Uma primeira manifestação do interesse de Sylvester em questões relacionadas a geometria e o seu trabalho com os invariantes pode ser observado em uma carta escrita para Cayley no dia 21 de Dezembro de 1850, onde ele menciona suas investigações sobre interseções de duas cônicas.

> Eu mencionei que uma dúvida pendia sobre minha afirmação de que a menos que as raízes de $\square(U+\lambda V)$ fossem todas reais, os pontos de inflexão devem ser todos imaginários.[3] (PARSHALL, 1998, p. 29, tradução nossa).

De acordo com Parshall (1998), Sylvester analisou a interseção de duas cônicas U e V através das raízes da equação $\square(U+\lambda V)=0$. Essa discussão está publicada no "On the intersections, contacts, and other correlations of two conics expressed by indeterminate coordinates" (1850), onde ele apresentou resultados parciais sobre o problema. A finalização dos mesmos acabou publicada um ano depois sob o título de "On the intersections of two conics". Estes dois trabalhos mostram bem suas preocupações com problemas

[3] I mentioned that a doubt hung over my assertion that unless the roots of $\square(U+\lambda V)$ were all real, the points of inflexion must be all imaginary.

relacionados a geometria e como eles podem ser abordados por técnicas de algébricas.

Seu interesse pela teoria das transformações e com o trabalho de Boole sobre o tema podem ser observados em outra carta escrita para Cayley, desta vez no dia 26 de Dezembro de 1850. De acordo com Parshall (1998), nesta carta uma investigação de Boole, para determinar em que condições um sistema de k equações homogêneas em k incógnitas apresenta uma solução não trivial, é mencionada. Sylvester trata do assunto aproveitando seus trabalhos com teoria de eliminação, que se adequou bem as discussões sobre as transformações, muito incentivadas por Cayey e Salmon. Nesse contexto, a edição de 1851 do Cambridge e Dublin contou com uma discussão sobre transformações e formas apresentada por Sylvester sob o título On the General Theory of Associated Algebraical Forms.

> A seguinte breve exposição da teoria geral das Formas Associadas, ..., pretende ser elucidativa e, em certa medida, uma emenda de algumas das afirmações de meu artigo sobre Transformações Lineares, no número anterior da Jornal.[4] (SYLVESTER, 1851, p. 289, tradução nossa).

É importante ressaltar que este é o primeiro de seus trabalhos onde se encontra explicitamente as expressões covariante, contravariante e invariante. Boa parte da nomenclatura da teoria dos invariantes foi desenvolvida através da correspondência com Cayley (PARSHALL, 1998). Apesar de nunca terem assinado um artigo juntos, a troca de mensagens entre Sylveter e Cayley apresenta contribuições para assuntos que geraram publicações para ambos.

Um exemplo disso são os hiper-determinantes, muito presentes nos trabalhos de Cayley, citados por Sylvester em uma nota da Philosophical Magazine de Maio de 1851. Nesta nota, o autor faz menção ao texto “On the Relation between the Minor Determinants of Linearly Equivalent Quadratic Functions”, no qual a conexão entre a teoria de eliminação, determinantes e teoria dos invariantes se faz presente.

---

[4] The following brief exposition of the general theory of Associated Forms, as far as it has been as yet developed by the labours or genius of mathematicians, is intended as elucidatory and, to a certain extent, emendative of some of the statements in my paper on Linear Transformations, in the preceding number of the Journal.

Aspectos algébricos e geométricos

Nesta seção, passamos a análise direta dos artigos selecionados. Destacamos que se trata de uma análise que visa evidenciar ligações entre estes artigos, de modo que seja possível estabelecer uma interface entre os conceitos algébricos e geométricos presentes nas páginas publicadas. Desta forma, não apresentamos uma análise matemática crua, mas uma releitura dos textos que permite identificar os passos iniciais de uma teoria em desenvolvimento. Optamos por dividir esta seção em subseções que indiquem o tema principal na qual os artigos estão incluídos. Desta forma, os títulos são os seguintes: Cônicas, Transformações e Determinantes.

Artigo 1: "*On the Intersections, Contacts, and other Correlations of Two Conics Expressed by Indeterminate Coordinates*": Este trabalho apresenta um estudo sobre as condições analíticas para a interpretação das possibilidades de interseção e contato de duas cônicas projetivas (nomeadas de U e V) expressas por equações homogêneas de grau 2 em 3 variáveis (ξ, η, ζ). Inicialmente, se discute a natureza das 4 intersecções desta cônicas. Essas soluções podem ser: todas reais, duas reais e duas imaginárias e todas imaginárias. O contexto geométrico se faz presente neste trabalho, como pode ser através da seguinte afirmação:

> Os quatro pontos de interseção das duas cônicas são chamados de quadrângulo. Este quadrângulo terá três pares de lados; as interseções de cada par, para efeitos de analogia, chamo os vértices do quadrângulo.[5] (p. 262, tradução nossa).

Para esta análise, Sylvester mostra que as intersecções podem ser calculadas através da equação $\square(\lambda U + \mu V)=0$[6]. Desta forma, a natureza das soluções estará de acordo com as raízes da equação: caso apenas uma seja positiva, a intersecção será mista e, caso contrário, as interseções serão todas reais ou todas imaginárias.

O artigo também discute as condições dos parâmetros λ *e* μ, de modo que seja possível a existência de cônicas imaginárias ou reais. Nesses casos,

[5] The four points of intersection of the two conies be called a quadrangle. This quadrangle will have three pairs of sides; the intersections of each pair, from principles of analogy, I call the vertices of the quadrangle.

[6] Determinante da forma quadrática $\lambda U + \mu V$, com variáveis ξ, η, ζ e parâmetros λ, μ.

as investigações são feitas sobre as raízes dos determinantes □(U + μV) e □(λU + V), levando em conta se U = 0 ou V = 0 são cônicas reais. Além disso, também se utiliza determinantes das formas para discutir os tipos de contatos entre as cônicas.

Este foi um trabalho inicial a respeito das relações existentes entre funções homogêneas e formas quadráticas, mais especificamente cônicas. Como pode ser visto, este artigo é de natureza essencialmente geométrica e os constructos algébricos são meios de tratar as várias interpretações.

Artigo 2: "*On the Intersections of two Conics*": A continuação das discussões sobre as cônicas e as funções homogêneas foi publicada no ano seguinte, e algumas diferenças podem ser notadas no artigo. É importante notar, que este artigo retoma algumas considerações expostas no texto de 1850 e, portanto, apresenta algumas correções. Uma novidade aparece no trecho[7]

> Na suposição antiga, -C'^{2} + AB, -A'^{2} + BC, -B'^{2} + AC, são funções quadráticas negativas para todos os valores de λ. Na suposição contrária, um valor de λ faz essas grandezas negativas e outros dois as tornam positivas ... Assim, obtemos um critério simétrico (o qual esqueci estranhamente de afirmar em meu antigo artigo), formando a quantidade A'^{2} + B'^{2} + C'^{2} – AB – AC – BC (p. 18, tradução nossa).

Neste trecho, Sylvester se refere ao determinante da forma quadrática □(U+λV) = 0, o qual gera as quantidades citadas. Além disso, o autor apresenta um novo critério para a compreensão das várias possibilidades de intersecções de duas cônicas. Assim, constrói-se a cubica abaixo, que tem as 3 quantidades geradas pelo determinante da forma quadrática U+λV como raízes,

$$\mathrm{L}y^3 + My^2 + Ny + P = 0$$

A partir daí conclui-se que, para as intersecções serem reais, L, M, N e P precisam ter o mesmo sinal. Caso as cônicas não se interceptem, ainda é possível verificar se as mesmas apresentam tangentes em comum ou não. Para isso, representa-se a equação em y acima como $\omega = 0$ e a equação □(U+λV) = 0 como $\theta = 0$. Estas, são definidas como congruentes (se todas as

[7] On the former supposition, -C'^{2} + AB, -A'^{2} + BC, -B'^{2} + AC, which are quadratic functions of λ, will be negative for all three values of λ. On the contrary supposition, one value of X. will make allr these three quantities negative, but the other two values with each make them all three positive.

raízes têm o mesmo sinal) ou incongruentes (caso contrário). Como isso, é possível afirmar

> Então ω congruente, θ congruente, implica que as intersecções e as tangentes comuns são reais; ω congruente, θ incongruente, implica que as interseções são reais, mas o imaginário das tangentes comuns; ω incongruente, θ congruente, implica que as interseções e as tangentes comuns são imaginárias; ω incongruente, θ incongruente, implica que as interseções são imaginárias, mas as tangentes comuns são reais.[8] (p. 20, tradução nossa).

Os dois trabalhos apresentados nesta subseção, mostram uma nítida preocupação com aspectos geométricos (os mesmos fazem parte da seção geometria em três dimensões do CDMJ).

Artigo 3: "*On the General Theory of Associated Algebraical Forms*": Este artigo apresenta as primeiras definições da Teoria dos Invariantes. Sylvester retoma, de forma mais ampla, a discussão iniciada por Boole em 1841 ao tratar de formas algébricas geradas por transformações lineares. Ele classifica estas transformações como concorrentes e completares através das matrizes que as representam: Sejam as matrizes $\mathrm{A} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ a'' & b'' & c'' \end{vmatrix}$ $e\ B = \begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \alpha' & \beta' & \gamma' \\ \alpha'' & \beta'' & \gamma'' \end{vmatrix}$.

Se $\mathrm{a} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \beta' & \gamma' \\ 0 & \beta'' & \gamma'' \end{vmatrix}, \alpha = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & b' & c' \\ 0 & b'' & c'' \end{vmatrix}, b = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \alpha' & 0 & \gamma' \\ \alpha'' & 0 & \gamma'' \end{vmatrix}, \beta = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a' & 0 & c' \\ a'' & 0 & c'' \end{vmatrix}$ ...,

as matrizes A e B são ditas reciprocamente complementares. Assim, duas transformações F(x,y,z) e G(u,v,w) se:

$$\begin{matrix} \mathrm{x} = ax + by + cz \\ y = a'x + b'y + c'z \\ z = a''x + b''y + c''z \end{matrix} \quad \text{e} \quad \begin{matrix} u = au + bv + cw \\ v = a'u + b'v + c'w \\ w = a''u + b''v + c''w \end{matrix}$$

F e G são ditas concorrentes. Mas se $\begin{matrix} u = \alpha u + \beta v + \gamma w \\ v = \alpha' u + \beta' v + \gamma' w \\ w = \alpha'' u + \beta'' v + \gamma'' w \end{matrix}$, com α, β e γ definidos pelos determinantes acima, F e G são ditas complementares.

---

[8] Then ω congruent, θ congruent, implies that the intersections and common tangents are both real; ω congruent, θ incongruent, implies that the intersections are real, but the common tangents imaginary; ω incongruent, θ congruent, implies that the intersections and common tangents are both imaginary; ω incongruent, θ incongruent, implies that the intersections are imaginary, but the common tangents real.

A partir disso, define-se o conceito de concomitância, que se caracteriza por transformações lineares como a descrita acima. Com estas definições, o autor apresenta os dois tipos de concomitantes:

1) Os covariantes: formas associadas definidas por transformações concorrentes, ou seja, não complementares. Vale destacar que um invariante é um covariante constante.
2) Os contravariantes: formas associadas definidas por transformações complementares.

Artigo 4: "*On the Relation Between the Minor Determinants of Linearly Equivalent Quadratic Functions*": Este trabalho apresenta propriedades de determinantes. Inicialmente, o autor mostra que a conexão entre os determinantes de uma forma quadrática U e de sua transformação linear V (ambas de mesma ordem) é, também, de ordem linear. Apresenta-se a notação umbral de um determinante: $\begin{Bmatrix} abc \\ \alpha\beta\gamma \end{Bmatrix}$ representa $\begin{vmatrix} a\alpha & a\beta & a\gamma \\ b\alpha & b\beta & b\gamma \\ c\alpha & b\beta & c\gamma \end{vmatrix}$[9].

Outro resultado apresentado no artigo discute o seguinte: O menor determinante de uma forma quadrática transformada U[10] é dado por:

$$\begin{pmatrix} b_{m+1}, b_{m+2}\ldots b_n \\ b_{m+1}, b_{m+2}\ldots b_n \end{pmatrix} = \begin{Bmatrix} a_1, a_2\ldots a_n, a_{n+1}\ldots a_{n+m} \\ a_1, a_2\ldots a_n, a_{n+1}\ldots a_{n+m} \end{Bmatrix} \div \begin{pmatrix} a_1, a_2\ldots a_m \\ a_{n+1}, a_{n+2}\ldots a_{n+m} \end{pmatrix}^2$$

Onde b_r são os coeficientes da nova forma V e a_s são coeficientes da equações de transformação.

Artigo 5: "*A Demonstration of the Theorem that Every Homogeneous Quadratic Polynomial is Reducible by Real Orthogonal Substitutions to the Form of a Sum of Positive and Negative Squares*": Este artigo apresenta uma demonstração da possibilidade da redução de polinômios homogêneos a soma de quadrados positivos e negativos. Junto com isso, Sylvester apresenta sua conhecida Lei de Inércia para formas quadráticas. Esta lei afirma que o número de

[9] Nossa notação moderna indica aα como a_{11}.

[10] Menor determinante é o determinante de uma matriz quadrada após a retirada do mesmo número de linhas e colunas da matriz original. No caso deste artigo, Sylvester se refere ao determinante da forma quadrática gerada após a eliminação de m variáveis.

coeficientes positivos e negativos da forma reduzida é invariável, independentemente da substituição linear. O artigo se inicia com uma forma quadrática genérica em n variáveis

$$(1,1)x^2 + 2(1,2)xy + (2,2)y^2 + \ldots + (n,n)t^2$$

Utilizando o cálculo de auto-valores, Sylvester associa o fato das raízes da função

$$f(\lambda) = \begin{vmatrix} (1,1)+\lambda & (1,2)\ldots & (1,n) \\ (2,1) & (2,2)+\lambda\ldots & (2,n) \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ (n,1) & (n,2)\ldots & (n,n)+\lambda \end{vmatrix}$$

serem todas reais com a possibilidade de redução da forma a soma de quadrados. Para garantir que estas raízes são sempre reais, o artigo faz referência a demonstrações feitas por Cauchy, Jacobi e Borchardt.

Considerações finais

O trabalho com polinômios homogêneos se tornou uma constante nos interesses de Sylvester a partir da década de 1850. A apresentação da lei de inércia para formas quadráticas também ocorre neste contexto. O artigo “A demonstration of the theorem that every homogeneous quadratic polynomial is reducible by real orthogonal substitutions to the form of a sum of positive and negative squares”, publicado na Philosophical Magazine de 1852, se incluí numa discussão sobre a redução de polinômios à soma de quadrados positivos ou negativos. Do ponto de vista geométrico, esse problema trata da determinação de um sistema de eixos que permita a determinação de uma cônica através de um polinômio homogêneo em forma reduzida.

A lei de inércia indica que o número de quadrados negativos e positivos independe da escolha do novo sistema de eixos. Em outras palavras, a assinatura da forma quadrática é um invariante, no sentido do que foi descrito no artigo 3 deste trabalho.

Observamos que a impregnação de conceitos geométricos é presente nestes artigos iniciais do trabalho de Sylvester na Teoria dos Invariantes. Como pode ser visto, a discussão sobre transformações em formas algébricas, aparentemente, apresenta ideias que aparentam conceitos de natureza algébrica. No entanto, é importante notar que o trabalho com invariantes e o uso dos determinantes se inicia com a discussão sobre intersecção de cônicas projetivas como pode ser visto nos artigos 1 e 2.

Destacamos que os artigos tratados neste trabalho representam um caminho de preparação que se revela no texto de 1852 sobre a lei de inércia para formas quadráticas. É importante observar que as técnicas e ideias utilizadas neste trabalho de Sylvester foram tratadas nos artigos anteriores, como o uso de polinômios homogêneos para representar as formas e a notação de determinantes são justamente os objetos utilizados na demonstração da redutibilidade de um polinômio de grau 2 à soma de quadrados positivo ou negativos.

Desta forma, entendemos que este recorte da obra de Sylvester indica uma percepção geométrica de seus interesses de pesquisa. Por fim, esperamos que novas perspectivas, como essa, possam contribuir para uma compreensão mais ampla do trabalho matemático produzido na Grã-Bretanha do século XIX.

Referências

HILBERT, D. **Theory of Algebraic Invariants.** Tradução de Reinhard C. Laubenbacher. Cambridge: University Press, 1993. 204 p.

KLEIN, F. **Development of Mathematics in the 19th Century.** Hermann, R. (Org.). Tradução de Michael Akerman. Massachusetts: Math Sci Press, 1979. 323p.

PARSHALL, K. H. Toward a History of Nineteenth-Century Invariant Theory. In: ROWE, D. E.; MCCLEARY, J. **The History of Modern Mathematics**. California, San Diego: Academic Press, v. 1, p. 157-206, 1989.

PARSHALL, K. H. **James Joseph Sylvester:** Life and Work in Letters. Oxford: Oxford University Press, 1998. 340p.

SYLVESTER, J. J. On the intersections, contacts, and other correlations of two conics expressed by indeterminate coordinates. **Cambridge and Dublin Mathematical Journal,** v. 5, seção: Geometry of Three Dimensions. p. 262- 282, 1850.

____________. On the intersections of two conics. **Cambridge and Dublin Mathematical Journal,** v. 6, seção: Geometry of Two Dimensions, p. 18-20, 1851.

____________. On the General Theory of Associated Algebraical Forms. **Cambridge and Dublin Mathematical Journal,** v. 6, p. 289-293, 1851.

____________. On the Relation between the Minor Determinants of Linearly Equivalent Quadratic Functions. **Philosophical Magazine,** v. 1, n. 4, p. 295-305, 1851.

____________. A Demonstration of the Theorem that Every Homogeneous Quadratic Polynomial is Reducible by Real Orthogonal Substitutions to the Form of a Sum of Positive and Negative Squares **Philosophical Magazine,** v. 4, n. 23, p. 138-142, 1852.

A HISTÓRIA DA MISSÃO JESUÍTICA DE SANTA MARÍA DEL IGUAZÚ

Marcos Lübeck
Unioeste – Foz do Iguaçu
marcos.lubeck@unioeste.br

Resumo

Estudar as matemáticas e as ciências afins, seus atores e instituições, e sua relação com a construção de territórios é de grande valor histórico, sobretudo, no que se refere ao período colonial sul-americano, pois permite compreender algo da realidade de outrora e contribuir com a historiografia de agora. Por isso, apresentamos aqui excertos que descrevem a fundação da Missão Jesuítica de Santa María Del Iguazú, fundada pelos padres Diego de Boroa e Claudio Ruyer, em 1626, localizando-se próxima às cataratas do Rio Iguaçu, agora município de Foz do Iguaçu/PR, mas que fora transladada em 1633 para a margem direita do Rio Uruguai, em território argentino, por causa das incursões dos bandeirantes escravistas, rebatizada de Santa María La Mayor. Naquele período, os limites territoriais do Brasil eram diferentes e grande parte do estado do Paraná pertencia a jurisdição espanhola do Guairá. E para contar essa história, usamos fontes documentais de época, esboçando um panorama com vistas a mostrar que, entre 1626 e 1633, já havia um povoado na terra das cataratas e nele os jesuítas julgavam importante realizar ações junto aos ameríndios Guarani para a construção e consolidação de territórios, colocando em definitivo estes sítios nos mapas da história.

Palavras-chave: Jesuítas. Missões. História. Santa María Del Iguazú.

Introdução

A curiosidade inquietante que nos faz pesquisar as matemáticas e as ciências afins é legitimada pelo juízo de que todo o conhecimento está sujeito aos contextos culturais, educacionais e históricos, e por isso pode ser apreciado a partir diferentes pontos de vista, percepção essa que remete ao estudo de grupos socioculturais que, ao longo de sua existência, desenvolveram instrumentos e meios, artes e técnicas, para conhecer, entender, explicar, aprender e transcender, em distintos ambientes.

Isso tem inspirado nossas investigações e condicionado, sobretudo, a procura por fontes de época, à luz da perspectiva historiográfica (LÜBECK, 2005; 2013). E esse movimento vem sendo apurado por circunstâncias bem favoráveis, porque o cenário e a história das Missões Jesuíticas Guaranis, tema em pauta, nos circundam desde sempre, iniciando lá nos Sete Povos das Missões, mais precisamente em São Miguel das Missões/RS, cujas ruínas estão tombadas como Patrimônio Histórico e Cultural da Humanidade, e mais recentemente, em Foz do Iguaçu/PR, onde suas famosas cataratas são classificadas como uma das Maravilhas da Natureza. Por estas e outras causas que esses lugares se tornaram importantes 'destinos do mundo'.

Quanto a última, sua localização estratégica, numa tríplice fronteira, a grande diversidade cultural, a Usina de Itaipu, sua estrutura hoteleira e gastronômica..., e a presença universitária, além do característico espetáculo das águas, tudo convergiu para que o 8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática fosse cá realizado, e é essa a razão para empreendermos este estudo, que inicia com a primeira notícia escrita sobre essas cataratas e suas bandas, informada por um espanhol é verdade, quando Álvar Núñez Cabeza de Vaca (c.1490-1560), ao descer pelo Rio Iguaçu, em 1542, com destino a Assunção, descreve esse encontro, relatando o que viu, viveu e venceu pelos caminhos fluviais e terrestres que cruzou. Lembremos que aqui, ainda, não era Brasil e a região da qual estamos a falar pertencia aos domínios espanhóis.

Desde então, mais documentos foram redigidos contando proezas, descrendo culturas, versando sobre histórias, geografias, e claro, ciências matemáticas e outras afins. E esses apontamentos ajudaram especialmente quem veio depois a conhecer e entender um pouco do território, inclusive na redefinição e demarcação de limites. Porém, nosso enfoque comede-se aos escritos que tratam sobre o que pode ter sido a pedra basilar desse município, um povoamento fundado nos moldes estrangeiros na beira das cataratas por um grupo de europeus em particular, a saber, os Padres Jesuítas, membros da Companhia de Jesus que por aqui andarilhavam fundando as Missões do Guairá junto aos indígenas Guarani, moradores legítimos da região, nos princípios de 1600. Dessas andanças e estadias, citamos algumas memórias.

A Missão de Santa María Del Iguazú

A Missão ou Redução Jesuítica de Santa María Del Iguazú foi fundada pelos Padres Jesuítas Diego de Boroa e Claudio Ruyer, em 1626, localizando-se próxima às cataratas do Rio Iguaçu, dentro do que é hoje o Parque Nacional do Iguaçu/PR. Ela foi transladada em 1633 para a margem direita do Rio

Uruguai, entre este o Rio Paraná, que atualmente é território argentino, devido às invasões bárbaras que as Reduções do Guairá estavam sofrendo pelas investidas dos bandeirantes paulistas escravistas, os quais caçavam nestas paragens indígenas Guarani para trabalhar no Império Português. Acolá passou, então, a ser chamada de Santa Maria La Mayor.

Essa Missão Jesuítica, junto com outras tantas situadas nos atuais territórios do Brasil, da Argentina e Paraguai, integrou Las Misiones Jesuíticas Del Paraguay, experimento inédito de conquista espiritual, territorial e cultural na América do Sul. Uma grande região tomada pela Coroa Espanhola, todavia já povoada por inúmeras nações indígenas, dentre elas a Guarani, com a qual os jesuítas obtiveram o maior êxito entre os seus empreendimentos realizados por essas terras.

Aqui, a partir de 1609 até 1768, os jesuítas tentaram criar e reger dezenas de Reduções, num modelo alternativo de organização social e espacial que consistia, imperativamente, em cristianizar os ameríndios através da catequização, extirpando-lhes qualquer forma de uso ou costume que estivesse em desacordo com o projeto de domínio euro cristão. As Reduções visavam uma mudança de paradigma na vida autóctone pela introdução de novos elementos religiosos, sociais e culturais, que se apropriavam, quando possível, de alguns existentes na cultura indígena.

O Padre Antônio Ruiz de Montoya (1585-1652), que desde inícios de 1610, e por mais de 25 anos, esteve nas Reduções, tornando-se Superior Geral delas no Paraguai, quando publicou sua icônica *Conquista Espiritual...,* define-as, dizendo:

> Vivi todo o tempo indicado na Província do Paraguai [...] em busca de feras, de índios bárbaros, atravessando campos e transpondo selvas ou montes em busca para agregá-los ao aprisco da Santa Igreja e ao serviço de Sua Majestade. E de tais esforços, unidos aos de meus companheiros, consegui o surgimento de treze “reduções” ou povoações. [...]. Porque, ainda que aqueles índios que viviam de acordo com os seus costumes antigos em serras, campos, selvas e povoados, dos quais cada um contava de cinco a seis casas, já foram reduzidos por nosso esforço ou indústria a povoações grandes e transformados de gente rústica em cristãos civilizados com a contínua pregação do Evangelho. (MONTOYA, 1639/1997, p. 18-19).

Em outras palavras, mais adiante, afirma o seguinte:

> Notemos que chamamos “Reduções” aos “povos” ou povoados de índios que, vivendo à sua antiga usança em selvas, serras e vales, junto a arroios escondidos, em três, quatro ou seis casas apenas, separados uns dos outros em questão de léguas duas, três ou mais, “reduziu-os” a diligência dos padres a povoações não pequenas e à vida política (civilizada) e humana, beneficiando algodão com que se vistam, porque em geral viviam na desnudez, nem ainda cobrindo o que a natureza ocultou. (Ibidem, p. 35).

O local de cada uma das Reduções possuía, em geral, terras férteis, água em abundância e outros recursos mais. Todas organizavam uma vila que possuía igreja, escola, oficinas e casas para as famílias reduzidas. Seus moradores criavam gado, plantavam, aprendiam ofícios, artes, técnicas e obedeciam as regras estabelecidas pela Igreja Católica e pelo Império Espanhol. Com isso, politicamente, delimitavam fronteiras; economicamente, impulsionavam o comércio, e daí o ansiado pagamento de impostos e; espiritualmente, intentavam converter os indígenas ao cristianismo.

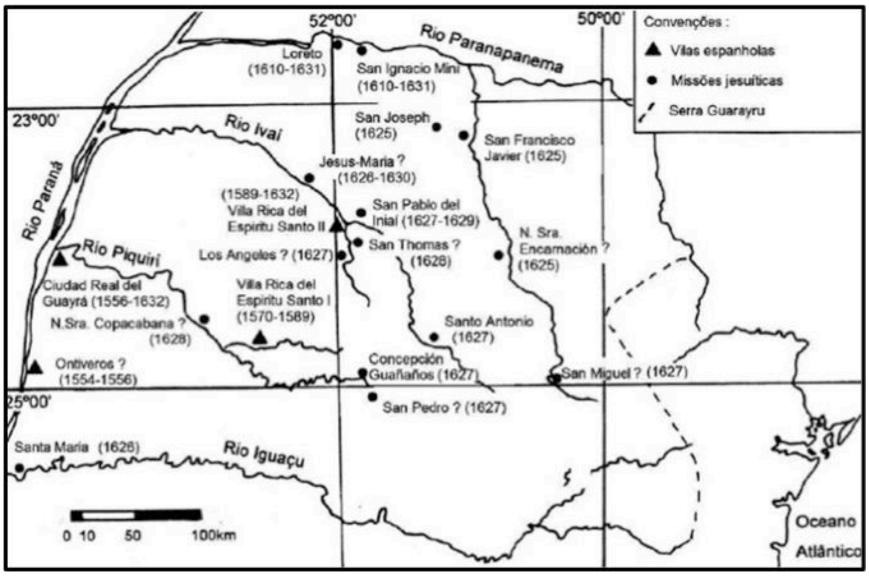
Importa lembrar que os limites do Brasil eram diferentes, e grande parte do Paraná, ou Guairá, pertencia a Província do Paraguai, território hispânico.

> O Guairá, revelado pelos exploradores ibéricos, emerge para os agentes da conquista e da colonização como região estratégica [...]. Apresentava-se para as autoridades coloniais hispânicas como uma fronteira de colonização, sobretudo para o desenvolvimento de atividades agrícolas, para as portuguesas como fronteira aberta para o descimento e recrutamento de mão de obra para viabilizar a economia [...] e abastecer a agroindústria canavieira, e para os jesuítas [...] como vasto campo de missão. O Guairá se constituiu numa fronteira múltipla de manobra das forças de conquista do colonialismo, e dos interesses de seus agentes derivaram as formas de apropriação do seu espaço. Como um espaço de projeção para o futuro colonial, a decisão de fundar vilas aparece nas fontes textuais, tanto da vertente espanhola quanto portuguesa, como estratégia de fixação de povoamento e ocupação territorial da grande região do [Rio da] Prata. (SCHALLENBERGER, 2013, p. 30).

Geograficamente,

> O Guairá compreendia a região localizada entre o Rio Paraná, na vertente oeste, o Rio Paranapanema, ao norte, o Iguaçu, ao sul e, a leste, a linha imaginária de Tordesilhas. Uma região de bons solos, de abundantes rios e de um clima propício para o desenvolvimento de atividades agropecuárias [...]. Nessas condições naturais viviam predominantemente as parcialidades Guarani [...]. O Guairá, caminho de travessia do Atlântico a Assunção e ao Peru, [...] e caminhos pré-ibéricos que colocavam os povos do interior do continente em contato com os da orla. (SCHALLENBERGER, 2015, p. 146).

Figura 1: Vilas Espanholas e Reduções Jesuíticas .



Fonte: Claudia Inês Parellada *et al*. (2006).

Figura 2: Paraguai e suas Adjacências.

Fonte: Joan Blaeu (1665).

As Figuras 1 e 2 ilustram alguns dos seus limites bem como apresentam uma localização aproximada das vilas e das reduções jesuíticas dos séculos XVI e XVII, dentro da silhueta do atual estado do Paraná, assim como um mapa da região do Paraguai e adjacências. Destacamos que essas Reduções foram assoladas pelo extermínio, sequestro ou êxodo, e a causa principal foi o bandeirantismo vindo do Brasil. E, junto, ruíram as vilas espanholas. O resultado foi trágico. Contudo, agora, falemos do início e não do fim, em particular da Missão de Santa María Del Iguazú.

> El P. Diego de Boroa formó este pueblo al oriente del Paraná, el año de 1626, sobre la horqueta misma que forma el río Iguazú ó de Curitiba. Lo escondido del paraje, inaccesible por la aspereza de una gran sierra, y de los dos caudalosos ríos que le cercan, ponía fuera de toda esperanza la reducción de los indios. Muchas veces despidieron al misionero los Iguazuanos, y aun trataran de matarlo; hasta que á fuerza de grandes trabajos y paciencia, acompañado del P. Claudio Ruyer, alcanzó el fruto de su conversión. Receloso de la cruel persecución de los Paulistas, se mudó este pueblo, por noviembre de 1633, no lejos de aquel sitio donde estuvo antes el de Mártires, como se dirá, y últimamente se transfirió á donde se halla, sobre la ribera occidental del Uruguay. (ALVEAR, 1788/1836, p. 300).

Essa Missão foi fundada por dois Padres da Companhia de Jesus, um deles espanhol de Trujillo, o Padre Diego de Boroa (1585-1657), e o outro um francês, de Champlois, o Padre Claudio Ruyer (1582-1648). Ambos vieram para a América do Sul em 1610, mesmo ano do início da implementação das Reduções no Guairá. Vale anotar que a Companhia de Jesus foi reconhecida pelo Papa em 1540; que os seus primeiros membros chegam ao Brasil em 1549; e que em 1566 é autorizada a sua entrada também na América Hispânica e; em 1608 é instalada a Província Jesuítica do Paraguai, desmembrada da Província do Peru, criada anteriormente, em 1567.

> Santa Maria La Mayor estava originalmente assentada na margem do rio Iguaçu próxima às famosas cataratas, quando foi fundada pelos Padres Boroa e Ruyer, em 1626. Ali permaneceu até ser ameaçada pelos bandeirantes, quando optou pela transmigração, em 1633, instalando-se próxima às demais Reduções da margem direita do Uruguai. O Padre Claudio Ruyer foi seu Cura por muitos anos, ali estando 1631. (MALLMANN, 1986, p. 186).

Numa carta escrita na Missão de Santa María Del Iguazú, datada 09 de novembro de 1627, o Padre Claudio Ruyer, dando notícias da Redução, diz:

> La reducción de Santa María del Iguazú está situada en distancia del salto, que tiene muy grande y alto, de tres leguas á poco mas ó menos, y cuatro leguas desde el dicho salto 'la boca del Iguazú que entra en el Paraná. El puesto está en frente de la reducción de la Natividad de Nuestra Señora del Acaray; la distancia que hay entre los dos ríos del Iguazú y Paraná podrá ser de tres ó cuatro leguas, como se puede conjeturar de los humos que se ven de una reducción á otra, cuando se quema las chácaras. (RUYER, 1627/1869, p. 168).

Este talvez seja o relato mais importante que temos, pois foi escrito pela mão de um padre que viveu e trabalhou nessa Missão por, pelo menos, cinco dos sete anos que ela esteve na terra das cataratas. Como podemos olhar em outros relatos, os quais se parecem, trazendo uma ou outra diferença ou informação a mais, todos ratificam o que escreveu o Padre Ruyer. Mais adiante, o mesmo padre, registrando a continuação da sua Carta Anua ao Padre Provincial do Paraguai, relata que:

> El puesto es mui bueno, alto, sano y mui cerca del rio, con un tablón de una legua que tiene por delante, descubriéndose el horizonte por todas partes, y el Sol luego que sale por la mañana, que es en las espaldas, cuyos rayos deshacen y echan afuera los vapores del rio y de un pantano que la dicha reducción tiene por delante, lo cual hace el pueblo saludable, y es de lindo temple, cielo apacible, está en poco mas de 24º de altura, teniendo el Paraná á la parte del poniente […]; el salto está hacia el Sur, por cuya causa cuando sopla se oye el ruido del dicho salto desde nuestra casa, con mucha distinción, de los arrecifes que están cercanos. Todo es monte cerrado, sin campo ninguno, sino es alguna mancha pequeña de dos ó tres cuadras […]. Por la falta de campo ya dicha no hay esperanza de tener ganado para el sustento; el rio también es estéril, porque por causa del salto no puede entrar pescado en él […]. (RUYER, 1627/1869, p. 169).

E assim continua o Jesuíta a descrever alguns usos, costumes e tradições da cultura autóctone, por vezes criticando-a, e outras contribuindo com a etnografia dos Guarani do Iguaçu. Comenta, por exemplo, suas características físicas e os seus modos de ser e viver, informando que os Padres ali tiveram que ter muita paciência e determinação, pois dizia que esses Guarani não tinham ‘nem fé, nem lei, nem rei’, portanto, a obediência aos Padres, tão necessária à evangelização, estaria contrária a sua inclinação natural. Infelizmente, no pensamento reducionista dos Padres, viver como cristãos significava sujeitar-se, subjugar-se, obedecer, ser castigado, ter medo e temor, sentir vergonha.... Porém, apesar de viverem em um lugar de difícil acesso, de não terem muitos inimigos, não sofrerem com violência ou castigos, amarem sua vida simples e não temerem a morte, mesmo assim, pouco a pouco, os Guarani vão sendo reduzidos pelos Jesuítas, pessoas do seu tempo, sim, mas vanguardistas de uma nova ordem que ali se instalava, como narra:

> A esta reducción dio principio el P. Diego de Boroa, Rector del Colegio de la Asunción, en compañía del P. Claudio Ruyer y se comenzó en el principio del mes de Mayo del año de 1626; para cuyo efecto salieron los dichos padres de la reducción de Nuestra Señora

> del Acaray el primer día del dicho mes, y dentro de ocho días, allanándose algunas dificultades, tomaran la posesión levantándose un hermosa cruz, y dieron principio á edificar en el puesto dicho: en breve tiempo casi todos los indios, por lo menos todos los caciques, vinieron á dar bienvenida á los padres, y mostrando contento de ello prometieron de reducirse. (Ibidem, p. 172).

A conquista da confiança das lideranças indígenas conseguida pelos padres foi de fundamental importância, pois "moravam esses índios num lugar impossível de entrar sem o auxílio deles em levarem o padre. Isso por causa da aspereza de uma serra e de dois rios caudalosíssimos, que a cercam" (MONTOYA, 1639/1997, p. 214). Quanto aos rios caudalosíssimos, são eles o Rio Iguaçu e o Rio Paraná.

Um aparte: a palavra 'Iguaçu' aparece de muitas formas nos textos históricos, tais como *Iguaçu*, *Iguassu*, *Iguazú*, *Yguazú*, *Yguasú* entre outras, mas aqui interessa saber que na língua Guarani (MONTOYA, 1639/2011), a palavra se decompõe em *y* + *guasu* = água + grande, isto é, 'água grande', e a palavra paraná se decompõe em *para* + *ña* = mar + semelhante, ou seja, 'rio semelhante ao mar', um 'rio volumoso'. Vale lembrar que, as Sete Quedas ou Salto Guairá, um conjunto de cataratas do Rio Paraná, hoje submersas pela represa da Usina de Itaipu (*ita* + *y* + *pu* = pedra + água + som, ou 'pedra que canta com a água'), estavam à vista. Caudalosos, então, pelo volume de água e por suas grandiosas e vultosas cataratas que ambos ostentavam.

> El Yguasú, cuyo nombre significa río caudaloso […] a los veinticuatro grados de latitud se precipita con grande ruido en el Paraná. La navegación por él es imposible, pues cuatro millas antes de su confluencia se despeña desde una roca elevada, con tal estruendo, que se oye desde tres leguas; el golpe del agua hace que se formen nubes de vapor, las cuales pueden verse desde el Paraná. Esta catarata había servido de antemural a los indios, quienes odiaban de todo corazón a los extranjeros. […]. Tres años atrás el padre Diego Boroa procuró entrar acompañado de pocos neófitos, pero los indios, armados le obligaron a retroceder. Dos años después el mismo padre pasó la catarata y se granjeó la amistad de varios caciques; mas fue rechazado […]. Como el padre Boroa era de esforzado corazón y no se amedrentaba a vista de los obstáculos, juntamente con el padre Claudio Ruyer emprendió otra expedición. Sabedores de su llegada los habitantes de Yguasú, reunieron se […] deliberaron sobre admitirlos o no a coloquio […], de común acuerdo, decidieron admitir al padre Boroa, porque cuando lo expulsaran sufrieron dos calamidades, la pérdida de la cosecha y la peste […]. En los días siguientes se pusieron a sus órdenes […] mostraron deseos de que la nueva población se estableciera en aquella aldea; pero los padres Ruyer e Boroa, prefiriendo el bien común al de pocos, resolvieron

> fundar la colonia en el sitio que mejor les pareciera. Designado éste, erigieron una cruz […]; paulatinamente recibieron el bautismo todos los habitantes de Yguasú […]; nada menos que ocho mil seiscientos indios entraron en el seno de la Iglesia mediante dicho Sacramento. (TECHO, 1673/2005, p. 390).

Nicolás del Techo (1611-1685), na *Historia de la Provincia del Paraguay…,* expõe o modo de fundar uma Redução, que "[...] implicava em reduzir os índios, com a adesão dos caciques, num novo espaço de vivência e convivência, modificar hábitos, costumes e práticas culturais e pregar a fé cristã, introduzindo símbolos, sinais e ritos em substituição aos cultivados" (SCHALLENBERGER, 2013, p. 33).

Como vimos, foram três anos tentando entrar na região, que só fora facilitada por causa de uma peste e a perda da colheita, o que assolou muita gente. De fato:

> No faltaron dificultades para hacer que los indios se redujesen, pero el Señor todo lo allanó […] y poco á poco con buena diligencia y santo fervor del P. Rector, el Señor los fue trayendo con suavidad, ayudando mucho á eso las dádivas que les hacia de cuñas, cuchillos, anzuelos, alfileres y otras cosas, con alguna cantidad de lana […]. (RUYER, 1627/1869, p. 172).

Sobre as 'divinas providências', aprecem destacadas na carta, dentre outras, alguns ataques e mortes por felinos, diversas doenças, fome, estragos e perdas nas colheitas e plantios de milho, mandioca e algodão, ora pelo frio, ora por incidência de roedores, enfim, uma série de situações calamitosas, as quais faziam com os indígenas deixassem suas casas, em reciprocidade a comida e presentes recebidos, se entregassem ao jugo dos Jesuítas. Somado a isso, as ameaças das incursões dos escravistas do Brasil já rondavam as aldeias, o que deixava os Guarani entre a cruz e a espada, literalmente. Mesmo optando pela primeira, não deixaram de sofrer, por vezes, os agravos infringidos pelo ferro e pelo fogo.

Ademais, algumas pragas que faziam os Guarani buscar amparo na Redução os impeliam de volta às suas taperas quando estas acometiam a Missão. Em vista disso, os Padres enviavam mensagens para que voltassem, culpando o paganismo, a poligamia, feitiçaria, indolência, ingratidão, desobediência pelas mazelas vividas. E se não voltavam por bem, os neófitos enviados pelos Jesuítas levavam consigo seus filhos, e suas casas podiam ser incendiadas, para, quando à casa voltassem, terem que ir vê-los e também morar na Redução. E assim foi, *ad majorem Dei gloriam*.

Acerca da localização, à propósito da fundação de Santa Maria Del Yguazú, sua mudança e a localização posterior, escreve Félix de Azara (1742-1821), Capitão da Real Armada Espanhola em 1790, anotando o seguinte:

> Los PP. Jesuitas Diego Boroa y Claudio Royer (Ruyer) fundaron en 1626 este Pueblo con 25º-31'-51'' de latitud austral en la horqueta que forman al juntarse los Ríos Paraná y Yguazú ó Curitiba. El mes de Noviembre de 1633 se sitió próximo á donde antes estuvo el Pueblo de Mártires de donde se mudó á esta colina roja con 27º-53'-14'' de latitud, y 20º-14'-56'' de longitud distante media legua del Río Uruguay. (AZARA, 1790/1904, p. 108).

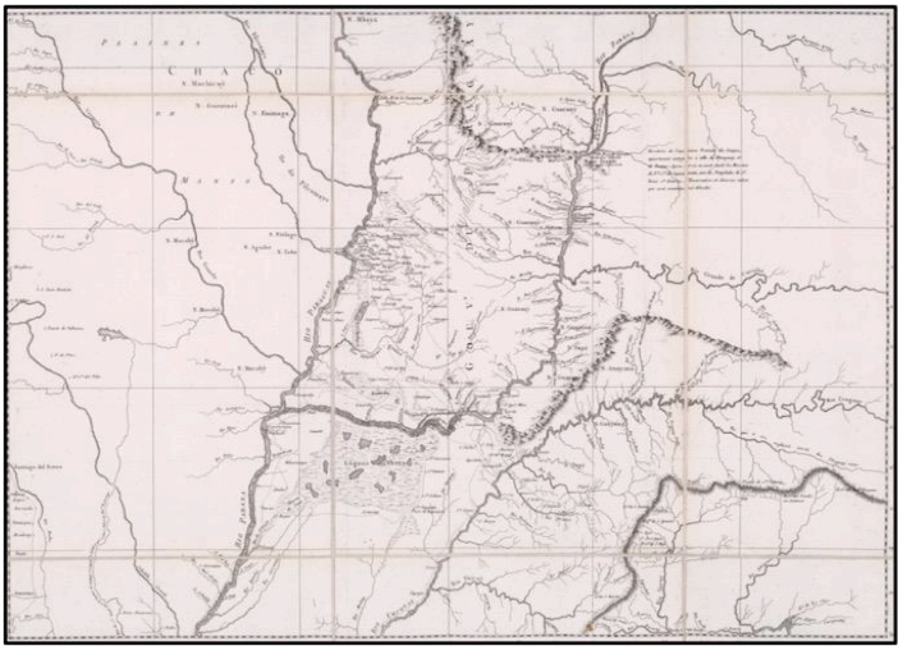
Observe que o cálculo das latitudes e longitudes são de extrema importância para a determinação de limites e territórios, e ao longo dos anos, as medições foram melhorando a ponto de chegarem próximas das atuais. Os mapas nas Figuras 3 e 4 nos ajudam na tarefa.

Figura 3: Províncias das Missões e Estabelecimentos dos Jesuítas (1575-1768).

Fonte: Dr. Victor Martin de Moussy (1865/1873).

Lembre que iniciaram como algo em torno de 24º e passaram para algo em torno de 25º e meio. De fato, Foz do Iguaçu hoje, por exemplo, está como 25º 32’ 50” S, de latitude, e 54º 35’ 10” O, de longitude. Com isso, podemos saber quão próximo daqui estava a Redução.

Figura 4: Governação do Paraguai e parte do Chaco.



Fonte: Félix de Azara (1809).

Detalhadamente, temos uma descrição da emigração da Redução do Iguaçu, que se mostrou mais que necessária depois das notícias sobre a destruição sofrida pelas pessoas e povoados do Guairá, provocada pelo bandeirismo vindo do Brasil:

> El padre Juan Agustín Contreras había ido por mandato de sus Superiores por el Paraná arriba para trasladar los pocos indios salvados del cautiverio y los útiles que habían en las poblaciones destruidas. En el camino se encontró, ya pasada la catarata [do rio Paraná], con algunos mamelucos, quienes le preguntaran con curiosidad por los neófitos de Yguasú […]; volvió antes que pudo al punto de su partida, y advirtió a los habitantes de Yguasú […] del peligro que corrían, escribiendo lo mismo al padre Pedro Romero […]. Luego dedicó su atención el padre Romero a poner fuera de peligro los indios de Yguasú. Era evidente que no podía conservarse esta reducción y se hacía precisa la emigración de sus moradores, pues además de estar separada treinta leguas de las demás, era fácil la entrada en ella desde el Guairá por el río o por tierra. Bien meditado el asunto, quedó acordado el abandono del pueblo. Entre San Javier y la Concepción había un campo muy a propósito para la fundación de un lugar; mas el camino que allí conducía describía bastante curva, no menor de cincuenta leguas, y temían los padres que así

> como gran número de neófitos perecieron al emigrar del Guairá, otro tanto sucediera a los de Yguasú y por las mismas causas; pero como era mayor el miedo que infundían los mamelucos y preferible perder la parte que el todo, tal dificultad no impidió la emigración [...]. De esta manera, dos mil doscientos yguasuanos llevaron a cabo su marcha sin graves tropiezos, estableciéndose en un pueblo construido a orillas del Uruguay con el título de Santa María la Mayor [...]. Con el tiempo creció el nuevo pueblo, donde yo permanecí dos años [...]. (TECHO, 1673/2005, p. 549-550).

Notemos que os autores estiveram no referido local e de lá fizeram as suas descrições. Além destes, temos relatos de outros que descreveram sua localização, como o brigadeiro da Armada Espanhola Diego de Alvear (1749-1830), quando este integrou a comissão espanhola de demarcação dos limites entre Portugal e Espanha, depois do tratado assinado por ambos em 1777.

Com os recursos tecnológicos disponíveis agora, e utilizando um Sistema de Posicionamento Global (GPS), podemos obter a localização exata das cataratas do Rio Iguaçu, a sua linda foz no Rio Paraná e a aproximação do local dessa Redução que, dentre outros, tinha uma igreja e uma escola, para a ‘humanização’ do Guarani.

Sobre a construção da igreja, lemos em Ruyer (1627/1869) que:

> Por no ocupar los indio recién reducidos, y por no hacerles el yugo de Cristo nuestro Señor pesado tan al principio [...], el P. Rector llamó de la reducción del Corpus una tropa de mozos que vinieron de buena gana, con cuya obra se hizo un lance de Iglesia de cincuenta pies de largo, cuarenta de ancho y treinta de alto, á lo cual ayudaron todos los indios del lugar [...] (p. 173). [...] y pasado algunos meses, como era muncha gente que entraba en la Iglesia, nos pareció que convenía añadir otro lance de cincuenta pies de hueco, semejante al primero, lo cual se propuso á los indios y fueron contentos. (p. 178).

Quanto à escola, temos algo sobre os seus primeiros desdobramentos:

> La escuela de leer que se entabló después de ido el P. Rector y se ha conservado aunque con pocos, los cuales ya van leyendo sueltamente, y saben ya muchos responder á misa. Introdujo se también de enseñarles á cantar [...]; y ahora se va multiplicando la escuela, y con mas orden que todo se va introduciendo, poco á poco y con mucha paciencia por falta de azote, sin el cual parece que es imposible poderse criar juventud, y particularmente la que tiene tan grande parte del animal, y tampoco del racional como esta. [...]. También saben ya algunos tocar los violones, que todo sirve para el decoro de los divinos oficios. (RUYER, 1627/1869, p. 186).

Preconceitos à parte, realmente dizem que em todas as Reduções “fundamos uma escola de ler e escrever para a criançada e juventude. Fixou-se o tempo de uma hora pela manhã e de outra à tarde, para que todos os adultos viessem à catequese ou doutrina" (MONTOYA, 1639/1997, p. 59). Aliás, "os colégios e suas fazendas representavam as estruturas de poder mais fortes da Companhia para se enraizar nos espaços da conquista colonial" (SCHALLENBERGER, 2013, p. 33).

Nas Reduções, desde os primeiros anos era ensinado ler, escrever e calcular. Mas a escola era seletiva. Os Padres, "en cada reducción han abierto clases para enseñar a los hijos de los caciques y principales del pueblo a leer, escribir, contar, cantar y danzar [...]" (JARQUE; ALTAMIRANO, 1687/2008, p. 90). A descrição deixa claro o que e a quem ensinar. De fato, "no todos los niños eran instruidos en la lectura, escritura y en nociones de cálculo, sino sólo aquellos que pedía el bien de la ciudad" (PERAMÁS, 1793/2004, p. 77).

Isso mostra a preocupação dos Padres em manter o controle sobre os neófitos e, assim, sobre a Redução e todos os seus habitantes. Por isso:

> El contar se les enseña, porque no cuentan en su gentilidad aquellas naciones más que hasta cuatro, ignorando todos los demás números; cinco explican los gentiles, mostrando los dedos de una mano; para significar diez, muestran las dos manos; y veinte con pies y manos. Lo que de veinte excede el número, llama muchos, sin más racional cuenta; y quedándose en tal rudeza no era posible distinguir el número de pecados en la confesión, y de otras cosas, fuera de ella, para el trato político y buen gobierno. Por esto no sólo aprenden los muchachos en la escuela a contar, sino también a todo el pueblo después de concluido lo sagrado, se les hace repetir en la iglesia la tabla entera, para que sepan explicar con distinción los números. (JARQUE; ALTAMIRANO, 1687/2008, p. 91).

A dinâmica era a seguinte:

> Después de la doctrina se les enseñaba á contar desde uno hasta mil ò mas; el nombre de los días de la semana; el de los meses del año, y otras cosas semejantes, siendo todo preciso, porque el idioma Guaraní, aunque elegante y fecundo […], carece de frases propias para explicar los conceptos que hemos referido, y no tiene números para contar mas de cinco, que son los dedos de la mano, y los indios se veían embarazados para expresar los pecados en la confesión cuando pasaban de aquel número. (ALVEAR, 1788/1836, p. 320).

Poucas vezes os indígenas teriam necessidade de fazer contas complicadas. Entretanto, em seu cotidiano, os quatro números/palavras e suas combinações eram suficientes para as operações usualmente efetuadas, sendo que, se quisessem ou precisassem, contariam até onde contamos nós.

O diferencial é que seu modo não é como nosso, ou seja, com dez números, com representações escritas, etc.

Os jesuítas, subestimando a cultura Guarani, lhes impuseram um modo de contar alheio, principalmente para atender a Igreja. E, infligir-lhes a crer, instruir-lhes a contar e ensinar-lhes a rezar foi uma maneira eficaz de submetê-los, convertê-los e dominá-los. E quanto mais tentavam aprender a contar, quanto mais estudavam a cultura alheia, menos tempo tinham para cultivar a sua própria cultura, acabando por aculturar-se. Não descreveremos mais sobre a 'pedagogia' adotada nas escolas das Reduções. Para mais detalhes, indicamos a tese de Lübeck (2013).

Fatidicamente, essa missão teve que ser movida, como vimos, ficando a terra das cataratas quase erma de gente, e "mudou-se este povo, de receio pela invasão cruel dos paulistas, e melhoraram seu habitat, onde vivem com descanso e não pouco como cristãos e devotos da Virgem [que lhe dá nome], sendo de raro exemplo sua Congregação" (MONTOYA, 1639/1997, p. 214), até a expulsão dos Jesuítas.

Arriscaríamos dizer que, com essa Redução, a atual região de Foz do Iguaçu teve assim sua primeira escola nos moldes que conhecemos, existindo entre 1626 e 1633, ocorrência muito importante para a História da Educação Matemática e à própria História da Matemática, fato que merece ser registrado.

Considerações Finais

Como últimas palavras, gostaríamos de dizer que compactuamos com a visão de história e de historiografia especificadas da seguinte maneira: "Em termos gerais e simplificados, [a] História é o conjunto dos acontecimentos humanos ocorridos no passado, e a Historiografia é o conjunto dos registros, interpretações e análises desses acontecimentos" (D'AMBROSIO, 2004, p. 166). Além disso, acreditamos que "a história é o privilégio (tantra) que é necessário recordar para não esquecer-se a si próprio. [Pois] ela situa o povo no centro dele mesmo, estendendo-o de um passado a um futuro" (CERTEAU, 2002, p. 16). À historiografia cabe apontar o que sobrou da escolha entre o que é esquecido, seja de propósito ou não, e o que permanece, pois “o perecível é seu dado; o progresso, sua afirmação” (Ibidem, p. 17).

Pensando assim, pesquisamos na intenção de colaborar com a construção de uma História da Matemática sempre abrangente e justa, estudando pessoas, obras e contextos de maneira transcultural, transdisciplinar e holística, analisando fontes de época e documentos recentes, onde despontam alguns vestígios que podem ajudar na melhor compreensão do passado, o qual nunca devemos esquecer. E os meios mais tangíveis que certificam o nosso discurso são as citações e as referências.

Referências

ALVEAR, Diego de. Relación Geográfica e Histórica de la Provincia de Misiones. In: ANGELIS, Pedro De. **Colección de Obras y Documentos Relativos a la Historia Antigua y Moderna de las Provincias Del Río de La Plata**. Tomo Cuarto. Buenos Aires: Imprenta Del Estado, 1836, p. 235-354. (Original de 1788).

AZARA, Félix de. **Geografía Física y Esférica de las Provincias Del Paraguay, y Misiones Guaraníes**. Bibliografía, Prólogo y Anotaciones por Rodolfo R. Schuller. Montevideo: Anales Del Museo Nacional, 1904. (Original de 1790).

AZARA, Félix de. **Voyages dans l'Amérique Méridionale**. Paris: Dentu, 1809. Disponível em: https://www.davidrumsey.com. Acesso em: 20 mai. 2020.

BLAUE, Joan. **Paraquaria vulgo Paraguay cum Adjacentibus**. 1665. Disponível em: http://objdigital.bn.br. Acesso em: 20 mai. 2020.

CABEZA DE VACA, Álvar Núñez. **La Relación y Comentarios del Gobernador Alvar Núñez Cabeza de Vaca**. Valladolid, 1555.

CERTEAU, Michel de. **A Escrita da História**. Tradução Maria de Lourdes Menezes. 2. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2002.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Tendências Historiográficas na História da Ciência. In: ALFONSO- GOLDFARB, Ana Maria; BELTRAN, Maria Helena Roxo. (Org.). **Escrevendo a História da Ciência**: tendências, propostas e discussões historiográficas. São Paulo: EDUC/LF/FAPESP, 2004, p. 165-200.

JARQUE, Francisco; ALTAMIRANO, Diego Francisco. **Las Misiones Jesuíticas en 1687** – El estado que al presente gozan las Misiones de la Compañía de Jesús en la provincia del Paraguay, Tucumán y Río de La Plata. 1. ed. Buenos Aires: Academia Nacional de la Historia, 2008. (Original de 1687).

LÜBECK, Marcos. **Uma Investigação Etnomatemática sobre os Trabalhos dos Jesuítas nos Sete Povos das Missões/RS nos Séculos XVII e XVIII**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/handle/11449/91003. Acesso em: 20 mai. 2020.

LÜBECK, Marcos. **Utopia e Esperança**: do mito da Terra sem Males à Educação Etnomatemática. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2013. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/handle/11449/102119. Acesso em: 20 mai. 2020.

MALLMANN, Alfeu Nilson. **Retrato sem Retoques das Missões Guaranis**. Porto Alegre: Martins Livreiro, 1986.
MONTOYA, Antonio Ruiz de. **Conquista Espiritual Feita pelos Religiosos da Companhia de Jesus nas Províncias do Paraguai, Paraná, Uruguai e Tape**. Trad. Arnaldo Bruxel. 2. ed. Porto Alegre: Martins Livreiro, 1997. (Original de 1639).
MONTOYA, Antonio Ruiz de. **Tesoro de la Lengua Guaraní**. Introdução e Notas Bartomeu Melià. Assunção: CEPAG, 2011. (Original de 1639).
MOUSSY, Victor Martin de. **Carte historique de la Province des Missions et des établissements des Jésuites sur le Paraná et l'Uruguay de 1575 a 1768**. Paris: Lemercier, 1873. (Original de 1865). Disponível em: https://www.davidrumsey.com. Acesso em: 20 mai. 2020.
PARELLADA, Claudia Inês *et al*. **Vida Indígena no Paraná**: memória, presença, horizontes. Curitiba: PROVOPAR, 2006.
PERAMÀS, Josep Manuel. **Platón y los Guaraníes**. Nova versão do original latino por Francisco Fernández Pertíñez; Bartomeu Melià. Prólogo e notas de Bartomeu Melià. Assunção: CEPAG, 2004. (Original de 1793).
RUYER, Claudio. Carta Annua de la Reducción de Santa María Del Iguazú, para el P. Nicolás Duran, Provincial Del Paraguay de la Compañía de Jesús – Año de 1627. **Revista Del Archivo General de Buenos Aires**, Buenos Aires, Imprenta Del “Porvenir”, Tomo I, p. 168-189, 1869. (Original de 1627).
SCHALLENBERGER, Erneldo. **A Integração do Prata no Sistema Colonial**: colonialismo interno e missões jesuíticas do Guairá. Cascavel: EDUNIOESTE, 2015.
SCHALLENBERGER, Erneldo. A Província Jesuítica do Paraguai: um território missioneiro e uma nova fronteira sociocultural. In: Mauro José Ferreira Cury; Erneldo Schallenberger (Org.). **A Cultura Missioneira no Universo Transfronteiriço**. Cascavel: EDUNIOESTE, 2013, p. 23-45.
TECHO, Nicolás del. **Historia de la Provincia del Paraguay de la Compañía de Jesús**. Tradução do Latim ao Espanhol por Manuel Serrano y Sanz; Prólogo de Bartomeu Melià. Assunção: CEPAG/FONDEC, 2005. (Original de 1673).

A LEI DOS COSMÓGRAFOS (1801), UMA REFORMA ADMINISTRATIVA DO TERRITÓRIO PARA OS MATEMÁTICOS

Fernando José Bandeira de Figueiredo
Universidade de Coimbra
fernandobfigueiredo@gmail.com

Resumo

O problema das saídas profissionais é uma questão que marca a vida da Faculdade de Matemática desde a sua criação na Reforma Pombalina da Universidade de Coimbra (1772). Em 1777 Francisco de Lemos (1735-1822), o Reformador-Reitor, ciente do problema propunha que se legislasse no sentido de que algumas profissões só pudessem ser desempenhadas por matemáticos formados pela Universidade. Defendia que os cargos de Cosmógrafo-Mor e Engenheiro-Mor fossem providos apenas por matemáticos e proponha ainda a criação de *"lugares de Cosmógrafos pelas Províncias, e Domínios"*, que empregariam os graduados da nova Faculdade. Só muito mais tarde, em 1801, é que foi expressamente criada legislação (Alvará de 9 de Junho) que instituía em cada comarca o lugar de Cosmógrafo a ser ocupado por um matemático, cujas funções seriam a elaboração uma carta topográfica da Comarca de acordo com as regras estabelecidas para a Carta Geográfica do Reino; e *"intender sobre todas as obras públicas [...] e outros ofícios análogos à Profissão dos Matemáticos"*. Esta reforma na administração do território pretendia, ao transferir um conjunto de competências tradicionais dos Corregedores e Provedores das Comarcas, introduzir os Matemáticos como novos funcionários da administração central do Estado.

Palavras-chave: Universidade de Coimbra (1772). Matemáticos. Saídas Profissionais. Território. Lei dos Cosmógrafos.

Introdução[1]

A 22 de setembro de 1772, o Marquês de Pombal, Sebastião José de Carvalho e Melo (1699-1782), primeiro ministro todo poderoso de D. José I (1714-1777), chega a Coimbra para instituir a nova Reforma da Universidade e proceder a todas as formalidades para a sua implementação (VASCONCELOS, 1917). Consigo traz os Novos Estatutos da Universidade, elaborados pela Junta de Providência Literária, que vinham substituir os antigos de 1612 considerados *'estéreis e perniciosos'* ([Carta de Roboração] ESTATUTOS 1772, v. 1 p. vi).

[1] Este artigo é uma versão preliminar e reduzida de um outro a publicar futuramente em livro colectivo que reunirá as outras contribuições do 'Simpósio 3' do 8º ELBHM – '*As Matemáticas e as Ciências Afins na Construção dos Territórios Nacionais: atores, instituições e territórios*', integradas nestas actas, bem como outros textos convidados. Esse livro será publicado pela Imprensa da Universidade de Coimbra.

As reformas Pombalinas, em geral, e as reformas da educação, em particular, tinham como objetivo mobilizador recuperar o atraso de Portugal face aos países considerados mais avançados e cultos da Europa. A Reforma da Universidade foi pensada e estruturada com a finalidade de sintonizar Portugal com as ideias 'iluminadas' da Europa do desenvolvimento e conhecimento científico. Assentava num novo programa de humanidades, filosofia e ciências pautado por concepções modernas (Carvalho, 2008, p.63), onde se destacavam os *'Cursos das Sciencias Naturaes e Filosoficas'*, a ministrar nas novas Faculdades de Matemática e Filosofia Natural, e na profundamente reformada Faculdade de Medicina[2]. Como objetivo principal tinha a formação de quadros técnicos para os vários sectores do funcionalismo público que dessem sustentação aos interesses económico-administrativos do país. Pretendia-se uma Universidade que fosse não só um centro de ensino, mas também de produção de conhecimento para um país que urgia modernizar e alavancar económica, social e culturalmente. As palavras de Francisco de Lemos (1735-1822), o Reformador-Reitor, não deixam dúvidas sobre o que se pretendia com a nova Universidade de Coimbra,

> Não se deve olhar para a Universidade como um Corpo isolado, e concentrado em si mesmo, como ordinariamente se faz; mas sim como um Corpo formado no seio do Estado, para por meio dos Sábios, que cria, difundir a Luz da Sabedoria por todas as partes da Monarquia; para animar, e vivificar todos os Ramos da Administração Pública; e para promover a felicidade dos homens; ilustrando os seus Espíritos com as verdadeiras noções do justo, do honesto, do útil, e do decoro; formando os seus Corações na prática das Virtudes sociais, e Cristãs; e inspirando-lhes Sentimentos de Humanidade, de Religião, de Probidade, de Honra, e de Zelo pelo Bem Público. (LEMOS, 1777).

Os novos estudos científicos universitários organizam-se num projeto educativo inovador e completamente atualizado das ciências físico-matemáticas, com o ensino das chamadas ciências exatas em moldes completamente novo[3]. A matemática torna-se central no currículo universitário, pois é vista como uma ciência fundamental que ilumina

[2] Os *Estatutos Pombalinos* dedicam o seu 3º volume a estas três faculdades de 'Sciencias Naturaes'.
[3] Nos Estatutos é usada a expressão "*Sciencias Exactas"* (ESTATUTOS, 1772, v. 3, p. 209).

> superiormente os entendimentos no estudo de qualquer outras disciplinas: mostrando-lhe praticado o exemplo mais perfeito de tratar uma matéria com ordem, precisão, solidez, e encadeamento fechado, e unido de umas verdades com outras: inspirando-lhes o gosto, e discernimento necessário para distinguir o sólido, do frívolo; o real, do aparente; a demonstração, do paralogismo: e participando-lhe uma exactidão, conforme ao Espírito Geométrico; qualidade rara, e precisa, sem a qual não podem conservar-se, nem fazer progresso algum os conhecimentos naturais do Homem em qualquer objecto que seja. (ESTATUTOS, 1772, v. 3, p. 141-142).

Assim, a cadeira de Geometria é obrigatória para todos os alunos das diferentes Faculdades.

A Matemática ao serviço do Estado: o *Curso Mathematico*

Como já referimos, a criação do ensino científico na Universidade foi uma das maiores novidades da Reforma Pombalina, que se materializa na criação da nova 'Faculdade de Mathematica', com um curso estruturado em 7 cadeiras (5 da Faculdade de Matemática e 2 da Faculdade de Filosofia) [4].

Para além do seu carácter estruturante ao pensamento e à clareza de raciocínio, a matemática tinha também uma importância enquanto ciência prática num vasto domínio, desde as engenharias, à cartografia e medição de território, à navegação, e outros ramos de atividade vitais para o progresso da sociedade,

> como o regularem-se por elas as Épocas, e Medidas dos tempos, as Situações Geográficas dos Lugares; as Demarcações, e Medições dos Terrenos; as Manobras, e Derrotas da Pilotagem; as Operações Práticas da Campanha, e da Marinha; as Construções da Arquitectura Naval, Civil, e Militar; as Máquinas, Fábricas, Artifícios, e Aparelhos, que ajudam a fraqueza do Homem; e uma infinidade de outro subsídios, que promovem, e aperfeiçoam vantajosamente um grande número de Artes úteis, e necessárias ao Estado. (LEMOS, 1777, p. 81).

Estava assim mais que legitimada a criação na Universidade de um *"Curso fixo, e completo de Matemáticas, destinado para a Manutenção, e Ensino Público destas Ciências."*

---

[4] 1º ano: Geometria e História Natural (Fac. de Filosofia); 2º ano: Álgebra e Física Experimental (Fac. de Filosofia); 3º ano: Foronomia (Física-Matemática) e no 4º ano: Astronomia. Havia ainda uma cadeira de Desenho e Arquitectura, a ser frequentada no 3º ou 4º ano. A cadeira de Geometria, como já referimos, era obrigatória para todos os alunos da Universidade.

A par da Faculdade de Matemática criava-se também o Observatório Astronómico, um estabelecimento científico com o objectivo não só da leccionação e da prática da disciplina do 4º ano, mas principalmente *"em fazer todas as observações, que são necessárias para se fixarem as Longitudes Geográficas; e rectificarem os Elementos fundamentais da mesma Astronomia."* (ESTATUTOS, 1772, v. 3, p. 213). A ciência astronómica desempenhava um papel importantíssimo para a *"perfeição particular da Geografia, e da Navegação"* e sendo o império português maioritariamente um império marítimo, o desenvolvimento da navegação, da cartografia e das cartas hidrográficas era crucial para a sua manutenção e promoção no quadro da nova geopolítica continental. O programa técnico-científico do Observatório será focado, tal como os seus congéneres observatórios nacionais europeus, para o cálculo e a publicação das *Ephemerides Astronomicas* (1803), calculadas *"para uso do mesmo Observatório, e para o da navegação Portuguesa"*. Como Harrison e Johnson bem salientam, *"o Iluminismo foi o momento em que uma ciência moderna matematizada e o Estado nacional burocratizado uniram forças"* (HARRISON; JOHNSON, 2009) – o que também é bem exemplo em Portugal.

Saídas profissionais: os 'lugares de cosmógrafos'

Para incentivar as matrículas e a frequência de alunos na nova Faculdade de Matemática os Estatutos estabeleciam uma série de profissões exclusivas e lugares no funcionalismo público,

> Todos os outros Estudantes, que tendo feito o Curso Matemático da Universidade, [...] quiserem entrar no meu serviço, serão admitidos a servir na Marinha, sem preceder outro algum Exame; e na Engenharia, sem preceder Exame de Matemática, mas tão somente do Ataque, e Defesa das Praças. E havendo concurso dos Postos de Engenharia dos Matemáticos da Universidade com os Aulistas das Escolas Militares, que Eu for servido criar: Ordeno, que de uns, e outros se Me consultem sempre em igual número de sujeitos; e que se despachem com a mesma igualdade. Porque assim é Minha vontade; e assim convém ao Meu serviço, por ser de grande vantagem, que entre os Engenheiros Práticos haja sempre um grande número, que possua fundamentalmente as Ciências Matemáticas, que são a base de todas as Operações Militares. Da mesma sorte Ordeno, que os Ofícios de Arquitecto da Cidade de Lisboa, e das outras Cidades do Reino; e que os Ofícios de Medidores dos

> Conselhos em todos os Meus Reinos, e Domínios, não possam ser daqui por diante providos em sujeitos curiosos, e meros práticos; havendo Matemáticos, que tenham cursado na Universidade, e os queiram servir. E concorrendo eles a requerer os ditos Ofícios, será o Provimento, que em qualquer outra pessoa se fizer, nulo, e de nenhum efeito. (ESTATUTOS, 1772, v. 3, p.150).

Pretendia-se assim privilegiar a nova profissão de matemático e assegurar perspectivas profissionais, criando novos quadros nos vários sectores do funcionalismo público que dessem sustentação aos interesses económico-administrativos e técnicos do país.

Os Estatutos eram taxativos, estipulando que os ofícios de arquiteto e de medidores dos concelhos não fossem providos em *"sujeitos curiosos, e meros práticos"*, mas sim em exclusivo por Matemáticos que tivessem cursado a Universidade. Porém, entre o escrito na lei e a sua aplicação vai por vezes uma longa distância. Na verdade cinco anos volvidos muito estava ainda por se fazer e instruir e D. Francisco de Lemos temendo que o novo projeto da Universidade Pombalina ficasse em risco com a morte de D. José, e o consequente afastamento de Pombal, reforça a necessidade de se fazer cumprir a promessa de empregos exclusivos para os matemáticos. No seu Relatório do estado da Universidade apela à nova rainha, D. Maria I (1734-1816), para legislar nesse sentido,

> estas admiráveis instituições [as disposições dos Estatutos acerca dos empregos para os matemáticos] não se chegaram a executar, mas as Ordens para elas se fazerem, passaram-se [...]. Se a Rainha Nossa Senhora for servida confirmá-las, e mandar efectuá-las, florescerão os Estudos Matemáticos; e a Nação entrará a receber muito grandes vantagens destes Estudos [...] que efectivamente conduzem para a felicidade, e bom governo do Estado. (LEMOS, 1777, p. 89).

O Reitor defendia que os cargos de Cosmógrafo Mor e Engenheiro Mor fossem providos apenas por matemáticos formados em Coimbra e proponha ainda que os *"lugares de Cosmógrafos pelas Províncias, e Domínios"* a serem criados fossem também exclusivos para os graduados da Faculdade de Matemática.

Os seus argumentos eram fortes para a existência destes lugares de cosmógrafos nas Comarcas, pois

> faria certamente cessar a metade das demandas, e uma terça parte dos crimes nestes Reinos; por que é certo, que muitos crimes se cometem por teimas, e duvidas sobre as propriedades. […] Todas as duvidas sobre limites, serventias, caminhos logradouros, se decidiriam de plano pela decisão do Cosmógrafo escrita pelo escrivão do seu cargo, e assinada por ele. (LEMOS, 1777, p. 90-91)

O seu papel seria fazer, sob sua inspeção, um cadastro da região, uma carta topográfica com todos os nomes dos lugares, caminhos, rios, montes e vales, com os *"[…] limites, serventias, caminhos logradouros, se decidiriam de plano pela decisão do Cosmógrafo"*. Nesse livro cadastral deveriam também ser registadas todas as vendas das propriedades, o que facilitaria a fiscalização dos respectivos impostos de direito de propriedade e de outros direitos equiparáveis sobre bens imobiliários, como era o caso da sisa – *"tributo grande, que por andar disperso por tantas mãos, e ser impossível verificar as contas, não chega a Sua Majestade nem a décima parte dele."* (Lemos, 1777, p.90). Caberia também ao cosmógrafo presidir em reunião de Câmara às decisões, e deliberações sobre as obras públicas de pontes, estradas, calçadas, conduções de águas, etc. Como se pode perceber, nesta ideia de Francisco de Lemos era dado um grande poder aos matemáticos, interferindo fortemente no papel dos corregedores e provedores das Comarcas.

Em 1801, é expressamente criada legislação (a chamada Lei dos Cosmógrafos) que irá instituirá, à semelhança do que Francisco de Lemos havia proposto, um lugar de cosmógrafo em cada Comarca, com funções de elaborar, de acordo com as regras estabelecidas para a *Carta Geográfica do Reino*, a carta topográfica dessa região, e intender sobre todas as obras públicas e *"outros ofícios análogos à Profissão dos Matemáticos"*.

A Lei dos Cosmógrafos (1801): uma reforma administrativa do território para os matemáticos

Portugal desde o século XV estava dividido territorialmente em seis grandes regiões administrativas, ou comarcas. No século XVIII vão se empreender uma série de reformas jurídico-administrativas do território, que de certa maneira acompanham uma tendência do que se verifica em outros países europeus *"e que tinham como primado a lei, contra a pluralidade de tribunais,* *esta causadora da »morosidade e onerosidade dos processos»"* (Costa, 2016, p.62). No reinado de D. Maria, em inícios da década de 1790, serão publicadas uma série de leis suprimindo as justiças dos senhorios e das honras das antigas comarcas. A lei das Comarcas de 1792 vem nomear para cada uma um magistrado e um engenheiro, em que caberia ao primeiro o conhecimento económico e social da região e ao segundo o seu levantamento cartográfico[5]. Porém, será em 1801 que é finalmente publicada a lei, pela Carta Régia de 9 de junho de 1801 (SILVA, 1828b, p. 707-710), que expressamente consubstancia a grande reforma administrativa do território nacional, que se vinha desenhando.

A 'Lei dos Cosmógrafos', assim ficou designada, vem finalmente legislar no sentido de reservar aos matemáticos uma posição de relevo na administração pública do estado, criando-lhes lugares de cosmógrafos nas várias comarcas do país. A lei, que segundo o geógrafo e estatístico Adrien Balbi (1782-1848) tinha forte inspiração no modelo francês, é atribuída a José Monteiro da Rocha (1734-1819), um dos pilares e mentores da Reforma Pombalina da Universidade, professor da Faculdade de Matemática e Diretor do Real Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra [6]. Aos matemáticos era reservada a exclusividade de missões e trabalhos que exigiam conhecimentos e competências técnico-científicas específicas, *"a fim de se evitarem os erros, que se fazem com gravíssimo prejuízo da Minha Real Fazenda, e irreparável detrimento do Público, por falta de princípios teóricos da mesma faculdade"*. Introduzia também uma profunda reforma na administração do território, pois transferia-lhes um conjunto de competências tradicionais dos corregedores e provedores das comarcas, tais como todas as inspecções e intendências que relativas a quaisquer *"obras Públicas, Encanamento de Rios, Abertura de Barras; Direcção, e Alinhamento de Estradas, Demarcação de Terrenos, Laborações de Artes, e de Fábricas, Preparações, e Invenções de Máquinas"* (carta régia, 9 de junho de 1801).

[5] A questão da elaboração de um levantamento topográfico do país havia começado a ser fortemente discutido na Academia das Ciências de Lisboa a partir de meados da década de 1780.

[6] Sobre a atividade e o papel de Monteiro da Rocha na vida universitária, científica e cultural de Portugal nos finais do Antigo Regime, veja-se Figueiredo, 2011.

Figura 1: Lei dos cosmógrafos (Carta Régia, 9 de junho de 1801).

1801 707

EU O PRINCIPE REGENTE Faço saber aos que este Alvará com força de Lei virem: Que tendo consideração a que as Sabias, e Luminosas intenções, e os grandes, e providentes fins, que moverão o Real Animo do Senhor Rei Dom José, Meu Senhor, e Avô, para que ao tempo da Nova Fundação da Universidade de Coimbra creasse nella a Faculdade de Mathematica, tiverão por objecto o conseguir, que do ensino Público da mesma Faculdade sabiamente dirigido pelos Estatutos, que Foi Servido dar-lhe, sahissem Mathematicos profundos, cuja reputação igualando a dos Grandes Homens, que nestes Estudos tem merecido em toda a Europa honrosa celebridade, e nome, os fizesse dignos de serem empregados em utilidade Pública nestes Reinos, e seus Dominios: Considerando outrosim, que o Mesmo Senhor Rei, como Augusto Fundador da sobredita Universidade, para animar os Professores da referida Faculdade, e attrahir para os Estudos della Alumnos, que fossem dotados de huma indole, e genio proprio, qual requerem os mesmos Estudos (além das Mercês, e Honras declaradas nos mesmos Estatutos, e além dos Canonicatos, e Commendas, que designou para premiar os mesmos benemeritos Professores) tinha na Sua Real, e Providentissima Intenção destinado Lugares em alguns dos Tribunaes destes Reinos, e crear outros nas Provincias delles, em que fossem empregados os referidos Professores, os Graduados, e os Bachareis Formados na sobredita Faculdade, e que tivessem ou na regencia das Cadeiras della, ou na applicação dos Estudos, e progresso delles, merecido huma reputação distincta: Querendo Eu, por honrar a mesma Faculdade, e animar os Professores, Doutores, e Bachareis Formados della, reduzir a effeito as Sabias, e Magnanimas Intenções do mesmo Senhor Rei, de hum modo conveniente, que lhes excite os honrados estimulos, para merecerem as Honras, e Prémios que lhes destino, e que lhes serão indefectivelmente conferidos: Sou Servido, He Minha Real Vontade, e Mercê Ordenar aos ditos respeitos o seguinte:

Ordeno, e Estabeleço: Que nos Conselhos da Minha Real Fazenda, do Ultramar, do Almirantado, e na Real Junta do Commercio, Agricultura, Fabricas, e Navegação destes Reinos, e seus Dominios haja sempre (pelos menos) hum lugar destinado para hum Mathematico Graduado, que haja sido, ou seja na Universidade Professor Público da referida Faculdade; e que sem attenção á sua maior antiguidade de Graduação, e Magisterio, tenha dado, e dê maiores provas dos Progressos, e Conhecimentos, por elle adquiridos nesta sciencia; e possa com ellas fazer-se util na Discusão, Direcção, e Decisão dos Negocios daquelle dos referidos Tribunaees, em que houver de ser empregado.

Item: Ordeno, e Estabeleço: Que todas as Inspecções, e Intendencias, que forem relativas, e respeitarem a quaesquer obras Públicas, Encanamento de Rios, Aberturas de Barras; Direcção, e Alinhamento de Estradas, Demarcações de Terrenos, Laborações de Artes, e de Fabricas, Preparações, e Invenções de Máquinas; e assim mesmo quaesquer outros objectos, que exigem Conhecimentos, e Estudos da referida Faculdade, sejão privativa, e exclusivamente commettidas a Mathematicos Graduados, ao fim de se evitarem os erros, que se fazem com gra-

Vvvv 2

Fonte: Silva (1828).

O matemático/cosmógrafo tinha também como missão a elaboração uma carta topográfica da comarca de acordo com as regras estabelecidas para a Carta Geográfica do Reino, de Francisco António Ciera (1763-1814). Trabalhos de levantamento geodésico iniciados em 1790 e para os quais Ciera, inclusivamente, havia recorrido a Monteiro da Rocha para que este construísse as réguas a usar na medição das bases geodésicas:

> Sendo estas operações, entre todas as da matemática, as que requerem maiores conhecimentos, já para a escolha de métodos, já para o modo de as pôr em prática, vejo-me de necessidade obrigado a comunicar as minhas ideias a quem, sendo da mesma profissão, esteja em estado de me tirar algumas dúvidas que ocorreram, e de lembrar novos métodos que facilitem e tornem mais segura a execução desta obra. Em Portugal não há quem melhor me possa ajudar do que o Dr. José Monteiro da Rocha, que foi meu mestre em Coimbra. Este homem de engenho raro, que sem dúvida pode entrar no número dos grandes matemáticos da Europa, pode contribuir muito com as suas luzes nesta expedição. Carta (c. 1790) de Ciera, citada em (MENDES, 1965).

A Lei dos Cosmógrafos previa e estipulava uma série de disposições para que tal trabalho de levantamento e construção dessas cartas topográficas pudesse ser posto em prática. A nível de recursos humanos mandava que fossem atribuídos aos cosmógrafos *"um ou mais ajudantes, tirados do Corpo dos Engenheiros"*, acabando por subordinar estas aos primeiros. A nível técnico estipulava uma série de procedimentos e instrumentos comuns, no sentido de uma ligação, uniformização e coerência dos trabalhos,

> Todos devem usar do mesmo petipé, que deverá ser o da vara de que usou o professor Ciera nas operações dos grandes triângulos. Todas as cartas devem ser em papel da mesma marca. A geral da Comarca dividida em concelhos a mil braças por polegada, a de cada concelho com todos os seus lugares a cem, e as dos prédios e terrenos de cada concelho a dez. E ouvindo o parecer de peritos deve também ordenar-se tudo o que pertence às aguadas e sinais, que devem representar as diversas qualidades dos terrenos e das suas produções. […] A cada um dos Cosmógrafos se devem dar os instrumentos necessários, não somente para as operações topográficas, mas também para as astronómicas que dizem respeito á Geografia.

E todas as observações astronómicas de suporte de todo este trabalho cartográfico deveriam ser remetidas para o Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra, a instituição que se pretendia charneira para as questões astronómico-cartográficas do país,

> as latitudes dos lugares principais da Comarca, os eclipses da lua, do sol, dos satélites, e as ocultações das estrelas; observações que anualmente remeterão ao diretor do Observatório da Universidade:

Tanto quanto se sabe a lei não deu grandes frutos práticos. A pressão dos juristas terá, muito possivelmente, contribuído para que os matemáticos não fossem providos nestes lugares tradicionalmente destinados aos homens de leis. Carlos M. Martins só identificou dois homens providos nos cargos de

Cosmógrafos segundo esta lei: António José Vaz Velho (1771-1860), nomeado em 7 de Julho de 1802 para Cosmógrafo da Comarca de Tavira, seria também nomeado para superintendente do encanamento do rio de Quarteira e membro do Real Corpo de Engenheiros; e Filipe Neri da Silva Coutinho provido no lugar de Provedor Cosmógrafo da comarca de Évora, em 13 de Novembro de 1802 (Martins, 2014, p.). Porém, e apesar de fortes conhecimentos matemáticos, eram formados em Leis e Filosofia e não em Matemática!

Considerações

A Lei dos Cosmógrafos foi uma infrutífera tentativa de empreender não só uma rede articulada e integrada de conhecimento cartográfico do território nacional, mas também de levar a cabo uma profunda reforma administrativa. A transferência de um conjunto de competências tradicionais dos corregedores e provedores para os matemáticos, como funcionários técnicos especializados da administração central do Estado, acabou por não se verificar. A lei tentou resolver o problema das saídas profissionais, reservando-lhes em exclusivo estes lugares de cosmógrafos. Colocava não só os engenheiros militares, do Real Corpo de Engenheiros, sob tutela dos matemáticos, como também, de certa maneira, lhes subordinava os juristas e homens de leis. No limite seriam os matemáticos que com os seus pareceres técnicos acabariam por decidir e resolver muitas questões de propriedade, impostos e fiscalização.

A profissão de matemático foi desde sempre, e ao longo dos tempos, vista como menor e precária. No adiantado do século XIX, Júlio Dinis retrata bem essa imagem no seu conto 'Apreensões de uma Mãe', quando certa personagem afirma, *"no nosso país, um matemático […] não tem uma posição segura e definida. Os nossos governos encomendam as estradas aos enxurros, e as pontes fazem-se quando os ventos derrubam os trocos das árvores através das correntes dos ribeiros"* (DINIS, 1870).

Seja como for, e apesar desta infeliz e incorreta imagem, a verdade é que, direta e indiretamente, serão as faculdades científicas, a de Matemática e Filosofia Natural, as responsáveis pela criação da primeira e segunda gerações de quadros técnico-científicos que Portugal formará durante os finais do século

XVIII e inícios do século XIX. A maioria dos futuros engenheiros militares, civis e técnicos que serão formados nas academias militares, que entretanto se criarão, terão como professores e mentores gente formada nessas Faculdades de Matemática e Filosofia. Se, antes da Reforma Pombalina, Portugal tinha quase sempre de recorrer à contratação de técnicos e conhecimento além fronteiras, pelo contrário, depois da mesma, passa a haver um forte e preparado contingente de nacionais fazendo face às necessidades técnico-científicas de fomento e desenvolvimento do país e seus territórios coloniais. Como muito bem João Brigola assinala a frequência estudantil, de prevalência militar, irá democratizar o acesso à cultura matemática na sua dimensão operativa – arquitetura militar, engenharia naval e civil, pilotagem, cartografia, estatística, geodesia e meteorologia (BRIGOLA, 2003).

Referências

BALBI, Adrien, **Essai Statistique sur le Royaume de Portugal et d'Algarve**, 2 vols. Paris: Courcier, 1822.

BRIGOLA, João, **Curso de Philosophia Natural, profissionalização do viajante naturalista e 'conflito de faculdades' (1772-1808)**. **Colecções, Gabinetes e Museus em Portugal no Séc. XVIII**, Lisboa; FCG/FCT, 2003.

CARVALHO, Flávio Rey de, **Um Iluminismo Português? A reforma da Universidade de Coimbra (1772).** São Paulo: Annablume, 2008.

COSTA, Adalberto, **A Comarca de Santo Thirso: Subsídios para a História de um Direito Local**. Porto: Vida Económica, 2016.

DINIS, Júlio, **Serões de Província**, Porto: Livraria Civilização, 1870.

Estatutos da Universidade de Coimbra [1772], 3 vols., Coimbra: Imprensa da Universidade, 1972.

FIGUEIREDO, Fernando B., **José Monteiro da Rocha e a actividade científica da 'Faculdade de Mathematica' e do 'Real Observatório da Universidade de Coimbra': 1772-1820**. Coimbra, 2011. Tese de doutoramento (Matemática Aplicada), Universidade de Coimbra.

FREIRE, Francisco de Castro, **Memoria Histórica da Faculdade de Mathematica nos cem annos decoridos desde a Reforma da Universidade em 1772 até o presente**. Coimbra: Imprensa da Universidade, 1872.

HARRISON, Carol E. and JOHNSON, A., **"Introduction: Science and National Identity"**. Osiris 24, 1-14, 2009.

LEMOS, Francisco de, **Relação Geral do Estado da Universidade [1777]**, Coimbra: Imprensa da Universidade, 1980 [edição fac-similada].

MARTINS, Carlos M. Martins, **O Programa de Obras Públicas para o Território de Portugal Continental, 1789-1809. Intenção Política e Razão Técnica – o Porto do Douro e a Cidade do Porto**. Coimbra, 2014. Tese de doutoramento (Arquitectura), Universidade de Coimbra.

MENDES, Humberto Gabriel, **Francisco António de Ciera, renovador da cartografia portuguesa**, Lisboa, Separata da Revista da Sociedade de Geografia de Lisboa Geographica n.3, 1965.
SILVA, António Delgado, **Collecção da Legislação Portugueza, desde a última Compilação das Ordenações, Legislação de 1791 a 1801**. Lisboa: Tipografia Maigrense, 1828.
VASCONCELOS, António, **Diário do que se passou em a Cidade de Coimbra, desde o dia 22 de Setembro de 1772, em que o Illustrissimo e Excelentissimo Senhor Marquês de Pombal entrou, até o dia 24 d' Outubro, em que partio da dita cidade**. Coimbra: Imprensa da Universidade, 1917.

A MATEMÁTICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DO RIO DE JANEIRO: UM BREVE OLHAR DESDE A ACADEMIA REAL MILITAR

Vinicius Mendes
UFF
viniciusmendes@id.uff.br

Resumo

A fundação da Escola Politécnica do Rio de Janeiro, em 1874, significou um marco em termos da desvinculação do ensino de engenharia do ensino militar. Ademais, constituiu-se como um dos principais ambientes responsáveis pelo ensino de Matemática Superior no Brasil. Nesse contexto, destacam-se a forte influência do positivismo, bem como o movimento de rompimento e superação da influência positivista, protagonizado por promissores estudantes e professores, tais como, Otto de Alencar Silva, Amoroso Costa e Theodoro Ramos. Por outro lado, há de ressaltar que a Escola Politécnica representou a consolidação de mais de seis décadas da única escola de engenharia no país, a partir da fundação da Academia Real Militar, em 1810. Dessa forma, nesse artigo pretendemos evidenciar variados aspectos acerca da matemática desenvolvida na Academia Real Militar e nas instituições que a sucederam. Assim, apresentaremos alguns registros das primeiras aulas de Cálculo Diferencial e Integral no Rio de Janeiro, passando pelas Dissertações de Doutorado submetidas à Escola Central e à Escola Militar até chegarmos ao contexto da Escola Politécnica do Rio de Janeiro, considerando o seu papel em termos da formação matemática oferecida aos futuros engenheiros.

Palavras-chave: Escola Politécnica do Rio de Janeiro. Academia Real Militar. História da Matemática no Brasil.

Introdução

A Escola Politécnica do Rio de Janeiro (EPRJ)[1], fundada em 1874, pode ser vista como uma instituição que sucedeu a Academia Real Militar. No intuito de entendermos melhor a importância da fundação da Academia Real Militar no ambiente intelectual da época, devemos lembrar que, o ensino superior no Brasil esteve longe de ser realidade durante grande parte do período do Brasil Colônia. Nesse período a criação de instituições de ensino superior era completamente desincentivada ou tolhida pela Coroa Portuguesa.

Com a vinda da Família Real para o Brasil, em 1808, o cenário é bruscamente modificado, sendo criada a instituição que se tornaria a única

[1] Nesse texto, quando nos referirmos à Escola Politécnica do Rio de Janeiro, estaremos também fazendo referência às instituições que a antecederam à partir da Academia Real Militar.

responsável pelo ensino de engenharia durante grande parte do século XIX, a Academia Real Militar, fundada em 1810.

De fato, somente no último quarto do século foram fundadas outras instituições para a formação de engenheiros, além das que sucederam a Academia Real Militar, a Escola de Minas de Ouro Preto, em 1876, e a Escola Politécnica de São Paulo, em 1893.

A fundação da Academia Real Militar além de marcar o início do ensino de matemática superior no Brasil, inaugurou uma longa tradição da função do ensino de matemática exclusivamente na formação de engenheiros, situação que perduraria até o século XX.

Nesse texto, ao focarmos na constituição de uma comunidade matemática própria no Brasil, cabe-nos salientar as contribuições advindas da Academia Real Militar e das instituições que a sucederam.

Ensino de Matemática Superior na Academia Real Militar

A Academia Real Militar, fundada pela lei de 4 de dezembro de 1810, assinada pelo príncipe regente, tinha por objetivo ministrar na colônia um curso completo de ciências matemáticas, das ciências de observação, além das ciências militares em toda sua extensão. Assim, deveriam ser formados oficiais de artilharia e engenharia, como oficiais engenheiros geógrafos e topógrafos.

A partir do estabelecimento da Academia, podemos visualizar a criação do Curso Matemático como a introdução da Matemática Superior no Brasil. A riqueza de detalhes contidas na Carta de Lei de 4 de dezembro nos informam as cadeiras, os conteúdos a serem ministrados em cada ano, o número de lentes responsáveis pelos respectivos anos letivos e ainda os livros que deveriam ser utilizados em cada uma das cadeiras.

No primeiro ano do curso deveriam ser ensinados, segundo a carta régia, aritmética, álgebra (até as equações de 3° e de 4° graus), geometria, trigonometria retilínea, noções de trigonometria esférica e desenho. Assim, de fato, podemos inferir que, as cadeiras iniciais do curso tinham um propósito de fornecer uma melhor fundamentação matemática para estudantes os quais, possivelmente, não a tinham obtido em seus estudos anteriores. Nesse intento, a própria carta régia faz menção à matemáticos célebres e aos autores dos livros-textos que deveriam ser adotados.

Em um primeiro momento, em termos das obras estudadas, podemos inferir que o início do ensino de matemática superior no Brasil baseou-se em livros concebidos por clássicos autores.

Quadro 1: Disciplinas e autores indicados para os quatro anos do curso matemático em 1837.

Ano	Conteúdo	Autores Adotados
1	Aritmética, Álgebra até a teoria geral das equações, Geometria Trigonometria	Lacroix Legendre
2	Continuação da Álgebra, Aplicação da Álgebra à Geometria, Cálculo diferencial e integral Geometria Descritiva Superfícies curvas	Lacroix Lacroix Biot
3	Mecânica Química Física Mineralogia	Poisson Tenard Hauhy Custódio A. Serrão
4	Astronomia e Geodesia	Nada Afirma sobre os autores

Fonte: Silva (2011).

Os lentes da Academia além de desempenharem um importante papel na institucionalização da matemática superior no Brasil, também foram responsáveis por publicarem traduções das obras clássicas adotadas e na elaboração de novos compêndios. Nesse contexto, destacam-se os professores Manuel Ferreira de Araújo Guimarães (1777-1838), Francisco Cordeiro da Silva Torres e José Saturnino da Costa Pereira.

Manuel Ferreira de A. Guimarães, um dos principais personagens nesses processos, ainda como estudante na Universidade de Coimbra traduziu *"O Curso Elementar e Completo de Matemáticas Puras*", de Lacaille em 1800, "*Explicação da Formação e Uso das Tábuas Logaritmicas*", de Legendre, também em 1800, e "*Tratado Elementar de Análise Matemática*", de Cousin em 1802. Em solo brasileiro também traduziu e publicou "*Elementos de Geometria, de Legendre*" em 1809; "*Elementos de Álgebra – postos em linguagem para uso dos alunos da Academia Real Militar do Rio de Janeiro*", de Euler; "*Tratado de Trigonometria"* por Legendre, em 1809 e "*Álgebra para a Geometria de Lacroix"*, em 1821.

No que tange aos registros das primeiras aulas de Cálculo ministradas no Brasil, Sad (2011) traz uma análise de manuscritos[2] compilados pelo ex-aluno e ex-professor da Academia Real Militar, Manoel José de Oliveira (1788-1838), a partir de suas próprias notas de aulas e de outros alunos, localizados na Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro.

Assim, entendendo que os registros contidos no manuscrito expressam, de alguma forma, o que se deu nas primeiras aulas da Academia Real Militar, Pereira (2017) inferiu, à luz da análise realizada, que os tópicos destacados abaixo foram efetivamente ensinados nas aulas de cálculo diferencial nos primeiros anos da Academia Real Militar.

- Cálculos envolvendo o processo de diferenciação das funções transcendentes, principalmente das funções exponenciais;
- Expressar funções por meio do desenvolvimento em series;
- Estudo das funções que podem tornar-se em 0/0;
- Aplicação do cálculo diferencial à teoria das curvas.

A partir da independência do Brasil e com o passar dos anos a Academia Real Militar passou por várias reformas tendo, inclusive, o próprio nome mudado por algumas vezes. Mesmo com as mudanças não houveram mudanças significativas no que se refere às disciplinas de matemática, conforme nos atesta Mormello (2010).

Mormello (2010) após analisar as mudanças curriculares, observa que todos os currículos desse período, referentes às disciplinas matemáticas, com exceção de 1839, são bem parecidos com o de 1810, concluindo que "*no balanço final do período, podemos afirmar que ao final dessa fase de seis reformas, as matemáticas mantiveram a sua base de disciplinas*" (MORMELLO, 2010, p.116)

Assim, podemos inferir uma certa estabilidade nos currículos de matemática, até pelo menos 1850, mesmo diante das reformas ocorridas.

Dissertações de Doutorado – Escola Militar e Escola Central

[2] Os documentos estão situados na seção de manuscritos da Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro sob às localizações I-47,10,2; I-4712,1; I-47,6,6.

A partir do decreto de 10 de março de 1842 foi instituído na Escola Militar, o título de Doutor em Ciências Matemáticas. Os bacharéis em matemática que intentassem obter o grau de Doutor deveriam comprovar aprovação em todas as matérias ensinadas na Escola Militar e em todos os exames preparatórios exigidos nos estatutos, além de apresentar uma dissertação.

Assim, de acordo com a regulamentação instituída, para obter o grau de Doutor o estudante deveria preparar uma dissertação de Doutorado, sobre qualquer ponto da Ciência Matemática, dos mais profundos e dos que são ensinados nos últimos três anos.

Cabe observarmos que não era necessário expor nas dissertações algo inédito, bastava apresentar uma dissertação sobre um tema relativo ao curso de engenheiro, ou seja, não se deve esperar encontrar temas e/ou abordagens originais nas teses apresentadas. Sem dúvidas, apesar das dissertações não se constituírem como trabalhos originais, o ambiente gerado por sua produção possibilitou um relevante dinamismo nas atividades acadêmicas na Escola Militar e na Escola Central.

Em particular, Pereira (2017) apresenta uma análise sobre as dissertações que versavam sobre a matemática e percebeu a forte presença dos métodos do cálculo infinitesimal, entendendo, a partir daí, que o ensino do cálculo diferencial na Escola Militar teria sido imbuído pela aplicação dos referidos métodos.

Escola Politécnica do Rio de Janeiro

Em 25 de abril de 1874, a partir do entendimento de que a independência dos ensinos de engenharia civil e militar era o melhor caminho a se seguir, a Escola Central passou a se chamar Escola Polytechnica, desvinculada completamente do Ministério da Guerra, agora subordinada ao Ministério do Império.

Algumas dissertações de doutoramento defendidas na Escola Central já apresentavam algumas referências ao nome e às ideias de Auguste Comte (1798-1857), mas é no ambiente da Escola Politécnica do Rio de Janeiro que o positivismo ganha um grande palco de atuação, tendo como atores principais, tanto o desempenho de significativos professores, quanto as várias obras inspiradas pela filosofia positivista.

A filosofia positivista exerceu enorme impacto na Escola Politécnica, sobretudo no período entre as décadas de 1870 e 1920. Silva (1999) destaca a atuação de Benjamim Constant (1837-1891) como um dos marcos iniciais dessa influência, não somente por sua rápida passagem como professor da Escola Politécnica, mas também por sua ação política. Em particular, após efetuar a troca da obra de Lacroix, tornando a Geometria Analítica de Comte conhecida tanto na Escola Politécnica quanto nas Escolas Militares.

> A partir de 1874, com o surgimento de obras como a de Luiz Pereira Barreto, intitulada As Três filosofias, e a atuação de Benjamim Constant. Quando ele começou a recomendar o livro-texto Geometria Analítica, de Comte, a seus alunos, inaugurou-se uma fase ampla divulgação das ideias positivistas. (SILVA, 1999, p. 242).

Assim, a Geometria Analítica de Comte desempenhou um importante papel, seja na propagação do positivismo, seja como inspiração para os primeiros livros de Geometria Analítica escrito por brasileiros, como o caso de Roberto Trompowsky Leitão de Almeida.

Ainda no período de influência positivista outros livros de matemática foram escritos inspirados nessa filosofia. Em particular, a obra *Teoria Elementar das Funcções* escrita pelo professor Licínio Athanasio Cardoso, deixa seu posicionamento evidente já no prefácio.

> Sempre que, relativamente aos assuntos tratados nesse livrinho, encontramos a opinião de Auguste Comte procurámos á lettra interpretal-a.
> Na introdução e no primeiro capitulo, sobretudo, fomos altamente influenciado pela *Politica Positiva* e pela *Synthese Subjectiva*. (CARDOSO, 1885, p. VI).

Por outro lado, a partir do início do século XX começa a surgir um tímido movimento de resistência à filosofia positivista no contexto da EPRJ, tendo como protagonista um importante personagem, Otto de Alencar Silva (1874-1912).

Otto de Alencar Silva atuou como professor na EPRJ, apenas dois anos depois de graduado, na mesma EPRJ. Sua atuação destacou-se sobremaneira no contexto científico brasileiro do início do século XX, também por seus esforços de consolidar o ciclo de ruptura de influência da ideologia positivista.

De fato, a publicação do artigo intitulado *Alguns erros de mathematica na Synthese Subjective de A.Comte*, em 1898, é considerado como o início do esgotamento da influência da doutrina positivista na EPRJ.

O trabalho de Otto de Alencar também pode ser caracterizado pela busca pela instituição de uma produção própria em consonância com a produção estabelecida pelos matemáticos europeus e americanos. Esse esforço pode ser exemplificado, quando notamos que adquiria constantemente livros e revistas especializadas dos países europeus e dos Estados Unidos.

> O gosto e interesse de Otto de Alencar pelas matemáticas fizeram com que adquirisse, constantemente, livros didáticos e revistas especializadas, recém publicados na Europa e nos Estados Unidos da América do Norte. Formara assim, uma excelente biblioteca particular, para os padrões da época. Por exemplo, livros como: *Traité d'analyse* e *Théorie des fonctions algébriques de deux variables indépendantes*, de E. Picard; *Cours d'analyse mathématique*, de E. Goursat ; *Cours d'analyse*, de C. Hermite ; *Cours d'analyse de l'École Polytechnique*, de C. Jordan ; É*lectricité et optique*, e *Théorie des tourbillons,* de H. Poincaré, dentre outros, foram introduzidos por ele na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, ao mesmo tempo que incentivava colegas e bons alunos ao estudo sério das matemáticas, mesmo trabalhando em uma escola de engenharia. (SILVA, 1998, p. 18-19).

Cabe-nos salientar o entender o notável esforço individual de Otto de Alencar como um comportamento que beira ao autodidatismo, uma vez que, sua prática parece destoar enormemente das práticas estabelecidas pelos professores da Escola Politécnica nesse tempo.

Entendemos que a atuação de Otto de Alencar Silva inaugurou uma nova geração na Escola Politécnica que buscava não somente a quebra da influência positivista, mas também ansiava estabelecer uma produção própria em consonância com o que era produzido pelos matemáticos europeus.

Otto de Alencar foi um importante personagem que inaugurou uma nova postura de pesquisa e exerceu influência na formação de uma nova geração de matemáticos.

Nessa nova fase, Otto de Alencar é visto como o pioneiro de uma nova geração de matemáticos e que tiveram enorme impacto no desenvolvimento da matemática no Brasil, sendo fundamentais para a formação de uma comunidade matemática com produção própria. Nessa linha sucessória, destacam-se Manuel Amoroso Costa (1885-1928), Theodoro Augusto Ramos (1895-1935) e Lélio Gama (1892-1991).

Esta nova postura de pesquisa pode ser evidenciada pela tentativa do estabelecimento de intercâmbio com matemáticos europeus, buscando também ao que havia de mais atual na pesquisa matemática de sua época.

Com efeito, Otto de Alencar, por exemplo, além de fazer um esforço pessoal para importar livros e revistas especializadas produzidas na Europa e nos Estados Unidos, estabeleceu correspondências com matemáticos que tinham um trabalho extremamente relevante como Gaston Darboux, Henri Poincare e o português Francisco Gomes Teixeira.

Nessa linha, Amoroso Costa, por ocasião por ocasião de sua segunda viagem à França, em 1828, realizou na Sorbonne quatro conferências sobre geometrias não-arquimedianas e uma conferência intitulada *L'univers infini. Quelques aspects du problème cosmologique* no Collège de France, no seminário organizado por Jacques Hadamard.

Dentre as ideias apresentadas no seminário Hadamard destacaram-se resultados obtidos dentro do ambiente sobre o universo imaginado e descrito por Émile Borel. Nesse sentido, Silva (1999) aponta que um dos resultados demonstrados por Amoroso Costa foi incorporado nos trabalhos de Borel.

A busca pela consolidação de uma produção própria de pesquisa matemática, também teve Theodoro Ramos com um de seus expoentes. Bonfim (2013) apresentando um estudo acerca da tese intitulada *Sobre as Funcções de Variaveis Reaes*, ressalta que Theodoro fez uso dos resultados obtidos por Borel, Baire, Lebesgue, Tonelli e Weierstrass, revelando, dessa maneira que, o estudo dos trabalhos dos referidos matemáticos foi fundamental para o estabelecimento de sua tese.

> Émile Borel (1871-1956) com seu trabalho sobre medida dos conjuntos; Henri Lebesgue (1875-1941) com seu estudo sobre integração; Karl Weierstrass (1815-1897) no tocante à representação efetiva das funções somáveis de uma variável pela integral de Weierstrass; Leonida Tonelli (1855-1946) referente ao estudo relativo aos polinômios de Landau de duas variáveis para a representação

> efetiva das funções somáveis de duas variáveis; e R. Baire (? - ?) por meio do trabalho sobre funções descontínuas, pois as funções de Baire enlaçam o teorema fundamental proposto por Theodoro Augusto Ramos em sua tese. (BONFIM, 2013, p. 88).

A análise da tese de Theodoro Ramos parece deixar evidente a contemporaneidade de sua pesquisa. Não é difícil perceber a familiaridade de Theodoro Ramos com os resultados obtidos principalmente por Borel, Lebesgue e Weierstrass, contribuindo também para o desenvolvimento da teoria. Nesse sentido, Bonfim (2013) chega a afirmar que:

> É notório pensar que um brasileiro tenha se dedicado a estudar um tema como este em sua tese de doutoramento, sobretudo devido à atualidade do assunto para a época e a importância do teorema/resultado em questão, juntando o seu nome ao de outros matemáticos de renomada importância mundial para o desenvolvimento da matemática da época. (BONFIM, 2013, p. 106).

Dessa maneira, a atuação dessa nova geração de matemáticos se caracterizou pelo esforço de se manter em contato com o que havia de mais atual em termos de pesquisa matemática, por meio de uma postura quase que autodidata, conforme fica esclarecido na fala do próprio Lélio Gama.

> E assim foi que, no curso básico da Escola, tivemos de estudar, durante algum tempo, duas matemáticas: uma para fazer exames, e outra, muito diferente, para uso proprio. Esta duplicidade não passou despercebida de alguns mestres, criando-se assim uma situação delicada. Teodoro, mais ousado, não procurou velar, no exame oral de cálculo, a independência de seu espírito. Resultado: grau nove. Eu, por meu lado, escrevi na pedra, em dado momento, com descuidada sinceridade, que uma certa quantidade era menor do que zero. Menor do que zero?! Grau nove.
>
> Sentíamo-nos, assim, inteiramente privados de qualquer orientação. Otto de Alencar, espírito matemático mais evoluído, que conseguira desvencilhar-se da bússola positivista, falecia no mesmo ano de nosso ingresso na Escola. E foi assim que tivemos que enfrentar, de corpo e alma, as angústias do autodidatismo. (GAMA, 1965, p. 26).

Por outro lado, conforme já colocado, o ensino de matemática superior no Brasil esteve restrito ao contexto de formação de engenheiros durante todo o século XIX e início do século XX.

Nesse cenário, a partir do árduo trabalho empreendido por essa geração, podemos visualizar a Escola Politécnica do Rio de Janeiro como um ambiente que gerou um núcleo de pesquisadores em matemática, não obstante constituir-se dentro de um espaço de formação de engenheiros.

Escola Politécnica do Rio de Janeiro como germe da UDF

A primeira organização universitária no Brasil surge por uma iniciativa do Presidente Epitácio Pessoa no ano de 1920, criando por meio de um decreto a Universidade do Rio de Janeiro. A nova Universidade consistia apenas em uma reunião de escolas, tais como a Escola Politécnica do Rio de Janeiro, Faculdade de Medicina do Rio de Janeiro e a Faculdade de Direito do Rio de Janeiro.

No entanto, conforme aponta Medeiros (1996), diante do modelo implementado em termos da união de diferentes escolas por meio de um ato administrativo, vários educadores brasileiros já se levantavam pleiteando reformular o conceito de universidade pleiteando que a pesquisa básica deveria estar associada ao ensino profissionalizante. Finalmente, em 1935, os pensamentos propostos por esta corrente de intelectuais puderam ser materializados por meio da criação da Universidade do Distrito Federal (UDF), assinada pelo prefeito do Distrito Federal, Pedro Ernesto.

Conforme nos informa Medeiros (1996), a UDF foi concebida como uma universidade estadual, assim como a recém inaugurada Universidade de São Paulo (USP), em 1934. A organização se deu por meio de criação de escolas, a saber, Escola de Ciências, Escola de Educação, Escola de Economia e Direito, Escola de Filosofia e o Instituto de Artes.

A matemática na nova Escola de Ciências ficou sob a responsabilidade de Lélio Gama e Francisco Mendes de Oliveira Castro, conforme relata o próprio Lélio Gama.

> Na nova Universidade, a convite de Roberto Marinho, eu e Francisco Mendes de Oliveira Castro, combinamos esforços no sentido de dar uma nova feição, novo destino, ao ensino da Matemática. Por modesto que fosse o empreendimento, não deixou de produzir certa agitação nas mentalidades estáticas. (GAMA, 1965, p. 28-29).

Assim, quando notamos o protagonismo desempenhado por Lélio Gama, em termos de sua produção acadêmica, do desenvolvimento de um ambiente universitário de matemática e da modernização do tratamento de certos conceitos matemáticos, podemos perceber que a atuação da geração de matemáticos advinda da EPRJ já estavam colhendo frutos fora dos muros da EPRJ.

> Em 1935, a criação da Escola de Ciências da Universidade do Distrito Federal abriu novas perspectivas para a matemática superior, no Rio de Janeiro. Roberto Marinho de Azevedo, o grande diretor que teve a Escola de Ciências, convidou Lélio Gama para ensinar análise. Três anos apenas durou a criação de Anísio Teixeira, mas foi o tempo bastante para que a atuação de Lélio Gama viesse imprimir novos rumos aos estudos matemáticos na capital da República. Pela primeira vez, no Rio de Janeiro, um curso moderno e rigoroso sobre funções de variável real foi, então, por ele realizado. Sua influência pessoal atraiu para o curso numerosos ouvintes estranhos à universidade, alunos da Escola Politécnica, alguns professores do curso secundário e da própria Escola Politécnica. (CASTRO, 1992, p. 63).

Por fim, notemos que a influência desse grupo não se restringiu ao desenvolvimento da pesquisa no Rio de Janeiro. Lima (2012) aponta que Omar Catunda, no último capítulo de sua tese, após chamar a atenção para o fato de que os matemáticos brasileiros já estavam produzindo os próprios trabalhos de pesquisa científica, faz referência à *Introdução à Teoria dos Conjuntos*, de Lélio Gama, afirmando que faria uso de sua terminologia, no sentido de estabelecer uma uniformidade da terminologia em língua portuguesa.

Conclusão

O estabelecimento de uma comunidade matemática no Brasil, no sentido de estabelecer um corpo de cientistas que passam a produzir as próprias pesquisas foi objeto de estudo apresentado por Pereira (2017).

Essa pesquisa sinalizou que a concepção dessa comunidade se deu em quatro etapa. Nessa linha entende-se que primeira etapa foi constituída desde a fundação da Academia Real Militar, em 1810, até a consolidação da influência da filosofia positivista, no contexto da Escola Politécnica do Rio de Janeiro, no último quarto do século XIX.

A segunda etapa do processo consistiu exatamente nas atividades desenvolvidas durante o período de influência do positivismo na EPRJ e a forte reação ao positivismo inaugurou uma terceira etapa do processo de transmissão constituindo-se como um novo marco no que tange ao desenvolvimento da matemática no Brasil.

Isto posto, notemos que das quatro etapas de concepção de uma comunidade matemática no Brasil, as três primeiras se deram basicamente no ambiente da EPRJ. Assim, esperamos nesse texto apresentarmos uma visão geral da importância da Escola Politécnica do Rio de Janeiro e, em particular, a sua importância para o desenvolvimento de uma comunidade matemática.

Referências

BONFIM, Sabrina Helena**. Theodoro Augusto Ramos: Um Estudo Comentado de sua Tese de Doutoramento.** Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Tese de Doutorado. Rio Claro, 2013.

CARDOSO, Licinio Athanasio. **Teoria Elementar das Funcções para servir de introdução ao estudo da Álgebra**. Typ, Mont-Alverne. Rio de Janeiro, 1885.

CASTRO, Francisco M. de Oliveira. **A Matemática no Brasil.** Editora da UNICAMP, Campinas, 1992.

GAMA, Lelio. **Discurso do Professor Lélio Gama**. Atas do 5° Colóquio Brasileiro de Matemática. IMPA, 1965.

PEREIRA, Vinicius Mendes Couto. **O Desenvolvimento da Análise no Brasil: Um Caminho sobre o Desenvolvimento de uma Comunidade Matemática**. Rio de Janeiro, 2017. Tese de Doutorado em História das Ciências, das Técnicas e Epistemologia. Programa de Pós Graduação em História das Ciências, das Técnicas e Epistemologia, Universidade Federal do Rio de Janeiro.

SAD, Lígia Arantes. **Rastros do Ensino de Cálculo Diferencial e Integral nas décadas iniciais da Academia Militar do Rio de Janeiro**. Revista Brasileira de história da Matemática. v. 11, n. 21, p. 46-67, 2011.

SILVA, Circe Mary Silva da. **A matemática positivista e sua difusão no Brasil**.. Vitória: Edufes, 1999.

SILVA, Clóvis Pereira da. **A contribuição de Otto de Alencar Silva para o desenvolvimento da ciência no Brasil**. Revista da SBHC, n.19, pp 13-30, 1998.

SILVA, F. A. H. **As Escolas de Engenharia e a Produção do Saber**. UNESP: Assis, 2011.

A PROVA DE TRIGONOMETRIA NO PRIMEIRO CONCURSO DE ADMISSÃO À ESCOLA DE MINAS DE OURO PRETO

Davidson Paulo Azevedo Oliveira
IFMG – Ouro Preto
davidson.oliveira@ifmg.edu.br

Sergio Roberto Nobre
Unesp – Rio Claro
sergio.nobre@unesp.br

Resumo

A Escola de Minas de Ouro Preto é uma das primeiras instituições brasileiras de estudos de mineralogia. Fundada em 12 de outubro de 1876 pelo geólogo francês Henry-Claude Gorceix que acreditava que a pesquisa era um dos pilares do ensino. Para ingresso nesta escola era necessário aprovação em exames de admissão com provas escritas e orais. Os exames eram novidade no Brasil e alvo de diversas críticas. Neste artigo o objetivo é analisar o exame de Trigonometria do primeiro concurso de admissão. Para isso, apresentamos o enunciado do exame e analisamos a solução apresentada pelos cinco candidatos de 1876 e alguns rastros por eles deixados nas resoluções que nos levam a refletir sobre a concepção de ensino de Gorceix. As fontes primárias foram encontradas no Arquivo Permanente da Escola de Minas de Ouro Preto e no Arquivo Nacional. O paradigma indiciário de Carlo Ginzburg nos alertou a buscar outras fontes como possíveis livros utilizados pelos professores que são apresentados e comparados às questões do exame de admissão. Por meio dessas comparações podemos perceber que o esperado era que os candidatos recorressem mais ao raciocínio do que à memória.

Palavras-chave: História da Matemática. Trigonometria. Ensino de Matemática.

Introdução

Nos anos de 1871 e 1872 o então imperador do Brasil Dom Pedro II realiza suas primeiras viagens à Europa. Nesse período ele visita Auguste Daubrée, diretor da Escola de Minas de Paris, com o objetivo de fundar no território brasileiro uma instituição superior de estudos de Mineralogia e Geologia. No entanto, Daubrée recusa ser o diretor da escola no Brasil e sugere outro francês, o geólogo Claude-Henry Gorceix (1842-1919) que estava em Atenas. Este aceita o convite de Dom Pedro II e chega ao Brasil em 1874 com o intuito de fundar uma instituição capaz de promover o ensino e a pesquisa mineralógica no país.

Após viajar por todo o território brasileiro Gorceix decide que Ouro Preto seria a melhor cidade para ser sede da escola de mineralogia. Na cidade, existiam diversas riquezas minerais e era o centro de grande número de pequenas fábricas de ferro dessa forma, as aulas práticas seriam mais constantes. Ele tinha como objetivo formar geólogos e mineralogistas capazes de estudar o solo do Brasil, diretores de explorações minerais e metalúrgicas e engenheiros para fiscalizar os trabalhos realizados nas minas brasileiras (SILVA; THIENGO, 2003).

Gorceix cria o regulamento em 1875 que foi avaliado por professores da Escola Politécnica do Rio de Janeiro que teceram diversas críticas com destaque para o concurso de admissão à Escola de Minas de Ouro Preto (EMOP). Silva e Thiengo (2003) ressaltam que a seleção era novidade no Brasil com provas realizadas em duas etapas - escrita e oral - uma de cultura geral e outra de conhecimentos específicos necessários ao prosseguimento de estudo: Matemática, Química, Física, Geologia e Botânica. Para o primeiro concurso de admissão não houve candidatos inscritos, mas após proferir palestras no Museu Nacional do Rio de Janeiro para promover a escola os candidatos apareceram e em 1876 o primeiro exame de seleção foi realizado.

Entretanto, o baixo rendimento dos candidatos não agradou ao geólogo francês que envia a Dom Pedro II[1] uma carta com tal queixa. Segundo Gorceix

> A composição da geometria analítica, a discussão da equação geral do 2º grau com duas variáveis e uma curva a ser construída foram bem feitas por todos. Mas o esboço da geometria descritiva, a interseção de uma pirâmide hexagonal, em um caso particular, por um plano, o cálculo trigonométrico, a resolução numérica de um triângulo, deixou muito a desejar (tradução nossa).

Mas, em que constituía o exame de trigonometria e por que Gorceix, que presidia à comissão examinadora, não ficou satisfeito com o desempenho dos candidatos? No sentido de responder a essa indagação que desenvolvemos este trabalho baseado em uma pesquisa historiográfica documental. As fontes primárias foram encontradas em dois importantes arquivos: Arquivo Permanente da Escola de Minas de Ouro Preto e Arquivo Nacional. Além disso, o Paradigma Indiciário de Carlo Ginzburg (2012) serviu de fundamento teórico

[1] É necessário salientar que Gorceix e Dom Pedro II se tornam amigos o que faz com que troquem diversas correspondências entre si. Sobretudo com questões relativas ao andamento da EMOP.

para interpretação dessas fontes históricas, bem como para o prosseguimento da pesquisa na medida em que a atenção dada aos detalhes leva o historiador a trilhar caminhos diferentes na busca da resposta à questão de pesquisa.

Os exames de Admissão de Trigonometria

Os conteúdos dos exames e o modo como seriam realizados foram definidos no Regulamento da EMOP, baseado no Decreto 6.026 de 6 de novembro de 1875 (BRASIL, 1875). No capítulo II, definem-se as *Habilitações para a matrícula*:

> Art. 5.º - Os candidatos à matrícula devem ter 18 anos completos e mostrar-se habilitados, por meio de exames, nas seguintes matérias: aritmética; geometria elementar completa, compreendendo a agrimensura; geometria analítica (linha reta, círculo, curvas do 2.º grau); álgebra até equações do 2.º grau inclusive e uso de táboas de logaritmos; trigonometria retilínea; geometria descritiva (linha reta e planos); física elementar; noções de química relativas aos metaloides. Noções de botânica e zoologia; desenho linear e de imitação; língua francêsa ou inglêsa ou alemã (BRASIL, 1875).

Esses conteúdos eram referentes tanto aos exames escritos quanto orais. Neste artigo apresentaremos o exame escrito de Cálculo Trigonométrico de 1876 cujos conteúdos são discriminados como a seguir:

> Relações entre as linhas trigonométricas de arcos maiores do que 90º e as da mesma espécie de arcos menores; Equações fundamentais relativas à resolução dos triangulos; Relações entre os senos dos ângulos d'um triangulo e os lados; Formulas logarithmicas relativas à resolução dos triangulos (Arquivo Permanente da Escola de Minas de Ouro Preto).

No entanto, antes de apresentar as questões é necessário entendermos a definição de trigonometria empregada no final do século XIX. Segundo o dicionário de Vieira (1874)

> **TRIGONOMETRIA**, s.f. (Do grego trigonos e metron). Sciencia que tem por objeto resolver os triangulos, isto é, determinar-lhes pelo calculo os ângulos e os lados partindo de certos dados numéricos.
> - Trigonometria rectilinea: aquella que trata dos triangulos rectilineos.

Devido a nacionalidade de Gorceix é necessária a definição de Trigonometria em dicionários da Língua Francesa do século XIX, pois possivelmente era a adotada por ele. Littré (1874, p. 2346) define trigonometria retilínea e esférica como:

> TRIGONOMETRIA. Ciência que tem por objeto a resolução de triângulos, ou seja, determinar por meio de cálculos os ângulos e os lados a partir de medidas numéricas dadas. Trigonometria retilínea é aquela que trata de triângulos retilíneos. Trigonometria esférica é aquela que trata de triângulos esféricos (tradução nossa).

Identificamos que as duas definições são convergentes e a comissão examinadora parece se basear nelas. Os primeiros exames de Trigonometria possuem uma questão na qual são dados três elementos de um triângulo e são pedidos que se encontre outros três, conforme transcrição da prova a seguir.

Os primeiros exames de admissão de Cálculo Trigonométrico, ocorridos em 18 de agosto de 1876, são constituídos por questões práticas (sem solicitação de demonstrações). A primeira questão solicitava aos alunos que calculassem a tangente e a cotangente de um arco maior do que 90º. E a segunda questão que se resolvesse o triângulo, conforme transcrito a seguir:

> **1ª Questão:** Determine o valor da tangente e cotangente trigonométrica correspondente ao ângulo de 98º.
>
> **2ª Questão:** Dado um triangulo cujos lados tem 4^{m},85 e os ângulos adjacentes 46º e 28º, determine os outros dous lados e o ângulo por elles formado.

O programa citado nos permite levantar algumas hipóteses sobre as concepções de ensino de Gorceix. Por meio da leitura de correspondências que Gorceix enviou a Dom Pedro II observamos que ele criticou diversas vezes o "ensino livresco" e de "decorar" no Brasil, sendo essas as palavras empregadas por ele. Para ele, os professores e estudantes no Brasil ficavam restritos a livros e a memorizar o conteúdo deles, sem recorrer ao raciocínio. Em um dos tópicos fica claro que o candidato deve saber realizar a demonstração de fórmulas, não somente utilizá-las. Além de estar explícita a relação requerida entre teoria e prática:

> Dedução da formula sen (a + b) = sen a cos b + sen b cos a e d'outras formulas usuais relativas a teoria das funções circulares diretas; Applicações teóricas e praticas das formulas de resolução de triangulos. (extrato da figura 6, do Arquivo Permanente da Escola de Minas de Ouro Preto).

Como visto, a definição de Trigonometria está explícita, tanto nos programas quanto nas questões dos exames de admissão. Mas onde os candidatos poderiam se preparar para os exames sabendo o conceito de trigonometria e tendo os conteúdos elencados? Algumas suposições baseadas em indícios que serão apresentadas no tópico seguinte.

Alguns indícios dos livros utilizados

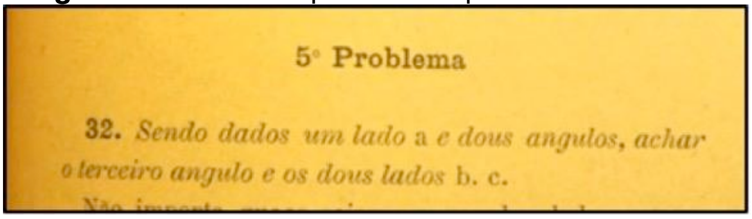
No Arquivo Permanente da Escola de Minas de Ouro Preto há uma nota de requisição de livros de uma livraria com detalhes dos materiais solicitados para a compra para a biblioteca da EMOP datada de 1875. As obras de matemática lá elencadas são indícios de materiais a serem analisados, pois possivelmente foram utilizados pela comissão avaliadora que elaborou os exames de Trigonometria. Ginzburg (1992) ressalta que detalhes servem de pistas, rastros, indícios que nos levam a aprofundar na pesquisa, bem como nos levam a outros caminhos.

Nesse sentido, cruzamos o indício encontrado na nota de requisição com estudos que indicam os livros didáticos mais utilizados no território brasileiro no período de Gorceix com os elementos encontrados nos exames. No Brasil dos oitocentos, o livro didático mais utilizado eram as obras de Cristiano Ottoni (VALENTE, 1999), além da importante obra de Lacroix. Essas duas informações são importantes na suposição de livros utilizados pelos avaliadores da EMOP para elaborar as questões dos exames de admissão. Servem de indícios, conforme aponta Ginzburg (2006) em seu Paradigma Indiciário, para a interpretação e análise das resoluções dos estudantes.

Inicialmente apresentamos a obra *Elementos de Geometria e Trigonometria Rectilínea* de Cristiano Ottoni, que é qualificada por Valente (1999) como trabalho de um *sucesso estrondoso*, por sua utilização massiva em quase todas as instituições de ensino no Brasil, na segunda metade do século XIX. Ottoni (1857) inicia a segunda parte de seu livro definindo trigonometria: “É uma parte da Geometria que ensina a calcular tres dos seis elementos de triangulo, sendo conhecidos os outros tres. É o que se chama resolver o triangulo” (OTTONI, 1857, p. 27).

A segunda questão apresentada anteriormente é similar ao quinto problema apresentado por Ottoni (Figura 1): “Sendo dados um lado a e dous angulos, achar o terceiro angulo e os dous lados b, c.” Na sequência, Ottoni sugere que estas fórmulas sejam simplificadas por meio das propriedades dos logaritmos e, posteriormente, ele apresenta um exemplo numérico : “ Seja a = 86,57 braças, B = 41 27´35´´ e C = 39 40´17´´: pede-se o lado BA ou c” (OTTONI, 1857, p. 33).

Figura 1: Problema apresentado por Cristiano Ottoni.


5° Problema

32. *Sendo dados um lado* a *e dous angulos, achar o terceiro angulo e os dous lados* b. c.

Fonte: Ottoni (1857, p. 39).

Problemas similares estão na obra de Lacroix, *Traité Élémentaire de Trigonométrie Rectiligne et Sphérique, et D’Application de L’Algébre a la Géométrie,* na décima primeira edição de 1863, na seção *Exemples de la résolution des triangles obliquangles.* Ele apresenta exemplos de situações nas quais são dados alguns elementos do triângulo e solicita-se encontrar os demais (Figura 2): “Conhecendo, no triângulo ABC (fig. 16), o lado c, os ângulos A e B, encontre o lado b” (tradução nossa). Observe que na resolução o uso de logaritmos se faz necessário.

Dois fatos nos levam a crer que este livro pode ter sido utilizado pelos professores da EMOP:

a) O livro de Lacroix (edição francesa) consta na lista de solicitação de compras de livros pela EMOP em 1876. E, atualmente, encontra-se na Biblioteca de Obras Raras (uma edição);
b) Os candidatos e professores tinham acesso a tal obra, pois além da opção de língua estrangeira dos estudantes ter sido a Língua Francesa, existia no Brasil uma tradução dessa obra para o Português. Além disso, a solução apresentada por Lacroix para questões similares faz uso de tábuas de logaritmo e da “Lei dos Senos”, sendo a mesma notação utilizada pelos candidatos.

Figura 2: Exemplo de questão na obra de Lacroix.

1[er]. Connaissant, dans le triangle ABC (*fig.* 16), le côté c, les angles A et B, trouver le côté b.

Soient

$$A = 1^q,2805, \quad B = 0^q,5879, \quad c = 27^m,348,$$

l'angle C sera

$$2^q(A+B) = 2^q - 1^q,8684 = 0^q,1316,$$

et l'on aura (32)

$$\sin C : \sin B :: c : b,$$

d'où

$$b = \frac{c \times \sin B}{\sin C},$$

$$\log b = \log c + \log \sin B - \log \sin C;$$

or,

$$\begin{aligned} \log c = \log 27,348 &= 1,4369256 \\ \log \sin B = \log \sin 0^q,5879 &= 9,9018394 \\ \text{comp. arith. } \log \sin C = \text{comp. arith. } \log \sin 0^q,1316 &= \underline{0,6877217} \\ \text{somme ou } \log b &= 2,0264867 \end{aligned}$$

qui répond, dans les Tables, à $106^m,289 = b$.

2[e]. Connaissant, dans le triangle ABC, les deux côtés

Fonte: Lacroix (1863, p. 47).

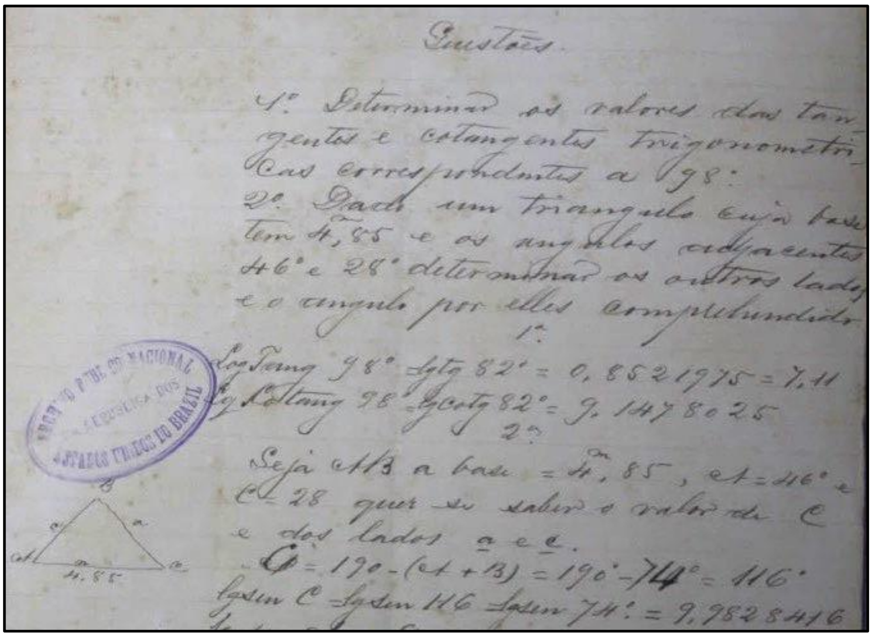
Dessa forma, as duas obras podem ter sido a base para a elaboração das questões de Cálculo Trigonométrico do exame de admissão de 1876. A fim de triangular os dados e reforçar essa suspeita, a resolução de um dos candidatos é apresentada a seguir.

Resolução dos candidatos

Conhecendo as questões do exame de admissão de Cálculo Trigonométrico e possíveis livros em que os avaliadores se basearam, falta discutirmos as resoluções dos candidatos. Para isso, documentos encontrados no Arquivo Nacional são as principais fontes, pois neste local estão conservadas as resoluções dos exames dos cinco candidatos inscritos nesse exame. Apresentamos de modo específico a resolução de um estudante e um panorama geral de como os demais candidatos responderam.

Assim, uma das fontes que nos permite uma interpretação do desapontamento de Groceix na prova de Cálculo Trigonométrico é a resolução de Francisco de Paula Oliveira. Observe como ele é sintético ao responder a primeira questão. No entanto, ele encontra um valor positivo para a tangente do ângulo solicitado, o qual se encontra no segundo quadrante e, portanto, deveria ter encontrado um valor negativo (Figura 3). Para ser mais específico, temos que $tg\ 98º = -7{,}11$.

Figura 3: Resolução de Francisco de Paula Oliveira.



Questões.

1ª Determinar os valores das tangentes e cotangentes trigonometricas correspondentes a 98°.
2ª Dado um triangulo cuja base tem 4,85 e os angulos adjacentes 46° e 28° determinar os outros lados e o angulo por elles comprehendido.

1ª

Log Tang 98° = Lgtg 82° = 0,8521975 = 7,11
Log Cotang 98° = Lgcotg 82° = 9,1478025

2ª

Seja AB a base = 4,85, A = 46° e C = 28 quer se saber o valor de C e dos lados a e c.
C = 190-(A+B) = 190°-74° = 116°
Log sen C = Log sen 116 = Log sen 74° = 9,9828416

Fonte: Arquivo Nacional.

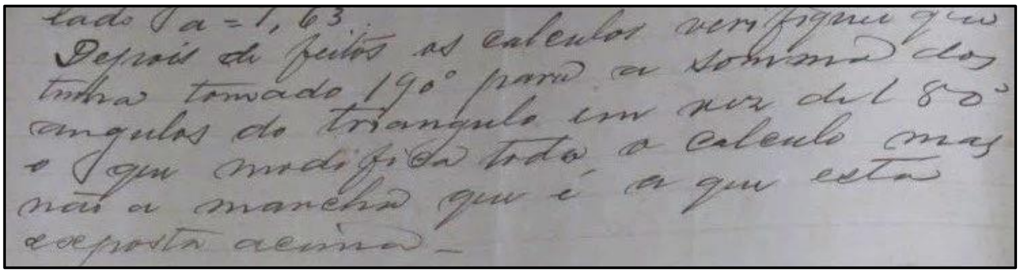
Esse tipo de erro pode ter sido um dos motivos principais que fez com que Gorceix, na carta de setembro de 1876, criticasse fortemente o ensino brasileiro. Em uma análise primária, notamos que a solução discutida anteriormente por Lacroix faz uso de tábuas de logaritmo e da “Lei dos Senos”, do mesmo modo que Francisco de Paula Oliveira. Está claro que o candidato entende o conceito de “redução de quadrante”, ao utilizar o ângulo de 82º para consultar a tabela. A notação utilizada por ele também nos chama atenção por ser uma sequência de igualdades, mas que, na verdade, não são iguais.

Ainda na figura 3, podemos observar o início da resolução da segunda questão por Francisco de Paula Oliveira:

$$C = 190 - (A + B) = 190° - 74° = 116°$$

É fácil perceber que ele se equivoca e deixa a entender que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 190º. Ele obteve a maior nota na prova de Cálculo Trigonométrico, 15 pontos dos 20 possíveis. Fato importante é o modo como ele terminou a resolução da segunda questão tentando se justificar de ter utilizado um valor equivocado para a soma dos ângulos internos do triângulo. Segundo ele (Figura 4):

Figura 4: Justificativa de Francisco de Paula Oliveira.


lado l a = 1,63
Depois de feitos os calculos verifiquei que
tinha tomado 190° para a somma dos
angulos do triangulo em vez de 180°
o que modifica todo o calculo mas
não a marcha que é a que esta
exposta acima –

Fonte: Arquivo Nacional.

O exame de admissão de Francisco de Paula oferece uma oportunidade para refletirmos sobre a concepção de ensino de Gorceix em relação à Matemática e a sua crítica “pesada” que teceu sobre o ensino secundário brasileiro, que nas palavras dele, era “livresco e de memorização”.

Nessa prova, a comissão examinadora, presidida pelo próprio diretor da Escola de Minas, deixa claro que os cálculos não são o mais importante, mas sim o raciocínio utilizado. O candidato analisado se equivocou, corrigiu o erro, mas não refez a questão e mesmo assim obteve a maior nota da prova de Cálculo Trigonométrico. Ele demonstra que os cálculos seriam na mesma linha de raciocínio, só alteraria os valores numéricos e a comissão parece concordar.

O estudante, nesse ponto, mostra que está além de uma simples resolução de questão, ele é capaz de identificar seu próprio erro e o destaca a quem irá corrigir seu exame. De modo geral, a partir das resoluções dos demais candidatos observamos que, além da crítica de Gorceix sobre o fraco desempenho na prova de Cálculo Trigonométrico, notamos que na primeira questão os candidatos não se atentaram para o sinal da tangente e da cotangente de arcos maiores do que 90º. Além disso, pelo fato de os estudantes apresentarem os números decimais com sete casas, a tabela de logaritmos consultada pode ter sido uma que possui uma aproximação de sete casas decimais para os valores requeridos. E, baseado nos indícios deixados pelas notas atribuídas aos candidatos, podemos inferir que a consulta a esta tabela era algo de fundamental importância. Por outro lado, demonstrar conhecimentos de redução de quadrante não interessa à comissão examinadora, visto que não altera a nota de cada um deles.

Temos por hipótese que essa mesma tabela foi utilizada, nas resoluções da segunda questão deste exame. Já enunciamos que eram dadas as medidas de dois ângulos de um triângulo e um dos lados e requeria as medidas dos outros lados e ângulos. Além disso, mostramos uma possível relação desta questão com exemplos contidos no livro de Lacroix e de Ottoni.

Considerações

Pelo que vimos anteriormente podemos observar a coerência que havia entre os conteúdos elencados nos programas e nos exames de admissão. A Trigonometria teve um papel fundamental como pode ser visto por ser uma prova separada das demais, bem como a definição de trigonometria da época que constava nos exames de admissão. Não podemos afirmar quais livros eram usados, mas ao interpretar indícios, podemos supor que os autores Ottoni e Lacroix podem ter sido a base para a elaboração das questões.

Gorceix criticava severamente o ensino secundário brasileiro por não exigir dos estudantes raciocínio, somente o recurso à memória. A resolução de Francisco de Paula Oliveira parece evidenciar que Gorceix não só criticava o ensino de memorização como valorizava o estudante que refletia sobre o conhecimento.

Referências

GINZBURG, Carlo. **Mitos, Emblemas e Sinais:** Morfologia e História. São Paulo: Companhia das Letras, 2012.

LACROIX, Silvestre François. **Traité Élémentaire de Trigonométrie Rectiligne et Sphérique, et D'Application de L'Algébre a la Géométrie,** 11 edição. Paris: Mallet-Bachelier, Imprimeur – Libraire, 1863.

OTTONI, Cristiano. **Elementos de Geometia e Trigonometria Rectilinea**. Publisher: Laemmert. Rio de Janeiro. 1857.

SILVA, Circe Mary Silva; THIENGO, Edmar. Claude-Henri Gorceix**:** Trabalho e Competência na criação de uma escola e na formação de discípulos**. Episteme**. Porto Alegre, v.1. n.17. p. 69-99. Julho a Dezembro. 2003.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Uma História da Matemática Escola no Brasil (1730 – 1930)**. São Paulo: Editora Anna Blume, 1999.

A RECEPÇÃO DA TEORIA GERAL DAS SUPERFÍCIES DE GAUSS NA FRANÇA DO SÉCULO XIX

Leandro Silva Dias
UFRJ
leandro.dias@ifrj.edu.br

Gérard Émile Grimberg
UFRJ
gerard.emile@terra.com.br

Resumo

O objetivo deste trabalho é analisar a recepção na França dos métodos de Gauss, presentes em sua obra *Disquisitiones generales circa superficies curvas*. Percebeu-se que não provocou impacto sobre a produção matemática francesa, até as publicações de Liouville que iniciaram em 1847. Ele publica no seu jornal uma demonstração do teorema *Egregium* que repercutiu no meio matemático francês, principalmente, pelas respostas e contribuições de Victor Puiseux, Bertrand e Diguet. Além disso, Liouville publica, em 1850, uma edição de *Application de l'Analyse à la Géométrie,* de Gaspar Monge, que contém a versão em latim da memória de Gauss que foi apresentada à Sociedade Real de Göttingen, em outubro de 1827. Nesta reedição de Monge, Liouville incluiu também sete notas de sua autoria onde desenvolve aspectos relevantes da teoria, numa tentativa de completar a obra de Monge sobre as superfícies. Neste trabalho, traçaremos aspectos importantes da recepção e contribuição francesa a teoria iniciada por Gauss em 1827, destacando os fatos relevantes à história da geometria diferencial do século XIX e como a noção de métrica possui um papel essencial naquele período.

Palavras-chave: Geometria diferencial. Geodésica. Gauss. Liouville. Século XIX.

Introdução

Liouville possui um papel importante na difusão e desenvolvimento dos conceitos relativos à geometria diferencial na França, principalmente antes do trabalho de Riemman. Destaca-se sua reedição do livro de Monge, *Application de l'Analyse à la Géométrie*, pois nesta Liouville apresenta sete notas onde busca completar a obra de Monge. Um fato que destaca a importância desta republicação de Monge é que Liouville apresenta a versão em latim do trabalho de Gauss de 1828, principalmente porque Liouville desempenha um papel fundamental na divulgação dos trabalhos de Gauss sobre curvas e superfícies na França.

Esta reedição de Monge é conforme a quarta edição publicada em 1809, que trata das superfícies e curvas através de ferramentas do cálculo diferencial (MONGE; LIOUVILLE, 1850). Liouville pretende completar a obra de Monge a partir dos novos desenvolvimentos que surgem com a teoria desenvolvida por Gauss e, também, com sua própria contribuição, presentes em suas notas. A memória de Gauss reeditada por Liouville trata da teoria geral das superfícies curvas e foi apresentada à Sociedade Real de Göttingen, em outubro de 1827.

Conforme consta na introdução de Liouville (MONGE; LIOUVILLE, 1850, p. 505), ele considera que os métodos empregados por Gauss são um complemento ao trabalho de Monge, Liouville afirma: "Ao inseri-lo aqui como uma espécie de complemento ao trabalho de Monge, pensamos que deveríamos nos ater ao texto em latim, do qual nossa tradução só poderia ter alterado a elegância" [1]. O trabalho de Gauss não foi inicialmente recebido na França que, no início do século XIX, concentrava suas pesquisas nas teorias dos sistemas de superfícies ortogonais de Lamé, o que muda a partir de Liouville (LIOUVILLE, 1847), aumentando o interesse da comunidade matemática francesa pela teoria de Gauss sobre as superfícies.

A reedição de Liouville, bem como as duas traduções para o Frances, testemunham desta recepção e nos ajudarão a entender como a comunidade matemática francesa acolhe e desenvolve as noções primordiais da teoria das superfícies que introduz a geometria diferencial. Além das traduções, Karin Reich nos indica que o interesse pelas ideias de Gauss retoma com a publicação de Liouville de uma nova demonstração do chamado *theorema egregium*, no *Journal de Mathématiques Pures et Apliquées* de 1847, ou seja vinte anos após a publicação da primeira versão de Gauss (REICH,1973, p. 291). Tudo isso nos indica que a partir de 1847 até por volta de 1854, ano da publicação do trabalho de Riemann em geometria diferencial, é o período ideal para nosso estudo sobre os métodos analíticos relacionados às métricas e outras geometrias na França.

Neste artigo analisaremos a recepção e importância dos trabalhos de 1847 e 1850 de Liouville, o que inclui a recepção da obra de Gauss na França.

---

[1] En l'inserant ici comme une sorte de complément à l'ouvrage de Monge, nous avons cru devoir nous en tenir au texte latin, dont notre traduction n'aurait pu qu'altérer l'élégance.

Para isto, os periódicos franceses foram analisados no período do início da década de 1840 ao final da década de 1850. Além disso, forma consideradas as traduções de 1852 e 1855 da obra de Gauss.

Ao final, temos considerações finais acerca das principais colaborações francesas para a teoria das distancias e sua relação com o desenvolvimento dos conceitos relativos à geometria diferencial do século XIX.

A obra de Gauss sobre as superfícies

As geodésicas foram, pela primeira vez, colocadas como problema a ser investigado por Jean Bernoulli em 1697, ao se investigar a distancia mais curta sobre uma superfície. Mais tarde, Euler trabalha outros casos, incluindo a equação diferencial da geodésica, definindo-a como o caminho mais curto de um ponto material na ausência de forças, no seu tratado de mecânica de 1736.

A teoria das geodésicas é a intersecção de vários outros domínios que foram transformados a partir do século XVII pela introdução dos métodos analíticos: a teoria das superfícies, a das equações diferenciais, do cálculo das variações e da mecânica. No século XIX, está intimamente ligado a questões mecânicas, como a definição de Liouville nos mostra:

> A linha geodésica para uma superfície é aquela que seria descrita, após qualquer impulso, por um sujeito móvel para permanecer na superfície e cujo movimento não seria alterado por nenhuma força de aceleração. (LIOUVILLE,1844, p. 401, tradução nossa[2]).

O estudo qualitativo das equações diferenciais impulsionou a teoria das geodésicas. Um trabalho importante, na intersecção desses campos com a teoria das superfícies, foi o *Disquitiones generales circa superficies curvas*, de 1828. Este trabalho se interessa as noções locais e globais de curvatura de uma superfície que possui uma dada métrica geral.

Uma tradução inglesa para o artigo de 1828 e para a versão de 1825, publicada só em 1900, de Gauss foram feitas por James Caddall Morehead e Adam Miller Hiltebeitel, em 1902, publicada pela *The Princeton University Library* (GAUSS et al, 1902). Além da tradução, estes autores disponibilizam

[2] La ligne géodésique pour une surface est celle que décrirait, à la suite d'une impulsion quelconque, un mobile assujetti à demeurer sur la surface et dont le mouvement ne serait altéré par aucune force accélératrice.

notas e bibliografia sobre a teoria das curvas e superfícies de Gauss, com indicação de duas traduções para o Francês e duas para o Alemão.

As versões originais em latim são três, uma de 1828 impressa pela *Commentations societatis regie scientiarum Gottingensis recentiores*, uma de 1828 impressa com a assinatura *Gottinge, Typis Dieterichianis*. E a terceira edição de 1873. Além dessas, Morehead e Hiltebeitel (1902, p. iii) citam a reimpressão em latim presente na obra de Liouille (1850) que já temos citado. As traduções que são indicadas são: duas francesas e duas alemãs. As traduções francesas são mais antigas que as alemãs, sendo uma de 1852, por Tiburce Abadie, nos *Nouvelles Annales de Mathématiques*, e outra em 1855, num livro de M. E. Roger, que possui uma segunda edição de 1870. Já as alemãs datam de 1884 e 1889.

Gauss estuda as curvas mais curtas sobre uma dada superfície munida de uma métrica geral. Conforme ele apresenta:

> Se observarmos que sempre que temos
> $$dx^2 + dy^2 + dz^2 = Edp^2 + 2Fdp.dq + Gdq^2$$
> vemos imediatamente que $\sqrt{Edp^2 + 2Fdp.dq + Gdq^2}$ é a expressão geral de um elemento linear em uma superfície curva. Sendo assim, a análise explicada no parágrafo anterior nos ensina que, para encontrar a medida da curvatura, não precisamos de fórmulas finitas dando as coordenadas x, y, z, de acordo com os indeterminados p e q, mas basta ter a expressão geral da magnitude de cada elemento linear. Conseguiremos algumas aplicações desse importante teorema. (GAUSS, 1870, p. 27, tradução nossa[3]).

Então Gauss apresenta sua mais importante conclusão neste artigo:

> Se uma superfície curva é aplicada a qualquer outra superfície curva, a medição da curvatura em cada ponto permanece invariável.
> Como resultado, a curvatura integral de qualquer porção finita da superfície não será alterada. (GAUSS, 1870, p. 27, tradução nossa[4]).

[3] Si l'on remarque que l'on a toujours $dx^2+dy^2+dz^2=Edp^2+2Fdp.dq+Gdq^2$ on voit de suite que $\sqrt{Edp^2 + 2Fdp.dq + Gdq^2}$ est l'expression générale d'un élément linéaire sur une surface courbe. Cela étant, l'analyse exposée dans le § précédent nous apprend que , pour trouver la mesure de la courbure , on n'a pas besoin de formules finies donnant les coordonnées x, y, z, en fonction des indéterminées p et q, mais qu'il suffit d'avoir l'expression générale de la grandeur de chaque élément linéaire. Venons à quelques applications de cet important théorème.

[4] Si une surface courbe est appliquée sur une autre surface courbe quelconque , la mesure de la courbure en chaque point reste invariable.
Par suite, la courbure intégrale d'une portion finie quelconque de la surface ne changera pas.

Gauss utiliza um sistema de coordenadas esférico, para simplificar os cálculos envolvidos e os problemas ao lidar com a métrica e a curvatura numa superfície. Com isso, sendo escolhido um centro arbitrário e $(1), (2)\ e\ (3)$, sendo os pontos cujos eixos ortogonais interceptam a esfera, r o raio da esfera e L o arco que liga dois pontos, então dois pontos ficam assim relacionados:

$$x' = x + rcos(01)L$$
$$y' = y + rcos(02)L$$
$$z' = z + rcos(03)L.$$

O resultado mais destacado desta obra é que a curvatura gaussiana de uma superfície é invariante por isometrias locais. Liouville percebe a importância das considerações de Gauss e vê como uma extensão ao trabalho de Monge, principalmente à famosa obra *Application de l'analyse a la géométrie*, na qual Liouville reedita a versão de 1850 juntamente com suas notas que contribuem para o tema. Veremos a seguir alguns aspectos relacionados à contribuição do Jornal de Liouville ao tema.

Liouville e a recepção francesa

Liouville apresenta uma demonstração do *theorema egregium* de Gauss em seu artigo de 1847. Este fato retoma o interesse por parte da comunidade francesa de matemática pelos aspectos abordados por Gauss em seus artigos de 1827 e 1828. Liouville, além de simplesmente divulgar os trabalhos de Gauss, faz contribuições importantes à teoria das superfícies que provocam algumas reflexões sobre o assunto, principalmente no seu periódico, *Journal de Mathématiques Pure et Apliquées*, por volta da década de 1850. Trataremos da recepção de Gauss na França a partir de Liouville, analisando seus trabalhos e as impressões da comunidade francesa registradas nos periódicos e correspondências.

Liouville (LIOUVILLE, 1847, p. 291) trata da expressão do produto RR' dos dois raios de curvatura principais em um ponto qualquer de uma superfície que depende unicamente do elemento linear ds que liga dois pontos infinitamente vizinhos quaisquer. Sendo:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = Edp^2 + 2Fdp.dq + Gdq^2,$$

esta expressão considera E, F, G como funções de u, v. Gauss apresentou como calcular produto RR' por meio dessas três quantidades e suas derivadas de primeira e segunda ordem (LIOUVILLE, 1847, p. 304) apresenta sua demonstração e a seguinte expressão para o produto dos raios de curvatura principais:

$$\frac{1}{RR\prime} = \frac{1}{4G}\left[\left(\frac{dG}{du}\right)^2 - 2G\frac{d^2G}{du^2}\right] = -\frac{1}{\sqrt{G}}\frac{d^2\sqrt{G}}{du^2}.$$

Ou seja, Liouville (1847) apresenta uma expressão para o produto dos raios de curvatura da superfície que depende apenas da métrica intrínseca, ou seja, apresenta uma demonstração do *theorema egregium*. Esta publicação de Liouville (1847) provoca a comunidade matemática francesa o que fica registrado no *Journal de Mathematiques Pure et Apliquée*, por volta de 1847, com a publicação de artigos em resposta ao artigo de Liouville (1847). O papel de Liouville em inserir os desenvolvimentos de Gauss na comunidade matemática francesa já foi destacado pela historiografia, por exemplo, Lützen em seu livro (LÜTZEN, 1990), porém ainda não foi realizado um estudo sistemático desta recepção nas revistas francesas. Na próxima seção apresento um estudo acerca do tema no *Journal de mathématiques pure et Appliquées* de 1847 a 1855.

A resposta dos matemáticos franceses

Liouville é primeiro editor do *Journal de mathématiques pure et Appliquées*, por este motivo também é conhecido por Journal de Liouville. A primeira edição data de 1836 e Liouville dirige a redação de 1836 a 1874. Liouville apresenta seu periódico como herdeiro dos *Analles de Gergonne*, que durou de 1810 a 1831. Atualmente, continua a ser uma revista prestigiosa de matemática e é dirigida pelo matemático Frances Pierre-Lois Lions.

Nossa análise parte do artigo de Liouville (1847), já citado, até meados de 1855. Período onde há diversas respostas ao artigo de Liouville que apresentou uma demonstração para o teorema de Gauss.

Victor Puiseux (1820 – 1883) escreve uma carta a Liouville em janeiro de 1848 relatando sua impressão sobre a publicação de 1847 de Liouville sobre uma demonstração do teorema de Gauss. Puiseux inicia dizendo:

> [...] Você deu no caderno de julho 1847 do Journal de Mathématiques uma prova de um teorema de M. Gauss. A leitura deste artigo me lembrou um ano atrás. Eu escrevi uma prova da mesma proposição: está implicitamente incluída no método mais geral que você seguiu; no entanto, uma vez que requer apenas cálculos bastante simples, você pode julgar se é conveniente publicá-la. (PUISEUX, 1848, p. 87, tradução nossa[5]).

Puiseux (1848) apresenta uma demonstração muito mais simples em termos de cálculos e de extensão do que o apresentado por Liouville (1847). Para isto, ele mostra que o produto dos raios de curvatura numa superfície dado um ponto é o mesmo que o produto dos raios de curvatura na superfície transformada no ponto correspondente. Liouville publica a carta e a demonstração no seu jornal tornando público o conteúdo da mesma.

Nesta mesma edição do *Journal* de Liouville, Bertrand (1848) publica um artigo cujo título é: *Demonstration d'un théorème de M. Gauss*, onde Bertrand comenta a demonstração de Liouville do teorema de Gauss. Bertrand diz no início do artigo:

> Essa demonstração, embora muito elegante, sendo talvez um pouco longa demais para introduzirmos no ensino, achei que estaria fazendo algo útil ao tentar simplificá-la o máximo possível. Os argumentos a que fui levado diferem daqueles que até agora foram empregados; [...] (BERTRAND, 1848, p. 80, tradução nossa[6]).

Bertrand coloca a necessidade de fazer uma nova abordagem da demonstração do teorema de Gauss para que fosse mais acessível ao ensino. Novamente há o comentário de que a demonstração de Liouville é demasiadamente longa. Então, Bertrand (1848) apresenta uma forma de

[5] [...] Vous avez donné dans le cahier de juillet 1847 du Journal de Mathématiques une démonstration d'un théorème de M. Gauss. La lecture de cet article m'a rappelé qu'il y a un an environ. J'avais rédigé une démonstrations de la mème proposition : elle est comprise implicitement dans la méthode plus générale que vous avez suivie ; cependant, comme elle n'exige que des calculs assez simples, peut-ètre jugerez-vous à propos de la publier.

[6] Cette démonstration, quoique très-élegante, étant peut-ètre un peu trop longue pour qu'on puisse l'introduire dans l'enseignement, j'ai cru faire une chose utile en cherchant à la simplifier autant que possible. Les raisonnements auxquels j'ai été conduit different complément de ceux qui ont été employés jusqu'ici; [...]

demonstrar o teorema de forma mais sintética. Realmente, o artigo possui apenas três páginas, chegando a seguinte expressão:

$$\sigma = 2\pi s - \frac{\pi s^2}{3R_1R_2},$$

que implica que o produto dos raios de curvatura é invariável numa deformação da superfície. Ao final do artigo, Bertrand cita Diguet, aluno da *École Normale Supérieure*, que apresenta outra demonstração para o teorema de Gauss. Liouville publica a demonstração de Diguet (1848, p. 83) logo em seguida ao artigo de Bertrand.

Os registros no *Journal* de Liouville nos mostram que seu artigo de 1847 foi de suma importância para a divulgação e retomada de interesse pela teoria de Gauss sobre as superfícies. Inicialmente esse interesse parte da relevância do teorema de Gauss, conhecido como *theorema egregium*, e as demonstrações que surgiram em resposta à apresentada por Liouville.

Liouville (1851) retoma o assunto da teoria das superfícies apresentando uma nova expressão que envolve o produto dos raios de curvatura, agora seguindo o conteúdo de suas notas a edição de *l'Analyse appliquée* de Monge. Por este período, Liouville dava lições sobre este assunto no *Collége de France*, conforme fica registrado no início deste artigo:

> As lições que dei ao Colégio da França no semestre que acaba de passar tiveram por objeto a teoria das fórmulas diferenciais inteiras e homogêneas e, em particular, a teoria das fórmulas quadráticas com duas variáveis, e $Edu^2 + 2Fdu.dv + Gdv^2$. É por tal fórmula que o quadrado ds^2 e o elemento de qualquer linha desenhada em uma superfície é expresso; e M. Gauss mostrou que o produto RR_1 dos principais raios de curvatura da superfície em cada ponto, depende apenas dos coeficientes E, F, G e seus primeiros e segundos derivados, de tal forma que é o mesmo para duas superfícies compostas dos mesmos elementos lineares ds. (LIOUVILLE, 1851, p. 130, tradução nossa[7]).

[7] Les leçons que j'ai faites au Collége de France dans le semestre qui vient de s'écouler, ont eu pour objet la théorie des formules différentielles entières et homogènes, et en particulier la théorie des formules quadratiques à deux variables, e $Edu^2 + 2Fdu.dv + Gdv^2$. C'est par une telle formule que s'esprime le carré ds^2 e l'élément d'une ligne quelconque tracée sur une surface ; et M. Gauss a fait voir que le produit RR_1 des rayons de courbure principaux de la surface en chaque point, ne dépend que des coefficients E, F, G et de leurs dérivées premières et secondes, en sorte qu'il est le même pour deux surfaces composées des mêmes élémentes linéaires ds.

Este artigo de Liouville retoma as demonstrações do *theorema egregium*, citando inclusive seu trabalho de 1850 sobre aplicações da análise a geometria de Monge.

Ainda poderíamos apresentar muitos outros artigos presentes no *Journal* de Liouville, porém o que apresentamos aqui nos indica uma comunicação intensa sobre o tema das superfícies no estilo de Gauss e Liouville, no período de 1847 ao final da década de 1850. Além disso, nossa análise mostrou bem o papel de Liouville como iniciador dessa dinâmica de pesquisas sobre superfícies na França, que trouxe a tona o trabalho de Gauss de 1828.

Considerações finais

A partir dos resultados apresentados, traçaremos pontos importantes que dão luz a recepção da teoria das superfícies de Gauss pelos matemáticos franceses, e como isto afeta a produção matemática francesa do meado do século XIX.

Algumas considerações dos resultados parciais de nossa pesquisa podem ser colocadas.

Primeira, que Liouville se destaca como um matemático que percebe a importância do trabalho de Gauss sobre superfícies e que dá contribuições efetivas a geometria diferencial que se desenvolve por meados do século XIX.

Também que o *Journal* de Liouville participa de forma importante na divulgação das produções matemáticas relativas à teoria das superfícies na França. Destaca-se a rede de comunicação que envolveu: Liouville, Bertrand, Diguet e Puiseux.

Além disso, para Liouville, a obra de Gauss foi vista como um complemento ao que Monge fez em seu trabalho *Application de l'analyse a la géométrie*, cuja quarta edição data de 1809.

Por fim, pode-se perceber que a comunidade matemática francesa do meado do século XIX, muito além de apenas receber as ideias de Gauss, contribui efetivamente com o desenvolvimento da geometria diferencial, trazendo produção sobre o assunto.

Referências

BERTRAND, J. Démonstration d’un théorème de M. Gauss. **Journal de mathématiques pures etappliquées**, p. 80-82, 1848.
DIGUET, C. Note à l’occasion de l’article précédent. **Journal de mathématiques pures et appliquées**, p. 83-86, 1848.
GAUSS, C. F. **Recherches générales sur les surfaces courbes**. [S.l.]: Imprimerie de Prudhomme, 1870.
GAUSS, C. F.; HILTEBEITEL, A. M.; MOREHEAD, J. C. **General Investigations of Curved Surfaces of 1827 and 1825: Translated with Notes and a Bibliography by James Caddall Morehead and Adam Miller Hiltebeitel**. [S.l.]: University Library, 1902.
LIOUVILLE, J. De la ligne géodésique sur un ellipsoïde quelconque. **Journal de mathématiques pures et appliquées**, p. 401-408, 1844.
LIOUVILLE, J. Sur un théorème de M. Gauss concernant le produit des deux rayons de courbure principaux en chaque point d’une surface. **Journal de Mathématiques Pures et Appliquées**, série 1, tome 12, p. 291-304, 1847.
LÜTZEN, J. **Joseph Liouville 1809-1882: Master of Pure and Applied Mathematics**. Springer-Verlag: New York, 1990.
MONGE, G.; LIOUVILLE, M. **Application de l’analyse a la géométrie: avec un mémoire de Gauss et notes de Liouville**. [S.l.]: Bachelier, 1850.
PUISEUX, V. Sur le même théorème. **Journal de mathématiques pures et appliquées**, v. 13, p.87-90, 1848.
REICH, K. Die geschichte der differentialgeometrie von Gauss bis Riemann (1828–1868). **Archive for history of exact sciences**, Springer, v. 11, n. 4, p. 273-376, 1973.
VOELKE, Jean-Daniel, **Renaissance de la géométrie no euclidienne entre 1860 et 1900**, Peter Lang SA, Editions scientifiques européenne, Bern, 2005.

A VISÃO DA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NO ENSINO TÉCNICO DO METODÓLOGO SANTOS HEITOR

Alexandra Sofia da Cunha Rodrigues
UIED
alexsofiarod@gmail.com

José Manuel Leonardo de Matos
UIED
jmm@fct.unl.pt

Mária Cristina Ribeiro Correia de Almeida
UIED
ajs.mcr.almeida@gmail.com

Resumo

Santos Heitor fez a sua formação superior em engenharia e foi professor metodólogo na Escola Industrial Marquês de Pombal, em Lisboa. Em 1968, dirigiu a Comissão de Estudos de Reorganização do Ensino da Matemática nos cursos de formação industrial, tendo em consideração o movimento da Matemática Moderna. Foi ainda autor de alguns manuais escolares para o ensino técnico e contribuiu com alguns artigos para o Boletim das Escolas Técnicas e para a Folha Informativa. Neste artigo, usando uma metodologia histórica assente na análise documental numa entrevista ao Professor Alves Martins (estagiário do Santos Heitor em 1962/63), iremos analisar a vertente didática na obra de Santos Heitor, considerando as suas publicações destinadas ao ensino da matemática e à formação de professores de matemática no ensino técnico. Consideramos que este metodólogo deu um grande contributo ao ensino da matemática e pela análise do seu espólio podemos concluir que muitas das suas ideias ainda são pertinentes na atualidade. Suportando-nos na obra de Santos Heitor, pretendemos refletir sobre a ideologia educativa do metodólogo, analisando as propostas pedagógicas definidas pelo autor e idealizar uma perspetiva mais teórica sobre o ensino da matemática nas escolas técnicas e a sua articulação com outros ramos do saber.

Palavras-chave: Ensino da Matemática. Ensino Técnico. Formação de professores.

Introdução

Entre 1930 e 1971 a formação de professores para o ensino secundário português era efetuada essencialmente em escolas secundárias onde o futuro professor efetuava o seu "estágio". Esse estágio incluía observação de aulas e atividade docente e era acompanhado por um "metodólogo", isto é, um professor da escola. Um dos metodólogos com maior intervenção na formação de professores de Matemática no ensino técnico foi António Oleiro dos Santos Heitor, nascido em Abrantes (Santarém), em 1903. Com formação superior em engenharia, foi professor metodólogo na Escola

Industrial Marquês de Pombal e, em 1968, dirigiu a Comissão de Estudos de Reorganização do Ensino da Matemática nos cursos de formação industrial. Conseguimos encontrar diversas publicações do metodólogo uma vez que este foi autor de manuais escolares para o ensino da matemática nas escolas técnicas, publicou artigos no *Boletim das Escolas Técnicas*, quatro dos quais sobre a aprendizagem da matemática e contribuiu com artigos sobre o ensino da matemática para a revista *Folha Informativa dos Professores do 1º Grupo (E.T.P.)*, que começou a ser publicada em janeiro de 1967.

Como metodólogo durante a reforma da Matemática Moderna, não foi indiferente às pressões para a mudança na cultura escolar, especialmente nas suas representações, que a nova matemática suscitava, defendendo que "a Matemática Moderna possa ser uma via para dotar os alunos das escolas técnicas com uma formação matemática mais abrangente e por isso mais adaptável a evoluções tecnológicas futuras" (RODRIGUES; NOVAES; MATOS, 2016, p. 393).

Na sua longa carreira como metodólogo, presidiu e integrou júris de Exames de Estado para professores efetivos do 1º grupo do Ensino Profissional, tendo sido possível aos autores deste artigo entrevistar o professor Luís Alves Martins, aluno estagiário do metodólogo Santos Heitor, estagiário único em 1963/64, que nos concedeu duas entrevistas sobre a sua experiência durante o estágio, nos meses de fevereiro e março de 2016.

Ao lermos a obra do metodólogo Santos Heitor e ao ouvirmos o professor Alves Martins, concluímos que muitas das ideias defendidas pelo metodólogo para o ensino da matemática nos cursos técnicos são muito atuais e poderiam ser aplicadas no ensino contemporâneo.

Metodologia

Os autores adotaram uma metodologia qualitativa, com pesquisa histórica, baseada em fontes documentais explorando as publicações de Santos Heitor, cruzando-as com fontes históricas sobre a formação de professores em Portugal e tentaram estabelecer contacto com atores chave no processo de formação de professores do ensino técnico, tendo sido possível entrevistar um seu formando. Segundo Rodriguez (2010) "a pesquisa histórica exige que o pesquisador tenha domínio do conteúdo histórico e pressupõe o prévio conhecimento da metodologia do trabalho científico" (p. 35). Assim, na primeira fase do trabalho, os autores analisaram as fontes de pesquisa, a partir da análise da legislação sobre a formação dos professores de matemática no ensino técnico entre 1836 e 1974 (RODRIGUES; DOMINGOS, 2018), cruzando com outras fontes documentais que se assumem como fidedignas na história da educação matemática em Portugal, em particular na formação de professores. Assim, do ponto de vista metodológico, a análise de longo prazo foi privilegiada, o que, segundo Rodriguez (2010), honra a construção de um resumo explicativo que pretende ser inovador.

Os factos históricos são constituídos a partir de vestígios do passado, questionados pelo historiador no presente, de acordo com suas hipóteses iniciais (VALENTE, 2007). Para este artigo, as fontes utilizadas foram catalogadas e sua interpretação sempre teve em mente o espírito crítico que permitiu questionar os documentos escritos e o testemunho em entrevista a Luís Alves Martins, possibilitando a construção do conhecimento histórico (RODRIGUEZ, 2010). A entrevista em pesquisa qualitativa é utilizada para coletar dados descritivos no próprio idioma do sujeito, que neste caso relatou sua experiência pessoal como estagiário do 1º grupo de ensino técnico da Escola Industrial Marquês de Pombal (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Neste artigo, a entrevista foi utilizada com o objetivo de complementar os dados coletados por meio de fontes documentais, a fim de humanizar o discurso, utilizando as lembranças de um dos atores. Analisando as respostas de nosso entrevistado à luz das fontes coletadas e da história cronológica delineada neste artigo, foi possível fazer uma espécie de humanização da história recolhendo pistas sobre como Alves Martins percebe e dá sentido à sua realidade como estagiário e à sua perceção pessoal sobre um dos metodólogos[1] que o acompanharam durante o estágio, permitindo aos autores entender a lógica

[1] O Professor Alves Martins foi acompanhado por dois metodólogos, Santos Heitor na área da Matemática e o Eng. Rodrigues na área da Física.

que preside às relações que foram estabelecidas naquela escola entre o metodólogo Santos Heitor e o seu estagiário (DUARTE, 2004).

Metodologias a adotar para ensinar matemática nas escolas profissionais

O *Boletim das Escolas Técnicas* foi publicado periodicamente durante 26 anos, entre 1946 e 1971. De acordo com Alves, Sousa, Morais e Araújo (2009) este é, pelo seu conteúdo e longevidade, um periódico de relevante importância para o estudo do ensino técnico-profissional. Os artigos publicados analisam a legislação e as reformas educativas, noticiam os debates na Assembleia Nacional sobre o ensino técnico, formulam opiniões sobre aspetos didáticos e pedagógicos da formação de alunos e dos professores e expõem situações, regulamentos e factos de várias escolas técnicas de todo o país (ALVES; SOUSA; MORAIS; ARAÚJO, 2009). Podemos encontrar referências às diferentes tipologias de ensino técnico em Portugal, o ensino comercial, industrial, agrícola e artístico em Portugal.

Encontrámos duas publicações do Santos Heitor neste periódico, *A aprendizagem da Matemática nas escolas técnicas*, publicado em quatro partes, entre 1954 e 1955 (HEITOR, 1954a; 1954b; 1955a; 1955b) que foram analisados por Sousa (2012) na sua tese de mestrado e o *Comentário sobre a XI reunião da Comissão Internacional para o estudo e aperfeiçoamento do ensino da matemática* publicado em 1958 (HEITOR, 1958).

O conjunto dos quatro artigos sobre *A aprendizagem da Matemática nas Escolas Técnicas* (HEITOR, 1954a; 1954b; 1955a; 1955b), permite compreender as propostas pedagógicas concretas defendidas pelo autor e idealizar uma perspetiva global mais teórica sobre o ensino da matemática e a sua articulação com outros ramos do saber. Salvaguarda que, apesar dos programas de matemática serem menos exigentes do que no ensino liceal, isto não significa que possam ser adotadas vias de facilitismo para o ensino da disciplina.

Na parte introdutória do texto, o autor evidencia interesse na formação de professores do 1º grupo docente[2] para o ensino técnico, referindo que a literatura pedagógica para o ensino da matemática não é suficiente e que os processos metodológicos resultantes da experiência são práticas a introduzir na prática docente, uma vez que estes se "têm aperfeiçoado em contacto com as realidades e finalidades educativas" (HEITOR, 1954a, p. 155) valorizando experiências anteriores que "impressionam pela sua permanência, através da história da pedagogia" (HEITOR, 1954a, p.156).

Para Heitor (1954a), ensinar implica o pleno conhecimento daquilo que se ensina e a consciencialização da finalidade clara da disciplina que vai ensinar, integrada num determinado curso técnico-profissional. O estágio será o elemento diferenciador do futuro professor de matemática que pretende exercer a sua atividade profissional a lecionar a disciplina nos cursos industriais ou comerciais.

> Demos ao candidato ao magistério o conhecimento preciso da finalidade do curso em que vai lecionar, conjuguemos este conhecimento com o domínio científico ou técnico do *curriculum* e teremos conseguidas duas das condições primordiais de eficiência. (HEITOR, 1954a, p. 157).

Segundo ele, o Ciclo Preparatório do ensino técnico destinado a alunos entre dez e onze anos, devia acumular funções de cultura geral e de cultura profissional para o exercício de várias funções industriais ou comerciais, enquanto que nos 1.º Ciclo do Ensino Liceal, destinado a alunos da mesma faixa etária, se pretendia apenas que o aluno adquirisse cultura geral pois os cursos secundários liceais tinham como principal finalidade o prosseguimento de estudos de nível superior. Assim, nos cursos profissionais eram privilegiadas as aplicações da matemática e da física, antecipando por vezes a introdução dos conceitos "porque os trabalhos profissionais o exigem, para a sua execução oficinal imediata" (HEITOR, 1954a, p. 160). De facto, os programas para as disciplinas de matemática para o ciclo preparatório e para

[2] O 1º grupo compreendia a *Matemática* e a *Física e Química*, e os seus professores efetivos com certificação pedagógica poderiam ser licenciados em ciências matemáticas, físico-químicas, geofísicas ou engenheiros geógrafos.

os cursos industriais e comerciais (Portugal, Portaria n.º 13.800/195[3]), enfatizam, frequentemente, a importância de abordagens pedagógicas que mostrem as aplicações da matemática na vida real e tomem em conta a futura profissão do aluno, por exemplo no que respeita à aritmética, podemos ler: "não interessa *de per se* o pretenso desenvolvimento das faculdades calculatórias, interessa sim a matemática *que serve*" (p. 77), sendo recomendado para todas as disciplinas de matemática a utilização de métodos ativos, que envolvam o aluno na sua aprendizagem e a valorização do conhecimento prévio dos alunos.

Assim, o ensino da disciplina deverá assentar a sua metodologia na finalidade a atingir e assumir-se como um instrumento de integração no meio social do aluno. Para Heitor (1954a), o ensino da disciplina nos cursos técnicos assenta em três vertentes: i) informativa profissional, ii) formativa intelectual e iii) formativa cultural. O professor deverá procurar adequar a disciplina ao perfil do aluno de um determinado curso profissional, não desprezando o valor formativo e cultural do ensino para o desenvolvimento de competências transversais.

> Todos estes problemas adquirem, na escola profissional, um sentido que, de longe, excede o que lhe poderíamos atribuir no liceu. De facto, no ensino técnico profissional o trabalho oficinal – pelo qual o aluno se irá inserir nas atividades sociais da sua época – não constitui uma disciplina subsidiaria, como é o trabalho manual no liceu, mas a própria medula do ensino. Nesta organização do trabalho oficinal na escola, surgirá já, embora com as naturais limitações, um esboço da orgânica social e económica do trabalho. Queremos dizer: o educando encontrar-se-á, na escola, frente a situações reais de divisão do trabalho, velocidade e rendimento de máquinas, precisão de medições, utilização económica de matérias primas, segurança, etc. (HEITOR, 1954a, p. 166).

No mesmo artigo, Heitor (1954a) refere a importância da análise das características da população escolar como grupo constituído por uma população heterogénea constituída por alunos noturnos e diurnos, com idades compreendidas entre os 12 e os 50 anos e que estas características não podem ser descuradas quando se pretende ensinar matemática. O autor refere que uma das diferenças a considerar entre o grupo de alunos que frequenta o

[3] Portaria n.º 13.800 (1952). Diário do Governo, I Série – Número 8, 12/01/1952, 17-236.

ensino profissional e o grupo que frequenta o ensino liceal é o desnível no meio social e familiar que separa as duas populações. Assim, deverão considerar-se os seguintes fatores: i) fatores fisiológicos, especialmente os referentes ao dispêndio de energia dos alunos que frequentam o ensino noturno e que paralelamente têm responsabilidades diurnas no seu posto de trabalho, associado à ingestão de refeições rápidas e frias e a poucas horas de descanso, que exigirá do professor um trabalho constante de motivação para a aprendizagem, ii) fatores relacionados com uma menor capacidade de expressão verbal pois a maioria dos alunos que frequenta esta tipologia de ensino é proveniente de famílias de camadas sociais com rudimentar cultura, em que o vocabulário usual é mais restrito em relação com um aluno da mesma idade que frequente o ensino liceal, sendo necessário uma adaptação da linguagem que o professor usa em sala de aula. iii) O ambiente familiar, devendo o professor regular as exigências dos trabalhos de casa e iv) influência do meio profissional dos alunos noturnos nas práticas oficinais durante a noite que, se não houver conexão entre ambos, de acordo com o autor, pode condicionar negativamente a aprendizagem.

Embora a organização escolar não consiga atender a todos os fatores acima elencados, Heitor (1954a) destaca a importância fundamental da ação do professor, dando relevância às relações estabelecidas entre professor e alunos.

> O professor de uma escola profissional precisa de conhecer algo mais do que as leis da psicologia geral ou educativa; precisa de conhecer a posição do aluno em relação ao trabalho profissional e ao estudo, de ser capaz de reforçar o sentido da responsabilidade e amor profissional, de esclarecer o sentido económico e cultural do trabalho, para integrar no conjunto da vida da nação. (HEITOR, 1954a, p. 174).

Mais do que teorizar sobre o ensino da matemática nos cursos profissionais, Santos Heitor defendia a metodologia acima descrita e tentava incutir esta mensagem aos seus estagiários. De facto, as mesmas ideias são defendidas por Alves Martins, que foi seu aluno no estágio realizado em 1963/64 e que nos concedeu duas entrevistas, nos dias 24 de fevereiro e 24 de março de 2016.

O percurso académico de Luís Alves Martins, iniciou no Liceu Alexandre Herculano no Porto, tendo posteriormente ingressado num Curso de Engenharia na Faculdade de Ciências do Porto, que frequentou durante três anos, de onde pediu transferência para o Curso de Matemática na Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra, onde conclui seus estudos superiores.

Profissionalmente, começou a dar aulas de Ciências Naturais e Matemática ao Ciclo Preparatório do Ensino Técnico na Escola Industrial e Comercial de Beja, onde permaneceu durante o ano letivo de 1962/63. Impulsionado pelo Diretor da Escola onde trabalhava, candidatou-se a um estágio na Escola Industrial e Comercial Marquês de Pombal, em Lisboa, onde ingressou no ano letivo seguinte tendo como metodólogos o Eng. Santos Heitor (na disciplina de Matemática) e o Eng. Rodrigues (na disciplina de Física). Refere, a propósito do seu estágio, que este foi muito útil para o seu percurso profissional, pelas aprendizagens realizadas, pois quando lhe perguntámos se o estágio veio ajudá-lo profissionalmente, a resposta foi:

> Veio muito, veio, (...) até que (...) eu nunca tinha metido na cabeça ser mesmo professor, e, portanto, aquilo era um bocado... Quem é que foram os meus melhores professores? Como é que eles faziam? Como é que não faziam? E tal! E inclusivamente a outra parte que era tramada que era um tipo ser autoritário. É claro que isso hoje percebe-se mal, mas naquela altura funcionava! Funcionava, a gente vivia num regime dito fascista, não é verdade.

Alves Martins refere que anteriormente à frequência do estágio a metodologia que utilizava era meramente intuitiva, fundamentando as suas opções metodológicas na sua experiência como aluno e tendo como referência os seus professores, não tendo conhecimentos pedagógicos para avaliar as situações. Sobre o metodólogo Santos Heitor que o acompanhou e avaliou, Alves Martins valorizou a aprendizagem, admitindo que era extremamente profissional e preocupado com os estagiários "O Santos Heitor era todo muito didático e essa coisa toda, e envolvia-se com os alunos..."

Sobre a metodologia adotada em sala de aula, o nosso entrevistado referiu que havia muita preocupação em perceber as dificuldades dos alunos e motivá-los para a aprendizagem da Matemática e da Física, de facto, todas as aulas iniciavam com uma motivação para o assunto a trabalhar e só no fim é que se reservavam cinco minutos para fazer o sumário e marcar as faltas aos alunos.

> A motivação era crucial e era geralmente como começávamos uma aula, essa motivação devia ser feita o mais economicamente possível, um, dois minutos, que era para agarrar o pessoal, para uma determinada coisa, não é? E depois ir por aí fora, sempre com eles, não era, lá está, cada um a dormir para seu lado, ou a falar com a vizinha do lado, quer dizer. E portanto, haver várias, durante a aula, haver vários momentos, digamos de pausa, o que é que tinha dado, o que não tinha dado, o que é que a gente já sabe, o que não sabe, o que é que falta saber, por aí fora, e depois, como digo, havia uma proposta de, eu agora... haver uma proposta de trabalho de casa. Mas a proposta de trabalho de casa era para quem pudesse fazer. No fundo, no fundo era um bocado de descargo de consciência, que a gente já sabia que a maior parte deles não ia fazer nada.

O rendimento do ensino da matemática

No segundo texto publicado sob o título *A aprendizagem da matemática nas escolas técnicas (II)*, Heitor (1954b) discute como aumentar o rendimento do ensino da matemática, entendendo-se que esta designação se refere à mobilização dos meios necessários para ensinar matemática com o maior rendimento possível.

O autor considera que a orientação de esforços para ensinar matemática tem que atender a condicionalismos como a continuidade entre o ensino primário, o ciclo preparatório e a formação profissional de nível secundário, o elevado número de alunos em cada turma e o número de tempos atribuídos à disciplina de Matemática[4]. No entanto, valoriza a coordenação de esforços interdisciplinares para o ensino e aprendizagem da matemática, que pode contribuir para um conhecimento integrado e integrador, ao invés da compartimentação de saberes que têm origem na estrutura disciplinar do ensino técnico, pela forma como este se encontra organizado. A aprendizagem da matemática acontece quando esta é interiorizada e permite a transferência do conhecimento para ser aplicado noutro contexto (HEITOR, 1967).

No final da segunda, terceira e quarta parte do artigo *A aprendizagem da matemática nas escolas técnicas,* são dados exemplos de possíveis formas

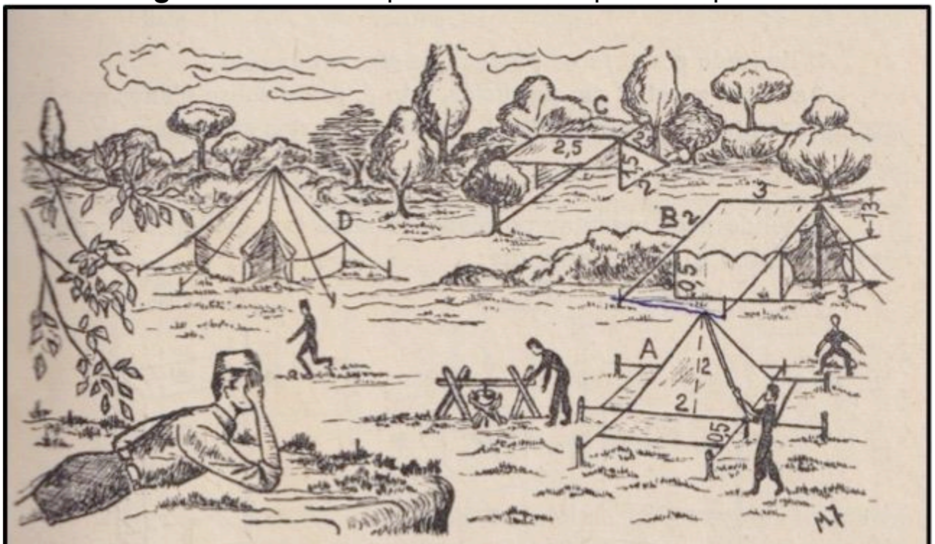
[4] 3 tempos semanais nos 1º e 2º anos do ciclo preparatório, 3 tempos semanais no 1º ano dos cursos de formação e 2 tempos semanais no 2º ano dos cursos de formação.

de ensinar alguns tópicos de aritmética e geometria aos alunos dos cursos profissionais (HEITOR, 1954b, 1955a, 1955b), permitindo a operacionalização dos conceitos. As estratégias exploradas nestes artigos são as mesmas que Santos Heitor utiliza nos manuais escolares da sua autoria.

> O fracasso na aquisição e conservação de conhecimentos matemáticos (como o de outros) provém de se ensinarem os factos isolados. As ideias e os processos não proliferam porque nunca estiveram associados com outras ideias, situações ou técnicas. (HEITOR, 1955a, p. 53).

Repare no seguinte exercício para o cálculo da área das superfícies, que encontramos num manual de Matemática para o segundo ano do ciclo preparatório do ensino técnico profissional, onde Heitor contextualiza o problema com tendas de um acampamento da mocidade portuguesa (HEITOR, 1954c).

Figura 1: Exercício para calcular superfícies planas.



O José está num acampamento da Mocidade Portuguesa.

Recebeu uma missão: calcular a superfície de lona, necessária para a construção de mais barracas iguais a estas.

Os alunos já poderão , talvez, fazer esse cálculo, servindo-se das fórmulas que acabaram de estudar. Só há uma barraca com área mais difícil de calcular, a cónica (D). Deixem essa para mais tarde. As medidas são em m.

Damos, a seguir, os resultados, mas notem que a estes valores teria de acrescentar-se um excesso para costuras, reforços, etc., que a oficina construtora indicaria.

Resultados: A) 12 m^2 B) 21,9 m^2 C) 13 m^2

Fonte: Heitor (1954c).

Neste exercício, é solicitada a mobilização de conhecimentos matemáticos para o cálculo da lona necessária para a construção das tendas. Porém, para uma maior aproximação à realidade, o autor chama a atenção dos alunos para a necessidade de acrescentar às áreas calculadas o excesso de lona necessário para fazer as costuras e os reforços das tendas (que seria indicado pela oficina construtora) (HEITOR, 1954c).

Em janeiro de 1967 começa a ser publicada a *Folha Informativa dos Professores do 1º Grupo (E.T.P.)* que é o primeiro periódico português consagrado exclusivamente à educação matemática no ensino técnico (RODRIGUES, 2014). A *Folha* destinava-se a acompanhar a experiência de introdução da Matemática Moderna no ensino técnico apoiando os professores do 1º grupo disciplinar que nas escolas técnicas agrupava a maior parte dos professores responsáveis pela lecionação das disciplinas relacionadas com a matemática, e publica 66 números e 9 suplementos até fevereiro de 1972. O seu diretor é Aires António Silva Biscaia, licenciado em matemática e na época diretor da Escola Industrial e Comercial de Sintra, onde a revista é produzida (MATOS; NOVAES; GABRIEL, 2009). Entre fevereiro de 1967 e julho de 1970, Santos Heitor publicou catorze artigos com orientações metodológicas para o ensino da matemática. Cinco destes artigos apresentam propostas curriculares e de funcionamento dos cursos de aperfeiçoamento e valorização de professores que são introduzidos com a Reforma da Matemática Moderna. Em dois artigos de preparação do curso, Santos Heitor vai refletir sobre a viabilidade de uma abordagem de Matemática Moderna no contexto do ensino técnico português (MATOS; NOVAES; GABRIEL, 2009).

A incorporação da Matemática Moderna no ensino técnico não decorreu de forma acrítica e não houve transposição direta dos ideais da Matemática Moderna para os programas das Escolas Técnicas (PINTO; NOVAES, 2013). Esta vai contribuir para uma recomposição das normas, dando um carácter mais generalista à formação escolar dos alunos, exigindo uma reconfiguração das práticas, com alteração de métodos e do uso da tecnologia escolar, que irá afetar a cultura destas escolas, com a visão de alargar expetativas dos alunos para novas profissões e continuação de estudos (RODRIGUES; NOVAES; MATOS, 2016).

Considerações finais

Analisar a obra do metodólogo António Oleiro dos Santos Heitor permite-nos ter consciência da atualidade da mesma, bem como e da aplicabilidade contemporânea no ensino profissional das metodologias de ensino da Matemática, que defendeu. Desde logo, a valorização da relação professor-alunos, cultivando relações desprovidas de intimidade acessível e sentido de tolerância, atendendo à situação económica, social e familiar dos alunos. A constatação que é necessário preparar professores para formar estes alunos, que têm características diferentes dos alunos que seguem o ensino secundário liceal com vista a ingressarem no ensino o superior. A valorização do papel do professor, mesmo que se considere que determinado conteúdo é muito simples e a constatação da necessidade de adaptar a linguagem, para tornar possível a aprendizagem da disciplina, não descurando o rigor técnico que esta impõe.

Muitas das suas ideias pedagógicas de Santos Heitor sobre o ensino da matemática são perfeitamente atuais, destacando-se a importância dada ao conhecimento prévio do aluno, às aplicações da matemática, à interdisciplinaridade e à articulação vertical e horizontal dos conteúdos a ensinar. Incontestavelmente, Santos Heitor trouxe conhecimento didático para ensinar aos professores de matemática do ensino técnico.

Referências

ALVES, L.; SOUSA, P; MORAIS, T.; ARAÚJO, F. **Ensino Técnico (1756-1973)**. Lisboa: Secretaria Geral do Ministério da Educação, 2009.
BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.
DUARTE, R. Entrevistas em pesquisas qualitativas. **Educar**, 24, 213-24, 2004.
HEITOR, A. O. S. A aprendizagem da Matemática nas escolas técnicas. **Escolas Técnicas, Boletim de Acção Educativa**, IV(16), 155-175, 1954a.
HEITOR, A. O. S. A aprendizagem da Matemática nas escolas técnicas - II. **Escolas Técnicas, Boletim de Acção Educativa**, IV(17), 431-442, 1954b.
HEITOR, A. O. S. **Matemática 2º ano do ciclo preparatório**. Lisboa: Tipografia Rádio Renascença, 1954c.

HEITOR, A. O. S. A aprendizagem da Matemáticas nas escolas técnicas - III. **Escolas Técnicas, Boletim de Acção Educativa**, V(18), 51-62, 1955a.
HEITOR, A. O. S. A aprendizagem da Matemáticas nas escolas técnicas - IV. **Escolas Técnicas, Boletim de Acção Educativa**, V(19), 33-52, 1955b.
HEITOR, A. O. S. Comentário sobre a XI reunião da Comissão Internacional para o Estudo e Aperfeiçoamento do Ensino da Matemática. **Escolas Técnicas, Boletim de Acção Educativa**, VI(23), 269-284, 1958.
HEITOR, A. O. S. O problema da coordenação do ensino. A transferência da aprendizagem. **Folha Informativa dos Professores do 1º Grupo (E.T.P.)**, 2, 4-8, 1967.
MATOS, J. M.; NOVAES, B. W. D.; GABRIEL, L. M. Recompondo a cultura da matemática escolar: a intervenção da Folha Informativa dos Professores do 1º Grupo (E.T.P.). In: XX SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Viana do Castelo. **Atas do XX Seminário de Investigação em Educação Matemática.** FERNANDES, J. A.; MARTINHO, M. H.; VISEU, F. (Eds.). Viana do Castelo: APM, 2009. p. 228-238.
PINTO, N. B.; NOVAES, B. W. D. Impactos do Movimento da Matemática Moderna na Cultura Escolar de Escolas Técnicas Industriais do Brasil e de Portugal: articulações teórico-metodológicas da história comparada. **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Alexandria, v.6, n.1, p. 261-282, abril 2013.
RODRIGUES, A. S. **A matemática no ensino profissional. Os programas e as representações dos professores**. Covilhã, 2015. Tese Doutoramento (3º ciclo em Didática da Matemática) - Universidade da Beira Interior.
RODRIGUES, A.; DOMINGOS, A. A formação de professores nas escolas técnicas. In: MATOS, J. M. (Ed.) **A matemática e o seu ensino na formação de professores. Uma abordagem histórica**. 1ª Edição. Lisboa: APM e UIED, 2018, 405-426.
RODRIGUES, A.; NOVAES, B. W. D.; MATOS, J. M. A cultura escolar em conflito: ensino técnico e matemática moderna em Portugal. **Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 16, n. 48, p. 381-402, maio/ago. 2016
RODRIGUEZ, M. V. Pesquisa histórica. O trabalho com fontes documentais. In: COSTA, C. J.; MELO, J. J. P.; FABIANO, L. H. (Org.), **Fontes e Métodos em História da Educação**. Grande Dourados: UFGD, 2010, 35-48.
SOUSA, I. **Manuais escolares de matemática para o ciclo preparatório do ensino técnico**. Lisboa, 2012. Dissertação de Mestrado (Mestre em ensino da Matemática) – Universidade Nova de Lisboa.
VALENTE, W. R. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. **Revemat: Revista eletrónica de Educação Matemática**, 2.2, 28-49, 2007.

ÁLGEBRA COSSISTA ALEMÃ – SIGNIFICADO E IMPACTOS

Gert Felix Schubring
UFRJ
gert.schubring@limc.ufrj.br

Resumo

Investigações vão ser apresentados sobre a álgebra cossista na Alemanha no século XVI - a única entre os vários conceitos de álgebra desenvolvidos em países europeus no século XVI, que estabeleceu um sistema de notação bem perto do sistema do Magreb – e constituindo o elemento alemão na pluralidade de álgebra que há de ser o conceito de referência neste estudo. Há de se apresentar as obras maiores da álgebra cossista alemã e discutir as suas origens e os impactos aos desenvolvimentos de álgebra em outros países de Europa.

Palavras-chave: Álgebra cossista. Alemanha. Simbolização. Matemática magrebina. Christoff Rudolff. Michael Stifel.

Introdução

A historiografia da álgebra sempre apresentou o desenvolvimento da álgebra como um processo contínuo e unidirecional. O caminho seguido da álgebra parte na Grécia helenística, atinge um primeiro clímax com Al-Khwarizmi, chega à Itália - com Fibonacci - e se desenvolve lá até o Cardano para finalmente passar a tocha para Viète e a França.

O livro mais recente com a ambição de dar uma exposição completa, desde a antiguidade - o trabalho de Victor Katz e Karen Parshall: *Taming the Unknown* (2015) - aplica essencialmente a mesma abordagem unidirecional, embora dedicando dois capítulos para a China e Índia entre a Grécia e países da civilização islâmica.

Mas também aí, o desenvolvimento na Europa é apresentado como o legado do Fibonacci - assim, os desenvolvimentos bastante paralelos na Espanha e na Provença aparecem como influências da Itália (KATZ; PARSHALL, 2015, 204). Há algumas informações sobre as pesquisas de Høyrup, mas só em notas de rodapé, sem explorar seus resultados (ver: ibid., 19 e passim). Em geral, nem a álgebra simbólica magrebina entrou na historiografia internacional, nem a pesquisa sobre os impactos dessas inovações notacionais foi realizada.

Assim, a concepção estabelecida por Sabine Rommevaux, a existência de uma pluralidade de álgebras no começo dos tempos modernos (ROMMEVAUX, 2012), fica bastante promissora para identificar conexões e impactos não percebidos pelas abordagens unidirecionais.

A Álgebra cossista alemã

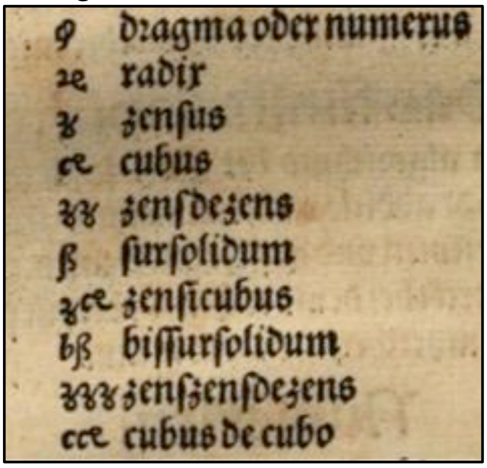
Uma das práticas da álgebra na Europa no século XVI foi a álgebra dos Cossistas, desenvolvida especialmente na Alemanha. Ainda fica pouco estudada e até depreciada na historiografia. Os sinais desta álgebra, baseados em caracteres góticas, aparentemente afastaram historiadores. Mas o que é essa álgebra cossista alemã?

O primeiro trabalho principal foi um livro de Christoff Rudolff, de 1525, com um título muito longo, mas sempre resumido como "Die Coß" (*Behend unnd Hübsch Rechnung durch die kunstreichen regeln Algebre,* …): Aqui está a transcrição do início do título, mesmo alegando que se pode aprender esse cálculo sem um professor, lendo o livro com cuidado:

> Um cálculo elegante e bonito das regras artísticas da álgebra - como comumente conhecido como o Coß. Tudo tão fielmente dado ao dia que somente por leitura diligente sem qualquer ensino oral pode ser entendido. (RUDOLFF, 1525).

Há pouca informação biográfica sobre o autor: ele nasceu provavelmente em 1499, na cidade de Jauer, na Silésia, e morreu em 1543 em Viena. Ele estudou matemática na Universidade de Viena, entre 1517 e 1521. Depois disso, ele deu aulas particulares em Viena. Em seu livro, encontramos o sistema de sinais para as nove primeiras potências da desconhecida que se tornaram característicos da álgebra cossista:

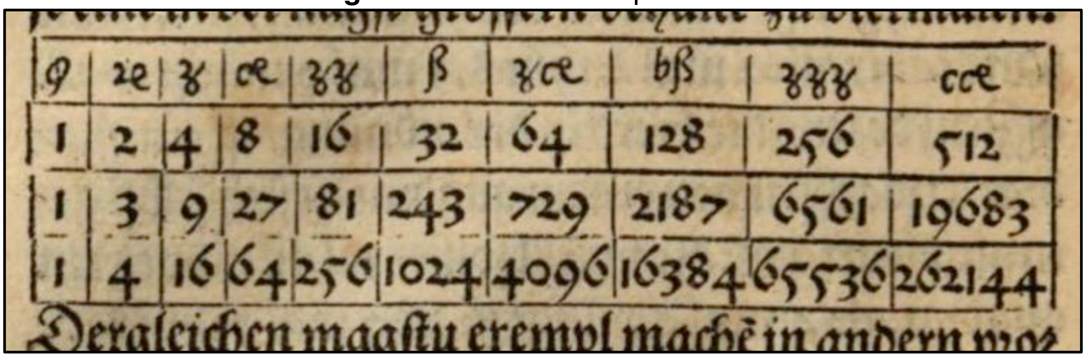
Figura 1: Os sinais cossistas.



Fonte: Rudolff (1525, p. 24).

Com exceção do sinal para os números, simbolizando um zero, as primeiras quatro potências são simbolizadas pela primeira letra do termo (em latim, ou em adaptação alemã do italiano da época), enquanto os sinais para as potências superiores são ou novos sinais ou combinações entre esses novos sinais e os dos quatro primeiros. A estrutura de formação desses signos, a partir dos sinais das três primeiras potências, é essencialmente multiplicativa, como mostram os sinais da quarta e da oitava potência:

Figura 2: Os sinais das potências.

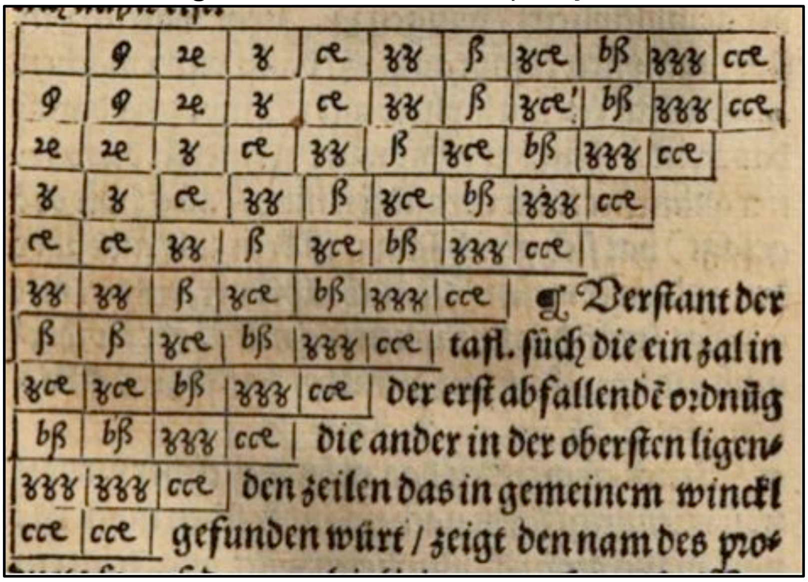


1	2	4	8	16	32	64	128	256	512
1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683
1	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144

Fonte: Rudolff (1525, p. 25).

No livro de Rudolff, tem uma tabela das multiplicações das unidades das potências que mostra que 9 constitui o limite das potências concebidas por Rudolff.

Figura 3: Tabela das multiplicações.



Fonte: Rudolff (1525, p. 28).

Essa álgebra cossista alemã foi mal apreciada pela historiografia: ela foi vista em geral como um desenvolvimento isolado, marginal e fora da corrente principal.[1] Um exemplo é uma importante biografia de Descartes, do Stephen Gaukroger. Gaukroger lamentou o caráter "desajeitado" dessa notação:

> Mas a desajeitada notação cossista de Descartes, derivada com toda a probabilidade da Álgebra de Clavius, que ele havia estudado em La Flèche, indica que ele não estava familiarizado com o trabalho de Vieta neste momento, pois a notação de Vieta é claramente superior e caso ele estava familiarizado com ela não poderia ter favorecido a de Clavius. (GAUKROGER, 1995, p. 98).

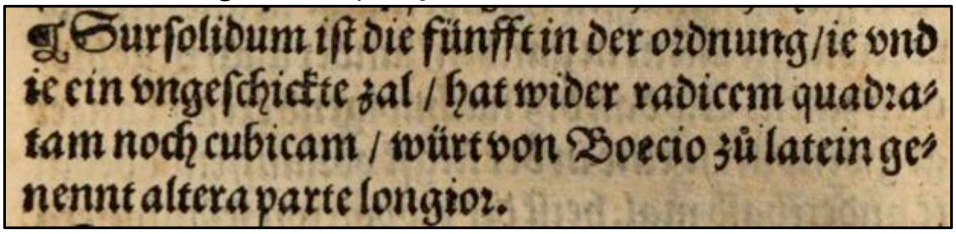
Ele repetiu esta avaliação negative numa outra vez, e de novo atribuindo ao Descartes erradamente a recepção do livro texto de álgebra de Christopher Clavius de 1608/1612:

> A Álgebra de Clavius foi o ponto de partida de Descartes para estudos na área, e ele ainda estava usando a desajeitada notação cossista de Clavius neste período. (ibid., p. 125).

Aqui devemos nos perguntar quais foram as influências, as fontes para os cossistas alemães. Uma indicação é dada por Rudolff, comentando o nome 'sursolidum' para a quinta potência (Figura 4).

[1] Existe um estudo muito bem aprofundado sobre a álgebra cossista alemã, por Peter Treutlein, de 1879 mas que parece que foi esquecido depois no século XX (TREUTLEIN, 1879).

Figura 4: Explicação do termo "sursolidum".


¶ Sursolidum ist die fünfft in der ordnung/ie vnd ie ein vngeschickte zal / hat wider radicem quadratam noch cubicam / würt von Boecio zů latein genennt altera parte longior.

Fonte: Rudolff (1525, p. 25).

Rudolff explica aqui que ele usa "sursolidum" para o termo "altera parte longior" introduzido por Boécio. De fato, Boécio (480-524), em seu livro *Arithmetica*, dá este termo em seu livro II, no contexto da introdução de números figurados (BOÉCIO, 1867, p. 115).

Deve ser perguntado se Rudolff e Boethius conheceram os livros de aritmética de Diofanto, porque nos manuscritos gregos preservados de Diofanto, encontramos abreviações para as primeiras seis potências:

Figura 5: As abreviações para as potências da desconhecida no Diofanto.

Einheit(en)	μονα(δε)ς	$\overset{\circ}{M}$
x	ἀριθμός	ϛ
x^2	δύναμις	Δ^{Y}
x^3	κύβος	K^{Y}
x^4	δυναμοδύναμις	$\Delta^{Y}\Delta$
x^5	δυναμόκυβος	ΔK^{Y}
x^6	κυβόκυβος	$K^{Y}K$
$\frac{1}{x}$	ἀριθμοστόν	$ϛ^{\times}$
$\frac{1}{x^2}$	δυναμοστόν	$\Delta^{Y\times}$
⋮	(usw.)	⋮
Quadrat	τετράγωνος	$\square^{ος}$
=	ἴσος	ι^{σ}
−	(λείπειν)	⋔

Fonte: SESIANO (1990, p. 83).

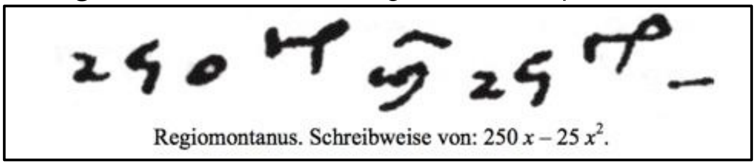
Estes sinais para as nove primeiras potências são geralmente as abreviações da primeira letra dos termos. E, como se revelou apenas quando o manuscrito árabe de outros quatro livros foram detectados e publicados, Diofanto desenvolveu a notação até a nona potência - ele fez operações com as oitavas e nonas potências (correspondendo então à x^8 e x^9). No entanto, estas potências ficam, na versão árabe, sempre expressos em palavras, não em sinais.

Jacques Sesiano, o editor dos livros árabes na tradução bilingue árabe-inglês, comentou: Nota: os manuscritos gregos ou os árabes ficam mais confiáveis - quer dizer mais perto do original? Os manuscritos gregos vem todos da tradição bizantina; os mais antigos manuscritos datam somente do final do século XIII. No entanto, os manuscritos árabes datam de 595 H/1198 EC, são um pouco anteriores, cerca um século. Porém, eles não são traduções diretas do original em grego, mas versões redigidas. Mas, como afirma Sesiano, em árabe não só existem os quatro novos livros, mas também os outros sés conhecidos em grego (SESIANO, 1982). E em todos estes textos árabes, não tem as abreviações, mas a forma retórica. Qual versão fica mais original: com abreviações ou em palavras? Eu discuti a questão com Sesiano, e ele argumentou que a versão com abreviações seria mais fácil para entender e então mais perto do original. Eu não acho isto um argumento forte: pode também ser uma "didactificação" mais tardia. Fica assim característico que todos os manuscritos gregos só contem os seis livros – poderia se pensar que estes 6 livros constituem uma versão "escolar" do Diofanto: analogamente como houve os 6 primeiros livros de Euclides como a versão escolar dos *Elementos* dele. Além disto, Sesiano é o autor do capítulo com as abreviações nos manuscritos gregos (SESIANO, 1990). Rudolff e seus sucessores alemães, portanto, seguem mais o Diofanto "árabe" e os matemáticos magrebinos, estendendo a série de potências além do que foi a prática de Boécio.

Origens da álgebra cossista alemã

Vejamos mais concretamente as origens da álgebra cossista alemã. O primeiro a desenvolver e usar os signos cossistas foi, segundo a pesquisa de Meskens (2010, p. 140) e Folkerts (2017), Johannes Regiomontanus (1436-1476). Nascido em Königsberg (Franken), ele foi formado nas Universidades de Leipzig e Viena e foi ativo na apropriação das tradições gregas e árabes. Em 1467, na biblioteca de Veneza, ele encontrou um manuscrito de Diofanto, a versão grega da aritmética (seis livros) - ele queria tê-los traduzidos, mas apenas em conjunto com os outros sete livros e, portanto, procurou as partes que faltaram, mas em vão. Também em 1464 deu aulas de astronomia na Universidade de Pádua, com base no tratado astronômico de al-Farghani. Em 1456, Regiomontanus usou sinais para a desconhecida (Figura 6):

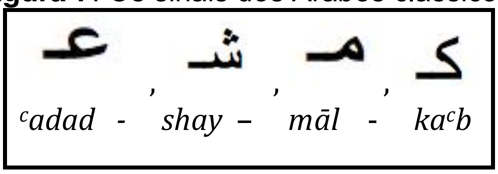
Figura 6: Os sinais de Regiomontanus para x e x^2.



Fonte: Folkerts (2017, p. 137).

Podemos, portanto, nos perguntar sobre as influências que levaram Regiomontanus a essa notação. Aqui devemos lembrar algumas sistematizações sobre a evolução da "algebrização" da álgebra em países da cultura islâmica. Os inícios estavam na etapa chamada de “retórica” por Nesselmann: uso exclusivo de palavras, colocando nomes para a desconhecida e suas potências, especialmente por Al-Khwārizmi:

Figura 7: Os sinais dos Árabes clássicos.



Graças à descoberta do manuscrito de Jerba, sabemos agora da etapa simbólica conseguida na álgebra do Magreb (ABDELJAOUAD, 2005), onde a primeira letra estilizada do termo serviu como um símbolo – e onde os símbolos para as potências superiores foram constituídos por uma sequência aditiva dos símbolos para a primeira, segunda e terça potência *shin, min, kaf*:

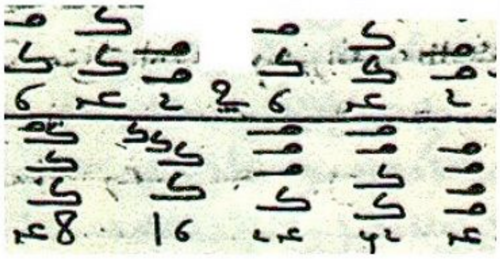
Figura 8: Os símbolos magrebinos para as 6 primeiras potências.

Maghrébins	ع	ش	م	ک	م م	م ک	کاک

Fonte: Abdeljaouad (2005, p. 16).

Mas as práticas da álgebra do Magreb não ficaram restrito as primeiras 9 potências. Vejam aqui um exemplo instrutivo de 1483, do manuscrito *Bughyat* *aṭ-ṭullāb fi sharḥ munyat al-ḥisāb*, du Ibn-Ghazi al-Maknāsi (1437-1513), utilizando mesmo até a decima segunda potência (Figura 9).

Figura 9: Simbolizando até a 12ª potência.



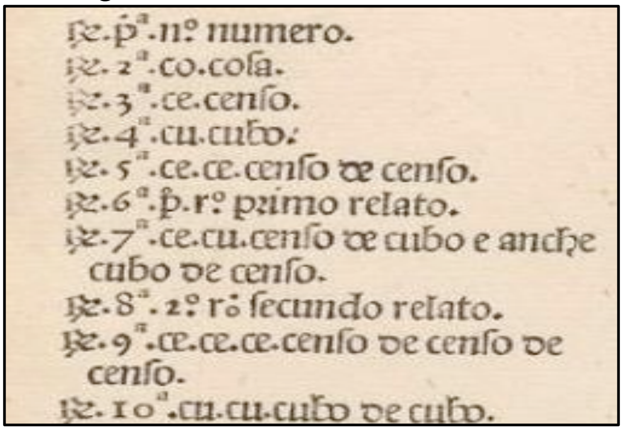
$$(2x^4 + 4x^6 + 6x^5)(2x^4 + 4x^6 + 6x^5)$$

$$4x^8 + 52x^{10} + 24x^9 + 16x^{12} + 48x^{11}$$

Fonte: Abdeljaouad (2005, p. 37).

Vamos ver o que sabemos sobre uma recepção da álgebra simbólica do Magreb a outros países europeus. Vamos primeiro olhar para a Itália, que é popular na historiografia como dominante no desenvolvimento da álgebra. Um manuscrito bem conhecido é o *Trattato dei Fioretti*, 1373, de Antonio de Mazzinghi. Este texto é escrito inteiramente de forma retórica, sem abreviações. Ele usa, em particular, os termos "chosa" para o desconhecido, "censo" para o seu quadrado e "radiche" para a raiz (ver Mazzinghi 1967, p. 28). Outro manuscrito, o *Livro da razioni*, 1430, o Tomaso Jachomo Lione (van Egmond 1980, p. 223), também pratica o estilo retórico: a desconhecida é colocado como "chosa". O livro de Luca Pacioli, *Summa de Arithmetica*, 1494, considerada como a forma final do desenvolvimento da álgebra italiana abaquista, explicou os nomes das potências da desconhecida e abreviou esses nomes já parcialmente abreviados por um símbolo esquematizando do grau da potência. Vou apresentar aqui as dez primeiras formas esquematizadas dessa série que ele estendeu mesmo até a trigesima potência. A base dos seus símbolos foi a primeira letra "R", de *Radix*, entendido aqui não para extrair uma raiz, mas para indicar a solução de um problema (Figura 10).

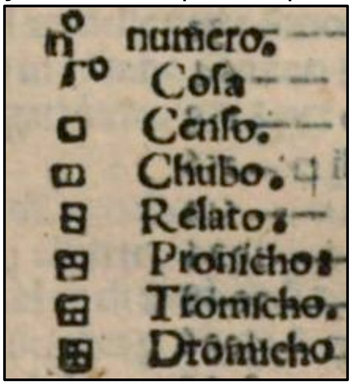
Figura 10: Os sinais de Luca Pacioli.



Fonte: Pacioli (1523, p. 67v).

Uma variante da notação foi desenvolvida pelo autor de Florence, Francisco Ghaligai, aparentemente inspirado pelo livro de Pacioli: ele tenta ser mais sistemático em aplicando símbolos: ele pratica as abreviações 'n°' para o número e 'co' para a desconhecida, mas as potências superiores são indicadas por sinais geométricos, sem um valor intuitivo óbvio (exceto para o quadrado; Figura 11):

Figura 11: Outras notações na Itália para as potências da desconhecida.



Fonte: Ghaliga, (1521, p. 71).

Na França, foi o livro de Nicolas Chuquet de 1494, *Triparty en la science des nombres*, que marca uma etapa importante para uma das pluralidades da álgebra. Como mostra a edição muito cuidadosa deste manuscrito de Aristide Marre, Chuquet não usa nenhuma notação para as desconhecidas e não trabalha com suas potências. Mas ele trabalha muito com raízes, até a décima segunda e apresenta exponentes (Figura 12).

Figura 12: Notação de Chuquet em 1494 para as potências.

puis de tout laddicion lon doit encores prandre la racine tierce· Ou ℞^{4}.20· m ℞^{2} .60. que lon doit entendre que la ℞^{2}· de ·60· se doit soustraire de ·20· et du residu lon doit prandre la racine quarte· Aussi ℞^{5} 20· m̄· ℞^{2} 60. se doit entendre que la ℞^{2} de ·60· se doit minuer de ·20· et puis du residu lon doit ℞cher la racine quinte. Et ainsi de tous aultres nombres fault entendre et pareillem̄t des racines six^{es} sept.^{es} et ault's.

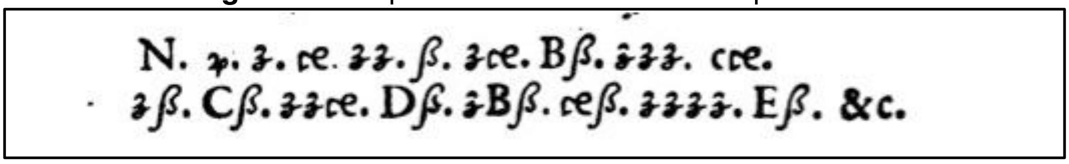
Fonte: Chuquet (1881, p. 104).

Karin Reich, em seu capítulo sobre a tradição cossista, descreve as primeiras etapas na Itália e se concentra depois na Alemanha. Mas ela termina esta seção e o capítulo sem tematizar um impacto da escola alemã cossista - expressando assim que ela permaneceu um fenômeno regionalmente restrito, sem impactos. Seu último parágrafo apresenta o Viète como aquele que como único deu impulsos decisivos para a álgebra (REICH, 1994, 198).

Desenvolvimento e recepção da álgebra cossista alemã

Ao contrário dos preconceitos na historiografia, houve um amplo desenvolvimento da álgebra dos cossistas, desde o final do século XV até a primeira metade do século XVII. Por um lado, o sistema da álgebra dos cossistas tem sido bem desenvolvido, insistindo na progressão das potências da desconhecida, sem se restringir por limitações geométricas (Figura 13).

Figura 13: Sequência dos sinais até a 17ª potência.



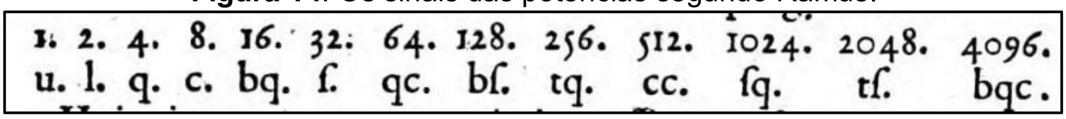
Fonte: Clavius (1609, p. 7).

Os principais autores alemães foram Rudolff, Michael Stifel (1487-1567) e Christopher Clavius (1538-1612). Adam Ries (1492-1559), o paradigmático *Rechenmeister* alemão, compôs seu próprio livro *Die Coß*, publicado em 1992 por Wolfgang Kaunzner e Hans Wußing. Stifel republicou (e revisou) o livro da *Coß* do Rudolff, em 1553. Esta edição foi reeditada em 1571 e 1615. O próprio Stifel exerceu uma grande influência internacional com sua obra *Arithmetica integra*, de 1544. Neste livro ele introduziu, como inovação decisiva para generalizar a álgebra, uma notação não somente para uma segunda desconhecida mas até com um número não restrito de desconhecidas - e, portanto, estabeleceu de operar com mais do que somente uma desconhecida (STIFEL, 1544, fol. 251ff.). A álgebra de Clavius, publicada em 1608, 1609 e 1612, foi recebida especialmente em nível internacional porque Clavius, nascido na Alemanha, tornou-se o matemático "líder" da ordem jesuíta, obviamente ativo em todos os países católicos.[2]

A Álgebra cossista alemã foi recebida especialmente nos Países Baixos (MESKEN, 2010, p 129) e também na França. Pode-se nomear Jacques Peletier du Mans (1517-1582/83), com a sua obra *L'Algèbre*, de 1554. Peletier refere-se principalmente ao livro de Stifel e aplica toda a terminologia alemã em seu seu livro; "nombres cossiques" constitui o conceito básico dele (PELETIER, 1554, 4 e passim).

A recepção pelo Petrus Ramus (1515-1572) tornou-se particularmente decisivo. A segunda parte do seu livro *Prooemium mathematicum*, de 1567, foi inteiramente dedicada a apresentar e elogiar os matemáticos alemães, que ele chamou ser os "modernos" (GOULDING, 2010, p. 36). E Ramus publicou um livro da álgebra em 1560, inicialmente anonimamente. Este livro pode ser creditado como a adaptação do sistema cossista alemão efetuando uma influência internacional mais forte, uma vez que Ramus transpôs as letras góticas do sistema original para as letras latinas - e assim tornando seus sinais mais facilmente compreensíveis e praticáveis. Ramus concebia esses sinais como "espécies" de números figurados. Aqui vejam o sistema notacional do Ramus até a décima segunda potência (Figura 14).

Figura 14: Os sinais das potências segundo Ramus.



1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024.	2048.	4096.
u.	l.	q.	c.	bq.	ſ.	qc.	bſ.	tq.	cc.	ſq.	tſ.	bqc.

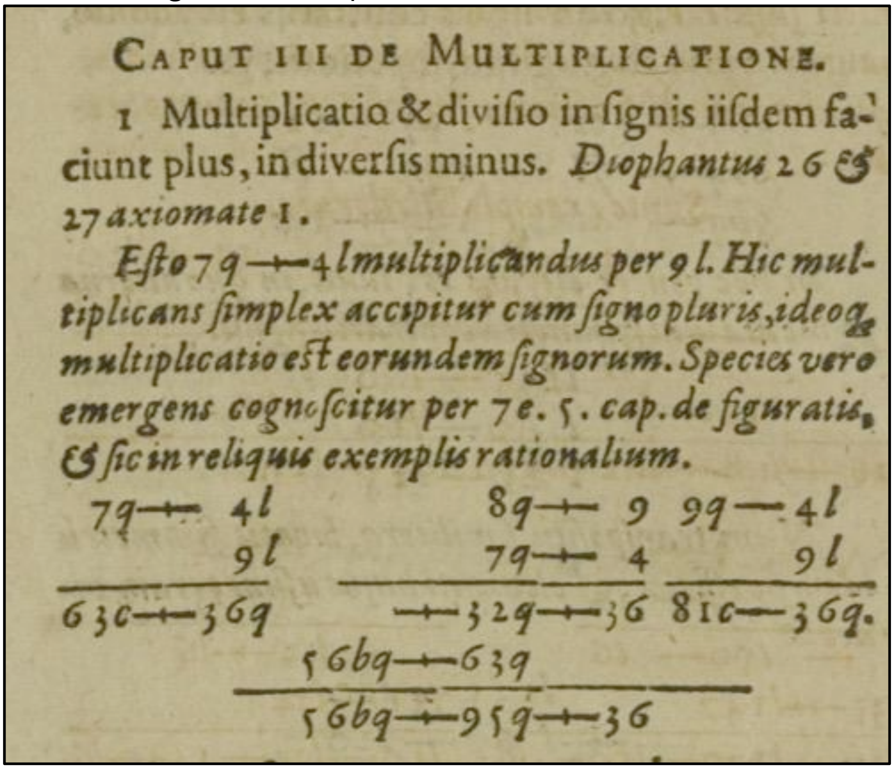
Fonte: Ramus (1560, p. 2).

Notamos que este sistema de sinais foi construída por uma progressão multiplicativa. Entende-se o significado destes símbolos pelas suas formas

[2] Porém, como mostrou Treutlein, Clavius fez plágios no livro de Stifel e foi de um nível menor (TREUTLEIN, 1879, p. 21f.).

explicitas: *u* = unitas; *l* = latus; *q* = quadratum; *c* = cubum; *bq* = biquadratum; *s* = solidum; *qc* = quadraticubum; *bs* = bisolidum; *tq* = triquadratum; *cc* = cubicubum, etc. Assim notamos que esse sistema revela mais alusões a termos geométricos do que o sistema cossista alemão, que tem raízes essencialmente aritméticas. Em sua versão de 1560, como na versão publicada postumamente em 1586, Ramus mostrou como se pode operar facilmente com suas potências da desconhecida (Figura 15).

Figura 15: Multiplicar com os sinais de Ramus.


CAPUT III DE MULTIPLICATIONE.

1 Multiplicatio & diviſio in ſignis iiſdem faciunt plus, in diverſis minus. *Diophantus 26 & 27 axiomate 1.*

Eſto 7q + 4 l multiplicandus per 9 l. Hic multiplicans ſimplex accipitur cum ſigno pluris, ideoq; multiplicatio eſt eorundem ſignorum. Species vero emergens cognoſcitur per 7 e. 5. cap. de figuratis, & ſic in reliquis exemplis rationalium.

7q + 4l	8q + 9	9q − 4l
9l	7q + 4	9l
63c + 36q	+ 32q + 36	81c − 36q.
	56bq + 63q	
	56bq + 95q + 36	

Fonte: Ramus (1586, p. 328).

Conclusão

Em vista dessa divulgação internacional e, em particular, da forte recepção na França, pode-se dizer que a álgebra cossista alemã preparou o próximo estágio do desenvolvimento das álgebras. No entanto, será necessário identificar ainda melhor as raízes da álgebra cossista alemã e, em particular, as influências do sistema simbólico do Magrebe.

Referências

ABDELJAOUAD, Mahdi. Le manuscrit mathématique de Djerba: Une pratique de symboles algébriques maghrébins en pleine maturité. In: **Actes du 7e Colloque Maghrébin sur l'Histoire dês Mathématiques Árabes, Juin 2002**, Marrakech: ENS Marrakech, 2005, 9-98.

BOETHIUS. **De institutione arthmetica, De institutione musica, Geometria**, Gottfried Friedlein, ed, Leipzig: Teubner, 1867.

CHUQUET, Nicolas. **LE TRIPARTY EN LA SCIENCE DES NOMBRES***,* Publié d'après le Manuscrit Fonds Français 1346 de la Bibliothèque Nationale de Paris et précédé d'une Notice par M. Aristide Marre. Rome: Imprimérie des Sceinces Mathématiques et Physiques, 1494/1881.

CLAVIUS, Christopher. **Algebra**. Aurelianae Allobrogus: St. Gamonetus, 1609.

FOLKERTS, Menso. Adam Ries und die Algebra. In: Gehardt, Rainer (ed.), **Rechenmeister und Mathematiker der frühen Neuzeit**. Adam-Ries-Bund: Annaberg-Buchholz, 2017, 135-151.

GAUKROGER, Stephen. **Descartes - An Intellectual Biography**. Oxford: Oxford University Press, 1995.

GHALIGAI, Francesco. **Summa de arithmetica***.* Firenze: Zucchetta, 1521.

GOULDING, Robert. **Defending Hypatia. Ramus, Savile***,* and the Renaissance Rediscovery of Mathematical History. Dordrecht: Springer, 2010.

HØYRUP, Jens. Fibonacci - Protagonist or Witness? Who Taught Catholic Christian Europe about Mediterranean Commercial Arithmetic? **Journal of Transcultural Medieval Studies**, 2014, 1: 219-247.

KATZ Victor J. ; PARSHALL, Karen Hunger. **Taming the Unknown***.* A History of Algebra from Antiquity to the Early Twentieth Century. Princeton University Press, 2015.

MAZZINGHI, Antonio De'. **Trattato di fioretti: nella trascelta a cura di Mo. Benedetto***;* secondo la lezione del Codice L. IV. 21 (sec. XV) della Biblioteca degl'Intronati di Siena. A cura e con introduzione di Gino Arrighi. Pisa: Domus Galilaeana, 1967.

MESKENS, Ad. **Travelling Mathematics** - The Fate of Diophantos' Arithmetic*.* Basel: Birkhäuser, 2010.

PACIOLI, Luca. **Summa de arithmetica geometria***.* Proportioni: et proportionalita: nuouamente impressa in Toscolano su la riua dil Benacense et unico carpionista laco amenissimo sito de li antique & euidenti ruine di la nobile cita di Benaco cum numerosita de imperatori epithaphij di antique & perfette littere sculpiti dorato & cum finissimi & mirabil colone marmorei inumeri fragmenti di alabastro porphidi & serpentini. Cose certo lettor mio diletto oculata fide mitatu digne sottrra se ritrouano. Continentia de tutta lopra [...]. Toscolano: Paganino, 1494/1523.

PELETIER DU MANS, Jacques. **L'Algebre, departie an deus Liures**. Lion: Ian de Tournes, 1554.

RAMUS, Petrus. **Algebra**. Paris: Andrea Wechel, 1560.

RAMUS, Petrus. **Arithmetices libri duo, et algebrae totidem**. A Lazaro Schonero emendati et explicate. Paris: Andrea Wechel, 1586.

REICH, Karin (1994). The 'Coss' Tradition in Algebra. In: Ivor Grattan-Guinness, **Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences**, Volume 1, London & New York: Routledge, 192-199.

RUDOLFF, Christoff (1525). **Behend unnd Hübsch Rechnung durch die kunstreichen regeln Algebre – so gemeinicklich die Coß genennt werden**. Argentorati [Strasbourg]: Jung.

ROMMEVAUX, Sabine et al., **Pluralité de l'Algèbre à la Renaissance**. Paris: Honoré Champion, 2012.
SESIANO, Jacques. **Books IV to VII of Diophantus' Arithmetica** in the Arabic Translation Attributed to Qusta ibn Lûqa. New York: Springer, 1982.
SESIANO, Jacques (1990). Frühalgebraische Aspekte in der „Arithmetika" Diophants. In: Erhard Scholz (ed.), **Geschichte der Algebra**. Eine Einführung. Mannheim: BI – Wissenschaftsverlag, 1990, 81-96.
STIFEL, Michael. **Arithmetica Integra**. Nürnberg: Iohan. Petreium, 1544.
TREUTLEIN, Peter. Die deutsche Coß. **Zeitschrift für Mathematik und Physik. Supplement XXIV Jahrgang**, 1879, 1-124.

APONTAMENTOS SOBRE A PROFISSÃO DE ACTUÁRIO EM PORTUGAL ATÉ MEADOS DO SÉCULO XX

Ana Patrícia Martins
CIUHCT/ESEV
anapatmartins@gmail.com

Resumo

Em finais do século XIX, Albert Quiquet, reconhecido actuário[1] francês, descreve um actuário como um especialista multifacetado – um estatístico, um financeiro e um matemático. A importância desses profissionais para a longevidade de instituições que lidassem com contingências da vida é já inquestionável. Em Portugal, desde o primeiro quartel do século XIX se reconhece que a fundamentação de seguradoras ramo Vida e de montepios de sobrevivência deveria ser entregue "a pessoa que tenha a profissão das mathematicas" (Companhia de Seguros Fidelidade, 1836, p. 41). As funções de um actuário foram sendo desempenhadas por indivíduos com formações distintas, destacando-se os comercialistas e os matemáticos. Assuntos de actuariado começam a ser ensinados em Portugal na década de 1880, nos Institutos Industriais e Comerciais. E quanto a associações profissionais, é de assinalar uma primeira tentativa, fracassada, na década de 1920 – a Associação dos Actuários Portugueses –, sendo somente em 1945 criado o actual Instituto dos Actuários Portugueses. Nesta comunicação daremos apontamentos sobre o desenvolvimento da profissão de actuário em Portugal até meados do século XX. Tendo em conta o progresso da Ciência Actuarial em Portugal e no estrangeiro, procuraremos responder a questões diversas. Quem foi exercendo as funções de actuário e qual a sua formação? Como evoluiu o ensino de actuariado em Portugal? Como evoluiu o movimento de associação entre actuários? Que desafios foram surgindo no exercício dessa profissão? E, como foi acompanhado pelos profissionais portugueses o desenvolvimento da profissão no estrangeiro?

Palavras-chave: Ciência Actuarial. Profissão de actuário. Portugal. Séculos XIX e XX.

Introdução

> Tão exígua quantidade de actuários bastará para nos denunciar como, aí pelos fins do século passado e princípios do actual, ainda a previdência técnica era flor rara na risonha, pacata, bonacheirona terra portuguesa. (BEIRÃO DA VEIGA, 1945, p. 257).

É desta forma que, em meados do século XX, Caetano Maria Beirão da Veiga (1884–1962), professor catedrático do Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras e presidente da Direcção do Instituto dos Actuários Portugueses, se refere ao uso de conhecimentos da ciência actuarial em Portugal.

[1] Texto redigido sem observância do Novo Acordo Ortográfico.

À data, fazia século e meio que haviam sido estabelecidas, em Portugal, instituições que proporcionavam assistência à Vida. Os *montepios de sobrevivência*, destinados ao socorro dos herdeiros dos seus sócios, através da atribuição de *pensões de sobrevivência*, remontam a finais do século XVIII. Os primeiros, militares, foram o *Montepio Milit*ar e o *Montepio Militar de Marinha*, fundados em 1790 e 1795, respectivamente. Já o primeiro montepio civil foi o *Montepio Filarmónico*, fundado em 1834, destinado ao socorro dos músicos de Lisboa. O mais próspero, o *Montepio Geral,* estabelecido em 1840, perdura ainda hoje, sob o nome *Banco Montepio*. Até às primeiras décadas do século XX, os planos de pensões em vigor nos montepios de sobrevivência não obedeciam aos princípios da ciência actuarial. A determinação das contribuições a pagar por cada sócio e pensões recebidas pelos beneficiários não tinham em consideração as idades do sócio e dos beneficiários do plano de pensões, pelo que não era possível acautelar o equilíbrio entre receitas e despesas. A consequente instabilidade financeira, decorrente dessas falhas, foi notória - a maior parte dos montepios de sobrevivência faliram, com consequências óbvias ao nível da assistência das famílias, numa época em que a previdência social estava a cargo das associações de socorro mútuo, e não do Estado. Os montepios estatais beneficiavam de apoio financeiro do Governo, pelo que iam assegurando a sua existência.

Quanto a companhias de seguros Vida nacionais, as primeiras foram criadas em 1835 e 1845, em Lisboa. De qualquer modo, a sua existência foi muito curta, não existindo, sequer, certezas que a modalidade Vida tenha funcionado. Certo é que, em meados do século XIX, uma dessas companhias estava extinta e a outra tinha suspendido a cobertura Vida. A pouca adesão da população aos seguros, a instabilidade política e económica que se fez sentir, desde o início do século XIX, com as invasões napoleónicas e a partida da Família Real para o Brasil, bem como as epidemias de cólera, febre amarela e tifo que assolaram o território nacional nas décadas de 1830, 1840 e 1850, não contribuíram para o progresso da indústria dos seguros Vida em Portugal. Seguiu-se, a partir da década de 1860, um domínio das companhias estrangeiras. Desse modo, apenas nos inícios do século XX, os seguros Vida foram restabelecidos em Portugal, tendo a companhia *A Nacional*, instituída em 1906, iniciado essa nova fase.

O exercício de funções de actuário nos montepios de sobrevivência e nas companhias de seguros Vida portugueses foi sendo desempenhado por matemáticos, autodidactas e comercialistas (isto é, formados com o Curso de Comércio). A instrução em actuariado iniciou-se no terceiro quartel do século XIX, havia passado perto de um século desde a criação do primeiro montepio de sobrevivência. A primeira associação profissional de actuários surgiu já na década de 1920, 130 anos depois. Tendo como pano de fundo este panorama, procuramos, nesta comunicação, dar alguns apontamentos sobre o exercício da actividade de actuário em Portugal, até meados do século XX.

Quem foi exercendo as funções de actuário e qual a sua formação?

Identificamos duas categorias de indivíduos que foram desempenhando funções de actuário nos montepios de sobrevivência portugueses e nas companhias de seguros Vida, até meados do século XX. Numa primeira, é evidente uma mobilização de capacidades intelectuais no estudo de questões relacionadas com a organização das assistências Vida proporcionadas nessas instituições. Entre eles, são de realçar, no século XIX, Cláudio Adriano da Costa (1775–1866) e Daniel Augusto da Silva (1814–1878). O primeiro, pessoa instruída, esteve ligado às duas primeiras companhias de seguros Vida portuguesas — foi fundador e diretor da *Fidelidade* e o único fundador da *Providência*. Para a *Providência*, elaborou um conjunto de tabelas regulando a cobertura de seguros Vida, para as quais reclama originalidade, mas cuja relevância científica está por apurar. Daniel da Silva, matemático, oficial de Marinha e professor da Escola Naval, estudou a organização dos planos de pensões dos montepios de sobrevivência. Foi sócio do *Montepio Geral de Marinha*, do *Montepio Geral* e do *Montepio Oficial dos Servidores do Estado*, tendo sido a ligação ao segundo que o motivou para essas investigações, nas décadas de 1860 e 1870. Compôs estudos particulares sobre o *Montepio Geral* e outros que serviam genericamente sociedades da mesma tipologia. (MARTINS, 2013) Nos inícios do século XX, e no âmbito da atividade seguradora no ramo Vida, são de realçar os feitos de Fernando Teixeira de Homem Brederode (1867–1939), de António dos Santos Lucas (1866–1939) e de Luciano Pereira da Silva (1864–1926). O pioneirismo da brochura conjunta *Bases Technicas das Companhias Portuguezas de Seguros de Vida: A Nacional, A Lusitana e Portugal Previdente Aprovadas pelo Conselho de Seguros e Elaboradas pelos Seus Actuarios*, publicada em 1909, (SANTOS LUCAS et al, 1909), com o propósito de difundir as bases científicas comuns dessas companhias de seguros — as três únicas a operar no ramo Vida —, é motivo para que essa cooperação seja considerada a "primeira "associação" de actuários portugueses" (CAEIRO; BARROSO, 2005, p. 6). Numa época em que a indústria de seguros Vida se restabelecia e pretendia afirmar pela sua correcção científica, o trabalho dos três foi essencial. Brederode, bacharel em Filosofia, é figura incontornável no que respeita ao progresso dessa indústria no século XX, em áreas muito distintas — divulgação e promoção científica, fiscalização e associação. Luciano, doutor em Matemática, teve percurso breve pela cena do actuariado, se bem que significativo, centrado na seguradora *Portugal Previdente* (MARTINS, 2018a). Santos Lucas, também doutor em Matemática, foi actuário de diversas companhias, fez estudos actuariais no *Montepio Geral*, do qual era sócio, e participou na regulamentação da profissão de actuário e na revisão jurídica e técnica dos seguros Vida.

Numa segunda classe de indivíduos, identificamos uma ligação estreita entre a carreira do magistério e a prática actuarial. Luís Feliciano Marrecas Ferreira (1851–1928), engenheiro militar da Escola do Exército, foi o primeiro professor da cadeira *Operações Financeiras*, instituída em 1886 no Curso de Comércio ministrado no Instituto Industrial e Comercial de Lisboa, onde se iniciou o ensino de assuntos actuariais em instituições portuguesas, conforme adiante esclarecemos. Dos seus contributos, distinguem-se, ainda, trabalhos no âmbito de comissões formadas no seio do *Montepio Geral*, do qual era sócio, para cálculo de reservas matemáticas ou reforma dos estatutos, designadamente do seu plano de pensões. Sucederam-lhe, na cátedra, Augusto Patrício dos Prazeres (1859–1922) e Caetano Maria Beirão da Veiga (1884–1962), ambos comercialistas. Prazeres, distinguiu-se por trabalhos sobre o plano de pensões do *Montepio Geral*, do qual era sócio, e ainda pela supervisão/organização científica de diversas instituições financeiras e bancos. Beirão da Veiga exerceu funções de actuário no *Montepio Geral* por largos anos, sendo o único elemento da Secção de Actuariado criada em 1917 nessa instituição. Mencionamos, por fim, Bento de Jesus Caraça (1901–1948) — matemático e comercialista de formação, professor do Instituto Superior de Comércio (ISC), elaborou estudos actuariais no *Montepio Geral*, desde o tempo em que aí fez o tirocínio, respeitante ao Curso de Comércio (que frequentou, com distinção, no ISC).

Dos personagens anteriores, vários foram sócios fundadores da primeira associação profissional de actuários nacional, a Associação de Actuários Portugueses (AAP), constituída em 1926 — Brederode, Santos Lucas, Marrecas Ferreira e Beirão da Veiga. Outros, foram sócios fundadores do actual Instituto dos Actuários Portugueses — Beirão da Veiga e Caraça.

Para formarmos uma ideia de quem exercia a profissão de actuário em Portugal na década de 1920, é esclarecedora a lista de sócios fundadores da AAP. De entre um total de vinte e um elementos, dezoito são indicados como actuários ou ex-actuários, sendo sete formados com o Curso de Comércio e seis formados em Matemática — dois pela Universidade de Lisboa e quatro pela Universidade de Coimbra, dos quais dois são doutores. Quatro são indicados como professores no Instituto Superior de Comércio, dois na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, dois na Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra, um no Instituto Superior Técnico e dois na Escola Comercial Ferreira Borges (ASSOCIAÇÃO DOS ACTUÁRIOS PORTUGUESES, 1926).

Em meados do século XX, o panorama não era muito diferente. Por ocasião do 14.º Encontro do Congresso Internacional de Actuários, realizado em Madrid, Beirão da Veiga apresenta a comunicação “O ensino actuarial em Portugal”, esclarecendo que, à data, exerciam a profissão de actuário, em Portugal, licenciados em Matemática, pelas universidades de Coimbra, de Lisboa e do Porto, licenciados em Ciências Económicas e Financeiras, pela Universidade Técnica de Lisboa, e, excepcionalmente, indivíduos formados com cursos de engenharia, também pela Universidade Técnica de Lisboa. Mais residual era a parte daqueles que haviam estudado por sua conta a ciência actuarial (BEIRÃO DA VEIGA; BASTOS MARTINS, 1954).

Como evoluiu a instrução em actuariado em Portugal?

O ensino de assuntos de actuariado foi introduzido em Portugal nos institutos industriais e comerciais de Lisboa e do Porto. Em Lisboa, iniciou-se em 1888, no Instituto Industrial e Comercial de Lisboa (IICL), na cadeira *Operações Financeiras* que integrava o Curso de Comércio, um curso com duração de cinco anos, que habilitava para o exercício das profissões de guarda-livros, negociantes, banqueiros, empregados superiores de estabelecimentos comerciais e industriais e para lugares na Administração Pública. Essa formação continuou nas instituições que sucederam ao IICL — o Instituto Superior de Comércio (ISC), fundado em 1911, e o Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras (ISCEF), fundado em 1930 e integrando a Universidade Técnica de Lisboa.

Em 1911 é, ainda, criada a Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra. Assiste-se, então, pela mão de Sidónio Pais, vice-reitor e professor dessa Faculdade, a uma tentativa de introdução de cursos de estatística e de matemática actuarial nessa escola. Tal proposta não colheu parecer favorável — alguns professores entendiam que "a Teoria Matemática dos Seguros não é assunto próprio duma Universidade" (PEREIRA DA SILVA, 1912, p. 5).

Retornando aos institutos industriais e comerciais, o Curso de Comércio do ISC manteve a mesma designação, sendo os assuntos de actuariado ensinados na cadeira *Seguros, Instituições de Previdência, Contabilidade de Seguros.* Como saídas profissionais, surge, pela primeira vez, a indicação explícita à profissão de actuário (para além das saídas de administradores, gerentes, guarda-livros de empresas comerciais, industriais ou bancárias). No ISCEF, passa a ser no Curso Superior de Ciências Económicas e Financeiras, com a duração de quatro anos, que se ensinam matérias de actuariado — na cadeira de *Cálculo Actuarial*. De igual modo, se inclui, nas saídas profissionais, a profissão de actuário.

Em finais da década de 1930, avança-se, no ISCEF, com a criação de um *centro de estudos* que pretendia colmatar as deficiências identificadas na formação ministrada em áreas consideradas fundamentais — Estatística Matemática, Teoria Matemática das Operações Financeiras e Cálculo das Probabilidades e suas aplicações aos Seguros de Vida. O Centro de Estudos de Matemáticas Aplicadas à Economia (CEMAE), instituído em 1938, foi iniciativa de três professores — Caraça, Aureliano de Mira Fernandes (1884–1958) e Beirão da Veiga. Na declaração que apresentaram ao Conselho Escolar do ISCEF, reconhecem a urgência da sua proposta:

> O desenvolvimento da ciência contemporânea […] ultrapassa, em larga medida, o âmbito, necessariamente confinado ao fundamental, dos programas das cadeiras em questão. […] parece aos professores do primeiro grupo que se deve procurar modo de remediar o mal […] proporcionar aos actuários uma formação matemática que lhes permitisse ir além da simples aplicação rotineira de fórmulas utilizadas nos cálculos de tarifas e de reservas matemáticas e antes viabilizasse o alargamento das suas funções no âmbito da actividade seguradora. (CARAÇA; MIRA FERNANDES; BEIRÃO DA VEIGA, [1938]).

O CEMAE era composto por 3 secções, sendo uma delas, precisamente, de Cálculo Actuarial (as outras, de Estatística Aplicada e de Economia Matemática). Com actividade relevante ao nível da divulgação matemática e incentivo da actividade de estudantes universitários, este organismo não teve existência longa. Foi extinto em 1946, por ordem ministerial, muito possivelmente por motivações políticas, já que Caraça foi demitido compulsivamente da universidade em Setembro de 1946 — ficando proibido de ensinar em Portugal — e, em Outubro seguinte, foi preso pela PIDE.

Uma reforma dos estudos no ISCEF ocorreria apenas em 1949, sendo o estado de ensino considerado, ainda, deficiente. A formação ministrada é fortemente criticada — insuficiente e semelhante àquela proporcionada no extinto ISC:

> O quadro de disciplinas e o plano de estudos desse regulamento [1931] são, com alterações de pormenor, os dos regulamentos anteriores. Quer dizer: há mais de trinta anos que a organização do Instituto não sofre modificações substanciais. (REGULAMENTO DO ISCEF, 1949).

Concluímos, portanto, que, apesar de iniciada no terceiro quartel do século XIX, a formação em actuariado em Portugal proporcionada em meados do século XX não seria aquela que habilitaria um comercialista ao exercício cabal da profissão de actuário.

No estrangeiro, existem duas tradições no que respeita à responsabilidade pela formação dos actuários. Na primeira, tal formação estava a cargo das organizações profissionais — foi pioneiro o Reino Unido, seguido de países com ligações culturais ao Reino Unido, como os Estados Unidos da América, Austrália, Nova Zelândia, África do Sul e Canadá. Na outra vertente, a instrução em actuariado estava ligada a universidades ou *Technische Hochschulen* (escolas técnicas, ET), como se observou na Europa Continental Ocidental, em particular, Portugal.[2]

Como evoluiu o movimento de associação entre actuários?

Como já destacámos, a primeira associação profissional de actuários portuguesa foi estabelecida em 1926, a Associação dos Actuários Portugueses. Pouco se sabe sobre a sua actividade, nem sequer a data de extinção. Certo é que, em 1936, já estava extinta. A maior parte dos seus sócios fundadores (62%) eram, como já referimos, comercialistas ou formados com o curso de Matemática. Os lugares da direcção foram ocupados por indivíduos de relevo na cena do actuariado — Santos Lucas, como presidente, Beirão da Veiga, enquanto vice-presidente, e Fernando Brederode, no cargo de secretário-geral (ASSOCIAÇÃO DOS ACTUÁRIOS PORTUGUESES, 1926).

A existência de uma ligação entre a comunidade de actuários e a comunidade de matemáticos portugueses é evidenciada aquando da criação da Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM), em 1940. Uma das Comissões Permanentes da SPM, a Comissão de Matemática Aplicada,

[2] Em 1848 foi estabelecido o Institute of Actuaries, em Londres, e em 1856 a Faculty of Actuaries, em Edimburgo. A ET de Zurique foi pioneira, em 1858, seguida da ET de Viena (1892) e da ET de Praga (1895). Depois, as universidades de Göttingen (1895), Utrecht, Roterdão e Amsterdão (de 1896 a 1939), Iowa (1902), Michigan (1903), Copenhaga (1906), Lausanne e Texas (1913), Sydney (1915), Madrid (1915), Oslo (1916), Edinburgh (1918), Stockholm (1929), Lyon (1930), Montreal (1933), Manitoba (1935), Rome (1935), Basel (1938) and Louvain (1938) (FORFAR, 2004).

deveria ser "composta por cinco membros, entre os quais especialistas de Mecânica, Astronomia, Estatística e **Cálculo Actuarial**" (*destaque a negrito nosso*). (SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA, 1940) Tal ligação torna-se mais evidente com a criação do Instituto dos Actuários Portugueses (IAP), em 1945 — 31 dos 78 sócios fundadores do IAP (40%) são sócios da SPM em 1947 (CAEIRO; BARROSO, 2005, pp. 17-18); (Listagem de sócios da SPM até 1947 - Portal Memória SPM: https://memoria.spm.pt/socios_listagem).

O IAP, a actual associação profissional de actuários em Portugal, entende-se ser a instituição sucessora da AAP (CAEIRO; BARROSO, 2005, p. 11). As listas dos sócios fundadores das duas associações apoiam esse entendimento: 9 dos 21 sócios da AAP (43%) são sócios do IAP, representando, aí, 12% da totalidade (ASSOCIAÇÃO DOS ACTUÁRIOS PORTUGUESES, 1926).

Se atendermos ao panorama no estrangeiro, a primeira associação profissional portuguesa foi constituída perto de oito décadas depois da pioneira Institute of Actuaries, fundada em 1848 em Londres, perto de meio século da sua congénere francesa e na mesma época do que sua congénere espanhola.[3]

Que desafios foram surgindo no exercício da profissão de actuário?

Um dos maiores desafios que se apresentou aos indivíduos que, até meados do século XX, exerceram funções de actuário em montepios de sobrevivência ou companhias de seguros Vida portugueses, foi a necessidade de fundamentar cientificamente os planos das instituições. Os primeiros contributos para a construção de tábuas de mortalidade portuguesas surgiram na década de 1940, sendo que, até à década de 1860, a inexistência de estatísticas fiáveis sobre a mortalidade da população portuguesa impedia uma

[3] A primeira associação profissional remonta a 1848, estabecida em Inglaterra. Seguiram-se associações na Escócia, em 1856; na Alemanha, em 1868; na Holanda, em 1888; em França (em 1872, o *Cercle des actuaires Français* e, em 1890, o *Institut des Actuaires*); na Bélgica, em 1895; em Itália, em 1897; na Dinamarca, em 1901; na Áustria e na Noruega, em 1904; na Suíça e Checoslováquia, em 1905; na Polónia, em 1920; na Finlândia, em 1922; na Bulgária, 1924; em Portugal (em 1926, a *Associação dos Actuários Portugueses* e, em 1945, o *Instituto dos Actuários Portugueses*); e na Espanha (em 1927, a *Asociación Actuarial Matemática Española* e, em 1942, o *Instituto de Actuarios Españoles*) (HICKMAN, 2004).

escolha acertada de uma tábua de mortalidade estrangeira que permitisse fundamentar cientificamente as assistências proporcionadas.

Na sequência da criação do Congrès Général de Statistique, em meados do século XIX, produziram-se orientações internacionais sobre a recolha de dados estatísticos, em particular no que respeita a associações de socorros mútuos e a companhias de seguros Vida. Em Portugal, as estatísticas oficiais recolhidas a partir da década de 1860 já admitiam um grau de fiabilidade aceitável. Em particular, em 1864, realizou-se o primeiro censo populacional obedecendo a esses princípios. De qualquer modo, na grande maioria das instituições, não exista prática de recolha de dados.

Em 1866, efectuou-se um inquérito às associações de socorros mútuos de todo o país, com o objectivo não só de aferir o progresso dessas instituições, mas também de aconselhar sobre formas de garantir a sua fundamentação científica. Em particular, para os montepios de sobrevivência, apurou-se a inexistência de bases científicas nos seus planos de pensões. Reconheceu-se, porém, a impossibilidade de, com rigor, utilizar tábuas estrangeiras de mortalidade e de doença para a elaboração de planos de pensões, argumentando-se, entre outros, com a diferença de condições sociais e, portanto, diferença na longevidade das populações. Por conseguinte, aconselha-se a adopção daquelas tábuas que "presentirem maior risco nos encargos" (Decreto de 22 de Novembro de 1866, 1878, p. 31).

Ao longo do século XIX, alguns estudiosos foram propondo medidas que minimizavam a inconsistência dos planos de pensões dos montepios de sobrevivência. A maior parte dessas instituições mutualistas não possuía, entre os seus membros, pessoas qualificadas para a elaboração desses planos. Além disso, a aprovação dos estatutos, feita em Assembleia Geral de sócios, ficava dificultada pelo facto de a larga maioria dos sócios ter dificuldades em lidar com a previsão de acontecimentos futuros recorrendo a probabilidades de vida. Para formarmos uma ideia dessas dificuldades, serve de exemplo o *Montepio Geral*, a mais próspera instituição do género. Apenas em 1917 se criou uma Secção de Actuariado, muito embora apenas um elemento a compusesse — Beirão da Veiga —, e, somente na década de 1920, o cálculo de pensões e de contribuições passou a considerar as idades dos beneficiários do plano de pensões.

No que respeita à indústria de seguros Vida, o século XX iniciou-se com diversas iniciativas favoráveis ao seu progresso: uma regulamentação com ênfase na constituição de reservas matemáticas e sujeição das companhias a fiscalização por parte do Conselho de Seguros (em 1907), a fundação das primeiras companhias nacionais com bases actuariais (*A Nacional*, em 1906, *Portugal Previdente*, em 1907, e *A Lusitana*, também em 1907) e o impedimento, pela mesma lei de 1907, de que outras, com bases incorrectas, continuassem a actividade. Fernando Brederode assumiu um papel preponderante nessas iniciativas. A revista *Seguros e Finanças,* que lançou em 1906, com propósito principal de apoiar a companhia *A Nacional*, serviu também como veículo de promoção dos seguros Vida.

A questão da formação em actuariado foi, de igual modo, um desafio que se colocou no exercício da profissão de actuário. Em artigos publicados na revista *Seguros e Finanças*, percebe-se que, já em inícios do século XX, existia a consciência de que a oferta existente em Portugal não era suficiente — sugere-se atribuir bolsas de estudo a comercialistas formados nas instituições nacionais, para completarem a sua formação no estrangeiro e divulga-se formação em actuariado proporcionada no estrangeiro. Conforme já aludimos, na década de 1930, os professores do ISCEF estavam bem cientes desse atraso, pelo que fundaram o CEMAE. De qualquer modo, à entrada da segunda metade do século XX, a formação em actuariado era, ainda, deficiente no ISCEF.

Por fim, apontamos o desafio do movimento associativo entre actuários. Com um crescendo na actividade seguradora ramo Vida desde os inícios do século XX, a primeira associação profissional de actuários portugueses surge em 1926. De qualquer modo, essa primeira iniciativa não vingou e somente em 1945 foi criado o actual IAP.

Como foi acompanhado pelos profissionais portugueses o desenvolvimento da profissão no estrangeiro?

Em 1895 foi criado o Comité Permanent des Congrès d'Actuaires, organização internacional que se propunha servir de elo de ligação entre actuários e associações de actuários e estimular trabalhos no âmbito da ciência actuarial ou da prática da profissão do actuário. A ligação de actuários portugueses a essa sociedade, logo nos inícios do século XX, está em linha com o panorama do emergir da indústria seguros Vida nessa época em Portugal, que já fomos sublinhando. Fernando Brederode foi pioneiro, tornando-se membro em 1906 e assistindo ao Encontro do Comité realizado em 1909, em Viena. Em termos de afiliação, seguiram-se, em 1908, diversos personagens da cena do actuariado português — Santos Lucas, Prazeres e Beirão da Veiga. Ainda, as três únicas companhias de seguros Vida nacionais a operar – *A Lusitana*, *A Nacional* e a *Portugal Previdente*. Em 1912, juntou-se Adolphe Moysan, actuário da *Portugal Previdente* e membro do Institut d'Actuaires, que também assistiu ao Encontro dessa sociedade realizado no mesmo ano, em Amsterdão.

No que respeita ao acompanhamento do progresso da indústria dos seguros Vida no estrangeiro, são de realçar algumas publicações nacionais — *Seguros e Finanças* (1906–1911, 1926–1927), *Jornal de Seguros* (1906–1974), *Revista Portuguesa de Seguros* (1932–1938) e *Arquivo Financeiro e Segurador* (1934–1945). Em particular, a revista *Seguros e Finanças*, publicada em duas séries (a primeira, de 1906 a 1911, com 19 números, com uma média de 14 páginas por número; a segunda série, de 1926 a 1927, com 9 números, com uma média de 10 páginas por número), revela uma preocupação inicial pela moralização dos seguros Vida em Portugal, mas cedo se torna veículo de difusão do progresso dessa indústria quer em Portugal como no estrangeiro. Notamos, em particular, preocupações com a divulgação de legislação, bibliografia sobre temas da área actuarial e formação em actuariado. (MARTINS, 2018b).

Considerações finais

Desde a primeira metade do século XIX, mas com maior expressão a partir dos inícios do século XX, é possível identificar personalidades que, em

Portugal, desenvolveram actividade relevante na área do actuariado, designadamente nos montepios de sobrevivência ou em companhias de seguros Vida. Alguns, com formação em Matemática, outros, comercialistas, mas também autodidactas. Os seus contributos destacam-se a diversos níveis — na construção e divulgação de bases actuariais a serem adotadas ou na denúncia de sociedades incorrectamente estabelecidas; na identificação da formação actuarial mais adequada ao desempenho da actividade de actuário ou no melhoramento daquela proporcionada pelas instituições nacionais; na divulgação da actividade seguradora para os seus pares e para o público em geral, através de conferências e publicações; na regulamentação das sociedades, pela participação em organismos oficiais, como sejam o Conselho de Seguros; na associação dos indivíduos que desempenhavam funções de actuários; ou, ainda, na internacionalização da profissão de actuário.

A relevância científica dos contributos da esmagadora maioria desses indivíduos está por estudar.

Referências

ASSOCIAÇÃO DOS ACTUÁRIOS PORTUGUESES. Associação dos Actuários Portugueses [Estatutos]. **Seguros e Finanças**, n. 2 (2ª série), 1926, p. 20–21.

BEIRÃO DA VEIGA, Caetano Maria. Técnica actuarial no passado e no futuro**, Economia e Finanças: Anais do Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras**, tomo XIII, 1945, 237–263.

BEIRÃO DA VEIGA, Caetano Maria & BASTOS MARTINS, Eduardo Cabral de. O ensino actuarial em Portugal. In **Memorias del Décimocuarto Congreso Internacional de Actuarios**. Madrid: Blass, S.A. Tipográfica, 1954, vol. II, 684–686. 1954.

CAEIRO, Armando; BARROSO, Maria de Nazaré Esparteiro. **Instituto dos Actuários portugueses:** Comemoração dos 60 anos. [s.l.]: IAP, 2005.

CARAÇA, Bento de Jesus, MIRA FERNANDES, Aureliano & BEIRÃO DA VEIGA, Caetano Maria. **Proposta [de criação do CEMAE]**. [1938]. Consultado em 31 de Novembro de 2019. http://hdl.handle.net/11002/fms_dc_54054.

COMPANHIA DE SEGUROS FIDELIDADE. 1836*.* **Considerações submettidas à Assembleia Geral da Companhia de Seguros Fidelidade sobre seguros de vida pela Direcção de 1835-1836***.* Lisboa: Typographia de José Baptista Morando, 1836.

Decreto de 22 de Novembro de 1866 que Creou uma Commissão para Consultar Acerca do Estado das Sociedades de Soccorros Mútuos e o Relatorio da Commissão Nomeada. Lisboa: Imprensa Nacional, 1878.

FORFAR, David O. 2004. History of actuarial education. In: TEUGELS, Jozef L.; SUNDT, Bjorn (eds.). **Encyclopedia of actuarial science**, vol. II. New Jersey: John Wiley & Sons, 2004, pp. 827-831.

HICKMAN, James. History of actuarial profession. In: TEUGELS, Jozef L.; SUNDT, Bjorn (eds.). 2004. **Encyclopedia of actuarial science**, vol. II. New Jersey: John Wiley & Sons, 2004, pp. 831-838.

MARTINS, Ana Patrícia. **Daniel Augusto da Silva e o Cálculo Actuarial em Portugal**. Lisboa, 2013. Tese para a obtenção do grau de Doutor em História e Filosofia das Ciências - Universidade de Lisboa (http://repositorio.ul.pt/handle/10451/8650).

MARTINS, Ana Patrícia. Curta passagem de Luciano Pereira da Silva pelo actuariado português. In CANAS, A., DOMINGUES, J. C. & SARAIVA, L. (eds***). Actas/Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática***, vol. II. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Matemática, 2018a, pp. 45–58.

MARTINS, Ana Patrícia. Seguros e Finanças – revista pioneira na divulgação e promoção do seguro Vida. **Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática**, 76 (especial), 137-139, 2018b.

PEREIRA DA SILVA, Luciano. A sciencia dos seguros no extrangeiro. **Jornal de Seguros**, 156, 1–2, 31 de Julho de 1912.

REGULAMENTO DO ISCEF, 1949, Decreto de 17 de Outubro de 1949.

SANTOS LUCAS, António dos, BREDERODE, Fernando & SILVA, Luciano Pereira da. **Bases Technicas das Companhias Portuguezas de Seguros de Vida: A Nacional, A Lusitana e Portugal Previdente Aprovadas pelo Conselho de Seguros e Elaboradas pelos Seus Actuarios**. Coimbra: Imprensa da Universidade, 1909.

Seguros e Finanças (1906-1927?).

SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA. Regulamento interno da Sociedade Portuguesa de Matemática [1940]. **Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática**, série B, vol. 1, n.º 1, 1947 (https://memoria.spm.pt/publicacoes).

AS BARRAS DE NAPIER E A OBRA *RABDOLOGIAE SEU NUMERATIONIS PER VIRGULAS* ... (1617): UM ENFOQUE CONTEXTUAL HISTÓRICO

Eugeniano Brito Martins
IFCE – Canindé
eugeniano.martins@ifce.edu.br

Ana Carolina Costa Pereira
UECE
carolina.pereira@uece.br

Resumo
No século XVII, diversos tratados foram impressos voltados para a feitura e para a manipulação de instrumentos que incorporavam conhecimentos matemáticos. Entre eles, o *Rabdologiae seu numerationis per virgulas...*, escrito por John Napier (1550–1617), e publicado em 1617, em Edinburgh, Escócia. Apresenta um instrumento de calcular, em forma de barras, conhecido por Barras de Napier ou por Ossos de Napier, que possibilita a realização de multiplicações e divisões. O autor informa que o instrumento reduz o tempo gasto pelos calculistas nesse enfadonho processo e que já era de domínio público na Escócia e Europa. Sendo uma pesquisa qualitativa e documental, neste artigo, é apresentada a estrutura do tratado, que está dividida em quatro livros, cada livro possui capítulos específicos aos temas abordados. No primeiro capítulo, trata da construção e da utilização das barras de Napier para realizar as operações de multiplicação, divisão, potenciação e radiciação, aqui, o enfoque é nas duas primeiras operações. Dessa forma, sob uma historiografia atualizada, a análise contextual da época da escrita do tratado permite uma articulação entre a história da matemática e o ensino.

Palavras-chave: História da Matemática. Barras de Napier. *Rabdologiae seu numerationis per virgulas...* Contexto Histórico.

Introdução

Diversos recursos didáticos podem ser extraídos da história da matemática, um deles são os documentos históricos, que podem ser compreendidos como todo e qualquer material que represente a forma de pensar ou utilizar os conceitos matemáticos de uma época ou comunidade (PINSKY, 2006; SILVA, 2013; SAITO, 2016). Dessa forma, entende-se como documentos históricos tudo o que coloca o historiador em contato direto com seu problema, proporcionando material para ser examinado e analisado por uma sociedade humana ao longo do tempo. Os mesmos necessitam ser pesquisados, decifrados, compreendidos, questionados, de modo a obter deles informações sobre o conhecimento do passado da humanidade.

A utilização de documentos históricos para o ensino é possível, pois se faz “uso de textos que trazem à tona problemas que os sábios da antiguidade resolveram ou investigaram” (SILVA, 2013, p. 34). Em Saito (2015), tem-se que os documentos históricos podem ser livros, manuais, artefatos, instrumentos e construções, que permitem a compreensão do pensamento, que levaram ao desenvolvimento dos conceitos matemáticos utilizados atualmente. Destacando desses, os tratados, isto é, aqueles que trazem a descrição sobre a construção e a utilização de instrumentos matemáticos históricos. Ao longo dos séculos, a construção e a manipulação de instrumentos matemáticos estão caracterizadas pela inserção de conceitos matemáticos que priorizam o saber-fazer ao saber-teórico. Dessa maneira, é possível a articulação entre a história e o ensino da matemática.

Essa articulação se dá de diversas formas, sendo que, neste estudo, buscou-se um diálogo entre os conceitos matemáticos contidos nos instrumentos e no ensino. Essa interação de áreas distintas de conhecimentos possibilita a ressignificação dos conceitos matemáticos, como é observado em Saito (2013, 2015, 2016), Pereira e Pereira (2015) e Silva (2013).

A forma como os instrumentos históricos relacionados à matemática estão articulados com o ensino se dará sob uma historiográfica atualizada, que demanda observar o passado com o que havia disponível no contexto social e epistemológico da época e como eles foram mobilizados na elaboração do tratado e dos instrumentos em estudo.

Portanto, neste artigo, é apresentado um recorte da pesquisa de mestrado de Martins (2019), que objetiva articular o instrumento de cálculo, conhecido como Barras de Napier, descritas no tratado *Rabdologiae* (1617), escrito por John Napier (1550-1617), com o ensino.

O artigo está dividido em três partes. Na primeira, são mostrados o tratado, as suas características e as divisões internas. Na segunda, discorre-se sobre o instrumento Barras de Napier, sua confecção e preenchimento dos números em sua superfície. Na terceira, são destacadas as operações de multiplicação e divisão realizadas pelas barras, como descrito no tratado.

Conhecendo um pouco o tratado *Rabdologiae* (1617)

Os instrumentos matemáticos do século XVII partem de um momento histórico em que emergiu um grande desenvolvimento social, político e econômico em países europeus, como a Inglaterra, Portugal, Escócia e outros. Eles faziam parte da necessidade de uma maior precisão na obtenção de medidas e cálculos e a descrição de suas construções se encontra presente em tratados elaborados para atender a um público específico (SAITO, 2015).

Entre esses tratados, tem-se o *Rabdologiae seu numerationis per virgulas libri duo: Cum Appendice de expeditissomi multiplicationis promptuario. Quibus accessit et Arithmeticae Localis Liber unus,* escrito em 1615 e publicado em 1617, por John Napier, matemático escocês, nascido em Edinburgh no ano de 1550 e vindo a falecer na mesma cidade, no ano de 1617.

Figura 1: Frontispício do tratado *Rabdologiae*.

Fonte: Napier (1617).

O tratado apresenta a construção e a manipulação de instrumentos, que facilitam a realização de cálculos com grandes números, sendo o mais conhecido: as barras de calcular de Napier, que possibilitam a realização de multiplicação, divisão, potenciação e radiciação.

Em uma leitura aprofundada do título do tratado, nota-se uma característica da época, pois se percebe que todos os assuntos tratados, no texto, estão descritos nele. Por simplificação, ao longo do artigo, reduziu-se o título para *Rabdologiae* (1617), sendo utilizado o ano da publicação como versão de estudo.

O tratado está escrito em latim e uma possível tradução para o título seria: *Os dois livros de Rabdologiae ou o cálculo por varetas. Que se acessa o apêndice Promptuario para multiplicações rápidas e um livro de Aritmética de localização*. Apesar de escrita em 1615, a primeira publicação a que tivemos acesso é de 1617, impressa por Andreas Hart, conhecido impressor do século XVI. O termo *Rabdologiae* é a junção das palavras gregas *Rabdo + logiae,* que significam "estudo das varas".

Na dedicatória, é percebido que Napier (1617) tinha o interesse de substituir os cálculos com números naturais, que ele considerava complicados e difíceis de serem realizados, e passar a utilizar os logaritmos. Logo, ele criou alguns instrumentos que facilitaram os cálculos para a construção das tabelas logarítmicas. Napier (1617) cita as duas razões principais da publicação desse tratado:

> Eu tinha duas razões para fazer o meu livro, sobre a fabricação e uso das barras de calcular, disponíveis ao público. A primeira foi a de que as barras foram bem aceitas por tantas pessoas que quase se podia dizer que já eram de uso comum, tanto na Escócia, como no exterior. A outra razão foi o fato de terem chamado a minha atenção e que gentilmente me aconselhou a publicá-los, para que não sejam publicados sob o nome de outra pessoa (NAPIER, 1617, f. 3, tradução nossa).

Como é visto no texto da dedicatória, aqui apresentada, Napier não tinha a intenção de divulgar os instrumentos por ele inventados. Só o fazendo por insistência do amigo Alexander Seton. Dessa forma, o autor afirma que, ao publicar o tratado, assegurava para si a primazia das invenções, que, na época, já estavam difundidas por toda a Europa.

Um fato interessante sobre os instrumentos inventado por Napier é que todos eles têm como característica facilitar o processo de cálculo, em Rice e Gonzáles-Velasco, é possível ler:

> Como parte do cálculo de suas tabelas logarítmicas, Napier inventou uma série de ferramentas de cálculo que ele descreveu na *Rabdologia*. Inicialmente Napier não considerou nenhum deles digno de serem publicados, mas tendo compartilhado suas invenções com seus amigos, eles estavam se tornando conhecidos na Escócia e no exterior e corriam o risco de serem apropriados por outros (2017, p. 49, tradução nossa).

Observa-se que os instrumentos de Napier são para uso com os números naturais, objetivando facilitar o enfadonho processo de realização dos cálculos (NAPIER, 1617). Então, a partir da preocupação com a necessidade de realizar cálculos mais rápidos e com precisão, o tratado apresenta três livros e um apêndice[1], conforme o Quadro 1.

Quadro 1: Composição do tratado *Rabdologiae* (1617).

LIVRO	TÍTULOS DOS LIVROS	QTD DE CAPÍTULOS	TOTAL DE PÁG
Primeiro Livro	Em geral, a utilização das barras de números de calcular	9	42
Segundo Livro	O uso da barra de calcular geométrico ou tabuleiro mecânico.	8	47
Apêndice	Um prontuário de multiplicação	4	22
Último livro	Aritmética de localização	11	41

Fonte: Os autores (2017).

No primeiro livro, com nove capítulos e 42 fólios, é apresentada a construção e a manipulação das barras de calcular (Figura 2). A saber: Capítulo 1: Da fabricação e inscrição na barra, com 9 páginas; Capítulo 2: Aplicação das Barras aos números e o contrário, de 6 páginas; Capítulo 3: A Multiplicação, com 4 páginas; Capítulo 4: A divisão, com 5 páginas; Capítulo 5: Extração de raízes por varetas, com 2 páginas; Capítulo 6: A extração de raiz quadrada, 4 páginas; Capítulo 7: A extração de raiz cúbica, com 6 páginas; Capítulo 8: Um livro para extrair cubo, de 3 páginas; Capítulo 9: Regra de três direta e inversa, de 5 páginas.

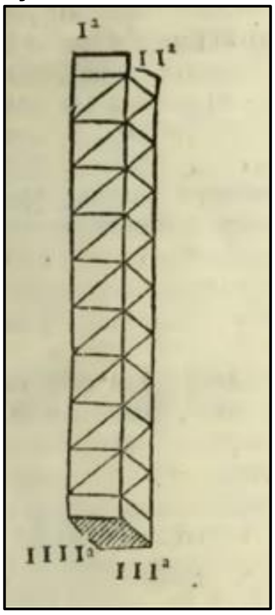
[1] Como o ponto central do artigo é o enfoque contextual das barras de calcular, será descrito apenas o primeiro livro, mais especificamente, os capítulos de 1 a 4, que descrevem a construção do instrumento e seu uso para as operações de multiplicação e divisão.

Construindo e preenchendo as Barras de Napier

As barras de calcular, que Napier apresenta no tratado, ficaram conhecidas como Barras de Napier ou, ainda, por Ossos de Napier, essa denominação se deve ao fato delas serem construídas utilizando-se marfim. O instrumento são “varetas quadradas, móveis, escrita com os múltiplos simples, para realizar facilmente e sem empecilhos as difíceis operações aritméticas de todos os dias” (NAPIER, 1617, f. 1, tradução nossa) (Figura 2).

As operações aritméticas, referenciadas pelo autor, são as multiplicações, divisões, potenciações e radiciações, de forma a reduzir o trabalho que era habitual, principalmente, com os números com muitos algarismos ou com os muito pequenos.

Figura 2: Representação de uma Barra de calcular de Napier.



Fonte: Napier (1617, f. 3).

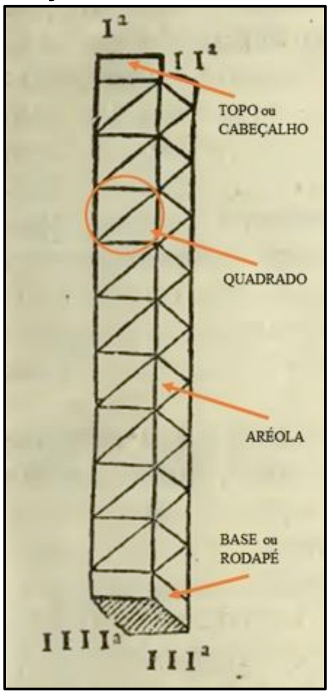
O primeiro capítulo trata da construção das barras. Napier (1617) afirma que as barras podem ser construídas de qualquer material, devendo-se preferir os rígidos (Figura 2). Recomenda o autor que a altura de cada barra deve ser de três (3) dedos, com largura e profundidade de um dedo. Rice e Gonzáles-Velasco (2017) informam que a medida de um dedo equivale a 19 milímetros e, por isso, cada barra teria menos de seis centímetros de altura.

Napier (1617) orienta sobre a quantidade de barras a serem construídas, conforme os tamanhos dos números a serem operados: 10 barras para 5 lugares; 20 barras para 9 lugares e 30 barras para 13 lugares. Pode-se observar que o tamanho dos números possíveis de serem utilizados para as operações é dado em função do número de lugares que eles possuem, isto é, da quantidade de posições disponíveis para serem preenchidas pelos algarismos. Não existe, no tratado, referência à nomeação das casas que os números ocupam.

Com a barra já produzida, é chegado o momento de realizar divisões e marcações sobre cada lado (Figura 2). Nove partes são todas de mesmo tamanho e, quando marcadas, formam os quadrados que são observados e cada quadrado é dividido por uma diagonal (Figura 2).

Duas partes, denominadas de Cabeçalho (topo) e Rodapé (base), com metade da altura dos quadrados, estão nas extremidades do instrumento. Napier (1617) denomina cada metade dos quadrados desenhados como aréola (canteiro), sendo este o local onde os números serão escritos (Figura 2).

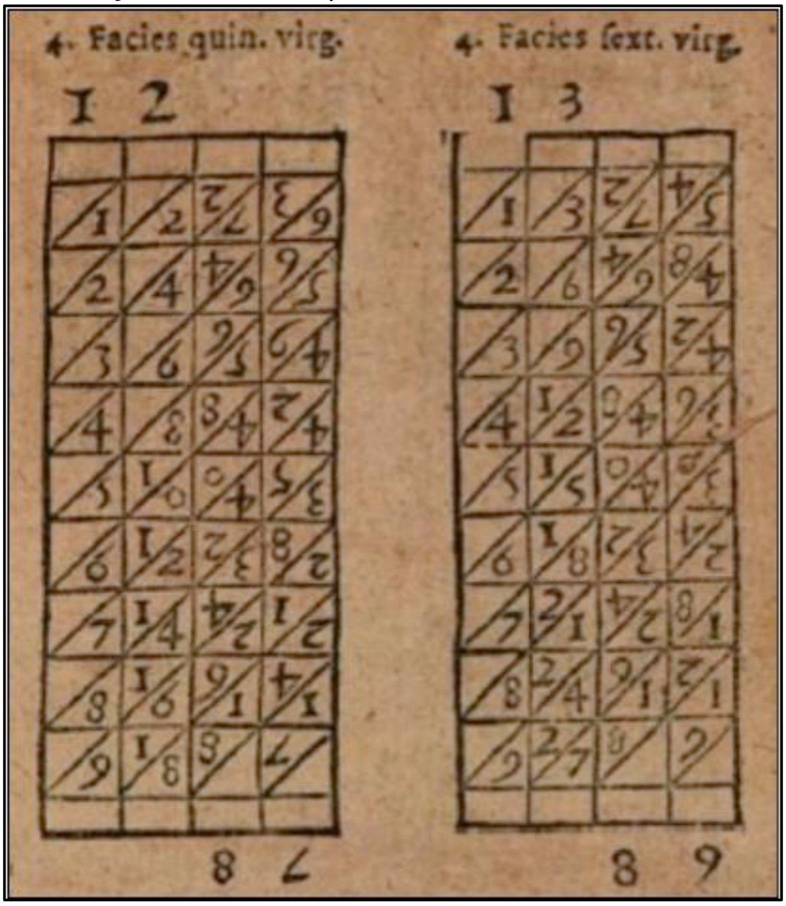
Figura 2: Representação de uma Barra de calcular de Napier.



Fonte: Adaptado de Napier (1617, f. 3).

Finalizado o processo de construção, Napier (1617) descreve como as barras devem ser preenchidas. O primeiro passo é colocar no cabeçalho um número simples de zero (0) até nove (9) (figura 3). Em cada quadrado, abaixo do número simples, escrevem-se os nove primeiros múltiplos do número do cabeçalho (Figura 3).

Figura 3: Orientação sobre como preencher cada barra de calcular de Napier.



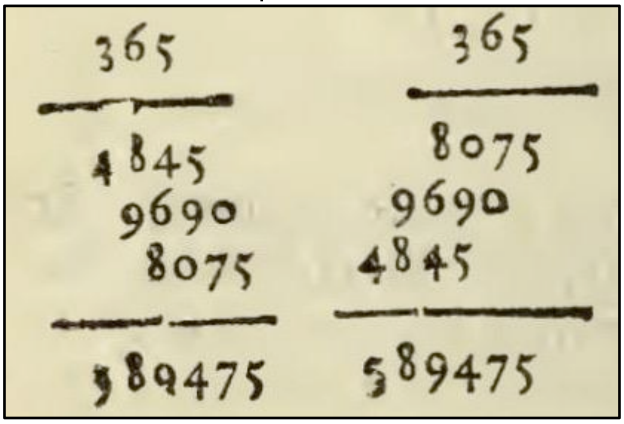
Fonte: Napier (1617, f.6).

Percebe-se que o preenchimento das barras se dá de forma invertida, ou seja, se uma face é preenchida de cima para baixo, a face oposta é de baixo para cima. Napier (1617) ressalta que o construtor é livre para seguir ou não as orientações apresentadas, porém ele afirma que, dessa forma, obtém-se a melhor relação entre quantidade de barras e tamanho de números a serem operados. No entanto, não é apresentada nenhuma comprovação matemática da afirmação.

Realizando as operações com as Barras de Napier

A operação de multiplicação com as barras é apresentada no capítulo três, no qual o autor, utilizando-se do exemplo 365 X 1615, apresenta, de forma extremamente detalhada, como se deve fazer para realizar a operação. Nesse capítulo, são mostradas duas formas de representar as parcelas, que serão somadas para se obter o produto (Figura 4).

Figura 4: Representação de como escrever as parcelas, que somadas, darão o produto.

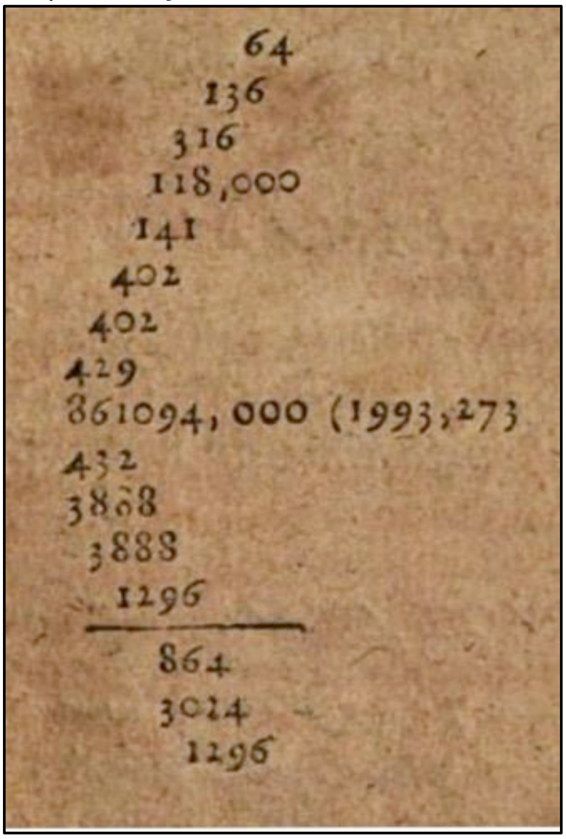


Fonte: Napier (1617, f. 16).

Na representação esquemática (Figura 4), tem-se, à direita, a forma que, habitualmente, é lecionada nas escolas e, à esquerda, uma representação alternativa, que gera o mesmo resultado. Entretanto, a maneira de escrever as parcelas é invertida em relação à forma habitual, inversão essa que ocorre tanto na posição em que cada uma é disposta, como no sentido da escrita.

Finalizando com a divisão, que está descrita no capítulo quatro do tratado, o processo exposto não difere do que, atualmente, é utilizado, a novidade apresentada, por Napier (1617), foi a utilização da vírgula para separar a parte inteira da não inteira (Figura 5).

Figura 5: Representação da divisão com as barras de Napier.



Fonte: Napier (1617, f.22).

Ao se olhar com atenção a Figura 5, é possível observar uma vírgula separando a parte inteira da decimal (861094,000), fato semelhante é observado no quociente (1993,273). Essa utilização da vírgula aparece, pela primeira vez, na matemática, nos tratados de Napier (1550-1617).

As atividades elaboradas para articular a história da matemática com o ensino partem do texto do tratado, de modo a provocar questionamentos naqueles que forem utilizar as atividades em sala de aula, levando-os a mobilizar conceitos matemáticos não descritos para apresentarem a solução.

Notas finais

A contextualização do tratado, no momento histórico da sua escrita, possibilita a identificação dos fatores sociais, culturais, filosóficos, religiosos e outros, que viabilizam identificar a mobilização dos conceitos matemáticos apresentados nas soluções de problemas ou na construção e manipulação de instrumentos matemáticos.

Os instrumentos matemáticos representam um momento do desenvolvimento humano, no qual a prioridade era o saber-fazer no lugar do conhecimento teórico. Dessa forma, é possível identificar, no tratado, diversas passagens, que podem ser utilizadas para o ensino, articulando conceitos envolvidos na construção e na manipulação dos instrumentos apresentados, quando da elaboração de atividades didáticas com trechos do tratado.

Conhecidos os aspectos contextuais do tratado e compreendido como o instrumento é manipulado, pode-se partir para um aprofundamento do estudo epistemológico, para, futuramente, identificar as potencialidades didáticas no que se refere à manipulação das barras de calcular para as operações de multiplicação e divisão. Essa ação é importante para construir uma interface entre história e ensino de matemática sob uma perspectiva historiográfica atual

Referências

FAUVEL, J.; MAANEN, J. V. **History in mathematics education**: the ICMI study. Dordrecht: Kluwer Academic, 2000.

FURINGHETTI, F. *et al*. The role of the history of mathematics in mathematics education. **In**: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11., 2008, Monterrey. Proceedings. Monterrey, 2008. v. 1, p. 1-4.

HAVIL, Julian. John Napier**: Life, Logarithms, and Legacy.** William Street, Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 2014. 279 p.

JAHNKE, Hans Niels. The use of original sources in the mathematics classroom. In: FAUVEL, John; VAN MAANEN, Jan. **History in Mathematics Education.** New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers, 2002, cap. 9, p. 291-328.

LAZARIN, Zélia Bavaresco. **Ossos de Napier e Réguas de Genaille-Lucas.** 2004. 89 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Universidade Federal de Santa Catarina. 2004.

MARTINS, Eugeniano B. **Conhecimentos matemáticos mobilizados na manipulação das barras de calcular de John Napier descritas no tratado *rabdologiae* de 1617.** 2019. 104 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.

MENDES, Iran Abreu. Investigação **Histórica no Ensino da Matemática.** Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009. 256 p.

MIGUEL, A; MIORIN, M. A. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. 200 p.

NAPIER, John. **Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas Libri Duo:** cum appendice de expeditíssimo Multiplicationes promptuario, quibus acessit e arithmeticea localis liber unus. Edinburg: Andreas Hart, 1617. Obtida em http://archive.org/details/rabdologiae00napi; em janeiro de 2017

PEREIRA, Ana Carolina Costa; PEREIRA, Daniele Esteves. Ensaio sobre o uso de fontes históricas no ensino de Matemática. **REMATEC**. Revista de Matemática, Ensino e Cultura (UFRN), v. 10, p. 65-78, 2015.

RICE, Brian; GONZÁLEZ-VELASCO, ENRIQUE; CORRIGAN, Alexander. **The Life and Works of John Napier**. Suiça: Springer ,2017. 1009 p

SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. 259 p.

SILVA, Ana Paula Pereira do Nascimento. **A leitura de fontes antigas e a formação de um corpo interdisciplinar de conhecimentos**: Um exemplo a partir do Almagesto de Ptolomeu. 2013. 100 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2013.

AS PLANTAS DE FORTIFICAÇÃO DA CIDADE DO RIO DE JANEIRO: ARQUITETURA MILITAR E AS CONQUISTAS ULTRAMARINAS (1700-1750)

Luiza Nascimento de Oliveira da Silva
UFRJ
lujonascimento@gmail.com

Resumo
O objetivo do presente artigo é articular as concepções teóricas do ensino da arquitetura militar em Portugal, com a sua prática em desenhos de plantas de fortificação da cidade do Rio de Janeiro ao longo do século XVIII. Com a finalidade de aprimorar o sistema defensivo do Rio de Janeiro, engenheiros formados no reino, como Gregório Gomes (?-1709) e José da Silva Paes (1679-1760), foram enviados à dita cidade. Além de levantamentos realizados localmente no Rio de Janeiro, pareceres e cartas sobre o sistema defensivo, materializado nas plantas de fortificação, foram emitidos por engenheiros da corte, como Francisco Pimentel (1652-1706) e Manuel de Azevedo Fortes (1660-1749). Nosso objetivo é explorar a relação e as tensões entre o desenvolvimento da defesa para a cidade do Rio de Janeiro e as estratégias régias identificadas, em especial na planta de fortificação da Praia Vermelha, de Gregório Gomes, de ca. 1668, e em outros documentos coevos. A ideia é percebermos de que modo os princípios e os métodos da arquitetura militar foram ressignificados pelos engenheiros que tiveram a experiência de viver na cidade do Rio de Janeiro. Pretendemos refletir até que ponto havia a necessidade de introduzir soluções locais para a funcionalidade do sistema defensivo. Através do cotejamento dos elementos dispostos no desenho elaborado por Gregório Gomes, e a sua relação com as figuras geométricas presentes em Tratados como os do padre Luiz Gonzaga (1666-1747) e no manuscrito "Tratado da arquitetônica, ou arquitetura militar, ou fortificação das praças", de autoria desconhecida, buscaremos verificar se Gomes apenas seguiu os modelos ensinados ou ajustou novos elementos para melhor garantir um sistema defensivo mais eficaz. Enfim, pretendemos identificar o potencial de circulação e da transformação dos usos da matemática no processo de construção dos domínios ultramarinos.

Palavras-chave: Plantas de fortificação. Rio de Janeiro. Matemática. Arquitetura militar. Conquistas ultramarinas.

Introdução

O tema da defesa na cidade do Rio de Janeiro, dos séculos XVII e XVIII, já nos é caro há algum tempo. O contato com as plantas de fortificação e a História da Ciência ocorreu no período em que trabalhamos como bolsista de pesquisa no Museu de Astronomia e Ciências Afins (MAST). No mestrado, também em História, pela PUC-Rio, foi possível ampliar a análise de plantas de fortificação do padre Diogo Soares (1684-1748), identificando como o envio desse geógrafo, engenheiro, matemático pela coroa portuguesa para o Rio de

Janeiro fez parte de um projeto de império para o governo da dita cidade, além de uma interpretação dos desenhos no que tange às cores e às formas.

Para a tese de doutorado em História Social (PPGHIS/UFRJ), foi possível desenvolver o projeto com o estudo sobre a defesa do Rio de Janeiro em relação ao governo e a administração dessa cidade. Para tanto, analisou-se novos desenhos e diferentes tratados de arquitetura militar, com especial atenção aos textos de Diogo Soares, Luiz Gonzaga – focos de estudo para a monografia e dissertação, respectivamente – e o manuscrito "Tratado da arquitetônica, ou arquitetura militar, ou fortificação das praças" [1], de autoria desconhecida e com a datação por nós identificada como sendo de ca. 1705. Em relação à dinâmica da administração, nossa atenção privilegiou decretos, relatórios, pareceres e ofícios que atestam sobre o tema, presentes, principalmente, no acervo do Arquivo Histórico Ultramarino.

A escolha dos referidos tratados que mereceram mais atenção se justifica pelo fato de serem menos conhecidos, em especial o de autoria desconhecida, que é inédito. Bem como, por serem as temáticas desenvolvidas pelos autores centrais para se realizar um contraponto com os expoentes da ciência em tela em Portugal, quais sejam os engenheiros-mor do reino Luís Serrão Pimentel (1613-1679) e Manoel de Azevedo Fortes na medida em que, a historiografia os identifica em dois polos de percepção da ciência da arquitetura militar, antigo e moderno, o que questionamos.

Demonstraremos o nosso ponto de vista com o cotejamento das três tipologias de fonte citadas – os tratados, os desenhos de plantas de fortificação e a documentação administrativa do Conselho Ultramarino – porque entendemos serem aqueles autores muito mais próximos em termos teórico-metodológicos do que temos visto ser evidenciado. Com os desenhos

* Este artigo é uma versão preliminar e reduzida de um capítulo a ser publicado em livro coletivo que reunirá as contribuições do ‘Simpósio 3’ do 8º ELBHM – “As Matemáticas e as Ciências Afins na Construção dos Territórios Nacionais: atores, instituições e territórios”, integradas nestas Atas, bem como outros textos convidados. Esse livro será publicado pela Imprensa da Universidade de Coimbra.

[1] Além dos textos listados nas referências bibliográficas.

propostos e a defesa em debate por esses homens, também será possível pontuar o quanto os seus métodos e os ensinos se aproximavam.

A matemática e o desenho da planta da Fortaleza da Praia Vermelha

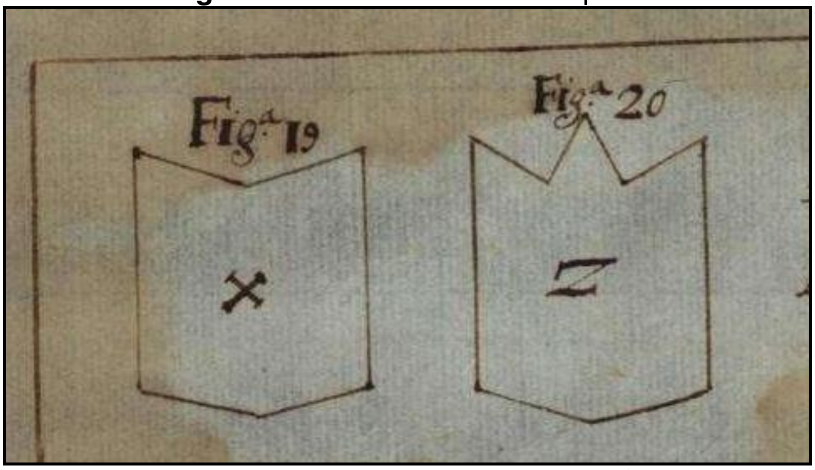
Agora, com uma maior preocupação em compreender o ensino da arquitetura militar em Portugal, e como este fora ressignificado em terras do além-mar, propomos nesse artigo discutir a relação entre o desenvolvimento da matemática e a legitimação das conquistas portuguesas. A ideia é demonstrar a metodologia que foi aplicada por meio dos debates em torno da Fortaleza da Praia Vermelha. Esta estava situada no atual bairro da Urca, perto do Pão de Açúcar, e se torna, em meados do século XVII, fundamental erigir defesa nesse sítio. Pois, complementaria o sistema defensivo da Baía de Guanabara e arredores. Local estratégico e desprotegido, ao dominar esse sítio, o inimigo não poderia ser atacado pelas fortalezas da Lage, de São João e de Santa Cruz – tríade defensiva da Baía de Guanabara –, como adverte o autor da planta de fortificação em estudo, Gregório Gomes em informação ao Conselho Ultramarino, de 1694 (AHU_ACL_CU_017-1, Cx. 10, D. 1948).

Vejamos os elementos defensivos, nos termos que os tratadista ensinaram, propostos na planta de fortificação da Praia Vermelha, do engenheiro Gregório Gomes, de ca. 1698, cujo parecer foi emitido pelos engenheiros Manoel de Azevedo Fortes e Manoel do Couto (1657-1727):

> Sendo vista a planta feita pelo Engenheiro Gregório Gomes para defensa da praia vermelha do Rio de Janeiro e considerados os quatro modos de a fortificar descritos no desenho Pareceu que não havendo inconveniente em largar ou ganhar sítio (o que se não mostra na planta) se deve ocupar o que naturalmente se oferece que deve de ser o que está chegado ao mar; porque servindo só de bateria não tem ataques que lhe impeçam as defensas por ser obra feita sobre o mar; mas que no caso que esta praia seja livre em que o mar entre e saia sem impedimento parece melhor o quarto desenho porque além de ser da arte tem a mutua correspondência das defensas, e a defesa será menor e o desenho ficará mais robusto. Lisboa 14, de Novembro de 1698. Manoel do Couto. Manoel de Azevedo Fortes. (AHU_ACL_CU_017-1, Cx. 16, Doc. 3287).

O forte da Praia Vermelha atualmente possui apenas os baluartes com guaritas nos vértices, recobertas por cúpulas que serviam para vigiar o mar. Para o estudo da planta para a fortificação da Praia Vermelha (Planta de fortificação em anexo)[2], de Gregório Gomes, há a percepção de questões concernentes à obra exterior tenalha, às medidas dos lados, da linha de defesa e do baluarte. A dita planta de fortificação é dotada de quatro modos, ou seja, propostas diferentes. Antes de falarmos daquela que foi aprovada pelo engenheiro-mor do reino Manoel de Azevedo Fortes, no âmbito do Conselho Ultramarino, vejam-se os demais projetos. O primeiro inscreve um terrapleno (terreno plano) na base de duas tenalhas dobres. Observe-se o desenho de tenalha dobre, com a inscrição Z abaixo:

Figura 1: Tenalhas dobre e simples.



Fonte: Autor desconhecido. ANTT, Manuscritos de Livraria nº 1809, ca. 1705, fol. 38. Estampa 3ª.

O segundo modo propõe a construção de um baluarte com as seguintes medidas, a partir da sobreposição do petipé: 200 palmos ou 300 pés de face, 200 palmos ou 300 pés de flanco e 400 palmos ou 600 pés de cortina. Tais medidas correspondem ao ensino de Pagan (1604-1665) e de Medrano para a realização da face; para o flanco, não há aproximações; já para a cortina, predomina os nomes de Medrano e Pfifenger.[3]

[2] Planta de fortificação em anexo. Medidas pela sobreposição do petipé: Face: 350 palmos = 525 pés. Flanco: 100 palmos = 150 pés. Cortina: 500 palmos = 750 pés. A cortina em linha reta representa um baluarte plano, segundo Luiz Gonzaga.

[3] O espanhol Sebastián Fernández de Medrano (1646-1705). Sua obra, “El Architecto Perfecto en el Arte Militar, dividido en cinco libros”, foi publicada em 1708.
Johann Friedrich Pfefinger (1667-1730). “Tratado de Engenharia Militar de Pfefinger foi muito estimado pelos portugueses e teve a sua versão para esta língua com o nome de “Fortificaçam moderna ou recopilaçam de differentes methodos de fortificar de que se usão na Europa os espanhoes, francezes, italianos e hollandezes.” Foi editada, em 1713, pela “Officina Real Deslandesiana”.

Para o terceiro desenho da planta da fortaleza da praia vermelha, há a instrução para que se edifiquem dois meios baluartes e um baluarte de menor área, em relação ao modo anterior. Este fato lembra as palavras de Luiz Gonzaga no sentido de que não importava o tamanho da face (o que também se referia à área), pois sendo a parte mais fraca pela exposição constante ao ataque, a face seria atingida para que os inimigos pudessem ter por onde entrar e, com isso, o fato desse elemento ser maior só acarretaria uma questão simbólica, para intimidar o adversário. As medidas desse terceiro modo são: 140 palmos ou 210 pés de face, 50 palmos ou 75 pés de flanco e 350 palmos ou 525 pés de cortina. Estes dados nos fazem concluir que os teóricos seguidos foram Pfefinger, Medina Barba e Goldman, para a face, Pfefinger, para o flanco, e, no caso da cortina, os métodos de Medrano foram seguidos. Com 425 palmos ou aproximadamente 640 pés de linha de defesa e 575 palmos ou 862 pés de lado do polígono (seguindo os franceses Errard, Bombelle e Pagan), o que se caracteriza em uma fortificação real pequena.[4]

Pfefinger afirmou em uma das máximas do seu texto sobre a cortina, traduzido por Manoel da Maia: “IX. O ângulo da cortina não deve ser mais pequeno, que 90 graus, nem maior que 110 sendo mais agudo não se pode defender a face do baluarte oposto, se não muito obliquamente; e sendo muito obtuso, fica muito exposto aos tiros do inimigo” (PFEFINGER, 1713, fol. 56) – o que corresponde ao desenho em tela. O quarto modo, aquela possibilidade defensiva aceita, possuía de face 350 palmos ou 525 pés, de flanco, 100 palmos ou 150 pés, e 500 palmos ou 750 pés de cortina. A medida de lado correspondia a 1175 palmos ou 1762 pés e 825 palmos ou 1237,5 pés para a linha de defesa. É possível inferir que os teóricos seguidos para essas

[4] As fortificações reais eram para a defesa e não ataque, como eram as fortificações de Campanha.
Diego González de Medina Barba (?-?); espanhol.
Nicolaus Goldman (1611-1665); holandês. “Homem de grande erudição, no prefácio de sua obra mais conhecida *La nouvelle Fortification*, publicada em Leiden pela Elsevier, 1645, estabelece as relações entre história humana, planejamento das cidades e arquitetura militar”. VELLOZO, 2005, nota 35, p. 80.
Errard Barleduc (1554-1610). Como pai da escola francesa, na concepção de Mario Mendonça de Oliveira. VELLOZO, 2005.
Rafael Bombelli (1526-?). Italiano, nascido em Bolonha, mas catalogado entre os franceses. Matemático autor do “Tratado sobre Álgebra”.

dimensões foram: Goldman, para a face; Pagan, no que dizia respeito à grande ou máxima fortificação; Medrano para o flanco; Medrano e Pfifenger, na dimensão da cortina; já para a dimensão do lado, segue o francês Blondel [5], e se confirma o fato de ser uma fortificação real grande.

Devido aos 525 pés de face definidos por Gregório Gomes no quarto modo do desenho acima, esse se aproximou da maior praça fortificada definida pelo francês Pagan. Concluindo que esse elemento deve ser grande, devido à possibilidade de maiores retiradas, Gonzaga alertava: "sendo a face maior tem mais e maiores cortadoras, que lhe resistam ao assalto; e assim pressuposta esta melhor defensa, que resulta de sua grandeza" (GONZAGA, 1703, fol. 109 e 110). O que pressupõe relativizar a informação anterior, do próprio Luiz Gonzaga, de ser a grande dimensão da face uma questão simbólica.

Para o Autor desconhecido, a face, no ensino da escola espanhola, na perspectiva de Medrano, deveria compor de 300 a 360 pés. O flanco primário, ou primeiro, para esse autor espanhol, ainda pelo ensino do Autor desconhecido, deveria medir 180 pés – dimensão acima da desenhada por Gomes – e a cortina entre 400 até 500 pés, não passando de 600 – sendo, neste caso, a proposta de Gomes superior.

Em relação às máximas da escola holandesa, o autor do "Tratado da Arquitetônica" expõe o teórico Matias Dogen [6], com a face em linha reta (não redonda nem em redentes). Em relação ao flanco, quanto maior o seu tamanho, melhor seria; já para a cortina, não podia haver ângulo no meio nem ser dividida em partes.[7] Contrapondo esses termos ao desenho de Gomes, concluímos que a face é sim reta, o flanco está em um meio termo em

[5] François Blondel (1618-1686). "Entre as muitas funções que exerceu, foi professor de matemática do filho do Rei, Membro da Real Academia de Ciências de Paris, Diretor da Academia de Arquitetura, Conselheiro de Estado, Marechal de Campo dos exércitos do Rei da França e outras funções. O seu trabalho mais famoso intitula-se: *Nouvelle manière de fortifier les places,* editado na França em 1683". (VELLOZO, 2005).

[6] Mathias Dogen (1605-1672). Muito citado em Luiz Gonzaga e no texto de autoria desconhecida; holandês.

[7] Menos preocupado com as dimensões da face, do flanco e da cortina, Dogen destaca, em suas máximas, o papel do baluarte como um todo, um elemento único na medida em que aponta o ângulo flanqueado (formado do encontro das faces), de 60 até 90 graus, como fundamental. E, para o ângulo flanqueante (do encontro da cortina com o flanco primeiro), sempre reto, da mesma forma que no ensino de Luiz Gonzaga, e observado no desenho da planta da fortaleza da Praia Vermelha em análise.

comparação aos outros modos inscritos, e a cortina, por fim, também se assemelha ao descrito no ensino de Dogen.

Em sua segunda máxima, o Autor desconhecido dá destaque aos termos dos métodos franceses: para que "quando se cerca uma praça se deve ter flanco, face, e Cortina" (Autor desconhecido, ca. 1705, fol. 38.). Os textos em língua francesa fazem referência às faces mais curtas, aos flancos proporcionais e à cortina de 60, e 10[0] toesas [8], ou seja, 360, e 60[0] pés. Esta última dimensão não se distancia dos 600, 525 e 750 pés propostos nos 2º, 3º e 4º modos da planta da fortificação da Praia Vermelha. Em relação aos ângulos flanqueado e flanqueante, para os franceses, segundo o Autor desconhecido, o primeiro seria de 60º até 100º. Já o segundo, de 90º até 110º. Como foi apontado, Gregório Gomes utilizou o ângulo flanqueado como sendo maior do que 90º, e o ângulo flanqueante, de 90 graus. Portanto, essas medidas estão em conformidade com o ensino francês.

No tratado já mencionado, "Fortificação moderna, ou recopilação de diferentes métodos de fortificar...", Pfefinger apontou a mesma proposta dos franceses como fundamento da medida da cortina, daquela que destacamos do texto do Autor desconhecido. O detalhe é a semelhança na argumentação. Da mesma forma, indica 60 e 100 toesas (o que significa 360 e 600 pés). Esse fato ajuda a elucidar as hipóteses de que o Autor desconhecido suprimiu um zero em sua escrita quando falou desse ensino e, por conseguinte, a máxima do próprio Pfefinger estaria sendo citada.

Essa tradução é significativa na medida em que estamos falando de uma obra em francês e era, portanto, sempre incluída pelos demais tratadistas na escola francesa,[9] que ensinava, ou melhor, propunha o ensino copilado dos

[8] Medida francesa que corresponde à 6 pés. O Autor desconhecido esqueceu-se de incluir um zero, sendo de 60 até 100 toesas.

[9] Mesmo que, em sua licença, Manoel Pimentel faça questão de pontuar a nacionalidade alemã do autor: "Do Paço. SENHOR. Este livro intitulado, Fortificação moderna, e composto em língua Francesa por Monf. Pfefinger Autor Alemão, foi recebido em Europa com estimação por explicar com brevidade e clareza os Métodos dos Autores mais célebres da fortificação das Praças, e outras matérias militares. A melhor aprovação deste livro é haver V. Majestade mandado que se traduzisse na língua Portuguesa. A tradução é fiel, e me parece será obra muito útil a todos os professores da Arte Militar. V. Majestade mandará o que for servido. Lisboa 28 de Fevereiro de 1709. *Manoel Pimentel*." PFEFINGER, Johann Friedrich. "Fortificaçam moderna ou recopilaçam de differentes methodos de fortificar de que se usão na

principais métodos europeus em voga no período, quais sejam, espanhóis, franceses, italianos e holandeses, sendo traduzidos e publicados em português ainda nas primeiras décadas dos Setecentos. Antes, portanto, da obra de Manoel de Azevedo Fortes, tida por muitos historiadores como responsável pela grande virada da arquitetura militar na produção portuguesa, informação que estamos a revisar.

A intenção foi propor o questionamento de que escola teria prevalecido em termos teóricos, para a confecção do desenho da planta da fortaleza da Praia Vermelha. Observou-se que as medidas elencadas variavam entre os métodos de franceses, espanhóis, holandeses e um italiano. O que nos faz pensar em temos de uma apropriação em diferentes níveis, com uma ligeira preponderância da escola francesa, no que diz respeito à aplicação dos elementos que compõem o baluarte: a face, o flanco e a cortina. Identificamos, então, a circulação de conhecimento das formas defensivas também em Portugal, com *ecos* na América portuguesa, mais especificamente na cidade do Rio de Janeiro, para onde os engenheiros do reino foram enviados a fim de assumir o cuidado com a construção de um sistema defensivo capaz de proteger a cidade e toda a área a ela subordinada, incluindo os sertões.

A defesa e a administração da cidade do Rio de Janeiro

Ao observamos mais de perto a estrutura política e econômica da cidade do Rio de Janeiro seiscentista e setecentista podemos construir uma imagem, ou um quadro, das práticas administrativas para a defesa, mas também podemos perceber o inverso, as práticas defensivas presentes na administração da cidade. Se há muitos trabalhos que valorizam o sistema defensivo para entender o traçado urbano do Rio de Janeiro, pouco se discutiu sobre a prática defensiva. Então, o objetivo foi perceber de que maneira podemos identificar e relacionar os preceitos da arquitetura militar com o governo da cidade, tendo os desenhos de plantas de fortificação como objeto

Europa os espanhoes, francezes, italianos e hollandezes", 1713. Traduzido por: Maia, Manoel da, 1677-1768, trad.; Deslandes, Valentim da Costa, fl. 1703-1715, impr., fol. 280, BNP, Manuscritos reservados RES 4556P.

de análise. Contudo, antes desse último ponto de estudo, importa algumas notas históricas e/ou historiográficas desse cenário para compreendermos os motivos de tamanha necessidade de defesa.

Dentre as condições que asseguraram o desenvolvimento da capitania do Rio de Janeiro, a defesa merece destaque. O domínio do espaço e das gentes apenas alcançaria êxito por meio da proteção do espaço conquistado e dos colonos. Isso porque havia uma ameaça constante, tanto externa quanto interna. Defesa e domínio garantiram também a "inserção do Rio nas principais linhas de força do comércio português" (SAMPAIO, 2003, p. 64). Para além da exportação de açúcar, havia abundante produção de alimentos, o que dispensava a regulamentação por parte da metrópole: o Rio abastecia a outras capitanias. Além da produção de mandioca como moeda no tráfico de escravos.

No início do século XVII já havia um circuito mercantil consolidado, com a produção de alimentos sendo parte da reprodução do sistema escravista – itens trocados por escravos. Como a sua participação (com navios, pessoal, munição e provisões) na reconquista da Angola aponta, o Rio já se envolvia ativamente no tráfico atlântico. Alçando a primazia política e econômica na região já na segunda metade daquela centúria.[10]

Com o impacto causado pela descoberta das minas e sua exploração ao longo da primeira metade do século XVIII, a cidade do Rio de Janeiro experimentou um crescimento populacional, que elevou os preços dos gêneros alimentícios. Para a proteção desse capital mercantil, das riquezas geradas, a cidade precisava ainda mais de elementos defensivos confiáveis. Com as invasões francesas de 1710 e 1711, pontos de uma fraca defesa continental foram expostos.[11] Ainda nesse período, o constante crescimento do comércio ultramarino carioca era notório, passando "por uma autêntica explosão,

[10] Cf. ALENCASTRO, Luiz Felipe. *O trato dos viventes*: formação do Brasil no Atlântico Sul. São Paulo: Companhia das Letras, 2000.
BOXER, Charles R. *Salvador de Sá e a luta pelo Brasil e Angola, 1602-1686.* Brasiliana, Volume 353. Tradução de Olivério de Oliveira Pinto, 1973.
FRAGOSO, João. "Modelos explicativos da chamada economia colonial e a ideia de Monarquia Pluricontinental: notas de um ensaio". *História* (São Paulo) v.31, n.2, jul/dez 2012, pp. 106-145.
[11] Cf. CAVALCANTI, Nireu Oliveira. *O Rio de Janeiro setecentista*: a vida e a construção da cidade da invasão francesa até a chegada da Corte. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2004.

desempenhando um papel de peso considerável no interior do império lusitano" (SAMPAIO, 2003, p. 86).

Esse aspecto ressalta o forte vínculo entre a praça carioca e o sistema atlântico – muito pelo ouro que vinha das minas para o seu porto. Exemplos da importância internacional dessa urbe foram as já comentadas invasões francesas. Pelo exposto, importa notar que não houve um recuo no setor agrário no século XVIII, mas são observadas diferentes formas de acumulação, com o começo do domínio da acumulação mercantil. O que corroborava tudo isso era a defesa desse porto se tornando cada vez mais indispensável para que a riqueza e o poder (locais e reinóis) pudessem ser conservados.

O caráter arcaico da sociedade portuguesa impedia que o Estado se comportasse como uma metrópole que acumulava recursos previamente. Por sua vez, os recursos coloniais garantiam a manutenção daquela sociedade aristocrática. Essa impossibilidade de acúmulo por parte da aristocracia portuguesa permitiu que os comerciantes do Brasil assim o fizessem através, por exemplo, do tráfico atlântico de escravos. A acumulação prévia, antes mesmo da segunda metade do século XVIII, por parte da elite mercantil carioca foi o que possibilitou certa autonomia colonial perante a metrópole, e contribuiu para o crescimento constante da extrema necessidade de defesa para esse espaço luso americano.

Discussões administrativas para a defesa

Em carta de 10 de Junho de 1694, Gregório Gomes informou ao rei sobre suas dificuldades de obter cal e ferro para a construção do melhor sistema defensivo possível para a cidade do Rio de Janeiro (AHU_ACL_CU_017-1, Cx. 10, D. 1948. Consulta do Conselho Ultramarino. Lisboa, 29 de outubro de 1694). Escreveu também sobre a composição da defesa da cidade e a necessidade da edificação da praia vermelha. Sobre a escolha desse sítio e da ruína das fortificações, a carta de Gregório Gomes, do mesmo ano, ao Conselho Ultramarino, mostra que em visita que fez às edificações defensivas encontrou muita ruína e fragilidade no sistema defensivo (AHU_ACL_CU_017-1, Cx. 10, D. 1948. Consulta do Conselho Ultramarino. Lisboa, 29 de outubro de 1694).

Ao criticar a forma arquitetônica, declara que "estando por esta causa aquela cidade exposta a qualquer assalto do inimigo podendo fazer sem contradição alguma por um sítio chamado praia vermelha". A afirmação aponta para o valor estratégico daquele sítio, próximo à barra da Baía de Guanabara, mas que não poderia ser defendido pelas fortificações ali presentes – São João, Santa Cruz e Laje – como já foi exposto, acarretando a escolha do inimigo para invadir sem obstáculos. "E nestes termos era necessário fortificar-se aquele sítio com uma boa defensa [...], e reparar as outras praças que estavam com bastantes ruínas". O Conselho era advertido, portanto, que se tratava de um local desprovido de defesa, onde o inimigo poderia desembarcar facilmente (AHU_ACL_CU_017-1, Cx. 10, D. 1948. Consulta do Conselho Ultramarino. Lisboa, 29 de outubro de 1694).

Assim, em resposta, o Conselho salienta a respeito do financiamento da obra, indicando que o governador, mesmo que a Coroa tenha enviado o valor correspondente para o começo da construção, observasse se a Fazenda Real possuía condições de financiá-la, do contrário devia

> chamar aos oficiais da Câmara daquela mesma Capitania, ensinando lhes como bons vassalos e como empenhados na sua própria conservação, em que a terra em que vivem esteja com toda a segurança na ocasião em que forem invadidos pelos inimigos desta costa, queiram concorrer para esta obra que se avalia por tão necessária e útil para a sua conservação; e no que toca ao que pede é necessário para se dar princípio a esta Fortaleza, se lhe remete. (AHU_ACL_CU_017-1, Cx. 10, D. 1948. Consulta do Conselho Ultramarino. Lisboa, 29 de outubro de 1694).

Ao serem responsabilizados pela garantia da segurança da terra em que viviam, contra um inimigo comum, a conservação do território transformava-se em uma espécie de compromisso entre o bom vassalo e a monarquia, evocando o ideal da necessidade e da utilidade. Tais dimensões argumentativas são encontradas nos discursos da arquitetura militar, quando um dos principais tópicos era formado pela tríade necessidade, utilidade e conveniência. O fato de o Conselho recuperar esse modo, e de observamos lógica semelhante no ensino dos tratados, nos remete para a dimensão política da prática da arquitetura militar.

Em carta de 26 de maio de 1696, ao rei D. Pedro II, o governador do Rio de Janeiro, Sebastião de Castro e Caldas destaca questões referentes à praia Vermelha, afirmando que, para se construir uma fortaleza naquele local, algumas obras seriam necessárias.

> E quanto, a Praia Vermelha, havia dado [...] a Vossa Majestade; que com uma bateria ao pé do pão de açúcar, que fica na Fortaleza de São João, ficava bem defendida, cujo sítio descobri, depois de partida a frota, com bastante trabalho, por dentro da mesma fortaleza, era uma lage, com toda a capacidade, para se poder obrar, com [...] altura que os parapeitos, por ter Eminência sobre a dita Praia, e ter pedra, com que se poder obrar, e a terraplanície, com facilidade, com que faça mui pouca despesa, e se fará ter capacidade, de seis peças, de artilharia. (AHU_ACL_CU_017, Cx. 6, D. 612).

Ao falar da fortaleza de São João, o governador mostra a dimensão do sistema como um todo, pois as fortalezas não eram tratadas isoladamente. Além disso, os governadores e os engenheiros faziam seus comentários e pareceres utilizando as técnicas e os princípios da arquitetura militar para sustentar os seus argumentos, o que reforça a nossa perspectiva de correlacionar discurso político, administração da cidade, defesa de seu território e o impacto disto no urbanismo. O estudo das expressões de defesa nos foi fundamental para a compreensão da produção e do uso do conhecimento acerca da defesa portuguesa na primeira metade do século XVIII e de sua presença na cultura política, além de, reconhecer a participação dos engenheiros no jogo político do período.

No parecer de 14 de Novembro de 1698, já destacado, os engenheiros portugueses Manoel de Azevedo Fortes e Manoel do Couto [12] aprovaram o quarto desenho inscrito na planta de fortificação da Praia Vermelha desenhada por Gregório Gomes (Planta de fortificação em anexo). Gregório Gomes Henriques foi enviado como capitão-engenheiro para o Rio de Janeiro em 1694, assumindo também a função de capitão de Artilharia, no ano seguinte. Preso em 1697, por ter cometido alguns erros técnicos, não deixou de ensinar

[12] Frequentou a Academia Militar, e também aprendeu o ofício de engenheiro com o seu pai Mateus do Couto. O que aponta para uma noção patriarcal desse ensino.

artilharia e nem de dirigir as obras de fortificação. Bem como, de ser professor da Aula de Fortificação do Rio de Janeiro, criada em 15 de Janeiro de 1699. Partiu para a Colônia do Sacramento em 1701. Desenhou a planta de fortificação da Praia Vermelha, com os quatro modos diferentes de defesa, analisado nesse trabalho, de ca. 1698. O seu lugar na Praça do Rio de Janeiro foi ocupado pelo mestre de campo Francisco de Castro Moraes.[13] Com o intuito de problematizar os elementos defensivos, ou seja, as figuras geométricas escolhidas por Gomes para esse sítio em relação aos teóricos que foram ou não por ele assimilados pôde-se compreender à quais linhas metodológicas a estrutura defensiva mais se aproximou. Tomemos a liberdade de citar mais uma vez um trecho do dito parecer. Para que o sítio da praia vermelha fosse utilizado corretamente, se devia "ocupar o que naturalmente se oferece que deve de ser o que está chegado ao mar" (AHU_ACL_CU_017-1, Cx. 16, Doc. 3287).

No caso da obra realizada sobre o mar, as baterias seriam suficientes, e para uma melhor adequação ao terreno do sítio, para o sistema concomitante de defesas e para uma proteção mais efetiva, a proposta escolhida foi o quarto desenho. No entanto, no atestado de 1724, o engenheiro Tenente General Manoel de Mello de Castro realiza algumas considerações acerca do que já havia sido construído na fortaleza na praia vermelha. Essa edificação seria composta de uma tenalha, de muralha de pedra e cal, com dois baluartes e uma Cortina – onde se poderia montar mais de quinze peças de artilharia – com quartéis e o armazém de pólvora como principal lugar.

> E para a parte da cidade com estrada Real e praia, donde muito a se[r] salvo poderá investir e combater a cidade e retirar-se para seus navios com pouco detrimento e ainda valendo-se da artilharia da mesma fortaleza, senhoreando-se dela donde também pode fazer muito mal à fortaleza de S. João to[r]nando a ficar senhor de toda aquela parte e da barra. (AHU_ACL_CU_017-1, Cx. 38, Doc. 8834. Atestados do Tenente General Engenheiro Manuel de Mello de Castro. Rio de Janeiro, 20 de Novembro de 1724. (Anexo ao 8.834)).

---

[13] Cf. TAVARES, Aurélio de Lyra. *A engenharia militar portuguesa na construção do Brasil*. Rio de Janeiro: Biblioteca do Exército, 2000.
Segundo Gilberto Ferrez, foi o primeiro professor das aulas para artilharia (FERREZ, 1972, p. 40).

O cuidado em se defender a cidade por esse sítio se justifica uma vez mais pelo entendimento de que, ao ser um território desprotegido, o inimigo tomaria com facilidade a barra da cidade. Todas essas informações são legitimadas, segundo o tenente, por sua experiência na Praça do Rio de Janeiro que chegou a ultrapassar os vinte anos, afirmando e jurando "aos Santos Evangelhos e pelo Capitão da Fortaleza Francisco Gomes Barbosa me pedir esta certidão lhe passei e assinei em o Rio de Janeiro aos vinte de novembro de mil setecentos e vinte e quatro" (AHU_ACL_CU_017-1, Cx. 38, Doc. 8834. Atestados do Tenente General Engenheiro Manuel de Mello de Castro. Rio de Janeiro, 20 de Novembro de 1724 (Anexo ao 8.834)).

Fato interessante é o seguinte: através do referida proposta de construção para a Praia Vermelha de Gregório Gomes, do ano de 1698, tem-se, em seu primeiro modo, a inscrição do desenho de uma tenalha, elemento que Castro afirma já ter sido edificado em 1724. O que nos leva a inferir que o quarto modo aprovado por Fortes e por Couto, não fora totalmente seguido e assimilou-se a tenalha inscrita no primeiro desenho de Gomes.

O objetivo foi, então, mapear e seguir as pistas da construção indicada no desenho, o processo de confecção, as alternativas defensivas, e, finalmente, a que foi fixada na planta de fortificação e recebeu o aval de Azevedo Fortes e Manoel do Couto, confirmando a escolha a partir das teorias visíveis em cada um dos quatro modos inscritos no desenho da planta da fortaleza da Praia Vermelha. Esse percurso de pesquisa ajuda a compreender que a política de defesa esteve em discussão, bem como havia no ensino dessa ciência a presença do discurso político. Fato que proporcionou o desenvolvimento da cultura política de defesa, que reverberou na prática das discussões administrativas.

Considerações finais

A ideia foi explorar a relação entre as conquistas ultramarinas e a matemática. Desse modo, a formação territorial do Império português pôde ser conectada às questões das medidas de defesa propostas para o sítio da praia vermelha, na cidade do Rio de Janeiro, para compreendermos, então, os meandros da história da matemática e da história da defesa. O rei em busca de corroborar a sua soberania, marca a negociação quanto às propostas de defesa com a emissão de pareceres dos engenheiros da corte portuguesa.

Ao mesmo tempo, os desenhos são confeccionados por profissionais que precisam se adequar às características locais, de terreno, por exemplo. Mais uma vez destaca-se que nossa intenção foi identificar na documentação o tema da defesa através das formas geométricas a serem edificadas, ou seja, sobre qual era a lógica das confecções dos desenhos de plantas de fortificação. Uma espécie de configuração da dinâmica imperial através das trocas no processo de administração, no que concerne ao tema da defesa, em seu aspecto da intenção da edificação.

Referências

Tratados

Autor desconhecido. "Tratado da Arquitetônica", ca. 1705. ANTT, Manuscritos de Livraria nº 1809.
ESTEVÃO, Luis. "Tratado da Arquitetura militar, ou Fortificação moderna. Tratado da ofensiva, e defensiva das Praças", 1713. BNP, Manuscritos reservados COD. 5209.
FORTES, Manoel de Azevedo. "O Engenheiro Portuguez", 1729. Vol. 1 e 2.
GONZAGA, Luiz. "Exame Militar", 1703, fol. 2. Biblioteca da Ajuda, COD. MS. 46-VIII-26.
MATTOS, Manoel Antonio de. "Compêndio de tática militar e fortificação", 1705. BNP, Manuscritos reservados PBA 105//27.
____. "Tratado Matemático Da Arte de Monitorar as Praças", 1709. BNP, Manuscritos reservados COD. 5176.
MEDRANO, Sebastián Fernández de. "El Architecto Perfecto en el Arte Militar, dividido en cinco libros", 1708. Biblioteca Nacional de Espanha [versão digitalizada].
PFEFFINGER, Johann Friedrich. "Fortificaçam moderna ou recopilaçam de differentes methodos de fortificar de que se usão na Europa os espanhoes, francezes, italianos e hollandezes", 1713. Traduzido por: Maia, Manoel da, 1677-1768, trad.; Deslandes, Valentim da Costa, fl. 1703-1715, impr. BNP, Manuscritos reservados RES 4556P.
PIMENTEL, Luís Serrão. "Tratado da opugnação e defensa das Praças", ca. 1644. BNP, Manuscritos reservados COD 1640.
____. "Architectonica Militar ou Fortificação moderna", 1661. BNP, Manuscritos reservados COD 13473.
____. "Método Lusitano de Desenhar as Fortificações das Praças Regulares e Irregulares. Fortes de Campanha e outras obras pertencentes à arquitetura militar. Distribuído em duas partes, Operativa e Qualificativa (1680)." BNP digital: http://purl.pt/24485
Sem autoria. "Arquitetura militar, ou Fortificação", 1663. BNP, Manuscritos reservados COD 2146.
SOARES, Diogo. "Novo Atlas Lusitano ou Teatro Universal do Mundo Todo (1721)." Biblioteca Nacional de Portugal.

VELLOZO, Diogo da Silveira. "Arquitetura militar ou fortificação moderna. Transcrito e comentado por Mário Mendonça de Oliveira." Salvador: EDUFBA, 2005.

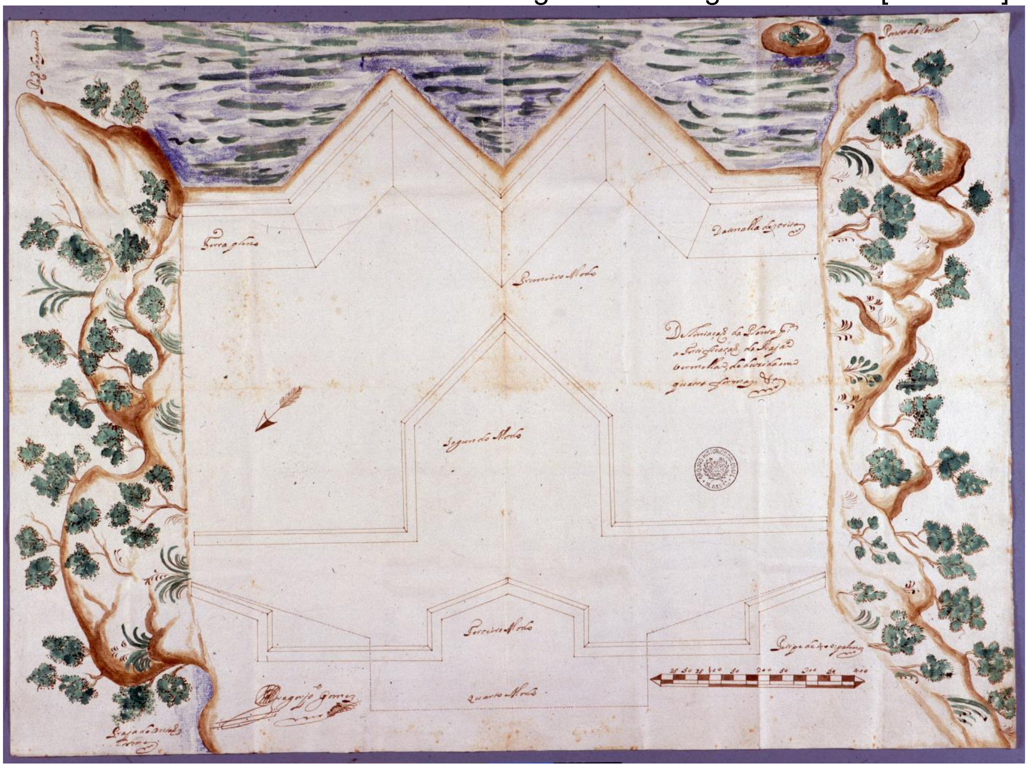
Arquivo Histórico Ultramarino

AHU_ACL_CU_017-1, Cx. 10, D. 1948.
AHU_ACL_CU_017-1, Cx. 10, D. 1948. Consulta do Conselho Ultramarino. Lisboa, 29 de outubro de 1694.
AHU_ACL_CU_017-1, Cx. 10, D. 1948. Consulta do Conselho Ultramarino. Lisboa, 29 de outubro de 1694.
AHU_ACL_CU_017, Cx. 6, Doc. 612. Carta do governador do Rio de Janeiro, Sebastião de Castro e Caldas ao rei D. Pedro II sobre as diligências feitas na Praia Vermelha e as obras necessárias para fortificar aquele local. Rio de Janeiro, 26 de Maio de 1696.
AHU_ACL_CU_017-1, Cx. 16, Doc. 3287. Informação do Cosmógrafo Manuel Pimentel sobre as fortificações do Rio de Janeiro. Lisboa, 7 de março de 1712. (Anexo ao n. 3.287).
AHU_ACL_CU_017-1, Cx. 38, Doc. 8834. Atestados do Tenente General Engenheiro Manuel de Mello de Castro. Rio de Janeiro, 20 de Novembro de 1724. (Anexo ao 8.834).

Livros e tese

ALENCASTRO, Luiz Felipe. **O trato dos viventes**: formação do Brasil no Atlântico Sul. São Paulo: Companhia das Letras, 2000.
BICALHO, Maria Fernanda. **A cidade e o império, o Rio de Janeiro no século XVIII.** Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2003.
BOXER, Charles R. **Salvador de Sá e a luta pelo Brasil e Angola, 1602-1686.** Brasiliana, Volume 353. Tradução de Olivério de Oliveira Pinto, 1973.
CAVALCANTI, Nireu Oliveira. **O Rio de Janeiro setecentista**: a vida e a construção da cidade da invasão francesa até a chegada da Corte. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2004.
FERREZ, Gilberto. **O Rio de Janeiro e a defesa de seu porto 1555-1800**. Rio de Janeiro: Serviço de Documentação Geral da Marinha, 1972.
FRAGOSO, João. **"Modelos explicativos da chamada economia colonial e a ideia de Monarquia Pluricontinental**: notas de um ensaio". *História* (São Paulo) v.31, n.2, jul/dez 2012, pp. 106-145.
RIBEIRO, Dulcyene Maria. **"A formação dos engenheiros militares:** Azevedo Fortes, Matemática e ensino de Engenharia militar no século XVIII em Portugal e no Brasil". Tese (Doutorado − Programa de Pós- Graduação em Educação. Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática). Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (USP).
RONAN, Colin A. **História Ilustrada da Ciência.** Da Renascença à Revolução Científica. Vol. III. Rio de Janeiro, Jorge Zahar editor, 2001.
SAMPAIO, Antonio Carlos Jucá de. **Na encruzilhada do império:** hierarquias sociais e conjunturas econômicas no Rio de Janeiro (c. 1650-c. 1750). Rio de Janeiro: Arquivo Nacional, 2003.
TAVARES, Aurélio de Lyra. **A engenharia militar portuguesa na construção do Brasil.** Rio de Janeiro: Biblioteca do Exército, 2000.

Anexo: Planta da Praia Vermelha do engenheiro Gregório Gomes [ca. 1698].



Fonte: BN-RJ (ref. cat. 268 - AHU RJ 1058).

CONCEITOS ALGÉBRICOS E CONCEITOS GEOMÉTRICOS EM SHARAF AL-DĪN AL-TŪSĪ

Severino Carlos Gomes
IFRN
severocarlosgomes@gmail.com

Bernadete Barbosa Morey
UFRN
bernadetemorey@gmail.com

Resumo

Sharaf al-Dīn al-Tūsī foi um matemático e astrônomo islâmico que viveu entre os anos 1135 e 1213 da Era Cristã. Sua maior contribuição foi um manuscrito sobre Álgebra: basicamente, um tratado sobre equações cúbicas. Mesmo sem indicar o processo analítico, seu trabalho mostra condições sobre a existência de raízes positivas de determinadas equações cúbicas. Os historiadores da matemática Roshdi Rashed e Jan Pieter Hogendijk discordam sobre a natureza dos argumentos usados por Sharaf, se algébricos ou geométricos. Neste sentido, este trabalho vai em direção a apresentar indícios de investigação - em andamento - de como se desenvolvia a Álgebra no império islâmico medieval, suas influências, seus direcionamentos, o contexto sociocultural e suas implicações nos fundamentos que sustentam as teses de Rashed (1994) e de Hogendijk (1989) sobre o trabalho de Sharaf al-Tūsī. Para isso, usaremos a pesquisa bibliográfica como metodologia de pesquisa com fatos colhidos e analisados não somente dos trabalhos de historiadores da matemática, mas também de historiadores, em geral, com foco no período do império islâmico medieval. Os resultados ainda são incipientes e recaem sobre a tese de Rashed e os fatos que a fundamentam.

Palavras-chave: Sharaf al-Dīn al-Tūsī. Álgebra Islâmica. Matemática Medieval.

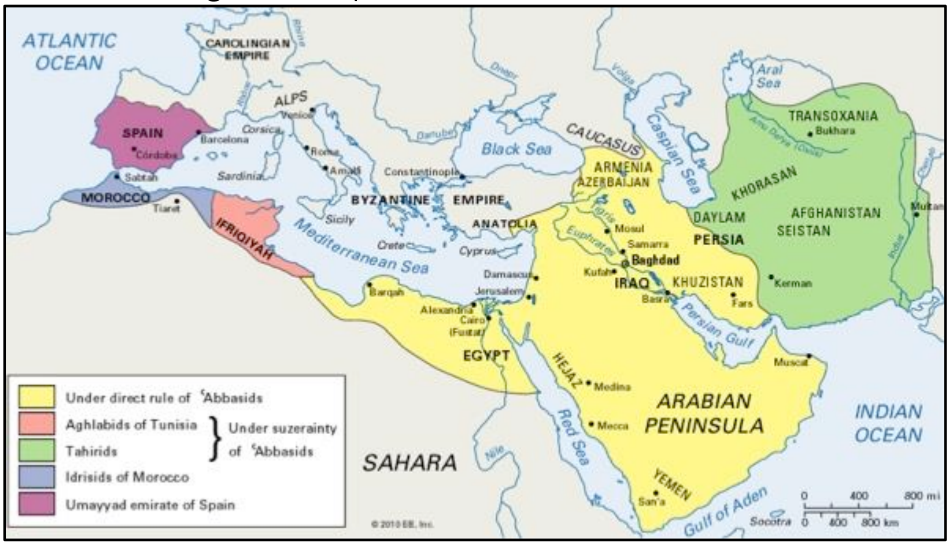
Introdução

No período da Era Cristã situado grosseiramente entre 750 e 1450 a Europa atravessava a Idade Média. Por outro lado, nesse mesmo período de sete séculos, em uma vasta região a leste da Europa, se estabelecia e se desfazia um grande império cuja estrutura social, econômica e legal girava em torno do Islã, uma religião monoteísta fundada por Maomé em 622.

Em torno de 750 a Era Cristã, quando este império começou a se decompor em unidade autônomas, estas formavam estados organizados em torno do Islã. Nos referimos a esta vasta região neste longo período pela denominação genérica de *Mundo islâmico medieval* e está representado no mapa da Figura 1.

Geograficamente, o Mundo islâmico medieval se estendeu da Península Ibérica passando pelo norte da África, Oriente Médio, repúblicas da Ásia Central, da antiga União Soviética, Afeganistão, Irã e partes da Índia.

Figura 1: Mapa do Mundo islâmico medieval.



Fonte: http://media.web.britannica.com/eb-media/64/104964-004-AFA3DED8.gif.

O Mundo islâmico medieval viu florescer em suas terras, em distintos períodos e distintas regiões, centros de cultura e saber nos quais filósofos, médicos, astrônomos, matemáticos e outros estudiosos foram incentivados a se lançar nos estudos teóricos, nas investigações empíricas. Na matemática destacaram-se muitos estudiosos cujas obras foram um legado para gerações futuras. No entanto, no presente trabalho vamos nos focar apenas no trabalho de um deles, conhecido como Sharaf al-Dīn al-Tūsī e sua obra sobre a Álgebra de equações cúbicas.

O manuscrito do trabalho de Sharaf foi editado, traduzido e comentado pelo historiador da matemática islâmica Roshdi Rashed (AL-TŪSĪ, 1985). Desde então, este historiador passou a argumentar sobre as ferramentas matemáticas possivelmente usadas por Sharaf para estabelecer condições sobre a existência de raízes positivas de determinadas equações cúbicas. Para ele, o processo analítico implícito no estudo Sharaf inclui necessariamente o conhecimento de ideias sobre a derivada de funções polinomiais.

Em contrapartida, o historiador Jan Pieter Hogendijk vai em outra direção ao defender que Sharaf usava métodos matemáticos antigos e medievais para o tratamento de equações e, provavelmente, ele encontrou seus resultados por meio da manipulação de quadrados e retângulos com base no livro II dos Elementos de Euclides. Ainda, para este historiador, Sharaf descobriu algumas das ideias fundamentais da sua álgebra quando procurava provas geométricas de algoritmos para a aproximação numérica da menor raiz positiva de determinadas equações cúbicas.

Portanto, este trabalho tem como objetivo apresentar indícios de investigação - em andamento - de como se desenvolvia a Álgebra no império islâmico medieval, suas influências, direcionamentos, o contexto sociocultural e suas implicações nos fundamentos que sustentam as teses de Rashed (1994) e de Hogendijk (1989) sobre o trabalho de Sharaf al-Tūsī.

Assim, este texto se apresenta estruturado primeiramente sobre o que se sabe da vida e obra de Sharaf para melhor compreensão do trabalho de pesquisa. Em seguida apresenta-se o problema de pesquisa com síntese dos argumentos levantados e demonstrados por Rashed (1994) e Hogendijk (1989). Por fim, estão os s teóricos-metodológicos da pesquisa, alguns resultados obtidos até o momento e as considerações finais.

Vida e obra de Sharaf al-Tūsī

O período do início do século IX ao final do século XIV marcou uma época criativa e dinâmica de consolidação e desenvolvimento da matemática no mundo islâmico medieval. Partindo de Bagdá e espalhando-se por diversas metrópoles regionais do império, a assimilação do conhecimento no mundo árabe emergiu das traduções dos trabalhos de grandes filósofos e passou à produção de seu próprio legado nas diversas áreas das ciências.

Apesar da enorme extensão territorial e da diversidade cultural, inclusive religiosa, do império islâmico medieval, duas características foram marcantes para o estabelecimento de uma cultura científica à época: o predomínio da língua árabe e o compartilhamento da atividade científica. Não obstante, os governantes islâmicos incentivaram o estudo das ciências e da filosofia, muitas vezes, criando e mantendo instituições de cultura e saber que abrigavam sábios convidados de regiões distantes (SALIBA, 2007).

No que se refere aos estudos em matemática, eles se iniciaram a partir das traduções e do estudo de obras mais antigas originárias da Índia e da Grécia, principalmente. Passado algum tempo os sábios dos povos islâmicos começaram a produzir conhecimento novo e, a partir do séc. X, em qualquer campo da ciência, as figuras mais importantes pertenciam à comunidade islâmica sejam eles, muçulmanos, cristãos ou judeus. É nesse contexto de efervescência social e cultural que viveu Sharaf al-Dīn al-Tūsī.

Não há certeza sobre o período exato de vida de Sharaf al- Dīn al-Muzaffar ibn Muhammad ibn al-Muzaffar al-Tūsī. Provavelmente, Sharaf nasceu por volta de 1135 da Era Cristã e faleceu por volta de 1213. Podemos certamente deduzir de seu nome que ele era filho de Muhammad, neto de Muzaffar e nasceu na região de Tus (Khorasan – atual Irã). Esta região no nordeste do Irã incluía as cidades de Tus, Meshed, ambos no alto do vale do rio Kashaf, e ainda Nixapur localizada a 75 km a oeste de Tus.

Provavelmente, Sharaf ensinou matemática e astronomia (principalmente, as obras de Euclides e Ptolomeu) em Damasco e Alepo, na Síria e em Mosul, no Iraque. Em Mosul, Sharaf teve como aluno mais famoso Kamal al-Din ibn Yunus. Este, por sua vez, foi professor de Nasir al-Din al-Tūsī, um dos mais famosos de todos os estudiosos islâmicos do período (O'CONNOR; ROBERTSON, 1999).

A maior contribuição de Sharaf foi um manuscrito sobre Álgebra com edição traduzida e comentada por Roshid Rashed (AL-TŪSĪ, 1985). Basicamente, um tratado sobre equações cúbicas, que “representa uma contribuição essencial para uma outra álgebra que visa estudar curvas por meio de equações, inaugurando assim o início da geometria algébrica” (RASHED, 1994, p. 103). Mesmo sem indicar o processo matemático, o trabalho de Sharaf mostra condições sobre a existência de raízes positivas das seguintes equações cúbicas: (1) $x^3 + c = ax^2$, (2) $x^3 + c = bx$, (3) $x^3 + ax^2 + c = bx$, (4) $x^3 + bx + c = ax^2$ e finalmente, (5) $x^3 + c = ax^2 + bx$, com a, b, c positivos. Mais detalhes serão apresentados ainda nesse texto.

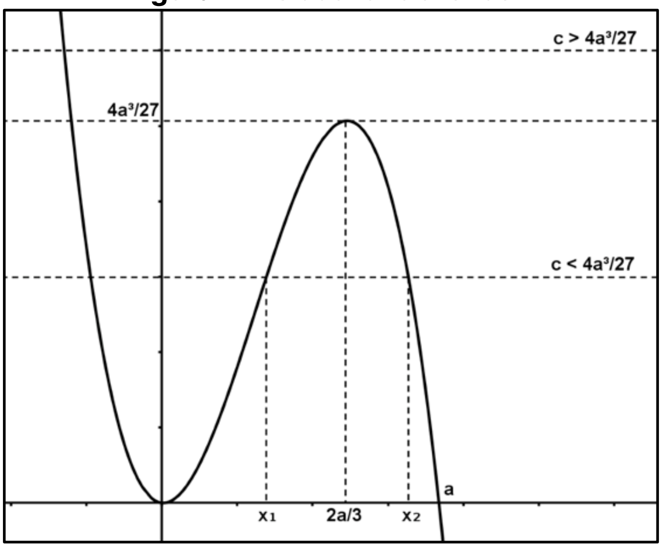
O problema de pesquisa

O problema de pesquisa versa sobre uma investigação dos possíveis aspectos matemáticos utilizados por Sharaf para analisar se as equações cúbicas aqui apontadas possuem ou não raízes positivas. A análise se fundamenta em duas teses. A primeira defendida por Roshid Rashed de que Sharaf utilizou aspectos analíticos com ideias de cálculo diferencial. A segunda argumentada por Jan Hogendjlink sobre a utilização de argumentos geométricos nas conclusões de Sharaf.

Com relação aos aspectos analíticos apontados por Rashed (1994), para cada uma das cinco equações cúbicas apontadas, Sharaf estabeleceu condições para a existência de raízes positivas. Mesmo sem apresentar estudo sistemático da derivada de uma função, ele se utiliza do argumento que polinômios f(x) possuem um máximo local quando sua derivada se anula. Ou seja, o conceito de derivada de uma função contínua ou de um polinômio está implícito no trabalho de Sharaf.

Por exemplo, para a equação do tipo (1), a condição estabelecida foi $m = 2a/3$. Este é exatamente o valor da abscissa do ponto de máximo no intervalo $(0, a)$ da função $f(x) = ax^2 - x^3$, pois a derivada de f em m se anula (Figura 2).

Figura 2: Estudo funcional de f.

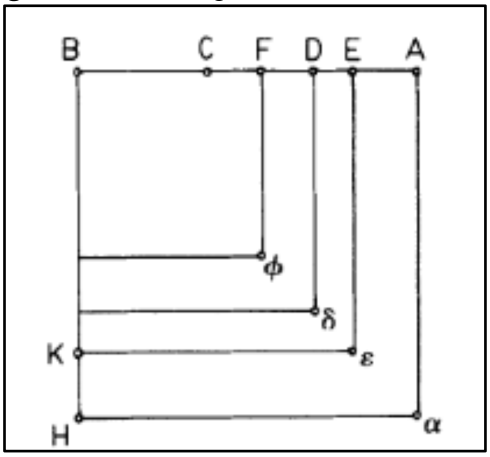


Fonte: Katz; Barton (2007).

Por outro lado, Hogendijk (1989) acredita que Sharaf buscava provas geométricas de algoritmos para aproximar as raízes de equações cúbicas e que suas ideias podem ser explicadas sem a suposição de que ele usou curvas cúbicas e determinou seus máximos locais. Ou seja, não há evidências de que ele tenha usado a derivada. Para sustentar seus argumentos, Hogendijk (1989) apresenta uma elegante interpretação geométrica para as condições apontadas por Sharaf.

Para efeito desse trabalho, vamos tomar a equação (5) cujo a condição estabelecida foi $m^2 = (2am/3) + b/3$. Como ponto de partida, deve-se considerar três segmentos de reta alinhados BE = x, BC = a e BA = $\sqrt{b}$ e, ainda, o caso BC = a < $\sqrt{b}$ = BA, conforme Figura 3.

Figura 3: Estudo geométrico com a < √b.



Fonte: Hogendijk (1989).

Através de processo algébrico-geométrico do estudo da área dos quadrados construídos na Figura 2, segue a tese de Hogendijk (1989). Os detalhes desse processo estão em Gomes e Morey (2017). Para Hogendijk (1989), a ausência de traços da utilização da derivada não diminui o valor do trabalho de Sharaf. Pelo contrário, a engenhosidade dele aparece muito claramente quando se percebe que ele usava apenas métodos matemáticos antigos e medievais tradicionais.

Neste sentido, conhecendo-se os aspectos algébricos-analíticos ou geométricos da álgebra de Sharaf, este trabalho objetiva apresentar indícios de investigação - em andamento - de como se desenvolvia a Álgebra no império islâmico medieval, suas influências, direcionamentos, o contexto sociocultural e suas implicações nos fundamentos que sustentam as teses de Rashed (1994) e de Hogendijk (1989) sobre as condições de existência de raízes positivas das equações cúbicas apontadas por Sharaf al-Tūsī.

Os fundamentos teórico-metodológicos

Entendemos que para a análise dos fundamentos basilares das teses apresentadas sobre a utilização de métodos algébricos ou geométricos nos trabalhos de Sharaf, faz-se necessário ampliar o leque investigativo e buscar compreender como se dava a ciência no império islâmico medieval, como a cultura islâmica absorveu e passou a produzir conhecimentos, como era o contexto sociocultural e suas influências, causas e consequências no estudo da matemática.

Para atender essas expectativas, optamos por desenvolver o estudo, de caráter teórico, através da pesquisa bibliográfica, pois tal metodologia

> [...] é aquela que se realiza a partir do registro disponível, decorrente de pesquisas anteriores, em documentos impressos, livros, artigos, teses, etc. Utiliza-se de dados ou de categorias teóricas já trabalhados por outros pesquisadores e devidamente registrados. Os textos tornam-se fontes dos temas a serem pesquisados. O pesquisador trabalha a partir das contribuições dos autores dos estudos analíticos constantes do texto. (SEVERINO, 2007, p. 122).

Ou seja, a metodologia de pesquisa bibliográfica tem como principal característica o fato de que a coleta de dados é realizada na própria bibliografia sobre o tema a ser investigado. Ainda, vale ressaltar que na metodologia citada “a leitura, para análise e interpretação dos dados, é a atividade específica em todo o processo” (TOZONI-REIS, 2009, p. 26).

Neste momento da pesquisa, ainda em fase inicial de levantamento bibliográfico, além dos estudos de Rashed (1994) e de Hogendijk (1989) como norteadores, utilizaremos Rashed (1993, 1996, 2000, 2009), Hogendijk e Sabra (2003) e Al- Tūsī (1985) como fontes principais. Ainda, iremos analisar os estudos de outros historiadores da matemática islâmica medieval como Høyrup (1987), Youschkevitch (1976), King (1986) e Berggren (2003), bem como, o trabalho dos historiadores da matemática Katz e Parshall (2014).

Não somente historiadores da matemática serão analisados no trabalho. A busca pela compreensão das necessidades socioeconômicas da época, de compreensão da cultura islâmica medieval, de entendimento do contexto social exigirá a opinião de outros historiadores tais como Djebbar (2001, 2013), Khalidi (1994), Rosenthal (1992), Doak (2005), Saunders (2002) e Saliba (2007).

Resultados

Em linha gerais, devido ao caráter inicial da pesquisa, os resultados são preliminares onde surgiram mais perguntas que fatos comprobatórios ou conclusões finais e extraordinárias.

Com relação à utilização da derivada por Sharaf para investigar a existência de raízes positivas de equações cúbica, Rashed (1994) argumenta sobre o fato de al-Kashi (c. 1380-1439) conhecer uma vertente do hoje conhecido como método Ruffini-Horner de determinação das raízes de uma equação numérica. Para ele, isto de dá provavelmente devido aos estudos de algebristas islâmicos dos séculos XI e XII tais como al-Khayyam (1048-1131) e Sharaf al-Tūsī (c.1135-c.1213). Vale salientar que atualmente o método Ruffini-Horner se utiliza de condições algébricas similares as apontadas por Sharaf.

Porém, um fato nos chamou atenção. No trecho a seguir Rashed (1994) afirma que

> [...] desde o século XI, pelo menos, aritméticos como Kushyar ibn-Labban usavam as tabelas de [Sharaf] al-Tusi para extrair raízes quadradas e cúbicas. Portanto, tudo o que se pode dizer é que o método usado por [Sharaf] al-Tusi, chamado método de [Sharaf] al-Tusi, foi formulado após al-Khayyam, mas antes de [Sharaf] al-Tusi" (p. 153, tradução nossa).

Observando os períodos de vida (no site MacTutor History of Mathematics archive) dos três estudiosos citados, há algo a ser investigado detalhadamente. O correto seria Kushyar ibn-Labban (971-1029), al-Khayyam (1048-1131) e Sharaf al- Tūsī (c.1135-c.1213) em ordem cronológica. Portanto, como seria possível ibn-Labban utilizar o método de Sharaf? Qual a base cronológica utilizada por Rashed (1994) ou pelo site *MacTutor*?

Ou seja, nosso desafio está apenas no início. Há vários fatos a serem investigados e muitos outros ainda possivelmente surgirão na busca por resultados consistentes.

Considerações finais

Como mencionado, este trabalho é um relato de projeto de pesquisa em fase inicial cujo objetivo é apresentar indícios de investigação de como se desenvolvia a Álgebra no império islâmico medieval, suas influências, seus direcionamentos, o contexto sociocultural e suas implicações nos fundamentos que sustentam as teses de Rashed (1994) e de Hogendijk (1989) sobre as condições de existência de raízes positivas das equações cúbicas apontadas por Sharaf al-Tūsī.

Para atingir tal objetivo este texto se desenvolveu através de uma síntese da vida e obra de Sharaf seguido de apresentações sucintas das ideias sobre a utilização de argumentos algébricos ou geométricos, mesmo que implícitos, no estudo deste algebrista medieval.

Se Sharaf utilizou algum argumento analítico com ideias de derivada como defende Rashed (1994) ou algum método geométrico como o exposto neste texto e defendido por Hogendijk (1989) não se sabe ao certo. O debate por trás das ideias dos procedimentos de Sharaf ainda é uma questão aberta (SIDOLI; BRUMMELEN, 2014).

O que se pode afirmar é que tanto o trabalho de Sharaf al-Tūsī como a Álgebra da Idade Média no império islâmico, ainda necessitam de muito estudo. Um trabalho de pesquisa atraente, motivador e de longa duração.

Referências

AL-TŪSĪ, Sharaf. **Oeuvres mathématiques**. Edited and translated by R. Rashed. Paris: Les belles lettres, 1985.

BERGGREN, John Len. **Episodes in the mathematics of medieval Islam**. New York: Springer-Verlag, 2003.

DJEBBAR, Ahmed. **Une histoire de la science arabe**. Paris: Éditions du Seuil, 2001.

DJEBBAR, Ahmed. **L'âge d'or des sciences arabes**. Paris: Éditions Le Pommier, 2013.

DOAK, Robin S. **Empire of the Islamic World**. New York: Shoreline Publishing Group LLC, 2005.

GOMES, Severino Carlos; MOREY, Bernadete Barbosa. A Matemática islâmica na Idade Média: a álgebra de Sharaf al-Dīn al-Tūsī. **Anais do XII Seminário Nacional de História da Matemática**. Itajubá (MG): Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2017.

GREGERSEN, Erik. (Ed.). **The Britannica guide to the history of mathematics**. New York: Britannica Educational Publishing, Rosen Educational Services, 2011.

HOGENDIJK, Jan Pieter. Sharaf al-Dīn al-Tūsī: on the number of positive roots of cubic equations. **Historia Mathematica**, n. 16, p. 69-85, 1989.
HOGENDIJK, Jan Pieter; SABRA, Abdelhamid. **The Enterprise of Science in Islam**: New Perspectives. Cambridge: The MIT Press, 2003.
HØYRUP, Jens Egede. The Formation of Islamic Mathematics: Sources and Conditions. **Science in Context**. v.1, Issue 2, p. 281-329, September, 1987.
KHALIDI, Tarif. **Arabic historical thought in the classical period**. Cambridge: Cambridge University Press, 1994.
KATZ, Victor; BARTON, Bill. Stages in the history of algebra with implications for teaching. **Educational Studies in Mathematics**, v. 66, n. 2, p. 185-201, 2007.
KATZ, Victor; PARSHALL, Karen. **Taming the unknown**: history of algebra from antiquity to the early twentieth century. Princeton: Princeton University Press, 2014.
KING, David. **Islamic mathematical astronomy**. London: Variorum Reprints, 1986.
O'CONNOR, John; ROBERTSON, Edmund. **Sharaf al-Din al-Muzaffar al-Tusi**. 1999. Disponível em: <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Al-Tusi_Sharaf.html>. Acesso em: 10/03/2020.
RASHED, Roshdi. (Ed.). **Thabit ibn Qurra**: Science and Philosophy in Ninth-Century Baghdad. Berlin: Walter de Gruyter GmbH & Co., 2009.
RASHED, Roshdi. **Les mathématiques infinitésimales du IXeau XIesiècle**: Ibn al-Haytham-Théorie des Coniques, Constructions Géométriques et Géométrie Pratique. v. 3. London: Al-Furqan Islamic Heritage Foundation. 2000.
RASHED, Roshdi. **Les mathématiques infinitésimales du IXeau XIesiècle**: Ibn al-Haytham. v. 2. London: Al-Furqan Islamic HeritageFoundation. 1996.
RASHED, Roshdi. **Les mathématiques infinitésimales du IXeau XIesiècle**: fondateurs et commentateurs. v. 1. London: Al-Furqan Islamic Heritage Foundation. 1993.
RASHED, Roshdi. **The development of Arabic mathematics**: between arithmetic and algebra. Translated by Angela Armstrong. Boston: Springer, 1994.
ROSENTHAL, Franz. **The classical heritage in Islam**: arabic thought and culture. New York: Routledge, 1992.
SALIBA, George. **Islamic Science and the making of the European Renaissance**. Cambridge: The MIT Press, 2007.
SAUNDERS, John Joseph. **A History of Medieval Islam**. London: Taylor & Francis e-Library, 2002.
SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. 23. ed. São Paulo: Cortez, 2007.
SIDOLI, Nathan; BRUMMELEN, Glen Van. (Eds.). **From Alexandria, Through Baghdad**: Surveys and Studies in the Ancient Greek and Medieval Islamic Mathematical Sciences. Berlin: Springer, 2014.
TOZONI-REIS, Marília Freitas de Campos. **Metodologia da pesquisa**. 2. ed. Curitiba: IESDE Brasil S. A., 2009.
YOUSCHKEVITCH, Adolf. **Les Mathématiques arabes** (VIIIe–XVe siècles). Traducion par M. Cazenaze et K. Jaouiche. Paris: Libraire Philosophique J. Vrin, 1976.

DIDÁTICA DA MATEMÁTICA (1961): CAMINHOS PARA O ENSINO DE ÁLGEBRA

Carlos Antonio Rezende Filho
UFU
caarlosreezende@gmail.com

Cristiane Coppe de Oliveira
UFU
criscopp@ufu.br

Resumo

O presente artigo é um recorte do projeto de pesquisa de mestrado em andamento no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia. A pesquisa tem como objetivo identificar o discurso pedagógico de Malba Tahan (1895- 1974) acerca do algebrismo, apresentado na obra Didática da Matemática (1961), a fim de trazer contribuições históricas para a elaboração de uma unidade didática sobre o ensino de álgebra para o Ensino Fundamental. A obra Didática da Matemática possui dois volumes, abordando várias temáticas sobre Matemática e seu ensino, tais como: conceito e importância da matemática, algebrismo e o algebrista, matemática no curso secundário, leitura em sala de aula, o método da lição marcada, dentre outros. Durante sua trajetória Júlio César, por meio de Malba Tahan, travou uma longa batalha contra o algebrismo, termologia associada ao ensino de matemática que "aterroriza" os estudantes, afastando-os de uma aprendizagem significativa, defendendo a ideia que o algebrismo é um desrespeito à inteligência dos alunos. A etapa atual da pesquisa, consiste no estudo dos dois volumes da obra Didática da Matemática, a fim de levantarmos as principais características do discurso pedagógico de Malba Tahan no que se refere ao algebrismo. As primeiras aproximações com o tema, apontam para a constatação de que as críticas feitas por Tahan, ainda se fazem presentes na prática docente de muitos professores de matemática, que, com orgulho, se consideram tradicionais.

Palavras-chave: Algebrismo. Malba Tahan. Ensino de álgebra.

Introdução

Pesquisas em História da Matemática e em Educação Matemática vêm apresentando grande crescimento dentro do campo científico da Educação Matemática, principalmente a partir da última década de século XX. Essas pesquisas possuem diversos enfoques, como nas histórias de vida e formação de matemáticos e professores de matemática, análise de itinerários, sistemas escolares, materiais didáticos produzidos em uma determinada época, teses, teorias, críticas ao ensino de algum conteúdo, dentre outros (MENDES, 2012).

Ressaltamos que o uso da História da Educação Matemática, exercita o diálogo entre História, Educação e Matemática, recorrendo há uma vasta gama de outras áreas do conhecimento. Tal como sugere Garnica e Souza (2012),

> [...] a História da Educação Matemática visa compreender as alterações e permanências nas práticas relativas ao ensino e à aprendizagem da Matemática; dedica-se a estudar como as comunidades se organizavam para produzir, usar e compartilhar conhecimentos matemáticos e como, afinal de contas, as práticas do passado podem – se é que podem – nos ajudar a compreender, projetar, propor e avaliar as práticas do presente. (GARNICA; SOUZA 2012, p. 27).

Pensando na relação de como as práticas do passado podem nos ajudar (se é que podem), a compreender, projetar, propor, avaliar e refletir acerca das práticas do presente é que se deu a articulação deste trabalho. A investigação faz parte do projeto de pesquisa de mestrado do primeiro autor, em andamento, junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia. Tem como objetivo inicial, buscar aproximações e caminhos para o ensino da álgebra.

Olhando para o passado, durante a sua trajetória de professor, Júlio César de Mello e Souza (como Malba Tahan), travou uma longa crítica ao "*algebrismo*". Tal termo está associado ao ensino de matemática que aterroriza os estudantes, afastando-os de uma aprendizagem significativa, defendendo a ideia que o algebrismo é um desrespeito à inteligência dos alunos (SALLES; PEREIRA NETO, 2016).

Malba Tahan ainda escreveu sobre as características de um professor algebrista, definindo-o como "aquele que impõe aos alunos problemas obscuros, enfadonhos, irreais, sem finalidade prática ou teórica, com a única preocupação de tornar a matemática inacessível" (TAHAN, 1965, p. 46). Essas terminologias são dadas no primeiro volume do livro Didática da Matemática (1961) publicada por Malba Tahan, sendo resultado da experiência do autor durante os anos de exercício como professor da cátedra em Matemática.

Diante do exposto, o objetivo desta etapa da pesquisa, é apresentar o estudo da obra Didática da Matemática, a fim de levantarmos as principais características do discurso pedagógico de Malba Tahan no que se refere às críticas ao "algebrismo" e possíveis caminhos para o ensino da álgebra.

Apresentaremos neste texto, inicialmente, a vida e obra de Júlio Cesar de Mello e Souza, considerando aspectos desde sua infância na cidade de Queluz em São Paulo, passando pela a criação/evolução de Malba Tahan até chegarmos em atuais movimentos de pesquisa/extensão em Educação Matemática. Posteriormente apresentaremos a obra Didática da Matemática (1961) e a crítica ao ensino de Matemática, daquela época, caracterizados como "algebrismo", em seguida discutiremos alguns aspectos do ensino e aprendizagem de álgebra, tomando como base os documentos norteadores das práticas pedagógicas dos professores de Matemática e algumas pesquisas sobre o ensino deste conteúdo.

Seguidamente identifica-se alguns caminhos para o ensino de álgebra, que não seja considerado algebrista, relacionando com os parâmetros indicados nos documentos citados. Por fim, apresenta-se as considerações desta etapa da pesquisa.

Malba Tahan: passado e presente

A trajetória da família Mello e Souza se inicia no Brasil por volta do ano de 1755, advindos de Portugal. João de Deus de Mello e Souza, filho do Comendador Francisco José de Mello e Souza, residiu na então capital da República Federativa do Brasil, até meados do ano de 1882, quando se muda com seu irmão Irineu para a pequena cidade de Queluz no interior de São Paulo (BALLADARES, 2014).

Nesta cidade fundaram o colégio João de Deus, que possuía cerca de quarenta alunos no regime de internato. Durante esse período, o então professor João de Deus, conheceu a professora Carolina Carlos Toledo, sobrinha do tabelião Carlos da Silveira, que após algum tempo, passou a ser além de sua colega de trabalho sua esposa, ficando conhecidos então como professor Joãozinho e Dona Sinhá (VALENTIM, 2010).

Júlio Cesar de Mello e Souza foi o quinto filho do casal de professores, em um total de nove. Sendo eles: Maria Antonieta, João Batista, Laura, Julieta, Júlio, Nelson, Rubens, Olga e o caçula José Carlos. Nascido em 6 de maio de 1895. Apesar de nascido na cidade do Rio de Janeiro, sua infância foi vivida na cidade de Queluz, município no leste do estado de São Paulo, às margens do Rio Paraíba.

Na sala de sua casa, Dona Sinhá ministrava aulas primárias para um grupo de meninas e foi nesse ambiente que Júlio César obteve sua formação primária, ajudando sua mãe em atividades corriqueiras da sala de aula. Com 11 anos mudou-se para o Rio de Janeiro, após conseguir admissão no Colégio Militar. Em 1909 se transferiu para o Colégio Pedro II, em São Cristóvão, conseguindo semigratuidade como aluno interno, ou seja, morava no colégio durante a semana e retornava a sua residência aos finais de semana ou às vezes passava-os com sua tia.

Neste período Júlio César criou seu primeiro pseudônimo, Salomão IV. Salomão IV era redator e chefe do “periódico” ERRE, revistinha criada/escrita de próprio punho, que tinha a cidade de Queluz - SP como cede da redação, no período de férias escolares. Seu segundo pseudônimo foi R.V. Slady, criado aos 24 anos, quando trabalhava como office-boy no jornal *O Imparcial*, pois percebeu que ao entregar um conto assinado como J.C. Mello e Souza não ganhava a devida atenção do editor, ficando esquecido em cima de uma mesa.

Assim que a assinatura J.C. Mello e Souza foi substituída por R.V. Slady, para a sua surpresa o conto intitulado “A história dos oito pães” estava publicado com grifo, duas colunas e moldura na primeira página do jornal, conforme relatado na entrevista ao Museu da Imagem e do Som, descrita por Salles e Pereira Neto (2016).

A criação do pseudônimo Malba Tahan, não foi tão simples como o R. V. Slady. Júlio estudou muito a cultura e a linguagem árabe, criando assim o personagem Ali Iezid Izz-Eduim Ibn Salim Hank Malba Tahan, ou simplesmente Malba Tahan, originário da Arábia Saudita, nascido em 1885, morto aos 36 anos lutando pela libertação de uma pequena tribo beduínos, localizada no deserto da Arábia Central, criando assim o autor-personagem Malba Tahan.

Malba Tahan foi responsável por diversas publicações, livros, contos, revistas didáticas, periódicos dentre outros fazendo com que todo seu público acreditasse fielmente na existência de Malba Tahan. Após a descoberta, que Malba Tahan e Júlio Cesar eram de fato a mesma pessoa, o então Presidente

Getúlio Vargas, autorizou que o pseudônimo de Malba Tahan fosse inserido em seu documento de identidade.

Atualmente, a vida e obra de Malba Tahan é celebrada nas comemorações referentes ao dia 06 maio, que por meio da Lei nº 12. 835 de 26 de junho de 2013, instituiu a data de nascimento do autor como o Dia Nacional da Matemática no Brasil. O primeiro movimento para a criação de um dia para se comemorar a Matemática, se deu na cidade do Rio de Janeiro no ano de 1995, que se comemorava o centenário de Malba Tahan, passando a ser o dia 06 de maio o dia da Matemática naquela cidade.

Diversos movimentos dentro da Educação Matemática realçam as ideias e propostas de Malba Tahan, tal como o site oficial[1] do professor e escritor alimentado pela família com o apoio do grupo editorial Record. O conteúdo do site conta com a parceria do Centro de Memória da Educação (CME) da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP e o GEPEMAI – Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais, que é um grupo colaborativo constituído por professores que ensinam Matemática, tendo como coordenador o professor Sérgio Lorenzato (que foi aluno de Malba Tahan), professor emérito da Faculdade de Educação da UNICAMP.

Ainda no site encontram-se alguns trabalhos acadêmicos e publicações, que dialogam com a vida e obra de Malba Tahan. Em uma breve análise desse conteúdo, identificamos que há oito trabalhos (a maioria mestrado), que de forma empírica, dialogam com proposta para a sala de aula.

Algebrismo e a obra Didática da Matemática (1961)

O livro Didática da Matemática constitui-se por dois volumes que foram publicados no ano de 1961 pela editora Saraiva. No entanto, para esta pesquisa utilizamos a segunda edição da obra, publicada em 1965 pela mesma editora. Nos livros são abordados várias temáticas sobre Matemática e seu ensino, tais como: conceito e importância da matemática, algebrismo e o

[1] Disponível em: www.malbatahan.com.br/.

algebrista, matemática no curso secundário, leitura em sala de aula, o método da lição marcada, dentre outros.

Segundo o texto apresentado na orelha do livro, presente nos dois volumes, essa obra é resultado da experiência do autor colhida durante os anos de exercício e trabalho junto à cátedra em Matemática. Informa que apesar de ser uma obra especializada, de cunho científico, pode ser lida com agrado e prazer por qualquer pessoa, e que representa uma importante contribuição para a reformulação dos processos de ensino de Matemática.

Ao longo da obra, Tahan apresenta várias indicações bibliográficas nos dois volumes, apontando cerda de duzentos e oitenta autores e diferentes obras. Essas indicações são apresentadas por meio de abreviaturas durante os textos, cada uma delas possui também uma nota de rodapé com informações sobre a obra e o autor citado. Ao final do segundo volume do livro, são apresentados todas as indicações e referências por ordem alfabética.

Observamos que no primeiro volume, Malba Tahan abordou em quatro capítulos assuntos relacionados ao algebrista e o algebrismo, apontando a rotina e os erros cometidos pelos algebristas, a diferença entre o matemático e o algebrista, o algebrismo no Brasil e em Portugal, o algebrismo nos cursos de engenharia, a obsessão algebrista no curso secundário, o algebrismo no ensino primário, dentre outras abordagens sobre a temática.

Malba Tahan (1965, p. 59) explica que a terminologia “algebrismo” é dada de modo pejorativo, a “todo aquele que vive em função da preocupação em complicar, enegrecer e lacerar a Matemática, inventando problemas inteiramente divorciados de qualquer finalidade prática ou teórica.”

O autor acrescenta ainda que o professor de Matemática, quando é algebrista desvincula por completo da realidade e parece inspirado pela preocupação constante de torturar seus alunos. Denomina-se, de um modo geral, de algebrismo a esse acervo imenso:

> a) de teorias intrincadas;
> b) de problemas complicados, sem a menor aplicação;
> c) de cálculos numéricos trabalhosos, reloucados, dos quais o estudante nada aproveita;
> d) de questões cerebrinas fora da vida real;
> e) de demonstrações longas, complicadas, cheias de subtilezas;

> tudo, enfim, que o professor apresenta, em Matemática fora dos objetivos reais dessa ciência, com a finalidade única de complicar, dificultar e tornar obscuro o ensino da Matemática. (TAHAN, 1965, p. 61).

O algebrismo e os professores algebristas não são exclusividade apenas do Ensino Básico, Malba Tahan frisa que essa prática também é comum em cursos superiores, ilustrando sua fala com o caso do estudante de engenharia que se suicidou, após várias reprovações seguidas, em Mecânica Racional e as reprovações segundo o autor decorriam do algebrismo.

Tahan (1965) afirma que o algebrismo "envenena o ensino de Matemática e a apreciação deste conteúdo, concordando com Dewey quando observa que nove décimos dos que não gostam de Matemática, devem tal desgraça ao ensino errado que tiveram" (TAHAN, 1965, p.58).

Durante suas explicações encontra-se que muitos professores da época eram contra o algebrismo, porém se viam obrigados a ensinar aos seus alunos problemas descontextualizados, teorias e fórmulas sem aplicação e sentido, devido a imposição dos programas (o que hoje entendemos como sendo o currículo); exigência das provas e exames; exigência do curso; adestramento do cálculo; e os exercícios dos compêndios.

Combater o algebrismo não é uma tarefa fácil, pois o mesmo está escudado pela rotina, sendo quase impossível exterminá-lo integralmente do ensino e aprendizagem em Matemática, mas, de acordo com Tahan (1965) destaca-se algumas medidas que podem auxiliar no combate do algebrismo, que são elas:

> 1- revisão dos programas;
> 2- apresentação analítica dos programas;
> 3- regulamentação rigorosa das provas escritas e orais;
> 4- supressão das unidades inusitadas;
> 5- supressão dos problemas em falso;
> 6- limitação do cálculo algébrico. (TAHAN, 1965, p.129).

No que diz a respeito ao primeiro, o autor aponta a revisão cuidadosa dos programas de Matemática com o objetivo de simplificá-los, e torná-los mais vivos e mais interessantes. Para a segunda medida, explica que além da simplificação dos programas é necessário apresentar todos os pontos do programa, sob forma analítica, explicitando os conteúdos a serem estudados.

Outra medida é a de não permitir que nas provas e exames sejam cobrados dos alunos questões sobre a matéria não contida, explicitamente, no programa, ou questões que envolvam unidades inusitadas. A quinta medida é não permitir que o professor proponha a seus alunos problemas em falso, isto é, problemas com dados numéricos fora da vida real e, por fim, abolir no cálculo algébrico todas as operações com polinômios de grau superior a 3 (TAHAN, 1965).

O ensino de álgebra no Brasil

Em diversas obras escritas por Malba Tahan, encontramos referências relevantes que dialogam com as diversas áreas da matemática. No sexto volume da revista Al-Karismi (1946-1951), periódico organizado por Malba Tahan, por exemplo, temos a apresentação de um texto de autoria do professor Bento de Jesus Caraça. Ele apresenta a etimologia da palavra álgebra, esclarecendo que no começo do século IX, o árabe Mohammed *Ibn Musá Al-Khowârizmi* – Al-Karismi, se ocupava resolvendo equações do primeiro e segundo grau e das regras às quais obedeciam a essas resoluções. Relata que Al-Karismi escreveu um tratado chamado *Al-jebjr w'al mûqàbalah*, o qual se refere ao processo da passagem de um termo de um membro para o outro com a troca de sinal – *al-jebr* – e que, ao passar para as línguas europeias, denominou-se como álgebra.

Outros textos históricos, como os papiros Rhind e Moscou destacam-se como fontes que apresentam situações-problema que emergiam das práticas egípcias, como problemas de balanceamento de rações para o gado e aves, por exemplo, envolvendo o pensamento algébrico (LINS; GIMENEZ, 1997).

Ribeiro e Cury (2015) apontam que muitos desses problemas foram resolvidos por uma equação linear com uma incógnita. O método utilizado pelos egípcios na resolução dos problemas foi a regra, que ficou conhecida na Europa como regra da falsa posição, ou também, conhecido atualmente como método das tentativas.

De acordo com Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), a primeira vez que o estudo de Álgebra foi introduzido no ensino secundário brasileiro foi no início do século XIX, depois de ser formalmente discutido na Carta Régia em 19 de agosto de 1799.

Já Valente (2004) aponta que antes do ano de 1929 as disciplinas de Álgebra, Aritmética e Geometria eram os componentes curriculares da época. E que neste mesmo ano, Euclides Roxo reestruturaria, internamente, os conteúdos curriculares do Colégio Pedro II na cidade do Rio de Janeiro, nascendo, desse modo, a disciplina de Matemática no Brasil. Em âmbito nacional a disciplina foi regularizada pela Reforma Francisco Campos (1931), que teve forte influência com contribuições de Euclides Roxo, adaptando a disciplina para todo ensino secundário no Brasil.

O ensino da Álgebra desde sua implementação nos currículos até o início da década de 60 (início do Movimento da Matemática Moderna no Brasil), foi pautado em um ensino com caráter "mecânico", "reprodutivo" e com ênfase, estritamente, à utilização de regras e algoritmos, conforme observado nos exemplos elencados no trabalho de Miguel, Fiorentini e Miorim (1992).

Com a chegada do Movimento da Matemática Moderna no Brasil que visava a introdução de elementos unificadores dos campos da Matemática, a forma de conceber a Álgebra foi reformulada por professores e autores de livros didáticos, passando a ser vista de uma forma mais aplicável, tentando superar a forma reprodutiva e mecânica do ensino até então existente no campo da Álgebra (GIL, 2008).

No que tange a Educação Básica, os PCN (1997), apresentam alguns aspectos da álgebra que devem ser desenvolvidos desde as séries iniciais; porém, é nas séries finais do Ensino Fundamental que as atividades algébricas devem ser ampliadas. Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a sintaxe (regras para resolução) de uma equação (BRASIL, 1997, p. 50).

Para os PCN (BRASIL, 1997), as atividades algébricas no Ensino Fundamental devem possibilitar com que os alunos construam seu próprio conhecimento tendo como partida situações problemas que:

> Dê significados à linguagem, aos conceitos e procedimentos referentes a esse tema, favorecendo o avanço do aluno quanto às diferentes interpretações das letras. Os contextos dos problemas deverão ser diversificados para que eles tenham oportunidade de construir a sintaxe das representações algébricas, traduzir as situações por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis), e construir as regras para resolução de equações. (BRASIL, 1997, p. 122).

As atividades algébricas, segundo Kieran (1985) apud Ribeiro e Cury (2015), podem ser classificadas em três tipos: geracional, transformacional e global. No primeiro tipo, estão inseridas as atividades que possuem como objetivo a formação de equações ou expressões que podem ser representadas por generalizações ou padrões numéricos. Já no segundo tipo, a autora indica atividades baseadas em regras, que incluem, por exemplo, fatorações, redução de termos semelhantes, operações com expressões polinomiais, resolução de equações dentre outros. No que diz respeito ao terceiro tipo, são as atividades que usam a álgebra como uma ferramenta, que nem sempre são exclusivas do conhecimento matemático, tais como o estudo de variação, modelagens e resolução de problemas.

Já a BNCC (BRASIL, 2017) pressupõe que o estudo de álgebra seja responsável por um tipo especial de pensamento, o pensamento algébrico, que é essencial para a representação de modelos matemáticos na compreensão, análise e representação das grandezas quantitativas. Também, é ressaltado a importância do trabalho das dimensões desse conteúdo desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, com as ideias de regularidades, pequenas generalizações de padrões e propriedades de igualdade, relacionando neste momento, com o conteúdo de números e operações, pondera-se que não seja trabalhado com o uso de letras nos anos iniciais. Para os anos finais do Ensino Fundamental, a base curricular enfatiza o trabalho com a álgebra de modo a favorecer o pensamento computacional, associando esse conhecimento aos dos algoritmos computacionais e seus fluxogramas. Nesta etapa é aconselhável que se relacione álgebra e geometria.

Em relação as dificuldades dos alunos perante ao ensino de Álgebra, encontramos vários trabalhos que dialogam com essa temática tais como Booth (1995), Silva (2009), Mondanez (2003) e Santos (2007). Ressalta-se as dificuldades apontadas por Nobre (1996) citado por Modanez (2003):

> - dificuldade em dar sentido a uma expressão algébrica;
> - não distinguir adição aritmética (4+6) de adição algébrica (x+4);
> - não ver a letra como representando um número;
> - atribuir significado concreto às letras (5b+3b como 5 chicletes + 2 chicletes);
> - dificuldade para pensar em uma variável como significando um número qualquer;
> - interpretações diferentes para as ações que correspondem aos símbolos “+” e “=” na aritmética e na álgebra;
> - significados distintos para algumas letras na aritmética (em aritmética podemos ler 3m como 3 metros e em álgebra, como o triplo do número de metros);
> - dificuldade em passar da linguagem natural para a algébrica. (NOBRE, 1996 apud MODANEZ, 2003, p. 30).

Para sanar algumas dessas dificuldades, torna-se necessário que o professor pense em atividades algébricas que se configurem em uma ambiente propício à aprendizagem (D’AMBROSIO, 1993), podendo ter interações mais dinâmicas no processo de ensino e de aprendizagem, conforme aponta Lins e Gimenes (1997) “atividades que contribuam para o processo de produção de significados para a Álgebra”. Outro cuidado que se deve tomar é com enunciados complicados desvinculados com a realidade, fato anunciando por Tahan ao criticar o algebrismo.

Em busca de caminhos para o ensino de álgebra ou considerações

Neste tópico apresentaremos alguns caminhos para o ensino de álgebra voltados para o Ensino Fundamental, que, do nosso ponto de vista, podem auxiliar no combate ao algebrismo apresentados por Tahan e para buscar minimizar as dificuldades apontadas por NOBRE (1996) citadas por Modanez (2003). Para a busca de um desses percursos, utilizaremos as medidas que Malba Tahan, destacou no livro Didática da Matemática (1961), citadas anteriormente e que vamos relembrar a seguir:

> 1- revisão dos programas;
> 2- apresentação analítica dos programas;
> 3- regulamentação rigorosa das provas escritas e orais;
> 4- supressão das unidades inusitadas;

> 5- supressão dos problemas em falso;
> 6- limitação do cálculo algébrico. (TAHAN, 1965, p. 129).

Como nosso objetivo se entrelaça ao processo de ensino e de aprendizagem da álgebra, não são todas as medidas que dialogam com as reflexões aqui citadas, como, por exemplo, o terceiro tópico que está relacionado com o processo de avaliação da época.

A primeira e a segunda medida elencada por Tahan, que são em relação a revisão e apresentação analítica dos programas, pontua-se que, atualmente, estamos passando por uma mudança no currículo de Matemática na educação básica. Para o Ensino Fundamental já temos a BNCC, porém para o Ensino Médio esse documento ainda se encontra em formulação.

A BNCC apresenta objetivos bem delineados a serem alcançados ao final de cada ciclo. Em relação a álgebra, que o documento considera como uma unidade temática, é orientado com o trabalho desde os anos iniciais diferentemente do que era proposto pelos PCN, que enfatiza o trabalho com maior peso nos anos finais do Ensino Fundamental

Uma possibilidade durante as aulas de Matemática, é apresentar para os estudantes quais objetivos e habilidades a serem alcançados e desenvolvidos durante aquele determinado conteúdo. Acreditamos que com essa postura, os estudantes possam se colocar como sujeito ativo durante o processo de ensino e aprendizagem, se auto avaliando com os parâmetros elencados nos objetivos.

A quarta e quinta medida, que permeiam a extinção das unidades inusitadas e dos problemas em falso, pondera-se que, em relação as unidades inusitadas, não aparece em nenhum momento nas habilidades do eixo temático de álgebra alguma relação entre unidades, porém no eixo temático de grandezas e medidas, que não é o foco deste trabalho, uma das habilidades é a interpretação de textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), porém exemplifica as unidades de armazenamento e velocidade de transferência de dados.

Em relação aos problemas em falsos, desde a criação dos PCN é indicado a exploração de situações-problemas para que os alunos consigam reconhecer as diferentes funções da álgebra, representando problemas por meio de equações e inequações, por exemplo, onde essas situações devem partir do contexto dos alunos.

Porém não é difícil encontrar em alguns livros didáticos problemas que forçam uma realidade que é muito distante da maioria dos alunos, como, por exemplo, a cobrança de uma corrida de táxi, considerando a bandeira um ou dois. Na BNCC o foco é o desenvolvimento do pensamento algébrico, de modo a favorecer o pensamento computacional, relacionando esses conhecimentos com algoritmos computacionais e seus fluxogramas.

Porém conforme o último resultado divulgado do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD 2020, quatro obras foram reprovadas neste programa, onde os principais erros cometidos pelos autores, são conceituais e a não contextualização dos conteúdos.

O sexto tópico dialoga com a limitação do cálculo algébrico, Tahan criticava as operações com polinômios com grau maior que três. Com a nova reformulação do currículo de Matemática, proposto pela BNCC, não é mais obrigatório o ensino de operações com monômios e frações algébricas, que são conteúdos que possivelmente conteriam um peso maior de cálculos algébricos.

Neste documento as equações polinomiais são de primeiro e segundo grau, sempre relacionadas com a criação e solução de problemas, representação no plano cartesiano, uso de tecnologias, dentre outras metodologias. Porém, ao citar o conteúdo de expressões algébricas, como, por exemplo, encontrar o valor número dessas expressões, não é especificado o grau desses termos algébricos que podem compor as expressões, ficando a cargo do professor.

Ao voltarmos nosso olhar para as dificuldades apresentadas por Nobre (1996) citadas por Modanez (2003), cremos que um ensino de álgebra voltado ao combate do algebrismo possa auxiliar a sanar parte dessas dificuldades.

Desenvolver atividades que possibilitem a criação de significado à linguagem algébrica, aos procedimentos e aos conceitos, utilizando de diferentes recursos metodológicos e tendências da Educação Matemática, conforme apontados pelos PCN (1997), também, podem contribuir para minimizar tais dificuldades.

O desenvolvimento de trabalhos utilizando os recursos computacionais, que podem favorecer a construção do pensamento algébrico, podem ser consideradas ferramentas que contribuam para sanar a dificuldade dos estudantes no reconhecimento e trabalho com as incógnitas, por exemplo, podendo facilitar o processo de generalização.

Acreditamos que a busca por caminhos a serem percorridos no ensino da álgebra, podem ter como inspiração as críticas de Malba Tahan ao algebrismo, elegendo propostas didáticas que apoiem-se em situações vivenciadas no cotidiano dos estudantes ou de situações-problemas que possam proporcionar a produção de significados para a álgebra.

Referências

BALLADARES, Betânia Lopes. **Malba Tahan, Matemática e Histórias em Quadrinhos: produção discente de HQ´s em uma colônia de pescadores**. Porto Alegre, 2014. Dissertação - Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Universidade Federal Do Rio Grande Do Sul.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. 2. ed. Brasília/DF: MEC-SEF. Rio de Janeiro, 1997.

BRASIL. **Base nacional comum curricular**. Brasília/DF: MEC, 2017.

BOOTH, Lesley R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra In: COXFORD, Artur F; SHULTE, Albert P - **As ideias da álgebra**, tradução de H. Hygino Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

BONADIMAN, Adriana. **Álgebra no ensino fundamental**: produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas. Porto Alegre, 2007. Dissertação. Mestrado em Ensino de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

D'AMBRÓSIO, Beatriz S. – Formação de professores de matemática para o século XXI: O grande desafio. **Pró-Posições**, n. 1 (10) p. 35-40, mar.1993.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti; SOUZA, Luzia Aparecida de. **Elementos de história da educação matemática**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2012.

GIL, Kátia Henn. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra**. Porto Alegre, 2008. Dissertação – Mestrado em Educação em Ciências e Matemática – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim**. Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas. Papirus, 1997.

MENDES, Iran Abreu. Pesquisas em história da Educação Matemática no Brasil em três dimensões. **Quipu**, UFRN, v. 14, n. 1, p. 69-92, jan.-abr., 2012.

MIGUEL, Antônio; FIORENTINI, Dário; MIORIM, Maria Ângela. Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo? **Pró-Posições**, v. 3, n. 1(7), p. 39 – 54, mar. 1992.

MODANEZ, Leila. **Das sequências de padrões geométricos à introdução ao pensamento algébrico**. São Paulo, 2003. Dissertação, Mestrado em Educação Matemática. Universidade Católica de São Paulo.

RIBEIRO, Alessandro Jacques; CURY, Helena Noronha. **Álgebra para a formação do professor:** explorando os conceitos de equação e de função. 1° edição. Belo Horizonte. Autentica editora, 2015.

SANTOS, Leandra Gonçalves dos. **Introdução do pensamento algébrico**: Um olhar sobre professores e livros didáticos de matemática. Vitória, 2007. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do Espírito Santo.

SALLES, Pedro Paulo; PEREIRA NETO, Andre. Julio Cesar & Malba Tahan: criador e criatura. In OLIVEIRA, Cristiane Coppe; ANDRADE, Mirian Maria; VIANA, Odalea Aparecida; MARIM, Vlademir (orgs.) **Malba Tahan e a revista Al-Karismi (1946-1951)**: diálogos e possibilidades. Jundiaí: Paco, 2016.

TAHAN, Malba. **Didática da Matemática**. Vol 1.,São Paulo: Saraiva, 1965.

TAHAN, Malba. **Revista Al-Karismi**. Vol 6. Rio de Janeiro: Aurora, 1947.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Euclides Roxo e a modernização do ensino da matemática no Brasil**. Brasília: UnB, 2004.

VALENTIM, Maurílio Antônio. **Literatura e Matemática**: O homem que calculava, de Malba Tahan. Juiz de Fora, 2010. Dissertação – Mestrado em Letras. Centro de Ensino Superior de Juiz de Fora.

EDWIN A. ABBOTT E SUA OBRA *PLANOLÂNDIA*: A ATUALIDADE SOCIAL DE UM UNIVERSO MATEMÁTICO-LITERÁRIO

Roger Minks
IFSUL
roger-minks@hotmail.com

Rafael Montoito
IFSUL
xmontoito@gmail.com

Resumo

Este trabalho tem por objetivo trazer para o cenário da Educação Matemática e da História da Matemática um pouco sobre a vida e a obra de Edwin A. Abbott (1838-1926), professor inglês do período vitoriano, que lançou mão da linguagem matemática na composição de uma narrativa metafórica e crítica à sociedade de sua época, como bem descrita em Gay (1993), Chastenet (s/d) e Morais (2004), período em que questões acerca da utilização dos *Elementos* de Euclides permeavam o debate educacional. A partir de estudos concernentes à época e sociedade do autor, analisaremos seu livro mais célebre: *Planolândia – Uma Romance de muitas dimensões* (1884), estruturado pela geometria euclidiana, a fim de pontuar como os entes matemáticos, que vêm à vida no livro, são painéis da inferiorização da mulher e da impossibilidade de sua inserção social. As discussões contempladas neste texto dialogam com a História da Matemática, no sentido de abrir espaços para as produções e ideias matemáticas de personalidades não tão conhecidas, e com questões relativas à motivação e à interdisciplinaridade no ensino e aprendizagem de Matemática, uma vez que a literatura aqui é entendida como uma fonte histórica, conforme apontam Ferreira (2017) e Brito e Ribeiro (2013), dentre outros.

Palavras-chave: Planolândia. Geometria Euclidiana. Era Vitoriana. Mulheres na sociedade.

Introdução: dimensões matemáticas, históricas e sociais em Planolândia

Neste trabalho, primeiramente, objetivamos situar a obra literária *Planolândia – um romance de muitas dimensões*, escrita, em 1884, pelo professor inglês Edwin A. Abbott, como um texto representativo da realidade educacional inglesa do século XIX quanto às discussões da época e quanto ao ensino de geometria. Num segundo momento, a partir desta perspectiva e tomando a Literatura enquanto Fonte Histórica, deteremos nosso olhar sobre a inferiorização social imposta às mulheres no processo histórico, questão que é acercada por Abbott pelo uso da linguagem matemática em *Planolândia*. Dada a atinência ainda contemporânea desse assunto, trazer tal olhar se coaduna com a relevância de um debate amplo sobre educação cidadã e crítica, à qual a Matemática também pode contribuir (D'AMBROSIO, 1990; 2016).

Desse modo, neste artigo, que emerge como resultado de uma pesquisa[1] qualitativa de cunho bibliográfico, mobilizamos referenciais históricos a respeito do período em questão para mostrar como o autor transporta, em forma de crítica satírica, algumas questões sociais de sua sociedade – a questão feminina centralmente – para um enredo ficcional desenvolvido em um universo geométrico, alicerçado nos *Elementos* de Euclides (2009), com as personagens sendo retas e polígonos. O enredo aborda questões alusivas a conteúdos matemáticos de geometria, tema alvo, como dito, de relevantes debates pedagógicos à época da publicação de *Planolândia* na Inglaterra Vitoriana[2].

Iniciamos nossa exposição com dados biográficos de Edwin Abbott e informações sobre o panorama educacional inglês no século XIX, a fim de contextualizar o autor – e posteriormente sua obra – no debate educacional da época. Na sequência, após reflexões sobre questões relativas à motivação e à interdisciplinaridade no ensino e aprendizagem de Matemática, apresentamos um vislumbre do universo de *Planolândia* (para leitores eventualmente não familiarizados com a obra) para apontar de que formas o romance abbottiano permite tratar o papel feminino nos anos vitorianos. Como veremos, muitas das realidades do passado no que diz respeito à subserviência social das mulheres aos homens não foram fenômenos singulares da Inglaterra do século XIX, mas guardam lastimáveis similitudes com situações que podem ser percebidas ainda hoje na sociedade brasileira, dentre outras, denotando nossa concepção da atualidade social de *Planolândia*.

Anotações sobre Abbott e o panorama educacional inglês no século XIX

Edwin Abbott Abbott (Middlesex, 20 de dezembro de 1838 – Hampstead, 12 de outubro de 1926) passou a maior parte de sua vida imerso em

[1] A pesquisa que produziu o presente trabalho foi realizada com o apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (*FAPERGS*).

[2] Em termos temporais, o período vitoriano é definido pelo reinado da rainha Vitória, que ocupou o trono inglês de 1837 a 1901.

instituições educacionais prestigiadas da Inglaterra. Como estudante, frequentou, nos anos 1850, a City of London School e, aos 18 anos, em 1857, ingressou na St John's College, a terceira maior unidade universitária da Universidade de Cambridge (atrás apenas do Trinity College e do Homerton College). Nessa faculdade, estudou os Clássicos e obteve uma indicação para professor associado (*fellow*), em 1862, após obter, um ano antes, a medalha *Senior Classics* em honra aos seus profundos conhecimentos sobre do mundo greco-romano. A permanência de Abbott em Cambridge como *fellow* foi breve, pois em 1863 renunciou a sua pretensão a uma cátedra para desposar Mary Elizabeth Rangeley – à época, o matrimônio não era permitido aos professores da St John's College.

Todavia, Abbott permaneceu dedicado à docência e, entre 1863 e 1865, lecionou em outras instituições: primeiro no King Edward's School, na cidade de Birmingham, e posteriormente no Clifton College. Esta era uma escola independente de Bristol fundada há pouco (em1862) que rapidamente se notabilizou por ser uma das poucas escolas públicas da época a ter seu enfoque em ciências e não no estudo dos Clássicos, bem como por sua postura liberal frente a alguns elitismos sociais – aceitando alunos judeus, por exemplo. Abbott tornou-se diretor da City of London School, sua antiga escola, no ano de 1865 e, no seu comando, foi o responsável por vários avanços curriculares, permanecendo no cargo até sua aposentadoria em 1889. Nesse contexto:

> Sua grandeza como educador derivou em parte da sua organização de novos métodos de instrução, em parte por inserir muitas inovações no currículo escolar, e, em parte, pelo que simplesmente pode ser chamado de genialidade para ensinar. Possuindo uma reverência pelas ciências físicas que não era frequentemente encontrada entre os acadêmicos clássicos de sua época, Abbott criou um curso de química elementar compulsório em toda a escola superior [3]. (O'CONNOR; ROBERTSON, 2005, *tradução nossa*).

[3] A escola superior (upper school) trata do ensino secundário, para adolescentes a partir de cerca de catorze anos (O'CONNOR; ROBERTSON, 2005).

Foi de seu assento como diretor escolar que Abbott escreveu[4] o romance *Planolândia,* de 1884, o qual obteve sucesso imediato na Inglaterra quando publicado, motivando o lançamento de uma segunda edição ainda no mesmo ano (1884). Por ele, Abbott consagrou-se no gosto popular. No decorrer desse trabalho, exploraremos algumas facetas do livro que, a nosso ver, são de interesse para a História da Matemática e, também, para a Educação Matemática numa perspectiva contemporânea. Porém, antes, à luz desses breves comentários biográficos sobre o autor, gostaríamos de contextualizá-lo em sua própria época, a fim de realçar nossos olhares históricos sobre *Planolândia.*

Como vimos, Abbott possuía, enquanto docente, administrador escolar e autor, inserção na esfera educacional de sua sociedade, a qual experimentava, em vários aspectos da vida cotidiana, mudanças sem precedentes impulsionadas pela Revolução Industrial (GAY, 1993; MORAIS, 2004; CHASTENET, [s/d]): as novas técnicas e tecnologias, os novos postos de trabalho, em suma, o novo modo de viver, ensejaram discussões sobre novidades em educação (MONTOITO, 2013). Nessa conjuntura, a Geometria foi alçada ao centro de um debate pedagógico relevante.

Conforme apontam Howsam et al. (2007), ao longo do século XIX, na Inglaterra, a Geometria serviu de lócus para debates considerados urgentes acerca do papel da educação em tempos de alfabetização em massa.

> A geometria emergiu como parte central da educação do cavalheiro inglês no século XVIII; no período vitoriano, a geometria também estava se tornando uma parte importante da educação de artesãos, crianças em internatos, assuntos coloniais e, em menor grau, mulheres[5]. Muitos segmentos da população alfabetizada deveriam, ou eram incitados a, estar familiarizados com geometria suficiente para, pelo menos, realizar uma variedade de tarefas práticas, e uma ampla gama de material educacional foi produzida de acordo. (HOWSAM et al., 2007, p. 268, *tradução nossa*).

Até meados do século XIX a obra *Os Elementos*, de Euclides, dominou a educação em geometria na Inglaterra, enquanto os principais países da Europa

[4] Abbott ainda foi autor de vasta produção sobre literatura, filosofia, linguística e teologia. Suas produções podem ser conferidas no artigo de O'connor e Robertson (2005).
[5] Esta referência às mulheres insere-se nas perspectivas de inferiorização feminina abordadas no decorrer do texto.

continental já empregavam manuais alternativos por considerarem Euclides ultrapassado. As rusgas do continente com Euclides, especialmente na França e na Prússia, e que contaminaram a Grã-Bretanha, residiam na opinião de reformistas matemáticos que sustentavam não apenas a desatualização de *Os Elementos* quanto ao seu conteúdo, mas também que a abordagem a partir do livro era inadequada para aprendizes dos mais variados segmentos (HOWSAM et al., 2007).

Permeando o debate estavam as diferenças de interesse entre a elite e as classes de trabalhadores quanto à apreensão da Geometria. Na educação da elite, a geometria euclidiana era ensinada como parte de uma educação liberal, interessada mais nos hábitos mentais que o rigor dos *Elementos* inculcava (ou pensava-se inculcar) do que no conteúdo oferecido; os artesões, por sua vez, tendiam a enfatizar o valor prático do conhecimento geométrico "porque era assumido pela maioria dos comentaristas que os artesões estavam interessados em Geometria principalmente para fins instrumentalistas" (HOWSAM et al., 2007, p. 269, *tradução nossa*).

De fato há, a partir da década de 1820, uma política de classe que distingue a Geometria praticada pela elite social e a Geometria "técnica" tratada na formação de, por exemplo, jovens aprendizes (HOWSAM et al., 2007). Essas distinções e desavenças acerca da abordagem pedagógica produziram na Inglaterra uma profusão de materiais, sendo que na segunda metade do século XIX havia nada menos que 73 publicações distintas para o ensino da Geometria (PRICE, 1994), as quais reconheciam o valor do ensino da obra euclidiana, porém o taxavam como sendo difícil e ultrapassado para o perfil dos alunos daquela época.

A elaboração de um novo e adequado manual para o ensino deste conteúdo – buscando consenso em torno de um único texto, assim como o Euclides de outrora – foi pauta importante da AIGT (*Association for the Improvement of Geometrical Teaching* ou, em português, *Associação para a Melhoria do Ensino de Geometria*) e a avaliação dos novos manuais virou uma contenda científica do período, na qual alguns matemáticos se declaravam a favor da manutenção de Euclides e, outros, expressamente contrários (MONTOITO; GARNICA, 2015).

Foi nesse panorama envolvendo discussões atinentes à obra de Euclides que Abbott escreveu *Planolândia* em 1884, transcorridos 13 anos de atuações da AIGT (fundada em 1871), mobilizando elementos compositivos das figuras planas (tais como lados, ângulos e área) e suas projeções para dar o tom matemático do romance.

Entendemos que a apropriação da geometria euclidiana por Abbott para construir através dela um universo social de fantasia matemática não está dissociada da influência do momento histórico sob o autor. Momento em que, como vislumbramos, havia uma luta entre "a matemática inglesa e continental, entre tradição e reforma na pedagogia, entre ideias aristocráticas e artesãs sobre educação, entre conhecimento abstrato e prático" (HOWSAM et al., 2007, p. 268, *tradução nossa*). Esse é um olhar da obra enfocado pela perspectiva histórica. Porém, é possível tomarmos, também, como ponto de referência para a observação, justamente o contrário: a partir da obra, identificar elementos do enredo que sejam significativos para a apreensão da factualidade subjacente associada a uma sociedade e época – ao consideramos *Planolândia,* a cotejamos com o período vitoriano.

Para empreender este olhar que admite a Literatura como expediente plausível dentre as fontes históricas, remetemos à Ferreira (2017) e a compreensão de que não se trata de escolher um tipo de fonte em detrimento de outro, mas utilizar tantas quanto forem preciso e estiverem disponíveis para entender o objeto histórico que se deseja conhecer. Estamos diante, pois, de uma evolução do fazer historiográfico que a passa a acolher a Literatura enquanto fonte histórica em adição aos demais documentos consagrados (atas, legislação, ofícios, etc) (FERREIRA, 2017). Dentre outros referenciais que contribuem para alicerçar a Literatura no campo da pesquisa historiográfica em Educação Matemática, destacamos os trabalhos desenvolvidos por Brito e Ribeiro (2013), Montoito (2013) e Oliveira (2015).

Nesse sentido, emerge o entendimento de que não há obra que não estabeleça quaisquer relações com o mundo e que nada dele diga. A relação entre sociedade e texto literário é uma expressão do autor como sujeito histórico e de sua versão sobre o tempo vivido (NEVES, 2004). Exploramos aqui alguns aspectos da versão abbottiana, em *Planolândia*, relativamente ao período histórico inglês do qual advém o livro e que desse, em grande medida, trata.

Compêndio sobre *motivação* no ensino e interdisciplinaridade

O viés histórico abordado, tomando a literatura como fonte para trazer olhares interpretativos sobre *Planolândia*, orienta o movimento de compreensão do diálogo intrínseco à obra com sua época. Mas há outros dois vieses, inter-relacionados no nosso entendimento, que motivam nossos estudos sobre o livro: a motivação e a interdisciplinaridade no ensino e aprendizagem de Matemática em uma perspectiva contemporânea.

Ainda que a discussão dessas questões de ensino destoe dos objetivos centrais desse artigo, razão pela qual não nos aprofundaremos no tema, consideramos válido pontuar, mesmo que de maneira compendiosa, alguns encaminhamentos nesse sentido.

No breve panorama descrito anteriormente sobre as questões do ensino da geometria euclidiana no século XIX, aludimos às reservas que os países continentais possuíam para com Os Elementos. Dentre as críticas, na França, onde já se adotara o livro *Élements de Géometrie* de Legendre, Jacques Demogeot e Henry Montucci, que haviam sido enviados em 1866 para a Grã-Bretanha a fim de analisarem o sistema de ensino britânico, publicaram o resultado de suas pesquisas comparativas, apontando que o uso de Euclides como livro-texto exercitava somente a memória, não a inteligência, e que sua lógica era robusta, mas seu tratamento era tedioso (MONTOITO, 2013, p. 381-382).

Conquanto que por outros motivos, o fastio experimentado por muitos estudantes ao aprender Matemática é ainda um fenômeno moderno, e os sentimentos dos mesmos não deixam de interferir em suas relações de aprendizagem: o que deveria ser encantamento se torna, às vezes, *matofobia* (ALBARELLO, 2014; FELICETTI, 2007).

> Há uma palavra chave, denominada *motivação*, que se assemelha a um enigma que precisa ser desvendado em cada época, em cada ambiente de ensino. Na Matemática, este enigma parece ainda mais difícil de ser desvendado, pois a racionalização exigida pela disciplina escolar tende a conduzir os alunos a um mundo de objetividade que, desprezando muitas vezes a criatividade, a intuição e a imaginação, desmotiva o estudante, o qual se vê reduzido a um repetição de processos e fórmulas que lhe são destituídas de significado. (MONTOITO, 2007, p. 11).

Nesse sentido, “para enfrentar as dificuldades com o ensino de Matemática, mais do que despertar o interesse pelas suas aplicações práticas, é fundamental desvelar sua beleza intrínseca” (MACHADO, 2012, p. 13). Afinal, um tratamento unicamente formalista e compartimentado mina a apropriação significativa do conhecimento pois,

> privilegiando o cálculo, a objetividade e a lógica e recusando tudo que é entendido como ilusório, fantasioso e irreal, o ensino formal opera uma redução em relação às potencialidades cognitivas do sujeito humano. Isso porque somos constituídos por dois itinerários do pensamento que se parasitam permanentemente: um empírico-lógico-racional, outro mítico-simbólico-mágico. Qualquer redução de um desses polos do espírito ao outro compromete a amplitude de nossas concepções de mundo, nos faz andar com uma perna só. O ilusório sozinho nos encerra no delírio. A razão sozinha se torna racionalização, se embrutece, fica cega para tudo o que não é cálculo, regra, lógica. (ALMEIDA, 2006, p. 12).

No nosso pensar, o binômio Literatura-Matemática pode contribuir para união dos dois polos descritos por Almeida (2006) numa Educação Matemática significativa ao trazer, para este campo, os *romances matemáticos* – neste trabalho, o de Abbott –, entendendo estes como a literatura que, explícita ou implicitamente, apresenta personagens e enredos que podem ser interpretados matematicamente, possibilitando o desenvolvimento do raciocínio matemático do leitor e/ou permitindo adentrar em conteúdos de Matemática (MONTOITO, 2007). A inserção da Literatura pode ser significativa ao considerarmos que

> [...] as histórias são importantes porque ensinam; educam; ampliam o conhecimento; provocam reflexões pessoais e coletivas; despertam sentimentos adormecidos; comovem; propiciam momentos de ludicidade; alimentam a cognição, o espírito e a alma; transmitem valores; recriam a memória; ativam a imaginação; aliviam as dores do coração, auxiliando na transformação pessoal e na cura dos ferimentos psíquicos; mantêm viva a tradição e expandam a linguagem, enriquecendo o vocabulário. Elas permitem, ainda, extrapolar os limites da compreensão lógica sobre o mundo, rompendo, assim, com o nosso modelo de educação escolar. (FARIAS, 2006, p. 30).

Falar do binômio Literatura-Matemática para o ensino pressupõe uma pedagogia interdisciplinar. Isto porque, além desse binômio aglutinar duas disciplinas curriculares, a Literatura é produção cultural que abarca, de obra para obra, inesgotáveis aspectos do fazer humano que não podem ser reduzidos ao escopo de um único saber. Também, porque o tratamento ensimesmado da Matemática escolar, pautado por um ensino compartimentado, deve dar lugar a diálogos entre disciplinas, se almejamos uma educação significativa na construção da cidadania (D'AMBROSIO, 2016).

Assim, os romances matemáticos têm o potencial de se constituírem como palcos nos quais se interpretam tais diálogos interdisciplinares, atuação na qual se possa realçar que “a educação tem um compromisso com a formação e o desenvolvimento humano global, em suas dimensões intelectual, física, afetiva, social, ética, moral e simbólica” (BRASIL, 2017, p. 16).

Adentrando o romance matemático de Abbott, visitaremos agora *Planolândia*, expondo as características desse mundo geométrico, bem como os seus conflitos sociais, a fim de apontar outras questões históricas e educacionais que se podem depreender dessa obra.

Uma breve visita à trama de Planolândia: olhares matemáticos e sociais

O universo social criado por Abbott em *Planolândia* representa as personagens por figuras geométricas bidimensionais que habitam um plano infinitamente comprido e largo – o mundo de Planolândia. A história é narrada em primeira pessoa por uma de suas personagens, o Quadrado, que descreve os aspectos de seu mundo:

> Imagine uma grande folha de papel sobre a qual linhas retas, triângulos, quadrados, pentágonos, hexágonos e outras figuras, em vez de ficarem fixos em seus lugares, movem-se livremente em uma superfície, mas sem o poder de se elevarem sobre ela ou de mergulharem abaixo dela, assim como as sombras – só que com bordas firmes e luminosas. Assim você terá uma noção bem correta de meu país e de meus compatriotas. (ABBOTT, 2002, p. 6).

A posição social, ou casta, dos habitantes de Planolândia é determinada pelo número de lados que a figura possui, bem como por sua regularidade. A base da pirâmide social criada por Abbott é composta por triângulos isósceles, que são soldados e trabalhadores de classe baixa. A classe média é composta por triângulos equiláteros. Acima destes, os profissionais graduados e cavalheiros são os Quadrados (onde se enquadra nosso personagem principal) e os pentágonos. Finalmente, a nobreza, que por sua vez possui muitas gradações, começa pelos hexágonos e se estende aos demais polígonos. Contudo, o ápice da pirâmide é reservado aos círculos, que são os sacerdotes e líderes da sociedade, sendo o mais importante o Círculo Cardeal. Essa dignificação maior conferida aos círculos vem na esteira da atribuição de importância a partir do número de lados, o que resgata, em sua essência o método do cálculo da área de uma circunferência pelo processo de exaustão, historicamente atribuído ao grego Eudoxo (BOYER, 1996). Entretanto, as mulheres se encontram em uma posição à parte. Neste mundo plano, as mulheres são apenas linhas retas, ficando totalmente à margem da classificação social, baseada no número de lados do polígono.

Percebe-se que Abbott enfatiza as diferenças geométricas associadas ao status social na construção de uma ordem poligonal de castas. Ao atrelar valor crescente a cada polígono, tomando sua quantidade de lados e sua regularidade, o autor estabelece uma tessitura na qual o prefixo “poli”, ou seja, “muitos”, ganha importância central em todo o ordenamento da sociedade geométrica de *Planolândia*. A diferente natureza feminina, constituída por linhas retas, acarreta nessa perspectiva acentuada segregação a tal ordenamento relegando às mulheres, por conseguinte, posição de inferioridade a todo e qualquer homem – mesmo o triângulo isósceles mais irregular encerra em seu corpo uma área, o que ao corpo feminino é impossível. Desse modo, elas

> Não tendo qualquer pretensão a um ângulo, por serem inferiores, nesse aspecto, ao mais baixo dos isósceles, são por consequência totalmente desprovidas de capacidade mental, e não tem ponderação, discernimento nem premeditação e quase nenhuma memória. (ABBOTT, 2002, p. 15).

Este conceito planolandês concernente às mulheres as destina exclusivamente à vida doméstica, a cuidar da casa, do marido e dos filhos. Suas opiniões relativas a qualquer questão além da vida familiar não despertam interesse e são tidas como irrelevantes por parte dos homens, sendo que os maridos encaram severamente as manifestações dos pensamentos das mulheres como uma impertinência.

> O tato e a habilidade necessários para desviar o ferrão[6] de uma mulher não estão à altura da tarefa de calar a boca feminina, e como a esposa não tem absolutamente nada a dizer e absolutamente nenhuma inteligência, senso ou consciência que a impeçam de falar, não poucos cínicos asseguraram preferir o perigo do ferrão mortífero, mas inaudível, à sonoridade do outro extremo da mulher. (ABBOTT, 2002, p. 18).

A existência meramente doméstica das femininas retas de *Planolândia*, sua subserviência imposta pelos maridos e sua conformação física pouco prestigiada pelos homens dominantes dessa sociedade plana fazem parte de uma sina engendrada pelo autor como sendo insuperável, no sentido de que

> um macho do tipo mais baixo de isóscele pode ter a expectativa de alguma melhoria sem seu ângulo, e, no final, a ascensão de toda a sua aviltada casta, mas nenhuma mulher pode alimentar tais esperanças para seu sexo. "Uma vez mulher, sempre mulher", é uma lei da natureza, e as próprias leis da evolução parecem suspensas em seu detrimento. (ABBOTT, 2002, p. 18).

Embora ficcional, o texto de Abbott remete, quando lido como metáfora, à acomodação social imposta às mulheres inglesas nos anos vitorianos, tempo e sociedade vividos pelo autor. As distinções sociais, os ofícios prestigiados, os espaços intelectuais e até mesmo o direito de meramente opinar sobre questões da vida pública eram prerrogativas de quase absoluto monopólio masculino durante o período vitoriano, a despeito de ser uma mulher a ocupar a chefia de Estado da então maior potência mundial – mulher que emprestaria seu nome a uma Era notável da história inglesa. Nessa era, a Revolução Industrial transformava a Inglaterra na "oficina do mundo", em anos do esplendor de um império no qual "o sol

[6] A ideia de "ferrão" enquanto arma mortal está associada à forma das mulheres uma vez que, sendo linhas retas, elas "são consideradas de difícil visualização em Planolândia, pois se estivermos olhando para elas a prumo, identificaremos apenas um ponto (...). As linhas femininas são tão esguias e afiadas que podem, ao colidirem de ponta, perfurar e atravessar as demais figuras geométricas, acarretando suas mortes" (MINKS; MONTOITO, 2018, p. 716); por este motivo se entende, também, que as mulheres são entes perigosos, capazes de ameaçar os homens.

nunca se punha" dada sua vastidão pelos arrabaldes do globo (FLORES; VASCONCELOS, 2000), tempo em que novas profissões e novos fazeres técnicos e intelectuais floresciam em velocidade jamais vista. Isso tudo, porém, paradoxalmente,

> empurrou as mulheres burguesas para longe das atividades econômicas visíveis. Os anos vitorianos assistiram a um apreciável abandono dos postos avançados que as mulheres haviam começado a conquistar nos tempos do Iluminismo. A espetacular difusão da prosperidade e do tempo ocioso entre as classes médias que acompanhou esses explosivos levantes [7] permitiram que um número cada vez maior de maridos mantivessem suas esposas em casa. (GAY, 1993, p. 293).

Passa-se a perceber na sociedade vitoriana uma clara "separação da vida cotidiana em duas esferas distintas de atuação: uma, regida pelo homem e o trabalho fora de casa, outra, completamente diferente, em que atuava a mulher com seus deveres de esposa e dona de casa" (MORAIS, 2004, p. 28). Em *Planolândia*, onde "tornou-se uma espécie de instinto entre as mulheres [...] mães e filhas manterem constantemente seus olhos e bocas voltados para o marido e os amigos homens" (ABBOTT, 2002, p. 17), não cabe às linhas retas (as mulheres) qualquer atuação fora da esfera doméstica, praticamente o mesmo que sucedia na realidade vitoriana, na qual

> essa divisão em esferas diferentes implicou necessariamente a inferiorização da mulher, já que à sua personagem era praticamente negado o acesso à vida pública, ao estudo, à participação nos assuntos da comunidade de modo geral. Associava-se a moralidade à mulher e o intelecto ao homem. (MORAIS, 2004, p. 28).

Aliás, no século XIX, cientistas realizavam estudos de antropometria e craniometria buscando demonstrar, cientificamente, a crença da inferioridade intelectual das mulheres; aspecto também inserido à narrativa de *Planolândia* quando as mulheres são descritas, conforme visto, como seres de inteligência desprezível. Nesse sentido, na Inglaterra, do ponto de vista da educação escolar, oferecia-se às mulheres (pertencentes às famílias que pudessem arcar com os custos) instrução que reforçasse seu caráter frágil, com ênfase em bordados e atividades para a organização do lar (MORAIS, 2004).

[7] Gay (1993) refere-se principalmente à Revolução Industrial nessa passagem, advento junto ao qual contextualiza o papel social feminino no período.

Considerações Finais

As considerações que apresentamos até aqui sobre a leitura de *Planolândia* como um painel metafórico que trata da inferiorização da mulher à época da publicação da obra pretendem denotar, tomando o romance matemático de Abbott como objeto, as investigações possíveis que habilitam a Literatura enquanto fonte histórica, à luz dos referenciais indicados previamente. Ao entrelaçar a Literatura com outras fontes, a leitura de uma obra literária permite ao investigador um olhar outro, não convencional, de elementos da História inoculados na ficção. É possível perceber no livro de Abbott que a época impregna a obra em si e esta, ao ser impregnada, cria possíveis retratos e reflexos da época.

Essa abordagem diferenciada para estudos em historiografia se nutre na importância da História Cultural e Social e na constatação de que

> tudo é texto, já que tudo é linguagem. São textos as obras dos poetas, os livros sagrados da Índia, os templos e os mausoléus, as imagens tântricas de Bengala, o caráter nacional mexicano, o cinema de Buñuel, a experiência mística e o ascetismo, os ideogramas, o corpo como metáfora do cosmos, as drogas, o espaço como um sistema de sinais. (LEITE, 1986, p. 19).

Embora a aproximação inicial que *Planolândia* permite com a Matemática seja sua estrutura geométrica e seu enredo matemático do início ao final (muito mais rico e detalhado que o espaço de um artigo nos permite expressar), e ainda que a aproximação do livro com a História da Matemática se insira principalmente nas já abordadas discussões sobre o ensino da Geometria Euclidiana no período vitoriano, modernas à data da publicação de Abbott, estas aproximações não são únicas. Além, a própria abordagem histórica da inserção social feminina apresentada por Abbott, e por nós cotejada com fontes e referenciais convencionais, permite aproximação com a Educação Matemática e inserção em discussões sociais atinentes à atualidade.

Essa premissa acerca do vínculo possível com a Educação Matemática é inspirada no estabelecido por D'Ambrósio (1990) quanto à importância de tratar a Matemática considerando aspectos de diversos contextos sociais e culturais, bem como orientar a educação para uma sociedade que, sempre em transição, requer hoje mais do que nunca uma visão holística do conhecimento e amplos espaços para a criatividade e para as justas relações humanas e éticas (D'AMBROSIO, 2016).

A partir dessa apropriação plural da Matemática, e aqui acercando-nos de *Planolândia*, podemos empreender reflexões sobre o cerceamento científico praticado contra as mulheres ao longo da História. Pertinente indicar que em 1910, 26 anos após Abbott publicar sua obra, havia somente cerca de "1000 mulheres ocupando as carteiras universitárias de Oxford e Cambridge, não lhes sendo, contudo, permitida a atribuição de nenhum título" (MORAIS, 2004, p. 66).

Quanto à atinência da atualidade do assunto, podemos ressignificar *Planolândia* para discutir as dificuldades de inserção social das mulheres, em paridade com os homens em direitos e reconhecimento, ainda modernamente constituintes da realidade de muitos países, inclusive o Brasil (ONU, 2017). As dinâmicas do mundo do trabalho bem ilustram o menosprezo, de há muito tempo, aos postos femininos e, ao olhar o alambrado histórico brasileiro, similar ao de outros povos nesse assunto, percebemos que "da variação salarial à intimidação física, da desqualificação intelectual ao assédio sexual, elas tiveram sempre de lutar contra inúmeros obstáculos para ingressar em um campo definido – pelos homens – como naturalmente masculino" (CALIL, 2000, p. 21). *Planolândia* pode ajudar, via Matemática, a problematizar estas questões e, quiçá, ultrapassá-las.

Referências

ABBOTT, E. A**. Planolândia*:*** um romance de muitas dimensões. São Paulo: Conrad, 2002.

ALBARELLO, Q. R. S. **Um olhar sobre a matemática: fobia ou encantamento?** Frederico Westphalen, 2014. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões.

ALMEIDA, M. da C. de. Prefácio - Um alpendre lilás para a Educação. In: FARIAS, C. A. **Alfabetos da alma:** histórias da tradição na escola. Porto Alegre: Sulina, 2006.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNC C_20dez_site.pdf. Acesso em: 17 mar. 2020.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgar Blücher, 1996.

BRITO, A. de J.; RIBEIRO, M. A. História da educação e literatura: possibilidades de relações. **Bolema**, v. 27, n. 45, p. 97-116, 2013.

CALIL, L. E. S. **História do trabalho da mulher**: aspectos histórico-sociológicos do início da república ao final deste século. São Paulo: LTr Editora, 2000.

CHASTENET, J. **A vida quotidiana em Inglaterra no começo da era vitoriana (1837-1851**). Lisboa: Livros do Brasil, (s/d).

D'AMBROSIO, U. **Educação para uma Sociedade em Transição**. São Paulo: Livraria da Física, 2016.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática**. São Paulo, SP: Editora Ática, 1990.

EUCLIDES. **Os Elementos**. São Paulo: UNESP, 2009.

FARIAS, C. A. **Alfabetos da alma**: histórias da tradição na escola. Porto Alegre: Sulina, 2006.

FELICETTI, V. L. **Um estudo sobre o problema da MATOFOBIA como agente influenciador nos altos índices de reprovação na 1ª série do Ensino Médio**. Porto Alegre, 2007. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

FERREIRA, A. C. A fonte fecunda. In: Pinsky, C. B., Luca, T. R. de (Orgs). **O historiador e suas fontes**. São Paulo: Contexto, 2017. p. 61-91.

FLORES, E. C.; VASCONCELOS, I. H. G. de. **A era vitoriana***:* a duração de um reinado. São Paulo: FTD, 2000.

GAY, P. **A experiência burguesa da rainha Vitória a Freud – O cultivo do ódio**. São Paulo: Companhia das Letras. 1993.

HOWSAM, L.; STRAY, C.; JENKINS, A. *et al*. What the Victorians Learned: Perspectives on Nineteenth-Century Schoolbooks. **Journal of Victorian Culture**, Oxford, Reino Unido, v. 12, n. 2, dez. 2007.

LEITE, S. U. **Crítica clandestina**. Rio de Janeiro: Livraria Taurus Editora, 1986.

MACHADO, N. J. **Matemática e educação:** alegorias, tecnologias, jogo, poesia. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2012. (Coleção questões da nossa época; v. 43)

MINKS, R.; MONTOITO, R. Projeções sociais e educacionais no universo geométrico do livro Planolândia, de Edwin Abbott: elos entre Literatura e Matemática. *In*: Encontro Gaúcho de Educação Matemática, 13., 2018, Santa Maria. **Anais** [...] Santa Maria: UFSM, 2018. v. 4, n. 1, p. 711 – 719.

MONTOITO, R**. "Euclid and his modern rivals" (1879), de Lewis Carroll: tradução e crítica**. Bauru, 2013. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência) – Universidade Estadual Paulista.

MONTOITO, R; GARNICA, A. V. M. Lewis Carroll, a educação e o ensino de geometria na Inglaterra vitoriana. **História da Educação**, Porto Alegre, v. 19, n. 45, p. 7-25, jan./abr. 2015.

MONTOITO, R. **Uma visita ao universo matemático de Lewis Carroll e um (re)encontro com a sua lógica nonsense**. Natal, 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

MORAIS, F. C. **Literatura Vitoriana e Educação Moralizante**. Alínea. 2004.

NEVES, M. S. Literatura: prelúdio e fuga do real. **Tempo**, v. 9, n. 17, p. 79-104, 2004.

O'CONNOR, J. J.; ROBERTSON, E. F. Edwin Abbott Abbott. 2005. Disponível em: http://www.history.mcs.standrews.ac.uk/Biographies/Abbott.html. Acesso em: 10 nov. 2018.

OLIVEIRA, A. G. **Memórias das aritméticas da Emília**: o ensino de aritmética entre 1920 e 1940. Rio Claro, 2015. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista.

ONU. 16 fatos sobre desigualdades entre homens e mulheres. **Nações Unidas**, 30 nov. 2017. Disponível em: https://nacoesunidas.org/onu-16-fatos-sobre-desigualdades-entre-homens-e-mulheres/. Acesso em: 15 abr. 2020.

PRICE, M. H. **Mathematics for the Multitude?** A History of the Mathematical Association. Leicester: The Mathematical Association, 1994.

ENSAIOS HISTÓRICOS SOBRE A PRESENÇA DA MATEMÁTICA NA IMPRENSA CIENTÍFICA MILITAR EM PORTUGAL (1849-1914)

José Luiz Assis
IHC-CEHFCI
joselassis@gmail.com

Resumo

Desde sempre a Matemática como ciência ocupou um lugar importante nos estabelecimentos de ensino militar e em áreas consideradas fundamentais à modernização dos Exércitos. Com este estudo centrado na Imprensa Científica Militar – 24 periódicos técnicos e científicos com um número de entradas de 8481 artigos entre 1849-1918 – tutelada pelo Exército e Marinha pretendemos dar a conhecer o perfil individual da Matemática como ciência no que respeita à estatística do número de artigos editados por áreas do conhecimento «*Matemática. Ciências Exatas*», tema «*Matemática*» e esta como ciência auxiliar imprescindível a outras áreas do saber militar como as Engenharias, a Oceanografia, a Hidrografia, a Construção Naval, a Astronomia, a Mecânica, a Topografia e a Geodesia.

Palavras-chave: Exército. Marinha. Ciência. Imprensa. Matemática.

Introdução

O presente estudo “Ensaios Históricos sobre a Presença da Matemática na Imprensa Científica Militar em Portugal (1849-1918)”, apresentado ao 8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, surgiu a partir da investigação realizada no âmbito do Doutoramento subordinada ao tema *Militares, Ciência & Técnica: Circulação e Trocas Internacionais* 1849-1918.

As primeiras décadas do século XIX foram assinaladas por um aumento significativo do número de publicações periódicas em todo Mundo. A imprensa científica militar acompanhou esse paradigma, ocupando um papel determinante no desenvolvimento do pensamento científico. Nessa imprensa, o conhecimento publicado oferecia aos cientistas a possibilidade de alcançar públicos cada vez mais amplos e especializados. Desse modo, teve uma função primordial como órgão de profissionalização e institucionalização de comunidades científicas, bem como da construção da imagem pública do cientista e da própria Ciência. Devemos assinalar que foi nela que alguns dos trabalhos científicos mais importantes do século XIX foram publicados, de que é exemplo a obra de John Tyndall *Fragments Scientifiques*[1]. A imprensa periódica apresenta-se como uma fonte muito importante para os historiadores da ciência, embora os estudos sobre a relação entre a Ciência e a Imprensa sejam uma realidade com cerca de pouco mais de três décadas. Foi a imprensa que deu a conhecer as novas descobertas científicas e tornou clara a influência e o poder da comunidade científica em conjunturas de conflito militar e de modernização das infraestruturas das nações.

A instituição militar, através da imprensa, constituiu-se num divulgador importante de ciência e técnica em Portugal entre o início da segunda metade do século XIX e o final da Primeira Guerra Mundial. Distinguiu-se no progresso das infraestruturas nacionais e na formação de uma elite portuguesa que acompanhou, de muito próximo, os desenvolvimentos científicos e técnicos que ocorreram na Europa, bem como nos Estados Unidos da América. Elegeram como áreas de especialização a Engenharia, a Geodesia, a Astronomia, a Mecânica, a Física, a Química, a Matemática, a Hidrografia, a Oceanografia, a Topografia e a Construção Naval, entre outras. Os militares perceberam a importância de fundarem novos periódicos de divulgação de conhecimentos científicos e técnicos, tanto através da imprensa nacional como da internacional. Nelas publicaram artigos científicos e relataram as missões científicas e técnicas realizadas aos países estrangeiros. A imprensa militar, numa época marcada pela modernização acelerada do País e da instituição militar, teve um papel fundamental na implementação de um discurso científico e técnico; discurso quase sempre adaptado por engenheiros militares à realidade portuguesa da época. Esta imprensa funcionou como a essência modernizadora da instituição militar, apresentando-a como um organismo vivo, de que o plano de modernização das infraestruturas do País e do Exército traçado por Fontes Pereira de Melo é um magnífico exemplo.

A orientação metodológica implicou a assunção de uma perspectiva histórico-científica, uma vez que nos pareceu ser o caminho mais indicado para realizar o estudo. Este teve como objeto as diversas revistas científicas e

[1] John Tyndall, *Fragments Scientifiques*, Paris, Germer Baillère, 1877.

técnicas (24) tuteladas pelo Exército e Marinha e também as que não estavam institucionalmente ligadas ao Exército[2], mas cujos fundadores, redatores e colaboradores foram militares, engenheiros militares ao serviço do Ministério das Obras Públicas, Comércio e Indústria criado em 1852 e tutelado por Fontes Pereira de Melo. Do ponto de vista cronológico, optou-se pelas demarcações 1849-1918. Trata-se de referências que assinalam momentos muito significativos da evolução historiográfica portuguesa onde a Instituição Militar, particularmente os engenheiros militares foram os protagonistas. Numa perspectiva alargada, 1849 assinala o fim de um período marcado por crises políticas, depressões económicas e revoltas militares como a da Maria da Fonte (1846) e ao aparecimento da Revista Militar, referência na imprensa científica, técnica e literária nacional. A demarcação 1918 corresponde ao período do pós-Primeira Grande Guerra Mundial e às alterações técnicas e científicas que ocorreram na Europa, como a criação da Sociedade das Nações (1919) com as suas instituições científicas, a Organização de Saúde e a Comissão Internacional de Cooperação Intelectual a que Portugal veio a pertencer pela sua participação no conflito ao lado dos seus aliados. Os limites intermédios obedeceram aos mesmos princípios. Assim, 1849-1852, o primeiro, diz respeito ao já enunciado e 1852 ao Acto Adicional à Carta de 1826 que criou as condições de equilíbrio político que levariam ao Rotativismo e à criação dos requisitos necessários ao fomento do crescimento económico e modernização das infraestruturas de transporte e comunicações. O segundo momento 1853-1867 assinala o início e fim da Regeneração Portuguesa com a revolta da Janeirinha a 1 de janeiro de 1868 que levou o Partido Reformista ao poder. O terceiro instante 1868-1890 remete para o Fontismo, designação do período a seguir à Regeneração. Foi marcado pelo fomento das obras públicas e modernização das infraestruturas nacionais na tentativa de anular o isolamento das vastas regiões de Portugal, aproximando-o dos países mais desenvolvidos da Europa. Na quarta etapa 1891-1910, 1891 coincide com a

[2] Ressalvamos o Boletim do Ministério das Obras Públicas (1853-1868) publicado sob os auspícios do Ministério das Obras Públicas e Minas e a Revista das Obras Públicas e Minas (1870-1918) publicada pela da Associação dos Engenheiros Civis Portugueses.

primeira tentativa falhada da Revolução Republicana de 31 de Janeiro e 1910 com Implantação da República. No quinto período 1911-1918, a primeira data assinala a Constituição Portuguesa, parte da primeira República e a segunda ao já explicado anteriormente.

O elevado número de temas (221) levou à criação de um conjunto de áreas do conhecimento (12)[3], onde foram agrupados para que melhor se procedesse à sua operacionalização. Essas áreas foram organizadas segundo a Classificação Decimal Universal: Tabela de Autoridade, mas também tendo em conta os objetivos gerais e específicos do estudo. A metodologia implicou a necessidade de aplicação de algumas variáveis para se conhecer a mancha gráfica[4], bem como o volume de informação[5] publicado por cada periódico.

A necessidade de mudança que se impunha no panorama nacional português da Regeneração levou a instituição militar através dos engenheiros militares e outros técnicos a assumir as responsabilidades que exigiam conhecimentos científicos e técnicos de que só eles eram detentores. Esta elite intelectual estava inserida num movimento científico e cultural europeu, conheciam as últimas experiências e aplicações que vinham a ser realizadas nas diferentes áreas da ciência militar, mas também fora dela. É nesse contexto que tendo como objeto a imprensa militar e a natureza do 8.º Congresso que norteámos a nossa questão em torno da presença da

[3] As áreas do conhecimento são: «Assuntos Militares. Exército e Marinha»; «Organização do Trabalho»; «Medicina. Saúde Pública»; «Estatística. Política. Economia»; «Direito e Jurisprudência»; «Educação. Sistemas Educativos»; «Engenharia. Tecnologia em Geral»; «Geografia. Biografia. História»; «Indústria, Comércio e Comunicação»; «Jornais. Jornalismo. Imprensa»; «Matemática. Ciências Exactas»; «Instituições. Congressos».

[4] A mancha gráfica foi calculada através das variáveis altura e largura de texto de cada um dos periódicos. Assim, mancha gráfica = altura x largura (Mg = Alt x Larg).

[5] O volume de informação foi obtido através das variáveis, número de páginas e do valor da mancha gráfica. Desse modo, temos o volume = número de páginas x mancha gráfica (V = Np x Mg) em cm^2. Para se obter o valor exato do volume de informação seria necessário aplicar as variáveis comprimento, largura e altura de texto de todas as páginas, o número de palavras e de caracteres, o espaço entre linhas e tamanho das letras de cada artigo. Essa obtenção seria extremamente condicionada, impensável e impraticável pelos fatores que interferem na sua determinação: digitalização de todas as páginas, tipo e tamanho de caracteres; espaços entre linhas; espessura dos suportes que diferem de revista para revista e de artigo para artigo. Desse modo, a metodologia adotada permitiu ultrapassar essa dificuldade e obter uma ideia mais ou menos aproximada do volume da informação.

Matemática comparativamente a outras disciplinas e áreas temáticas nos diferentes momentos cronológicos.

A Matemática na Imprensa Científica Militar

Na segunda metade do século XIX, a imprensa científica foi fundamental na criação, desenvolvimento e divulgação do conhecimento científico. Constitui-se numa fonte imprescindível de comunicação, informação e educação (DHOMBRES, 1992, p. 551-574) (GUSDORF, 1977). Em 1849, Fontes Pereira de Melo, na linha editorial da Revista Militar, enfatizava que era

> util o estabelecimento d'uma publicação periodica litteraria, onde os individuos, que exercitam qualquer especialidade n'esta grande classe, possam acompanhar, passo a passo, todos os melhoramentos e progressos, que as artes e as sciencias fazem todos os dias dos variadissimos ramos que lhes dizem respeito. (MELLO, 1949, p. 16).

O conhecimento publicado e difundido nas páginas desses periódicos, permitiu alcançar uma elite intelectual cada vez mais vasta e diversificada nas diferentes áreas da Ciência. A imprensa científica foi determinante na profissionalização e institucionalização de comunidades científicas, como também na construção da imagem pública do cientista: o matemático; o engenheiro; o físico; o médico. Esta imprensa deu a conhecer novas descobertas científicas e mostrou a importância e influência da elite científica militar na conjuntura do Liberalismo em Portugal. Ela também mostra a existência de uma "*teia*" de complementaridades e relações de dependência complexas entre a ciência e a política. O Exército e a Marinha foram importantes na formação de uma elite científica que elegeu como áreas de conhecimento a Matemática, Engenharias, Geodesia, Topografia, Astronomia, a Oceanografia, a Mecânica, a Química e a Física, entre muitas outras:

> As mais elevadas operações mathematicas puras, assim como todos os ramos complicadissimos das sciencias naturaes, prestam apoio efficaz aos grandes resultados obtidos pelas armas. O conhecimento exacto do terreno em que deve manobrar um exercito, é indispensavel ao general que o comanda; e são os officiaes de engenheiros e estado-maior que, segundo as modernas organisações militares, preparam as plantas topographicas, descendo desde as mais altas considerações geodesicas até aos trabalhos praticos do campo; são ainda os engenheiros que, conforme os principios geometricos applicados, levantam as fortificações, as defendem, e as

> combatem. Applicam a mechanica á construcção das abobedas nas praças de guerra, ao lançamento de pontes sôbre os rios, á construcção de bôcas de fogo e aos seus effeitos no tiro – aos apparelhos e processos nos arsenaes, e a mil outros misteres importantes, de que se aproveitam particularmente os artilheiros [...]. Nas operações de guerra, immedíatamente, as sciencias exactas, e naturaes, prestam um contingente, na marinha, igual, pelo menos, ao que subministram no exercito de terra. Ligada á marinha, e com certo caracter militar, existe uma classe benemérita [...]. Fallâmos dos engenheiros navaes. Este ramo d'architectura militar carece, para se exercer condignamente, do poderoso auxilio das sciencias exactas, e de um grande e profundo conhecimento de mechanica, uma das sciencias mais difficeis e mais perfeitas, que hoje conhecemos. (MELLO, 1849, p. 12-13-15).

Os militares, formados em instituições de ensino nacionais e internacionais, fundaram periódicos científicos e técnicos que depois permutavam com os seus congéneres estrangeiros europeus e norte e sul americanos. Esses periódicos divulgavam conhecimento científico e técnico que foi fundamental na modernização do Exército e das infraestruturas nacionais da Regeneração e do Fontismo. Neles, a Matemática surge com um elevado número de artigos publicados o que demonstra a importância que lhe foi atribuída pelas diferentes redações. Desse modo, no momento seguinte daremos a conhecer o número de artigos e o volume de informação publicado em cada um desses periódicos.

Número de Artigos e Volume de Informação por periódico

Tabela 1: Produção Científica: número de artigos e volume de informação.

Nome das Revista	N.º Art.º	N.º Art.º %	Vi	Vi %
Revista Militar	1351	16	231	14,2
Escholiaste Medico	1201	14,2	156,3	9,6
Annaes do Clube Militar Naval	835	10	123,8	7,6
Revista de Obras Publicas Minas	824	9,7	426	26,2
Boletim do Ministerio das Obras Publicas	733	8,6	128,4	7,9
Gazeta dos Hospitaes Militares	611	7,2	49	3
Revista de Engenharia Militar	461	5,4	115,9	7,1
A Medicina Militar	398	4,7	78	4,8
Revista de Artilharia	394	4,6	60,5	3,7
Revista do Exercito e da Armada	351	4,1	53	3,3
Revista Portugueza Colonial e Martima	296	3,5	54	3,3
Revista de Sciencias Militares	235	2,8	40,7	2,5
Revista de Infantaria	105	1,2	9	0,6
Colonias Portuguesas - Revista Ilustrada	99	1,2	4,5	0,3
Liga Naval Portuguesa - Boletim Maritimo	89	1	7,2	0,4
Revista de Administração Militar	83	1	7,5	0,5
Revista de Medicina Militar	80	0,9	7,3	0,5
Revista de Cavalaria	69	0,8	9	0,6
Revista Medico-Militar da India Portugueza	66	0,8	4,3	0,3
Portugal Militar Revista Ilustrada	62	0,7	10,8	0,7
Galeria Militar Contemporanea	41	0,5	6	0,4
Annaes de Marinha	39	0,5	32,3	2
Annaes da Marinha e Ultramar	37	0,4	3,4	0,2
Liga Naval Portuguesa - Boletim Official	21	0,2	4,3	0,3
TOTAIS	**8481**	**100**	**1622,2**	**100**

Legenda: Unidades em valores absolutos e relativos do número de artigos e do volume de informação publicados entre 1849 e 1918 na Imprensa Científica Militar.

A tabela 1 mostra 8481 artigos e um volume de informação de 1622,2.

A *Revista de Obras Publicas e Minas* apresenta a maior atividade jornalística, com um volume de informação de 426. Contudo, em termos de artigos publicados, situa-se na quarta posição atrás da *Revista Militar* (Art.º 1351), *Escholastico Medico* (Art.º 1201) e *Anaes do Clube Militar Naval* (Art.º 835). A *Revista Militar* posiciona-se no segundo plano com um número de artigos mais elevado, embora com um menor volume de informação (Vi 231). O *Escholiaste Medic*o apresenta o segundo maior número de artigos (Art.º 1201), mas um menor volume de informação (Vi 156,3), o que o coloca como o terceiro periódico mais publicado. Comparando com a *Revista de Obra Públicas e Minas* (Art.º 824), verificamos que regista um número de artigos mais elevado, todavia menor volume de informação (Vi 156,3). Com valores ligeiramente inferiores fixa-se *O Boletim do Ministério das Obras Públicas* (Art.º 733 e Vi 128,4). Com indicadores muito semelhantes temos os *Annaes do*

Clube Militar Naval (Art.º 835 e Vi 123,8). A *Revista de Engenharia Militar* publicou 461 artigos que correspondem a um volume de informação de 115,9. A *Medicina Militar* posiciona-se na sétima posição com 398 artigos e um volume de informação de 78. Com valores um pouco inferiores temos a *Revista de Artilharia* (Art.º 394 e Vi 60,5), a *Revista Portuguesa Colonial e Marítima* (Art.º 296 e Vi 54), a *Revista do Exército e da Armada* (Art.º 351 e Vi 53) e a *Gazeta dos Hospitaes Militares* (Art.º 611 e Vi 49). Uma análise mais atenta mostra-nos que este último periódico publicou um maior número de artigos do que *A Medicina Militar* (Art.º 398), a *Revista de Artilharia* (Art.º 394), a *Revista de Engenharia Militar* (Art.º 461), a *Revista do Exército e da Armada* (Art.º 351) e a *Revista Portugueza Colonial e Maritima* (Art.º 351), porém menor volume de informação (Vi 49,1). A *Revista de Sciencias Militares* (Art.º 235 e Vi 40,7) aparece na décima primeira posição e os *Annaes de Marinha* na décima segunda (Art.º 39 e Vi 32,3). Como podemos observar, a atividade editorial destes periódicos foi de tal forma significativa que nas páginas seguintes iremos minuciar o número de artigos e de páginas por áreas científicas.

Produção e difusão científica por áreas do conhecimento: número de artigos e de páginas

A análise realizada à tabela 2 permite-nos afirmar que na primeira etapa (1849-1852) a área do conhecimento «*Matemática. Ciências Exactas*» surge como a quarta mais publicada (Art. 16 e N.º pág. 120). Imediatamente a seguir temos a «*Medicina. Saúde Pública*» (Art. 52 e N.º pág. 241), «*Geografia. Biografia. História*» (Art. 22 e N.º pág. 150) e «*Assuntos Militares. Exército e Marinha*» (Art. 19 e N.º pág. 112). Nela predominam os artigos sobre Matemática aplicados às diferentes armas e serviços, com particular incidência no Exército; Mecânica – "Tracção e trabalhos dos motores animados" (CAMARATE, 1851, p. 102-104) e Marinha – "Estudo das leis que regem os fenómenos da resistência dos fluidos" (CORREIA, 1849, p. 152-161). No período de (1853-1867) com uma preferência aproximadamente igual na publicação do número de artigos e de páginas surge a «*Matemática. Ciências Exactas*» (Art. 94 e N.º pág. 1130) e «*Engenharia. Tecnologia em Geral*» (Art.

91 e N.º pág. 530). De 1849-1852 para 1853-1867 ocorreu um aumento significativo do número de artigos na «*Matemática. Ciências Exactas*», de 16 para 94 artigos. Também na «*Engenharia. Tecnologia em Geral*» aconteceu idêntica situação com um aumento bastante significativo de 11 artigos para 91. Na "*Matemática. Ciencias Exactas*" destacaríamos os artigos na Arma da Artilharia, Matemática e Trigonometria "Observações aos problemas propostos pelo marquez de Hijosa" (REDACÇÃO, 1857, p. 541-547) e "Da influencia da rotação da terra sobre o desvio dos projecteis lançados por bocas de fogo estriadas" (CORDEIRO, 1867, p. 89-91). Na etapa (1868-1890) deu-se uma inversão de posição entre essas duas áreas do conhecimento. A «*Engenharia. Tecnologia em Geral*» surge numa terceira posição (Art. 382 e N.º pág. 4331,5) onde predominam os artigos sobre as diferentes vertentes da Engenharia. A «*Matemática. Ciências Exactas*» aparece imediatamente a seguir (Art. 263 e N.º pág. 2401). Se compararmos com a etapa anterior verificamos que ocorreu um crescimento de 169 artigos e de 1010 páginas. Nesta etapa, anotamos os artigos "Nova Construcção Graphica para achar o comprimento de uma circumferencia, sendo dado o raio" (BARCELLOS, 1876, p. 443-445), "Latitude por alturas Circummeridianas" (REDACÇÃO, 1879, p. 130-133), "Integração das Equações da balística" (RODRIGUES, 1885, p. 1-16). A leitura da etapa 1891-1910 mostra-nos que a «*Engenharia. Tecnologia em Geral*» (Art. 442 N.º pág. 5632,5) volta a surgir melhor posicionada do que a «*Matemática. Ciências Exactas*» (Art. 429 e N.º pág. 5104). Estas duas áreas apresentam uma coincidência aproximada na publicação do número de artigos, contudo com uma ligeira diferença no número de páginas. A «*Engenharia. Tecnologia em Geral*» teve desde a primeira etapa (1849-1852) até à presente (1891-1910) um crescimento contínuo do número de artigos e de páginas só interrompido no último momento. Nesta, na área "Matemática. Ciências Exactas" indicamos os artigos "Calculo da latitude pelo tempo que gasta o diametro do sol a desapparecer no horizonte" (BASTOS, 1890, p. 425-430), "Dedução das Formulas de Mr. Guyou para executar os calculos nauticos usando unicamente as tábuas de latitude crescidas" (SILVA, 1900, p. 5-7) e "Medida dos Intervallos e Alturas de Explosão nos Tiros de Polygono" (GONÇALVES, 1904, p. 24-29).

O último período (1911-1918) é caracterizado por uma quebra generalizada do número de artigos e de páginas em todas as áreas. A «*Matemática. Ciências Exactas*», (Art. 110 e N.º pág. 1974) destaca-se nesta etapa na qual podemos apontar os artigos "Estudo Elementar da Dispersão, Probalidade e Efeitos de Tiro" (PELLEN, 1913, p. 503-513), "Estudos de Balistica Interna" (GONÇALVES, 1914, p. 501-513), "Algumas Formulas de Resistencia de Vigas e de Lages" (SILVA, 1913, p. 304-317). Entre os mesmos períodos, teve uma descida do número de artigos e de páginas (Art. 110 e N.º pág. 1974).

Da análise, podemos concluir que houve um aumento crescente do número de artigos e de páginas publicados pelos diferentes periódicos. Só a última etapa conheceu uma redução acentuada desse número de artigos e de páginas. Assinalamos que o aumento significativo do número de artigos está relacionado com o período político da Regeneração Portuguesa marcado pelo início da modernização do Exército e das infraestruturas de transportes e comunicações em Portugal.

Tabela 2: Produção e difusão científica por áreas de conhecimento e períodos.

Períodos	**1849-1852**		**1853-1867**		**1868-1890**		**1891-1910**		**1911-1918**	
Áreas do Conhecimento	**N.º Art.**	**N.º pág.**	**N.º Art.**	**N.º pág.**	**N.º Art.**	**N.º pág.**	**N.º Art.**	**N.º pág.**	**N.º Art.**	**N.º pág.**
Assuntos Militares. Exército e Marinha	19	112	243	2364	175	1233	335	3049,5	97	1215
Organização do Trabalho	2	2	6	17	2	2	1	1	1	11
Medicina. Saúde pública.	52	241	1046	3976,5	708	2422	519	3230	44	444
Estatística. Política. Economia	2	14	30	70	66	48	38	77	19	42
Direito e Jurisprudência	5	48	280	1186,5	18	106	8	282	3	25
Educação. Sistemas Educativos	4	20	4	42	21	147	5	35	5	95
Engenharia. Tecnologia em Geral	11	72	91	273	382	4331,5	442	5632,5	77	1201
Geografia. Biografia. História	22	150	150	1037	425	3019,5	1055	10825	288	3548
Indústria, Comércio e Comunicação	4	23	43	412	126	3177,5	215	3361,5	33	746
Jornais. Jornalismo. Imprensa	7	50	17	128	21	57	38	163	7	29
Matemática. Ciências Exactas	16	120	94	1130	263	2401	429	5104	110	1974
Instituições. Congressos	3	9	63	340,5	147	496	129	1451	13	282
TOTAIS	**147**	**861**	**2067**	**10976,5**	**2354**	**17440,5**	**3214**	**33211,5**	**697**	**9612**

Legenda: unidades em valores absolutos do número de artigos e de páginas impressas no total dos periódicos científicos militares.

Produção científica: volume de informação por áreas de conhecimento, média e variação média anual

Na tabela 3, podemos observar que no período de 1849-1852 a «*Matemática. Ciências Exactas*» apresenta um volume de informação de 6,8, sendo superada pela «*Medicina. Saúde Pública*» (Vi 19,2) e «*Geografia. Biografia. História*» (Vi 8,6). Contudo, se adicionarmos os valores das áreas «*Matemática. Ciências Exactas*» e «*Engenharia. Tecnologia em Geral»*, áreas onde a Matemática surge como disciplina aplicada, obteremos um volume de informação de 10,9, o que as coloca como as segundas mais publicadas. Entre 1853-1867, a «*Matemática. Ciências Exactas*» mantém a mesmo posição relativamente ao período anterior. No entanto, dá-se um aumento considerável do volume de informação que ascendeu de 6,8 para 17,5. A soma dos valores de ambas, «*Matemática. Ciências Exactas*» e «*Engenharia. Tecnologia em Geral»* coloca-as como as segundas mais publicadas (Vi 25,7). Apenas foram superadas pela «*Medicina. Saúde Pública*» (Vi 85,5). No momento seguinte 1868-1890, a área do conhecimento «*Matemática. Ciências Exactas*» em consequência de um menor número de artigos publicados caiu para a quarta posição, (Vi 20,9). Contudo, regista um crescimento do segundo período (1853-1867) para o terceiro (1868-1890). Devemos registar que pela primeira vez ocorreu uma alteração das áreas de conhecimento com a «*Engenharia. Tecnologia em Geral»* a apresentar um volume de informação de 66,7. Com este valor posiciona-se como a área de conhecimento de maior publicação. Se adicionarmos os valores alcançados pelas duas áreas «*Engenharia. Tecnologia em Geral»* (Vi 66,7) e «*Matemática. Ciências Exactas*» (Vi 20,9), obteremos um volume de informação de 87,6. No instante seguinte (1891-1910), a «*Engenharia. Tecnologia em Geral»* surge na segunda posição com um volume de informação de 76,5, enquanto a «*Matemática. Ciências Exactas*» mantém a mesma orientação com um volume de informação de 47,2. Na última etapa (1911-1918), a «*Matemática. Ciências Exactas*» assume-se como a segunda área mais publicada (Vi 42,8). Apresenta um crescimento desde 1849-1852, sofrendo uma ligeira descida nesta última etapa, o que a coloca como a segunda mais publicada. A «*Engenharia. Tecnologia em Geral»* conheceu um crescimento desde 1849-1952 a 1891-1910. Contudo, no momento de 1911-1918 teve uma queda no volume de informação de 76,5 para 37,8.

Considerando a soma dos volumes de informação das duas áreas «*Matemática. Ciências Exactas*» e «*Engenharia. Tecnologia em Geral*» com as restantes, verificamos que a primeira etapa (1849-1852) apresentam um volume de informação de 10,9. Apenas é superada pela «*Medicina. Saúde Pública*» (Vi 19,2). Na conjuntura de 1853-1862 acontece um aumento significativo do volume de informação de 10,9 para 25,7. Nos períodos seguintes (1868-1890 e 1891-1910) afirmam-se com os valores mais elevados (Vi 87,6) e (Vi 123,7). No último instante (1911-1918) apresentam uma diminuição do volume de informação de 123,7 para 80,6. Esta posição coloca-as nas segundas mais preferidas, sendo superadas pela «*Geografia. História*» (Vi 84,3).

Tabela 3: Volume e Média Anual por áreas do conhecimento.

Períodos	1849-1852		1853-1867		1868-1890		1891-1910		1911-1918		1849-1918	
Áreas do Conhecimento	**Vi**	**Vi%**	**Vi**	**Vi%**	**Vi**	**Vi%**	**Vi**	**Vi%**	**Vi**	**Vi%**	**Méd.**	**Méd. %**
Assuntos Militares. Exército e Marinha	6,4	11,6	36,8	18,6	10,3	5,9	26,4	7,5	26,4	11,1	21,4	10,9
Organização do Trabalho	0,1	0,1	0,3	0,3	0	0	0	0	0,3	0,1	0,2	0,1
Medicina. Saúde pública	19,2	34,8	85,5	43	30,3	17,2	49,2	13,9	13,7	5,8	39,60	19
Estatística. Política. Economia	0,8	1,4	5,1	2,6	4,8	2,7	3,9	1,1	6,5	2,7	4,2	2,1
Direito e Jurisprudência	2,7	5	16,5	8,3	0,9	0,5	3,2	0,9	0,6	0,3	4,8	2,3
Educação. Sistemas Educativos	1,1	2,1	0,6	0,4	1,2	0,7	0,3	0,1	1,9	0,8	1	0,5
Engenharia. Tecnologia em Geral	4,1	7,5	8,2	4,1	66,7	37,9	76,5	21,6	37,8	15,9	38,6	18,9
Geografia. Biografia. História	8,6	15,5	16,8	8,5	25,8	14,7	110,5	31,2	84,3	35,4	49,2	24,1
Indústria, Comércio e Comunicação	1,3	2,4	2,3	1,2	7,5	4,2	17,4	4,9	10,8	4,5	7,8	3,8
Jornais. Jornalismo. Imprensa	3,2	5,8	2,1	1	0,7	0,4	1,6	0,5	0,8	0,2	1,7	0,8
Matemática. Ciências Exactas	6,8	12,4	17,5	8,8	20,9	11,8	47,2	13,3	42,8	18	27	13,2
Instituições. Congressos	0,8	1,4	6,4	3,2	7,1	4	17,5	5	12,4	5,2	8,8	4,3
TOTAIS	**55,1**	**100**	**198,1**	**100**	**176,2**	**100**	**353,7**	**100**	**238,3**	**100**	**204,3**	**100**

Legenda: Unidades em valores absolutos e relativos do volume de informação por áreas do conhecimento e média anual por períodos entre 1849-1918.

Tabela 4: Produção Científica:
número de artigos por temas.

TEMA	N.º Artigos
Medicina	582
História de Portugal	426
Matemática	316
Transportes e Comunicações	309
Serviço de Saúde Militar	280
Biografias	240
Cirurgia	240
Guerra Peninsular	226
Engenharia Militar	193
História Universal	181
Medicina Veterinária	178
Congressos Internacionais	175
Engenharia de Construção Civil	175
Engenharia Hidráulica	169
Total	**3690**

Legenda: número de artigos respeitantes aos catorze temas mais publicados entre 1849-1918.

A tabela 4 apresenta os catorze temas mais publicados de um universo de 221, correspondentes aos 8481 artigos. A tabela mostra a Matemática como a terceira disciplina mais preferida pelas redações dos diferentes periódicos científicos e técnicos com 316 artigos difundidos. Nesse universo podemos apontar alguns artigos como "Calculos de deslocamento e estabilidade das querenas direitas e inclinadas e de resistencia a flexão longitudinal - curvas de estabilidade" (JARDIM, 1904, p. 34-59), "Medida dos Intervallos e Alturas de Explosão nos Tiros de Polygono"(GONÇALVES, 1904, p. 24-29), "Theoria dos Erros - Determinação da Constante C da Função Fi e Delta" (SEQUEIRA, 1906, p. 273-284), "Exposição Sobre Umas Tábuas para o Cálculo, sem Interpolações do Angulo no polo e no Zenite" (ARAUJO, 1915, p. 19-34), "Abacos de Tiro" (LUCAS, 1916, p. 317-327), "Estudos de Balistica Interna" (GONÇALVES, 1914, p. 503-513).

A Matemática só foi superada pela Medicina com 582 artigos e pela História de Portugal com 426. Se adicionarmos os valores da Matemática (316), da Engenharia Militar (193), da Engenharia de Construção Civil (175) e da Engenharia Hidráulica (169) eles totalizarão 853 artigos. Uma das certezas que nos fica é que a Matemática como disciplina funcionou como uma área de saber imprescindível à modernização do Exército, da Marinha e das infraestruturas nacionais.

Conclusão

"Ensaios Históricos sobre a Presença da Matemática na Imprensa Científica Militar em Portugal 1849-1918" é um estudo centrado nos periódicos científicos militares tutelados pelas diferentes armas e serviços do Exército e da Marinha.

Em Portugal, durante o último século e meio, o tema permaneceu à margem da comunidade científica como objeto de estudo de grande valor histórico e civilizacional. Para a História da Ciência e, particularmente, da História da Matemática, ele constitui um excelente repositório para compreender o funcionamento e a aplicação do conhecimento científico na sua globalidade e da Matemática na sua particularidade. A análise estatística mostra-nos que as áreas dos conhecimentos «*Matemática. Ciências Exatas*» e «*Engenharia. Tecnologia em Geral*» foram as preferidas pelas redações das revistas. Tiveram um crescimento contínuo em número de artigos, de páginas e de volume de informação desde a primeira etapa (1849-1852) até à quinta (1891-1910). Quanto aos 221 temas respeitantes aos 8481 artigos editados, a Matemática emerge como a terceira preferência com 316 artigos. Este número é bastante significativo e demonstra a importância da Matemática na conjuntura política e militar da Regeneração Portuguesa e do Fontismo. Ela surge como ciência aplicada às Engenharias, à Geodesia, à Astronomia, à Hidrografia e à Mecânica, entre outras. Foi polarizada e difundida através dessa imprensa científica que estava associada a um ideal de progresso e modernização do Exército, da Marinha e, de um modo mais alargado, às infraestruturas da Regeneração e do Fontismo.

Confrontando os objetivos delineados no início do estudo e os resultados obtidos, podemos considerar que eles foram alcançados. O estudo abre novas e diversas perspectivas de investigação no domínio da História da Ciência e da História da Matemática através da análise dos diferentes temas como as Engenharias, a Oceanografia, a Hidrografia, a Construção Naval, a

Astronomia, a Mecânica, a Topografia, a Geodesia, bem como no âmbito dos currículos militares.

Fontes

ARAUJO, Wills de, Exposição Sobre Umas Tábuas para o Cálculo, sem Interpolações do Angulo no polo e no Zenite, **Revista de Engenharia Militar**, Lisboa, Ano 20º, n. 20º, p. 19-34, 1915.

BARCELLOS, Nova Construcção Graphica para achar o comprimento de uma circumferencia, sendo dado o raio, **Revista Militar**, Lisboa, Tomo XXVIII, n. 21, p. 443-445, 1876.

BASTO, A. J. Pinto, Calculo da latitude pelo tempo que gasta o diametro do sol a desapparecer no horizonte, **Annaes do Clube Militar Naval**, Lisboa, Tomo, XX, p. 425-430, 1890.

CAMARATE, A. L. da Costa, Tracção e trabalhos dos motores animados, **Revista Militar**, Lisboa, Tomo III, n. 3, p. 102-104, 1851.

CORDEIRO, J. Manuel, Da influencia da rotação da terra sobre o desvio dos projecteis lançados por bocas de fogo estriadas, **Revista Militar**, Lisboa, Tomo XIX, n. 3, p. 89-91, 1867.

CORREIA, J.J. de Mattos, Marinha - Estudo das leis que regem os fenómenos da resistência dos fluidos, **Revista Militar**, Lisboa Tomo I, n. 3, p. 152-161, 1849.

GONÇALVES, José Nunes, Estudos de Balistica Interna, **Revista de Artilharia**, Lisboa, Anno XI, n. 117, p. 503-513, 1914.

GONÇALVES, José Nunes, Medida dos Intervallos e Alturas de Explosão nos Tiros de Polygono, **Revista de Artilharia**, Lisboa, Anno I, n. 1, p. 24-29, 1904.

JARDIM, João dos Santos Pereira, Calculos de deslocamento e estabilidade das querenas direitas e inclinadas e de resistencia a flexão longitudinal - curvas de estabilidade, **Annais de Marinha**, Lisboa, n. 2, p. 34-59, 1904.

LUCAS, José Augusto dos Santos, Abacos de Tiro, **Revista de Artilharia**, Lisboa, Anno XIII, n. 139, p. 317-327, 1916.

MACHADO, Carlos Roma, Latitudes e Longitudes por passagens meridianas de Estrelas e Cronometros Siderais, **Revista de Engenharia Militar**, Lisboa, 21.º Anno, Vol. 21º, p. 179-240, 1916.

MELLO, António Maria de Fontes, Introdução, **Revista Militar**, Lisboa, Tomo I, p. 1-19, 1849.

REDACÇÃO, Latitude por alturas Circummeridianas, **Annais do Clube Militar Naval**, Lisboa, Anno IX, p. 130-133, jul, 1879.

REDACÇÃO, Observações aos problemas propostos pelo marquez de Hijosa, **Revista Militar**, Lisboa, Tomo IX, n. 11, p. 541-547, 1857.

RODRIGUES, J. M, Integração das Equações da balística, **Revista Sciencias Militares**, Lisboa, Volume II, n. 10, p. 1-16, 1885.

SEQUEIRA, Luiz Guilherme Borges de, Theoria dos Erros - Determinação da Constante C da Função Fi e Delta, **Revista de Artilharia**, Lisboa, Anno II, n. 17, p. 273-284, 1906.

SILVEIRA, Luiz Guilherme Borges de, Theoria dos Erros - Methodo dos Minimos Quadrados, **Revista de Artilharia**, Lisboa, Anno II, n. 14, p. 160-171, 1905.

Bibliografia

ASSIS, José Luiz, **Militares Ciência & Técnica: Circulação e Trocas Internacionais 1850-1918**, Casal de Cambra, 2016.

DHOMBRES, Jean, **La Gloire de la Science: Culture et Poésie Vers 1800, Revue d'Histoire Moderne et Contemporaine**, Paris, n. 39, p. 551-574, 1992.
GUSDORF, Georges, **De l'Histoire des Sciences à l'Histoire de la Pensée**, Paris, Payot, 1977.
KRAGH, H, **Introducción a la Historia de la Ciencia**. Barcelona: Ed. Critica, 1989.
NUNES, Maria de Fátima, **Imprensa Científica em Portugal. In Imprensa Periódica Científica (1772-1852), Leituras de Sciencia Agricola em Portugal**, Lisboa, Estar, 2001.
REIS, Fernando José Egídio, Introdução. **In: os periódicos portugueses de emigração (1808-1822): As ciências e a transformação do país**, Tese (doutoramento em História da Ciência), Faculdade de Ciências Sociais e Humanas, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2007, p. 1-11.

ESTUDANDO POTÊNCIAS E RAÍZES COM OS PROFESSORES CARLOS GALANTE E OSWALDO MARCONDES

Erenilda Severina da Conceição Albuquerque
SEDUC/SEMED
erenilda20@hotmail.com

Viviane de Oliveira Santos
UFAL
viviane.santos@im.ufal.br

Resumo

Nesse artigo faremos um estudo acerca da abordagem dos conteúdos potências e raízes, encontrados no livro intitulado *Matemática* da segunda série do curso ginasial da Coleção Didática do Brasil, dos professores Carlos Galante e Oswaldo Marcondes dos Santos. A 28ª edição do livro analisado foi publicada em 1958, pela Editora do Brasil. Apresentaremos as interpretações geométricas dadas às potências e o processo usado para extração de raízes quadradas. O livro de Galante e Santos atende à portaria 1045, de 14 de dezembro de 1951, que estabelece o plano mínimo para as disciplinas da época e a metodologia para a execução delas. Mencionaremos as reformas de ensino da época, Francisco Campos e Gustavo Capanema, que trouxeram alterações para a educação nas décadas de 30 e 50, o que influenciou na elaboração dos livros didáticos de Matemática. Além de conhecer como os conteúdos de potências e raízes eram explorados no livro didático, iremos comentar sobre as diretrizes para o ensino de Matemática na década de 50 e esperamos contribuir para História da Matemática e da Educação Matemática.

Palavras-chave: História da Matemática. Potências. Raízes. Carlos Galante. Oswaldo Marcondes.

Introdução

Na década de 50, o Brasil passava por mudanças no que diz respeito à educação, em especial, quanto à sua organização e ao ensino da Matemática. Essas discussões já aconteciam desde a década de 30 e, conforme D'Ambrosio (1999), como consequência de transformações políticas viria modernização da Matemática no Brasil. Além disso, "[...] os anos de 1933 e 1957, são marcos decisivos na História da Matemática no Brasil. Correspondem respectivamente à fundação da Universidade de São Paulo e à realização do Primeiro Colóquio Brasileiro de Matemática, em Poços de Caldas, MG" (D'AMBROSIO, 1999, p. 3).

Vale destacar duas reformas de ensino brasileiro. A Reforma Francisco Campos (1931), primeira reforma educacional de caráter nacional, a qual estruturou o ensino secundário, comercial e superior, e estabeleceu o currículo seriado, a frequência obrigatória, o ensino em dois ciclos e a exigência de habilitação nesses ciclos para o ingresso no ensino superior. Logo após, as leis orgânicas (1942 e 1946) foram chamadas de Reforma Capanema, que ordenavam o ensino primário, secundário, industrial, comercial, normal e agrícola. (MARTINS; SANTOS, 2016).

Acreditamos que desvendar a história ou recorte da história do ensino de Matemática, nos fará compreender melhor as mudanças ocorridas ao longo do tempo. Para tanto, faremos uma investigação histórica acerca da abordagem dos conteúdos potências e raízes, encontrada no livro dos Professores Carlos Galante e Oswaldo Marcondes dos Santos, da Coleção Didática do Brasil. Além disso, para Valente (2008, p. 141),

> A dependência de um curso de matemática aos livros didáticos, portanto, ocorreu desde as primeiras aulas que deram origem à matemática hoje ensinada na escola básica. Desde os seus primórdios, ficou assim caracterizada, para a matemática escolar, a ligação direta entre compêndios didáticos e desenvolvimento de seu ensino no país. Talvez seja possível dizer que a matemática se constitua na disciplina que mais tem a sua trajetória histórica atrelada aos livros didáticos.

Apresentaremos as interpretações geométricas de potências e o processo usado para extração de raízes quadradas, encontrados em Galante e Santos (1958), bem como uma explicação de Hodgson (2008) sobre a origem do algoritmo para a extração de raiz quadrada.

Essa pesquisa também nos possibilita conhecer as diretrizes para o ensino de Matemática na década de 50 e contribuir para História da Matemática e História da Educação Matemática.

O ensino de Matemática

Antes de analisarmos essa obra, vejamos um pouco sobre as reformas que impactaram o ensino no Brasil, em especial, o ensino de Matemática.

Gomes (2012) diz que Euclides Roxo, professor do Colégio Pedro II, foi o maior adepto das mudanças nos programas de ensino da instituição, sendo aprovadas pela congregação em 1928. Na proposta constava a fusão das disciplinas de Álgebra, Aritmética, Geometria e Trigonometria numa única disciplina denominada Matemática. Porém, essas ideias modernizadoras só foram concretizadas em 1931 com vários decretos que visavam organizar a educação no Brasil, ficando conhecidos como Reforma Francisco Campos por terem sido publicados na gestão dele no Ministério da Educação e da Saúde. Segundo Miorim (1998), Campos estava preocupado com a modernização dos conteúdos e métodos do ensino secundário e integrou a proposta de Euclides Roxo sobre modernização do ensino de Matemática na Reforma Francisco Campos.

Outra reforma que trouxe mudanças para o ensino brasileiro foi a Reforma Capanema (leis orgânicas de 1942 e 1946) e, apesar de Euclides Roxo participar na elaboração de propostas para a Reforma Capanema, as mudanças da reforma Francisco Campos não tinham a mesma base na reforma de Gustavo Capanema. (MARTINS; SANTOS, 2016).

> Diferentemente do ocorrido com a reforma Francisco Campos, a reforma Gustavo Capanema não detalhou esses programas, limitando-se a portaria a apresentar listas de conteúdos, sem quaisquer indicações metodológicas para a abordagem dos diversos assuntos. (GOMES, 2012, p. 22)

Contudo, a partir de 1950, a Matemática e outras disciplinas escolares começaram a se modificar, isso porque

> Uma transformação das condições econômicas, sociais e culturais do Brasil e das possibilidades de acesso à escola começa a requerer alterações no funcionamento e nas finalidades dessa instituição, que repercute no ensino das diversas disciplinas. (GOMES, 2012, p. 22).

Em meio a essas mudanças, é publicada a portaria 1045 de 14 de dezembro de 1951 que, conforme Marques (2005, p. 59), estabelece para o ensino secundário, o plano mínimo para as disciplinas da época, bem como a metodologia para a execução delas. Consequentemente, assim como em tempos atuais, a concepção de uma nova base de ensino trouxe mudanças na elaboração dos nossos livros didáticos, assim também estas duas reformas o fizeram.

Sobre os autores Carlos Galante e Oswaldo Marcondes dos Santos

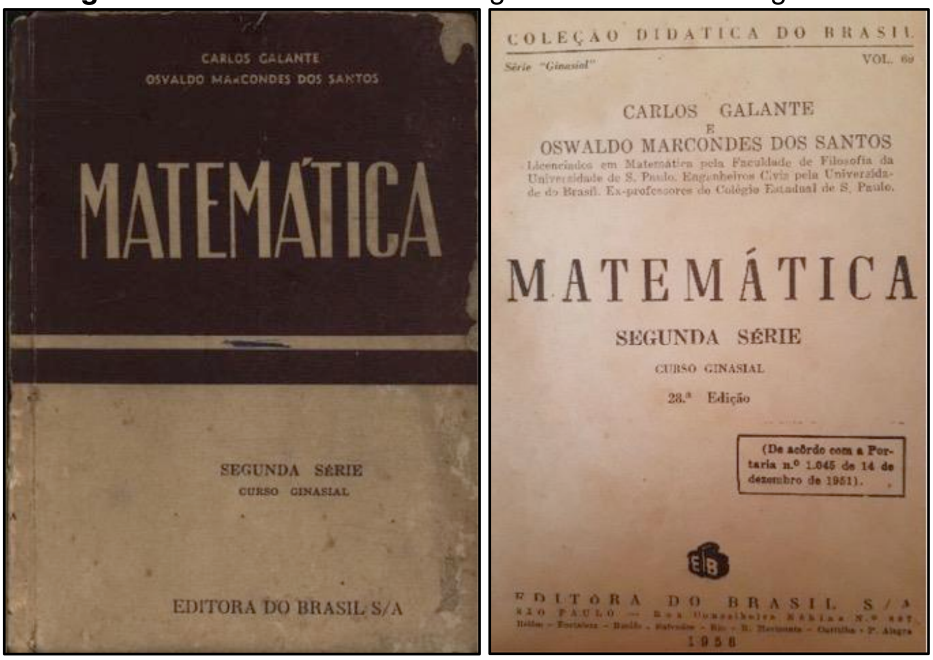
Segundo Gomes (2016), Carlos Galante nasceu em São Paulo, no dia 27 de fevereiro de 1920. Formou-se em Matemática pela Universidade de São

Paulo, em 1944, e em Engenharia pela Escola Nacional de Engenharia, no Rio de Janeiro, em 1949. Exerceu o magistério por quase cinquenta anos em diversas instituições e foi um dos fundadores da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Santo André, sendo um dos responsáveis pela estruturação inicial do curso de Matemática. Exerceu engenharia na Prefeitura de Santo André e ocupou cargos na administração municipal dessa cidade, tendo sido secretário de obras e diretor do Departamento de Educação. Galante teve destaque como autor de uma coleção de livros didáticos de Matemática destinados ao curso ginasial, publicados pela Editora do Brasil inicialmente em 1949.

Oswaldo Marcondes dos Santos nasceu em São Paulo, no dia 16 de julho de 1913 e, segundo Marques (2005, p. 99), era "[...] licenciado em matemática pela Faculdade de Filosofia da Universidade de São Paulo (USP) e Engenheiro Civil pela Universidade do Brasil. Trabalhou no Colégio Estadual de São Paulo".

Sobre o livro *Matemática* (GALANTE; SANTOS, 1958)

Figura 1: Livro *Matemática* da segunda série do curso ginasial.

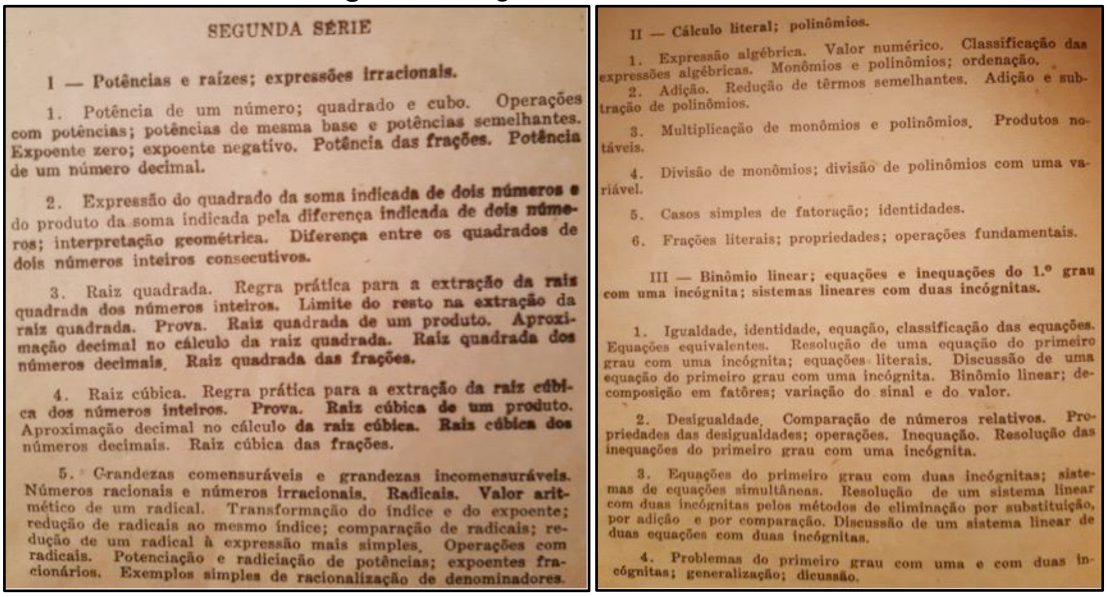


Fonte: Galante e Santos, 1958.

O livro em análise, *Matemática* da segunda série do curso ginasial, teve sua 28ª edição publicada em 1958, pela editora do Brasil. Conforme Marques (2005, p. 89), os professores Carlos Galante e Oswaldo Marcondes dos Santos nortearam suas obras no Plano de Desenvolvimento do Programa Mínimo de Matemática do Ginásio, seguindo as orientações da Portaria Ministerial nº 1045 de 14 de dezembro de 1951.

Galante e Santos (1958, pp. 7-8) elencam os conteúdos de Matemática para a segunda série, dividindo em: "I - Potências e raízes; expressões racionais. II – Cálculo literal; polinômios. III – Binômio linear; equações e inequações do 1.º grau com uma incógnita; sistemas lineares com duas incógnitas". Para cada um desses itens, há um detalhamento de conteúdos.

Figura 2: Programa de Matemática.



SEGUNDA SÉRIE

I — Potências e raízes; expressões irracionais.

1. Potência de um número; quadrado e cubo. Operações com potências; potências de mesma base e potências semelhantes. Expoente zero; expoente negativo. Potência das frações. Potência de um número decimal.

2. Expressão do quadrado da soma indicada de dois números e do produto da soma indicada pela diferença indicada de dois números; interpretação geométrica. Diferença entre os quadrados de dois números inteiros consecutivos.

3. Raiz quadrada. Regra prática para a extração da raiz quadrada dos números inteiros. Limite do resto na extração da raiz quadrada. Prova. Raiz quadrada de um produto. Aproximação decimal no cálculo da raiz quadrada. Raiz quadrada dos números decimais. Raiz quadrada das frações.

4. Raiz cúbica. Regra prática para a extração da raiz cúbica dos números inteiros. Prova. Raiz cúbica de um produto. Aproximação decimal no cálculo da raiz cúbica. Raiz cúbica dos números decimais. Raiz cúbica das frações.

5. Grandezas comensuráveis e grandezas incomensuráveis. Números racionais e números irracionais. Radicais. Valor aritmético de um radical. Transformação do índice e do expoente; redução de radicais ao mesmo índice; comparação de radicais; redução de um radical à expressão mais simples. Operações com radicais. Potenciação e radiciação de potências; expoentes fracionários. Exemplos simples de racionalização de denominadores.

II — Cálculo literal; polinômios.

1. Expressão algébrica. Valor numérico. Classificação das expressões algébricas. Monômios e polinômios; ordenação.

2. Adição. Redução de têrmos semelhantes. Adição e subtração de polinômios.

3. Multiplicação de monômios e polinômios. Produtos notáveis.

4. Divisão de monômios; divisão de polinômios com uma variável.

5. Casos simples de fatoração; identidades.

6. Frações literais; propriedades; operações fundamentais.

III — Binômio linear; equações e inequações do 1.º grau com uma incógnita; sistemas lineares com duas incógnitas.

1. Igualdade, identidade, equação, classificação das equações. Equações equivalentes. Resolução de uma equação do primeiro grau com uma incógnita; equações literais. Discussão de uma equação do primeiro grau com uma incógnita. Binômio linear; decomposição em fatôres; variação do sinal e do valor.

2. Desigualdade. Comparação de números relativos. Propriedades das desigualdades; operações. Inequação. Resolução das inequações do primeiro grau com uma incógnita.

3. Equações do primeiro grau com duas incógnitas; sistemas de equações simultâneas. Resolução de um sistema linear com duas incógnitas pelos métodos de eliminação por substituição, por adição e por comparação. Discussão de um sistema linear de duas equações com duas incógnitas.

4. Problemas do primeiro grau com uma e com duas incógnitas; generalização; dicussão.

Fonte: Galante e Santos (1958, p. 7-8).

Iremos nos deter nos tópicos: *expressão do quadrado da soma indicada de dois números e do produto da soma indicada pela diferença indicada de dois números*; *interpretação geométrica*; *diferença entre os quadrados de dois números inteiros consecutivos*; *raiz quadrada*; *regra prática para a extração da raiz quadrada dos números inteiros*.

Explorando os conteúdos potências e raízes

Ao analisar o livro dos professores Galante e Santos (1958), nos deparamos com uma abordagem geométrica no conteúdo de potências e um método diferenciado para extrair a raiz quadrada de um número.

O conteúdo *potência* é definido da seguinte forma: “[...] chama-se potência de um número um produto cujos fatores são todos iguais a esse número” (GALANTE; SANTOS, 1958, p. 17). Os autores seguem definindo potência com expoente 1, expoente 0, bem como para base 1 e para base 0. Seguem as exposições para expoente 2 e 3 e para base 10. As potências com expoentes negativos vêm logo a seguir, tudo de forma bem direta, com poucos exemplos. Para fechar esse tópico são apresentadas uma série de trinta e um exercícios, no formato calcule, a fim de treinar o conteúdo exposto.

No tópico *operações com potências*, logo após a exposição da propriedade para *produto de potências da mesma base*, são apresentados dois exemplos e uma lista de vinte e cinco exercícios, sendo solicitado que sejam efetuadas as operações e que a resposta seja dada na forma de uma única potência, seguindo os dois exemplos feitos anteriormente.

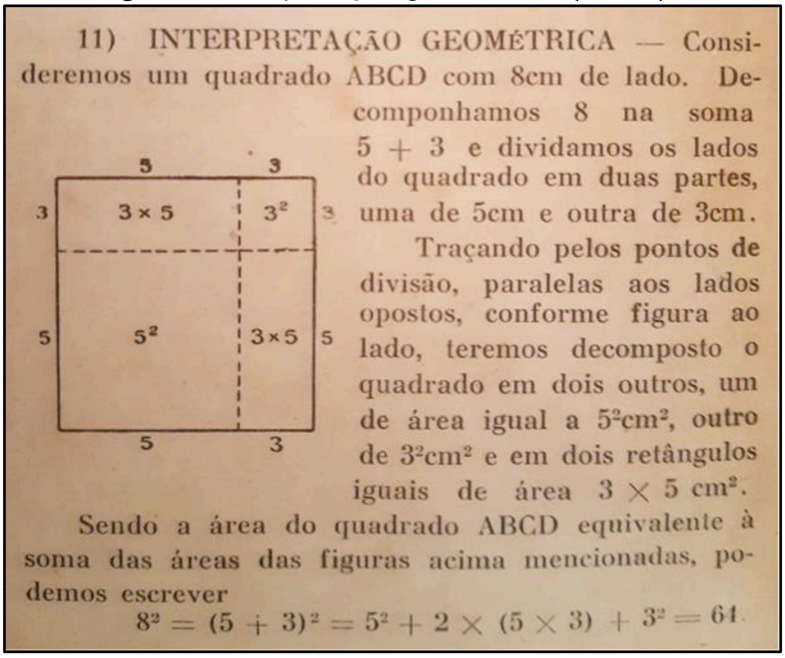
Nesse mesmo formato, as demais propriedades são apresentadas, sempre acompanhadas de uma lista de exercício. Nos deteremos, no entanto, à interpretação geométrica dada ao *quadrado da soma de dois números*, ao *quadrado da diferença de dois números* e ao *produto da soma pela diferença de dois números.*

No que se refere ao *quadrado da soma de dois números,* está assim definido*:* “[...] o quadrado da soma de dois números é igual ao quadrado do primeiro, mais o dobro do produto do primeiro pelo segundo, mais o quadrado do segundo” (GALANTE; SANTOS, 1958, p. 22), seguido do exemplo:

$$(5 + 3)^2 = 5^2 + 2 \times (5 \times 3) + 3^2 = 25 + 30 + 9 = 64.$$

Em seguida, os autores trazem uma interpretação geométrica, usando o exemplo dado.

Figura 3: Interpretação geométrica: $(5 + 3)^2$.



11) INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA — Consideremos um quadrado ABCD com 8cm de lado. Decomponhamos 8 na soma 5 + 3 e dividamos os lados do quadrado em duas partes, uma de 5cm e outra de 3cm.

Traçando pelos pontos de divisão, paralelas aos lados opostos, conforme figura ao lado, teremos decomposto o quadrado em dois outros, um de área igual a 5^2cm^2, outro de 3^2cm^2 e em dois retângulos iguais de área 3×5 cm^2.

Sendo a área do quadrado ABCD equivalente à soma das áreas das figuras acima mencionadas, podemos escrever

$$8^2 = (5 + 3)^2 = 5^2 + 2 \times (5 \times 3) + 3^2 = 64.$$

Fonte: Galante e Santos (1958, p. 22).

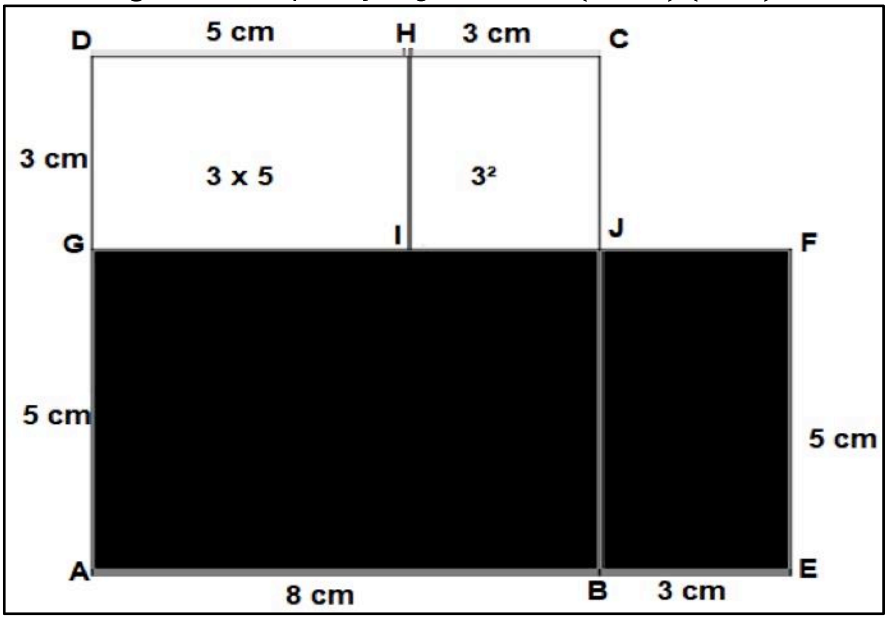
Passando para a *expressão do produto da soma indicada pela diferença*, definem como "O produto da soma de dois números indicado pela sua diferença é igual à diferença entre os quadrados do primeiro e do segundo" (GALANTE; SANTOS, 1958, p. 23), seguido do exemplo:

$$(8 + 3)\,(8 - 3) = 8^2 - 3^2 = 55.$$

Logo após apresenta uma interpretação geométrica, o qual segue:

> INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA – Consideremos um quadrado ABCD com 8cm de lado. Prolonguemos o lado AB de 3cm. e seja BE êsse acréscimo. Subtraímos do lado AD 3 cm. e seja DG um segmento de 3cm. Formemos o retângulo AEFG. Vamos verificar que êle é equivalente à diferença entre as áreas do quadrado ABCD e CHIJ tendo êste ultimo o lado igual a 3cm.
> Com efeito,
> área ABCD – área CHIJ = área ABGJ + área DHIG (1)
> área AEFG = [área] ABJG + área BEFJ. (2)
> Mas
> área BEFJ = [área] DHIG.
> Ou seja, os segundos membros de (1) e (2) sendo iguais podemos escrever:
> área AEFG = área ABCD – área CHIJ (3)
> Ora
> área AEFG = (8 + 3) (8 – 3) cm²
> área ABCD = 8cm²
> área CHIJ = 3cm²
> Tendo em vista a igualdade (3) vem:
> (8 + 3) (8 – 3) = 8² – 3².
> (GALANTE; SANTOS, 1958, pp. 23-24).

Figura 4: Interpretação geométrica: $(8\ +\ 3)\ (8 - 3)$.

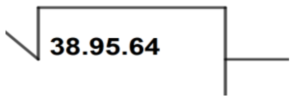


Fonte: Autoras, 2018.

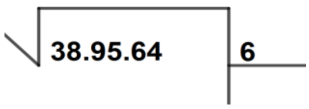
Vale ressaltar também que encontramos uma abordagem geométrica desses resultados no Livro II dos *Elementos* de Euclides (EUCLIDES, 2009).

No capítulo sobre raiz quadrada de Galante e Santos (1958), depois de abordarem as definições, raiz quadrada exata, raiz quadrada aproximada, resto de uma raiz quadrada de um número inteiro, há um tópico extração da raiz quadrada dos números inteiros. Eles iniciam comentando sobre os quadrados perfeitos de 1 a 100, cujas raízes quadradas são exatas. No entanto, para extração de raízes quadradas de um número inteiro maior do que 100, por exemplo $\sqrt{389564}$, eles trabalham com tal procedimento:

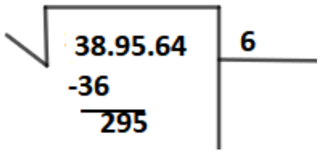
a) Dividimos o radicando em classes de 2 algarismos a partir da direita para a esquerda, podendo a última classe à esquerda ter um só algarismo.



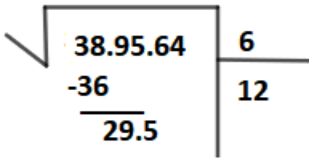
b) Extraímos a raiz quadrada a menos de uma unidade por falta da 1.ª classe da esquerda. O algarismo assim obtido é o primeiro algarismo da raiz procurada.



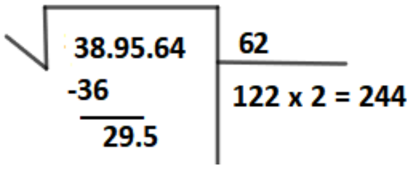
c) Elevamos ao quadrado êste algarismo e subtraímo-lo da 1.ª classe. Dessa maneira, obtemos o primeiro resto parcial, à direita do qual escrevemos a classe imediata do radicando.



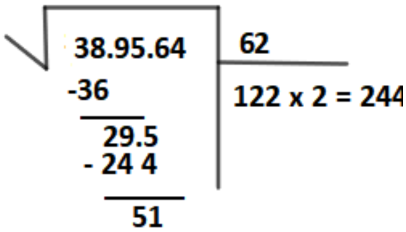
d) Dobramos a raiz e separamos o último algarismo do *primeiro resto parcial*.



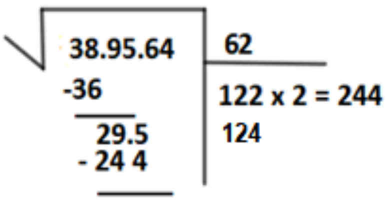
e) Determinamos o número de vêzes que o dôbro da raiz achada está contida nas dezenas do primeiro resto parcial. Dividindo 29 por 12 achamos o quociente 2. Colocamos êsse número ao lado do dobro da raiz e multiplicamos o número assim formado por êsse mesmo quociente. *O produto obtido não deve ser maior do que o primeiro resto parcial.* Quando fôr, subtrai-se uma unidade dêsse quociente e repetem-se de novo as mesmas operações. No nosso exemplo o quociente 2 é suficiente.
Coloquemo-lo junto ao 6



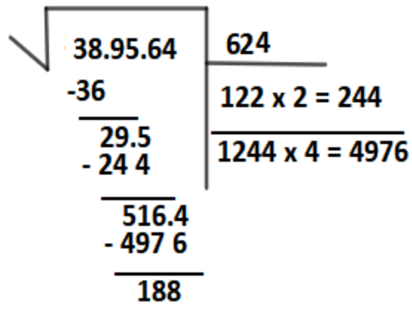
Subtraímos 244 do 1.º resto parcial



Escrevemos a 3.ª classe do radicando ao lado do 51 e tornemos a dobrar a raiz achada:



Separamos o último algarismo do segundo resto parcial e determinamos, como no caso anterior, o número de vezes que o dobro da raiz está contida em 516. Dividindo 516 por 124 acharemos o quociente 4. Colocamo-lo ao lado do dôbro da raiz e procedemos como no caso anterior.



> Teremos, por conseguinte, a raiz 624. Como existe um resto 188, essa raiz não é exata. (GALANTE; SANTOS, 1958, p. 31-33).

No livro que analisamos de Galante e Santos (1958) não há um detalhamento desse processo de extração da raiz quadrada, não tem uma explicação sobre a origem desse algoritmo. Buscando tal resposta, encontramos o artigo intitulado *Uma Breve História da Quinta Operação*, de Bernard Hodgson, o qual iremos expor a seguir.

O processo de extração da raiz quadrada: relação com o algoritmo chinês

Extração da raiz quadrada é um conteúdo que tem despertado o interesse de algumas civilizações ao longo dos séculos. De acordo com Hodgson (2008), os mesopotâmios trabalharam com valores aproximados que podiam ser justificados com argumentos geométricos. Os gregos calculavam por aproximações sucessivas que resultam do método de Herão. Os indianos usaram a dissecção de dois quadrados para mostrar o valor da $\sqrt{2}$. Já os chineses usaram a aproximação geométrica, o que os levou ao algoritmo do tipo “algarismo a algarismo”, “[...] ainda ensinado há algumas décadas nas nossas escolas primárias, antes do advento das máquinas de calcular [...]” (HODGSON, 2008, p. 8).

> O algoritmo para extração da raiz quadrada, ensinado até há pouco tempo em nossas escolas, é bem antigo, pois já era conhecido na China, o que se pode verificar no *Nove capítulos sobre a arte matemática*. Escrita na dinastia Han (206 a.E.C.-220 E.C), esta obra, provavelmente dos primeiros anos da E.C. é uma compilação dos conhecimentos matemáticos elaborados no milênio anterior. Semelhantemente com o que aconteceu no Egito e na Mesopotâmia, o livro apresenta os resultados sumariamente, sob a forma de problemas, com os procedimentos necessários para achar as respostas. (CARVALHO, 2010, p. 23).

Segundo Hodgson (2008, p. 8), "O conteúdo matemático dos *Nove capítulos* é apresentado de forma sumária e sem justificativas, sob a forma de problemas com respostas e de processos para encontrar respostas". Porém, ainda segundo o mesmo autor, ao longo dos anos foram surgindo comentários explicando e justificando os algoritmos apresentados na obra. Por exemplo, Liu Hui (263) fez comentários oferecendo uma interpretação geométrica para o método de extrair raiz quadrada proposto no livro, mas não nos deteremos nessa interpretação. O detalhe é que o método apresentado nos livros didáticos era um processo como o dos *Nove capítulos*.

> Há apenas algumas décadas, ensinava-se na escola primária um método para calcular a raiz quadrada. Esse algoritmo era evidentemente introduzido como um conjunto de regras para aplicar praticamente às cegas, sem qualquer justificação. Gostaríamos de mostrar aqui que este "truque de cálculo" não é mais do que uma disposição cômoda nas manipulações numéricas que se executam usando um processo como o *dos Nove capítulos*. Observem a propósito que esta obra propõe uma certa disposição em forma de quadro dos números convenientes neste cálculo – trata-se da representação dos números com o auxílio de "barras de calcular". [...] Mas as forma de juntar os números é diferente da que segue. (HODGSON, 2008, p. 21).

Após isso, Hodgson (2008, pp. 21-22) apresenta o algoritmo como segue para o número $\sqrt{55225}$.

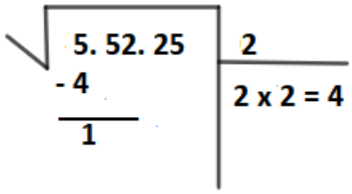
O texto começa por descrever como encontrar o número de algarismo da raiz quadrada.

> Começamos por dividir o número do qual se extrai a raiz quadrada em grupos de dois algarismos andando para a esquerda a partir da vírgula decimal. (Se existe uma parte decimal faz-se o mesmo para a parte decimal andando para a direita a partir da vírgula.)

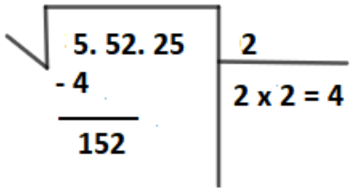
Ele ressalta que o resultado dessa raiz quadrada será composto por três algarismos na sua parte inteira, ou seja, será um número da forma

$$a.10^2 + b.10 + c$$

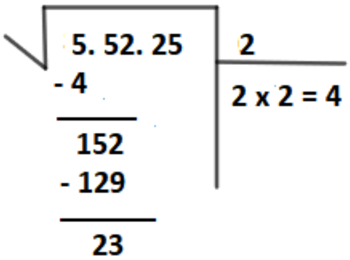
Segue descrevendo o algarismo das centenas. "Procuramos o maior número a, tal que $a^2 \leq 5$. Tem-se então que $a = 2$, e elevamos ao quadrado: $2 \times 2 = 4$, que subtraímos de 5, restando 1".



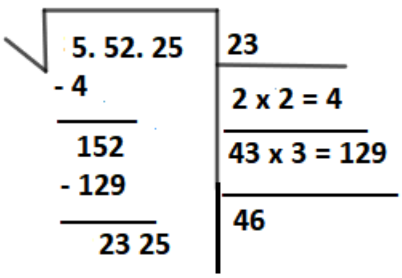
Quanto ao algarismo das dezenas: “Baixamos o grupo seguinte, 52. Seguidamente cortamos o produto 2×2 (que já não serve), e duplicamos o 2 para obter o 4”.



Em seguida, “Procuramos agora o maior algarismo b tal que o número que se escreve na forma ‘$4b$’ seja tal que multiplicando por b caiba em 152, isto é, tal que $(2 \times 20 + b) \times b \leq 152$. Encontramos $b = 3$. Calculamos 43×3, que subtraímos a 152, restando 23".

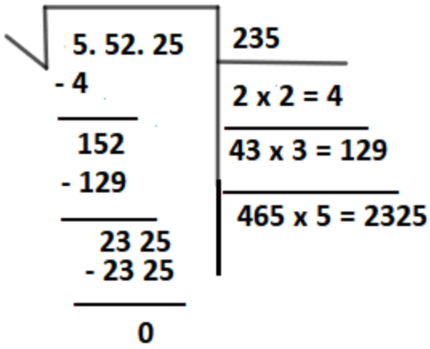


Chegamos então ao algarismo das unidades, “Baixamos o grupo seguinte, 25. Seguidamente cortamos o produto 43×3 e duplicamos 23, obtendo 46”.



Agora, procuramos “o maior algarismo c tal que o número que se escreve na forma ‘$46c$’ seja tal que multiplicado por c caiba em 2325, isto é, $(2 \times 230 + c) \times c \leq 2325$. Encontramos $c = 5$. Calculamos: $465 \times 5 = 2325$

de forma que o resto seja zero". A raiz quadrada estará em cima à direita da grelha de cálculo: $\sqrt{55225} = 235$.



A explicação sobre o processo vem da interpretação geométrica, usando uma decomposição do quadrado em retângulos e quadrados de diferentes tamanhos, mas isso não foi objeto de pesquisa nesse artigo.

Considerações finais

É notável que reformas de ensino influenciam na abordagem de conteúdos em livros didáticos. Dessa forma, conhecer sobre o percurso histórico do ensino de Matemática no Brasil, suas reformas, benefícios e prejuízos, nos faz entender melhor mudanças ocorridas em nossos livros didáticos, inclusive nos ajuda a refletir sobre o modo como são expostos os conteúdos de Matemática em determinadas épocas.

A abordagem dos conteúdos potências e raízes analisados no livro de Galante e Santos (1958) sofreu influência das reformas Francisco Campos e Gustavo Capanema. No conteúdo de potências, os autores apresentam uma interpretação geométrica, mesmo que com caso particular, enquanto no processo de extração da raiz quadrada de números maiores que 100, é exposto somente o método, sem maiores explicações ou justificativas.

Ao analisar a exposição desses conteúdos em livros didáticos do Brasil ao longo das décadas, há diversas mudanças na abordagem. Em certos momentos, as potências são abordadas usando a interpretação geométrica e outras vezes não, somente o procedimento algébrico. Sobre a extração de raízes quadradas, o método aqui exposto não é tão conhecido atualmente e, mesmo quando era abordado nos livros didáticos de Matemática, na maioria das vezes não se tinha uma justificativa sobre o porquê de o método funcionar, era uma sequência pronta a ser seguida.

Em busca de compreender esse processo da extração de raízes quadradas, vimos que o tópico raiz quadrada já despertava o fascínio e a curiosidade dos povos antigos na Mesopotâmia, na Grécia, na Índia e na China. Além disso, descobrimos que o processo encontrado no livro de Galante e Santos (1958) e de outros desse mesmo período, é abordado no livro intitulado *Os nove capítulos sobre a arte matemática*, tendo relação com o algoritmo chinês e que existe uma explicação geométrica para ele.

Conhecer o processo histórico de conteúdos pode colaborar para um melhor entendimento da Matemática. Além disso, acreditamos ser um benefício aliar o procedimento algébrico com o geométrico ao ensinar alguns conteúdos matemáticos. Dessa forma, esperamos contribuir com a disseminação da História da Matemática e História da Educação Matemática.

Referências

CARVALHO, J. B. P. de. A RAIZ QUADRADA AO LONGO DOS SÉCULOS. In: **V Bienal da SBM**. Sociedade Brasileira de Matemática. UFPB, 2010. Disponível em: <http://www.mat.ufpb.br/bienalsbm/arquivos/Mini_Cursos_Completos/MC11Completo.pdf>. Acesso em: 05 mai. 2020.

D`AMBROSIO, U. História da matemática no Brasil: uma visão panorâmica até 1950. **Saber y Tiempo**, vol. 2, n° 8, 1999. Disponível em: <www.ifba.edu.br/dca/Corpo_Docente/MAT/EJS/HISTORIA_DA_MATEMATICA_NO_BRASIL_ATE_1950.pdf>. Acesso em: 05 mai. 2020.

EUCLIDES. **Os elementos**. Tradução e introdução de Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

GALANTE, C.; SANTOS, O. M. dos. **Matemática**. Segunda série: curso Ginasial. 28. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 1958.

GOMES, M. L. M. **História do Ensino da Matemática: uma introdução**. Belo Horizonte CAED-UFMG. 2012. Disponível em: <http://www.mat.ufmg.br/ead/wp-content/uploads/2016/08/historia_do_ensino_da_matematica_CORRIGIDO_13MAR2013.pdf>. Acesso em: 05 mai. 2020.

GOMES, M. L. M. Carlos Galante e suas Memórias: aspectos da história de formação de um professor de matemática possibilidades. In: **XII Encontro Nacional de Educação Matemática.** São Paulo, 2016. Disponível em: <www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6439_2615_ID.pdf>. Acesso em: 05 mai. 2020.

HODGSON, B. Uma Breve História da Quinta Operação. **Gazeta de Matemática Nº 0156**. Sociedade Portuguesa de Matemática, 2008. Disponível em: <gazeta.spm.pt/getArtigo?gid=268>. Acesso em: 05 mai. 2020.

MARQUES, A. S. **Tempos Pré-Modernos: A matemática escolar dos anos 1950**. Dissertação de mestrado. PUC/SP, 2005. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/10926/1/ALEX%20SANDRO%20MARQUES.pdf>. Acesso em: 05 mai. 2020.

MARTINS, J.; SANTOS, V. de O. Educação Matemática no Brasil: perspectiva de sua constituição e periodização. In: D'AMBROSIO, B. S.; MIARKA, R. (ORG.) **Clássicos na educação matemática brasileira: múltiplos olhares**. Campinas: Mercado de Letras, 2016.

MIORIM, M. A. **Introdução à história da Educação Matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

VALENTE, W. R. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. **ZETETIKÉ**, Campinas, v. 16 , n. 30, jul./dez., 2008. <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646894/13796>. Acesso em: 05 mai. 2020.

EXAMES DE MATEMÁTICA EM PORTUGAL: UMA REFLEXÃO EM PERSPETIVA HISTÓRICA

Mária Cristina Ribeiro Correia de Almeida
UIED/UNL
ajs.mcr.almeida@gmail.com

Resumo

Os textos que têm surgido na imprensa periódica portuguesa, em anos recentes, sobre os exames nacionais, da disciplina de Matemática do ensino secundário, nomeadamente, os que divulgam os resultados, de um modo geral reduzidos, obtidos pelos alunos nos mesmos, motivaram-nos a investigar na imprensa, da existência de polémicas sobre os exames de Matemática do 3.º ciclo do ensino liceal, durante período entre 1947 e 1963. As etapas que seguimos inscrevem-se na metodologia da investigação histórica. Neste texto, focando os exames, pretendemos perceber se as notícias em jornais e as controvérsias sobre os exames finais do ensino secundário são apenas uma realidade de hoje. Procuraremos ainda caracterizar os pontos de exame de Matemática do 3.º ciclo, no que respeita à estrutura, conteúdos e terminologia. No que respeita aos exames nacionais, a nossa pesquisa evidenciou que no período do estudo, as provas e reprovações na disciplina de Matemática já eram tema de notícia na imprensa. A análise dos pontos revelou que eram compostos por quatro grupos de questões. Cada grupo correspondia a um dos temas em que o programa da disciplina estava dividido (Álgebra, Geometria Analítica, Trigonometria, Aritmética Racional). As questões testavam essencialmente a utilização de conceitos, teoremas e definições de cada tema.

Palavras-chave: Exames. Matemática. Ensino liceal.

Introdução[1]

Avaliação é uma palavra que está na ordem do dia em todos os sectores na sociedade moderna. Também o está na educação, a começar na avaliação individual dos alunos. Nos últimos tempos, a avaliação dos alunos, proporcionada por exames nacionais padronizados no 11º e 12º anos, ganhou uma atenção e mediatização crescentes, nomeadamente pelo papel que a avaliação no final do secundário desempenha no acesso ao ensino superior. Assim, os exames, em contexto educacional, constituem motivo de controvérsia hoje. E, a imprensa periódica é um dos palcos onde a discussão do tema ocorre.

A imprensa periódica é uma importante fonte para a História da Educação Matemática. Com efeito, as informações reveladas pela imprensa

[1] Este texto foi apoiado por fundos portugueses através da Fundação para a Ciência e a Tecnologia, Projeto PTDC/CED-EDG/32422/2017.

têm um carácter único, pois tratam-se, na maioria dos casos, de reflexões bem próximas dos acontecimentos e que assentam “numa lógica de reação a realidades ou a ideias, normas legais ou a situações políticas” (NÓVOA, 1993, p. XXXII) revelando como decorreu o debate educativo num contexto mais alargado do que o das escolas, das academias ou dos ministérios.

Na imprensa periódica portuguesa, em anos recentes, têm sido publicados textos sobre os exames nacionais da disciplina de Matemática A. Nomeadamente, sobre a sua dificuldade ou sobre os fracos resultados obtidos pelos alunos nos mesmos. O destaque dado na imprensa, no contexto atual, a questões relacionadas com os exames finais da disciplina de Matemática, levou-nos a tentar perceber se as notícias e as controvérsias publicadas em jornais sobre estes exames finais são apenas uma realidade de hoje. Procuraremos ainda caracterizar os pontos de exame de Matemática, no que respeita à estrutura, conteúdos e terminologia. As balizas temporais da nossa investigação são os anos 1947 e 1963, no período da ditadura do Estado Novo.

Iniciamos este texto com uma breve contextualização política e educativa. Em seguida, discutiremos algumas das opiniões e polémicas difundidas na imprensa periódica e educativa sobre os exames da disciplina de Matemática do 3º ciclo do ensino liceal no período citado. Numa terceira parte, apresentaremos uma análise de enunciados de provas de exame de Matemática, do 3º ciclo.

No ato da produção da história “tudo começa com o gesto de separar, de reunir, de transformar em ‘documentos’ certos objectos distribuídos de outra maneira” (CERTEAU, 1982, p. 81). A metodologia que utilizamos neste trabalho é a do método histórico. Como fontes utilizámos a legislação, a imprensa periódica, revistas educativas e enunciados de provas de exame.

Breve contextualização política e educativa

Em 1947, a necessidade de desenvolvimento implica a adoção de reformas conducentes à formação de recursos humanos que o permitissem, iniciando-se uma forma de aproximação do sistema educativo às realidades sociais e económicas emergentes no pós-guerra (ROSAS, 1992). Esta realidade tem como ponto de partida a Reforma do Ensino Liceal de 1947, promulgada pelo Decreto-Lei no 36 507, de 17 de setembro de 1947, e a publicação do Estatuto do Ensino Liceal pelo Decreto-Lei n.º 36 508, na mesma data. Com este último diploma entrou em vigor o regime do livro único, aprovado oficialmente. Ou seja, para o ensino de cada disciplina nos diferentes anos de um ciclo seria adotado em todos os liceus o mesmo livro. O regime de livro único visou um maior controlo do ensino.

A reforma de 1947 criou um outro sistema permanente de controlo, o Serviço de Inspeção do Ensino Liceal, que permitiria ao Ministério da Educação Nacional um modo de afirmar a sua autoridade, pois iria competir-lhe, entre outros, fiscalizar e classificar o trabalho dos professores, atuar disciplinarmente e elaborar pontos de exame. A criação da Inspeção também permitiu a centralização de uma parte do serviço de exames, tendo o Estatuto do Ensino Liceal estabelecido que os pontos para as provas escritas de cada disciplina seriam os mesmos para todos os liceus. Anteriormente os pontos de exame, para cada disciplina, eram comuns apenas para todos os examinandos do mesmo liceu. O legislador justifica esta alteração pela necessidade de estabelecer um regime que ofereça, na medida do possível, garantias de justiça e de igualdade nos julgamentos de todos os alunos.

No espaço temporal escolhido, o sistema escolar português compreendia quatro anos de ensino primário obrigatório (destinado a alunos entre os 6 e os 9 anos) e o ensino secundário, que se iniciava aos 10 anos de idade e se separava em dois ramos: o ensino liceal e o ensino técnico. O ensino liceal dividia-se em três ciclos: 1º ciclo (10-11 anos), 2º ciclo (12-14 anos), 3º ciclo (15-16 anos). A sociedade de então valorizava a formação obtida nos liceus que era considerada um caminho de ascensão social e desvalorizava a das escolas técnicas que conduzia a empregos com menor prestígio social (ALMEIDA, 2013).

No 3.º ciclo transitavam ao ano imediato, ou seriam admitidos a exame tratando-se do 7º ano, os alunos que na respectiva disciplina obtivessem média não inferior a dez valores. A conclusão do 3º ciclo do ensino liceal, dependia da aprovação nos exames de todas das disciplinas que compunham o seu curso.

Nestes exames, os alunos eram sujeitos a provas escritas e a provas orais. Para admissão à prova oral, o aluno precisava ter na prova escrita pelo menos nove valores em vinte valores. Era dispensado da prova oral se tivesse uma classificação média das provas escritas de todas as disciplinas igual ou superior a dezasseis valores. As provas orais eram públicas, durando os interrogatórios entre quinze a trinta minutos. As classificações eram lançadas após cada prova oral. Ficavam reprovados os examinandos que tivessem menos de dez valores na prova oral. A classificação final em cada disciplina era a média das notas obtidas na prova escrita e oral (Decreto-Lei n.º 36 508, de 17 de setembro de 1947). Esta reforma reduz para uma época de exames em cada ano letivo, o regime de duas épocas de exame, que vigorava anteriormente a 1947. A única época de exames (junho/julho) compreendia duas chamadas (1ª e 2ª). O Decreto-Lei n.º 37 944, de 29 de agosto de 1950, repõe uma 2ª época de exames que ocorreria em setembro.

Os programas para a disciplina de Matemática relativos à reforma de 1947 foram publicados em 1948, no Decreto-Lei n.º 37 112, de 22 de outubro, e no fundamental mantiveram-se em vigor por mais de duas décadas. Os grandes temas aglutinadores são: a *Álgebra*; a *Trigonometria*; a *Aritmética Racional*; e, a *Geometria*. Em matéria de livros para o ensino da disciplina de Matemática do 3º ciclo, este diploma preconiza um livro único para cada um dos grandes temas dos programas oficiais: *Compêndio de Álgebra*, *Compêndio de Geometria Analítica*, *Compêndio de Trigonometria* e *Compêndio de Aritmética Racional* (ALMEIDA, 2013).

Num artigo publicado na imprensa periódica em março de 1963, o matemático Sebastião e Silva justifica a necessidade de “modernização” dos conteúdos da Matemática nos liceus (DIÁRIO POPULAR, 06/03/1963). Em julho de1963, foi instituída a Comissão encarregada da atualização dos programas da disciplina de Matemática do 3º ciclo do ensino liceal. No ano letivo de 1963/64, iniciou a experiência pedagógica para a modernização do ensino da Matemática. A experiência foi aplicada em turmas-piloto, cujos alunos não realizavam o ponto de exame de Matemática do 3º ciclo que era aplicado a nível nacional e que incidia sobre assuntos o programa vigente, as turmas da experiência realizavam uma prova de exame sobre assuntos do programa experimental. Durante um período, que iniciou em 1963, coexistiram turmas às quais seriam aplicadas provas de exame da disciplina de Matemática do 3º ciclo distintas. O espaço temporal escolhido para a pesquisa termina por isso em 1963 (ALMEIDA, 2013).

Os exames na imprensa

Segundo Nóvoa (1993), os escritos na imprensa tiveram um papel relevante, em particular, pela possibilidade que ofereciam de alargar o debate de questões educativas a um público não especializado. Não obstante os condicionalismos oficialmente impostos, os jornais conseguiam transmitir ideias, atitudes, contextos e ações que se iam registando relativamente a questões educativas.

Na revista *Labor* (Revista do ensino liceal), Soares (1955) em artigo publicado no mês de outubro, que nesse ano os pontos para as provas escritas dos exames liceais não levantaram, como era hábito, uma grande celeuma. Este registo evidencia que existiam controvérsias no que respeita aos exames. Pelo que começamos por fazer referência a artigos mostram diferentes sensibilidades de opinião no que concerne aos exames. Num artigo publicado no jornal O *Primeiro de Janeiro,* o autor manifesta discordar do ponto único, advogando que, dentro de cada liceu, os professores redigissem vários pontos que seriam conservados secretos, nas mãos do reitor, até ao momento do início das provas. Para ele não devia haver modelo único, nem estandardizado, mas variedade dentro das matérias dos programas. Para ele, este regime tinha a vantagem de cada docente conhecer o nível dos seus alunos e, portanto, saber "dosear" as suas dificuldades (*O PRIMEIRO DE JANEIRO*, 09/07/1956). No jornal *Diário de Notícias*, encontramos um artigo cujo autor defende o regime de ponto único, realçando que aquele sistema era uma forma de controlar o cumprimento dos programas. Pois, segundo o autor, no regime em que os pontos eram organizados pelos professores das respetivas disciplinas, se acontecia que, por falta de tempo, não se lecionava toda a matéria de um programa isso era levado em conta, pelo que tais conteúdos não iriam pertencer ao conjunto dos que eram sujeitos à avaliação no exame (*DIÁRIO DE NOTÍCIAS*, 14/07/1956).

No jornal *Novidades*, de 20 de Julho de 1950, numa carta publicada pelo jornal podia ler-se "o que se passa com os exames do ensino liceal é de natureza a desorientar os mais calmos e mais perspicazes [...] os alunos estão transtornados com os resultados das provas escritas [...] (fruto de) uma péssima confecção de pontos, de uma cotação pouco ponderada e de uma classificação que em alguns casos parece arbitrária" (*NOVIDADES*, 20/07/1950, p. 6). Em de 27 de Julho de 1950, o mesmo jornal informava que a campanha iniciada nas suas páginas para que se autorizasse, a título excecional, exames em Outubro, conduziu a que uma comissão de alunos liceais se deslocasse à redação do jornal com o fim de agradecer e ao mesmo tempo pedir a publicação de um apelo "para que seja permitido aos alunos do 7º ano, da nova reforma que perderam uma só cadeira, apresentarem-se a exame na época de Outubro" (NOVIDADES, 27/07/50, p. 6). Na ausência de uma 2ª época de exames, havia alunos que se encontravam na situação de ter de permanecer um ano nos liceus a repetir uma única disciplina. Em 5 de agosto de 1950, o jornal *República* publica a seguinte nota do gabinete do Ministro da Educação Nacional:

> Esteve ontem no Ministério da Educação Nacional uma comissão de pais de alunos reprovados numa disciplina do 7.º ano dos Liceus. Essa comissão fez entrega de duas exposições pedindo uma segunda época de exames em Outubro para aqueles alunos.
> S. Ex.ª o Ministro atendendo a alguns factos apontados, mandou pedir informações urgentes aos Liceus acerca do número de alunos reprovados até agora para considerar o problema. (REPÚBLICA, 5/8/1950, p. 5).

A consulta feita aos liceus pelo Ministro da Educação conduziu à elaboração e promulgação do Decreto-Lei n.º 37 944, de 29 de agosto de 1950. A consciência por parte do poder político que se estava a ceder à vontade manifestada pelos alunos e seus encarregados de educação ao instituir-se uma 2ª época de exames, conduz a que este diploma legal contenha um longo preâmbulo justificando as razões que presidem à revogação da existência de uma só época de exames. Contrariando assim a ideia que se estaria perante uma política educativa desenvolvida com avanços e recuos, sem saber o rumo a adotar.

Alguns dos artigos que analisámos eram contundentes para os serviços oficiais do ensino que, segundo o autor de um artigo publicado no jornal *O Século*, "mantinham teimosamente o seu critério de reduzir a frequência dos liceus pelo mais fácil mas também mais imoral dos sistemas: o da eliminação de grande número de alunos, aos quais se ofereciam como pontos de exame verdadeiras charadas, para tornar mais possíveis as reprovações" (*O SÉCULO*, 09/07/1956, p. 1). Em 5 de Julho de 1956, num artigo publicado no *Diário de Lisboa,* um professor de Matemática refere que na aplicação do ponto de Matemática da 1ª chamada do 3º ciclo, os alunos além do habitual nervosismo que tinham de enfrentar depararam-se com uma prova de especial dificuldade. Salientando

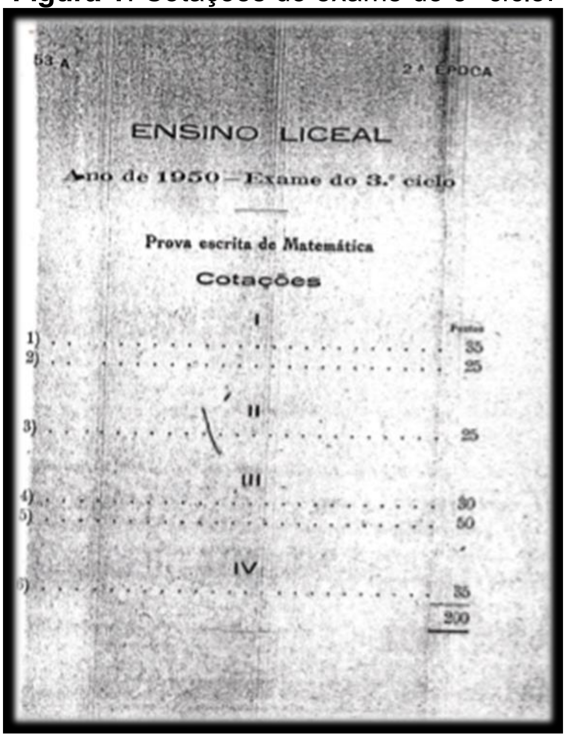
> Se um exame − qualquer exame − se dirige a um aluno «médio» teremos que concluir que esse aluno médio em Matemática não presta?!...Teremos que há um pungente «desfasamento» entre a preparação do aluno e as provas por ele prestadas?!... Será, talvez, útil averiguar-se onde começam e onde acabam as responsabilidades que a todos cabem − aos livros e aos programas, aos professores e aos métodos de ensino, aos alunos e a seus pais. (DIÁRIO DE LISBOA, 05/07/56, p. 14)

No mesmo artigo, o autor reconhece ter sido boa a decisão oficial de dar conhecimento imediato dos pontos das provas escritas à população. Os pontos eram afixados nos liceus e saíam também publicados no *Diário de Lisboa*. Mas, no parecer do autor isso não era suficiente, era "conveniente que fossem igualmente dadas a público as cotações dos mesmos pontos, permitindo assim que melhor se avaliassem as provas prestadas e o rendimento dos alunos" (*DIÁRIO DE LISBOA,* 05/07/56, p. 14). O conhecimento das cotações podia também ajudar no combate à utilização do recurso porque, segundo o autor do artigo, "não se conhecendo a cotação de determinada pergunta, há a tendência natural de valorizar o trabalho do aluno reprovado e de portanto admitir um excessivo rigor na sua classificação" (DIÁRIO DE LISBOA, 05/07/56, p. 1 e 14). A cotação e a classificação das provas, já tinha sido abordada nos jornais, no seu comentário um autor que já mencionamos criticava a ponderação das cotações e a aparente arbitrariedade das classificações.

Na 1ª fase dos exames de 1959, O *Diário de Lisboa*, iniciou a publicação dos pontos do ensino liceal acompanhada de comentários elucidativos e soluções exemplificativas. Os comentários e soluções eram, como se escreveu no mesmo jornal, "resultado de colaboração de pessoas perfeitamente idóneas e completamente versadas na matéria respectiva" (DIÁRIO DE LISBOA, 29/6/1959, p. 8 e 11). Salientando que este serviço, além de ser útil aos alunos e pais poderia ainda ser conveniente "para que os professores pudessem encontrar uma base de comparação que lhes permitisse avaliar do trabalho levado a cabo nos exames" (DIÁRIO DE LISBOA, 04/07/1959, p. 3).

A realidade apresentada atrás evidencia que os professores corretores das provas escritas do exame de Matemática, do 3º ciclo do ensino liceal, recebiam apenas as cotações finais para cada pergunta (Figura 1), sem cotações parciais ou qualquer resolução. Hoje, temos uma realidade diferente.

Figura 1: Cotações do exame do 3º ciclo.



53 A

2.ª ÉPOCA

ENSINO LICEAL

Ano de 1950 — Exame do 3.º ciclo

Prova escrita de Matemática

Cotações

I

	Pontos
1)	35
2)	25
II	
3)	25
III	
4)	30
5)	50
IV	
6)	35
	200

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Com efeito, os professores designados para a classificação dos exames da disciplina de Matemática A, do ensino secundário, recebem critérios gerais de classificação e, a cotação e critérios de correção específicos para os itens de resposta aberta. Para além disso, são também disponibilizado(s) processo(s) de resolução dos diversos itens de resposta aberta que compõem os pontos das provas de exame da disciplina de Matemática na atualidade.

A última controvérsia que apresentamos ocorreu em 1959 e é relativa ao ponto de Matemática do 3º ciclo do ensino liceal, realizado na 1ª fase. Num artigo do *Diário de Lisboa* pode ler-se o seguinte comentário

> Segundo opinião geral, o ponto de Matemática do 3º ciclo era demasiado extenso, pelo que muitos alunos tiveram dificuldade em o acabar.
> Além desta observação, que só por si, implicou um certo nervosismo entre os examinandos, apontam-se dificuldades, para as quais o Ministério da Educação Nacional não deixará de dirigir a sua atenção, no sentido de evitar juízos injustos e remediar o mal-estar que se verificou nos alunos.
> A prova inclui, com efeito, um problema de solução impossível; o problema n.º 2 do II grupo. O enunciado exige que se escreva a equação duma circunferência simultaneamente tangente ao eixo das abcissas no ponto A(4,0) e à bissectriz dos quadrantes ímpares no ponto B(3,3).
> Ora, é impossível, a não ser em casos especiais, obrigar uma circunferência a ser tangente a duas rectas em pontos préviamente determinados. No problema proposto, podia acontecer que estivessem os pontos escolhidos de modo a existir a circunferência, mas nem isso se dá. (DIÁRIO DE LISBOA, 28/6/1959, p. 4)

Em verdade podemos dizer que não esperávamos algumas das manifestações que encontrámos na imprensa sobre os exames, durante o Estado Novo. O que prevíamos, tendo em conta o regime político vigente, era constatar que os jornais seriam apenas difusores de informação do Ministério da Educação Nacional sobre os exames, mas verificámos que os próprios jornais por iniciativa própria, bem fundamentada e justificada, discorriam sobre os problemas dos exames, particularmente os do ensino liceal. Assim, principalmente durante a época de exames eram publicados artigos que veiculavam ideias, por meio de comentários e exposições, sobre os pontos aplicados ou sobre o tema em geral.

Descrição e análise de provas de exame de Matemática, do 3º ciclo liceal

O enunciado das provas de exame tinha um cabeçalho onde constava: Ensino Liceal, o ciclo, ano civil e a chamada ou época, seguido da identificação da disciplina, ou seja, "Prova escrita de Matemática". No cabeçalho havia uma chamada de atenção aos alunos, que alertava para a indicação dos cálculos e dos raciocínios efetuados. A partir de 1964, inclusive, o tempo de duração da prova (1 h e 30 min) e a tolerância (30 min), também integravam o cabeçalho.

Com o propósito de observarmos a estrutura e conteúdos, cotações e linguagem utilizada em provas de exame do 3º ciclo, analisámos provas referentes a 1950 e 1963. Pois, de todos os enunciados de provas de exame que conseguimos recolher apenas os conjuntos respeitantes aos anos de 1950 e 1963 continham provas das 1ª e 2ª Chamadas, realizadas na 1ª Época dos exames, e uma prova da 2ª Época. A análise das provas permitiu-nos identificar algumas características que adiante identificamos e analisamos.

Cada uma das provas analisadas era composta por quatro grupos de questões. Os grupos podiam ter um número variável de questões e estas, por vezes, eram subdivididas em alíneas. Ao observar o conteúdo das provas realça que, embora sem estar indicado, cada grupo correspondia a uma das grandes áreas em que o programa estava dividido. A distribuição era feita do seguinte modo: Grupo I – Álgebra; Grupo II – Geometria Analítica; Grupo III – Trigonometria; Grupo IV – Aritmética Racional.

Atendendo a que nas lições dadas nos liceus os conteúdos eram lecionados por temas, correspondendo a cada um destes um compêndio diferente, esta divisão do exame em grupos, também estes correspondentes a um tema, poderia ajudar os alunos a integrar a questão no tema respetivo e desse modo desencadear o raciocínio mais adequado à sua resolução.

Nas 1ª e 2ª Chamadas das provas de 1950 havia questões que necessitavam de resultados obtidos em questões precedentes para serem resolvidos, mas o mesmo não se pode dizer da prova da 2ª Época. Tais questões poderiam ter provocado nos alunos uma ansiedade prejudicial à realização da prova, o que não é justo para os alunos das 1ª e 2ª Chamadas.

Analisando Tabela 1, verificamos que a distribuição das cotações, por tema, na 1ª Chamada, e a distribuição das cotações, por tema, na 2ª Chamada são idênticas. Porém, na 2ª Época a percentagem correspondente à Trigonometria aumentou substancialmente, registando-se uma diminuição da cotação atribuída às restantes rubricas do programa.

Tabela 1: Distribuição das cotações por tema do programa de Matemática do 3º ciclo, nas provas de exame de 1950.

	1ª CHAMADA	2ª CHAMADA	2ª ÉPOCA
Álgebra	32,5 %	32,5 %	30 %
Geometria Analítica	20 %	20 %	12,5 %
Trigonometria	27,5 %	27,5 %	40 %
Aritmética Racional	20 %	20 %	17,5 %
TOTAL	100 %	100 %	100 %

Fonte: Autor (2020).

Não dispomos de dados numéricos sobre as classificações dos exames da 1ª ou da 2ª Chamada das provas analisadas. O Governo só permitiu uma 2ª Época de exames devido ao elevado número de reprovações na única época prevista por lei, logo esta diferença nas cotações não nos surpreende.

A prática letiva enfatizava o aspeto formal da Matemática e uma das finalidades do ensino desta disciplina do 3º ciclo do ensino liceal era a aquisição de uma técnica segura de cálculo. A linguagem usada na formulação das questões evidenciava os dois aspetos anteriores, como se pode observar pelas expressões chave de cada questão das provas: “Calcule …”; “Determine …”; “Mostre que …”; “Demonstre que …”

Nas provas de 1963, abaixo da identificação da disciplina aparecia, em destaque, que o aluno devia indicar os cálculos que efetuasse na resolução dos problemas propostos. Em todas as provas havia questões que necessitavam de resultados obtidos em questões precedentes para serem resolvidas. Observando a tabela 2 destaca-se, do nosso ponto de vista, a percentagem correspondente à Álgebra. Em qualquer das provas deste ano letivo o peso relativo deste tema não é inferior a 50 %.

Tabela 2: Distribuição das cotações por tema do programa de Matemática do 3º ciclo, nas provas de exame de 1963.

	1ª CHAMADA	2ª CHAMADA	2ª ÉPOCA
Álgebra	55 %	50 %	55 %
Geometria Analítica	25 %	20 %	22,5 %
Trigonometria	10 %	25 %	12,5 %
Aritmética Racional	10 %	5 %	10 %
TOTAL	100 %	100 %	100 %

Fonte: Autor (2020).

O peso relativo da Álgebra nas provas de 1963 ganha uma outra dimensão se atendermos ao facto de em 1950 ser dado a este tema um valor máximo de 32,5 %. Do mesmo modo, quando comparamos os quadros correspondentes a 1950 e 1963, verifica-se que o peso relativo da Aritmética Racional é bem menor em 1963 do que em 1950. Assim, aparentemente, existe um declínio da Aritmética Racional em favor da promoção da Álgebra.

O professor de Matemática Francisco Maria Gonçalves num artigo publicado na revista *Labor*, em Abril de 1961, afirmava que havia um desnível entre os objetivos definidos oficialmente e os que na prática se conseguiam atingir. Os professores preparavam os alunos especialmente para o exame escrito. O autor refere a Aritmética Racional, como exemplo do que disse:

> Hoje em dia a Aritmética Racional tem dois programas: um, teórico, o mais importante, quase sempre completamente ignorado dos alunos; outro, prático, constituído por uma lista de artifícios que permitem resolver, digamos, uns 50 exercícios-tipo. Alguns alunos conhecem quase todos esses artifícios, mas são poucos os que sabem Aritmética Racional. (GONÇALVES, 1961, p. 552-553).

Esta dificuldade pode ter sido um dos fatores que contribuíram para a despromoção da Aritmética Racional. No que respeita à Álgebra, a sua valorização pode ter-se dado devido ao desenvolvimento que esta sofreu e que a escola tentou acompanhar, dando-lhe uma importância que se estendeu aos exames finais da disciplina de Matemática.

Quanto à linguagem, em 1963, as expressões-chave de cada questão eram as seguintes: “Indique …”; “Calcule …”; “Determine …”; “Defina …”; “Prove que …”; “Demonstre que …”. Assim, a linguagem usada na formulação das questões não difere muito da utilizada em 1950.

Da análise dos enunciados das provas de 1950 e 1963, ressalta que as questões eram elaboradas para testar a utilização de conceitos, teoremas e definições de um dos temas do programa, pelo que estas não contemplavam conexões entre as diversas áreas da Matemática.

Considerações

O lugar de destaque dado na imprensa, no contexto atual, às questões educativas, nomeadamente aos exames nacionais do ensino secundário, levou-nos a questionar se no período do Estado Novo, em que a imprensa era controlada pela Censura, houve opinião difundida sobre os exames, focando-nos no 3º ciclo do ensino liceal. E, se houve polémicas associadas aos exames da disciplina de Matemática do mesmo ciclo. Pretendemos ainda fazer uma caraterização da estrutura e conteúdos dos pontos de exame da disciplina de Matemática, do 3º ciclo dos liceus.

No que respeita aos exames nacionais, a nossa pesquisa evidenciou que no período entre 1947 e 1963, os comentários e as controvérsias relativas a este assunto existiam e tinham visibilidade nos jornais e revistas. As provas de exame e as reprovações na disciplina de Matemática do 3º ciclo liceal já eram tema de notícia na imprensa. A nossa análise de pontos das provas escritas dos exames da disciplina de Matemática do mesmo ciclo revelou que estes eram compostos por quatro grupos de questões. Cada grupo correspondia a um dos temas em que o programa da disciplina estava dividido (Álgebra, Geometria Analítica, Trigonometria, Aritmética Racional). As questões testavam essencialmente a utilização de conceitos, teoremas e definições de cada tema, não contemplando conexões entre eles.

Referências

ALMEIDA, M. C. **Um olhar sobre o ensino da matemática, guiado por António Augusto Lopes**. Lisboa. 2013. Dissertação (doutoramento em Ciências da Educação) – Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa.
CERTEAU, M. **A escrita da história**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1982.
GONÇALVES, F. M. (1961). O ensino da Matemática no momento presente. **Labor**, Aveiro, 199, 546-554, Janeiro de 1961.
JORNAL **Diário de Notícias**, de 14 de julho de 1956.
JORNAL **Diário de Lisboa**, de 05 de julho de 1956.
JORNAL **Diário de Lisboa**, de 28 de junho de 1959.
JORNAL **Diário de Lisboa**, 29 de junho de 1959.
JORNAL **Novidades**, de 20 de julho de 1950.
JORNAL **Novidades**, de 27 de julho de 1950.
JORNAL **O Primeiro de Janeiro**, de 09 de julho de 1956.
JORNAL **O Século**, de 09 de julho de 1956.
JORNAL **República**, 5 de Agosto de 1950
NÓVOA, A. **A Imprensa de Educação e Ensino. Repertório Analítico (séculos XIX – XX)**. Lisboa: IIE, 1993.
SOARES, J. P. Considerações sobre problemas do ensino liceal. **Labor**, Aveiro, 151, 49–54, Outubro de 1955.
ROSAS F. & BRITO, J. M. B. **Dicionário de História do Estado Novo** — *Volume I*. Lisboa: Bertrand, 1992.

FRANCISCO ANTONIO LACAZ NETTO (1911-1991): BREVE BIOGRAFIA E PRODUÇÃO BIBLIOGRÁFICA

Angelica Raiz Calabria
Uniararas
angelica@fho.edu.com

Resumo

Francisco Antonio Lacaz Netto nasceu em 06 de fevereiro de 1911, em Guaratinguetá, São Paulo. Graduou-se em três cursos, a saber: Farmácia, Engenharia Geográfica e licenciatura em Matemática. Dentre eles, optou pelo último e iniciou a docência, na década de 1940, em São Paulo, capital, em colégios de Cursos Ginasiais e Científicos, e instituições de Ensino Superior. Em 1950, com a criação do Instituto Tecnológico da Aeronáutica (ITA), em São José dos Campos, Lacaz Netto foi convidado a lecionar nesse instituto e auxiliou na escolha de profissionais para compor o quadro inicial de docentes do Departamento de Matemática e, posteriormente, atuou como chefe desse departamento. Ainda nesse instituto, exerceu, por um período, o cargo de reitor. Aposentou-se em 1981 e, depois, continuou trabalhando como professor conferencista. Nesse sentido, este trabalho tem por finalidade apresentar uma breve biografia do professor Lacaz Netto e, também, sua produção bibliográfica, que é constituída por obras matemáticas e diversos livros didáticos, os quais contribuíram para a constituição da disciplina Matemática no primeiro ciclo do Ensino Secundário. Assim, consideramos esse professor como uma personagem das histórias de pessoas significativas ao desenvolvimento da Educação Matemática do Brasil.

Palavras-chave: Biografia. Produção Bibliográfica. História da Matemática do Brasil.

Introdução

O presente trabalho é parte integrante da dissertação de doutorado da autora, intitulada “Francisco Antonio Lacaz Netto (1911-1991): um estudo biográfico”, a qual versa sobre esse professor, descrevendo sua formação, sua carreira docente, principais obras e homenagens, privilegiando sua trajetória no Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA) e a sua dedicação como professor.

Nesse sentido, temos por finalidade acrescentar informações à História da Matemática do Brasil e apresentar uma breve biografia do professor Lacaz Netto e sua produção bibliográfica, a qual é constituída por algumas obras matemáticas e diversos livros didáticos. Esses livros eram dedicados ao Ginásio e aos Cursos Clássicos e Científicos e pertenceram ao período das Reformas Capanema e Simões Filho, os quais contribuíram para a constituição da disciplina Matemática no primeiro ciclo do Ensino Secundário, tornando esse professor, segundo nossas perspectivas, um educador matemático.

Assim, pode-se dizer, que Lacaz Netto também faz parte da História da Educação Matemática do Brasil, incluindo-o na vertente relacionada às pesquisas sobre a *história de pessoas significativas ao desenvolvimento da Educação Matemática do Brasil*, nos permitindo analisar quais foram suas contribuições para o processo de constituição da disciplina de Matemática que concebemos atualmente. Aproveitamos, nas mesmas certezas, de que se faz necessário a importância de biografar, com a intenção de não deixarmos pessoas significativas serem colocadas no esquecimento, como apenas vagas lembranças.

Portanto, apresentar a trajetória de vida do professor Lacaz e suas principais produções bibliográficas, farão parte desse texto, o qual foi elaborado por meio do acervo pessoal desse professor, de entrevistas realizadas com amigos e familiares e, também, de documentos adquiridos no Instituo Tecnológico de Aeronáutica (ITA).

Francisco Antonio Lacaz Netto (1911-1991): breve biografia

Figura 1: Professor Francisco Antonio Lacaz Netto

Fonte: Calabria (2014, s/p).

Francisco Antonio Lacaz Netto não foi criador de escola matemática, não elaborou nenhum teorema ou estudo matemático específico, não realizou pesquisas nas áreas de Matemática Pura e Aplicada, no entanto, o consideremos um professor que teve destaque para a Educação Matemática e, também, ao Departamento de Matemática do ITA. Com essa perspectiva, descreveremos a trajetória de vida dessa personagem, já que

> [...] interessa não apenas a história de famosos matemáticos, mas também a daqueles professores – mesmo que não produtores de novidades na Matemática – e autores de livros didáticos que desempenharam um papel relevante porque contribuíram para a divulgação do conhecimento e, portanto, como docentes, auxiliaram na formação intelectual de milhares de indivíduos. (SAD; SILVA, 2008, p. 43).

Assim, aos 06 de fevereiro de 1911, nasce em Guaratinguetá, cidade do interior de São Paulo, Francisco Antonio Lacaz Netto, filho de Rogério da Silva Lacaz e Judith Limongi Lacaz. Casou-se nessa mesma cidade com a Sra. Silvia Maria D'Alessandro, com quem teve dois filhos, Luiz Roberto e Maria Helena da Silva Lacaz.

Realizou seus estudos básicos, os cursos primário e secundário, em Guaratinguetá e, posteriormente, formou-se Professor Normalista pela Escola Normal dessa mesma cidade, no ano de 1928. Em seguida, realizou um curso de farmacêutico na Escola de Farmácia e de Odontologia de Itapetininga, a qual concluiu em 1930. Além desse curso, fez mais dois cursos de nível superior, a saber: Engenharia Geográfica pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (USP), concluído em 1932 e licenciatura em Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP (FFCL-USP), em 1936 (primeira turma).

Ainda com relação à sua formação acadêmica, Professor Lacaz, entre os anos de 1958 e 1959, foi à Itália com a finalidade de estudar e não participar de algum curso regular. Lá estudou sobre *Teoria das Funções Analíticas de Variáveis Complexas*, com o professor Enzo Martinelli (1911-1999), no Instituto Superior de Matemática da Universidade de Roma.

Já a carreira docente, a iniciou em escolas do Ensino Básico na cidade de Guaratinguetá. Posteriormente, foi lecionar em São Paulo, capital, em Cursos Preparatórios e em colégios de Cursos Secundários, subdivididos em Clássico e Científico. Lecionou, também, em instituições de Ensino Superior, dentre os quais destacamos o Colégio Universitário anexo à USP; a Faculdade de Engenharia Industrial da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

(PUC-SP); a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras do Instituto Mackenzie e a Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá (FEG).

Essa primeira parte, da trajetória docente de Lacaz Netto, foi traçada dentre os anos de 1931 e 1949. Nesse período, mantinha uma vida estabilizada, tanto pessoal quanto profissional. No entanto, foi convidado por um colega e professor da Escola Politécnica da USP, Paulus Aulus Pompeia (1911-1993), para lecionar e auxiliar na seleção de professores para compor o primeiro quadro docente do Departamento de Matemática do ITA, instituto de engenharia que iniciava suas atividades na cidade de São José dos Campos, interior de São Paulo, em 1950.

Lacaz aceitou o convite e voltou ao interior e ao inesperado e deixou, em São Paulo, duas cátedras em escolas de Ensino Superior e de três colégios de destaque e foi contratado como professor associado, no ITA, em 1950.

Além de docente, foi indicado para auxiliar o professor e matemático irlandês Francis Dominic Murnaghan (1893-1976) a organizar o quadro inicial de professores do Departamento de Matemática, junto com o professor Flávio Botelho Reis (1913-?). Professor Murnaghan escolheu esses professores, Lacaz Netto e Botelho Reis, pelo fato do primeiro ser pesquisador matemático e, o segundo, por ser bom didata. Para esse quadro docente inicial, professor Lacaz sugeriu nomes de profissionais que, posteriormente, se tornariam relevantes pesquisadores da Matemática produzida no Brasil, e que fizeram a diferença tanto para a sociedade científica brasileira quanto para o ITA.

Exerceu o cargo de chefe do Departamento de Matemática no período de 1962 a 1965 e, em seguida, em 1966, assumiu a reitoria do ITA, permanecendo até o ano de 1973. Mesmo com a função de reitor, não abandonou a sala de aula, continuou com suas atividades de docência junto ao Departamento de Matemática. Aposentou-se em 07 de fevereiro de 1981 e, neste mesmo ano, na 243ª Reunião da Congregação de Professores do ITA recebeu o título de Professor Emérito do ITA (CALABRIA, 2016). Após sua aposentadoria, continuou a frequentar o ITA como professor conferencista.

Concluímos, dessa forma, um breve relato de quem foi o professor Lacaz Netto. Além disso, esse professor publicou alguns trabalhos, dentre eles, livros didáticos, os quais apresentaremos na próxima seção.

Produção Bibliográfica

> *No Brasil, atualmente, uma das falhas do ensino nos Colégios e Escolas Superiores, é a falta de compêndios onde o aluno encontre a matéria exigida nos programas oficiais.*
> *A meu ver, esse mal seria sanado, se todo professor publicasse suas lições, em forma de apostilas ou livros, ampliados de publicação em publicação.*
> *Francisco Antonio Lacaz Netto.*

A citação, que ora iniciamos essa seção, refere-se a fala do Professor Lacaz Netto com relação a sua percepção sobre a maneira de como os professores poderiam auxiliar os alunos a suprir a falta de material didático a ser utilizado em sala de aula. Nesse sentido, observamos que, na década de 1940, a bibliografia básica do ensino brasileiro, especificamente a parte da disciplina Matemática, era escasso e, por assim dizer, os professores não possuíam um material organizado a ser trabalhado com os alunos com a finalidade de prepara-los para os exames oficiais de admissão aos Cursos Preparatórios e ao Ensino Superior. Com o objetivo de aprimorar esse contexto, professor Lacaz se dedicou a fazer anotações de suas aulas e transformá-las em apostilas, resultando na criação de um material de apoio. Por isso, apresentamos os trabalhos desse professor nessa seção, os quais foram constatados durante a pesquisa de doutorado.

Professor Francisco Antonio Lacaz Netto teve uma considerável produção bibliográfica composta por livros didáticos, em sua maioria, direcionados ao Ensino Básico, nos permitindo considerar que esse professor tinha interesse pela área educacional. Esses livros foram elaborados nos períodos das Reformas Gustavo Capanema (1942-1950) e Simões Filho (1951-1966) e eram propostas a serem aplicadas ao Ginásio e aos Cursos Clássico e Científico. Constatamos que uma parte significativa de suas obras foram publicadas na primeira reforma, as quais, junto com outros autores de livros didáticos,

> Como José Abdelhay, Benedicto Castrucci, Euclides Roxo, evidenciaram, com as suas obras, suas participações no processo de constituição da disciplina Matemática do Ginásio (OTONE e SILVA; RIBEIRO, 2007). Nesse sentido, os livros produzidos pelo professor Lacaz foram relevantes para a História da Educação Matemática brasileira, especialmente para o surgimento da disciplina Matemática no Ensino Básico. (CALABRIA, 2014, p. 92).

Assim, a partir dessa produção bibliográfica, consideramos o professor Lacaz como um dos protagonistas da História da Educação Matemática do Brasil e, por essa razão, relacionaremos essa produção, a qual foi encontrada parte em seu Acervo Pessoal e outra no site do Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática no Brasil, sob o tema *A Matemática do Colégio: livros didáticos para a história de uma disciplina*, organizado por Wagner Rodrigues Valente, da Universidade Federal de São Paulo (Unifesp). Dessa forma, apresentaremos, a seguir, por itens, tal produção[1]:

1. *Exercícios sobre Vetores.* São Paulo: Editora Clássico Científica S/A. 1942. Primeira Edição. Refere-se a exercícios resolvidos sobre vetores, propostos ao curso do antigo colégio Panamericano, com a finalidade de preparar os alunos para o ingresso na Escola Politécnica da USP.

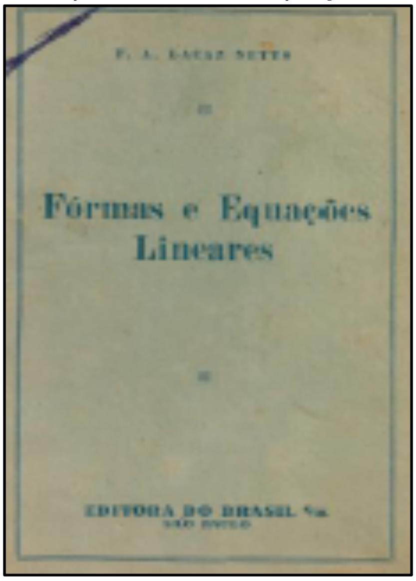
Figura 2: Capa – Exercícios Vetores.

Fonte: Calabria (2014, p. 93).

[1] Dados baseados em Calabria (2014).

2. *Formas e Equações Lineares*. São Paulo: Editora do Brasil. 1944. O seu conteúdo refere-se às aplicações de determinantes e fez parte dos programas oficiais de Matemática no Curso Científico das escolas secundárias.

Figura 3: Capa – Forma e Equações Lineares.



Fonte: Calabria (2014, p. 93).

3. *Lições de Análise Combinatória*. São Paulo: Editora Clássico Científica S/A. 1943, primeira edição. Foram publicadas oito versões, sendo a última pela editora EQUILAB S/A, em 1974. Num primeiro momento, esse trabalho foi publicado como apostila aos alunos do Liceu Panamericano e, posteriormente, como livro, o qual contém as aulas do professor Lacaz lecionadas nos Cursos Pré-Preparatórios e nos colégios que trabalhou em São Paulo.

Figura 4: Capa – Análise Combinatória.

Fonte: Calabria (2014, p. 94).

4. *Lugares Geométricos Planos.* São Paulo: Editora Bandeirantes. 1951. Primeira Edição. O objetivo desse livro é auxiliar os alunos dos colégios e dos primeiros anos de escolas superiores com relação a Geometria Analítica, contendo resolução de exercícios por meio do método cartesiano, com possíveis aplicações ao método vetorial.

Figura 5: Capa – Lugares Geométricos.

Fonte: Calabria (2014, p. 94).

5. *Complementos sobre Vetores.* São Paulo: Livraria Nobel S/A. 1957. Faz parte das anotações de aulas do professor Lacaz aos alunos das turmas

do Primeiro Ano Profissional do ITA. Essa obra é uma combinação da parte vetorial contemplada em Geometria Analítica, com o Cálculo Diferencial e Integral.

Figura 6: Capa – Complementos sobre Vetores.

Fonte: Calabria (2014, p. 95).

6. *Teoria Elementar dos Determinantes*. São Paulo: Editora Clássico Científica S/A. 1943. Primeira Edição. A última versão foi publicada em 1958 pela Livraria Nobel. Um livro dedicado aos estudantes e que aborda o tema sobre determinantes.

Figura 7: Capa – Teoria Elementar dos Determinantes.

Fonte: Calabria (2014, p. 95).

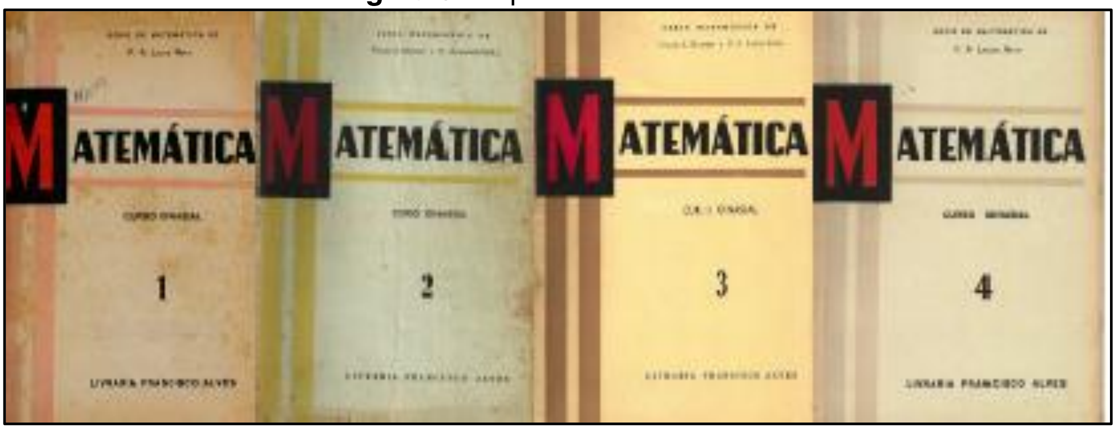
7. *Trigonometria*. São Paulo: Editora Bandeirantes. 1954. Primeira Edição , sendo publicada até a terceira edição, pela Livraria Nobel, em 1963. Esse trabalho foi resultado de suas aulas quando lecionava nos colégios da cidade de São Paulo.

Figura 8: Capa – Trigonometria.

Fonte: Calabria (2014, p. 96).

8. *Matemática (1º, 2º, 3º e 4º volumes) – Curso Ginasial*. São Paulo: Livraria Francisco Alves. 1958. Essa série foi realizada junto com o professor Willie A. Maurer e teve como público alvo os alunos do antigo Ginásio, e os conteúdos são aqueles abordados nas 1ª, 2ª, 3ª e 4ª séries ginasiais.

Figura 8: Capa – Curso Ginasial.



Fonte: Calabria (2014, p. 97).

9. *Números Reais*. São Paulo: Livraria Nobel S/A. 1958. Segunda Edição. Sua primeira edição foi publicada em 1942 como apostila e é uma das reproduções de suas aulas lecionadas em colégios dos cursos Clássico e Científico. Nessa obra, foi exposta a teoria dos Números Reais utilizando conceitos de Análise Real. Ressaltamos que esse livro auxiliou alguns professores do Ensino Superior.

Figura 9: Capa – Números Reais.

Fonte: Calabria (2014, p. 98).

Classificamos os itens apresentados, do 1 ao 9, como livros didáticos, contudo, em meio a sua produção bibliográfica, enfatizaremos outras obras que não os caracterizamos como sendo didáticos, mas possuem objetivos educacionais, que são:

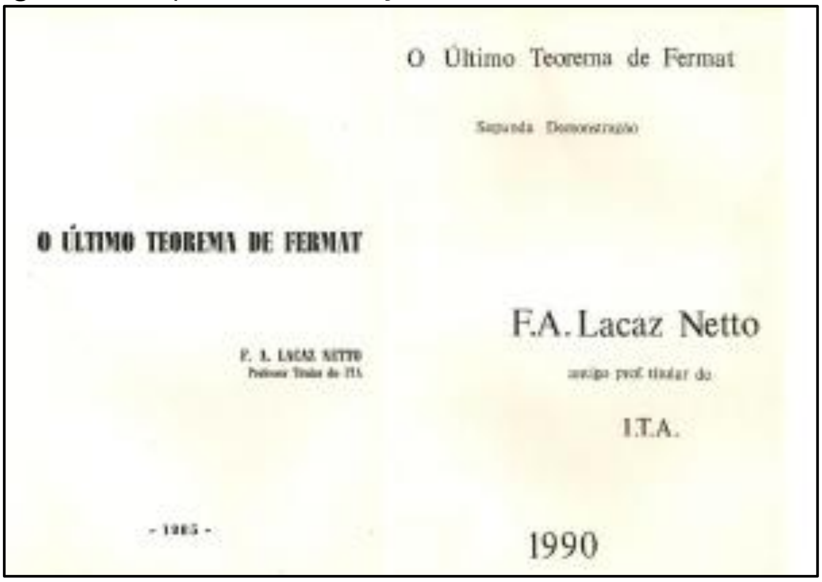
a. *Pequena História – Grandes Matemáticos (Partes 1 e 2)*. São José dos Campos: EQUILAB S/A. 1973 e 1974. Esses textos não possuem aspectos de livro didático, pois o seu conteúdo são breves biografias de alguns matemáticos relevantes para a História da Matemática. No entanto, professor Lacaz ministrou, por duas vezes, a disciplina História da Matemática junto ao Departamento de Humanidades do ITA e entendia ser de relevância e que deveria ser apresentada aos alunos. Ou seja, era uma disciplina com a qual se identificava, uma vez que, em várias de suas produções, iniciava os primeiros capítulos com breves históricos sobre os temas abordados.

Figura 10: Capa – Pequena História – Grandes Matemáticos.

Fonte: Calabria (2014, p. 97).

b. *O Último Teorema de Fermat*. Esse trabalho refere-se a uma publicação própria, a qual se dedicou a estudar e a considerava um desafio. Professor Lacaz, elaborou duas demonstrações do *Último Teorema de Fermat*, uma em 1985 e outra em 1991. Nesse período, estava aposentado, porém continuou estudando e, de acordo com Calabria (2016, p.14), "[...] no trabalho de 1985 a demonstração deste teorema foi puramente diofantina. Já, o de 1990 apresentou outra, só que no campo racional.". Ao observarmos a demonstração do professor Lacaz, entendemos que utilizou a Teoria dos Números com uma argumentação simplificada, o que não era suficiente para concluir tal demonstração. Contudo, não descartamos o espírito matemático do professor Lacaz ao tentar provar esse teorema clássico da História da Matemática.

Figura 11: Capa – Demonstração do Último Teorema de Fermat.



Fonte: Calabria (2014, p. 110).

c. *Guia do Estudante* – em colaboração com o Sr. Miguel Roque, publicado pela Livraria Acadêmica, São Paulo, 1939. Esse guia foi proposto para preparar os estudantes para os exames oficiais de admissão.

d. *Trabalhos com temas matemáticos:*
   a. *Teoria das Medidas* (1940);
   b. *Quociente de Vetores* (1943);
   c. *Complexos Lineares* (1943);
   d. *Elementos Unidos de uma Homografia Plana não-Homológica* (1943).

   Esses trabalhos referem-se a algumas de suas aulas proferidas nos colégios paulistas.

e. *Trabalhos publicados no Jornal de Matemática e Física*[2]*:*
   a. *Série de Fourier* (1952/1953);
   b. *Uma Equação Diofantina* (1953);
   c. *Nótula Histórica* (1953);

[2] Referem-se a trabalhos elaborados pelo professor Lacaz Netto que estavam apresentados em seu currículo, porém, no decorrer da pesquisa, não encontramos mais informações sobre tais trabalhos.

d. *O Teorema de Rouché – Capelli – Demonstração Matricial* (1953);
e. *Um Problema de Aritmética* (1953);
f. *Uma Aplicação da Constante de Euler* (1953);

f. *Artigo – Considerações sobre uma Equação Diofantina:* publicado pelo Boletim da Sociedade Matemática de São Paulo (está presente no 1º Volume do 1º Fascículo, de junho de 1946).

Dessa forma, a seção, que ora apresentamos, enfatizou algumas obras e trabalhos elaborados pelo professor Lacaz Netto, com o fim de destacar as suas produções relacionadas aos livros didáticos, os quais o fazem, de acordo com o que concluímos, um colaborador ao ensino da Matemática brasileira e, finalizamos essa imagem, com breves trechos dos Prefácios das obras desse professor:

> Sendo este trabalho um livro de exercícios, ele requer algum conhecimento do leitor; quero crer, entretanto, que todos os seus problemas estão ao alcance dos estudantes dos nossos colégios e lhes prestem algum auxílio: - este é o meu desejo e a finalidade do livro. (LACAZ NETTO, 1942, s/n).
>
> Cumprindo a promessa, sai hoje FORMAS E EQUAÇÕES LINEARES.
> [...]
> Pela importância da matéria, de grande aplicação, espero que o presente volume preste algum auxílio àqueles que se iniciam no estudo da Matemática. (LACAZ NETTO, 1944, s/n).
>
> Esperamos que o presente volume seja de alguma utilidade aos alunos de nossos Colégios; nele encontra-se a parte de Análise Combinatória exigida nos programas atuais, além das que eram exigidas antigamente e que julgamos ao alcance dos estudantes do segundo ciclo ginasial, razão por que as deixamos em nossas Lições de Análise Combinatória, com a vantagem de apresentarmos um livro mais completo sobre o assunto. (LACAZ NETTO, 1943a, s/n).

Considerações Finais

Francisco Antonio Lacaz Netto, nascido em Guaratinguetá, São Paulo, iniciou seus estudos no Curso Normal (antigo magistério), em seguida, formou-se em Farmácia, Engenharia Geográfica e Licenciatura em Matemática. Dentre sua formação, escolheu ser professor, ou seja, optou pelo lado educacional.

Com esse trabalho, apresentado no 8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, nos propomos a descrever alguns aspectos da trajetória de vida desse professor, no qual elencamos sua carreira docente e suas principais produções bibliográficas, destacando aquelas que consideramos como livros didáticos e que colaboraram para a formação da disciplina de Matemática no ensino brasileiro.

Por fim, buscamos destacar, também, a história dessa personagem com a finalidade de a incluir como protagonista na História da Matemática e da Educação Matemática do Brasil.

Referências

Acervo Pessoal do Professor Francisco Antonio Lacaz Netto.

CALABRIA, A. R. **Francisco Antonio Lacaz Netto (1911-1991):** um estudo biográfico. Rio Claro, 2014. Tese (Doutorado). Instituto de Geociências e Ciências Exatas – IGCE. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Unesp: Rio Claro, 2014.

______. Francisco Antonio Lacaz Netto: breve biografia. In: **Revista Brasileira de História da Matemática (RBHM).** Rio Claro: SBHMat, v. 16. n. 32. p. 1-17, nov/2016.

LACAZ NETTO. **Exercícios de Vetores**. São Paulo: Editora Clássico Científica S/A. 1942.

______. **Formas e Equações Lineares**. Editora do Brasil S/A: São Paulo. 1944.

______. **Lições de Análise Combinatória**. 1ª Edição. São Paulo: Editora Clássico Científica S/A. 1943.

SAD, L. A.; SILVA, C. M. S. Reflexões Teórico-Metodológicos para Investigações em História da Matemática. **Bolema**, Rio Claro, ano 21, n. 30, p. 27- 46, 1998.

IDENTIFICAÇÃO E CLASSIFICAÇÃO DE PESQUISAS SOBRE A ORGANIZAÇÃO HISTÓRICO-CURRICULAR DE CURSOS DE MATEMÁTICA NO BRASIL

Suélen Rita Andrade Machado
Feitep
sumachado18@gmail.com

Lucieli Maria Trivizoli
UEM
lmtrivizoli@uem.br

Resumo

Este trabalho visa identificar e classificar pesquisas relacionadas à organização histórico-curricular de cursos de Matemática de instituições superiores no Brasil, de modo a fornecer um panorama do que vêm sendo produzido no Brasil em termos dessa temática. Dada sua natureza qualitativa, o processo de revisão bibliográfica para identificação dos trabalhos ocorreu no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), relacionado às palavras-chave “Currículo do Curso” e “Curso de Matemática”. A fim de limitar a busca, na primeira etapa selecionamos trabalhos relacionados à área da Matemática e, por fim, submetemos os materiais a uma pré-leitura ou leitura de reconhecimento com a finalidade de obter uma visão global do tema tratado. Dentre as pesquisas identificadas, neste artigo procuramos apresentá-las e classificá-las quanto aos campos investigativos na prática social em História da Matemática definidos por Antônio Miguel e Maria Ângela Miorim. A partir do estudo realizado, inferimos a relevância do processo de identificação e classificação dos trabalhos, enquanto produto do conhecimento de práticas sociais investigativas relativas à História da Matemática, uma vez que reafirmam a autonomia desse campo de pesquisa e corroboram para a escrita da organização curricular de cursos de Matemática do Brasil.

Palavras-chave: Curso de matemática. Currículo de cursos de matemática. História da educação matemática.

Introdução

O presente artigo[1] se inclui no conjunto de pesquisas relacionadas à História da Educação Matemática no Brasil, cujo campo de pesquisa é relativamente recente e tem possibilitado a observação do desenvolvimento

[1] Este trabalho passou por alterações desde a submissão como resumo para o 8° Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, ocorrido em Foz do Iguaçu/PR, no ano de 2018. Na ocasião do evento, o trabalho foi apresentado sob o título “Identificação e classificação de estudos históricos correlatos a organização de cursos de Matemática no Brasil” e, em seguida, foi publicado como artigo científico na Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática – ReBECEM, no ano de 2019, e novamente atualizado para publicação nos Anais do 8º ELBHM.

local da Matemática em relação aos centros padrões, como também permite a compreensão da trajetória da Matemática no Brasil e seus expoentes, considerando acontecimentos, pessoas e registros (TRIVIZOLI, 2016).

Um dos objetivos desse campo é o estudo de como "[...] as comunidades se organizavam para produzir, usar e compartilhar conhecimentos matemáticos e como, afinal de contas, as práticas do passado podem – se é que podem – nos ajudar a compreender, projetar, propor e avaliar as práticas do presente" (GARNICA; SOUZA, 2012, p. 27).

Assim, neste trabalho de natureza qualitativa, objetivamos por meio da revisão bibliográfica, identificar e classificar pesquisas relacionadas à organização histórico-curricular de cursos de Matemática no Brasil. Adotando os procedimentos de leitura e interpretação de conteúdo baseados em Cervo, Bervian e Silva (2007). E para classificação, os campos investigativos relacionados à prática social investigativa em História da Matemática definidos por Miguel e Miorim (2002)[2], que pode nos fornecer uma resposta sobre o que vêm sendo produzido no Brasil em termos do objeto escolhido para este artigo, possibilitando a construção de um panorama.

O Catálogo de Teses e Dissertações do banco de dados da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), foi definido para busca de trabalhos relacionados às palavras-chave "Currículo do Curso" e "Curso de Matemática". À luz desse fato e da identificação prévia de trabalhos expressa na fase da Leitura Informativa, realizamos uma Pré-Leitura e/ou Leitura de Reconhecimento que nos permitiu visualizar o objeto comum dos trabalhos e o tratamento destas informações, com base na leitura dos títulos, resumos e palavras-chave (CERVO; BERVIAN; SILVA, 2007).

Posterior a este reconhecimento, realizamos a Leitura Seletiva dos trabalhos, verificando proximidade ao nosso objetivo, o que culminou na leitura reflexiva de duas dissertações e duas teses. Entendemos, que tais pesquisas apresentam em comum dado o objeto de investigação, aspectos relativos ao

[2] Outros estudos também analisaram produções acadêmicas em História da Matemática divulgadas em eventos da área e especificaram ramos de pesquisa neles (SAD, 2005; MENDES, 2012).

histórico, aspectos curriculares, legitimação e organização curricular de cursos de Matemática de instituições de Ensino Superior do Brasil.

Tendo em vista este exposto, nas próximas seções apresentaremos os trabalhos identificados. Sequencialmente explanaremos sobre os campos investigativos em História da Matemática para classificar os trabalhos. Por fim, teceremos considerações sobre as pesquisas encontradas e o campo investigativo da História da Matemática que se identificam como prática social investigativa.

Identificação e apresentação das pesquisas

Como elencamos, fizemos um levantamento no catálogo de Teses e Dissertações da CAPES a partir de palavras-chave específicas, a fim de identificar trabalhos relacionados ao nosso objetivo. Especificamos para busca, as palavras-chave: "Currículo do Curso" e "Curso de Matemática", realizando a busca no dia: 13 de abril de 2020.

Para a palavra-chave "Currículo do Curso" encontramos 553 trabalhos, e considerando a abrangência deste termo e o objetivo deste estudo, realizamos ainda um refinamento na busca por trabalhos conexos ao campo da Matemática, e então submetemos estes a leitura de títulos, resumos e encontramos os trabalhos de Valgas (2002) e Machado (2019). Já para a palavra-chave "Curso de Matemática", encontramos 173 trabalhos, e realizando o mesmo procedimento de refinamento, encontramos os trabalhos de Ziccardi (2009), Almeida (2015) e também o de Machado (2019).

Assim, para apresentação e visualização das informações, ordenamos os dados no Quadro 1, de modo a facilitar a leitura das informações dos trabalhos no que se refere às palavras-chave, modalidade de trabalho, nome dos autores, ano de publicação e nome do orientador.

Quadro 1: Identificação dos Trabalhos (Catálogo da CAPES).

Palavras-chave	**Trabalho/Modalidade**	**Autor(a)/Ano de Publicação/ Orientador(a)**

Currículo do Curso	Licenciatura em Matemática: aspectos históricos e curriculares da UEPG. (Mestrado)	Carmen Lúcia Valgas (2002) Or.(a): Teresa Jussara Luporini
	As modificações curriculares do Curso de Matemática da Universidade Estadual de Maringá: Mudanças no saber profissional do professor de Matemática, 1971-1996. (Mestrado)	Suélen Rita Andrade Machado (2019) Or.(a): Lucieli M. Trivizoli
Curso de Matemática	**O curso de Matemática da PUC/SP: uma história de sua construção/desenvolvimento/legitimação.** (Doutorado)	Lydia Rossana Nocchi Ziccardi (2009) Or.: Ubiratan D'Ambrosio
	Um lugar: muitas histórias – o processo de formação de professores de Matemática na primeira instituição de ensino superior da região de Montes Claros/ norte de Minas Gerais (1960-1990)	Shirley Patrícia Nogueira de Castro e Almeida (2015) Or.(a): Maria Laura Magalhães Gomes
	As modificações curriculares do Curso de Matemática da Universidade Estadual de Maringá: Mudanças no saber profissional do professor de Matemática, 1971-1996. (Mestrado)	Suélen Rita Andrade Machado (2019) Or.(a): Lucieli M. Trivizoli

Fonte: Autoras (2020).

Entendemos que os trabalhos identificados são pesquisas de cunho histórico relacionadas a organização curricular de cursos de Matemática de instituições superiores no Brasil, que se situam em localidades distintas e se baseiam na historiografia, na análise documental e oral de modo a cumprir seu objetivo. Nesse sentido, a seguir apresentamos um breve resumo sobre o conteúdo dessas pesquisas, possíveis aproximações e divergências entre elas.

Apresentamos primeiramente a dissertação de Valgas (2002) intitulada *Licenciatura em Matemática: Aspectos Históricos e Curriculares na UEPG*. Esta pesquisa trata sobre as principais mudanças ocorridas no currículo do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG, Paraná, a partir da trajetória histórica do curso, considerando as Faculdades de Ciências e Letras com seus cursos, que foram reunidas para compor esta universidade.

A investigação envolveu um estudo histórico das principais reformulações das grades curriculares desde a criação do Curso de Matemática, de 1950 até o ano de 2002, por meio da análise documental de arquivos físicos, como atas, grades curriculares, resoluções e entrevistas com docentes que atuaram no Departamento de Matemática daquela instituição. Por meio de um estudo exploratório-descritivo, a pesquisadora evidenciou três reformulações importantes ao longo do histórico do curso, que se limitou a alteração de carga horária de disciplinas e nomenclaturas, apenas a última alteração referente ao ano de 1996, é considerada pela pesquisadora como uma reformulação profunda, uma vez que mudou a visão do curso referente a concepção de licenciatura propagada pelo curso (VALGAS, 2002).

Já a tese de Ziccardi (2012) apresenta como título *O curso de Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: uma história de sua construção/desenvolvimento/legitimação*. Ao tomar como objeto o Curso de Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC-SP, a pesquisadora apresentou a trajetória e a criação da PUC-SP, como também a criação, consolidação e legitimação do Curso de Matemática nesta instituição, a partir da organização e estrutura acadêmica, constituição docente e discente, como também a constituição histórica da Pós-graduação em Matemática.

Ziccardi (2012) analisou as grades curriculares que configuraram o curso, a participação de professores na constituição desses currículos e a importância de determinadas pessoas do curso ligadas ao ensino e à pesquisa, que contribuíram para com o campo da Educação Matemática Brasileira.

Em relação a apreciação das reformulações curriculares do Curso de Matemática, a pesquisadora evidenciou por meio da análise de documentos físicos e entrevistas, que alterações curriculares podem ser constatadas a partir do ano de 1982, quando os professores do curso se preocupavam com participação dos alunos em atividades extracurriculares, como também no ano de 1995, quando o curso separou a modalidade licenciatura e bacharelado, visto que até aquele momento quem se formava em licenciatura no curso também se formava em bacharel, contudo, no ano 2000, o curso de Matemática se estabelece como estritamente licenciatura, na qual começa a se pensar e colocar em prática, reformulações integradas às tendências emergidas no campo da Educação Matemática (ZICCARDI, 2009).

Por outro lado, a tese de Almeida (2015) intitulada *Um lugar: muitas* *histórias – o processo de formação de professores de Matemática na primeira instituição de ensino superior da região de Montes Claros/ norte de Minas Gerais (1960-1990),* constatou que o primeiro curso de Matemática daquela região, foi criado em 1968 e foi subsidiado por uma instituição privada da região, nomeada Fundação Educacional Luiz de Paula (FELP) e, posteriormente, incorporado à Fundação Norte Mineira de Ensino Superior (FUNM), que passou sob autarquia estadual a ser denominada em 1990, Universidade Estadual de Montes Claros - UNIMONTES.

O curso de matemática referido, foi constituído e organizado sob as influências políticas, econômicas e educacionais vigentes à época. Destaca-se segundo a pesquisadora, um currículo fomentando por estudos dos conteúdos de disciplinas matemáticas e disciplinas pedagógicas.

Por fim, a dissertação de Machado (2019) intitulada *As modificações curriculares do Curso de Matemática da Universidade Estadual de Maringá: mudanças no saber profissional do professor de matemática, 1971-1996*, apresenta a partir de aspectos históricos e legislativos, uma revisão acerca dos primeiros anos do Curso de Matemática da Universidade Estadual de Matemática, e então, apresenta as modificações curriculares do Curso de Matemática da UEM, dos anos 1971 a 1996, a partir da análise documental de arquivos inventariados recentemente do Departamento de Matemática da UEM (MACHADO; TRIVIZOLI, 2019).

A partir da análise de documentos referentes a um período de vinte cinco anos, a pesquisadora evidenciou quatro currículos para o Curso de Matemática, e alterações no que se refere a rubricas e inserções/exclusões de disciplinas do rol curricular. Quanto ao saber curricular advindo dos currículos constatados, concluiu que o curso oferecia disciplinas de conteúdo matemático e disciplinas pedagógicas, consoantes aos aspectos legislativos daquele momento histórico.

Em relação às aproximações entre os trabalhos, verificamos que as pesquisas podem ser amparadas na historiografia brasileira que envolve desde o Histórico da Educação Matemática no Brasil, o estudo curricular e o histórico-institucional de instituições superiores situadas em distintas localidades brasileiras, duas no Estado do Paraná, outra no Estado de São Paulo e outra no Estado de Minas Gerais. Ambas se primam na análise de modificações curriculares de cursos de Matemática das instituições superiores que o inserem, com base na análise documental de arquivos físicos e históricos. Ressaltam em comum as principais reformulações relacionadas aos aspectos legislativos e voltadas a licenciatura na dimensão que assentam suas investigações e no caso específico de suas instituições.

Entretanto, se divergem na caracterização que configura seu trabalho e sua modalidade como pesquisa científica, enquanto duas pesquisas de mestrado e duas de doutorado. Valgas (2002) escreveu sua dissertação baseada na teoria curricular e nos conceitos atrelados ao currículo, posteriormente apresentou o histórico da UEPG, inseriu o Curso de Matemática nesse leque e tratou das reformulações mediante a legislação, a análise documental e as entrevistas semiestruturadas dirigidas aos docentes do Departamento afeto. Entretanto, não se debruçou a situar o campo da Educação Matemática e suas contribuições no currículo do curso, como fez Ziccardi (2009) e Machado (2019). Frisa-se que Machado (2019) lançou suas bases estritamente na pesquisa documental e analisou as modificações curriculares do Curso de Matemática da UEM no que se refere principalmente aos aspectos legislativos, os saberes profissionais do professor de matemática em formação naquele período histórico.

Outro fato diz respeito a UEPG e a UEM serem consideradas instituições estaduais com características e filosofias atreladas às condições políticas, econômicas e sociais da localidade que se insere. Já a pesquisa de Ziccardi (2009), por se tratar de uma pesquisa que toma como objeto a instituição PUC-SP, mostrou em seu escrito o histórico de uma instituição privada, com uma filosofia religiosa que permite a autonomia de pesquisa e sua preocupação com o ensino e aprendizagem contextualizado com as tendências do momento. Seu escrito mobiliza a ideia de uma instituição expressa em independência, pelas condições de uma universidade formada por um conjunto de faculdades isoladas e independentes, que se baseavam em uma ideologia religiosa católica, que fomentava a pesquisa e não se eximia ao governo. Já a pesquisa de Almeida (2015) tratou de uma instituição que até o recorte histórico de análise era concebida como privada, vindo a se tornar em 1990 uma instituição estadual.

Os campos investigativos em história da matemática e a classificação das pesquisas identificadas

Nesta seção tratamos sobre os campos investigativos em História da Matemática definidos por Miguel e Miorim (2002), pois representam a visão desses pesquisadores face ao objeto da produção acadêmica no interior da prática social de investigação em História da Matemática. Com base na leitura específica de produção social em História da Matemática, esses autores definiram especificamente os campos: (C1) História da Matemática; (C2) História da Educação Matemática; (C3) História na Educação Matemática; (C4) Estudos Historiográficos; (C5) Teoria da História na ou da Educação Matemática; e (C6) Campos Afins.

Antecedente a essa categorização, os campos afins e investigativos da História da Matemática, da Educação Matemática e da História e Educação Matemática, já haviam sido apresentados por Miorim e Miguel (2001), como campos autônomos de investigação que vieram a se constituir no século XX, com base nos primórdios históricos de seu desenvolvimento que indicam que esses campos se encontravam indissociados do campo da matemática; também, pela constituição de sua autonomia identificada no desenvolvimento histórico desses campos e baseada na publicação de trabalhos específicos da área, discussões coletivas e formação de sociedades e comunidades revelando preocupação, o desenvolvimento de investigações e o fortalecimento do novo campo do conhecimento.

Ainda por esses pesquisadores, foi possível verificar a existência do processo de constituição da autonomia desses campos, como também negar a relação de dependência entre eles, quando sobretudo a história da matemática passou a ser contemplada pela educação matemática como um campo emergente ao diálogo, que viabiliza o desdobramento do campo da história da matemática,

> [...] nesse sentido, fazer 'história da matemática' passa a significar coisas distintas, tais como: fazer história da matemática propriamente dita, fazer história da educação matemática, realizar investigações teóricas ou de campo a respeito das relações entre história da matemática e educação matemática ou ainda fazer a história de todas essas histórias. (MIORIM; MIGUEL, 2001, p. 60).

Com base na classificação de trabalhos científicos, Miguel e Miorim (2002) estabeleceram então seis campos investigativos sobre a prática social investigativa em História da Matemática, a qual apresentamos em síntese no enredo desta seção:

O campo (C1) é concebido como um processo ou atividade complexa, que não se reduz ao estudo das ideias matemáticas pelo espaço temporal, mas se debruça ao "[...] estudo de natureza histórica que investiga, diacrônica ou sincronicamente, todas as dimensões de matemática na história em todas as práticas sociais que participam e/ou participaram do processo de produção de conhecimento matemático [...]" (MIGUEL; MIORIM, 2002, p. 186). Em síntese, os estudos nesse campo se preocupam com o processo de constituição dos produtos da atividade matemática, resultantes direta e/ou indiretamente de práticas sociais (TRIVIZOLI, 2016).

O campo (C2) também é concebido como um processo ou atividade complexa, que vai além das doutrinas educacionais e ideias pedagógicas ligadas à matemática, apresenta características similares ao campo anterior, em relação ao estudo das dimensões históricas da produção do conhecimento matemático por meio das práticas sociais, entretanto, se debruça "[...] a atividade matemática na história, exclusivamente em suas manifestações em práticas pedagógicas de circulação e apropriação do conhecimento matemático [...]" (MIGUEL; MIORIM, 2002, p. 187).

Conforme Trivizoli (2016), um exemplo de fontes de estudo para esse campo, além da história de decretos educacionais, normas e currículos, são os estudos relativos a cadernos de alunos, memórias, cartas, livros didáticos entre outros.

O campo (C3) por sua vez, toma como objeto investigativo as formas de ação pedagógica que incluem a participação da história da matemática no âmbito escolar e seu tratamento em pesquisas que apontam ações docentes, discentes em relação ao enfoque histórico. O campo (C4) se constitui de estudos de natureza histórica e/ou filosófica que tomam como foco a historiografia da matemática ou da educação matemática (MIGUEL; MIORIM, 2002). O campo (C5) se constitui de estudos de natureza filosófica voltados a

> [...] aspectos relativos à história na educação matemática e/ou à história da educação matemática, particularmente aqueles que se apresentam em fontes escritas diversas (documentos legais, livros didáticos, artigos relativos ao campo em questão, dissertações e teses, etc.) destinadas a quaisquer níveis de ensino e/ou em fontes orais. (MIGUEL; MIORIM, 2002, p. 188).

Por fim, o campo (C6) é destinado para aqueles trabalhos que não se incluem nos demais campos classificados por Miguel e Miorim (2002).

Em relação às pesquisas que apresentamos neste escrito, mediante a síntese apresentada sobre cada campo, entendemos que tanto as dissertações de Valgas (2002) e Machado (2019) quanto às teses de Ziccardi (2009) e Almeida (2015) são pesquisas que correspondem ao campo (C2) História da Educação Matemática, uma vez que versam sobre o histórico-institucional de cursos de matemática de instituições de Ensino Superior, sobre a organização, estrutura e composição, as modificações curriculares e aspectos que indicam a representatividade do corpo docente destes cursos para o desenvolvimento histórico e curricular destes cursos.

Entretanto, entendemos que ambos os trabalhos podem se classificar em mais de um campo investigativo, uma vez que uma pesquisa pode envolver diversos campos que não se cristaliza a apenas uma perspectiva enquanto prática social investigativa, neste caso da História da Matemática. Desse modo, verificamos que os trabalhos anteriormente listados se classificam também no campo (C4) Estudos Historiográficos, visto que manifestam em seu enredo um tratamento à Historiografia da Matemática e da Educação Matemática e se definem também como pesquisas historiográficas, como podemos observar em Ziccardi (2009), Almeida (2015) e Machado (2019).

Consideramos que os trabalhos identificados e classificados nos forneceram diversos panoramas, a saber como: dimensões metodológicas e analíticas em relação ao tratamento de fontes primárias e sua análise, os tipos de pesquisa que exploram e descrevem um problema; a estrutura organizacional seguida por estas pesquisas referentes ao encadeamento de informações históricas elencadas, a bibliografia referenciada, outras pesquisas identificadas no corpo do texto e relacionadas ao objeto de estudo, aspectos legislativos referentes ao currículo, aporte teórico para revisão bibliográfica referente ao ensino da matemática no Brasil desde os primórdios ao Ensino Superior, aspectos que caracterizam definições sobre currículos; como também a explanação dos resultados evidenciados nas pesquisas.

Considerações

Do processo de identificação das pesquisas, destacamos que os trabalhos de Valgas (2002), Ziccardi (2009), Almeida (2015) e Machado (2019) apresentam convergência dado o objeto de investigação, os aspectos relativos ao histórico, aspectos curriculares, a legitimação e organização curricular de cursos de Matemática de instituições de Ensino Superior do Brasil.

No texto procuramos descrever as aproximações e divergências entre cada trabalho, na qual tanto o trabalho de Ziccardi (2009) quanto o trabalho de Machado (2019) evidenciam a preocupação da reformulação curricular do curso de Matemática da PUC-SP e da UEM em relação aos estudos da Educação Matemática, diferentemente do trabalho de Valgas (2002) e Almeida (2015) que apresentam reformulações relativas à prática da licenciatura.

Os trabalhos de Valgas (2002), Almeida (2015) e Machado (2019) apresentam como especificidade o tratamento das modificações curriculares de cursos de Matemática de instituições de nível superior no Brasil, inclinando na trajetória histórico-curricular do curso, a partir de recortes temporais. Valgas (2002) e Machado (2019) concentram seus estudos para a UEPG e UEM, localizadas no interior do Estado do Paraná, já Almeida (2015) trata da UNIMONTES, localizada no interior do Estado de Minas Gerais.

Já a tese de Ziccardi (2009) apresenta os componentes que suscitaram na organização e legitimação do curso de matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), seu histórico, as grades curriculares, suas modificações, a representatividade dos professores na constituição dos currículos e a relação desses com o desenvolvimento da pesquisa e do ensino no âmbito da Educação Matemática.

Em relação ao processo de classificação destes trabalhos a partir dos campos investigativos em História da Matemática definidos por Miguel e Miorim (2002), entendemos sua relevância em possibilitar o conhecimento de práticas sociais investigativas relativas a História da Matemática, uma vez que reafirmam a autonomia desses campos de pesquisa e corroboram para a escrita da organização curricular de cursos de Matemática do Brasil. Podemos ainda considerar que o presente artigo se insere nos campos História da Educação Matemática e Estudos Historiográficos.

A par dos campos de pesquisa, constatamos que os quatro trabalhos identificados se particularizam como pesquisas relacionadas ao Campo da História da Educação Matemática, por tratar em seu enredo sobre manifestações pedagógicas pertinentes a história em termos locais da Matemática no Brasil. Ademais, por tratarem de aspectos historiográficos da História da Educação Matemática, consideramos que também se aplicam ao Campo de Estudos Historiográficos. Assim, isso nos fornece um panorama das produções acadêmicas que são produzidas no Brasil até o momento, considerando o objeto investigado.

Desse modo, entendemos a partir dos estudos de Miguel e Miorim (2002) em relação aos trabalhos que aqui apresentamos, a dimensão do campo investigativo em História da Matemática, que por sua vez não se limita a um aspecto trivial, mas que dimensiona na prática social investigativa a história de acordo com as necessidades humanas e a preocupação em revelar fragmentos do complexo campo da História da Matemática.

Referências

ALMEIDA, Shirley Patrícia Nogueira de Castro e. **Um lugar:** muitas histórias o processo de formação de professores de Matemática na primeira instituição de ensino superior da região de Montes Claros (1960-1990). Belo Horizonte, 2015. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais.

CERVO, Amado Luiz; BERVIAN, Pedro Alcino; SILVA, Roberto da. **Metodologia científica.** 6. ed. São Paulo: Pearson, 2007.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti; SOUZA, Luzia Aparecida de. **Elementos de História da Educação Matemática**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2012.
MACHADO, Suélen Rita Andrade. **As modificações curriculares do Curso de Matemática da Universidade Estadual de Maringá:** mudanças no saber profissional do professor de matemática, 1971-1996. Maringá, 2019. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá.
MACHADO, Suélen Rita Andrade; TRIVIZOLI, Lucieli Maria. Uma história para o inventário arquivístico do Departamento de Matemática da UEM. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, Fortaleza, v. 6, n. 17, 56-70, dez. 2019.
MENDES, Iran Abreu. Pesquisas em história da Educação Matemática no Brasil em três dimensões. **Quipu**, México, v. 14, n. 1, 69-92, jan. 2012.
MIGUEL, Antônio; MIORIM, Maria Ângela. História da Matemática: uma prática social de investigação em construção. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n. 36, 161-176, 2002.
MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antônio. A constituição de três campos afins de investigação: história da Matemática, educação matemática e história & educação matemática. **Revista Teoria e Prática da Educação**, Maringá, v. 4, n. 8, 35-62, junho 2001.
SAD, Lígia Arantes. Comunidade científica de História da Matemática: uma trajetória de sua difusão e de eventos produtores. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 6, Brasília. **Anais do VI Seminário Nacional de História da Matemática**, Brasília: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2005, i-vi.
TRIVIZOLI, Lucieli Maria. Um panorama para a investigação em História da Matemática: surgimento, institucionalização, pesquisa e métodos. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 5, 189-212, jun. 2016.
VALGAS, Carmen Lúcia. **Licenciatura em Matemática**: aspectos históricos e curriculares da UEPG. Ponta Grossa, 2002. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Ponta Grossa.
ZICCARDI, Lydia Rossana Nocchi. **O curso de Matemática da PUC/SP:** uma história de sua construção/desenvolvimento/legitimação. São Paulo, 2009. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

IGNACIO DA CUNHA GALVÃO E SUA DISSERTAÇÃO SOBRE AS SUPERFÍCIES ENVOLTÓRIAS DE FEVEREIRO DE 1848

Mônica de Cássia Siqueira Martines
UFTM
monica.siqueiramartines@uftm.edu.br

Resumo

Nesse trabalho pretendo mostrar alguns resultados da pesquisa realizada sobre os primeiros doutores em Matemática no Brasil, mais precisamente sobre Ignacio da Cunha Galvão, o terceiro Bacharel em Matemáticas a receber o grau de doutor em Ciências Matemáticas após entregar uma dissertação. A pesquisa realizada é de cunho qualitativo e usou a metodologia de análise histórico documental visando responder ao questionamento de quais seriam os primeiros doutores em Matemática no Brasil. Alguns resultados obtidos e que aqui apresento são uma pequena história de vida de Ignacio da Cunha Galvão e um breve relato sobre seu trabalho intitulado "Dissertação sobre As Superficies Envoltorias", que trata sobre as envoltórias de curvas planas, as quais são, frequentemente utilizadas, para definir novos tipos de curvas, a partir de outras conhecidas.

Palavras-chave: Ignacio da Cunha Galvão. Primeiros Doutores em Matemática no Brasil. Superfícies Envoltórias.

Introdução

Aqui apresento parte da pesquisa de doutorado defendido em 2014 na Unesp – Rio Claro/SP, onde destaco um dos resultados da pesquisa histórico documental realizada na Biblioteca de Obras Raras da Universidade Federal do Rio de Janeiro e na Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro a respeito dos primeiros doutores em Matemática no Brasil.

A pesquisa nos documentos originais: Dissertações de Doutorado, "Termos de Conferimento do Grao de Doutor" encontrados nas Bibliotecas referidas através das referências de Miller (2003) e Silva (1999) e a leis e decretos disponibilizados na internet, nos conduziram a contar uma história sobre o grau de Doutor em Ciências Matemáticas no Brasil.

O referido grau foi criado na Escola Militar do Rio de Janeiro, pelo artigo 19 do Decreto n°140 de 09 de março de 1842, do Império do Brasil. A aprovação do regulamento para a obtenção do grau foi publicada somente em 29 de setembro de 1846. Neste regulamento ficou estabelecido que o aluno que fosse aprovado nas matérias do sétimo ano da Escola Militar, obteria o grau de Bacharel em Matemáticas e somente o Bacharel em Matemáticas poderia se candidatar ao grau de Doutor.

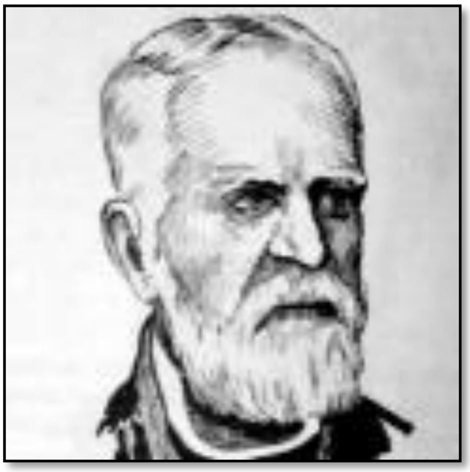
Em 1846 alguns professores receberam o referido título sem qualquer outra exigência, como também previa o Decreto. Entre 1847, ano que iniciam as entregas das Dissertações para obter o grau de Doutor em Ciências Matemáticas, e 1857, último ano da Escola Militar, foram apresentadas vinte e cinco (25) dissertações.

A partir dos documentos encontrados, afirmamos que Ignacio da Cunha Galvão foi o terceiro bacharel em Matemáticas a obter o grau de doutor em Ciências Matemáticas no Brasil após a entrega de uma dissertação, intitulado "Dissertação sobre As Superficies Envoltorias".

Alguns elementos da história de vida de Ignacio da Cunha Galvão

Nasceu em Porto Alegre, 24 de julho de 1821 e morreu na cidade do Rio de Janeiro, em 6 de fevereiro de 1906 (BLAKE, 1895, p. 263).

Figura 1: Imagem atribuída a Ignacio da Cunha Galvão.



Fonte: Memória Política de Santa Catarina (2020).

De acordo com Blake (1895, p. 263),

> Bacharel em lettras pela universidade de Pariz e doutor em mathematicas pela antiga escola militar, serviu no corpo de engenheiros, e no posto de primeiro tenente fez parte da commissão de demarcação de limites do imperio do Brazil com o estado oriental do Uruguay. Presidiu a provincia do Espirito Santo e a de Santa Catharina; tem desempenhado varias commissões do governo imperial; teve o titulo do conselho do Imperador; é official da ordem da Rosa, membro do instituto civil dos engenheiros brazileiros, do

> instituto polytechnico brazileiro, membro e presidente da associação de S. Vicente de Paulo. Escreveu, além de varios trabalhos no *Jornal do Commercio*, no *Apostolo* e em outras revistas de sciencias e lettras [...]. (BLAKE, 1895, p. 263).

Foi nomeado presidente da Província de Santa Catarina, por carta imperial de 3 de abril de 1861, exercendo o cargo de 26 de abril a 17 de novembro de 1861. No jornal “O Argos da Província de Santa Catarina”, encontrado na Hemeroteca Digital, datado de 27 de abril de 1861, vemos que o Dr. Ignacio da Cunha Galvão, tomou posse da presidência da província de Santa Catarina no dia afirmado. No jornal se relata desde a chegada do Dr. Ignacio via “Princesa de Joinville”, o trem a vapor, até a cerimônia de posse.

Figura 2: Chegada de Ignacio da Cunha Galvão à província de Santa Catarina.

CIDADE DO DESTERRO

QUINTO ANNO

N. 691.

O ARGOS

SABBADO

27 DE ABRIL

DE 1861.

DA PROVINCIA DE SANTA CATHARINA.

O Argos da Provincia de Santa Catharina é propriedade de José Joaquim Lopes, redactor, publica-se as terças quintas e sabbados, subscreve-se nesta typographia, rua da Trindade n.° 1, a 8$ rs. por anno e 4$ por semestre pagos adiantados; folha avulsa 160 rs. Os assignantes, q' recebam pelo correio, pagarão os respectivo porte. Os annuncios que forem propriamente dos Srs. assignantes, até 10 linhas, serão inseridos gratis, excedendo, pagarão a razaõ de 40 rs. por linha: o mesmo se entenderá a respeito das correspondencias ou qualquer outro escripto. Os annuncios, correspondencias, & daquelles que naõ forem assignantes se publicarão pagando 80 reis por cada linha. Os artigos que tratarem dos melhoramentos da provincia, ou de reconhecido interesse geral, publicar-se-hão gratuitamente.

O ARGOS.

Desterro 27 de abril.

NOTICIAS.

Vapor da côrte -- Ocioso seria dizermos que a população desta capital estava inquieta com a demora do «*Princeza* de Joinville», faça-se idéa, que de juizos temerarios não se faria a respeito da demora do vapor, que deveria conduzir para as nossas plagas o Exm. Sr. Dr. Galvão, desde o dia 23 á noite até as 10 horas da manhã de 25; o mais acertado juizo era aquelle que pretendia que o vapor não ti-

chefe de policia, Juiz de Direito, membros da assembléa, empregados publicos, e officiaes de marinha e do exercito. Ao acto de juramento e posse, e do Te-Deum, para maior solemnidade, concorreo uma guarda de honra do Batalhão do Deposito.

Ultimado o acto religioso, S. Ex. retirou-se para palacio, e ahi foi comprimentado pelos membros da assembléa, da camara municipal, e mais pessoas a cima mencionadas.

Saudamos cordial e sinceramente ao Exm. Sr. Dr. Ignacio da Cunha Galvão, por tão solemne motivo, e fazemos incessantes votos ao Todo Poderoso para que a sua administração seja abençoada por seus administrados.

O povo é docil, pacifico, laborioso, e

Pinto, Siqueira Mendes, e Silva Nunes.

O Sr. Lamego havia sido eleito unanimemente membro da commissão que tem de examinar as eleições de Minas e S. Paulo.

Até a sahida do «Princeza de Joinville» continuavão regularmente as sessões preparatorias.

Chamamos a attenção dos nossos leitores para o importantissimo escripto que transcrevemos hoje nas nossas columnas.

Esses principios são os nossos; e essas doutrinas devem calar no animo de nossos concidadãos para que não tenhamos de ver reproduzidas nesta provincia as ridiculas e immoraes scenas representadas este anno pelo collegio *phosphorico*

Seria pouco mais do meio dia quando ancorou o «Princeza de Joinville», e meia hora depois S. Ex. desembarcava do escaler para o trapiche d'alfandega, onde foi recebido por grande concurso de pessoas gradas; muitas destas acompanharam S. Ex.ª até palacio.

Uma guarda de honra do Batalhão do Deposito, que se postara proximo ao desembarque, fez a continencia ao passar S. Ex.ª pela frente.

Hontem ao meio dia S. Ex.ª prestou juramento perante á Assembléa legislativa provincial, e assumio as redeas do governo da Provincia.

Findo o acto da posse, S. Ex. sahio do paço da assembléa, e dirigio-se á Matriz, para assistir ao Te Deum, que a camara municipal mandou celebrar. Foi S. Ex.ª acompanhado dos Srs. Vice Presidente, chefe de policia, Juiz de Direito, membros da assembléa, empregados publicos, e officiaes de marinha e do exercito. Ao acto de juramento e posse, e do Te-Deum, para maior solemnidade, concorreo uma guarda de honra do Batalhão do Deposito.

Ultimado o acto religioso, S. Ex. retirou-se para palacio, e ahi foi comprimentado pelos membros da assembléa, da camara municipal, e mais pessoas acima mencionadas.

Saudamos cordial e sinceramente ao Exm. Sr. Dr. Ignacio da Cunha Galvão, por tão solemne motivo, e fazemos incessantes votos ao Todo Poderoso para que a sua administração seja abençoada por seus administrados.

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital. Disponível em: <http://memoria.bn.br/DocReader/docreader.aspx?bib=233889&pesq=Presidentes>. Acesso em: 06 de maio de 2020.

Entre as publicações dele, citamos: Manual de emigrantes para o Brazil; Estudos de emigração; Relatório da agência oficial de colonisação; Parecer da comissão de colonisação e estatistica; Discurso proferido na Sociedade auxiliadora da industria nacional na sessão de 3 de outubro de 1870; Parecer da secção de colonisação sobre a questão: Quaes os meios mais apropriados e convenientes para se obter o grande *desideratum* social da extincção da escravatura entre nós?; Empreza promotora da emigração; Parecer sobre as tabelas e tarifas do monte-pio geral; Relatoria da escola polytechnica, etc., no anno de 1875 e Premio Hawshaw: Discurso proferido na sessão solemne do Instituto polytechnico brazileiro de 5 de maio de 1879 (BLAKE, 1895).

Uma apresentação da dissertação de Ignacio da Cunha Galvão

A dissertação de Ignacio da Cunha Galvão (1821-1906) foi entregue em 05 de fevereiro de 1848, composta por dezoito páginas de texto e mais duas páginas, ao final, com figuras.

Não encontramos a capa da dissertação e, antes do título, temos duas páginas onde o autor faz alguns comentários[1], mas não aparece um subtítulo para essas páginas.

A dissertação está dividida em partes, como podemos ver na tabela 1.

Tabela 1: Divisões da Dissertação de Ignacio da Cunha Galvão.

Subtítulo	Página
Prefácio	1
Descrição	3
Applicação das considerações dos envoltorios á resolução de varios problemas	10
Secções planas	10
Dos Planos tangentes	12

Fonte: Dissertação de Ignacio da Cunha Galvão.

Galvão inicia a dissertação com uma citação em latim, sobre a qual, em seguida, discursa para tentar justificar a escrita de tal documento, já que, segundo o autor, não teria sido preparado para tamanha exigência:

> [...] não era de certo meu intento lançar ao mar meu fragil batel, mal preparado ainda para a carreira. Examinei entretanto o alcance do que de mim se exigia: uma dissertação, não em sciencias, que, por sua natureza, ou pouco adiantamento, admittem diversidades de opiniões, em sciencias exactas, onde alguma discordancia apenas existe em certos pontos que ainda não estão bem elucidados, e cujas trevas não é dado a todos a encarar. Entendi que se exigia simplesmente em desenvolvimento, methodico e esclarecido, de um ponto especial, deduzido de idéas já conhecidas, de maneira a tornar sensiveis os conhecimentos relativos á materia que possue o candidato, o seu modo de pensar, ou, quando muito, grandeza de idéas de que é capaz sua intelligencia, ou sua capacidade tomei animo. Idéas proprias, perguntei-me, requererãõ? Impossivel.[...] Encetei pois o meu trabalho, e, limitando-me restrictamente á exigencia da lei, sem pretenções a ser lido nem apreciado, apresento uma dissertação puramente mathematica, despida de todo o attractivo. Erros, contradições, ignorancia, tudo poder-se-ha notar: nem appelarei para o limitado tempo que tive para elabora-la [...]. (GALVÃO, 1848, p. 1-2).

Pela exigência da lei, como já vimos, o candidato não seria julgado pelo desenvolvimento da tese, mas apenas iria ser analisado sobre o que escreveu, se não ofenderia a Coroa ou a indivíduo algum. É interessante o que Galvão

[1] O autor não considera o subtítulo *Prefácio*. Colocamos aqui apenas para descrever um subtítulo que aparece antes da Descrição.

escreve, pois mostra que a dissertação era de um assunto à sua escolha e poderia ser um resumo das ideias sobre o tema escolhido, mas o mesmo deveria desenvolvê-la sozinho, sem orientação de alguém experiente nesse campo. Crítica parecida com a que fez seu irmão Manuel da Cunha Galvão, observado anteriormente.

Sobre o tema escolhido, Ignacio da Cunha Galvão diz o seguinte:

> As circumstancias principaes que me levárão a escolher o ponto que apresento forão o ser materia de não mui facil intelligencia, pouco estudada entre nós, e no entretanto de summa utilidade, quer pela applicação immediata, indispensavel e incessante, ás artes e industria, quer pelo desenvolvimento e força de attenção que promove á intelligencia; dous fins que são os principaes da sciencia. (GALVÃO, 1848, p. 2).

Aqui Galvão (1848) reforça que o tema era de livre escolha do candidato e diz que esse é um assunto de aplicação imediata. De fato, procurando pelo assunto, encontramos diversos artigos científicos, nas mais diferentes áreas (na Geografia, na Engenharia Civil, na Física, na Engenharia Aeronáutica e principalmente na Matemática).

De acordo com Vilches (2009, p.19), as envoltórias foram estudadas primeiramente por Leibniz e Bernoulli que, segundo o autor, estavam interessados nos chamados "problemas de tangência" e que "atualmente, o interesse nas envoltórias vai da Geometria Algébrica à Teoria das Catástrofes, passando pela Computação Gráfica, Arquitetura e pela Engenharia Mecânica." (VILCHES, 2009, p.19).

Na página 3, Ignacio Galvão, inicia o estudo sobre "As Superficies Envoltorias (Enveloppes)." Diz que são infinitas as maneiras pelas quais podemos gerar superfícies curvas, mas que nem sempre essas infinitas maneiras são as mais adequadas. Assim, o método das envoltórias (envelopes) tem algumas vantagens. Ele se propõe a descrever primeiro esse método e depois aplicá-lo à resolução de vários problemas (GALVÃO, 1848, p. 3).

Galvão (1848) define superfícies envoltórias da seguinte maneira:

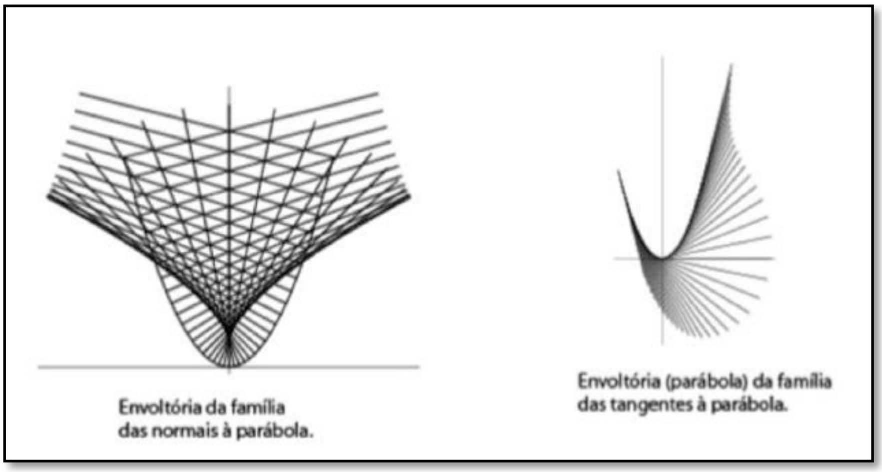
> Se imaginarmos uma superficie qualquer movendo-se no espaço segundo uma determinada lei, e mudando ao mesmo tempo de fórma, segundo também uma certa lei, as suas posições consecutivas se cortaráõ em geral, e suas intersecções formaráõ evidentemente,

> pela sua continua successão, uma nova superficie, cuja forma dependerá da fórma primitiva da superficie geratriz, e das leis que regulão o seu movimento, e a alteração que soffre. Essa superficie resultante das intersecções successivas, que, como veremos, é tangente ás diversas posições que, no seu movimento, toma a superficie geratriz e as envolve, chama-se *superficie envoltoria*. (GALVÃO, 1848, p. 3).

A definição apresentada por Galvão vem ao encontro da definição intuitiva dada por Vilches (2009, p.19) "as envoltórias de curvas planas são frequentemente utilizadas para definir novos tipos de curvas, a partir de outras conhecidas." Esse mesmo autor ainda ressalta que "antes de entrar no estudo das envoltórias das curvas planas, precisamos enunciar alguns resultados clássicos da Análise em várias variáveis." Isso mostra que o assunto está imerso na área de Análise, da Topologia e Singularidades, assuntos recentes de atividade Matemática e que, à época de Ignacio Galvão, ainda não estavam bem estabelecidas.

Uma outra definição informal de envoltória, devida à Oliveira Júnior (2005, p.14) pode nos ajudar a compreender quais superfícies são essas. Oliveira Júnior define como "contorno aparente" ou "o limite das interseções das curvas da família próximas", ou "a fronteira da região preenchida pelas curvas da família" ou ainda "a curva tangente às curvas da família" e, em seguida, nos apresenta algumas figuras como as apresentadas na figura 3, para que possamos compreender o que está definindo intuitivamente:

Figura 3: Exemplo de envoltórias.



Fonte: Oliveira Junior (2005, p. 14).

De acordo com Galvão (1848, p. 4), as curvas são separadas pela maneira que podem ser geradas e apresenta três leis:

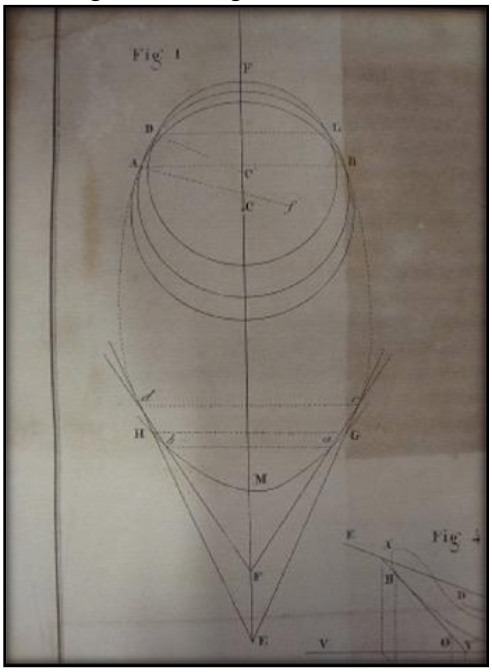
i. "a que determina a fórma da superficie geratriz, estabelecendo, por exemplo, a relação entre as coordenadas de seus pontos, ou a maneira por que é gerada";
ii. "ella muda de posição no espaço, que encerra duas partes; a linha que descreve um dos seus pontos, ou o seu movimento de traslação, e a mudança de posição no espaço de um plano que corta a superficie, passando, por exemplo, por esse ponto";
iii. "determina a mudança de fórma que experimenta a superficie geratriz nos diversos pontos da linha que percorre".

Ainda complementa dizendo que, se fixarmos a primeira lei e fazermos variar as outras, obteremos uma classe de superfícies. E, se nessa classe fixarmos a segunda lei, obteremos uma nova família, mais particular, sendo que todas estarão incluídas na classe acima e, dessa forma, formarão um gênero. Para finalizar afirma que se fixarmos a terceira lei determinaremos a espécie de superfície, na qual, marcando a superfície geratriz, a reduziremos ao indivíduo, ou a uma determinada e única superfície. Comenta, também, que ao examinarmos as diversas curvas mais empregadas entenderemos o que acaba de dizer. Também se refere às superfícies mais empregadas como sendo as superfícies de revolução, superfícies regradas que se subdividem em desenvolvíveis e não desenvolvíveis ou reversas.

A partir daí, inicia a explicação sobre cada uma dessas superfícies. Inicia explicando sobre as superfícies de revolução que, segundo ele, podem, em geral, ser consideradas como envoltórias do espaço percorrido por uma esfera, "cujo centro se move segundo uma linha recta, que vem a ser o eixo da superficie, e cujo raio varia n'uma razão designada pela curva meridiana, vindo a ser, que estes raios sejão as partes das normaes a essa curva, comprehendidas entre ella e o eixo" (GALVÃO, 1848, p. 4).

Para demonstrar o que acaba de dizer, faz uso da figura 1 de sua lista de figuras, aqui representada por nós como figura 4:

Figura 4: Figura 1 de Ignacio da Cunha Galvão.



Fonte: Dissertação de Doutorado de Ignacio da Cunha Galvão.

A explicação é a seguinte:

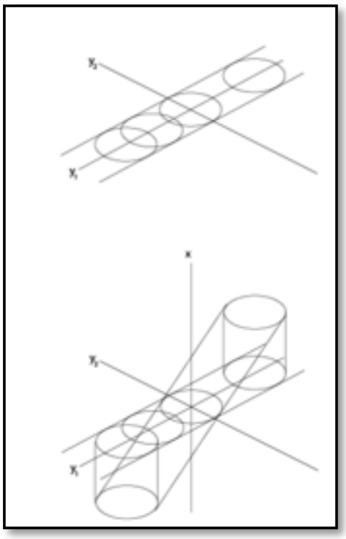
> Seja DAMN, fig.1, a secção meridiana de uma superfície de revolução, EF seja eixo; se por um ponto A suppuzermos a normal ACf, considerando CA como raio de uma esphera cujo centro é C, esta esphera terá de commum com a superficie de revolução todo o pequeno circulo projectado sobre AB, parallelo da superficie, e será tangente á mesma em todos os pontos desse circulo, porque o plano tangente a um ponto qualquer (A) do parallelo (AB) é perpendicular á normal AC, é por conseguinte o mesmo que o plano tangente à esphera, cujo raio é AC, no mesmo ponto (A). Assim em todos os pontos do parallelo (AB), os planos tangentes á esphera e á superficie de revolução coincidem; por conseguinte estas duas superficies tocão-se segundo esse circulo. Se para um ponto consecutivo C imaginarmos também a sua normal, e a esphera respectiva, veremos que ella toca a superficie de revolução segundo o circulo DL, & c. Demais, as duas espheras consecutivas cortão-se segundo um circulo intermedio, o qual, quando se passa aos limites, confunde-se com cada um dos dous: vê-se pois que a superficie de revolução é com effeito o envoltorio das posições da esphera, tocando-as todas segundo circulos perpendiculares ao eixo. Esta propriedade caracteristica das superficies de revolução, de darem circulos para as secções perpendiculares ao eixo, manifestando-se aqui pelas intersecções da esphera geratriz, e em geral, a de uma familia qualquer de superficies geradas por uma mesma superficie, que se move de diversas maneiras, apresentando-se igualmente nas intersecções da geratriz, fez dar a estas intersecções o nome de caracteristicas. (GALVÃO, 1848, p. 4-5).

Notamos que a explicação dada por Galvão é baseada na figura e utiliza a intuição para mostrar o que está querendo.

Hoje, conforme afirma Oliveira Júnior (2005, p.16), a explicação seria dada da seguinte forma:

Seja $F: R \times R^2 \rightarrow R$ definida por $F(x,y_1,y_2) = (y_1 - x)^2 + y_2^2 - 1$. Note que F é família de funções $F_x: R^2 \rightarrow R$ e $F^{-1}(0)$ são círculos. Veja a figura 5:

Figura 5: Exemplo de definição de envoltórias.



Fonte: Oliveira Junior (2005, p. 16).

Importante notar que os conceitos para se estudar as superfícies envoltórias, hoje, são conceitos mais sofisticados do que aqueles que possuíam Galvão à sua época.

O assunto escolhido por Galvão (1848) tem a ver com Geometria Descritiva e suas aplicações, disciplina ministrada no segundo ano da Escola Militar, segunda cadeira, e que, provavelmente, utilizava a obra de Monge como livro texto. Dissemos provavelmente, pois, na Dissertação de Galvão, só há registros sobre isso à página 8, quando cita Monge.

> Foi o que, com razão, fez Monge dar, aqui e em geral, o nome de caracteristicas ás intersecções de duas posições consecutivas de superficie geratriz, em cada familia de involtorios gerados por uma mesma superficie, qualquer que seja a lei do seu movimento. (GALVÃO, 1848, p. 8).

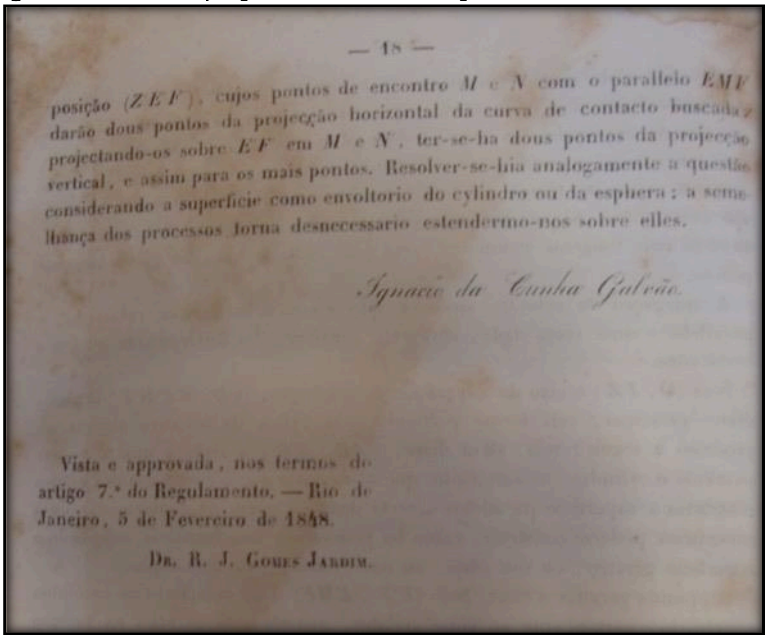
No livro *Gèomètre Descriptive* de Monge (1798), há uma introdução ao assunto de Geometria Descriptiva, mas, ao ler a tabela de matérias deste livro, não encontramos menção ao tema escolhido por Galvão. Consultamos essa obra por ter sido indicada na Carta de Lei de criação da Academia Militar.

Galvão prossegue a dissertação da mesma forma, ou seja, apresenta um exemplo, utiliza a figura e explica a Matemática envolvida.

Da página 10 até a página 18, apresenta a “Applicação das considerações dos envoltorios á resolução de varios problemas”. Primeiro apresenta um problema ligado às secções planas. Para resolvê-lo procede da mesma forma anterior, apresenta a figura que exemplifica a curva e, em seguida, descreve o método como anteriormente. Separa os casos para superfícies desenvolvíveis, superfícies de revolução e superfícies reversas.

Depois continua com as aplicações “Dos Planos Tangentes”, prosseguindo da mesma maneira descrita acima, encerrando a dissertação à página 18, como pode ser visto na figura 6.

Figura 6: Última página da obra de Ignacio da Cunha Galvão.



— 18 —

posição (ZEF), cujos pontos de encontro M e N com o parallelo EMF darão dous pontos da projecção horizontal da curva de contacto buscada; projectando-os sobre EF em M e N, ter-se-ha dous pontos da projecção vertical, e assim para os mais pontos. Resolver-se-hia analogamente a questão considerando a superficie como envoltorio do cylindro ou da esphera; a semelhança dos processos torna desnecessario estendermo-nos sobre elles.

Ignacio da Cunha Galvão.

Vista e approvada, nos termos do artigo 7.° do Regulamento. — Rio de Janeiro, 5 de Fevereiro de 1848.

Dr. R. J. Gomes Jardim.

Fonte: Dissertação de Doutorado de Ignacio da Cunha Galvão.

Na figura 6 podemos comprovar a data de entrega da Dissertação de Doutorado de Ignacio da Cunha Galvão, 5 de fevereiro de 1848, assim como sua assinatura e a quantidade de páginas que possui seu trabalho. Esse fato é o que ocorre na maioria das dissertações analisadas.

Considerações

As envoltórias de curvas planas são frequentemente utilizadas para definir novos tipos de curvas, a partir de outras conhecidas. Hoje, para estudarmos essas curvas, torna-se necessário enunciar alguns resultados clássicos da Análise em várias variáveis. O que mostra que o assunto escolhido por Galvão em 1848, atualmente, está imerso na área de Análise, da Topologia e Singularidades, assuntos recentes de atividade Matemática e que, à época de Ignacio Galvão, ainda não estavam bem estabelecidas.

A pesquisa buscou conhecer quem foram os primeiros doutores em Matemática no Brasil além de seus trabalhos matemáticos e, aqui mostramos o terceiro, em ordem de entrega de seus trabalhos. O primeiro foi o irmão de Ignacio, Manuel da Cunha Galvão, o segundo foi João Baptista de Castro Moraes Antas. A lista completa pode ser vista em Siqueira Martines (2014).

Ignacio não prosseguiu em sua carreira acadêmica, realizando pesquisa, publicando ou estudando matemática, embora tenha continuado a lecionar na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, o que na época era comum. Após o doutorado ingressou na carreira política, como vimos em sua biografia.

Sobre a dissertação de doutorado de Ignacio, pretendo fazer uma análise mais aprofundada, em continuação aos estudos aqui apresentados.

Referências

BLAKE, Augusto Victorino Alves Sacramento. **Diccionario bibliographico brazileiro**. Rio de Janeiro: Typographia Nacional, 1895. vol. 3.

GALVÃO, Ignacio da Cunha. **As Superficies Envoltorias (Enveloppes)**. Rio de Janeiro, 1848. Tese de Doutorado - Faculdade de Mathematicas da Escola Militar do Rio de Janeiro.

MEMÓRIA POLÍTICA DE SANTA CATARINA. Biografia Inácio da Cunha Galvão. 2020. Disponível em: < http://memoriapolitica.alesc.sc.gov.br/biografia/1315-Inacio_da_Cunha_Galvao>. Acesso em: 06 de maio de 2020.

MILLER, Célia Peitl. **O Doutorado em matemática no Brasil: um estudo histórico documentado (1842-1937)**. Rio Claro, 2003. Dissertação de Mestrado, Área de Concentração em ensino e aprendizagem da matemática e seus fundamentos filosófico-científicos, Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista (UNESP).

OLIVEIRA JÚNIOR, Montauban M. **Cáusticas por Reflexão e Teoria das Catástofres**. Rio de Janeiro, 2005. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro.

SILVA, Clóvis Pereira da. **A Matemática no Brasil: história de seu desenvolvimento**. 2ª ed. Rev. e Amp. São Leopoldo, RS: Ed. Unisinos, 1999.
SIQUEIRA MARTINES, Mônica de Cássia. **Primeiros doutorados em matemática no Brasil: uma análise histórica**. Rio Claro, 2014. Tese de doutorado, Área de Concentração em ensino e aprendizagem da matemática e seus fundamentos filosófico-científicos, Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista (UNESP).
VILCHES, Mauricio Alejandro Antonucci. **Envoltórias de Curvas Planas**. In: Cadernos do IME: Série Matemática. Vol. 21, Vol. 3, 2009. Disponível em <http://cadmat.ime.uerj.br/cadmat_arquivos/V2021/cime.pdf>. Acesso em 10 de dez. de 2013.

INSTRUMENTOS PROPOSTOS POR PEDRO NUNES

António Costa Canas
Escola Naval - CINAV & CHUL
costacanas@gmail.com

Resumo

Neste artigo serão apresentados dois instrumentos propostos por Pedro Nunes, cujo funcionamento se baseava na observação da sombra projetada pelos raios solares. Um deles servia para determinar o azimute do Sol e o outro para conhecer a sua altura. Será igualmente analisada, com algum detalhe, a utilização prática no mar, do primeiro instrumento, por D. João de Castro, para determinar a latitude por duas alturas do Sol, segundo um processo também proposto por Nunes. Estes instrumentos, assim como o método de determinação da latitude, enquadram-se nas obrigações de Nunes enquanto cosmógrafo. Mas revelam acima de tudo, o génio matemático que era Pedro Nunes, pois embora as suas propostas pudessem não ter grande utilização prática para os pilotos do seu tempo, revelam um estudo aprofundado, em termos científicos, dos problemas que se colocavam aos homens do mar.

Palavras-chave: Cosmógrafo-mor. Instrumento de sombras. D. João de Castro. Latitude. Pedro Nunes.

Introdução

O século XVI foi o século no qual os europeus passaram a navegar regularmente nos grandes oceanos do globo. Foi também o século em que os problemas da náutica começaram a ser sistematicamente estudados em termos teóricos. Em Portugal, o expoente máximo do estudo científico dos problemas de náutica foi Pedro Nunes. Neste artigo iremos apresentar uma pequena parte desses contributos do cosmógrafo-mor. A nossa atenção centrar-se-á nos instrumentos por ele propostos, especialmente os instrumentos de sombras, procurando explicar a diferença entre os dois instrumentos que ele sugeriu e tentando perceber a utilidade de um deles, que chegou a ser usado no mar.

Pedro Nunes

Pedro Nunes foi, sem dúvida, o mais brilhante matemático português de todos os tempos. Não é este o local para apresentar uma biografia sua, pelo que serão apenas apontados alguns aspetos dessa mesma biografia. Nascido em Alcácer do Sal, em 1502, estudou em Lisboa e em Castela, vindo a obter o grau de Doutor em Medicina, em 1532, pela Universidade de Lisboa. Note-se que na época existia uma relação próxima entre medicina e astronomia e para estudar astronomia era importante sabre matemática. Conhecem-se diversos médicos judeus sobre os quais se sabe que desenvolveram atividades astronómicas em Portugal: Abraão Zacuto, mestre Rodrigo, mestre José, João Faras, existindo uma tradição de médicos/astrónomos na corte portuguesa desde D. Afonso Henriques, o primeiro rei de Portugal independente.

Entretanto, em 1529 foi nomeado docente da Universidade de Lisboa, embora tenha renunciado ao cargo em 1532. Naquele mesmo ano de 1529 foi nomeado cosmógrafo real. Sabe-se que teria ligações próximas com a corte, tendo inclusivamente ministrado aulas aos Infantes D. Luís e D. Henrique, assim como a D. João de Castro e outros elementos da nobreza. Em 1544 retomou as funções docentes, com a Universidade a funcionar já em Coimbra, e em 1547 foi nomeado cosmógrafo-mor do reino, sendo o primeiro detentor deste cargo. Até à sua jubilação em 1562, manteve-se nos dois cargos, alternando entre Coimbra e Lisboa. Quando se jubilou ficou a viver em Coimbra, deixando de desempenhar funções como cosmógrafo-mor, mantendo-se, no entanto, titular do cargo até à sua morte. Em 1572 veio para Lisboa, a pedido de D. Sebastião, para voltar às funções de cosmógrafo e aqui lecionar aulas de náutica, aos pilotos. Esta iniciativa não teve grande sucesso. (LEITÃO, [s.d.])

Os contributos científicos de Nunes estão patentes nas diversas obras que publicou, dedicadas essencialmente à matemática, à náutica e à astronomia. A primeira obra que deu à estampa, em 1537, é o *Tratado da Esfera*. Foi o único dos seus livros que publicou em língua portuguesa e contém essencialmente a tradução, ricamente anotada, de três textos que o autor considerou fundamentais para compreender diversos conceitos de astronomia e geografia. Nesta obra incluiu ainda dois textos de sua autoria: "Tratado sobre certas dúvidas da navegação" e "Tratado em defensão da carta de marear", nos quais apresenta diversos contributos teóricos originais no âmbito da náutica e da cartografia. Deu à estampa uma obra em castelhano, *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometría*, e as restantes foram redigidas em latim, certamente com o propósito de serem lidas num contexto internacional, o que na realidade veio a acontecer. De interesse particular, em termos náuticos, é a obra *De Arte Atque Ratione Nauigandi Libri Duo*…, publicada em Coimbra em 1573, sendo esta a última obra impressa em vida do autor, embora o seu conteúdo seja muito semelhante ao de uma outra obra publicada em Basileia, em 1566, com um título diferente: *Petri Nonii Salaciensi Opera*.

Enquanto cosmógrafo-mor tinha diversas responsabilidades, relacionadas com o ensino dos pilotos e com o modo como desempenhavam funções a bordo. Tinha obrigação de definir o padrão das cartas náuticas usadas a bordo, assim como aferir a qualidade e rigor dos instrumentos usados pelos pilotos, devendo para tal certificar as competências dos fabricantes de cartas e instrumentos náuticos. Muito provavelmente, essa certificação seria aferida através de um exame.

Não existem muitos elementos sobre o exercício das funções de cosmógrafo-mor, por parte de Nunes. Sabe-se que existia um **Regimento do Cosmógrafo-mor**, provavelmente redigido pelo próprio, em 1559, embora o texto do mesmo seja desconhecido. No entanto, conhece-se o texto do Regimento de 1592, elaborado por João Baptista Lavanha, e a partir deste conseguem-se deduzir alguns conteúdos que constariam do anterior. Teixeira da Mota estudou esse texto, assim como outra documentação da época para concluir que Nunes teria examinado alguns cartógrafos e fabricantes de instrumentos:

> Sem necessidade de grandes comentários, compreende-se a importância das disposições deste capítulo, visando ao controle e perfeição do fabrico de cartas e instrumentos náuticos. Embora não haja a certeza absoluta, é plausível supor que o Regimento de 1559 já estabelecesse a obrigatoriedade do exame dos mestres de cartas de marear e fabricantes de instrumentos náuticos, pois estão registadas nas chancelarias régias, anteriormente a fins de 1592, várias cartas de ofício de tais mestres, as quais estão redigidas em termos que traduzem perfeita coincidência com o determinado neste capítulo. (MOTA, 1969, p. 14-15).

Após este texto, Teixeira da Mota menciona alguns casos de documentos que atestam esses exames feitos por Nunes, geralmente auxiliado por outro perito.

Em relação ao ensino dos pilotos, o cosmógrafo-mor deveria publicar textos contendo as regras práticas que os pilotos deveriam usar no exercício do seu ofício. Pedro Nunes escreveu bastante sobre questões náuticas, mas os seus escritos estavam bastante longe do entendimento da generalidade dos pilotos. O facto de a maioria dos seus textos serem escritos praticamente todos em latim é sinal de que se destinavam a um público culto e não a rudes marinheiros.

Nunes tinha uma visão muito particular, para a sua época, daquilo que deveriam ser os conhecimentos dos pilotos, para o desempenho adequado da sua profissão. Ele considerava que o ensino prático, obtido a bordo, junto dos mais experientes, deveria ser complementado com uma sólida formação teórica, baseada na matemática. E esta sua postura, de considerar que existem duas vias, complementares de aprendizagem da navegação: arte (conhecimento prático) e razão (fundamentação teórica), encontra-se logo na primeira das suas obras impressas:

> Satisfiz eu a estas duuidas per palaura ho milhor q pude: e todauia determiney descreuer ho q nisso me pareceo: porq se não perdesse meu trabalho: em cousa que segudo eu estimo: he a principal parte pera quem deseja saber como se ha de nauegar per arte e per rezão. (NUNES, 2002, p. 105).

O título da última obra que foi publicada em vida do cosmógrafo, **De arte atque ratione nauigandi** (Sobre a Arte e a Ciência de Navegar), mostra essa atitude de Nunes sobre a forma como se deveria realizar a aprendizagem por parte dos pilotos. Henrique Leitão considera que Nunes tem mesmo um programa de fundamentação matemática do estudo da natureza e que segue esse programa na abordagem à navegação:

> O “programa noniano” de fundamentação do estudo da natureza nas ciências matemáticas, embora apresentado sobretudo na forma de uma dicotomia Ars/Ratio no estudo da navegação, consiste efectivamente num alargamento do campo de utilização da matemática, isto é, no estabelecimento *more geometrarum* de disciplinas que até então ainda não haviam subido a esse nível. Em nenhum momento é esta intenção mais patente do que nas suas investigações acerca da navegação teórica e na sua constante insistência em que há um modo de navegar “per arte”, mas também um outro, matemático e mais certo, que é de “navegar per razão”. (LEITÃO, 2006, p. 203).

Instrumentos propostos por Pedro Nunes

Nesta secção vamos começar por referir alguns dos instrumentos náuticos que Pedro Nunes descreveu nas suas obras. O primeiro ponto a destacar é o facto de essas descrições se enquadrarem no referido “programa noniano”, isto é, o cosmógrafo apresenta os instrumentos mencionando os conceitos matemáticos que estão relacionados com os mesmos. Pedro Nunes denotava grande preocupação com a melhoria do rigor das observações levadas a cabo em náutica e essa preocupação nota-se nalguns dos instrumentos por ele sugeridos.

Por exemplo, o nónio possibilita a subdivisão da escala de um quadrante ou astrolábio, podendo deste modo medir-se frações do grau. O anel náutico permite igualmente melhorar o rigor da leitura de alturas de astros, pois a sua construção faz com que os 90 graus de um quadrante sejam medidos num arco do instrumento correspondente a 180 graus, ou seja, cada grau de altura corresponde a dois graus no instrumento, duplicando assim o rigor.

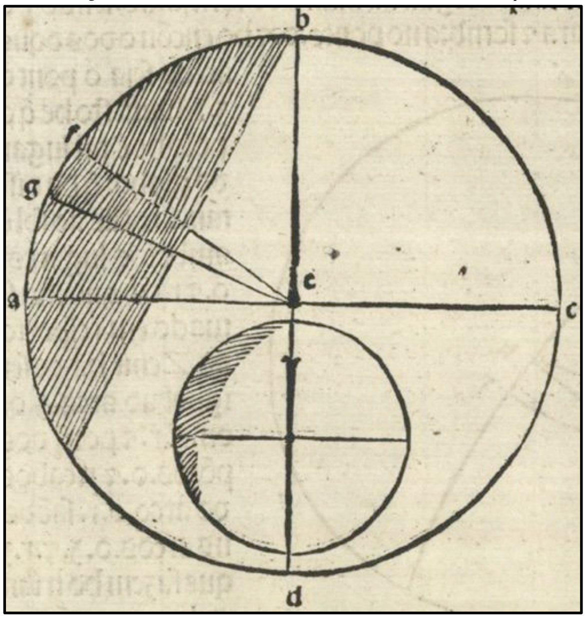
Pedro Nunes preocupava-se igualmente com a dificuldade que os pilotos demonstravam na realização de cálculos com alguma complexidade. Para ultrapassar esta limitação, concebeu igualmente instrumentos que permitiam realizar esses cálculos, como foi o caso de um instrumento para calcular os valores usados no Regimento das Léguas.

Dentro dessa mesma lógica, de sugerir instrumentos nos quais aplicava na prática diversos conceitos matemáticos, especialmente do âmbito da geometria, Nunes propôs dois instrumentos, que serviam para medir determinados valores, com base na observação da sombra projetada sobre uma superfície. Por esse motivo, os instrumentos são ambos conhecidos como instrumento de sombras, servindo um deles para determinar o azimute[1] do Sol e o outro para medir a altura do Sol acima do horizonte.

Vamos começar por apresentar sucintamente cada instrumento, pois os mesmos são por vezes confundidos na literatura de história da ciência.

[1] O azimute corresponde à direção do astro medida no plano do horizonte, Ou seja, é a direção oposta à da projeção, num plano horizontal, da sombra de uma haste colocada na vertical.

Figura 1: Representação do instrumento de sombras, para medir azimutes.



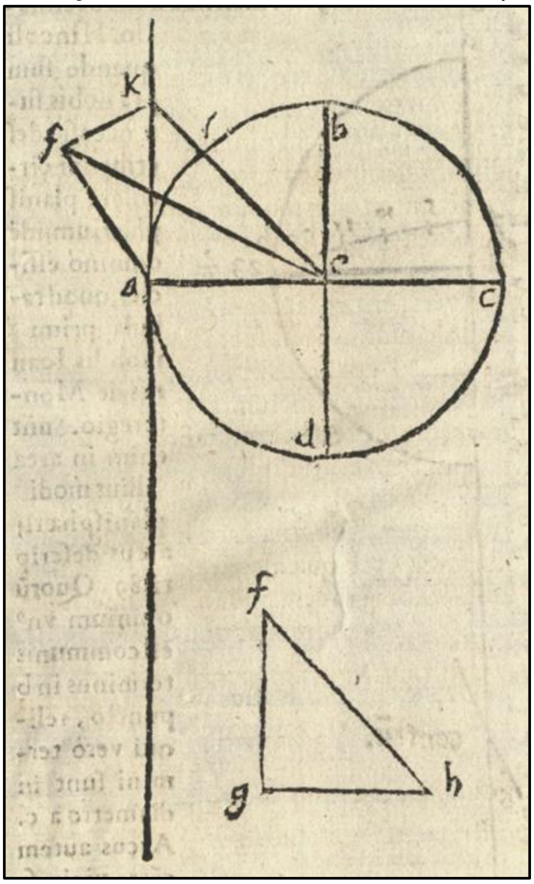
Fonte: Tratado da Sphera, (1537, fl. 175).
(Disponível em: http://purl.pt/14445/).

O instrumento destinado a determinar o azimute do Sol encontra-se representado na figura 1. Consistia numa tábua circular, que deveria ser colocada horizontalmente, tendo uma haste (conhecida na época como estilo) colocada perpendicularmente à tábua, no centro da mesma. Dispunha ainda de uma bússola encastrada na tábua, representada pelo círculo menor. Tinha uma escala angular que permitia medir o ângulo da sombra em cada observação.

Essa escala não se encontra representada na figura, mas os dois raios **cg** e **cf** representam dois casos possíveis desse ângulo da sombra. Este instrumento aparece descrito no livro que Nunes publicou em 1537. No ano seguinte, D. João de Castro utilizou este instrumento, na viagem que fez para a Índia, fazendo inúmeras observações do azimute do Sol. Os valores do azimute serviam para testar uma teoria proposta alguns anos antes, para determinar a longitude; e serviam igualmente para usar um método, proposto por Pedro Nunes, para determinar a latitude por alturas extrameridianas do Sol.

Recorde-se que na época o método mais usual de determinar latitude era pela altura meridiana do Sol, isto é, observando-o quando atingia a sua altura máxima. Se o Sol estivesse encoberto nesse instante, tinha que se esperar pelo dia seguinte para fazer a observação.

Figura 2: Representação do instrumento de sombras, para medir alturas.



Fonte: De Arte Atque Ratione Navigandi (1573, fl. 56).
(Disponível em: http://purl.pt/14448/).

Quanto ao outro instrumento de sombras, para medir a altura do Sol, encontra-se representado esquematicamente na figura 2. Pedro Nunes descreve mais que uma variante do mesmo, mas todas elas tinham uma base de madeira, que deveria ser colocada na horizontal, e um triângulo isósceles, perpendicular à base, e cuja sombra permitia medir a altura do Sol, usando uma escala desenhada na base.

Na explicação do funcionamento deste instrumento, Nunes apresenta os diversos conceitos geométricos que permitem entender o modo como era medida a altura do astro, a partir da projeção da sombra. Em todas as variantes existia sempre um círculo **abcd**, com centro em **e**. O triângulo, no qual os catetos tinham o comprimento igual ao raio do círculo, era colocado perpendicular à base de madeira, correspondendo na figura a **aef**. Para fazer a leitura correta da altura do Sol, a base teria que ser orientada de modo que o plano do triângulo ficasse perpendicular ao azimute do astro. Na figura, tal era realizado rodando a base do instrumento até que a sombra do cateto que estava na vertical, **af**, fosse projetada sobre a linha **ak**. Nessas condições, a projeção da sombra da hipotenusa, **el**, permitiria ler o valor da altura do Sol na escala (que não está representada na figura).

O instrumento aparece descrito pela primeira vez em 1566, não existindo nenhuma evidência que o mesmo possa ter sido usado na viagem de D. João de Castro, que aliás refere várias vezes ter usado um astrolábio, que servia para o mesmo efeito que este instrumento. Geralmente, para o distinguir do outro, designa-se este por “instrumento jacente no plano”, nome que deriva da descrição do mesmo:

> Et non solum ex instrumentis erectis supra planum horizontis, sed etiam ex iacentibus, dum modo ei aequidistent, altitudo Solis deprehendi potest. (NUNES, 2008, p. 101).[2]

No entanto, existem autores que confundem os dois instrumentos e inclusivamente consideram que o instrumento jacente teria sido usado por D. João. Provavelmente, a origem desta confusão pode resultar de uma passagem de Luís de Albuquerque, onde ele confunde os dois instrumentos:

> Entre os instrumentos aconselhados por Pedro Nunes para observação de alturas do Sol, conta-se um dispositivo a que chamou «instrumento jacente no plano», e com mais propriedade D. João de Castro, que o usou, veio depois a chamar «instrumento de sombras». (ALBUQUERQUE, 1975, p. 80).

O que é estranho na afirmação de Albuquerque é que ele conhecia bem os dois instrumentos. Na edição das **Obras Completas de D. João de Castro**, Albuquerque incluiu uma nota na qual distingue perfeitamente os instrumentos e esclarece que D. João teria usado aquele que servia para medir ângulos:

> Pedro Nunes imaginou dois instrumentos de sombras: um para a observação da altura do Sol e outro para medir a declinação magnética; D. João de Castro refere-se ao último, que também foi descrito por Francisco Faleiro. (CASTRO, 1968, p. 127).

[2] Cuja tradução é: “A altura do Sol pode tomar-se não só com instrumentos erectos sobre o plano do horizonte como também usando instrumentos que estão jacentes, paralelos a esse plano.” (NUNES, 2008, p. 358). Os instrumentos erectos sobre o plano eram o astrolábio, quadrante e balestilha.

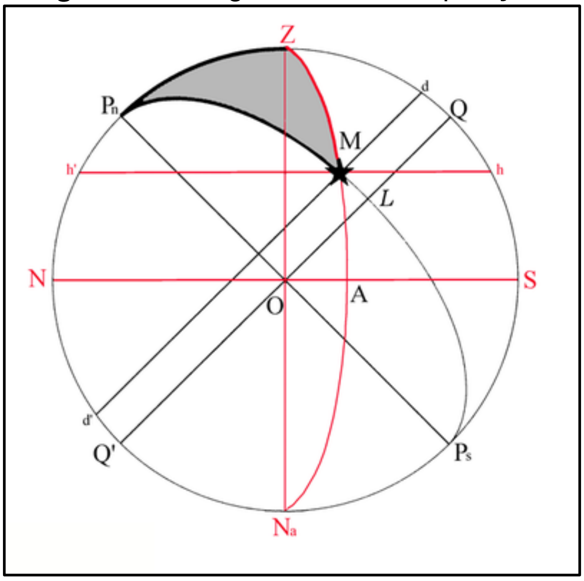
Utilização prática de um instrumento

Conforme já referido, a latitude era geralmente obtida pela observação da altura meridiana do Sol. Se o astro estivesse encoberto nesse instante, perdia-se a oportunidade de determinar a coordenada nesse dia, sendo necessário esperar pelo dia seguinte. Pedro Nunes identificou esse problema e apresentou uma solução para o mesmo:

> Porque a cousa mais necessaria e mais proueitosa pera a nauegação: e o principal fundamẽto della: he o conhecimento da altura do polo sobre o horizonte: ou distancia do circulo equinocial que he o mesmo: e os antigos autores não nos deixarão escripto como se isso podese alcançar somente ao meo dia que he conta muy certa e sem falencia: mas que não basta principalmente pera as viagẽs compridas: nas quaes muitas vezes acõtece encobrirse o sol ao meo dia: e dahi a poucas oras amostrarsenos muito craro. Determiney eu despoys de ter estudado nas sciencias mathematicas e cosmographia: inquirir modo per que podesemos em todo tẽpo que ouuer sol: assi no mar como na terra; saber em que altura do polo estamos. (NUNES, 2002, p. 160).

O método proposto por Pedro Nunes foi testado por D. João de Castro na viagem de 1538. Adiante explicaremos o procedimento seguido por D. João, percebendo-se assim qual era a proposta da Nunes. Antes, vamos explicar, como se resolve a generalidade dos problemas de navegação astronómica. Esses problemas são resolvidos recorrendo a trigonometria esférica.

Figura 3: Triângulo esférico de posição.



Fonte: American Pratical Navigator (p. 241).
(Disponível em: https://msi.nga.mil/Publications).

Atente-se na figura 3, na qual se representa esquematicamente a esfera celeste[3]. O círculo exterior, **ZSN$_a$N**, representa a projeção, na esfera celeste, do plano do meridiano do lugar; a linha horizontal, **NS**, representa o plano do horizonte; e a linha, **ZN$_a$**, perpendicular ao horizonte, corresponde à vertical do astro, sendo **Z** a representação do zénite e **N$_a$** o nadir, ou seja o ponto diametralmente oposto ao zénite. A linha **Q'Q**, representa o plano do equador. Note-se que o arco **NP$_n$**, altura do polo acima do horizonte, é sempre igual ao arco **QZ**, latitude do lugar (**φ**). O arco **LM** corresponde à declinação do astro (**δ**), a qual era conhecida, recorrendo a tabelas; e o arco **AM** é a altura do astro (**a**), que poderia ser medida, usando por exemplo um astrolábio.

O triângulo esférico é o triângulo de posição, que tem como vértices: **P$_n$** (Polo Norte), **Z** (zénite, ou vertical do observador) e **M** (posição do astro observado). Portanto, os lados são: **MZ** a distância zenital, ou complemento da altura; **P$_n$Z** o complemento da latitude; e **P$_n$M** a distância polar, ou complemento da declinação[4]. Para compreendermos o processo de cálculo interessa-nos também o ângulo em **Z**, ou azimute (**Z**), ângulo entre o meridiano do lugar e a direção do astro. Este triângulo pode resolver-se analiticamente, usando, por exemplo, as fórmulas que se seguem. No caso presente, conhecemos dois lados do triângulo (o complemento da latitude, **φ**, e o complemento da declinação, **δ**) e o ângulo oposto a um desses lados (o azimute, **Z**). Neste caso, o primeiro passo é calcular o ângulo oposto ao outro lado conhecido, neste caso o ângulo em M na figura 3, pois esse valor será necessário para o cálculo seguinte. Para tal usa-se a chamada analogia dos senos:

$$\sin M = \frac{\cos \varphi \ * \sin Z}{\sin \delta}$$

[3] A figura tanto pode representar a esfera celeste como a terrestre. Na realidade, a mesma contém elementos terrestres, como por exemplo a latitude, e celestes, como a declinação do astro. O procedimento mais usual é considerar a esfera celeste, na qual os elementos da esfera terrestre são substituídos pela sua projeção na esfera celeste. Assim, por exemplo, a posição do observador é substituída pelo seu zénite, que é a projeção da sua posição na esfera celeste, sendo a latitude medida desde o equador celeste até ao zénite do observador.

[4] Na realidade, a distância polar pode não ser igual ao complemento da declinação, no caso de o astro ter declinação no hemisfério contrário ao do observador. Nesse caso, a distância polar será igual a 90º mais a declinação.

Seguidamente usando as analogias de Neper, pode calcular-se, finalmente, o valor da latitude:

$$\tan\frac{1}{2}\,\varphi = \frac{\cos\frac{1}{2}\,(Z + M)}{\cos\frac{1}{2}\,(Z - M)} * \tan\frac{1}{2}\,(180 - (\delta + a))$$

O cálculo da latitude, usando estas fórmulas estava completamente fora do alcance de qualquer piloto, na época de Pedro Nunes, o mesmo acontecendo certamente com o próprio cosmógrafo. A solução por ele proposta consistia em resolver o problema através de um processo gráfico. Para tal, recorria a um globo, no qual desenhava o triângulo referido e retirava o valor desejado, da latitude. Nunes começa por indicar aquilo que necessita para resolver o problema: o astrolábio para medir a altura do Sol; a agulha[5], para medir o azimute do astro; a tabela de declinação do Sol; e o globo para representar esses elementos:

> E porq não vejo cousa que no mar possamos leuar: que sendo indiferente a todalas alturas do polo: nos possamos della mais aproueitar q da agulha q representa ho horizõte em toda parte: e estrelabio e globo q representa o vniuerso e ho regimento da declinação do sol que he comü a todallas alturas. (NUNES, 2002, p. 165).

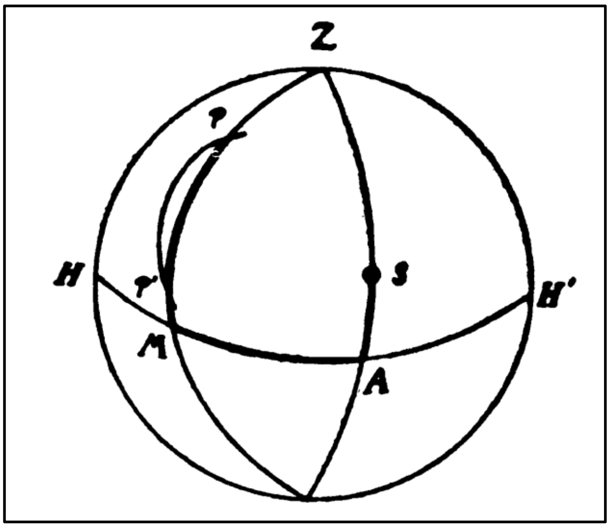
Note-se que o cosmógrafo menciona a agulha de marear, mas a seguir explica como é que se conseguia utilizar esta para conhecer o azimute do Sol. Para tal recorria-se ao instrumento de sombras anteriormente mencionado e que Nunes designa por lâmina de sombras.

Mais adiante explica como deveria ser o globo, o qual se assemelhava a uma esfera armilar, pois teria alguns arcos graduados, que possibilitariam marcar os valores obtidos. Ao contrário dos globos que estamos habituados a ver, que têm o equador como referência, este globo tinha o horizonte como referência, uma vez que deste modo representa-se mais fielmente aquilo que um observador vê no mar, pois a referência para as alturas dos astros é o horizonte:

[5] Agulha de marear, ou simplesmente agulha, era a designação mais comum na época para as bússolas. Tal deriva do facto de a orientação das mesmas ser conseguida pela utilização de umas pequenas barras de ferro, magnetizadas, com uma espessura muito reduzida, semelhantes a agulhas.

> Teremos mais hum globo perfeitamente redondo e de tal grandeza que os graos sejam manifestos e quanto mayor tãto milhor. Nã he necessario auer nelle mais que hü circulo grãde graduado que representara ho horizõte: e outro que represente ao meridiano: tera seus eyxos nos polos do horizonte: & auera hum meridiano de latão: dentro do qual tera o globo mouimento sobre os polos do horizõte. (NUNES, 2002, p. 166).

Figura 4: Representação do primeiro processo proposto por Pedro Nunes.



Fonte: A Marinharia dos Descobrimentos (p. 112).

Os passos a seguir para determinar a latitude compreendem-se melhor observando a figura 4, complementando com a descrição do globo, acima transcrita. O globo poderia movimentar-se em torno do eixo que passa no ponto **Z**, "polo do horizonte", como lhe chama Nunes O arco do horizonte **HH'** seria graduado em graus. Também o meridiano **ZM** era graduado em graus. Ou seja, na prática era possível marcar alturas, usando a escala do meridiano, e medir azimutes, recorrendo à escala do horizonte.

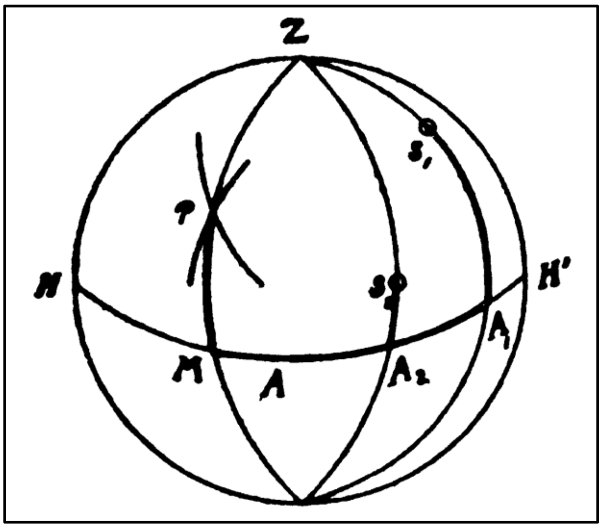
Com o instrumento de sombras media-se o azimute do Sol, que na figura corresponde ao arco **MA**, marcado sobre o horizonte **HH'**. Com o astrolábio media-se a altura do Sol e marcava-se a mesma sobre o círculo vertical do astro, sendo neste caso a altura igual ao arco **AS**, sendo **S** a posição do Sol, acima do horizonte. Na tabela de declinação do Sol procurava-se o valor desta, para o dia da observação e a partir deste valor calculava-se a distância polar. Usando um compasso adequado para marcar arcos sobre um globo, abria-se o compasso com o valor correspondente à distância polar calculada e traçava-se o arco que cortava o meridiano do observador nos pontos **P** e **P**'. Estes pontos correspondem às duas posições possíveis para a localização do polo para as condições observadas de azimute, altura e declinação do Sol, bastando medir os arcos **MP'** e **MP** para conhecer as respetivas alturas acima do horizonte. Conforme visto anteriormente, a altura do polo coincide sempre com a latitude do lugar, portanto estas alturas correspondiam a dois valores diferentes de latitude. Como geralmente estes dois valores se encontram bastante afastados um do outro e como o navegador tinha uma ideia aproximada do valor da sua latitude era facilmente resolvida a ambiguidade entre as duas posições possíveis para a localização do polo. Embora na imagem não se encontre completamente representado o triângulo esférico, ele está subjacente à mesma, tendo por vértices: **Z**, **S** e **P** (ou **P'**) e ainda o azimute (ângulo em **Z**).

O processo descrito acima aplicava-se no caso de a declinação magnética ser nula. Recorde-se que a declinação magnética é o ângulo entre o Norte verdadeiro e o Norte da agulha, ou seja, a direção para onde aponta a agulha magnética. O fenómeno era bem conhecido, na náutica portuguesa, pelo menos desde o início do século XVI, e sabia-se que o valor da declinação magnética varia de local para local. O desconhecimento do valor da declinação implicava que o azimute marcado não estaria correto, pelo que não se poderia usar o processo. Na realidade, se fosse conhecido o valor da declinação, o processo também se poderia usar, bastando aplicar o valor da mesma, para converter o azimute obtido com a agulha em azimute verdadeiro. No entanto, Nunes não considera essa hipótese:

> E sera o primeiro presupõdo que a agulha vay justa ao polo sem nordestear nẽ norestear. Mas o segundo sera ajudãdome toda via da agulha se estamos no mar. E isto quer ella nordestee quer norestee: e posto q não saibamos se faz mudança. (NUNES, 2002, p. 165).

Para resolver esta limitação, Pedro Nunes apresenta uma segunda proposta, cujo esquema se mostra na figura 5. Neste caso, tornava-se necessário observar duas vezes a altura e o azimute do Sol, devendo o azimute apresentar uma variação com algum significado, entre uma observação e a outra. Marcavam-se as posições, S_1 e S_2, correspondentes às duas observações do Sol, sendo importante considerar a diferença de azimutes entre uma observação e a outra, correspondente ao arco A_2A_1. Seguidamente marcava-se, com um compasso, a distância polar a partir de S_1 e de S_2, sendo a posição do polo, P, o cruzamento dessas duas linhas. A altura do polo, ou latitude, seria o valor do arco MP. Com esta construção era igualmente possível conhecer a declinação magnética, pois o arco MPZ correspondia a uma parte do meridiano verdadeiro do lugar, podendo assim determinar-se o valor dos azimutes verdadeiros, MA_2 ou MA_1, os quais poderiam ser comparados com os azimutes observados pela agulha, sabendo-se assim o valor da declinação magnética. Uma explicação mais detalhada destes processos pode encontrar-se em (COSTA, 1983, pp. 109-115).

Figura 5: Representação do segundo processo proposto por Pedro Nunes



Fonte: A Marinharia dos Descobrimentos (p. 112)

Experiências de D. João de Castro

Conforme já referido, D. João de Castro testou o método acima descrito, para determinar a latitude por duas alturas extrameridianas do Sol. Para tal, usou o instrumento de sombras que Pedro Nunes inventara, para determinar o azimute do Sol. Meticuloso nas suas descrições, D. João explica que usava o instrumento de sombras para experimentar a validade dos dois processos de navegação que necessitavam do conhecimento do azimute do astro:

> …e logo fiz preste a lamina e estromento de sombras, de que o muito excelente principe o Iffante dom Luis me fez merce, com grande

> deseio de vereficar duas cousas: a primeira, se nestas Ilhas variauão as agulhas ou não, por ser pratica de muitos pilotos que neste lugar e meridiano feria o norte de suas agulhas no polo verdadeiro do mundo; e a segunda, se era verdadeira e punctual a regra que nos deu o doctor Pedro nunez pera, em toda a ora do dia em que fizer sombra, sabermos a leuação do polo, com o qual estromento fiz as seguintes considerações. (CASTRO, 1882, p. 27-30).

D. João descreve as várias observações que fez para determinar a latitude recorrendo a este método. Seguidamente, transcreve-se o texto de uma das suas observações. Apesar de um pouco longo, vale a pena apresentá-lo todo, pois permite perceber detalhadamente a sequência de observações e de cálculos realizados no globo:

> Primeiramente no orizonte graduado da poma asentei a variação que fez a sombra, do estilo dês a primeira altura até á segunda, a qual variação foi sete graos, e logo do principio destes sete graus iá postos no orizonte asentei a primeira altura; e foi cinquoenta e sete graos per hum merediano graduado acima, e no lugar onde se acabou o numero destes 57 graos pus hum ponto; e tornando a passar o mesmo merediano na outra extremidade da variação da sombra que assentey no orizonte, contey pello merediano acima a segunda altura, que foy 61 graus ½, e no lugar onde se acabárão pus outro ponto: feito isto, oulhei a declinação de 90, e tomando o que ficaua, que era 77 graos ½, com hum compasso curuo, pondo ha ponta do compasso no ponto onde se acabou a primeira altura, fiz com outra ponta ha porção de circulo, e tornando a mesma ponta do compasso ao segundo ponto onde se acabou a segunda altura, fiz outra porção de circulo, que em termos de giometria se chama de cusação, e onde se estas duas porções encontrárão pus hum ponto, o qual ponto trazendo ao merediano graduado, achei que se apartaua do orizonte 29 graos ½, que era a leuação do polo do lugar onde me achaua; e logo mandei esta altura ao Piloto em hum escrito çarrado, pera que depois que elle tomasse o sol ao meu dia vissemos juntamente ambos sem suspeita podermos detreminar quanto discrepava a minha, tomada pella menhã, da sua, tomada ao meu dia: ora, acabado o Piloto de tomar sua altura, veo-me dizer que estauamos em altura de 29 graos 1/3, e em continente abrio o escrito e vio a minha, de que ficou muito espantado (CASTRO, 1882, p. 34-38).

Nesta descrição o valor obtido por D. João de Castro foi praticamente igual ao do piloto, calculado pela passagem meridiana do Sol. No entanto, noutros casos ele encontrou diferenças grandes entre os valores obtidos por um processo e pelo outro. Sendo o método da passagem meridiana aquele que lhe merecia mais confiança, procurou encontrar explicações para os erros do novo método que testou na viagem. Notou que quando a diferença de azimutes era muito pequena, os valores obtidos, por um método e pelo outro, divergiam mais. Verificou ainda que o instrumento deveria permanecer horizontal, para indicar valores corretos de azimute. Ora, num navio sujeito ao balanço do mar, tal nem sempre era possível. Isto apesar de Pedro Nunes ter sugerido uma espécie de suspensão para minimizar os inconvenientes do balanço. Essa suspensão foi usada por D. João de Castro, que a designa por balança, embora ele não funcionasse bem em situações de mar mais agitado, onde os balanços do navio eram maiores:

> Como quer que a sombra do estilo tenha pouco repouso por a circunferençia do circulo graduado, ao que da occasião o muito bulir da naao, e tambem, como venta hum pouco rijo, a lamina perde a perfeição e iusto oliuel, por se destemperarem as ballanças, o que tudo iuntamente faz muito embaraço ao sentido pera detreminadamente aver de averiguar o verdadeiro lugar onde defire a sombra; de sorte que, balanceando muito a naao, podemos facilmente errar atee dous graos, mas hindo queda e asossegada quem tiuer honesta extimatiua não poderá errar passante de meo grao. (CASTRO, 1882, p. 63).

Uma palavra final, referente ao instrumento jacente no plano. Também para este Nunes recomenda uma atenção especial para que fosse garantida a horizontalidade da base do mesmo, pois só assim o mesmo fornecia valores corretos. E sugere igualmente o uso de um sistema de suspensão para minimizar o efeito do balanço. No entanto, não se conhece nenhuma utilização prática do mesmo na época de Nunes. É o claro exemplo de um instrumento perfeito em termos matemáticos e que poderia servir perfeitamente para cumprir a sua função, de medir a altura do Sol, em terra firme. Mas no mar era muito afetado pelo balanço e existiam alternativas para medir a altura do Sol, as quais não eram tão sensíveis ao balanço, nomeadamente o astrolábio.

Considerações

Concluída a análise, importa destacar os aspetos mais relevantes do texto. Pedro Nunes dedicou uma parte significativa da sua vida ao estudo matemático das questões náuticas, tendo sido o primeiro titular do cargo de cosmógrafo-mor. Um dos seus contributos ao desenvolvimento da navegação consistiu na proposta de diversos instrumentos para uso pelos pilotos.

Analisámos com algum detalhe dois instrumentos de sombras, servindo um deles para determinar o azimute do Sol e o outro para conhecer a altura do mesmo astro. Descrevemos ainda a utilização do primeiro por D. João de Castro, para testar um processo original também proposto por Pedro Nunes para determinar a latitude no mar. O aspeto que merece maior destaque é a preocupação constante de Nunes em fundamentar matematicamente as soluções que apresenta para resolver os problemas de náutica. Reconhece, desde os seus primeiros escritos, que existem duas formas de abordar os assuntos relativos à navegação: uma empírica, Arte, que era a prática comum entre os homens do Mar, e uma outra apoiada na matemática, Razão, pois só esta última garante que a navegação é conduzida com rigor.

Referências

ALBUQUERQUE, Luís de. **Estudos de História**. Vol. IV. Coimbra: Acta Universitatis Conimbrigensis, 1975.

CASTRO, D. João de. **Obras Completas de D. João de Castro**. vol. I. Edição crítica por Armando Cortesão e Luís de Albuquerque, Coimbra: Academia Internacional da Cultura Portuguesa, 1968.

CASTRO, D. João de, **Roteiro de Lisboa a Goa**. Anotado por João de Andrade Corvo, Lisboa: Academia Real das Ciências, 1882.

COSTA, Abel Fontoura da. **A Marinharia dos Descobrimentos**, Lisboa: Edições Culturais da Marinha, 1983.

LEITÃO, André. **Nunes, Pedro**. [s.d.] Disponível em:<http://cvc.instituto-camoes.pt/navegaport/a29.html> Acesso em: 24 mar. 2020.

LEITÃO, Henrique. Ars e ratio: A náutica e a constituição da ciência moderna. In: VICENTE MAROTO, María Isabel y ESTEBAN PIÑEIRO Mariano. **La Ciencia y el Mar**. Valladolid: [s.n.], 2006, 183-207.

MOTA, Avelino Teixeira da. **Os regimentos do cosmógrafo-mor de 1559 e 1592 e as origens do ensino náutico em Portugal**. Coimbra: Junta de Investigações do Ultramar, 1969.

NUNES, Pedro, **Obras. Tratado da Sphera. Astronomici Introdvctorii de Spaera Epitome**. Vol. I. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2002.

NUNES, Pedro, **Obras. De Arte Atque Ratione Navigandi**. Vol. IV. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2008.

JOSÉ ANASTÁCIO DA CUNHA (1744-1787) E OS HISTORIADORES DA MATEMÁTICA PORTUGUESA

Luis Manuel Ribeiro Saraiva
CIUHCT/CMAFCIO/Universidade de Lisboa
lmsaraiva@fc.ul.pt

Resumo[1]
Neste artigo faremos uma análise do modo como a figura e obra de José Anastácio da Cunha foram relatadas e avaliadas, desde as considerações do seu contemporâneo Francisco de Borja Garção Stockler até às apreciações feita no século XX (para as quais muito contribuíram dois artigos essenciais do historiador A. P.Youschkevitch nos anos 70) nos Congressos realizados em 1987, nas comemorações do bicentenário do seu falecimento, e os seus prolongamentos até à actualidade. Neste processo cronológico, falaremos, entre outras, das análises de Francisco do Castro Freire, Rodolfo Guimarães, Pedro José da Cunha, Francisco Gomes Teixeira e José Vicente Gonçalves. Referiremos igualmente as pesquisas mais recentes sobre a vida e obra de José Anastácio da Cunha.

Palavras-chave: José Anastácio da Cunha. Século XVIII. Matemática Portuguesa. Historiadores da Matemática. Impacto internacional.

Introdução

José Anastácio da Cunha (1744-1787) é um dos poucos matemáticos portugueses que se pode dizer que produziu matemática ao nível dos melhores matemáticos da sua época. Ele surge num momento chave da história matemática portuguesa, o da reforma da Universidade de Coimbra em 1772. Não fosse o isolamento português, aliado a uma conjuntura interna que durante a sua vida só muito brevemente lhe permitiu desenvolver o seu trabalho sem entraves, teria sido certamente um actor activo na renovação da matemática em Portugal, e possivelmente poderia ter tido algum papel na reforma do cálculo que se veio a realizar no século XIX por autores como Cauchy, Weierstrass e Gauss.

Sensivelmente entre o meio do século XVI e o meio do século XVIII a matemática portuguesa estagnou e não produziu obras de relevo. Não vamos aqui analisar as causas desta situação complexa, seria necessário para isso um outro artigo. Para além do facto do maior cientista português do século XVI,

[1] Neste texto não é utilizado o actual acordo ortográfico.

e um dos mais importantes da sua época, Pedro Nunes (1502-1578), não ter feito escola nem deixado sucessores, vamos apenas apontar dois factores que são tradicionalmente tidos como os seus principais responsáveis: a acção da Inquisição e o controle da Companhia de Jesus sobre o ensino. Se bem que inicialmente estes fatores tenham sido apontados de modo não matizado, não deixa de haver razão na sua indicação.

A Inquisição proibia livros muitas vezes mais pelo seu autor do que pelo conteúdo do livro. Frequentemente, apenas por o livro ter sido escrito por um protestante ele era proibido. E a Inquisição criava um receio intelectual que certamente prejudicava o debate e a troca de ideias, o medo de ter em sua casa livros – seus ou emprestados- que poderiam de algum modo levar os seus possuidores a serem presos, ou pior.

Os nossos historiadores da matemática viam a Companhia de Jesus como um todo homogéneo, quando de facto isso não era verdade. Havia na altura cinco assistências (Portugal, Espanha, Itália, França e Alemanha), e a atitude quanto à ciência, e em particular, quanto à matemática da Assistência Portuguesa, bem como a da correspondente Assistência Espanhola, era muito diferente da das outras três assistências. As Assistências ibéricas ignoravam voluntariamente os grandes avanços e descobertas que nessa época se faziam no campo da matemática, apesar das repetidas insistências do Geral da Companhia para modificarem a sua atitude. Ao contrário, as outras três assistências foram agentes importantes da divulgação do conhecimento científico e igualmente promoveram a investigação, e assim se explica, por exemplo, que quando a Assistência Portuguesa da Companhia envia peritos matemáticos para a China, praticamente não haja portugueses entre eles (BALDINI, 2004, muito em especial pp. 302-344). Sobre este complexo tema ver as obras de Ugo Baldini, o melhor perito mundial sobre a obra científica da Companhia de Jesus, e muito em particular sobre a sua Assistência Portuguesa[2].

[2] Recentemente algumas das obras de Ugo Baldini foram traduzidas para português e compiladas em (BALDINI, 2018) incluído o texto referido. De qualquer modo recomenda-se, se fôr possível, a leitura do texto original.

A reforma da Universidade Portuguesa de 1772, a primeira desde 1612, é um momento de viragem na história da matemática portuguesa, tendo sido então criada a primeira Faculdade de Matemática do país. É neste acto que podemos colocar os alicerces da matemática portuguesa que se veio a desenvolver até à actualidade, e que recebeu o reforço vindo da criação em 1779 da Academia das Ciências de Lisboa, a principal instituição em Portugal de investigação matemática do século XIX.

Muito se escreveu já sobre a reforma de 1772, e por isso vamos ser breves aqui[3]. Ela teve por objectivo colocar a Universidade Portuguesa ao nível das melhores universidades europeias. Na Faculdade de Matemática o curso de quatro anos compreendia uma cadeira por cada ano do curso. A primeira cadeira era Geometria, obrigatória para todos os alunos da Universidade[4]. Aí se ensinavam os *Elementos* de Euclides (livros I a VI, XI e XII), a Trigonometria Plana, e os *Elementos de Aritmética* de Etienne Bézout[5]; a 2ª cadeira era Álgebra, e como livro de texto utilizava-se parte do *Curso de Matemática* de Bézout, incidindo sobre aplicações da álgebra à aritmética e à geometria, e cálculo diferencial e integral; na 3ª cadeira, Foronomia, ou Ciências Físico-Matemáticas, davam-se elementos de mecânica e de hidrodinâmica, utlilizando os tratados do Abbé Marie (Mecânica) e de Charles Bossut (Hidrodinâmica); e na 4ª cadeira ensinava-se Astronomia, utilizando como livro de texto as *Lições Elementares de Astronomia* de Nicolas Lacaille. Para seus lentes foram chamados quatro professores: dois italianos, Michaele Franzini (ca 1730-1810) e Michele Ciera (? - ?), para as cadeiras do segundo e do quarto ano, respectivamente, e dois portugueses: José Monteiro da Rocha (1734-1819), o autor da reforma da Faculdade de Matemática, ficou com a lecionação da cadeira do 3º ano[6], e José Anastácio da Cunha, nos anos em que foi professor na Universidade, ensinou a matéria do 1º ano. Era o único não académico entre os quatro professores da Faculdade de Matemática.

---

[3] No que diz respeito à matemática, (ALBUQUERQUE, 1978) faz uma boa síntese.
[4] Vemos aqui a importância que os reformadores davam à matemática como elemento de formação do raciocínio de todo o estudante de Coimbra.
[5] Sobre a grande importância de Bézout em Portugal, ver (SARAIVA, 2015).
[6] Sobre Monteiro da Rocha, ver (FIGUEIREDO, 2011).

José Anastácio da Cunha

Vamos ser breves nos apontamentos que daremos sobre a vida de José Anastácio da Cunha, pois há muita bibliografia sobre ele[7]. A sua educação começou na *Casa das Necessidades* da *Congregação do Oratório* em Lisboa, de 1760 a 1763 (FERRO, 1987; p. 27), o que certamente o influenciou de modo significativo, pois os oratorianos tinham uma visão progressista do ensino, não só na abertura às matérias leccionadas mas igualmente no desenvolvimento que davam à vertente esperimental nos seus cursos, contrariamente ao que se passava com a Assistência Portuguesa da Companhia de Jesus, que então era a força dominante no ensino em Portugal.

Em 1764 foi nomeado primeiro tenente para a Companhia de Bombeiros do *Regimento de Artilharia do Porto*[8], então sediado em Valença, onde funcionou uma *Aula de Artilharia*. Nesse regimento havia um número significativo de oficiais estrangeiros, vindos de países protestantes, que trouxeram consigo os seus livros, muitos dos quais estavam proibidos em Portugal. Graças a este facto, José Anastácio teve a possibilidade de ler essas obras, inacessíveis à maioria da população portuguesa, e conviver com oficiais que tinham um modo de estar e olhar a vida muito diferente do que era usual entre os portugueses de então.

Em conjunto com a sua formação na Congregação do Oratório, esta foi uma estada muito importante na formação humana e científica da sua personalidade. Enquanto esteve no regimento de artilharia do Porto escreveu dois trabalhos científicos, a *Carta Fisico-Mathematica sobre a Theorica da Polvora*, (DA CUNHA, 1838)[9] e o *Ensaio sobre as Minas* (DA CUNHA, 1994)[10], escrito antes de 1768, em que questionava algumas das teorias então aceites, em particular de Joseph Dulacq (ACTAS, 1990; p. 382), que havia escrito uma

[7] Para além do que vem nas várias histórias da matemática em Portugal, onde recomendamos (TEIXEIRA, 1934), podem ver-se, entre outros, (FERRO, 1987), (RODRIGUES, 1987), (ACTAS, 1990), (DA CUNHA, 2006b) e (CURADO, 2012).
[8] (CURADO, 2012) coloca a hipótese de Anastácio ter frequentado algumas aulas da *Academia Militar da Corte*, e só depois ter ido para o *Regimento de Artilharia do Porto*.
[9] Escrito em 1769 mas só publicado em 1838 pelos capitães José Vitorino Damásio e Diogo Kopke.
[10] Um trabalho só redescoberto em 1988 e publicado em 1994.

das obras consideradas obrigatórias nas *Aulas de Artilharia* criadas pelo Conde de Lippe, *Théorie Nouvelle sur le Mecanisme de l'Artillerie* (1741).

Foi a esta actividade que se atribui o facto de ter sido chamado pelo Marquês de Pombal para integrar o corpo docente da Faculdade de Matemática. Pressupõe-se que a escrita da sua obra mais importante, os *Principios Mathematicos* (DA CUNHA, 1790), só publicada três anos após a sua morte, terá começado ainda em Valença.

Em Coimbra ensinou entre 1773 e 1778. Em 1777 morreu D. José, e imediatamente foi afastado o Marquês de Pombal. A Inquisição fez a sua reaparição, bem como as forças que Pombal tinha afastado do poder. Anastácio foi preso e condenado em 1778, sendo expulso da Universidade de Coimbra e ficando proibido de voltar tanto a Coimbra como a Valença. Foi condenado a três anos de reclusão na Congregação do Oratório, seguido de quatro anos de degredo em Évora.

Contudo em 1781 foi-lhe perdoado o degredo em Évora. O intendente geral da Polícia e fundador da *Real Casa Pia de Lisboa*, Diogo Inácio de Pina Manique (1733-1805), chamou-o para professor de matemática do *Colégio de S. Lucas* daquela instituição. Não é certo o ano em que saiu do Colégio, sabe-se apenas que, quando faleceu, 1 de Janeiro de 1787, já não era aí professor.

Postumamente, o diplomata e seu amigo Domingos António de Sousa Coutinho (? – 1832) publicou em Londres o seu *Ensayo sobre os Principios de Mechanica* (DA CUNHA, 1807).

Em 1811 uma tradução francesa dos *Principios* Mathematicos foi feita e publicada em Bordéus pelo seu discípulo e amigo João Manuel de Abreu (1757-1815) que contudo, devido à tentativa de tentar modernizar a linguagem utilizada por Anastácio numa obra que tinha mais de 20 anos, não foi totalmente fiel ao original[11] (DA CUNHA, 1811). Aparentemente venderam-se poucos exemplares da edição de Bordéus, e as sobras terão sido compradas pela Veuve Courcier, uma importante casa editora de Paris, que a colocou à

[11] Ver, entre outros, (QUEIRÓ, 1988) e (OLIVEIRA, 1988).

venda em 1816 (DA CUNHA, 1816), substituindo apenas as duas primeiras páginas (GIUSTI, 1990; p. 46, nota 3).

Sobre os *Principios Mathematicos* muitos artigos foram publicados[12], e muito justamente, pois neles há vários pontos de muito interesse, incluindo matéria que é tratada pela primeira vez de forma correcta na história da matemática, como é o caso da teoria das séries numéricas, antecipando em décadas o trabalho de Augustin Louis Cauchy (CAUCHY, 1821). Por isso aqui seremos breves.

Trata-se de um livro de 302 páginas, dividido em 21 capítulos, chamados "livros" por Anastácio, a que se adiciona uma errata de 13 páginas. O livro aborda uma grande variedade de temas, com graus de profundidade de análise e exposição muito diferentes, desde temas elementares a outros relativos à sua investigação. Compreende áreas como a Geometria Euclidiana e a Geometria Analítica, o Cálculo Diferencial e as Equações Diferenciais, a Teoria das Séries Numéricas e as Equações Algébricas. Não há referências no livro, o que se pode explicar por o autor ter morrido sem ter tido tempo para rever o livro. Podemos conjecturar que se ele, eventualmente, tivesse vivido mais tempo, acrescentaria algumas referências e bibliografia. Contudo é claro na sua escrita e raciocínio que há influências de Newton, D'Alembert, Lagrange e Euler. Anastácio procede do modo que encontramos nos *Elementos* de Euclides: começa por dar as definições e axiomas, enuncia as proposições e demonstra-as, justificando os seus passos, tentando sempre ser conciso e rigoroso, o que era uma excepção no seu tempo.

Em relação à sua teoria das séries, que ocupa as 15 páginas do livro IX, é nesta obra que pela primeira vez se dá um critério correcto de convergência de uma série, antecipando o chamado critério de Cauchy-Bolzano[13].

[12] Ver, por exemplo, só para falar dos que escreveram sobre ele até 1990, além dos mencionados na nota anterior, (GONÇALVES, 1940), (YOUSCHKEVITCH,;1973, 1978a e 1978b), (RODRIGUES, 1988), (DUARTE, SILVA; 1990), (GIUSTI, 1990), (GRATTAN-GUINNESS, 1990) e (MAWHIN, 1990).

[13] Enrico Giusti estabelece uma diferença subtil entre os conceitos de convergência de Anastácio e a de Cauchy (GIUSTI, 1990, pp.42-45). Mas não deixa de, na prática, ser a mesma definição.

Notavelmente, antecedia o trabalho com qualquer série pela demonstração da sua convergência.

Igualmente inovador é o livro XV, sobre cálculo diferencial. É nele que pela primeira vez se formula uma definição analítica moderna de um diferencial de uma função real de variável real, como é realçado em (MAWHIN, 1990). Claro que nem tudo o que José Anastácio faz está correcto, por exemplo demonstra incorrectamente o teorema de Taylor, supondo que todas as funções são soma da sua série de potências, um erro comum na sua época. Mas nenhuma destas incorrecções tira qualquer valor a esta obra única da matemática portuguesa.

José Anastácio da Cunha e os historiadores da matemática portuguesa[14]

Ao longo da História muito se escreveu sobre José Anastácio da Cunha. O seu contemporâneo Francisco de Borja Garção Stockler (1759-1829), apesar de estar referenciado como seu oponente na controvérsia que opôs Anastácio a Monteiro da Rocha[15] escreveu sobre ele uma nota de seis páginas no seu *Ensaio Histórico sobre a Origem e Progressos das Mathematicas em Portugal* (STOCKLER, 1819; pp. 163-168)[16], a maior do seu livro a seguir à que escreveu sobre Pedro Nunes, onde inequivocamente expressa a sua admiração por este matemático.

O *Ensaio* de Stockler tem 80 páginas de texto, cinco de introdução (o *Discurso Prelimina*r) e 75 de texto principal, a que e seguem 36 notas em 92 páginas. Por esta distribuição, em que há mais páginas de notas do que de texto principal, podemos concluir que no texto central Stockler quis dar as linhas essenciais do desenvolvimento da História Matemática Portuguesa até à fundação da Academia das Ciências de Lisboa (1779), reservando para as notas um maior detalhe ou uma análise mais pormenorizada de aspetos referidos no texto.

[14] Todos os negritos nas citações são da responsabilidade do autor deste artigo.
[15] Sobre a polémica entre os dois matemáticos ver (TEIXEIRA, 1869), (TEIXEIRA, 1905) e (GONÇALVES, 1976/77). Chamo a atenção para que este último texto inclui afirmações controversas e não justificadas.
[16] Sobre Stockler e o seu *Ensaio*, ver (SARAIVA, 1992).

Eis o parágrafo em que, no texto central, Stockler se refere a Anastácio:

> [...] o Senhor José Monteiro da Rocha, e José Anastácio da Cunha caminhavam a largos passos a pôr-se em estado de merecerem o nome de Geometras. Um e outro fizeram tão patentes os seus talentos e os progressos que haviam feito nas mathematicas, que quando o Soberano se propôs completar a reforma da instrucção publica de todas as classes do Estado, reformando os estudos da Universidade de Coimbra, ambos tiveram a honra de serem eleitos por elle, para de concerto com os senhores Franzini e Ciera, crearem a Faculdade de Mathematica que então se mandava estabelecer de novo na mesma Universidade. (idem, p. 67).

Stockler não referiu a obra de José Anastácio no texto central porque colocou como limite temporal no seu livro a data da fundação da Academia das Ciências, e nessa data não havia qualquer publicação de obras de José Anastácio, mas resolveu mencioná-la na referida nota, a última do seu livro, datada de 1817. Nela é dada uma pequena biografia de Anastácio da Cunha, indicando-se as obras que estavam publicadas, e outras que se sabiam escritas mas não publicadas, além de se mencionar os cargos e as vississitudes por que passou.

Podemos ver, pelos termos utilizados, a admiração de Stockler pelo matemático:

> Desde menino mostrou **talentos não ordinarios, e sobre tudo uma grande facilidade de comprehensão** [...] [Tendo assentado praça no regimento de artilharia do Porto] Fez desde logo **tão rapidos progressos no estudo das mathematicas, fortificação e artilharia**, que em breve foi elevado aos postos de segundo, e primeiro tenente de Bombeiros (idem, p. 163). [Sobre os *Principios Mathematicos*] Este livro, **aonde brilha a mais admirável concisão, aonde ha sem duvida uma disposição inteiramente nova na distribuição das doutrinas e sua dedução, e aonde se notam mesmo algumas ideas originaes** [...]. (idem, p. 165).

Refere ainda a tradução francesa de João Manuel de Abreu, a crítica ao livro que foi publicada na revista escocesa *Edinburgh Review* (PLAYFAIR, 1812)[17], e a resposta a esta crítica que Abreu publicou no *Investigador Portuguez em Inglaterra* (DE ABREU, 1813)[18], mas abstém-se de se pronunciar sobre estes escritos, porque

[17] Que erradamente chama de "jornal inglez" (idem, p. 166). O autor não está mencionado nela, mas sabe-se ser o matemático escocês John Playfair (1748-1819). Meses depois do artigo ter sido publicado na revista escocesa, saiu uma sua tradução portuguesa em (PLAYFAIR, 1813).

[18] Não refere a resposta de Anastácio Joaquim Rodrigues (?-1818) no mesmo jornal e no mesmo ano.

> [...] tendo limitado o termo do nosso trabalho na época do estabelecimento da Academia Real das Sciencias de Lisboa, não nos compete tratar aqui dos progressos ulteriores das mathematicas em Portugal, nem avaliar o mérito dos autores, que sobre esta sciencia tem escripto depois da indicada época. (idem, p. 166).

Mas porque escreve a última nota do seu livro 38 anos após a fundação da Academia das Ciências, acha que deve dar conta noutra obra do desenvolvimento da matemática em Portugal desde então, e tenciona fazê-lo dando um lugar de relevo a Anastácio da Cunha:

> [considerando] que não he pouco o que Portugal tem contribuido para o progresso das mathematicas [...] e que uma grande parte dos homens de letras, que entre nós se tem distinguido neste intervalo [os 38 anos], já são falecidos; he mui natural, que [...] emprehendamos a composição de um segundo livro, em que continuemos a historia dos trabalhos mathematicos dos nossos nacionaes. **N'elle faremos a José Anastasio a justiça que entendemos ser lhe devida** [...]. (idem, p. 166/167).

Infelizmente Stockler não realizou esse projecto, mas registamos a opinião elevada que tinha sobre Anastácio como matemático.

Sobre a obra publicada em Londres após a morte de Anastácio, *Ensayo sobre os Principios de Mechanica*, escreveu:

> Esta obra era verdadeiramente **o primeiro esbosso de um projecto mais amplo, que José Anastasio concebera, e que seria bem digno de que ele o tivesse realizado** com o vagar, e sizuda reflexão que exige a composição de um tratado de mecanica philosophica. [...] Sylvestre Pinheiro Ferreira, escreveu diversas observaçoens, e notas criticas, sobre este folheto de José Anastasio, as quaes imprimiu em Amsterdam, em o anno de 1808, em que **lhe prodigalisa os mais extraordinarios elogios**, ao mesmo tempo que lhe aponta, e reprehende vinte e cinco erros ou defeitos notaveis em o pequeno ambito de 35 paginas. **Tanto he o merito intrinseco da obra, a pesar da negligencia com que foi escripta**! (idem, p. 167/168).

Stockler não confunde valor matemático e posição ideológica: sendo (na altura em que escreve) um conservador, não tira mérito matemático a Anastácio por este não o ser. Em relação à reclusão na Congregação do Oratório posterior à expulsão da Universidade de Coimbra, escreve, aludindo aos estrangeiros não católicos do regimento de Valença, num misto de censura e admiração: "Expiou as leviandades a que fôra arrastado, na sua mocidade, pelo exemplo de camaradas de diferentes naçoens e seitas, que com elle militaram; e **aonde fez admirar os seus talentos, erudição e modestia**" (idem, p. 165).

Stockler conclui a sua nota com a indicação dada por João Manuel de Abreu no *Avertissement du Traducteur* da sua tradução dos *Principios Mathematicos* de obras manuscritas mas não publicadas de José Anastácio da Cunha que estavam em sua posse[19].

Todos os historiadores da matemática portuguesa que se seguiram a Stockler e que escreveram histórias da Matemática em Portugal realçaram o valor de Anastácio. Faremos em seguida referência aos principais, não é nosso objectivo fazer uma enumeração exaustiva, apenas queremos referir os marcos fundamentais.

Francisco de Castro Freire (1811-1884), no balanço que fez dos primeiros 100 anos da Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra (FREIRE, 1872) tem um capítulo dedicado a Monteiro da Rocha e a José Anastácio da Cunha, *Os srs José Monteiro da Rocha e José Anastácio da Cunha* (idem, pp.31-37), referindo-os como

> **os dois iniciadores portuguezes da Faculdade de Mathematica**; confessamos porém que nos attrahiu e prendeu a **muita veneração devida a estes dois ingenhos raros,** que tanto lustre deram áquella faculdade, e que têm para nós ainda a especialíssima consideração de **haverem sido os mestres de alguns dos nossos respeitados mestres.** (idem, p. 37).

É significativo que enquanto a nota sobre José Monteiro da Rocha não chega a duas páginas (idem, pp. 32-33) a relativa a Anastácio é superior a quatro páginas (idem, pp. 33-37). Nela repete muito do que Stockler dissera no *Ensaio Histórico*, como por exemplo a apreciação dos *Principios Mathematicos*: "Obra admirável, que, em pequeno volume, comprehende grande somma de doutrinas com disposição inteiramente nova, e onde se notam muitas idéas originaes" (idem, p. 36).

Mas tem elementos novos. Refere mais desenvolvidamente a questão da polémica criada pela publicação do artigo de Playfair[20] no *Edinburgh Review*, transcrevendo dois pequenos extratos, um no início e outro do fim desse texto, na tradução portuguesa surgida no *Investigador Portuguez em*

[19] Algumas das obras mencionadas foram encontradas em 2005 (ver no fim deste capítulo).
[20] Também erradamente Castro Freire considera inglês o autor do artigo, mas, ao contrário de Stockler, que não o refere, aqui identifica-o correctamente.

Inglaterra, e ao fazê-lo não só não refere outros pontos de apreciação positiva da parte de Playfair como evita abordar os aspectos matemáticos que são o ponto importante do debate, ficando-se pelas apreciações gerais. A crítica do *Edinburgh Review* termina com uma comparação generalista com o *Tratado Elementar* de Lacaille: "O auctor francez não apresenta *tanta originalidade de methodo* como o mathematico portuguez, e a este respeito a obra d'este é talvez mais util. Em clareza aquelle excede muito a este" (idem, p. 36).

Castro Freire fala das respostas (sem dar mais quaisquer detalhes, apenas mencionando que não foi bem recebida a comparação com o Tratado de Lacaille, o que é um aspecto secundário desta polémica) de João Manuel de Abreu e de Anastácio Joaquim Rodrigues, que diz terem sido publicadas no *Moniteur* (*Universel*) e no *Investigador Portuguez*. Aqui há uma confusão: Anastácio Joaquim Rodrigues efectivamente publicou um artigo sobre os *Principios Mathematicos* no *Moniteur* (RODRIGUES, 1811), mas a resposta a Playfair saiu no *Investigador Portuguez* (RODRIGUES, 1813).

Realça um ponto não observado por Stockler: a questão dos discípulos. Não só ele é referido neste capítulo, como incluiu um outro capítulo precisamente sobre esse tema (idem, pp. 47-56), *Os discípulos dos srs José Monteiro da Rocha e José Anastácio da Cunha,* onde sáo referidos onze matemáticos, e dadas breves biografias de cada um[21].

Refere ainda outro aspecto não mencionado por Stockler, embora não o desenvolva, e portanto não tenhamos a justificação dos seus qualificativos: "Alem de mathematico de ingenho transcendente, o sr José Anastácio da Cunha foi um grande litterato e ameno poeta" (idem, p. 37).

Rodolfo Ferreira Dias Guimarães (1866-1918) publica em 1909 *Les Mathématiques en Portugal.* Esta obra, para além de uma breve história da matemática em Portugal (96 páginas), inclui uma valiosíssima e extensa bibliografia das obras matemáticas portuguesas (473 páginas), muitas delas acompanhadas de uma indicação de conteúdos ou de uma análise sumária[22]. Essencialmente, no que diz respeito à história, Guimarães utiliza Stockler no

[21] Sobre os discípulos de Anastácio, ver também (SARAIVA, 1987).
[22] Sobre esta obra ver (SARAIVA, 1993).

período por este abordado, a sua contribuição original é relativa à matemática no período seguinte, até ao início do século XX.

Dedica igualmente umas páginas a Monteiro da Rocha e Anastácio da Cunha, que qualifica de "remarquables mathématiciens, qui ont fait école et qu'on cite encore aujourd'hui" (GUIMARÃES, 1909; p. 39). Ou seja, adiciona o comentário de Castro Freire à análise de Stockler.

Também aqui é dedicado mais espaço a Anastácio, três páginas e meio (idem, pp. 40-43) do que Monteiro da Rocha, cerca de página e meia (idem, pp. 39-40), Mas aqui Guimarães acentua explicitamente o que considera ser a diferença entre ambos: "Monteiro da Rocha n'eut pas la vivacité et le talent de son collègue et rival" (idem, p. 40).

Guimarães repete aqui o que os seus antecessores disseram dos *Principios Mathematicos*, não há aqui qualquer análise, aceitam-se os trabalhos anteriores de História como se fossem matérias primeiras: "[...] ouvrage remarquable qui, sous un petit-volume, renferme une grande somme de matières disposées d'une manière tout-à-fait nouvelle pour l'époque, et où l'on trouve bien des idées originales" (idem, p. 42).

De notar que Guimarães detalha algo que Castro Freire tinha apenas mencionado sem dar quaisquer pormenores: refere que Anastácio deixou bastantes poesias escritas, compiladas num manuscrito depositado na *Biblioteca Municipal* (chamada *Nacional* por Guimarães) *do Porto*. Chama ainda a atenção para a publicação em 1839, por Inocêncio Francisco da Silva de uma compilação das poesias de Anastácio (idem, p. 43).

Pedro José da Cunha (1867-1945) escreveu para a *Secção Portuguesa da Exposição de Sevilha* de 1929 uma pequena história da Matemática Portuguesa, o *Bosquejo Histórico das Matemáticas em Portugal* (DA CUNHA, 1929)[23]. Seguiu a periodização dos historiadores anteriores e dedicou quatro capítulos aos que eram então considerados os maiores matemáticos portugueses de sempre: além de Anastácio da Cunha, escreveu sobre Pedro Nunes, José Monteiro da Rocha e Daniel Augusto da Silva (1814-1878). O

[23] Sobre Pedro José da Cunha, ver (SARAIVA, 2002).

capítulo sobre Pedro Nunes é muito mais desenvolvido que os restantes (idem, pp. 18-25), os outros três têm sensivelmente o mesmo número de páginas: o de Monteiro da Rocha pouco passa de uma página (idem, pp. 37-39), enquanto que o de Anastácio pouco passa de duas (idem, pp. 39-41), e o de Daniel da Silva é cerca de 2 páginas e meia (idem, p. 50-53).

Pedro José da Cunha escreveu mais como compilador das perspectivas de outros historiadores, é raro vê-lo tomar um partido e assumir uma opinião. Sobre Anastácio começou por o qualificar (repetindo Stockler) como “notável […] mostrando desde pequeno talentos pouco vulgares.” (idem, p. 39). Sobre os *Principios Mathematicos* apenas transcreve uma opinião de Stockler:

> Para Stockler esta obra contém ideas originais, e caracteriza-se por uma admirável concisão e por uma disposição inteiramente nova na distribuição das doutrinas e sua dedução, elogios que deveremos considerar absolutamente insuspeitos se nos lembrarmos que Stockler tomou o partido de Monteiro da Rocha nas suas lutas contra José Anastácio. (idem, p. 40).

É de facto espantoso que não formule uma opinião pessoal sobre a obra de Anastácio, ficamos até com a dúvida se a terá lido. Por outro lado, atendendo a que o *Bosquejo* foi a primeira obra de Pedro José da Cunha sobre história da Matemática, e a que se tratava de uma encomenda, visto ser necessário dar um panorama matemático português para a *Exposição de Sevilha*, até é possível que de facto, a necessidade de ter um texto pronto antes da exposição tenha levado Pedro José da Cunha a fazer essencialmente uma compilação dos trabalhos de Stockler e de Rodolfo Guimarães e por isso não tenha designado o seu trabalho como *História da Matemática* mas sim *Bosquejo Histórico*, ou seja, um rascunho, um trabalho provisório. Podemos entrever neste título a humildade de quem sabe não ser um entendido na matéria que está exposta no seu livro.

Nenhum dos quatro historiadores aqui referidos analisa a matemática produzida, são dados apontamentos da vida e obra de Anastácio da Cunha, são apenas feitas considerações gerais.

Francisco Gomes Teixeira (1851-1933) é o primeiro matemático português a escrever uma história da matemática portuguesa colocando como objeto central da sua análise a ideia matemática, vista de um ponto de vista histórico. Nesse sentido a sua *História das Matemáticas em Portugal* (TEIXEIRA, 1934) é um livro moderno, se bem que hoje, mais de 80 anos após a sua publicação, naturalmente existam mais conhecimentos sobre vários dos temas que aborda, e portanto algumas das suas interpretações tenham perdido exatidão e perspectiva. Contudo o seu livro é certamente a melhor obra global sobre a história da matemática portuguesa até hoje escrita, e está a um nível qualitativo superior às restantes obras atrás referidas. É também uma obra inacabada, pois já foi publicada após a morte do autor, que apenas reviu o seu livro até à página 96. Teixeira tinha a intenção de introduzir notas no texto, que acabaram ou por não ser escritas, ou por se perderem.

O autor dedica onze páginas a José Anastácio (idem, p. 249-260). É o único dos historiadores que analisam a sua obra antes de 1950 que referiu os condicionalismos da vida do autor para se poderem melhor perspectivar as suas fraquezas: "Começámos por falar da vida atribulada de Anastácio da Cunha, para que se possa conhecer o motivo dos defeitos de redacção do livro que acabamos de mencionar [os *Principios Mathematicos*], e para que estes defeitos sejam desculpados" (idem, p. 252)

Deu uma visão crítica dos *Principios Mathematicos*, a obra fundamental deste matemático: apontou algumas deficiências mas reconheceu os seus méritos: o rigor lógico com que é escrita, procurando o modo mais sucinto de explanar as várias matérias, utilizando os métodos da matemática grega. É igualmente o único historiador antes de 1950 que referiu o facto do livro de Anastácio ser utilizado no ensino. Sobre o aspecto pedagógico observou:

> Não ensina a investigar, limita-se, como faziam ordinàriamente os antigos geómetras helénicos, a demonstrar proposições obtidas por outra arte. Se tivéssemos de considerar esta obra do ponto de vista pedagógico, deter-nos-íamos um pouco na crítica deste método; mas conservando-nos no ponto de vista em que nos colocámos só diremos que o autor conseguiu assim dar-lhe, pela originalidade da exposição, um interesse especial[24] (idem, p. 253-254).

[24] Gomes Teixeira aqui não teve em conta o que José Anastácio disse sobre este tema. Na sua polémica com Monteiro da Rocha, num dos seus textos (DA CUNHA, 1786) respondendo a uma acusação de Monteiro sobre os *Principios Mathematicos*, explicita a relação entre este e o seu ensino na Universidade de Coimbra. Distinguiu entre o que deve ser um livro de matemática, rigoroso e sucinto, e o modo como o professor o deve apresentar na aula, tendo em conta o nível dos alunos a que se dirige. Aliás este texto é notável pela informação que dá

É na parte da Análise que encontrou o que considerou ser o melhor do autor, na sua opinião a teoria das séries e dos números irracionais que são representados por potências de expoente fraccionário ou irracional.

Anastácio definiu correctamente série convergente e utilizou uma condição necessária e suficiente para a convergência de uma série que, como referimos atrás, é equivalente a uma condição que Augustin Louis Cauchy (1789-1857) formularia mais tarde (CAUCHY, 1821; pp. 124-126). Mas o modo como Gomes Teixeira deu esta informação não evidencia que o modo de abordagem de Anastácio é totalmente inovador, que nenhum matemático naquela época tinha claramente o conceito de série convergente, pelo modo como escreve antes parece que o matemático português se limitou a indicar o que já era conhecido no seu tempo: "[…] começa Anastácio da Cunha por tratar das séries de termos positivos, e dá de um modo preciso e exacto o critério para a sua convergência" (idem, p. 255).

Analisou igualmente o modo inovador como Anastácio definiu potências arbitrárias por meio da série exponencial de base qualquer, e demonstrou que os números assim obtidos têm as mesmas propriedades básicas das potências dos números inteiros. Gomes Teixeira comentou: "Esta doutrina de Anastácio da Cunha abre de um modo notável as doutrinas modernas sobre os números irracionais, e o nome do seu autor merece figurar na história entre os precursores dos analistas que mais tarde se ocuparam deles" (idem, p. 257).

Além dos *Princípios Mathematicos*, Gomes Teixeira referiu também o *Ensaio sobre os Princípios de Mechanica,* publicada postumamente (DA CUNHA, 1807), e a separação que Anastácio aí fez entre a Mecânica Geométrica, baseada em postulados dados, e a Mecânica Física. Em particular para ele o princípio da independência da acção das forças é uma hipótese, e não uma lei natural. E concluiu com esta apreciação global do matemático:

> Anastácio da Cunha é no século XVIII um dos precursores dos geómetras que no século XIX realizaram esta obra considerável da organização lógica dos novos domínios que se tinham aberto no

---

sobre o modo como eram dadas as aulas em Coimbra e como Anastácio propunha um modo diferente de ensinar. Sobre este tema, ver (SARAIVA, 2018).

> Mundo dos números e os seus trabalhos e o seu nome devem figurar na história brilhante desta organização. (idem, p. 260).

Assim, pela primeira vez, é feita uma apreciação do matemático fundamentada na análise detalhada da matemática produzida. Possivelmente ainda o teria sido mais detalhada se Gomes Teixeira tivesse tido a possibilidade de incluir as notas que queria adicionar à sua *História*.

Na primeira metade do século XX temos de salientar a acção do matemático e historiador da matemática José Vicente Gonçalves (1896-1985). É de muito valor o artigo de 1940, *Análise do livro VIIII dos "Principios Mathematicos" de José Anastácio da Cunha* (GONÇALVES, 1940), incluído nas publicações do *Congresso do Mundo Português*. Vicente Gonçalves foi um matemático e historiador da matemática portuguesa muito importante, mostrou fundamentadamente erros de apreciação de historiadores anteriores, que tinham utilizado a análise pioneira de Stockler sem a questionar, como se fosse um dado primário e não resultante de uma reflexão do historiador.

Neste artigo Gonçalves faz uma análise matemática detalhada do capítulo sobre a teoria das séries, não deixando antes de evidenciar bem o estado de indefinição que havia no tempo de Anastácio no que diz respeito às séries e à sua convergência: "Entrava o século XIX e ninguém descobrira ainda o segredo da estrutura das séries "bem comportadas". A desorientação era tal que até o grave Lacroix cuidou firmar um critério para a finidade da soma na…divergência da série harmónica" (idem, p. 124).

Vicente Gonçalves concluiu deste modo a sua análise pioneira do livro IX dos *Princípios Mathematicos*, evidenciando o carácter precursor do trabalho de Anastácio da Cunha:

> […] diremos sem hesitar que este Livro VIIII dos *Princípios Mathematicos* é, por todos os títulos, trabalho de grande mérito, profundo e originalíssimo de concepção. Limpo e sóbrio na execução; algumas disposições de cálculo mostram verdadeira finura de engenho e largo senhorio da arte. Nêle se estabelecem as bases da teoria das séries, fundamento essencial da análise moderna, e se expõem os princípios do cálculo exponencial, pela primeira vez organizados com unidade e clareza. Criador nas séries, reformador nas potências, em umas e outras levou Cunha boa dianteira às maiores figuras do tempo. (idem, p. 139).

É só em 1987[25], aquando do segundo centenário do falecimento de Anastácio, que se retomam de forma profunda e continuada os estudos sobre Anastácio e a sua obra. Foram organizados Colóquios em Coimbra, Lisboa e Évora, donde se destacou o Colóquio Internacional em Lisboa, e que teve publicadas as *Actas* já atrás referidas (ACTAS, 1990). Motivado por esta sequência de acontecimentos, matemáticos das várias universidades portuguesas decidiram fundar o *Seminário Nacional de História da Matemática*, o que ocorreu no início de 1988. O *Seminário* tem desenvolvido uma acção ininterrupta desde essa data. A partir de então houve uma multiplicidade de estudos feitos e publicados, alguns dos quais foram já mencionados, mas não vamos aqui fazer o seu levantamento.

Destacamos apenas, pela sua importância, a descoberta no *Arquivo Distrital de Braga* do *Ensaio sobre as Minas* pela Professora Maria Fernanda Estrada, que veio a ser publicado em livro em 1994 (DA CUNHA, 1994) e, no mesmo Arquivo, as Professoras Maria do Céu Silva e Maria Elfrida Ralha encontraram mais sete inéditos de Anastácio da Cunha[26], facto que originou a constituição de um grupo alargado de trabalho sobre esses textos, e que teve como consequência a organização de um Colóquio em Braga em 2006, e uma publicação em 2 volumes dos inéditos, da sua transcrição, de estudos sobre eles e de outros estudos apresentados no referido Colóquio (DA CUNHA, 2006a) e (DA CUNHA, 2006b).

Por último é ainda de referir a publicação em 2013, resultante do trabalho de investigação de um grupo de pesquisadores das universidades de Coimbra, Porto, Minho e da Casa de Mateus, do livro (DE SOUSA, 2013), que

[25] É fundamental ter em conta que os dois artigos publicados por A. P. Youschkevitch *na Revue d'Histoire des Sciences* (YOUSCHKEVITCH, 1973), (YOUSCHKEVITCH, 1978a), bem como a entrada sobre José Anastácio que escreveu no *Dictionary of Scientific Biography* (YOUSCHKEVITCH, 1978b) foram muito importantes para a geração de matemáticos e futuros historiadores da matemática que a partir do fim dos anos 80 começaram a analisar trabalhos de ou relativos a Anastácio da Cunha, e a publicar os resultados da sua investigação.

[26] *Principios de Geometria, tirados dos de Euclides*, *Nouvelle resolution numérique des équations de tous les degrés*, *Princípios de Cálculo Fluxionário*, *Logarithms &Powers*, *March 3, 1780* (proposta de dois problemas, um sobre a regra de aproximação de Fontaine, outro de balística), *Meu rico amigo* ((carta a um interlocutor não identificado que lhe pede uma opinião sobre uma Memória de Balística premiada pela Academia das Ciências), e *Balistique de Galilée*. Note-se a cultura geral de Anastácio, patente na utilização do francês e do inglês, além do português.

inclui um texto sobre Anastácio da Cunha, escrito possivelmente nos inícios do século XIX, por um seu contemporâneo e amigo, o 5º Morgado de Mateus, D. José Maria de Sousa[27] (1758-1825), e que traz mais elementos sobre este notável matemático.

A repercussão internacional dos *Princípios Mathematicos* na sua época

Apesar da obra de Anastácio ter sido traduzida em francês pelo seu discípulo e amigo João Manuel de Abreu e publicada em Bordeus em 1811 (DA CUNHA, 1811), e posta à venda em Paris em 1816 (DA CUNHA, 1816), não teve muita repercussão no meio matemático de então: há três recensões conhecidas à tradução francesa que se publicou em 1811, e uma à "edição" de 1816.

Em relação à edição de 1811, saiu no *Moniteur Universel* de 8 de Agosto de 1811, uma recensão da autoria de Anastácio Joaquim Rodrigues. Esta recensão (RODRIGUES, 1811), sendo elogiosa, não se apercebe do valor do livro sobre séries e a definição de exponencial, e consequentemente nem se pronuncia sobre o conteúdo do livro IX. Ao contrário, diz que o mais importante da obra é o livro XV, afirmando que Anastácio construiu uma obra onde todas as regras do cálculo das fluxões são demostradas rigorosamente.

Uma outra recensão anónima foi publicada no *Göttingische gelherte Anzeigen*, de 14 de Novembro de 1811, atribuída a Johann Tobias Mayer (1752-1830). Ela não deu conta do que havia de inovador na obra de Anastácio. Hoje sabemos (YOUSCHKEVITCH, 1978a) que foi lida e criticada pelo matemático alemão C. F. Gauss (1777-1855), que reconheceu o valor de José Anastácio e se pronunciou a favor da sua definição de exponencial[28], ao contrário da opinião do autor daquela análise.

Temos ainda, como já referido, uma recensão no volume XX do *Edinburgh Review* de Novembro de 1812, anónima mas atribuída ao matemático escocês John Playfair, que provocou respostas de João Manuel de

[27] Nome completo: José Maria de Sousa Botelho Mourão e Vasconcelos.
[28] Não só leu a recensão como viu o livro dos *Principio*s, pois refere na sua crítica elementos que o autor da recensão não menciona (YOUSCHKEVITCH, 1978; p. 331).

Abreu e Anastácio Joaquim Rodrigues[29], pois também Playfair não entendeu o alcance de algumas das propostas de Anastácio.

Em relação à "edição" de 1816, foi descoberta há poucos anos uma recensão no *Giornale di Fisica, Chimica, Storia Naturale, Medicina ed Arti* de Março/Abril de 1816 (DOMINGUES, 2011). A recensão é anónima mas pensa-se que o seu autor foi o matemático Vincenzo Brunacci (1768-1818) por ser o único matemático entre os responsáveis pelo jornal (DOMINGUES, 2011; pp. 89-90). A análise de Brunacci, embora distinta da de Playfair por colocar uma tónica diferente da deste sobre o que considera os aspectos positivos da obra, está próxima dela:

> Tanto a recensão italiana como a britânica elogiam o engenho de Anastácio da Cunha e fazem apreciações globais bastante positivas; criticam alguns aspectos do livro por razões pedagógicas; criticam algum exagero no uso do "método sintético" (ou geométrico"); e discordam da solução de definir potência através da série da exponencial. (idem, p. 90).

Nenhuma destas recensões, ao que é hoje sabido, teve repercussões significativas na comunidade internacional de matemáticos. A obra de Anastácio da Cunha continuou a ser desconhecida na generalidade da comunidade internacional dos matemáticos e historiadores da matemática até à publicação dos artigos de A. P. Youschkevitch, os quais contudo só influenciaram a prática dos pesquisadores portugueses mais de uma década após a publicação do primeiro desses artigos, uma indicação da fraqueza de estudos em história da matemática em Portugal nessa época.

Notas finais

Podemos considerar que José Anastácio da Cunha, apesar de ter estado menos de cinco anos na única Universidade portuguesa, e ter visto as autoridades e a hierarquia da ciência portuguesa colocá-lo de lado após esse período (de notar que nunca entrou para membro da *Academia das Ciências de Lisboa*), marcou a sociedade e a história científica portuguesa de modo

[29] Estas três recensões, bem como a tradução da recensão alemã, e as respostas de João Manuel de Abreu e de Anastácio Joaquim Rodrigues, publicadas no *Investigador Português em Inglaterra*, estão incluídas em (ACTAS, 1990; pp 399-476).

muito significativo. Em torno de Anastácio agrupou-se um núcleo de alunos que o estimavam e defendiam, querendo aprender com ele matemática, sentindo que a sua obra devia ser divulgada, como Anastácio Joaquim Rodrigues e João Manuel de Abreu, que, como vimos, escreveram respostas à crítica de Playfair, e o segundo, para divulgar a obra do seu mestre, traduziu em francês os *Principios Mathematicos*; no mesmo sentido Domingos António de Sousa Coutinho publicou em Londres seu *Ensayo sobre os Principios de Mechanica.*

Stockler, seu contemporâneo, escreveu o seu Ensaio Histórico tendo como limite temporal a data da fundação da Academia das Ciências, 1779. Nessa data nenhum trabalho de Anastácio tinha sido publicado. Stockler, sem ser um elemento do círculo de Anastácio, não deixou de o considerar muito, como vimos, e encontrou o subterfúgio de uma nota de rodapé, a última que figura no seu livro, datada de 1817, para dar conta do seu imenso valor, referindo que mais tarde haveria de analisar as obras dos matemáticos portugueses feitas até então, ou seja, iria dar conta da matemática portuguesa produzida entre 1779 e 1817, e onde naturalmente estariam já pelo menos os *Principios Mathematicos* e o *Ensayo sobre os principios de Mechanica*, o que infelizmente não chegou a fazer.

Até Gomes Teixeira, os historiadores da matemática portuguesa sempre salientaram o valor de Anastácio da Cunha, mas não analisaram a sua obra matemática, no essencial repetiram o que Stocker afirmou. Com excepção de Pedro José da Cunha, estes historiadores foram, contudo, acrescentando informações e detalhes relativos à sua obra e às reações que suscitou.

Como provam os avanços feitos na pesquisa sobre Anastácio da Cunha nos últimos 15 anos, o tema está longe de estar esgotado. È de esperar que, com a prática que tem vindo a ser desenvolvida continuamente em história da matemática em Portugal desde o fim dos anos 80 do século XX, com o retomar das ligações internacionais com a comunidade dos historiadores da matemática, da qual os Encontros Luso Brasileiros, que existem regularmente desde 1993, , e os Encontros Ibéricos, começados periodicamente em 2013, são uma prova, com a formação de novos investigadores, que haja um fortalecimento da pesquisa em história da matemática em Portugal e a obtenção de avanços no conhecimento do passado matemático português.

A obra de José Anastácio da Cunha, sendo uma obra importante, não está isenta de erros e de insuficiências. Mas, tal como Gomes Teixeira lembrou e atrás foi referido, numa avaliação histórica temos de também ter em conta o contexto histórico, social e cultural onde a obra foi produzida, e a história pessoal de quem a escreveu. E assim ainda mais temos de admirar quem conseguiu escrever uma obra tão valiosa em condições tão adversas.

Agradecimentos

Quero agradecer aos Professores Jaime Carvalho e Silva, Fernando Figueiredo e João Caramalho Domingues as precisões que me deram sobre alguns pontos do texto bem como sobre algumas das referências. Agradeço igualmente ao CIUHCT, que subsidiou a investigação que produziu este artigo, ao abrigo da rúbrica UID/HIS/UIO286/2013, bem como a minha participação no 8º Encontro Luso Brasileiro de História da Matemática, onde este tema foi exposto na plenária de encerramento.

Referências

ACTAS, Colóquio Internacional. **Anastácio da Cunha (1744/1787) o matemático e o poeta**. (editores: FERRAZ, M. L.; RODRIGUES, J. F.; SARAIVA, L.) Estudos Gerais, Série Universitária. Lisboa: Imprensa Nacional – Casa da Moeda, 1990.

ALBUQUERQUE, Luis. O Ensino da Matemática na Reforma Pombalina. In: **Estudos de História** VI. Coimbra: Acta Universitatis Conimbrigensis, 1978, pp. 1-13. Transcrito em (**ACTAS**, 1990; pp. 19-25).

CAUCHY, Augustin Louis**. Cours d'Analyse de l'École Royale Polytechnique, 1re Partie, Analyse Algébrique**. Paris: Imprimerie Royale, Chez Debure frères, 1821.

CURADO, Silvino da Cruz. Algumas notas sobre José Anastácio da Cunha, enquanto militar. **Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática**, Lisboa, 67, pp. 227-242, 2012.

DA CUNHA, José Anastácio. Factos contra calúnias. Resposta de José Anastácio da Cunha a alguns logares de um libelo intitulado: Parte de uma carta do Dr José Monteiro da Rocha, etc. **Manuscrito**, 1786. Transcrito em **O Instituto**, Coimbra, Volume 38, fascículo 9, pp. 653-662, 1890/91. Transcrito igualmente em (**ACTAS**, 1990; pp. 381-389).

DA CUNHA, José Anastácio. **Principios Mathematicos.** Lisboa: Officina de António Rodrigues Galhardo. 1790.

DA CUNHA, José Anastácio, **Ensayo sobre os Principios de Mechanica,** Londres: Cox, Son, and Baylis, 1807. Transcrito em (**ACTAS**, 1990; pp. 339-351).

DA CUNHA, José Anastácio. **Principes Mathématiques de feu Joseph-Anastase da Cunha.** Bordeaux: de l'Imprimerie de André Racle, 1811.
DA CUNHA, José Anastácio**. Principes Mathématiques de feu Joseph-Anastase da Cunha.** Paris: Mme Veuve Courcier, 1816.
DA CUNHA, José Anastácio, **Carta Fisico-Mathematica sobre a theorica da pólvora em geral, e a determinação do melhor comprimento das peças em particular**. Porto: Typ. Comercial Portuense; 1838. Transcrito em (**ACTAS**, 1990; pp. 319-337).
DA CUNHA, José Anastácio, **Principios Mathematicos.** Ediçâo Fac-simile, Coimbra: Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra, 1987a.
DA CUNHA, José Anastácio. **Principes Mathématiques de feu Joseph-Anastase da Cunha.** Edição Fac-Simile, Coimbra: Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra, 1987b.
DA CUNHA, José Anastácio. **Ensaio sobre as Minas. Braga:** Arquivo Distrital de Braga/Universidade do Minho, 1994.
DA CUNHA, José Anastácio. **Os inéditos**. Braga: Arquivo Distrital de Braga/Universidade do Minho, 2006a.
DA CUNHA, José Anastácio. **O Tempo, as Ideias, a Obra…** Braga: Arquivo Distrital de Braga/Universidade do Minho, 2006b.
DA CUNHA, Pedro José. **Bosquejo Histórico das Matemáticas em Portugal.** Exposição Portuguesa em Sevilha, 1929.
DE ABREU, João Manuel, Notas de Joaõ Manoel de Abreu sobre varios lugares da censura dos Redactores do Edinburgo Review aos Principios Mathematicos de Joze Anastacio da Cunha, etc. **O Investigador Portuguez em Inglaterra**, Londres, VIII, pp. 235-249, 442-455, 612-623, 1813. Transcrito em (**ACTAS**, 1990, pp. 449-476).
DE SOUSA, D. José Maria. **Anecdotas de J. A. d. C.** Fundação da Casa de Mateus. V. N. Famalicão: Edições Húmus, 2013.
DOMINGUES, João Caramalho. Uma recensão italiana dos *Principios Mathematicos* de José Anastácio da Cunha. **Boletim da SPM,** Lisboa, 65, pp. 89-98, 2011.
DUARTE, António Leal; SILVA, Jaime Carvalho e. Sobre a influência da obra matemática de José Anastácio da Cunha. In (**ACTAS,** 1990, pp. 133-145).
FERRO, João Pedro. José Anastácio da Cunha (1744-1787). **Catálogo da Exposição José Anastácio da Cunha (1744-1787) Matemático e Poeta**. Lisboa: Biblioteca Nacional, 1987, pp. 25-38.
FIGUEIREDO, Fernando José Bandeira. **José Monteiro da Rocha e a actividade científica da "Faculdade de Mathematica" e do "Real Observatório da Universidade de Coimbra": 1772-1820**. Coimbra, 2011. Tese de doutoramento na Universidade de Coimbra.
FREIRE, Francisco de Castro. **Memoria Historica da Faculdade de Mathematica nos cem annos decorridos desde a Reforma da Universidade em 1772 até o Presente.** Coimbra: Imprensa da Universidade, 1872.
GIUSTI, Enrico, Quelques reflexions sur les "Principios" de da Cunha. In (**ACTAS***,* 1990, pp. 33-52).
GONÇALVES, José Vicente. Análise do Livro VIIII dos "Principios Mathematicos" de José Anastácio da Cunha. **Congresso do Mundo Português**. Lisboa, Volume XII, Tomo I, 1940, pp. 123-140.
GONÇALVES, José Vicente. Relações entre Anastácio da Cunha e Monteiro da Rocha (1773-1786). **Memórias da Academia das Ciências de Lisboa**, **Classe de Ciências**. Lisboa, vol. XXI, pp. 37-60, 1976/77.
GRATTAN-GUINNESS, Ivor, 1990. Da Cunha's Calculus in its Time. In (**ACTAS**, 1990, pp. 53-62).
GUIMARÃES, Rodolphe. **Les Mathématiques en Portugal**. Coimbra: Imprimerie de l'Université, 1909.

MAWHIN, Jean. Le concept de différentielle chez da Cunha. In (**ACTAS**, 1990; pp. 97-105).
OLIVEIRA, Augusto Franco de. Anastácio da Cunha and the Concept of Convergent Series. **Archive for History of Exact Sciences**, 39,1, pp. 1-12, 1988.
PLAYFAIR, John. Principes Mathematiques de feu Joseph Anastase da Cunha.Traduits litteralement du Portugais par J. M. D'Abreu. **Edinburgh Review**, vol, XX, pp. 425-433, 1812. Transcrito em (**ACTAS**, 1990; pp.415-423).
PLAYFAIR, John. Principios Mathematicos de Joze Anastacio da Cunha. **Investigador Portuguez em Inglaterra**, V, pp. 535-547, 1813.
QUEIRÓ, João Filipe. José Anastácio da Cunha: a Forgotten Forerunner. **The Mathematical Intellingencer***,* 10 (1), pp. 38-43, 1988.
RODRIGUES, Anastácio Joaquim. Principes Mathematiques de feu Joseph-Anastase da Cunha, traduits littéralement du Portugais par J, M, d'Abreu. **Moniteur Universel**, 08 de Agosto, pp. 843-844, 1811. Transcrito em (**ACTAS**, 1990, pp. 399-404).
RODRIGUES, Anastácio Joaquim Rodrigues. Reflexoens em defeza dos Principios mathematicos do Dr José Anastasio da Cunha censurados no revisor de Edinburgo em Novembro de 1812*.* **O Investigador Portuguez em Inglaterra**, VII, pp. 21-45, 1813. Transcrito em (**ACTAS**, 1990, pp. 425-448).
RODRIGUES, José Francisco. Anastácio da Cunha, matemático em Portugal de setecentos, **Ciência, Tecnologia e Sociedade**, 2, pp. 66-74, 1987.
RODRIGUES, José Francisco. Cultura e Ciência em Portugal no Século das Luzes. A obra matemática de José Anastácio da Cunha. **Colóquio/Ciências***,* Lisboa, 23, pp. 74-86, 1988.
SARAIVA, Luis M. R. Discípulos de José Anastácio da Cunha. **Catálogo da Exposição "José Anastácio da Cunha: O Matemático e o Poeta",** Lisboa, Biblioteca Nacional, 1987, pp. 57-60.
SARAIVA, Luis M. R. F. Garção Stockler and the first History of Mathematics in Portugal. **Archives Internationales d'Histoire des Sciences**, vol. 42, 128, pp. 76-86, 1992.
SARAIVA, Luis M. R. Rodolfo Guimarães e "Les Mathématiques en Portugal". **Actas do 1º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática**, DMUC, Coimbra, 1993, pp. 37-57.
SARAIVA, Luis M. R. Pedro José da Cunha (1867-1945), Historian of Portuguese Mathematics. **Studies in History of Mathematics dedicated to A. P. Youschkevitch, Proceedings of the XXth International Congress of History of Science, vol. XIII** (editores: KNOBLOCH; MAWHIN, J.; DEMIDOV, S.), De Diversis Artibus, vol. 56, pp. 325-337, 2002 .
SARAIVA, Luis M R. Étienne Bézout in Portugal: the Reform of the Portuguese University and Beyond (1772-1838). **Historia Mathematica,** vol. 42, 1, pp. 14-46, 2015.
SARAIVA, Luis M. R.. José Anastácio da Cunha (1744-1787). **CIM Bulletin**, Coimbra, 38-39, pp. 40-46, 2017.
SARAIVA, Luis M. R. Os Principios Mathematicos de José Anastácio da Cunha (1744-1787), **Actas do IVº Congresso Iberoamericano de História da Educação Matemática**, Universidade de Múrcia, Centro de Estudos sobre a Memória Educativa, Múrcia, 2018, pp. 271-280.
STOCKLER, Francisco de Borja Garção. **Ensaio Histório sobre a Origem e Progressos das Mathematicas em Portugal**. Paris: Officina de P. N. Rougeron, 1819.
TEIXEIRA, António José. Questão entre José Anastácio da Cunha e José Monteiro da Rocha. **Jornal Literário**, 10, pp. 97-100, 11, pp. 105-112, 13, pp. 125-127, 14, pp.

129-136, 15, pp. 139-142, 16, pp. 147-150, 17, pp. 156-159, 18, pp. 165-166, 1869. Republicado nos volumes 38 e 39 da revista **O Instituto**, 1890-92.
TEIXEIRA, Francisco Gomes. Sobre uma questão entre Monteiro da Rocha e Anastácio da Cunha. **Annaes Scientificos da Academia Polytechnica do Porto**, Porto, Volume 1, pp. 7-15, 1905.
TEIXEIRA, Francisco Gomes. **História das Matemáticas em Portugal.** Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa, 1934.
YOUSCHKEVITCH, Adoph P. J. A. da Cunha et les fondements de l'Analyse Infinitésimale. **Revue d'Histoire des Sciences**, 26, pp. 3-22, 1973.
YOUSCHKEVITCH, Adoph P. C. F. Gauss et J. A. da Cunha. **Revue d'Histoire des Sciences**, 31, pp. 327-332, 1978a.
YOUSCHKEVITCH, Adoph P. José Anastácio da Cunha. In: **Dictionary of Scientific Biography, vol. XV**. Supplement, New York: Charles Scribner´s Sons, 1978b, pp. 98-99.

LÉLIO GAMA: VIRAGENS DE UM MATEMÁTICO EM BUSCA DOS FUNDAMENTOS

Fábio Ferreira de Araújo
IFRJ
fabio.ferreira@ifrj.edu.br

Resumo

Este trabalho descreve as razões que levam um cientista atuante e produtivo a interromper suas pesquisas em uma área para dedicar-se a outra. Lélio Gama (1892-1981) é um personagem cuja trajetória permite-nos uma análise da história da ciência no Rio de Janeiro. Sua carreira teve início em 1912-1918, graduando-se engenheiro na Escola Politécnica do Rio de Janeiro. Em 1917, ingressou no Observatório Nacional e realizou suas primeiras pesquisas matemáticas por observações de fenômenos astronômicos. Em 1925, retornou à Politécnica como professor assistente em Mecânica Racional, produzindo quatro teses no período 1926-1929. Em 1935, organizou o curso de Matemática da Universidade do Distrito Federal, introduzindo assuntos de Topologia Geral. Questões políticas encerraram as atividades da UDF em 1939. Em discordância com os rumos tomados pela Faculdade Nacional de Filosofia, afastou-se do magistério em 1940. Sua produção matemática seguiu com publicações e pela direção do Núcleo Técnico Científico da Fundação Getúlio Vargas, criado em 1945. A autoridade científica adquirida por Lélio Gama o conduziu à direção do IMPA, em 1952. Em 1951, assumiu a direção do Observatório Nacional e passou dedicar suas pesquisas em geofísica, deixando de publicar em matemática. Discutiremos o que Lélio Gama pretendia ao tomar esta atitude.

Palavras-chave: Lélio Gama. Matemática. Prática Científica. Valores. Astronomia.

Introdução

Poços de Caldas, 17 de julho de 1965. V Colóquio Brasileiro de Matemática. Após os discursos de Leopoldo Nachbin (1922-1993), Abrahão de Moraes (1917-1970) e Heitor Grillo (1902-1971) – cada um representando sua instituição –, chega o momento de o homenageado proferir suas palavras. As lembranças o conduzem à década de 1910. Ao início de uma carreira pautada na incessante busca pela excelência. Embora o desânimo atormentasse os primeiros dias de um período no curso de engenharia, um episódio reacenderia a esperança de que, finalmente, questões obscuras e mal vistas seriam de uma vez por todas esclarecidas, exorcizando-se fantasmas matemáticos que o perseguiam desde os anos iniciais do curso ginasial: “Este problema só pode ser resolvido com o emprego de funções elíticas”. As palavras ressoaram trazendo um misto de surpresa, curiosidade e alegria. A partir daquele instante ele sabia que o trabalho seria duro, difícil, mas que não estava mais sozinho...

Tomando como objeto de pesquisa a prática científica de Lélio Itapuambyra Gama (1892-1981), este trabalho pretende analisar em que medida evidencia-se o papel da presença de valores no processo de constituição das dinâmicas científicas no Brasil. A longevidade e participação de Lélio Gama em diferentes comunidades científicas nos permite, ao analisar sua trajetória, compreender as transformações ocorridas na ciência brasileira durante boa parte do século XX.

A despeito de um resultado científico expressivo, sua imagem na historiografia da ciência brasileira é a de um renovador do ensino de matemática no Rio de Janeiro, fundamentalmente a partir de sua atuação docente na Universidade do Distrito Federal (1935). Este trabalho pretende investigar de que maneira tal renovação ocorreu.

Durante o pós-guerra, momento onde finalmente o Brasil percebe-se suficientemente maduro para produzir ciência de ponta, a figura de Lélio Gama impõe-se como uma autoridade científica no processo de criação e manutenção de importantes instituições científicas, munidas de valores intrínsecos que garantiriam a estabilidade necessária à promissora geração de cientistas que se formara no Brasil.

Pretende-se investigar de que maneira essa autoridade foi conquistada. Compreender o modo como se constrói a *persona científica* de um cientista como Lélio Gama no Brasil.

Antecedentes e infância

Lélio Itapuambyra Gama nasceu em 29 de agosto de 1892, na cidade do Rio de Janeiro, em um período de grande efervescência e de muitas mudanças no Brasil. Filho de Vicentina Noronha Gama e do engenheiro militar Alípio Gama (1863-1935), só conheceu seu pai quando já possuía um ano de idade.

Alípio Gama é celebrado na historiografia como um dos vultos da geografia brasileira. Tal denominação surgiu por sua participação efetiva no processo demarcatório de fronteiras do território brasileiro – em especial as expedições geográficas ao Planalto Central para determinar a região da futura capital do Brasil –e pelos trabalhos apresentados sobre fenômenos vulcânicos no Primeiro Congresso de Geografia, no início do século XX.

Apesar do reconhecimento em geografia, Alípio Gama atuou em outras áreas da ciência. O bom desempenho desde muito jovem na Escola Militar do Rio Grande do Sul o credenciou a tornar-se preparador do Gabinete de Física e Química da instituição. Após transferir-se para o Rio de Janeiro, bacharelou-se em ciências físicas e matemáticas pela Escola Superior de Guerra em 1891. Novamente os excelentes resultados durante o curso o fizeram obter a nomeação em coadjuvante de ensino nessa instituição, nas cadeiras de Astronomia e Geodesia. A atuação em astronomia o aproximou de Henrique Morize (1860-1930), cientista que na época trabalhava no Imperial Observatório do Rio de Janeiro, dando início a uma grande amizade e promissora parceria científica.

A ligação entre Henrique Morize e Alípio Gama justifica, em parte, a trajetória científica de Lélio Gama e, possivelmente, algumas de suas escolhas.

Os problemas no ensino básico

Não há informações no arquivo de Lélio Gama com relação aos seus estudos primários. Os primeiros registros escolares referem-se ao seu curso ginasial, realizado no Colégio Alfredo Gomes, entre os anos 1905-1910. Ele afirma diagnosticar as primeiras falhas do ensino de matemática durante as aulas de “Arithmetica Theorica”, em 1906, em seu segundo ano ginasial.

Mostrava-se a utilidade dos números inteiros na representação de frações que exprimem medidas de grandezas comensuráveis com a unidade. Entretanto, para o caso de grandezas incomensuráveis, o incômodo silêncio dos professores revelava a necessidade de uma reflexão mais profunda sobre tais questões. Em linguagem corrente, entende-se que havia na abordagem dos números racionais um estudo razoável e relativamente próximo do atual. No caso dos irracionais, a omissão de argumentos na limitada definição (obter a definição utilizada pelos professores) produzia “um mistério em torno destes números”. Segundo Lélio Gama, chegar ao quarto ano ginasial intensificava o problema: "o estudo das funções exponencial e logarítmica, sem, contudo, qualquer alusão à continuidade do campo numérico, implantava no espírito do aluno uma interrogação incômoda". (GAMA, 1972, p.2)

Sabe-se atualmente que o estudo de tais funções, sem o devido trato com os números irracionais, é inócuo. Os anos ginasiais no Colégio Alfredo Gomes davam os primeiros sinais a Lélio Gama de que algo estava errado. Ao menos, incompleto. Mudanças eram necessárias e deveriam ser realizadas. Mas havia, ainda, esperanças no ensino superior.

O que esperar da Politécnica?

A chegada de Lélio Gama à Escola Politécnica trouxe uma série de dúvidas e aspirações. De um lado, a esperança de preencher lacunas deixadas pelo curso ginasial. Do outro, a vontade de encontrar pessoas com interesses convergentes aos seus, sendo o principal a busca por um ambiente propício ao estudo especulativo, da ciência para a ciência.

> Durante o curso superior, na antiga Escola Politécnica do Rio de Janeiro, concentrei todo meu interesse nas cadeiras de matemática e astronomia. Guardo desse período a recordação desagradável de uma inesperada e penosa decepção. (GAMA, 1965, p. 4).

Infelizmente, grande parte de suas expectativas logo foram desfeitas. No mesmo ano de seu ingresso, 1912, morria o matemático Otto de Alencar, um dos principais defensores por mudanças dentro da instituição. Os eventos que se sucederiam durantes as disciplinas mostravam a resistência de professores às novidades que se apresentavam nas ciências vindas de outros países.

É importante analisarmos com cautela as razões dessa suposta "resistência". Consideramos inadequado atualmente atribuir seus motivos unicamente à influência positivista que, embora não deva ser desconsiderada, não pode ser compreendida como a responsável por todos os problemas existentes nas instituições científicas na virada do XIX para o XX. Este parece ser um discurso cunhado após esse período e bastante cultivado – até os dias atuais – pelas gerações posteriores, com o propósito de legitimar e reforçar suas ações. O próprio Lélio Gama pode ser interpretado como parte desse grupo, pois fora sempre muito enfático em seus relatos ao referir-se à *escola* *positivista* como uma doutrina que "encerrava o pensamento científico dentro de um círculo da filosofia". É preciso problematizar melhor este ponto de vista, que de certo modo tornou-se oficial na historiografia brasileira, tamanho a sua difusão.

Cabe ressaltar que, rejeitar atualmente a apropriação simplista desse posicionamento não nos obriga a condená-lo por completo. Apenas compreende-se que outros motivos – alguns externos à ciência – também contribuíram para que a ciência pura demorasse a vingar no Brasil. Além disso, é compreensível que a geração de Lélio Gama adotasse uma postura contrária àquela que defendesse o uso imediatista da ciência. Segundo Siqueira (2011), uma hipótese para este comportamento seria a natural readequação de forças nas ciências brasileiras, atreladas às transformações simultâneas ocorridas em outras áreas (social, política e econômica), pleiteando a valorização do conhecimento desinteressado como alicerce para a ciência aplicada.

De fato, a geração de Lélio Gama reconhecia os problemas existentes nas instituições. Tanto que lutava por mudanças para que essa realidade fosse modificada, uma vez que enxergava na ciência o principal veículo para o desenvolvimento da nação. A bem da verdade, há consenso nas historiografias tradicional e contemporânea quando afirma-se não existir ambiente científico na Escola Politécnica e nas demais instituições neste momento. O ensino era concebido de forma utilitária, de caráter profissionalizante, visando prioritariamente o mercado de trabalho. Quem se interessasse pela ciência pura ficava sem espaço, sendo obrigado a pesquisar por conta própria, nas horas livres. As questões defendidas por Otto de Alencar giravam em torno desses problemas. Da falta de profissionalização do cientista.

Independente dos reais motivos, havia de fato uma espécie de desentrosamento entre o que se apresentava dentro e fora da Escola Politécnica do Rio de Janeiro. Embora houvesse no corpo docente figuras contrárias à cultura conservadora da instituição, como Amoroso Costa e Henrique Morize, estes ainda constituíam uma minoria diante do todo. Portanto, aos que vislumbravam um saber científico especulativo e livre, restava a penosa corrida em paralelo na estrada do autodidatismo.

Diferentemente do conteúdo apresentado por boa parte dos professores na Politécnica, a matemática francesa iluminava as vitrines das bibliotecas brasileiras com as obras de Poincaré, Darboux, Lebesgue, Borel, e outros. Além disso, a frase ouvida nos primeiros dias do pátio da Escola sobre o uso de funções elíticas sinalizava não só o início de uma grande amizade com Teodoro Ramos (1895-1937), mas também a crença de que, embora Lélio Gama percebesse a cada dia que o ambiente científico desejado revelava-se distante da Politécnica, surgia neste episódio a parceria ideal para combater a *imobilidade* da Escola. A inércia da "severa Politécnica" levou a dupla ao "divórcio com o ensino oficial". A prática do autodidatismo tornava-se uma realidade em sua rotina:

> O autodidatismo é um processo reflexivo, em que se fundem a docência e a discência no mesmo indivíduo, com a obrigação de ser, ao mesmo tempo, professor e aluno de si mesmo. É um circuito fechado, em que se fica girando, girando e girando, à espera de que o círculo dos conhecimentos aumente de raio, por efeito de força centrífuga. Perdem-se horas preciosas na conquista de uma etapa, que teria sido suave e imediatamente transposta com a ajuda de alguma benfazeja mão orientadora. Falta, naturalmente, ao autodidata o discernimento do caminhar certo, a percepção dos atalhos, a presteza de seleção do rumo que se deve dar às suas leituras, às suas auto-reflexões. (GAMA, 1965, p. 3).

De certo modo, tal esforço possivelmente contribuiu para o surgimento de uma forte característica em sua personalidade: o senso de compromisso com o trabalho sério e contínuo.

Outro episódio relatado por Lélio Gama mostra o ambiente hostil e de resistência criado por professores avessos às ideias liberais que, aos poucos, penetravam o antigo prédio do Largo do São Francisco, alterando a concepção de ciência estabelecida na instituição. O exame de Cálculo:

> E assim foi que, no curso básico da Escola, tivemos de estudar, durante algum tempo, duas matemáticas: uma para fazer exames, e outra, muito diferente, para uso próprio. Esta duplicidade não passou despercebida por alguns mestres, criando-se assim uma situação delicada. Teodoro, mais ousado, não procurou velar, no exame oral de cálculo, a independência de seu espírito. Resultado: grau nove. Eu, por meu lado, escrevi na pedra, em dado momento, com descuidada sinceridade, que uma certa quantidade era menor do que zero. Menor que zero?! Grau nove! (GAMA, L., 1965, p. 26).

Percebe-se a adoção de diferentes estratégias utilizadas pela nova parceria contra a postura conservadora adotada por alguns professores. De um lado, o zelo e a racionalidade de quem pacientemente espera o melhor momento para agir. Do outro, a urgência em combater o que considerava insuficiente. Pode parecer um exemplo simples para qualquer afirmativa, mas os caminhos seguidos fora da Politécnica mostram o contrário. Enquanto Lélio Gama vai para o Observatório Nacional – local onde constrói uma sólida carreira de astrônomo e dedica grande parte de seus esforços –, retornando à Escola Politécnica apenas sete anos depois como professor para então estabelecer na prática suas convicções científicas de ensino; Teodoro Ramos defende sua tese, ainda em 1918, sendo um exemplo da luta em defesa da matemática vista fora da Escola.

Após a obtenção do título de doutor em ciências matemáticas, Teodoro Ramos, 1919, foi nomeado Lente Substituto da 1ª Seção de Matemática da Escola Politécnica de São Paulo. Logo após seu ingresso, introduziu o ensino do Cálculo Vetorial e Tensorial nos cursos de engenharia da instituição. Como resultado de suas aulas sobre estes temas, em 1930, publicou em Paris o livro *Leçons sur le Calcul Vectoriel.* Fora da Escola Politécnica de São Paulo, Teodoro Ramos foi atuante ao participar da Comissão responsável em propor a reforma que estabeleceu o Estatuto das Universidades Brasileiras, decretada pelo governo federal em 11 de abril de 1931, popularmente conhecida por *Reforma Francisco Campos*, recebendo o nome do Ministro da Educação e Saúde Pública da época. Convocado a fazer parte do projeto que criaria a Universidade de São Paulo, tornou-se o primeiro diretor da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras, a primeira a formar professores especializados para os ensinos básico e superior. Seu período como diretor da FFCL foi muito curto, pois no mesmo ano de criação da USP, recebeu a tarefa de contratar professores europeus para o corpo docente da universidade. Assim, são contratados Gleb Wataghin (1899-1986) para a cadeira de Física Geral e Experimental, e Luigi Fantappié (1901-1956) para a de Análise Matemática. Ambos dariam novo ritmo às pesquisas em física e matemática na USP.

Uma análise apressada sobre o início das carreiras de Lélio Gama e Teodoro Ramos nos permitiria caracterizar no segundo uma atitude muito mais ativa e comprometida com os anseios cultivados por ambos à época da graduação na Politécnica. Talvez não seja completamente equivocada tal interpretação, no entanto, não se pode desconsiderar o elo “familiar” entre Lélio Gama e o Observatório Nacional, conduzindo-o naturalmente para esta instituição.

A capacidade científica demonstrada por Lélio Gama dentro e fora do Observatório elimina qualquer possibilidade de escolha mal sucedida feita por Henrique Morize ao convidá-lo. Além disso, seu envolvimento imediato e integral com as demandas da instituição serve como primeiro sinal em sua carreira de assimilação da *responsabilidade* como um valor epistêmico em sua prática científica: compreender as necessidades do Observatório a frente de seus interesses pessoais. Esta atitude se repetiria em suas principais decisões profissionais ao longo da carreira, como veremos mais adiante.

Assim, os caminhos inicialmente distintos, acabam tomando a mesma direção a partir de 1925, com o retorno de Lélio Gama à Escola Politécnica do Rio de Janeiro.

Em 15 de setembro de 1925, a convite de Sebastião Sodré da Gama, companheiro de trabalho no Observatório Nacional, Lélio Gama finalmente inicia sua carreira no magistério – retornando sete anos depois ao mesmo prédio do Largo de São Francisco que o graduara – como Assistente em Mecânica Racional e Cálculo das Variações. Procurando desde o início pôr em prática os resultados de seu estudo paralelo e oficioso dos tempos de aluno, introduziu conceitos em sua disciplina para que o clima de estagnação fosse aos poucos se modificando. Deu-se assim sua primeira contribuição na tentativa de renovação do ensino de matemática daquela instituição.

Outro desafio – este colocado pela Escola – determinou que ele produzisse em seu primeiro ano de magistério uma tese para tornar-se Livre Docente em Mecânica Racional. Em 1926, ele defendeu a tese “Oscillações do eixo da Terra, suposta rígida.” Segundo Barreto,

> Essa tese é uma perfeita conjugação do matemático e do astrônomo. Ao lado das considerações cuidadosas sobre os métodos observacionais, se encontra a preocupação de justificar a validade dos processos matemáticos utilizados como, por exemplo, a convergência de séries. (BARRETO, 1987, p. 326).

O suposto "atraso" em seu retorno à Politécnica era compensado com muito trabalho. Havia uma série de questões em aberto na área de astronomia e geodesia diagnosticados em sua atuação no Observatório Nacional. Atacando-as uma a uma, Lélio Gama, no ano de 1929, defendeu quatro teses na Escola Politécnica, demonstrando um elevado índice de produtividade e originalidade, como mostra o relato do poeta e amigo Manuel Bandeira ao mencioná-lo em um artigo de jornal:

> durante a sua defesa de tese sobre os fatores de Kimura, um dos examinadores criticou o fato de que a tese não indicava bibliografia ao que, com aquele rubor que o caracteriza quando ferido em sua modéstia, em voz tímida, porém segura, diz: – não cito bibliografia porque ela não existe. (BANDEIRA *apud* BARRETO, 1987, p. 325).

Como resultado pelas teses defendidas, Lélio Gama foi nomeado Docente Livre em Astronomia, Geodesia e Cartas Geográficas na Politécnica em 1930.

Lélio Gama face aos anseios reformistas de sua geração

A Revolução de 1930 determinou o início de uma nova era da história do Brasil em todos os aspectos. Getúlio Vargas assumiu o poder com o apoio de diversos setores da sociedade, trazendo a expectativa por grandes mudanças. A intelectualidade esperava que o novo governo conseguisse tratar adequadamente o processo de institucionalização da ciência. Lélio Gama identificava-se como parte deste grupo, pois via a oportunidade de o Brasil começar a ser pensado em sua totalidade, abandonando o caráter provinciano da Primeira República.

Uma das iniciativas do governo foi criar o Ministério da Educação, órgão responsável por coordenar e planejar a educação de todo o país. Em 11 de abril de 1931, Francisco Campos, então ministro, assina um decreto contendo o estatuto geral universitário, estabelecendo padrões de organização para instituições de ensino superior universitárias e não-universitárias. Em seu texto, o estatuto informava que cada universidade seria criada pela reunião de faculdades (pelo menos três dentre as seguintes: Direito, Medicina, Engenharia, Educação, Ciências e Letras).

Na educação, duas correntes literalmente opostas passaram a se destacar. Uma autoritária ligada ao governo federal, com ideais fascistas, defendida pela igreja católica e pelos chamados integralistas; e a outra, liberal, ligada ao governo de São Paulo e à prefeitura do Distrito Federal, idealizada por cientistas e educadores, entre eles Fernando de Azevedo.

Além de membro fundador da Associação Brasileira de Educação, 1924, Azevedo assumiu em 1926 a Instrução Pública do Rio de Janeiro e realizou transformações pedagógicas significativas nos ensinos primário e secundário, principalmente na formação de professores normalistas. Em 1932, foi para São Paulo e ocupou a direção geral da Instrução Pública de São Paulo, realizando o mesmo trabalho feito no Rio de Janeiro. Neste mesmo ano, aliou-se a outros pensadores liberais adeptos ao escolanovismo [1] e redigiu o Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova. Tal documento defendia a universalização do ensino laico e gratuito.

A ausência de Lélio Gama nesse grupo de intelectuais reforça a hipótese de um comportamento sempre cauteloso, optando na maioria das vezes não posicionar-se radicalmente contra o sistema vigente. Uma espécie de conservadorismo (dosado/ premeditado) que permitia sua manutenção nas instituições e a realização de suas ações. É oportuno frisar que este posicionamento não o caracteriza como contrário aos ideais dos intelectuais liberais, tanto que ao ser criada a Universidade do Distrito Federal, fruto da iniciativa desses pensadores, seu nome figurou como responsável pela organização do departamento de matemática da instituição.

A atuação de Lélio Gama na UDF e na FNFi

A criação da Academia Brasileira de Ciências, em 1916, representou a conquista de um espaço para discussões voltadas ao conhecimento puro,

1 O grande nome do movimento na América foi o filósofo e pedagogo John Dewey (1859-1952), que influenciou o movimento da Escola Nova. Para Dewey, a Educação é uma necessidade social.

desprovido de interesses pré-determinados. Uma instituição que deu voz à ciência brasileira internacionalmente e integrou os que aqui se preocupavam com tais questões. Um avanço importante, porém insuficiente. Era preciso mais: construção de laboratórios, formação de novas gerações em torno dos mesmos anseios. O cientista necessitava ser visto como profissional. Faltava *institucionalizar* a ciência no Brasil.

Perseguindo esses objetivos, a intelectualidade paulista liderada por Fernando de Azevedo lutava pela criação de uma Universidade no Estado. Buscando outros interesses, porém aproveitando-se dos anseios dos intelectuais, Armando de Salles Oliveira, interventor federal de São Paulo após acordo com Vargas de cessação dos conflitos com os constitucionalistas, apoiado por seu cunhado, Júlio Mesquita Filho, dono do jornal O Estado de São Paulo, encaminhou um projeto político que priorizava a formação de uma elite intelectual paulista, cuja intenção seria retomar a hegemonia política do país após a derrota na Revolução Constitucionalista de 1932.

Assim, o decreto estadual nº 6.283, de 25 de janeiro de 1934 criou a Universidade de São Paulo (USP). Incorporando as escolas superiores já existentes no estado – Faculdade de Direito, Escola Politécnica, Escola Superior de Agronomia, Faculdade de Medicina e Escola Veterinária –, criou-se ainda a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL). Pela primeira vez se tinha no Brasil, um curso destinado à formação de docentes. Vale lembrar que antes disso, os professores de matemática das escolas secundárias eram engenheiros ou militares. Segundo Oscar Sala, a FFCL *institucionalizou* e *profissionalizou* a pesquisa científica no país, inspirados no modelo humboldtiano de universidade, dando autonomia ao cientista sem dissociar ensino de pesquisa científica. Segundo Paula (2009), são características do modelo alemão de universidade:

A preocupação fundamental com a pesquisa e com a unidade entre ensino e investigação científica; ênfase na formação geral e humanista, ao invés da formação meramente profissional; autonomia relativa da universidade diante do Estado e poderes políticos; concepção idealista e não pragmática de universidade, em detrimento da concepção de universidade como prestadora de serviços ao mercado e à sociedade; fraco vínculo entre intelectuais e poder político, ou seja, ligação não imediata entre *intelligentzia* e poder; concepção liberal e elitista de universidade; estreita ligação entre a formação das elites dirigentes e a questão da nacionalidade (PAULA, 2009, p. 5).

Outra característica fundamental para o sucesso da Universidade de São Paulo foi a contratação de professores estrangeiros. Entre os cientistas trazidos por Teodoro Ramos, vale destacar o físico Gleb Wataghin, que por incentivo de Enrico Fermi (1901-1954) aceitou o desafio de realizar pesquisa científica em um país onde ela praticamente inexistia, realizando-o com admirável rapidez e competência.

> Ele é um dos poucos exemplos que conheço, na ciência internacional, de alguém que inicia um trabalho num meio onde não havia qualquer tradição. E, em poucos anos, criou uma escola de reputação internacional. É realmente inacreditável. (SANTOS *apud* WATAGHIN, 1992, p. 3).

Para a matemática, Teodoro Ramos contratou Luigi Fantappié, uma jovem promessa da matemática italiana que na época realizava estudos sobre a teoria dos funcionais, desenvolvida pelo matemático italiano Vito Volterra (1860-1940). Ao criar a teoria dos funcionais, Volterra abriu as portas para o que hoje conhecemos como Análise Funcional. Fantappiè foi seu aluno durante a graduação e criou a teoria dos funcionais analíticos a partir de estudos desenvolvidos sobre a teoria de seu mestre. Sua vinda para USP mostrou-se positiva pelos excelentes resultados matemáticos obtidos após sua chegada. Tais resultados podem ser entendidos pelos assuntos por ele discutidos e por sua descendência matemática brasileira, formada por jovens que tiveram grande importância na consolidação da pesquisa no Brasil.

No Distrito Federal, Pedro Ernesto foi eleito prefeito da capital e nomeou o educador Anísio Teixeira como Secretário de Educação. Inspirado nas iniciativas de Fernando de Azevedo em São Paulo e apoiado por outros educadores e cientistas liberais participantes do Manifesto de 1932, ele encaminha a criação da Universidade do Distrito Federal (UDF) pelo decreto 5513, de 4 de abril de 1935.

Com características bem diferentes da Universidade do Rio de Janeiro, que de universidade mesmo só possuía o nome, a UDF foi organizada de modo a atender todos aqueles anseios já perseguidos desde a década de 1920. E isso se mostra bem evidente em seus principais objetivos:

1. Promover e estimular a cultura de modo a concorrer para o aperfeiçoamento da comunidade brasileira;
2. Encorajar a pesquisa científica, literária e artística;
3. Propagar aquisições da ciência e das artes, pelo ensino regular de suas escolas e pelos cursos de extensão popular;
4. Formar profissionais e técnicos nos vários ramos de atividade que as escolas e institutos comportarem;
5. Prover à formação do magistério em todos os seus graus. (PAIM, 1981, p.78)

A UDF foi organizada em cinco escolas: Ciências, Educação, Economia e Direito, Filosofia e Instituto de Artes. Assim como em São Paulo, o Rio de Janeiro finalmente tinha um curso de formação de docentes para o ensino secundário.

Para a Escola de Ciências, a direção foi confiada a Roberto Marinho de Azevedo (1878-1962). Segundo Paim (1981),

> participante ativo do movimento que deslocou o positivismo da Escola Politécnica, fundador e diretor da Academia Brasileira de Ciências, pode atrair um grupo de professores plenamente identificados com a ideia de promover o estudo desinteressado das ciências, na esperança de formar pesquisadores e também bons professores para essas disciplinas. Assim, mobilizou Lélio Gama, da Escola Politécnica e do Observatório Nacional, para dirigir os cursos de Matemática. (PAIM, 1981, p. 81).

A escolha de Lélio Gama para organizar o curso de matemática e assumir a cadeira de Análise pode ser interpretada como um reconhecimento de seu trabalho científico, tanto como professor nos cursos de engenharia da Escola Politécnica, quanto como astrônomo no Observatório Nacional.

É interessante perceber, analisando cronologicamente suas publicações, uma considerável mudança de foco de pesquisa da astronomia para a matemática. Após a interrupção dos trabalhos sobre a variação de latitude do Rio de Janeiro em 1931, Lélio Gama volta a publicar em 1934, com os artigos *"Nota sobre a teoria dos vetores recíprocos"* e *"Sobre as equações diferenciais do movimento dos asteróides"*, ambos nos Anais da ABC. São trabalhos que envolvem uma matemática aplicada dos temas tratados como professor na Politécnica, e de seus estudos no Observatório Nacional.

Com o início das atividades na UDF, ele assume a cadeira de Análise Matemática, tendo como seu assistente o professor Francisco Mendes de Oliveira Castro (nasc-morte). Já no início da primeira turma da disciplina, Lélio Gama relata iniciar pela Teoria dos números reais, com uma abordagem aos números racionais completamente distinta do que fazia na Escola Politécnica:

> Iniciamos o curso de Análise clássica pela teoria dos números reais, do ponto de vista de Dedekind, sobretudo para pôr em circulação o conceito de número irracional, que nunca fôra dantes ventilado, ao que soubéssemos, em nenhum programa de ensino.(...)Para obviar, logo de início, essa lacuna no ensino local, começamos, então, por esclarecer a noção de número irracional. E que se sucedeu então? Brotou, como um cactos verde e espinhoso, nos bastidores escolares, o comentário, entre jocoso e mordaz, de que eu e Oliveira Castro estávamos "irracionalizando" a mocidade. (GAMA, 1965, p. 29).

Instaurado o Estado Novo, em 1937, o novo regime opressor não combinava com o ambiente liberal promovido na UDF. Sob o pretexto de que havia uma forte inclinação comunista na universidade, ela é extinta em janeiro de 1939, sendo seus alunos e docentes absorvidos pela Universidade do Brasil, em especial para a recém-criada Faculdade Nacional de Filosofia (FNFi). Não há um documento em seu arquivo que indique, explicitamente, a atitude tomada por Lélio Gama após o fechamento da UDF. Entretanto, há um trecho em seu discurso no V Colóquio Brasileiro de Matemática onde ele menciona o momento em que soube da infeliz novidade:

> Teve, infelizmente, vida muito curta aquela Universidade. Parece-me que alguma reação política ou pedagógica, oriunda das camadas tradicionalistas, repercutiu nos escalões superiores da administração municipal, a que estava subordinada a instituição. Pois o certo é que, um dia, esperava eu condução na Cinelândia, quando um vereador, meu conhecido, sai da Câmara Municipal, vem ao meu encontro, e dá-me a trágica notícia: ia ser fechada a Universidade. Procurei dar-lhe, ali mesmo, uma ideia dos objetivos visados pela Escola de Ciências; dos resultados já obtidos; da afluência de alunos. Procurei fazê-lo sentir nosso problema. Nisto, para à nossa frente, junto ao meio fio, um belo automóvel. E Sua Excelência despedindo-se às pressas, para entrar no carro, projeta sobre mim estas palavras, estas pedras de gelo: "Vocês estão ensinando lá uma porção de coisas, sem nenhuma utilidade prática. Verba não é para isso". E assim

> encerrou-se o capítulo, acabou-se a história – da Universidade – entrando por uma porta e saindo pela outra. (GAMA, 1965, p. 6).

Lélio Gama transfere-se para a Faculdade Nacional de Filosofia – na realidade, o espaço onde funcionava a Escola de Ciências transforma-se na FNFi – e ele é contratado para a nova instituição como catedrático de Análise Matemática e Superior.

Após o decreto-lei 24, de 29/11/1937, sobre o regime de acumulação no serviço público que impediu a atuação em mais de dois órgãos públicos, Lélio Gama é obrigado desligar-se de um dos três locais onde atuava: Observatório Nacional, Escola Nacional de Engenharia e Faculdade Nacional de Filosofia. Ele opta por deixar a FNFi, fazendo o pedido através de uma carta ao Ministro da Educação Gustavo Capanema. Nesse documento ele informa as boas intenções que possuía na atuação como catedrático da nova instituição, mas justifica sua saída.

Assim encerrava-se o ciclo de Lélio Gama como professor de matemática. Para que o conteúdo renovador por ele abordado não se limitasse aos poucos alunos que tivera na UDF e na FNFi, ele seguiu com publicações em matemática na década de 1940, lançando dois livros sobre assuntos extremamente atuais que abordava nos cursos de Análise. O livro *"Introdução à Teoria dos Conjuntos"* foi fruto da compilação de uma série de fascículos com temas específicos sobre a Teoria dos Conjuntos e sobre Topologia Geral. Segundo Nachbin (1965),

> Talvez possamos melhor resumir o impacto da personalidade de Lélio Gama sobre o melhoramento do nosso ensino matemático dizendo que foi sobretudo através da teoria dos conjuntos e da topologia geral que seu talento se revelou na área das atividades docentes. O seu livro "Introdução à teoria dos conjuntos" é um dos melhores textos expositórios em português de todo um enorme período de nossa evolução matemática. (NACHBIN, 1965, p. 12).

Considerações

O fim da Segunda Guerra Mundial trouxe com o seu desfecho, a vontade –mesmo a necessidade – por parte de muitos países subdesenvolvidos de organizarem-se de modo a conseguirem um acelerado desenvolvimento científico, o que acabou por aproximar ciência e política, ao fortalecer a consciência de que o desenvolvimento social e econômico de um país também dependeria de seu potencial científico. Nesse sentido, os cientistas brasileiros iniciam um ideário político-pedagógico-científico, elaborando políticas necessárias para sua implementação, no intuito de o Brasil finalmente prosperar tomando como veículo a ciência.

Lélio Gama fazia parte dessa comunidade e, diante da autoridade científica já adquirida, percebia com clareza que, diante da geração de matemáticos e físicos que se formara nas universidades criadas nos anos 30, já não era necessária sua presença nas universidades. Além disso, a visível carência de astrônomos e geofísicos, uma vez que estas áreas não foram contempladas com cursos de formação nas universidades, fazia com que o Observatório necessitasse cada vez mais de sua atenção. Assim, Lélio Gama assumiu a direção do Observatório em 1951 e, junto com o cargo principal, a responsabilidade em desenvolver os estudos em geofísica da instituição. Em matemática, sua atuação passou a ser através da criação de instituições que permitissem a estabilidade necessária para que a ciência pudesse ser desenvolvida no país.

> Por esta altura da jornada, quando já ouvi bater meio-dia no carrilhão do tempo, sinto que me impõe novo rumo, que já venho seguindo, desde que assumi a direção do Observatório Nacional. O problema da pesquisa matemática no Brasil está solucionado. Uma plêiade de jovens brasileiros, a que não faltam fortes representantes do sexo frágil, aí está, ativa e promissora, para nos garantir o prosseguimento da luta, para nos assegurar um futuro de fertilidade, com produções de alto padrão matemático. Há, porém, outro setor científico que está a exigir, no momento, toda a nossa atenção, todo o empenho de nossos esforços. Nesse sentido é que se pautam as minhas responsabilidades. O Brasil precisa firmar-se no domínio da Astronomia e da Geofísica. (GAMA, 1955, p. 3).

Referências

BARRETO, Luiz Muniz. **Observatório Nacional, 160 anos de história**. MCT CNPq. Rio de Janeiro, 1987.

GAMA, Lélio et al. **Atas do 5º Colóquio Brasileiro de Matemática.** FAPESP, Poços de Caldas-MG, 1965.

______, Lélio. **Discurso em agradecimento ao prêmio Einstein.** Rio de Janeiro-RJ, 1955.

_______, Lélio. **Astronomia Brasileira: um Depoimento de Lélio Gama.** Rio de Janeiro-RJ, 1972.

NACHBIN, Leopoldo. **Atas do 5º Colóquio Brasileiro de Matemática.** FAPESP, Poços de Caldas-MG, 1965.

PAIM, Antônio. **A UDF e a ideia de universidade**. ed. Tempo Brasileiro. Rio de Janeiro. 1981.

PAULA, M. de F. C. de. **A formação universitária no Brasil: concepções e influências.** Avaliação, Campinas, v. 14, n. 1, p. 71-84, mar. 2009.

SIQUEIRA, Rogério Monteiro. **Reavaliando os debates sobre o positivismo nas ciências matemáticas brasileiras do começo do Século XX.** Anais do XXVI Simpósio Nacional de História – ANPUH, São Paulo, julho 2011.

VIDEIRA, Antonio Augusto Passos. **Henrique Morize e o ideal de ciência pura na República Velha.** Rio de Janeiro: Ed. FGV, 2003.

WATAGHIN, Lucia. **Fundação da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo: a contribuição dos professores italianos**. *Rev. Inst. Est. Bras.*, São Paulo, n. 34, p.151-174, 1992.

MAPEAMENTO DA PRODUÇÃO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UFOP

Marger da Conceição Ventura Viana
UFOP
margerv@terra.com.br

Keren Ingrid Amorim
UFOP
kerenamorim@gmail.com

Resumo

Considerando que as disciplinas têm uma história, estão em constante evolução e, para permanecer, devem ser atualizadas, justifica-se este trabalho. Assim, é apresentado, sob ótica condizente, um estudo de História da Educação Matemática cujo objetivo é realizar um mapeamento, da criação até 2019, da produção do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto **(**PPGEDMAT-UFOP**)**, ou seja, cento e quatorze dissertações e os produtos educacionais correspondentes. Para isso as pesquisadoras tomaram como referência as áreas estabelecidas pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e, em seguida, fizeram refinamentos com categorizações, pois, em História, os atos de separar e juntar são os primeiros passos para a produção de documentos. Foi possível apontar predominância de trabalhos relacionados ao Ensino Médio, aos Anos Finais do Ensino Fundamental e ao Ensino Superior (presencial). Quanto às temáticas, predominância de Formação do Professor de Matemática, Geometria e Modelagem-Resolução de Problemas, indicando tendência de pesquisas realizadas ou em realização. Portanto os quadros que reúnem dados obtidos constituem complemento das respostas à questão de investigação.

Palavras-chave: Mapeamento. Mestrado Profissional. Educação Matemática. UFOP.

A história da Educação Matemática constitui um campo de investigação

A criação do *Topic Study Group: the history of Teaching and Learning Mathematics*, em 2004 no ICME 10 na Dinamarca, constitui o marco da história da Educação Matemática como área internacional de pesquisa (Valente, 2014).

Foi criada uma revista internacional a *The International Journal for the History of Mathematics Education* que publica [encerrou a publicação em 2016] a produção na área. E também foram criadas as *Conferences on History of Mathematics Education*, em 2009 na Islândia e em Lisboa em 2011 (Valente, 2014). Estas conferências têm acontecido com periodicidade de dois anos.

A História da Educação Matemática inclui estudos sobre a cultura matemática e formas de apropriação dessa cultura; reformas no ensino de

Matemática como o Movimento da Matemática Moderna (MMM), programas escolares e livros textos de Matemática para os vários níveis de ensino e épocas; formação de professores de Matemática e suas práticas pedagógicas escolares e práticas de investigação acadêmica em Educação Matemática além de outras relacionadas.

Segundo Foucault (1996) apud Barros (2011, p. 266),

> uma disciplina [campo do saber] se define por um domínio de objetos, um conjunto de métodos, um *corpus* de proposições consideradas verdadeiras, um jogo de regras e de definições, de técnicas e de instrumentos: tudo isto constitui uma espécie de sistema anônimo à disposição de quem quer ou pode servir-se dele. (FOUCAULT, 1996. p. 30).

Assim considerado, há necessidade de formação de uma comunidade científica partilhada pelos diversos praticantes do campo disciplinar, inserção do campo no âmbito dos cursos de graduação, fundação e manutenção de revistas científicas especializadas no campo, ocorrência constante de congressos frequentados pelos praticantes do campo disciplinar em questão e criação de instituições que representam os profissionais do campo de saber (BARROS, 2011; KILPATRICK, 1997).

No Brasil, se estabelecendo como campo do saber, a História da Educação Matemática constitui um Grupo de Trabalho vinculado à Sociedade Brasileira de Matemática (SBEM), o GT 15 – HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA criado em 2016. Existem revistas especializadas no tema, como a Revista de História da Educação Matemática (HISTEMAT) criada em 2015.

Assim, artigos científicos são publicados e apresentados em congressos relacionados como o Congresso Ibero-Americano de História da Educação Matemática (CIHEM), cuja primeira edição foi realizada em 2011, na Universidade da Beira Interior, na cidade de Covilhã, Portugal e teve sua quinta edição em 2019, na cidade de Bogotá, Colômbia (MENDES, 2019). Estes congressos possibilitam e aprofundam o intercâmbio entre pesquisadores e a produção de conhecimento ligada à História da Educação Matemática na América Latina, em Portugal, no México e também na Espanha. Assim, a pesquisa na área tem crescido significativamente nos últimos anos, espelhando as diversas perspectivas e metodologias que têm vindo a ser seguidas.

No Brasil além dos encontros e seminários realizados pelos grupos de pesquisa são realizados os Congressos Nacionais de Pesquisa em História da Educação Matemática (ENAPHEM). O primeiro ENAPHEM ocorreu em novembro de 2012 na cidade de Vitória da Conquista, Bahia e a quinta edição do evento, V ENAPHEM, está prevista para novembro de 2020, na Universidade Federal do Rio Grande do Norte, na cidade de Natal.

Há publicação de livros como a coleção História da Matemática para Educadores, editada pela Livraria Editora da Física e coordenada pelo pesquisador Iran Abreu Mendes, coordenador de vários projetos e escritor de várias obras na área.

Entre outros pesquisadores que têm se destacado no Brasil, podemos citar Wagner Rodrigues Valente, que coordena vários projetos de pesquisa, inclusive de cooperação internacional, escrito e organizando livros e congressos. O Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil (GHEMAT) por ele dirigido mantém um repositório de documentos digitalizados que podem ser consultados até pela internet contribuindo para o crescimento do número de pesquisas sobre história da educação matemática que têm crescido muito. Por outro lado,

> A escrita da história da educação matemática, feita por educadores matemáticos necessita que eles realizem um deslocamento: aprendam com os historiadores contemporâneos a produzir história. E nesse aprendizado e uso do ferramental teórico - metodológico dos historiadores, criam a possibilidade de elaborar novos objetos teóricos de pesquisa, abrindo possibilidades para a constituição de um novo campo de investigação. (VALENTE, 2014, p. 104).

Os grupos de pesquisa HIFEM, GHOEM, GHEMAT, e vários outros também já consolidados, têm contribuído com grande quantidade de livros, produções de teses, dissertações, trabalhos de iniciação científica e artigos, que são apresentados em congressos e publicados em periódicos.

Para Valente (2014, p. 107) os trabalhos filiados a esta vertente [História da Educação Matemática] consideram o saber matemático, e seu desenvolvimento no tempo, levando em conta as questões ligadas ao ensino, à medida que interroga como o âmbito escolar trata a produção matemática (...).

A História da Educação Matemática também está inserida como disciplina de currículos de Cursos de Licenciatura em Matemática. E pelo exposto, se encaminha para, ou já constitui um novo campo de investigação.

Mestrado profissional e Mapeamento

No Brasil, no início do século XXI, foi criado o Mestrado Profissional, em que a dissertação dá origem a um produto educacional. Assim, tem havido impacto na produção de artigos científicos que divulgam diferentes estratégias e práticas com o intuito de qualificar o ensino de Matemática tanto na Educação Básica como na Educação Superior. A pesquisa em Educação Matemática tem crescido de modo significativo nos últimos anos.

Neste contexto, foi criado o Mestrado Profissional em Educação Matemática da UFOP**.** Aprovado em 2007 pela Coordenação de Aperfeiçoamento do Pessoal de Nível Superior (CAPES), iniciou suas atividades com a primeira turma em 2008 e, no final de 2019, já havia formado cento e quatorze mestres. O curso é presencial, tem atividades realizadas no campus Morro do Cruzeiro, em Ouro Preto, e vem sendo marcado pelo esforço em aliar uma formação voltada para a prática docente *real* à formação do pesquisador, de modo a oferecer ao mestrando ferramentas e habilidades que lhe permitam refletir sobre sua própria prática e sobre a prática docente em geral, com base em leituras e estudos que proporcionem sólida fundamentação teórica.

Em vista do exposto, a pergunta que provocou a elaboração deste mapeamento teórico pode ser assim apresentada: "Quais temas têm sido investigados no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UFOP, dando origem a dissertações e produtos educacionais que buscam orientar os processos de ensino-aprendizagem da Matemática na formação e na atividade docente de professores de Matemática?"

Destaca-se que o produto educacional é, em geral, um pequeno livro destinado a professores da Educação Básica, a futuros professores e professores do Ensino Superior e a formadores de professores, como resultado de uma pesquisa de Mestrado. Geralmente apresenta uma proposta de ensino ou de formação de professores desenvolvida e analisada pelo mestrando e pelo orientador. Portanto constitui parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática e é avaliado, no dia da defesa, pela banca examinadora.

Este mapeamento das dissertações e, indiretamente, dos produtos educacionais correspondentes, para analisar a produção do PPGEDMAT-UFOP de 2010 a 2019, teve início com a leitura do resumo e dos objetivos de cada uma, na busca dos temas mais presentes e dos menos explorados e do nível de ensino a que se dirigem. Assim, foram selecionadas as sugestões para a Educação Básica, o Ensino Médio e o Ensino Superior, incluída a Formação de Professores de Matemática, feitas, portanto, de acordo com o olhar dos pesquisadores.

Marco Teórico

O mapeamento da pesquisa é um processo sistemático de levantamento e descrição de informações acerca das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo. No caso, a Educação Matemática, em determinado espaço (PPGEDMAT-UFOP) e período de tempo (2010 a 2019). "Se preocupa mais com os aspectos descritivos do que com seus resultados" (FIORENTINI, GRANDO, MISKULIN, CRECCI, LIMA e COSTA, 2016, p. 18). Vários autores fizeram mapeamentos ou estudos do tipo *estado da arte* relacionados a algum tópico, com o propósito de sistematizar o conhecimento produzido e elaborar um panorama da área. Mas este estudo, embora utilize os mesmos conceitos metodológicos básicos, tem objetivos diferentes.

Romanowski e Ens (2006), com relação ao mapeamento, destacam as contribuições que garante, incluindo esta: "identificar experiências inovadoras investigadas que apontem alternativas de solução para os problemas da prática e reconhecer as contribuições da pesquisa na constituição de propostas na área focalizada" (ROMANOWSKI e ENS, 2006, p. 39).

Um exemplo de mapeamento importante para a Educação Matemática é o apresentado por Fiorentini (1994), na tese de doutorado, na Faculdade de Educação da Unicamp, "Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação". Megid Neto (1999), também na tese de doutorado, analisa tendências nas produções sobre ensino de Ciências no Brasil. Para cada um dos trabalhos ele destaca título, autor, orientador(es), ano de defesa, nível de ensino e conteúdo, entre outros aspectos. Outro exemplo que deve ser citado é "Modelagem Matemática: mapeamento de dissertações e teses produzidas nos programas de pós-graduação da região sul do Brasil", de Bisognin e Bisognin (2017). Em 2009, foi apresentado por Rosa um panorama das dissertações e teses defendidas no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC): "Ambientes computacionais no contexto da Geometria: panorama das teses e dissertações no Programa de Educação Matemática da PUC-SP de 1994 a 2007". Schmitt e Biembengut realizaram o mapeamento das pesquisas sobre modelagem matemática no cenário mundial: análise dos trabalhos no 14.º grupo de estudo do Comitê Internacional de Educação Matemática. E Biembengut (2008) identifica consequências do mapeamento: "visualizar abrangências da pesquisa de campo, identificar o que poderia ser levantado e reconhecer o que era praticamente impossível. E, ainda, por quais meios, quais jeitos" (p. 83). Publicado na revista Bolema com o título "Pesquisas em Modelagem Matemática e diferentes tendências em Educação e em Educação Matemática", também Malheiros (2012) realizou um levantamento. Assim, é importante considerar o seguinte: "todas as disciplinas são históricas, no sentido de que foram inventadas pelos seres humanos e precisam ser constantemente reinventadas para continuarem existindo" (BARROS, 2011, p. 254). E o autor afirma:

> existem inúmeras dimensões reciprocamente implicadas para a formação e continuidade de uma disciplina: a produção de instâncias teóricas e metodológicas, a constituição de uma linguagem comum entre os seus praticantes, a definição e constante redefinição de seus objetos de estudo, uma singularidade que as diferencia de outros saberes, uma complexidade gradual interna que termina por gerar novas modalidades no interior da disciplina, e, por fim, o mais importante: a rede humana que a constitui este ou aquele campo de saber em especial. (BARROS, 2011, p. 254-265).

Desse modo, considera-se que as disciplinas são campos específicos de saber e abrangem diversos âmbitos de produção de conhecimento ou campos de prática. De acordo com Barros (2011), elas têm sua própria história, que, na maioria das vezes, é escrita pelos que as ministram e que renovam “os olhares sobre si”.

Sendo assim, esta pesquisa se justifica pela oportunidade de investigar meios e métodos, possibilitando o conhecimento de novas maneiras que auxiliem o professor a promover a educação matemática. Portanto considera a necessidade de métodos alternativos no processo de ensino-aprendizagem no campo da Educação Matemática. É preciso escrever a história de como isso se tem dado na UFOP. Conhecer o que já foi produzido contribui para identificar pontos que necessitam de aprofundamento e podem ser fonte de novas pesquisas. Como este campo de estudo tem-se expandido muito nos últimos anos, torna-se necessário revisar periodicamente sua produção. Em síntese: como contribuição para a História da Educação Matemática, analisam-se práticas pedagógicas escolares e práticas de investigação acadêmica em Educação Matemática.

Caminho Percorrido

Trata-se de um estudo de natureza exploratória pautado inicialmente nos limites dos títulos e resumos, o que pode informar muito em relação a cada trabalho, ainda que de maneira simplificada. De acordo com Guimarães (2005), a leitura do resumo deve facilitar a interpretação, a apreensão do conteúdo, independentemente da leitura completa da obra.

O estudo foi realizado com materiais coletados na página do PPGEDMAT-UFOP (http://ppgedmat.ufop.br). Foram consideradas as cento e quatorze dissertações defendidas de 2010 a 2019 e, indiretamente, os cento e quatorze produtos educacionais correspondentes produzidos. Inicialmente, foi feita uma leitura dos resumos, a fim de identificar objetivos e delinear eixos temáticos organizados segundo tendências, diferenças e similaridades e melhor compreensão dos dados. Assim, foram identificados os dados bibliográficos com o objetivo de mapear a produção, de que resultou uma catalogação geral: ano de defesa, título, autor(a) e orientador(a). Por restrições de espaço, porém, o quadro correspondente não é apresentado.

Na sequência, foi lido cada resumo: "no contexto científico, o resumo ocupa importante papel para a divulgação do conhecimento produzido, assim como atua como instrumento de pesquisa privilegiado em distintas bibliografias e bases de dados" (GUIMARÃES (2005, p. 4). Garrido (1993) considera que o resumo deve conter: objetivo principal de investigação, metodologia e técnicas, sujeitos e métodos de tratamento dos dados; resultados e conclusões e, por vezes, recomendações finais. Por outro lado, nem todo resumo traz - e da mesma forma - as convenções previstas pelo gênero. Em alguns falta a conclusão; em outros falta o percurso metodológico. Até o estilo usado pode variar, com mais presença da narração (MEGID NETO,1999).

Merece destaque o seguinte:

> Um conjunto de resumos organizados em torno de uma determinada área do conhecimento (Alfabetização, Leitura, Formação do Professor, Educação Matemática, por exemplo) pode nos contar uma História de sua produção acadêmica. Mas, é necessário pensar que nesta História foram considerados alguns aspectos dessa produção e que nela há certas limitações. (MEGID NETO,1999, p. 268).

Em vista do exposto, buscou-se, na leitura de cada resumo dessas cento e quatorze dissertações, identificar o foco da pesquisa, os objetivos, o referencial teórico, a metodologia, os sujeitos de pesquisa e os principais resultados obtidos. Lembra-se que o resumo é uma porta de entrada para o conhecimento de trabalhos científicos e, de certa forma, oferece informação sobre a caracterização do trabalho, mencionando o referencial teórico que o fundamenta e explicitando aspectos relativos à metodologia de coleta e análise dos dados.

É importante destacar que foi questão central mapear a possibilidade de ferramentas distintas que pudessem ser usadas pelos professores de Matemática em diferentes contextos, levando em consideração as particularidades dos alunos, incluídos casos de necessidades especiais.

Em seguida, os dados foram categorizados em relação ao tema central e distribuídos em forma de tabelas e gráficos para melhor visualização e posteriores análises. "Nesse caso, há um certo conforto para o pesquisador, pois ele lidará com os dados objetivos e concretos localizados nas indicações bibliográficas que remetem à pesquisa" (MEGID NETO, 1999, p. 265).

A princípio, para o mapeamento pretendido, foi pensado considerar as grandes áreas do CNPq e, em seguida, fazer refinamentos com categorizações, pois, em História, os atos de separar e juntar são os primeiros passos para a produção de documentos.

> Em história tudo começa com o gesto de separar, de reunir. De transformar em 'documentos" certos objetos distribuídos de outra maneira. Essa nova distribuição cultural é o primeiro trabalho. Na realidade, ela consiste em *produzir* documentos, pelo simples fato de recopilar, transcrever ou fotografar esses objetos mudando ao mesmo tempo o seu lugar e o seu estatuto. Este gesto consiste em "isolar" um corpo, como se faz em física, e em "desfigurar" as coisas para constituí-las como peças que preencham lacunas de um conjunto proposto a *priori* ele forma a coleção. (CERTEAU, 2013, p. 22 grifos do autor).

Com isso, pensou-se em catalogar as dissertações segundo as grandes áreas do CNPq, ou seja, 1.01.01.00-4 **Álgebra**, 1.01.02.00-0 **Análise,** 1.01.03.00-7 **Geometria** e **Topologia,** 1.02.00.00-2 **Probabilidade e Estatística**. Em seguida tentou-se englobá-las na área 7.08.00.00-6 **Educação**, já que a área Educação Matemática ainda não foi catalogada pelo CNPq. Então se considerou 7.08.03.00-5 **Planejamento e Avaliação Educacional,** 7.08.03.03-0 **Avaliação de Sistemas, Instituições, Planos e Programas Educacionais**, 7.08.04.00-1 **Ensino-Aprendizagem,** 7.08.04.04-4 **Avaliação da Aprendizagem** e 7.08.05.00-8 **Currículo**. Entretanto essa categorização ajudou pouco na feitura do catálogo para a divulgação entre os professores, pois as grandes áreas agregam muitas subáreas e o catálogo poderia deixar de conter algo mais específico que estivesse sendo procurado. Por essa razão foi descartada.

Compreendeu-se também que outras classificações poderiam ser feitas. Por exemplo: de acordo com os eixos considerados pela BNCC, isto é, **Geometria Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade, Números e Operações e Álgebra e Funções**. Mas poderiam ficar excluídos temas específicos do Ensino Superior.

Por se tratar de dissertações realizadas no Mestrado Profissional de Educação Matemática, foram pensadas as categorias de análise **Ensino**

Fundamental - Séries Iniciais, **Ensino Fundamental - Séries Finais**, Educação **de Jovens e Adultos (EJA**), **Ensino Médio** e **Ensino Superior.** Portanto pesquisas que determinam a realização de atividades na sala de aula (modos de ensinar-aprender tópicos do conteúdo) e pesquisas que tratam da Formação de Professores de Matemática (pesquisas de cunho bibliográfico atreladas ao trabalho de campo).

Feita a leitura dos resumos, procedeu-se à categorização, de acordo com a classificação declarada pelo autor do trabalho. É importante esclarecer que, pela natureza da Matemática e da Educação, o conteúdo das dissertações e o nível de ensino a que se destinam fazem com que correspondam a várias categorias. Portanto foi preciso sempre escolher uma. Então cada uma foi mapeada com o intuito de verificar concepções do autor e contribuições proporcionadas, destacando-se diferentes aspectos. E considerando como fundamentação uma teoria de aprendizagem. Além disso, foram descritos os objetivos correspondentes, embora em alguns casos o autor não os tivesse declarado.

Apresentação e Análise dos Dados

O levantamento e a análise do material permitiram observar uma diversidade de temáticas, com olhares para a aprendizagem, para os professores, para as metodologias utilizadas no processo de ensino-aprendizagem e para materiais didáticos. É importante dizer que está incluído o ensino-aprendizagem de portadores de necessidades especiais.

Estas dissertações abordam, pois, assuntos variados, como Álgebra, Análise Combinatória, Probabilidade e Estatística, Análise Matemática (Real), Cálculo Diferencial e Integral, Derivada, Desenho, Ensino a Distância, Ensino de Fração, Ensino e Aprendizagem para portadores de necessidades especiais, Funções, Geometria, História da Matemática, Inequações, Logaritmo, Matemática e Música, Matemática Financeira e Educação Financeira, Modelagem Matemática, Multiplicação e Divisão, Proporção, Resolução de Problemas e outros assuntos relacionados.

O Quadro 1, a seguir, apresenta o resumo quantitativo das dissertações por ano e por assunto.

Quadro 1 – Distribuição das Dissertações por ano e por assunto.

	ÁL	CE	A N	AV	FO	FU	GE	MF	MO	RP	HI	ND	T
2010	1	1	3	1	4		4			1			15
2011	1	1	3		2		5		4	2			18
2012	1		2	1		1	3	1		1		1	11
2013	2	1	1		3	1	3		4		2		17
2014			4	1			3	2	1				11
2015	1	2	1			1	1		1	1		1	9
2016	2		1	1					1			2	7
2017					3		1	1	2				7
2018		2	2		1	1	1	1	1	1	1	1	12
2019		1	1					1		2		2	7
T	8	8	18	4	13	4	21	6	14	8	3	7	114

Fonte: Dados da pesquisa.

Legenda: ÁL-Álgebra, CE-Combinatória e Estatística, AN-Análise Matemática, AV-Avaliação, FO-Formação, Fu-Funções, GE-Geometria, MF-Matemática Financeira e Educação Financeira, MO-Modelagem Matemática, RP-Resolução de Problemas, HI-História e ND-Não definido

As Tecnologias Informacionais e Comunicacionais (TIC), no processo de ensino-aprendizagem, como em Geometria, Cálculo Diferencial, Análise Real, Trigonometria, foram abordadas em vinte dissertações. Isso é considerado razoável, em vista do que a sociedade vive no momento e de ser um instrumento valioso quando aliado ao processo de ensino-aprendizagem e a pesquisas.

Grande parte das dissertações, isto é, vinte e quatro, tratam da Formação de Professores, ou seja, professores e pesquisadores-professores. Vinte e duas tratam de Modelagem Matemática e diretamente de Resolução de Problemas, caminho importante para se aprender Matemática.

Vinte e uma estudam Geometria, talvez em razão da retomada, após o chamado *abandono da Geometria*. Há dissertações que tratam de Análise Combinatória e Probabilidade e Estatística, Matemática Financeira e Educação Financeira e diretamente de Funções, assunto que quase todas incluíram.

Com isso, numa tentativa de agrupar dissertações com assuntos entrelaçados entre si, procedeu-se a nova categorização. O Quadro 2, a seguir, apresenta a distribuição pelas categorias consideradas.

Quadro 2 – Quantidade e porcentagem de dissertações por categoria.

Categoria		%
1- Álgebra e Funções	12	10,5
2- Análise Combinatória, Probabilidade e Estatística	8	7,0
3. Análise Matemática (Real) e Cálculo Diferencial e Integral	18	15,5
4. Formação de Professores	24	21,1
5. Geometria	21	18,4
6. História da Matemática	3	2,6
7. Matemática Financeira e Educação Financeira	6	5,3
8. Modelagem e Resolução de Problemas	22	19,3
Total	114	100

Fonte: Dados da pesquisa.

Foram consideradas também as categorias Ensino Fundamental, Ensino Médio, Ensino Superior, Formação Continuada e Indefinição do nível de ensino. E o quantitativo por ano de defesa. É o que mostra o Quadro 3.

Quadro 3 – Distribuição das dissertações por nível de ensino e por ano de defesa.

De 2010 a 2019		10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	Total
Ensino Fundamental	Anos Iniciais		1					1	1	1		4
	Anos Finais		3	3	6	4	6	2	1	2	2	29
	EJA	1					1			1		3
Ensino Médio		7	5	4	3	1	1		3	3	3	30
Ensino Superior	Presencial	4	6	3	4	5	1	1		3	2	29
	A Distância	1	2	1	1	1		1				7
Formação Continuada								2	2			4
Indefinição		2	1		3					2		8
Total		15	18	11	17	11	9	7	7	12	7	114

Fonte: Dados da pesquisa.

O Quadro 4, a seguir, mostra que o percentual das dissertações que tratam do Ensino Fundamental (31,6%) se iguala ao das que tratam do Ensino Superior. O percentual das que tratam dos Anos Finais do Ensino Fundamental e o dos que tratam do Ensino Superior Presencial são iguais (25,4%). O maior é das que tratam do Ensino Médio (26,3%). Verifica-se que, relativamente ao Ensino Fundamental, é priorizado o estudo direcionado para os Anos Finais, o que pode ser compreendido pois se trata de um Mestrado de Educação Matemática e não de Pedagogia.

Quadro 4 – Distribuição das dissertações por nível de ensino.

<table>
<tr><td rowspan="3">Ensino Fundamental</td><td>Anos iniciais</td><td>4</td><td rowspan="3">36</td><td rowspan="3">31,6%</td></tr>
<tr><td>Anos Finais</td><td>29</td></tr>
<tr><td>EJA</td><td>3</td></tr>
<tr><td colspan="3">Ensino Médio</td><td>30</td><td>26,3%</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ensino Superior</td><td>Presencial</td><td>29</td><td rowspan="2">36</td><td rowspan="2">31,6%</td></tr>
<tr><td>A Distância</td><td>7</td></tr>
<tr><td colspan="3">Formação Continuada</td><td>4</td><td>3,5%</td></tr>
<tr><td colspan="3">Indefinição</td><td>8</td><td>7%</td></tr>
<tr><td colspan="3">Total</td><td>114</td><td>100%</td></tr>
</table>

Fonte: Dados da pesquisa.

Observou-se a presença de quatro dissertações referentes aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, o que é importante, devido à carência de pesquisas em Educação Matemática para esse nível de ensino. A experiência docente anterior pode, pois, enriquecer a lista dos assuntos tratados.

Além disso, vários resumos relatam experiências inovadoras como resultado de um processo de construção e experimentação em que as atividades pedagógicas propostas foram conduzidas pelos professores-pesquisadores (mestrandos) nas salas de aula. Quando a pesquisa está aliada à prática, ocorre aumento da autonomia do professor e produção de conhecimento sobre o ensino. O mestrando se torna pesquisador de sua prática e é levado a mudar a realidade que estuda. Ele próprio se modifica: passa a ter outra compreensão da realidade em que atua.

Citam-se alguns dos objetos de estudo citados nas dissertações:

- Novas metodologias e propostas didáticas de ensino e análise dos seus resultados em termos de melhorias na aprendizagem dos alunos;
- O lúdico, metodologias para conteúdos específicos;
- Oficinas pedagógicas, trilhas temáticas, projetos;
- Uso de atividades experimentais no ensino;
- A abordagem histórica de conteúdos específicos no ensino;
- As concepções e práticas pedagógicas dos professores;
- Trabalho com projetos e interdisciplinaridade;

- Formação dos professores que atuam no ensino fundamental e médio;
- Avaliação escolar e de sistemas;
- Resolução de problemas como estratégia de ensino;
- Abordagem de conceitos matemáticos por alunos surdos e cegos (em classes regulares e em escolas especificas);
- Informatização no ensino;
- Utilização do lúdico (jogos educativos);
- Problemas e dificuldades de aprendizagem;
- A dimensão afetiva na aprendizagem;
- Representações sociais de conteúdos entre os professores;
- A questão do erro;
- Metodologias ativas.

A dissertação que inclui aplicação em sala de aula envolve questões de ensino- aprendizagem, com ou sem o auxílio de recursos tecnológicos; a dissertação que trata do aspecto teórico tem por base documentos, artigos científicos ou levantamento de dissertações e teses elaboradas em programas de pós-graduação, mas o uso das TIC em Educação Matemática (TICEM) tem destaque (vinte em cento e quatorze).

A Identificação de confluências entre as dissertações evidencia que são orientadas pelo paradigma qualitativo, com procedimentos da pesquisa etnográfica/participante ou do Estudo de Caso. Quanto às metodologias utilizadas, ocorre Estudo de Caso, Grounded Teory (teoria fundamentada nos dados), Estudos Mistos e outras não citadas pelos autores.

Na produção de dados é utilizada entrevista (estruturada e semiestruturada), questionário (fechado, aberto e misto), observação, gravação em áudio e vídeo, anotação em diário de campo, prática pedagógica, observação participante, pesquisa-ação e pesquisa documental. Como é previsível, na análise de dados é usada a análise de conteúdo, de produção escrita de alunos e professores, de discursos e de documentos.

São abordados diferentes aspectos, sendo a fundamentação uma teoria de aprendizagem. Para cada um desses aspectos são identificados os objetivos, ainda que o autor não os tenha declarado. Por limitações de espaço, não estão registradas neste artigo, podendo ser incluídos em trabalho futuro.

Considerações Finais

As dissertações produzidas no âmbito do Mestrado Profissional têm contribuído para divulgar diferentes estratégias e práticas de ensino com o intuito de qualificar o ensino de Matemática tanto na Educação Básica como na Educação Superior. Isso pode ser evidenciado pela participação de professores nos minicursos oferecidos todos os anos pelos mestres em Educação Matemática da UFOP no evento anual promovido pelo PPGEDMAT, o Encontro de Ensino e Pesquisa em Educação Matemática (EEPEM), que se encontra na XII edição. E o resultado das pesquisas realizadas tem sido aceito para apresentação em eventos locais, regionais, nacionais e internacionais e publicação em periódicos com boa classificação. Grande parte dos egressos cursaram ou cursam doutorado acadêmico em universidades nacionais e estrangeiras.

Como cada dissertação foi mapeada, sendo verificadas as concepções do autor, pode haver subsídio para pesquisas futuras de alunos interessados na temática. Também para elaborar um catalogo, pois, para Gamboa (2007), pesquisar sobre a produção científica tem a intenção de classificar pesquisas recentes, verificar o tipo de pesquisa, os conteúdos que estão sendo desenvolvidos, características, serventia e outras finalidades.

Referências

BARROS, J. D'Assunção. Uma Disciplina: entendendo como funcionam os diversos campos de saber. **Opsis,** v.11, n. 1, 252-270, 2011. Disponível em: http://www.revistas.ufg.br/index.php/Opsis/article/viewFile/11246/9500. Acesso em 11/07/2015.

BIEMBENGUT, M. S. **Mapeamento na pesquisa educacional**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna Ltda, 2008.

BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. Modelagem Matemática: mapeamento de dissertações e teses produzidas nos programas de pós-graduação da região sul. **Perspectivas da Educação Matemática***,* v. 10, n. 23, 504-519, 2017. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/issue/view/244. Acesso em 10/03/2020.

CERTEAU, Michel de. **A Escrita da História**. Tradução: Maria de Lourdes Menezes. 3. ed. Rio de Janeiro: Forense, 2013.

FERREIRA, N. S. de A. As pesquisas denominadas “estado da arte”. **Educação & Sociedade**, v. 23, n. 79, 257-272, 2002.
FIORENTINI, D. **Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática**: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação. Tese de doutorado, Faculdade de Educação da UNICAMP. Campinas, 1994.
FIORENTINI, D., GRANDO, R.C., MISKULIN, R.G. S., CRECCI. V.M., R., LIMA, C.R., COSTA, M. C. O professor que ensina matemática como campo de estudo: concepção do projeto de pesquisa. In: **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática**: período 2001-2012 / org.: Fiorentini. D.; Passos, C. L. B.; Lima. R. C. R. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2016, p. 17-41.
GAMBOA, Silvio Sánchez. **Pesquisa em Ed**ucação: métodos e epistemologias. Chapecó, SC: Argos, 2007.
GARRIDO, E. **A técnica close e a compreensão da leitura**: Investigação em textos de estudos sociais para a 6ª série. Dissertação de mestrado, USP. São Paulo, 1979.
GUIMARÃES, J. A. C. O resumo como instrumento para a divulgação e a pesquisa científica. **Revista Brasileira de Educação Especial**, v.11, n.1, 3-16, 2005.
KILPATRICK, J. Fincando estacas: Uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico. Tradução: Rosana G. S. Miskulin; Cármen Lúcia B. Passos; Regina C. Grando e Elisabeth A Araújo**. Zetetiké,** v. 4, n. 5, p. 99-120, 1996.
MALHEIROS, A. P. Pesquisas em Modelagem Matemática e diferentes tendências em Educação e em Educação Matemática. **BOLEMA**, v. 26, n. 43, 861-882, 2012.
MEGID NETO, J. **Tendências da pesquisa acadêmica sobre o ensino de ciências no nível fundamental.** Tese de doutorado, Faculdade de Educação da UNICAMP. Campinas, 1999.
ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em educação. **Diálogo Educacional**, vol. 6, n°19, 37-50, 2006.
ROSA, K. C. **Ambientes computacionais no contexto da Geometria**: panorama das teses e dissertações no Programa de Educação Matemática da PUC-SP de 1994 a 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.
SCHMITT, A. L. F.; BIEMBENGUT, M. S. Mapeamento das pesquisas sobre modelagem matemática no cenário mundial: análise dos trabalhos no 14º grupo de estudo do Comitê Internacional de Educação Matemática – Study Group, 14 – ICMI. **Dynamis Revista TecnoCientífica***,* v. 13, n. 1, 1-10, 2007.
VALENTE, W. R. Os diálogos trans, inter e intra da história da educação matemática no Brasil. In: VALENTE, Wagner Rodrigues. (Org.). **História da Educação Matemática no Brasil**: problemáticas de pesquisa, fontes, referências teórico-metodológicas e histórias elaboradas. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014. p. 97-116.

MATEMÁTICA ISLÂMICA NA FIGURA DE AL-BIRUNI

Giselle Costa de Sousa
UFRN
gisellecsousa@hotmail.com

Resumo

A região islâmica durante a idade média contou com a contruibuição de muitos personagens com desejo de adquirir conhecimento, entre esses, surge um que se destingue dos demais pelo volume de suas obras, habilidades e progresso em diversas áreas de conhecimento. Al-Biruni é um dos maiores estudiosos desse tempo tendo feito contribuições significativas durante sua vida de aprendizado. Estudiosos do tempo moderno consideram que Al-Biruni tenha escrito quase 200 trabalhos. Destes, poucos permanecem, a grande maioria se perdeu ao longo dos anos. Muitos dos volumes existentes de Al-Biruni ainda não foram traduzidos do árabe, tornando difícil para os academicos ocidentais estudarem seu trabalho. Assim, o presente artigo busca apresentar alguns traços biográficos desse personagem dentro do contexto da matemática islâmica e tem como foco principal destacar suas contribuições no que diz respeito às publicações científicas. Nesse sentido, disponibilizamos informações organizadas sobre o corpo de trabalho observável do Al-biruni e a partir dessa construção, temos a oportunidade de detalhar ainda mais suas contribuições para o desenvolvimento da Matemática, especialmente, a partir da disponibilização de material em língua portuguesa, possibilitando, a percepção de suas influências e sua condução dentro do campo da Matemática como fruto uma pesquisa histórica de caráter bibliográfico.

Palavras-chave: História da Matemática. Matemática Islâmica. Al-Biruni.

Introdução

Os subsídios dos matemáticos islâmicos ajudaram grandemente para o desenvolvimento de boa parte da Matemática Ocidental, porém ainda se observam poucos registros desta contribuição no rol de assuntos da História da Matemática, no mais, os que existem geralmente não detalham tais contribuições. Conforme levantamento bibliográfico, existe uma escassez quanto a livros de História da Matemática em português que tratem das contribuições islâmicas para o desenvolvimento da Matemática.

De acordo com Scheppler (2006, p. 10),

> Para apreciar plenamente a origem e o progresso das artes e das ciências, devemos explorar a perspectiva histórica para estudar aqueles que vieram antes e prepararam o caminho para a descoberta científica futura. As disciplinas matemáticas como a álgebra e a trigonometria, por exemplo, são fundamentais para cálculos precisos no campo da astronomia. Ambas as disciplinas se originaram em terras Muçulmanas, mas sabemos mais sobre os estudiosos da Renascença que aplicavam as fórmulas do que os estudiosos muçulmanos que desenvolveu-as, o tempo está maduro para aumentar a nossa compreensão desta região fundamental do globo.

Desse modo, o trabalho em questão, propõe trazer à tona parte desta História considerando as contribuições dos que prepararam o caminho para avanços da Matemática principalmente a partir dos progressos astronômicos islâmicos. Como representante deste cenário, apresentamos um levantamento dos trabalhos de um Matemático Islâmico, que se destacou pelo volume e pela relevância das suas produções, sendo uma das figuras mais marcantes dentro desse contexto, Al-Biruni (973-1048).

Metodologia

A fim de perceber a conjuntura metodológica do trabalho em questão, faz-se necessário que entendamos os métodos e fundamentos que foram utilizados para desenvolvê-lo. Neste sentido, o presente artigo tem sua importância fundamentada nas contribuições da História da Matemática enquanto campo de pesquisa da Educação Matemática se respaldando numa pesquisa enquadrada como qualitativa bibliográfica.

Tal pesquisa é de caráter fundamentalmente descritivo em que procuramos fazer um levantamento das obras do referido autor em paralelo a alguns dados biográficos, detalhando o que trata cada uma delas, assim como bem coloca Oliveira (2008, p.2) ao considerar que “as noções teórico-metodológicas que estão presentes nesse tipo de pesquisa estão embasadas numa linha investigativa denominada de interacionista, que se diferencia da postura positivista no tratamento dos dados”.

De tal modo, é levada em consideração a questão subjetiva, pois a partir de então, conseguimos entender e analisar os objetos de estudos enquanto parte do mundo social de forma mais crítica, oportunizando fazer um levantamento de suas obras enquanto fruto das suas relações sociais, nos mais diferentes ambientes e a aspectos. Assim, não nos limitamos a narrar somente as obras que marcam a trajetória de conhecimento que compõe a vida de Al-Biruni, mas descrevê-las sobretudo imersas dentro do seu contexto, quando possível.

Portanto, adotou-se o seguinte percurso metodológico, a saber: Fizemos a tradução de uma obra publicada em inglês que tem por título *AL-BIRUNI*

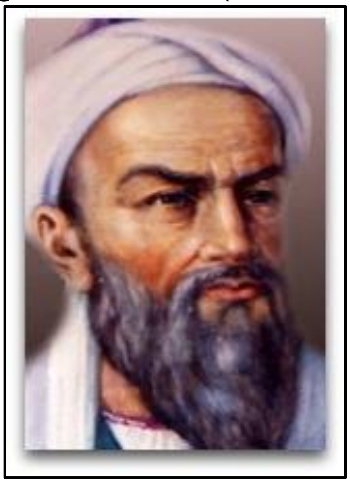
Master Astronomer and Muslim Scholar of the Elevery Century, de Bill Scheppler (2006). Posteriormente, identificamos nesse trabalho traços de sua biografia e as obras que Al-biruni publicou, fazendo assim, um levantamento inicial destas. O mesmo aconteceu com as informações que estão presentes em uma biografia já delineada encontrada no *Mathematical MacTutor History of Mathematics Archives*, organizado pela *School of Mathematical and Computational Sciences da University of St Andrews*. Depois, foram pesquisados artigos, revistas e sites que continham mais informações sobre as obras já encontradas nessas fontes iniciais de pesquisa, assim como também informações de obras que não foram inicialmente identificadas nas fontes de pesquisas supracitadas. Logo, procuramos construir informações mais consistentes sobre o corpo de trabalho observável de Al-Biruni de modo a organizar essas informações e disponibiliza-las em forma de um material atualizado em língua portuguesa.

Para essa organização, fizemos levantamento qualitativo das produções do autor e sistematizamos uma lista dos trabalhos escolhidos para analisar, cuja organização segue padrão de elencar título (árabe, inglês e português), e informações sobre o conteúdo mais fonte, conforme conta adiante.

Linhas biográficas de Al-Biruni

Abu Raihan Muhammad ibn Ahmad Al-Biruni, ou como conhecido Al-Biruni, nasce em 15 de setembro de 973 em uma região adjacente ao Mar de Aral, conhecida como Karakalpakstan, nos arredores de Kath. Atualmente a cidade onde ele nasceu é chamada de Biruni em homenagem a esse grande estudioso. Al-Biruni nasceu em uma família muçulmana xiita, originalmente do Tajiquistão na Ásia Central, a oeste da China. Pouco se sabe sobre a educação de Al-Biruni porque ele não era de família influente e não deixou escritos autobiográficos, mas o que podemos extrair das fontes disponíveis é que Al-Biruni, em uma idade muito jovem, já se destacava e construiu sua reputação e fama exclusivamente sobre os méritos de seu notável trabalho, por muitas vezes orientado pelo famoso astrônomo e matemático Abu Nasr Mansur (970-1036).

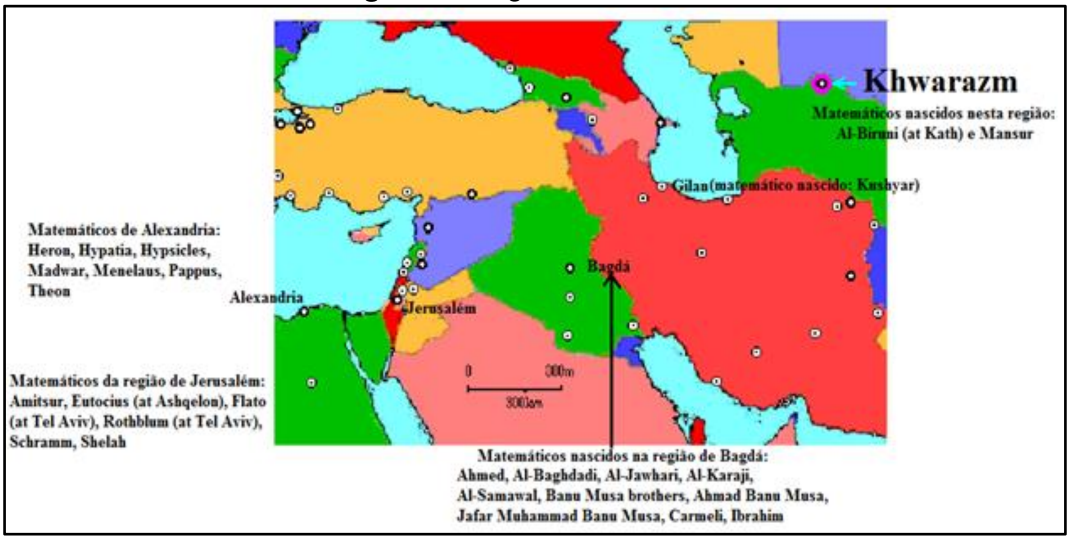
Figura 1: Al-Biruni (973–1048).



Fonte: (ELEKTRONSKE..., 2015).

Destacam-se no mapa a seguir diversos matemáticos de diferentes épocas que também a pertenceram a mesma região de Al-Biruni, o que mostra uma área de profunda produção matemática e que o envolve. Este, por sua vez, percorreu diversas destas cidades e se correspondeu e/ou conviveu com vários outros personagens.

Figura 2: Região de Al-Biruni.



Fonte: MacTutor (1999).

Além de estudioso célebre, Al-Biruni era um Muçulmano devoto, cuja concepção religiosa alimentou sua busca pelo conhecimento e o fez construir seu trabalho em torno da sua fé. Seu trabalho começa com a análise de teorias existentes, procurando sempre refutar as que iam contra os ensinamentos do

Alcorão, Al-biruni acreditava que esse deveria ser o objetivo de todos os Muçulmanos. Ele também considerava que, as descobertas entorno dos fenômenos o aproximava de Deus, vendo dessa maneira o caminho para entender Deus como um processo metódico. Realmente, a integração da ciência e da religião alimentou uma série de avanços e descobertas, de modo que o foco religioso de Al-Biruni o influenciou em algumas de suas conclusões. Assim, a aptidão de Al-Biruni para aprender é inspirada na fé e a sua paixão pelo conhecimento, que pavimentam um caminho de muitas descobertas. Tal característica não era exclusiva de Al-Biruni, mas faz parte do contexto da ciência islâmica medieval.

Rapidamente Al-Biruni ganha sua reputação enquanto estudioso nato e em 990 ele foi convidado a estudar sob o patrocínio de Abu Nasr Mansur ibn Iraque, sendo essa, a primeira figura conhecida por ter desempenhado um papel fundamental no desenvolvimento educacional de Al-Biruni. Assim, Abu Nasr Mansur ibn Iraque proporcionou-lhe uma educação mais formal junto a professores mais estabelecidos, o que pela falta de condições Al-Biruni não teve. O estudioso mais velho desenvolveu um profundo respeito por Al-Biruni e provavelmente o viu como um acadêmico do mesmo nível, se não um mestre.

Apesar disso, sua profícua produção e crescimento sofrerá interferência da região de Khwarizm onde Al-Biruni nasceu, pois, foi envolvida por diversas tensões e fragmentações políticas que foram acompanhadas por tensão religiosa entre suitas e xiitas. Além disso, foi dividida verticalmente ao longo do caminho do rio Oxus, com cada lado sendo governado por uma dinastia independente e intransigente. Khwarazm era nesta época parte do Império Samanid que era governado por Bukhara. Um reino que estava rapidamente aumentando de influência foi o Ghaznavids cuja capital estava em Ghazna no Afeganistão, um reino que desempenha papel importante na vida de Al-Biruni.

Conforme Scheppler (2006, p. 14),

> O califado começou seu declínio em meados do século IX durante o reinado de Caplin al-Mutawakkil, que foi assassinado em 861 dC e sucedido por seu irmão Caliph al-Wathiq. Esse enfraquecimento do poder central levou ao surgimento de dinastias independentes, particularmente nas terras Muçulmanas que estavam mais distantes do contato do califa.

O aparecimento das dinastias independentes e a política expansionista das dinastias é um fator que faz com que Al-biruni viva entorno de tensões políticas e constantes enfrentamentos de modo que Al-Biruni imerso nessa situação é obrigado muitas vezes a procurar sua independência em outros lugares. A instabilidade da liderança política do califado levou a um aumento de sangue entre os grupos Muçulmanos que disputavam o poder e essa essa dinâmica levou muitas vezes Al-Biruni a interromper seus trabalhos e/ou perde-los, sendo destruídos.

Nesse contexto, após diversas mudanças, já aos 58 anos depois de muitas idas e voltas aos principais centros de astronomia da região, Al-Biruni decide ficar e não interromper mais seus trabalhos que estavam em andamento sobre o patrocínio do Masud, um ávido astrônomo, que teve um grande respeito por Al-Biruni e o encorajou a continuar seu trabalho sem pausa. Assim, Al-Biruni desenvolveu com Masud um relacionamento baseado em admiração mútua, além disso, Masud forneceu um ambiente que lhe permitiu dedicar seu tempo e energia completamente à busca do conhecimento. Como forma de gratidão, Al-Biruni dedica sua principal obra *Astronomia e trigonometria* a este patrono. Vale ressaltar que Al-Biruni escreveu outros livros para Masud como forma de educar o sultão sobre temas em que ele mostrou interesse.

Em 1039 a incerteza vem de novo na vida de Al-Biruni, eventos causam mais ansiedade para Al-Biruni, relacionados eventualmente a mudança de governo novamente, agora Ghaznah está sobre o comando de Mawdud, no entanto, as coisas não mudaram muito para Al-Biruni com ele temia. De fato, esse período marca a finalização de alguns trabalhos como por exemplo *Livro das Pedras preciosas, Livro de Regras e Matéria médica*.

Al-Biruni morre em 1048, e estuda até seu último suspiro, mesmo já limitado pela falta de visão e perca da memória.

Conforme posto, dos trabalhos desenvolvidos por Al-Biruni, poucos permanecem, a grande maioria se perdeu ao longo do tempo, e muitos desses ainda se encontram em Árabe.

A produção desenvolvida por Al-Biruni, especialmente quanto a Matemática, está especialmente ligada ao desenvolvimento de uma ferramenta para possibilitar o estudo de sua principal área de interesse, a Astronomia, pois é impossível mapear e rastrear os céus sem entender equações matemáticas. Portanto, para Al-Biruni começar a entender a Astronomia teve que se tornar especialista em áreas como Aritmética, Álgebra e Geometria, dando a Matemática um caráter experimental e utilitarista.

Obras de Al-Birubi

Considerado um dos maiores pensadores da história, Al-Biruni era um homem cuja aptidão intelectual era muito diversificada. Realmente, Al-Biruni produz uma lista de trabalhos que não se destacam somente pelo seu volume, mas também, pela sua relevância. Ele se envolveu com tal produção ainda bem jovem, aos 17 anos, e continuou sua produção até cerca de 60 anos. Parte de suas obras sobreviventes não são mencionadas neste trabalho, tendo em vista que tratamos de um índice parcial na melhor das hipóteses em função das condições dos dados obtidos na pesquisa bibliográfica realizada. Muitas de suas obras se encontram em fontes persas e árabes, e poucas dessas foram traduzidas para o inglês. Se conhecem alguns trabalhos por referências a estes em outros, mas não pela constatação de sua existência física (sendo alguns perdidos). Desse modo, o número total de sua produção é incerto, uns afirmam ser cerca de 200 outros consideram ser 126 ou 146 trabalhos. Adotamos nossas referências para inferir sobre esta quantidade e assim explorar seu conteúdo. Além disso, Al-Biruni, deixa em cada trabalho comentários extremamente originais sobre assuntos aparentemente não relacionados.

De acordo com o site *The Muslin Times*, apud (Kennedy, E. S. (1970–80)) as obras de Al-Biruni são 146 no total. Estes incluem 35 livros sobre Astronomia, 4 em Astrolábios, 23 em Astrologia, 5 em Cronologia, 2 sobre tempo de medição, 9 em Geografia, 10 em Geodesia e Teoria de mapeamento, 15 em Matemática (8 em Aritmética, 5 em Geometria e 2 em Trigonometria), 2 em Mecânica, 2 em Medicina e Farmacologia, 1 em Meteorologia, 2 em Mineralogia e gemas, 4 em História, 2 sobre à Índia, 3 sobre Religião e Filosofia, 16 obras literárias, 2 livros sobre magia e 9 livros não classificados. Dentre estas obras, apenas 22 sobreviveram, e apenas 13 dessas obras foram publicadas. Dessas mencionadas, catalogamos 8 mais famosas e registramos aqui, sendo que 5 se referem a Matemática, com base em fontes fidedignas, cujas informações foram organizadas em uma lista em que disponibilizamos o título da referida obra em Inglês / Português e tecemos comentários sobre cada uma delas, com base em uma fonte que também é apresentada conforme consta adiante, essas, não seguem à risca as normas da ABNT, tendo em vista que as informações de algumas fontes obtidas, não foram encontradas com todos os pormenores exigidos.

The elements od the Art of Astrology / Elementos da arte e astrologia

Trata-se de um manuscrito e uma importante obra do Al-Biruni em que ele faz a descrição de uma lista abrangente de mais de 150 lotes, várias relações planetárias e posições planetárias relativas ao sol, estabelecendo ainda um conjunto de regras e notas abrangentes sobre fenômenos meteorológicos. Com o pretexto de ensinar Astrologia para o seu patrão Rayḥanah (para quem o livro foi dedicado), ele dedicou quase dois terços desse trabalho volumoso para abordar assuntos como Matemática elementar, Astronomia, Geografia, Cronologia e fabricação do astrolábio como instrumento. Esses assuntos se encontram escritos na obra no formato de perguntas e respostas.

The Chronology of the Ancient Nations / A Cronologia das Nações Antigas

Entrelaçando com mestria leituras astronômicas e equações matemáticas, Al-Biruni consegue desenvolver métodos para identificar localizações gravando graus de latitude e longitude. Ao longo de sua vida, enquanto viajava pela região leste do Oriente Médio e no oeste da Índia, Al-Biruni aproveitou qualquer oportunidade para mapear uma nova cidade. Ele desenvolveu técnicas semelhantes para medir as alturas das montanhas, as profundezas dos vales e a extensão do horizonte, cujas documentações registra nesse exemplar. Desse modo, ele reúne nessa obra um estudo comparativo de calendários de diferentes culturas e civilizações, combinados com informações matemáticas, astronômicas e históricas, explorando os costumes e religiões de diferentes povos, constituindo assim, um singular relato antropológico universal de várias culturas de modo que registra até mesmo a tradição de culturas longas mortas ou de outras culturas que estavam prestes a desaparecem, por exemplo, temos presente nessa obra um tratamento mais elaborado do calendário judeu - mais extenso do que qualquer fonte hebraica medieval sobrevivente e mais cientificamente fundamentado do que qualquer outro tratamento que este calendário havia recebido até então.

Verifying all that the Indians count, the reasonable and the irrational / Verificando tudo o que os índios contam, o razoável e o irracional.

Também conhecido como A História da Índia, trata-se de um livro sobre a cultura indiana sendo considerado um dos trabalhos mais importantes de suas obras enciclopédicas. Esse exemplar inclui toda a tradição que Al-Biruni reuniu sobre a Índia e sua ciência, religião, literatura e costumes. Assim, a *Índia* é um trabalho denso que abrange muitos aspectos diferentes do país. Nele, Al-Biruni descreve a religião e a filosofia da Índia, seu sistema de castas e os costumes matrimoniais, estudando ainda detalhadamente os sistemas indianos de escrita e de numeração antes de prosseguir para examinar a geografia do país. O livro também examina astronomia indiana, astrologia e o calendário. Portanto, essa obra preserva a melhor descrição pré-moderna das culturas que Al-Biruni conheceu.

Astronomer and trigonometry / Astronomia e Trigomometria

É um trabalho que Al-Biruni dedica a Masud, filho de Mahmud de Ghazna, em que Al-Biruni reuni todo o conhecimento astronômico de fontes como Ptolomeu (Ptolemaida Hérmia, Egito, 90 d.C. - Canopo, Egito, 168 d.C.), na verdade, utiliza seus dados de observação para refutar o apogeu solar imobilizado de Ptolomeu. Nele, Al-Birui não só realizou pesquisas sobre teorias, mas também escreveu uma análise aprofundada, com explicação de um astrolábio e como deveria funcionar. Esse volume marca sua contribuição final para a Trigonometria em que Al-Biruni apresentou equações matemáticas previamente desconhecidas que ele desenvolveu para medir a circunferência da Terra e explicar a rotação do planeta em seu eixo. O livro também define métodos para medir os vários lados das formas até o decágrio e prossegue para os cálculos deserários de arcos e arcos complementares. Formou técnicas para encontrar o raio de um círculo, que são os primeiros exemplos de cálculo na matemática clássica. Em outras áreas de estudo, Al-Biruni pesquisou, por exemplo, os métodos de estudiosos do passado, como Abu Al-Wafa Al-Buzjani e Al Khwarizmi, e avaliou criticamente seu trabalho para chegar a resultados mais precisos.

Cartograpy / Cartografia

Essa é uma de suas primeiras obras importantes, um breve tratado intitulado Cartografia, no estudo de gráficos e mapas. Nesse livro, Al-Biruni descreveu cálculos para projetar um hemisfério do globo em um plano de maneira que ele poderia então posicionar com precisão as locações das cidades para as quais ele mediu e registrou latitudes. Com isso, Al-Biruni estava a caminho de inventar o que se tornaria o sistema de coordenadas conhecido por coordenadas polares.

Avaliamos a listagem dos trabalhos supracitados como exemplares da vasta e variada produção/contribuição científica de Al-Biruni, principalmente ligadas ao desenvolvimento da matemática e astronomia, as 5 obras abordam aspectos matemáticos que são exemplares de sua utilidade, sobretudo para resolver problemas astronômicos, sua principal área de interesse e reconhecimento, revelando uma Matemática prática e significante.

Considerações

Al-Biruni é um erudito talentoso que exemplica os grandes avanços no conhecimento humano na compreensão do universo e do mundo, nas suas dimensões natural e humana. A ótica de Al-Biruni é uma forte prova de que o Islã pode inspirar avanços no conhecimento científico das ciências naturais, humanas e exatas. Muitos de seus livros existentes ainda não foram (totalmente) traduzidos e investigados, de maneira que estudos demonstram a enorme dívida que a humanidade deve aos esforços acadêmicos de Al-Biruni, juntamente com estudiosos contemporâneos com quem ele colaborou.

Nesse contexto, as obras de Al-Biruni desempenham um importante papel na compreensão de como ele pôde adquirir, produzir e ensinar conhecimentos acadêmicos, mesmo diante de adversidades políticas e com forte convicção religiosa. Leitura e correção de vários livros, verificação de técnicas e procedimentos, indagações sobre práticas, implementações de métodos bem como de teorias, dados desafiantes, explicações e exploração culturas desconhecidas de conhecimento são importantes componentes, que retratam um cenário em podemos ver um homem dotado e um organizador inteligente, que desenvolve com seriedade suas investigações.

Se propondo a tratar das contribuições do matemático Islâmico Al-Biruni, vemos pelo levantamento das obras realizado nesse trabalho, um campo fecundo e pouco explorado de estudos que nos abre várias perspectivas para o entendimento do conhecimento matemático, de modo que podemos observar a Matemática enquanto saber construído pelo homem de maneira não-linear, num caminhar cheio de incertezas, intuições, tentativas, erros e acertos, que seria uma das maiores discussões dentro da Filosofia e Filosofia da ciência.

É evidente que, considerando o volume de informações apresentado até aqui, a importância dessa pesquisa fica, a esta altura, por si só evidente. Como afirmamos, é possível dizer que são poucos os livros em português que tratam da História da Matemática do Islã medieval, e a escassez da abordagem das contribuições islâmicas para a Matemática nos fazem olhar para esse tema como potencial. Trabalhamos entorno da necessidade de ser deixada alguma contribuição para o corpo de conhecimentos da História da Matemática do Islã medieval na Língua Portuguesa, e de fato como fazemos, sistematizamos o trabalho do autor pesquisado, permitindo a construção de um conjunto de informações mais consistentes e completas acerca de Al-Biruni. Com isso, trazemos à tona um homem talentoso e com um olhar de longo alcance para as ciências, cujo trabalho demostra a mestria para quantificar e interpretar logicamente o mundo.

Referências

AHMAD, Abu'l-Raihan Muhammad ibn. **The Cronology of índia**. Translated and edited, with notes and index, by Edward Sachau. London: published for the oriental translation fund of great britain & ireland, 1879. Disponível em: <http://www.astrologiamedieval.com/tabelas/AlBiruni_The_Chronology_of_Ancient_Nations.pdf >. Acesso em: 20/11/2017.

ELEKTRONSKE Novine Sandzak Press. 2015. Disponível em:<http://sandzakpress.net/islamski-ucenjak-otkrio-ameriku-500-godina-prije-kolumba>. Acesso em: 10 jan. 2018.

MACTUTOR. **History of Mathematics archive**. (1999). Disponível em: <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Al-Biruni.html>. Acesso em: 23 ago. 2017.

O'CONNOR, John J.; ROBERTSON, Edmund F. *MacTutor History of Mathematics archive.* University of St Andrews, Escócia. Disponível em: <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Al-Biruni.html>. Acesso em: 23/11/2017.

SACHAU, Edward c. **ALBERUNI'S INDIA,** vol. 1, London: L™ Dryden House, Gerrard Street, 1910. Disponível em: <https://ia802708.us.archive.org/13/items/alberunisindiaac01biru/alberunisindiaac01biru.pdf>. Acesso em: 24/11/2017.

SCHEPPLER, Bill. **AL-BIRUNI Master Astronomer and Muslim Scholar of the Elevery Century.** New York: The Rosen Publishing Group, 2006.

SHAH, Zia H; TSCHANNEN, Rafig A.; VIRK, Zakaria. **The Muslim Times: Fostering Universal Brotherhoob in Our Global Village.** Disponível em: <https://themuslimtimes.info/>. Acesso em: 18/11/2017.

O ÁBACO E O TEXTO HISTÓRICO *TRAITÉ DE GERBERT* COMO RECURSOS DIDÁTICOS NA ARTICULAÇÃO ENTRE A HISTÓRIA E O ENSINO DA MATEMÁTICA

Suziê Maria de Albuquerque
IFCE
suziealbuquerque@hotmail.com

Ana Carolina Costa Pereira
UECE
carolina.pereira@uece.br

Resumo

O ábaco foi utilizado por Gerbert de Aurilac (946 -1003) no final do século X na França, com o intuito de realizar cálculos aritméticos de forma prática. No entanto, a complexidade operacional agregada à inserção dos algarismos arábicos na Europa induziu o intelectual Gerbert a elaborar um texto com instruções de uso intitulado *Traité de Gerbert*, no qual constam as regras de multiplicação e divisão aplicadas no Ábaco. Neste estudo serão apresentados elementos da dimensão contextual de elaboração desses vestígios históricos de maneira a dar início ao movimento do pensamento entre o passado e o presente com o objetivo de compreender os processos de construção do conhecimento matemático em relação às operações aritméticas em questão. Para isso, foi realizada uma pesquisa documental, pois tem como ponto de partida o *Traité de Gerbert* na versão de Chasles (1843). Considerando o Ábaco citado e o texto histórico como Recursos Didáticos, verificou-se que o contexto de elaboração das ideias matemática no passado está repleto de possibilidades didáticas para a sala se aula atual. Assim, é apresentada uma proposta preliminar de articulação entre a História que emerge dessas fontes para futuras aplicações no Ensino de Matemática.

Palavras-chave: Ábaco. Traité de Gerbert. História e Ensino da Matemática.

Introdução

A articulação entre a história e o ensino tem sido tema de estudo de pesquisadores da área de Educação Matemática no Brasil, com o intuito de incorporar elementos históricos no currículo escolar, por meio da adoção de tendências historiográficas que valorizem os processos de elaboração, transformação e disseminação de conhecimentos matemáticos ao longo dos tempos.

Estudos nesse sentido[1] tem sido renovados com parcerias entre historiadores e educadores matemáticos, como é o caso do intercâmbio entre o

[1] Vide Albuquerque(2019), Alves (2019), Batista (2018) e Soares (2019).

grupo História e Epistemologia na Educação Matemática (HEEMa) da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC -SP) e o Grupo de Pesquisas em Educação e História da Matemática (GPEHM), da Universidade Estadual do Ceará (UECE). Essa iniciativa tem explorado a construção de interfaces entre história e ensino de matemática partindo do uso de documentos históricos originais que conduzem o pesquisador a acessar a matemática do passado de modo a obter subsídios didáticos para o ensino de matemática (PEREIRA; SAITO, 2018).

Nesse sentido, Pereira e Saito (2019) enfatizam que a construção de uma interface desse tipo tem início com a escolha de um documento histórico[2], a partir do qual são realizados dois movimentos: um no sentido de compreender o contexto de elaboração, transmissão e transformação de conceitos matemáticos no passado e um outro, denominado de movimento do pensamento, que se volta para a formação dos conceitos, buscando que esses sejam entendidos fazendo uso de conceitos modernos.

Em conformidade com essa concepção, foi selecionado o *Traité de Gerbert*, na versão de 1843, traduzido do latim para o francês por Michael Chasles[3]. Esse documento original do século X expõe as regras de multiplicação e divisão para o uso de um ábaco medieval. Entretanto, em seu conteúdo foi omitida a descrição da estrutura física do instrumento.

O indício historiográfico mencionado demandou a realização de um estudo do contexto histórico em que o texto original foi escrito para colher evidências sobre o instrumento e seu manuseio utilizado os comandos propostos por Gerbert (1843) para uma posterior utilização desses recursos advindos da história no ensino.

Diante do exposto, esta produção corresponde ao início movimento de estudo do cenário em que as ideias matemática foram elaboradas no passado. Para tanto, fundamentou-se em Alfonso-Goldfarb, Ferraz e Waisse (2013), abordando o estudo documental nas esferas contextual e historiográfica, de

[2] Vide Silva (2018).
[3] Professor da *École Polytechnique* em Paris e membro da *Royal Society* em Londres, estudioso de temas em história da matemática (ENCYCLOPAEDIA BRITANNICA, 2018).

maneira que esses aspectos combinados colaboraram na compreensão dos conhecimentos matemáticos do passado, considerando os diversos fatores que influenciaram em sua elaboração, transformação e transmissão.

O estudo documental na articulação entre a história e o ensino de matemática a partir do *Traité de Gerbert*

O estudo documental se constituiu nesta pesquisa como um primeiro momento na construção de uma interface entre a história e o ensino, conduzindo o pesquisador a conhecer o contexto histórico em que as ideias matemáticas foram desenvolvidas, perfazendo um movimento lógico-histórico. Nesse sentido, é relevante pontuar o que seja considerado um documento na perspectiva da historiografia atualizada[4].

De acordo com Saito (2015, p. 27), "[...] fazem parte desse conjunto de documentos não só livros e tratados, mas também cartas, manuscritos, minutas e outros documentos não só escritos, mas também aqueles da cultura material, tais como instrumentos, monumentos, máquinas, etc." Ou seja, todos os vestígios físicos que possam apresentar informações sobre o passado, evidenciando as características sociais e culturais de determinada civilização.

Dentre os documentos advindos da história, a motivação para a escolha do *Traité de Gerbert* publicado em 1843 foi devido este ser escrito em idioma mais acessível, enquanto outras versões mais antigas da obra se apresentam no idioma latim. Essas últimas podem ser encontradas no compêndio de Olleris (1867), chamadas de *Libellus de numerorum divisione* (livro menor ou livreto da divisão dos números) e *Regula de Abaco Computi* (uma versão maior com 38 páginas). Entretanto, devido a questões de ordem prática, tempo e domínio idiomático, optou-se pela publicação francesa do texto.

De posse da versão de Chasles (1843a), do *Traité de Gerbert*, foi realizada a tradução para o português. É importante ressaltar que a dedicatória e as regras de multiplicação estavam escritas em latim e a parte da divisão em

[4] Vide Saito (2015)

francês. Esse procedimento de aproximação com a língua materna é considerável para otimizar a compreensão do texto, tornando-o familiar ao pesquisador, apesar de que alguns termos, como *dígitos* e *artículos*, permaneçam como estavam, devido ao fato de não ter se encontrado uma correspondência adequada que remetesse ao significado desses termos advindos do latim.

O conhecimento acerca do contexto em que *Traité de Gerbert* (1843) foi escrito é o primeiro momento do estudo documental. Dessa maneira, foi, a partir do referido texto, que se situou o espaço e o tempo em que as ideias matemáticas foram sendo disseminadas no ocidente latino no período medieval (Séculos X-XI).

A começar dessa delimitação, buscou-se, nas regras de cálculos contidas no tratado e na dedicatória que antecede esses ensinamentos, indícios de como a organização social, econômica, religiosa e política influenciaram na produção aritmética do século X. Essa percepção contextual foi notada a partir das conexões estabelecidas entre a aritmética, geometria, astronomia e música, artes cultivadas desde a antiguidade.

Para vislumbrar o contexto histórico de produção de noções aritméticas sobre a multiplicação dos números, fez-se necessário, ainda, discutir a vida e a obra de Gerbert. A autoria do tratado foi identificada na dedicatória do documento na qual Gerbert se dirige a um de seus discípulos, o monge Constantino. As informações iniciais sobre o autor foram obtidas a partir de escritos de outro discípulo do mesmo, Richer (1847), que descreveu de forma detalhada a história do seu tempo, bem como de outras biografias sobre Gerbert (OLLERIS, 1867; BALDWIN, 1825; LOUPOT, 1869).

Gerbert era uma pessoa influente e que tinha acesso a produções de diversas culturas, ele, possivelmente, não produziu pela primeira vez esses registros históricos, mas talvez tenha se apoiado em outros materiais adquiridos e estudados. Caracterizando-se, portanto, sua participação na transmissão dos conhecimentos mobilizados na arte de calcular. Esse ponto pode ser melhor compreendido quando se entende a função desses tipos de documentos para a sociedade da época.

Um breve contexto histórico das ideias matemáticas que emergem do *Traité de Gerbert* na versão de 1843

Originalmente escrito por volta do ano 976 da era cristã, o *Traité de Gerbert* é um dos tratados que circulavam entre os intelectuais do ocidente latino que se interessavam pelo estudo das artes liberais do *Trivim*[5] e do *Quadrivim*[6]. Esse último conjunto corresponde aos conhecimentos matemáticos que eram discutidos nas sedes monásticas da Igreja Católica Apostólica Romana, nas quais se reuniam religiosos e nobres para discutirem questões de ordem teórica e prática.

Essa disseminação de conhecimentos foi possível devido a um movimento de recuperação dos textos antigos gregos que estavam em posse dos povos árabes. O fim das invasões bárbaras[7] proporcionou maior segurança no deslocamento entre os centros urbanos, promovendo a expansão comercial e um consequente aumento populacional e aprimoramento das estruturas organizacionais das cidades medievais.

A criação de novas rotas comerciais e a competitividade entre os negociantes de mercadorias demandou a realização de cálculos cada vez mais rápidos e precisos. Considerando que, no referido momento histórico, os procedimentos de cálculo eram efetuados com "[...] auxílio dos dedos, de ábacos ou de tabelas com resultados preparados com antecedência" (SAITO, 2015, p. 125), adotando-se o sistema romano de numeração que se utilizava de letras para representar os números.

Nesse sistema, prevalecia o caráter cardinal, o que demandava a utilização do ábaco romano que funcionava com a disposição de fichas nas quais cada uma tinha o valor de uma unidade. Ou seja, para representar nove unidades, era necessário dispor 9 fichas. A otimização desses cálculos, foi possível com o acesso a textos gregos como o de Boécio (480-524)[8] que

[5] Conjunto das artes liberais formado pela lógica, gramática e retórica.
[6] Conjunto das artes liberais composto pelas áreas da aritmética, astronomia, geometria e música.
[7] Vide Le Goff (2016).
[8] Filósofo, poeta, enciclopedista e estadista romano. Boécio foi uma das principais fontes de material para o *quadrivium*, suas obras influenciaram os intelectuais medievais.

propôs o uso de um ábaco semelhante, mas que utilizasse nove símbolos para representar os algarismos de 1 a 9.

Esses conhecimentos antigos estavam registrados em tratados que chegavam aos centros de estudos medievais. Um desses redutos se concentrou na escola de Reims (972-982), no reino da França, que esteve sob a administração de Gerbert de Aurilac (946-1003) (FIGURA 1), religioso benedito nascido na cidade de Aurilac que teria sido conduzido aos cuidados da Igreja ao ficar órfão ainda criança, chegando a Pontífice da Igreja Católica no ano de 999 (LOUPOT, 1869).

Figura 1: Gerbert de Aurilac como Papa Silvester II.

Fonte: Acervo do Brithish Museum.

Gerbert foi reconhecido por seu interesse pelas artes, colaborando na reestruturação dos estudos do *Quadrivium* em Reims, instituição que se tornou uma antecessora das primeiras universidades europeias no século XII. Em sua permanência nesta escola monástica investiu grande soma em dinheiro na aquisição de livros, compondo uma considerável biblioteca, além de incentivar o trabalho dos monges copistas em reproduzir os materiais adquiridos.

Os textos reproduzidos no período aliavam teoria e prática, evidenciando comandos para o uso de instrumentos que poderiam auxiliar na resolução de problemas do cotidiano, como medição de terras, observação e localização dos astros celestes, obtenção de sons e registros de cálculos. Segundo Darlington (1847), a intenção desta associação do texto escrito com objetos físicos não era buscar novos conhecimentos, mas visualizar fenômenos de difícil compreensão.

Entretanto, alguns tratados do período não continham a descrição do instrumento, como no caso do "*Traité de Gerbert*", dirigido ao monge Constantino, que nele constam as regras de uso, mas não apresenta o formato do ábaco. Supõem-se que, devido ao objeto ser conhecido do remetente, tornaria dispensável tal descrição.

O ábaco utilizado por Gerbert e seus discípulos se tornou conhecido nos séculos seguintes pelas regras do mestre, complementado com a descrição de Richer (1845) sobre a confecção do ábaco, que o insere no campo da geometria, apesar de ser utilizado para a realização de multiplicações e divisões dos números.

Vale considerar que o uso de instrumentos, nesse período histórico, articula mais de uma disciplina do *Quadrivium*, desempenhando papel relevante na compreensão de como os conhecimentos matemáticos foram elaborados e disseminados na passagem da tradição oral para escrita entre tutores e discípulos.

O ábaco de Gerbert: um esboço a partir regras de Gerbert e de vestígios históricos do período medieval

O *Traité de Gerbert* (1843) foi destinado ao monge Constantino, após a insistência do discípulo pela explicação das regras do ábaco, sendo enfatizada na dedicatória "*De Gerbert ao seu aluno Constantino*"[9] (GERBERT, 1843, p. 295, tradução nossa). Como mencionado anteriormente, a descrição do instrumento não é apresentada nesse texto, nem sua estrutura física, provavelmente, pelo fato de que a quem se dirigia o material, dispensar tais informações (CHASLES, 1843a).

Por essa versão se tratar da transcrição de um manuscrito do século X, todas as informações como destino e motivação para o envio da correspondência constam na dedicatória do texto. Em seguida, são trazidas as

[9] Vide "*Gerbertus suo scolasticus Constantine*" (GERBERT, 1845, p. 295).

orientações para a multiplicação e divisão dos números que, de acordo com Gerbert (1843), estão relacionadas com outra arte. No entanto, um observador inexperiente poderia não perceber.

Essa informação fornecida por Gerbert (1843) remete à interação dos procedimentos de multiplicação e divisão dos números entre as artes da aritmética e da geometria. Nesse sentido, Gerbert (1843, p. 295-296, tradução nossa) informa a Constantino: “[...] e assim, eu tenho um trabalho árduo para você, um breve método de cálculo que escrevemos de boa-fé para cálculos práticos de distância de acordo com a inclinação e a posição do bastão e para a determinação teórica e prática de distâncias no céu e na terra”[10].

Os objetos mencionados colaboraram, junto aos praticantes das matemáticas, na resolução de situações do cotidiano e em questões de ordem teórica, voltadas para estudos realizados por intelectuais do período com base em textos de tempos passados. Assim, os procedimentos executados poderiam não ser algo novo em sua totalidade, mas possuíam adaptações.

Nesse sentido, apesar da autoria dessas regras serem atribuídas a Gerbert e o ábaco ser associado ao seu nome, a autenticidade desses ensinamentos é questionada. Mas Gerbert (1843, p. 295, tradução nossa) explica que, para suas conclusões, aconteceram alterações em textos existentes e difundidos entre os estudiosos da região, pois “[...] mesmo que não tenhamos lido ou lido sobre essa questão por anos, reforçaremos as regras, algumas literalmente, como temos lembrado em nossas mentes, enquanto outras manteremos apenas o mesmo sentido”[11].

Devido às regras estarem registradas na mente, são revelados indícios da tradição oral, na qual os praticantes de matemáticas disseminavam os conhecimentos adquiridos por meio da fala. O registro escrito desses ensinamentos pode ser visualizado como uma oportunidade de formalizar

[10] Vide “[...] habes ergo talium diligens investigator, viam rationis brevem quidem verbis sed prolixam sententiis et ad colletionem intervallorum et distributionem et in actualibus geometrici radii secundum inclinationem et erectionem et in speculationibus et actualibus simul dimensionis caeli et terrae plena fide comparatam” (GERBERT, 1843, p. 295-296).

[11] Vide “[...] itaque cum alíquot lustra jam transierint, ex quo nec librum nec exercitium harum rerum habuerimus, quaedam repetita memoriae eisdem verbis proferimos, quaedam eisdem sententiis” (GERBERT, 1843, p. 295).

esses conceitos e, assim, esses poderem ser enviados a lugares diversos. Considerando que esse tratado é uma mera cópia de trabalhos antigos, mas contém mudanças que poderiam facilitar a compreensão.

De fato, o próprio Gerbert (1843) informa que, para saber o que é dígito, artículo, minuta, números simples e compostos por dígitos, é necessário recorrer a autores gregos. O referido autor traz esses termos em seu tratado, porém não explica do que se tratam, considera que seu discípulo já tenha adquirido tais conhecimentos.

Esses ensinamentos podem ser encontrados no primeiro livro de geometria de Boécio, no qual o autor latino, segundo Chasles (1837, p. 462, tradução nossa), após realizar a tradução quase literal das definições e declarações dos quatro primeiros livros de Euclides, o volume de Boécio "[...] é finalizado pela exibição de um novo sistema de numeração, diferente dos sistemas grego e romano, que utiliza nove dígitos [...]"[12]. A proposta consistia em representar os mais diversos números, utilizando nove símbolos que adotariam o sistema posicional, apresentando valor relativo diferenciado pela localização dos números.

As regras expostas por Boécio, para a multiplicação e divisão, remetem ao uso de um instrumento composto por colunas, que era denominado mesa pitagórica. Originalmente, desenhado sobre uma mesa de madeira encoberta de areia, conhecida como ábaco, destinada ao desenho de figuras geométricas (BEAUJOAUN, 1948).

No instrumento descrito, faziam-se as linhas, colunas ou arcos verticais, também chamadas de unidades, dezenas, centenas, etc. Nesses espaços, eram desenhados os símbolos que representavam ao números e registrados os procedimentos de cálculos adotados para a obtenção dos resultados, observando a posição dos números orientada pelos dígitos e artículos.

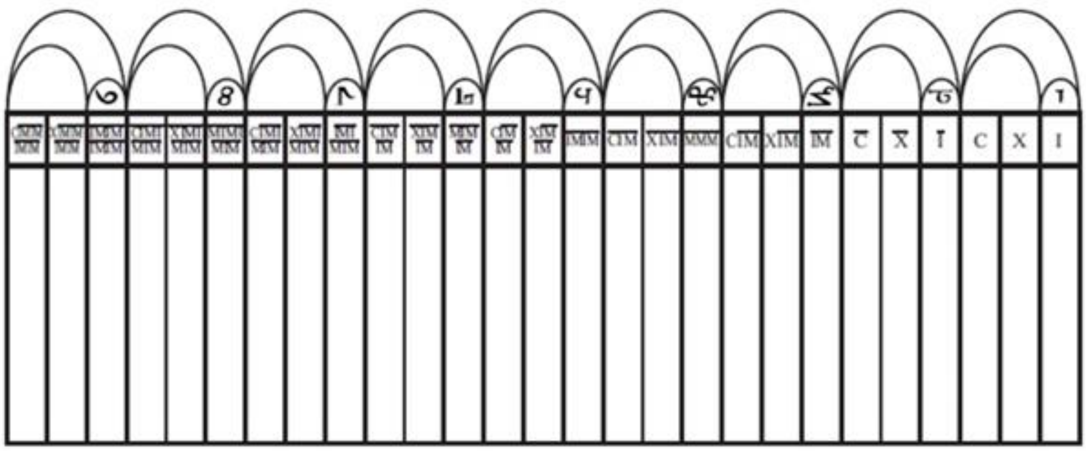
Esse sistema de numeração, exposto por Boécio, era semelhante ao abordado no *Traité de Gerbert*. Informação esta que foi confirmada por Chasles

[12] Vide "[...] terminé par l'exposition d'un nouveau système de numération, différent des systèmes grec et romain, qui fait usage de neuf chiffres" (CHASLES, 1837, p. 462).

(1843a), ao ter acesso aos escritos de Richer de Reims, nos quais consta a descrição da confecção do ábaco. Instrumento composto por colunas verticais esculpidas, provavelmente, na madeira, em que nele eram utilizados nove símbolos, os quais Gerbert encomendou mil deles, cunhados em formatos de fichas.

Um instrumento, semelhante a descrição de Boécio e a de Richer de Reims foi encontrado desenhado em um pergaminho, no formato de pôster, dentro de uma bíblia, na biblioteca de uma cidade Alemã na década de 1940 (BURNET, 2010). Essa construção foi nomeada como Ábaco de Echternach, originalmente destinada a um religioso, por volta do ano de 1081. Com base neste achado histórico, Albuquerque (2019, p. 48), realizou uma adaptação, facilitando a visualização e posterior uso do instrumento devido a condições de visualização no material milenar.

Figura 2: Adaptação do ábaco de Echternach.



Fonte: Albuquerque (2019, p. 48).

Observa-se que o ábaco esboçado (Figura 2), possui vinte e sete colunas, as quais são agrupadas de três em três, unidas por arcos maiores a cada classe, arcos intermediários delimitando as dezenas e centenas e arcos menores nas unidades de cada casse. Em cada um dos arcos menores estão inscritos símbolos, totalizando nove que correspondem aos nove algarismos utilizados para representar os números nas colunas do instrumento. Abaixo dos arcos e dos símbolos, constam ainda a indicação dos valores atribuídos às colunas, da direita para a esquerda: unidade, dezena, centena, unidade de milhar e, assim, sucessivamente.

Gerbert não adentra na apresentação do instrumento físico, nem de seus elementos estruturais e segue para a apresentação das regras. Na multiplicação, essas são praticamente idênticas às de Boécio: iniciando com a multiplicação por unidades, a qual é detalhada em cinco casos; seguida pela multiplicação por dezenas com cinco casos; a multiplicação por centenas com quatro casos; a multiplicação por milhares com quatro casos e a multiplicação por dezenas de milhares com dois casos (GERBERT, 1843).

O procedimento realizado, para os casos mencionados, orientam a posição em que os dígitos e os artículos serão destinados, de acordo com a composição do multiplicando e do multiplicador. Para essas regras, não há diferenças em relação às que constam no tratado latino antigo. Confirmando a colocação na dedicatória do *Traité de Gerbert*, de que algumas orientações permaneceriam como os antigos colocaram.

No entanto, na divisão dos números, considerada como passagem obscura por Chasles (1843a), Gerbert amplia e detalha cinco casos propostos por Boécio, passando a se referir a dez formas de divisões particulares. Contudo, nessas foram percebidos dois tipos, a divisão com diferença e a divisão sem diferença (CHASLES, 1837).

Considerando, ainda, divisão de números compostos, de números com intervalo (quando o número deveria conter o um símbolo para o zero, no qual bastava que a coluna destinada ao mesmo permanecesse vazia). A fim de visualizar aproximações e distanciamentos entre os autores latinos, Boécio e Gerbert, na divisão dos números, seguem os tópicos nos quais foram organizadas as regras de divisão no *Traité de Gerbert*, em dez capítulos:

> I. Divisão de um número de unidades por uma série de unidades, ou um número de dezenas por um número de dezenas, etc;
> II. Como uma série de unidades divide dezenas de centenas, milhares...;
> III. Como dividimos centenas ou milhares por dezenas; ou milhares por centenas, etc;
> IV. Divida dezenas, centenas, milhares, juntas ou com intervalo, por unidades unidas a dezenas;
> V. Outra Divisão de Centenas ou Milhares, e além, pelos mesmos divisores;

> VI. Como dezenas juntaram-se a centenas, ou centenas juntadas a mil, dividem centenas ou milhares, ou além;
> VII. Outra divisão, centenas ou milhares ou mais, pelos mesmos divisores, compostos ou simples;
> VIII. Como dividimos por dois números separados por um lugar vazio;
> IX. Como as centenas se juntaram às unidades dividem milhares e além, e como milhares se juntaram às dezenas dividem dez mil e mais além;
> X. Quantas vezes um dividendo contém divisores.[13] (GERBERT, 1843, p. 286-295, tradução nossa).

Apesar de Gerbert (1843) ter detalhado melhor as regras para a divisão no ábaco, tomando exemplos particulares diferenciados, com a abordagem de nomenclaturas como dividendo, divisores e quociente, Chasles (1843a) enfatiza o caráter obscuro dessas orientações. A compreensão do que, de fato, essas tratavam, foi possível de se alcançar a partir do estudo do tratado de Boécio e de outros que foram encontrados com referência do século X ao XI, como o de Júnior Bernelinus, discípulo de Gerbert e um tratado anônimo[14] sobre o ábaco, que foi traduzido, literalmente, por Chasles.

Algumas considerações sobre o estudo

Este estudo apresenta uma das etapas iniciais da construção de uma interface entre história e ensino de matemática que consiste na contextualização histórica, buscando conhecer os fatores que influenciaram nas regras de uso do ábaco descrito no *Traité de Gerbert*, bem como os desdobramentos proporcionados pela articulação deste texto com outros escritos e achados medievais.

De fato, foi possível perceber que o Ábaco de Gerbert representou uma alternativa ao cálculo no sistema romano de numeração, que apresentava

---

[13] Vide "I. Division d'un nombre des unités par um nombre des unités, ou d'un nombre des dizaines par um nombre des dizaines, etc.; II. Comment um nombre des unités divise des dezaines, des centaine, des mille; III. Comment on divise des centaines ou des mille par dizaines; ou des mille par des centaines, etc.; IV. Diviser des dizaines, des centaines, des mille, ensemble ou avec intermission, par des unités jointes à des dizaines; V. Autre division des centaines ou des mille, et au delà, par les mêmes diviseurs; VI. Comment des dizaines jointes à des centaines, ou des centaines jointes à des mille, divisent des centaines, ou des mille, ou au delà; VII. Autre division, de centaines ou de mille ou au delà, par les mêmes diviseurs, composés ou simples; VIII. Comment on divise par deux chiffres séparés par une place vide; IX. Comment des les centaines jointes à des unités divisent des mille et au delà, et comment des mille jointes à des dizaines divisent des dix-mille et au delà; X. Combien de fois um dividende quelconque contient les diviseurs" (GERBERT, 1843, p. 286-295).

[14] Vide Chasles (1843b, p. 218-246).

característica cardinal, enquanto com os nove símbolos prefixados, os algarismos passaram a adotar o aspecto ordinal, otimizando os cálculos.

O panorama histórico traçado, bem como o trabalho na descrição das regras de multiplicação e divisão, poderá auxiliar os educadores matemáticos da educação básica na elaboração de propostas para o ensino de matemática, correspondendo a passos seguintes na construção da interface proposta. Isso, desde que seja explorado o manuseio do instrumento, conhecendo as orientações antigas, com vistas a tratar didaticamente as mesmas para atender objetivos pedagógicos escolares modernos.

Referências

ALBUQUERQUE, Suziê Maria de. **Um estudo sobre a articulação contida no *Traité de Gerbert* (1843) e o ensino na formação de professores de matemática**. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federação de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2019.

ALFONSO-GOLDFARB, Ana Maria; FERRAZ, Marcia; WAISSE, Silvia. Reflexões sobre a constituição de um corpo documental para a história da ciência: um estudo de caso do brasil colônia e brasil reino. **Acervo - Revista do Arquivo Nacional**, v. 26, n. 1, jan-jun: Arquivos e história das ciências, n. 1, p. 42-53. Disponível em: <http://hdl.handle.net/20.500.11959/brapci/107915>. Acesso em: 01 jan. 2020.

ALVES, Verusca Batista. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio do instrumento círculos de proporção de William Oughtred**. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federação de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2019.

BALDWIN, Charles; CRAPO, Henry Howland. **A Universal Biographical Dictionary**. Philadellphia: Grigg & Elliot, 1825.

BATISTA, Antonia Naiara de Sousa. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso da balhestilha, inserida no documento Chronographia, reportório dos tempos..., aplicado na formação de professores.** 2017. 114 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federação de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2017.

BURNETT, Charles. **Numerals and Arithmetic in the Middle Ages**. Ashgate Publishing Company: Burlington, 2010.

CHASLES, Michael. **Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie**. Bruxelas: Imprimeur de l'académie royale, 1837.

CHASLES, Michael. Analyse et explication du traité de Gerbert. In Académie des sciences (France). **Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires**. Gauthier-Villars: Paris, 1843a, p. 281 - 285. Disponível em: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k2976b?rk=21459;2#>. Acesso em: 16 jan. 2018.

CHASLES, Michael. Règles de l'Abacus (traduction littérale). In Académie des sciences (France). **Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires**. Gauthier-Villars: Paris, 1843b, p.

218 - 246. Disponível em: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k2976b?rk=21459;2#>. Acesso em: 16 jan. 2018.
DARLINGTON, Oscar. Gerbert, the teacher. **The American Historical Review**. vol. 52, n. 3. p. 456-476, 1947.
ENCYCLOPAEDIA BRITANNICA. **Michel Chasles**. Disponível em: <https://www.britannica.com/biography/Michel-Chasles>. Acesso em: 02 out. 2019.
GERBERT. Traité de Gerbert. In: Académie des sciences(France). **Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires**. Gauthier-Villars: Paris, 1843, p. 281 - 295. Tradução por Michael Chasles. Disponível em: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k2976b?rk=21459;2#>. Acesso em: 16 jan. 2018.
LE GOFF, Jacques. **A Civilização do Ocidente Medieval.** Petrópolis: Editora Vozes, 2016.
LOUPOT, L'abbé. **Gerbert, archevêque de Reims, pape sous le nom de Sylvestre II, as vie et ses écrits**. Paris: Imprimeur Editeur, 1869.
OLLERIS, A. **Oeuvers de Gerbert Pape sous le nom de Sylvestre II:** collationnées sur les manuscrits. Paris: LIBR.-ÉDITEU, 1867
PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. In: SEMINÁRIO CEARENSE DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 3., 2018, Fortaleza. **Anais**. Fortaleza: Eduece, 2018, p. 1 - 12.
PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. Os conceitos de perpendicularidade e de paralelismo mobilizados em uma atividade com o uso do báculo (1636) de Petrus Ramus. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 1, p.405-432, 2019. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/41337/pdf>. Acesso em: 02 mai. 2019.
RICHER. **Histoire de son temps.** Paris: L'imprimerie de Crapelet, 1845. 4 v. Traduzido por J. Guadet.
SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.
SILVA, Isabelle Coelho da. **Um estudo da incorporação de textos originais para a educação matemática:** buscando critérios na articulação entre história e ensino. 2018. 93f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2018.
SOARES, Francisco Wagner Oliveira. **Sobre os conhecimentos geométricos Incorporados na construção e no uso do instrumento jacente no plano de Pedro Nunes (1502-1578) na formação do professor de matemática**. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federação de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2019.
THE BRITISH MUSEUM. **Silvester II:** chronologia summorum romanorum pontificum. Disponível em: <https://www.britishmuseum.org/>. Acesso em: 25 fev. 2019.

O CÁLCULO INFINITESIMAL EM PORTUGAL ANTES DA REFORMA POMBALINA

João Manuel Caramalho de Melo Domingues[1]
Universidade do Minho
jcd@math.uminho.pt

Resumo
Segundo a historiografia tradicional foi só com a Reforma Pombalina da Universidade de Coimbra, em 1772, que "apareceu na cultura da Matemática em Portugal" o cálculo infinitesimal. Tanto quanto se sabe, foi de facto nessa altura que pela primeira vez o cálculo infinitesimal foi leccionado numa instituição oficial de ensino portuguesa. No entanto, isto não significa que só a partir de 1772 alguns portugueses conhecessem este ramo da matemática, o mais importante no séc. XVIII. Passaremos em revista indícios anteriores a 1772 de conhecimento do cálculo infinitesimal por portugueses: desde as menções superficialíssimas do conde da Ericeira em 1736 a dois ou três projectos falhados de ensino na década de 1760, passando por dois casos individuais de familiaridade comprovada – Jacob de Castro Sarmento e D. João de Almeida Portugal.

Palavras-chave: Portugal. Cálculo infinitesimal. Século XVIII.

Introdução

Segundo a historiografia tradicional, foi só "quando começou a produzir os seus efeitos a reforma da Universidade de 1772" que "começa[ra]m a aparecer na cultura da Matemática em Portugal a Álgebra moderna, a Geometria analítica e o Cálculo dos infinitamente pequenos" (GOMES TEIXEIRA, 1934, p. 220) — isto é, as importantíssimas inovações analíticas do séc. XVII só apareceram em Portugal com a Reforma Pombalina da Universidade de Coimbra.

Há certamente algum exagero nessa afirmação, e Gomes Teixeira sabia-o: no mínimo, sabia que o curso de matemática de Bélidor (BELLIDOR, 1764-1765) continha alguma álgebra "moderna". Mas podemos também perguntar-nos o que significa "aparecer na cultura da Matemática em Portugal": Alguém em Portugal ter conhecimento destas matérias? Algum português escrever sobre elas? Existir ensino mais ou menos regular destes assuntos?

[1] Investigação parcialmente financiada por fundos nacionais portugueses através da FCT (Fundação para a Ciência e a Tecnologia) no âmbito dos projectos UIDB/00013/2020 e UIDP/00013/2020.

Não tentaremos dar uma resposta a esta pergunta, mas apresentaremos diversos indícios de algum tipo de presença do cálculo infinitesimal em Portugal antes da Reforma Pombalina. Dividi-los-emos em duas categorias: casos de indivíduos que mostraram algum tipo de conhecimento do cálculo infinitesimal, sem o terem tentado transmitir de forma alargada; e tentativas de inclusão do cálculo infinitesimal em projectos de ensino.

Casos de conhecimento individual

A primeira referência conhecida ao cálculo infinitesimal em Portugal resulta de uma incumbência um pouco bizarra. Em 1735 a Academia Imperial das Ciências de São Petersburgo (fundada em 1724) decidiu iniciar um intercâmbio de publicações com a Academia Real da História Portuguesa (fundada em 1720). Um dos académicos, o 4º conde da Ericeira, D. Francisco Xavier de Menezes (1673–1743), foi então incumbido de ler e resumir todas (!) as publicações recebidas da Academia de São Petersburgo (MENEZES, 1736). Ora, esta academia tinha não só uma classe de História e Letras, mas também classes de Física (ciências naturais) e Matemática. Nesta última classe aparecem diversos artigos de Leonhard Euler, Daniel Bernoulli e Jakob Hermann, entre outros, sobre o cálculo infinitesimal ou que o utilizam. O conde da Ericeira era um dos mais cultos aristocratas portugueses da época e tinha alguma "ilustração científica" (CUNHA, 2001); nos seus resumos apresenta posições "modernas", com uma visão muito positiva dos papeis da matemática e do experimentalismo nas ciências e elogiando o newtonianismo da Academia de São Petersburgo. Mas os seus conhecimentos científicos efectivos eram superficiais, e não tinha possibilidade de compreender artigos de investigação como os referidos acima. Na "Introducção", falando da matemática, o conde da Ericeira refere "os admiraveis calculos Differencial, e Integral" e a "Analys das infinidades pequenas, e outros admiraveis descobrimentos modernos" (MENEZES, 1736, p. 4) mas, apesar de saber que existia uma controvérsia sobre quem tinha primeiro inventado esses cálculos, julgava que a controvérsia era entre alemães e franceses, e inclinava-se a atribuir essa invenção ao marquês de L'Hôpital (MENEZES, 1736, p. 4, 26-27). Nos resumos dos artigos aparecem erros de tradução, do latim para português, como quando em vez de "separação das indeterminadas" (isto é, separação das variáveis) fala em "separaçaõ prévia das Equações indeterminadas" ou "separações indeterminadas" (MENEZES, 1736, p. 29, 71). Na verdade, apenas se pode concluir que o conde da Ericeira sabia da existência do cálculo diferencial e integral; quando ao seu conteúdo, não comprova ter sequer uma ideia vaga.

Um caso bem diferente é o de Jacob de Castro Sarmento (1691–1762). Nascido Henrique de Castro, em Bragança, numa família de cristãos-novos, formou-se em Medicina em Coimbra em 1717 mas fugiu para Londres em 1721, na sequência de uma vaga de prisões de cristãos-novos pela Inquisição (DIAS, 2005). Aí converteu-se ao judaísmo, adoptando o nome pelo qual ficou conhecido. Manteve no entanto contatos com Portugal, por exemplo exportando a "água de Inglaterra" (um medicamento), comunicando à Royal Society observações astronómicas de jesuítas da assistência portuguesa ou tentando convencer (e ajudar) a Universidade de Coimbra a criar um jardim botânico. Em 1737 publicou, em Londres mas em português, a *Theorica verdadeira das mares, conforme à Philosophia do incomparavel cavalhero Isaac Newton*, obra com que pretendia divulgar o newtonianismo em Portugal (sem grande sucesso). Além do estudo das marés propriamente dito, este livro inclui uma extensa biografia/elogio de Newton e, o que nos interessa mais aqui, uma "Gloza [isto é, glossário] dos termos, e palavras difficultosas, que se contem, e não puderam ommittir neste Tratado" (CASTRO SARMENTO, 1737, p. 124-136). Neste glossário, de longe a maior entrada (duas páginas e meia) é a dedicada às "Fluxoes" (CASTRO SARMENTO, 1737, p. 129-131)[2]. Este texto do glossário sobre fluxões pode ser considerado o mais antigo texto em português que tenta explicar, ainda que de forma muito vaga e resumida, o cálculo infinitesimal. Começa assim:

> Fluxoes, (aquelle grande Invento do Illustre Newton) he o Methodo de achar a magnitude das quantidades, pelo conhecimento da velocidade, celeridade ou ligeireza, comque crecem. (CASTRO SARMENTO, 1737, p. 129).

[2] Diga-se que não são utilizadas fluxões no estudo sobre as marés; a palavra aparece, sim, na biografia de Newton.

Resumidamente, Jacob de Castro Sarmento apresenta a visão newtoniana das linhas geradas pelo movimento dum ponto, das superfícies geradas pelo movimento duma linha e dos sólidos gerados pelo movimento duma superfície; a velocidade de cada um destes movimentos é a *fluxão* da linha, superfície ou sólido; enquanto a linha, superfície ou sólido é o *fluente* dessa fluxão;

> universalmente, a velocidade comque qualquer Magnitude ou crece, ou diminue, he a Fluxao da tal Magnitude, e a mesma Magnitude, que crece, ou diminue se chama o Fluente daquella Fluxao. (CASTRO SARMENTO, 1737, p. 131);

há duas partes nesta ciência – o Método Directo de Fluxões (correspondente ao nosso cálculo diferencial), para achar a fluxão, dado o fluente, e o Método Inverso (correspondente ao nosso cálculo integral), para achar o fluente, dada a fluxão. Castro Sarmento termina referindo usos destes métodos: o método directo serve para tirar tangentes e resolver problemas de máximos e mínimos; o método inverso para achar comprimentos, áreas, volumes, centros de massa, etc.; são ainda usados em múltiplas questões de Física e Astronomia; "he do mayor uso esta admiravel, e nova Sciencia, em todas as partes sublimes de Mathematica, e Philosophia Mechanica" (CASTRO SARMENTO, 1737, p. 131).

Outro caso individual é o de D. João de Almeida Portugal (1726–1802), 4º conde de Assumar e (já depois do período que mais nos interessa aqui) 2º marquês de Alorna. Pertencente a uma das famílias mais cultas da aristocracia portuguesa, D. João foi enviado para França para estudar, algo muito raro na época, mesmo entre a alta nobreza (MONTEIRO, 2000, p. 14). Pelo menos no último dos quatro anos em que aí esteve teve lições, aparentemente particulares, de física e matemática com Mr. de Montcarville[3], que era professor do *Collège royal*.

Numa carta para o seu pai (o 1º marquês de Alorna, então Vice-rei da Índia) de 25 de Outubro de 1744 explica que tinha já estudado a aplicação da álgebra à geometria (isto é, o que hoje chamamos geometria analítica) e que

[3] Em (MONTEIRO, 2000, p. 27–28) o nome deste professor do Colégio Real é transcrito como "Mr. de Montearville", mas trata-se sem dúvida de Robert Benet de Montcarville, professor no Collège royal desde 1742, primeiro como substituto de Joseph-Nicolas Delisle, e a partir de 1748 como professor real de Matemática (SÉDILLOT, 1869, p. 129-130, 132).

se achava no cálculo diferencial (MONTEIRO, 2000, p. 27). Na carta de 10 de Fevereiro de 1745 indica não só o seu adiantamento mas também o gosto que tinha pelo assunto:

> E na Matemática estou acabando o Cálculo Diferencial e já tenho visto muitas coisas do Integral, aplicando o antecedente. Não há dúvida que este estudo me surpreendeu de todas as formas e me dá um gosto inexprimível para o continuar, porque quando eu vi demonstrar todas as propriedades das secções cónicas tão simples e claramente pelo cálculo dos infinitos, porque depois de achar as expressões das linhas que se tiram em qualquer curva, com uma leve operação se deduzem todas as suas propriedades.
> O cálculo das segundas e das 3.as diferenças aplicado ao rebrussamento[4] e inflexão das curvas me parece admirável, como também o modo de achar os cáusticos[5] por refracção e reflexão e geralmente a aplicação do Cálculo Diferencial sobre todas as roletas[6] e as developadas[7]. Do Cálculo Integral tenho visto algumas coisas com o meu mestre para me dar antes de o estudar com toda a atenção um bom conhecimento, como, por exemplo, o uso do dito cálculo para a quadratura das surfaces[8] planas e curvilíneas, o modo de achar os centros de gravidade, etc. (MONTEIRO, 2000, p. 49).

Neste excerto, nas passagens sobre o cálculo diferencial, reconhecemos uma boa parte dos tópicos abordados no livro clássico *Analyse des infiniment petits* (L'HÔPITAL, 1696), em 1745 ainda uma obra de referência. Regressado a Portugal, nos primeiros tempos dedicou- se a ler as Memórias da Academia das Ciências de Paris, que existiam na casa do seu pai até ao ano de 1730 (MONTEIRO, 2000, p. 65). Em 1747 ensinou alguma matemática a um certo António José da Silva, tentando chegar ao cálculo diferencial e integral, o que não conseguiu por este embarcar para a Índia (MONTEIRO, 2000, p. 75-76).

A correspondência com o seu pai parece indicar que a partir daí os seus interesses científicos foram cada vez menos alimentados, ocupado que estava com o governo da sua casa. Para piorar, o facto de ter casado com D. Leonor de Távora, filha da marquesa de Távora, fez com que ficasse preso entre 1759 e 1777, em resultado da perseguição do marquês de Pombal a essa família.

O último caso de conhecimento individual que mencionaremos é menos

[4] Trata-se dum francesismo. "Point de rebroussement" é um ponto de reversão, ou cúspide.
[5] Deveria ser "as cáusticas".
[6] Em (MONTEIRO, 2000, p. 49) aparece transcrito "ruletes [?]", mas deverá ser "roletas" – uma generalização da ciclóide.
[7] Claramente, tradução directa do francês "développées"; o termo utilizado mais tarde em português é "evolutas".
[8] Superfícies, evidentemente.

claro. Trata- se de brevíssimas referências por parte do padre jesuíta Inácio Monteiro (1724–1812). Inácio Monteiro estudou matemática no colégio jesuíta de Évora, ensinou depois matemática no de Coimbra – o que motivou a publicação dum *Compendio dos Elementos de Mathematica* (MONTEYRO, 1754-1756) – e a seguir filosofia no de Santarém; com a expulsão dos jesuítas em 1759 partiu para o exílio em Itália, onde publicou obras de filosofia (em sentido lato, incluindo filosofia natural). É geralmente apontado como, de entre os jesuítas portugueses do século XVIII, o mais destacado divulgador das ciências físico-matemáticas e o mais importante exemplo de abertura à modernidade científica (Rosendo, 1996; Silva, 2001). No entanto, dum ponto de vista matemático essa modernidade manifesta- se mais na importância dada à matemática do que propriamente na presença de matemática moderna: em (MONTEYRO, 1754-1756) vemos um bom tratamento das disciplinas matemáticas mais clássicas (aritmética, geometria, trigonometria), mas a álgebra (essencial para a matemática pura moderna do séc. XVIII) tem um tratamento elementar e um lugar muito secundário. Em parte isto deve- se ao facto de esta obra se destinar a estudantes de filosofia (mais uma vez, em sentido lato) que precisavam de matemática para estudarem alguma física, e não a estudantes de matemática; mas nos "Prolegómenos gerais" Inácio Monteiro não mostra muita simpatia pela álgebra (MONTEYRO, 1754-1756, vol. 1, p. 7-8). As poucas referências ao cálculo infinitesimal encontram- se precisamente no capítulo sobre álgebra: na introdução, no final duma breve história da álgebra, Monteiro refere que "ninguem ignora a celeberrima disputa entre Newton, e Leibnits sobre a gloria de inventor do Calculo Differencial, ou methodo das Fluxoens" (MONTEYRO, 1754-1756, vol. 2, p. 302); e logo a seguir, na bibliografia recomendada, inclui "a excellente obra do celebre Marquez do *Hospital*, *l'Analyse des infiniment petits*", embora acrescente que "he somente para os estudiosos de Geometria superior, e naõ serve aos principiantes" (MONTEYRO, 1754-1756, vol. 2, p. 303), e os *Eléments de la géométrie de l'infini* de Fontenelle (uma obra pouco canónica); recomenda ainda a Álgebra de Christian Wolff, incluída nuns Elementos de Matemática que também contêm cálculo infinitesimal e a *Analyse démontrée* do P.

Reyneau, indicando que é uma obra em um volume, quando na verdade tem dois, e é o segundo que inclui o cálculo infinitesimal. Não podemos ter dúvida de que Inácio Monteiro tinha algum conhecimento do cálculo infinitesimal, mas ficamos sem saber se teria apenas um conhecimento superficial ou se o teria estudado seriamente.

Poderíamos ainda falar do caso de José Anastácio da Cunha, que provavelmente aprendeu o cálculo fluxionário na década de 1760, quando fazia parte do Regimento de Artilharia do Porto aquartelado em Valença, através de livros emprestados por colegas britânicos do regimento (SOUSA, 2013, p. 56-57). Mas dessa década podemos já apresentar algo um pouco mais avançado: projectos para ensinar o cálculo infinitesimal.

Projectos de ensino

No séc. XVIII, até 1759 (ano em que a Companhia de Jesus foi expulsa de Portugal), o ensino de matemática em Portugal desenvolvia-se essencialmente em dois tipos de instituições: colégios (maioritariamente jesuítas) e academias/aulas militares. Nos primeiros, tanto quanto se consegue saber, a matemática ensinada era muito tradicional, sendo a geometria (clássica) claramente privilegiada relativamente a matérias mais modernas. Não é impossível ter havido algum ensino de geometria analítica e cálculo infinitesimal nas aulas avançadas dos colégios jesuítas de Coimbra, Évora e Lisboa nos últimos anos antes da expulsão em 1759; mas a verdade é que não temos nenhum indício positivo de tal ensino (sendo certo que temos poucos dados sobre as décadas de 1740 e 1750). Nas academias militares a matemática ensinada era mais "analítica", e portanto de certa forma mais moderna, do que a dos jesuítas, mas aparentemente esteve estagnada durante décadas no modelo cartesiano (pré-cálculo infinitesimal) de Bernard Lamy, importado por Manuel de Azevedo Fortes, engenheiro-mor do reino desde 1719 até à sua morte em 1749 (DOMINGUES, 2018, p. 365-369).

Pode ser instrutivo comparar com o caso espanhol, segundo (AUSEJO; MEDRANO SÁNCHEZ, 2010), já que o contexto sócio- cultural era semelhante. Em Espanha há alguns casos de ensino do cálculo infinitesimal na década de

1750, em duas escolas militares – uma efémera Academia de Guardias de Corps e a Academia de Guardias Marinas – que não tinham equivalentes em Portugal; nas escolas de engenharia e artilharia que, essas sim, tinham paralelos em Portugal, o cálculo infinitesimal estava ausente. Quanto aos jesuítas espanhóis, chegaram a ensinar cálculo infinitesimal, mas apenas na década de 1760, quando já tinham sido expulsos de Portugal.

Uma das mais conhecidas iniciativas do marquês de Pombal (então apenas conde de Oeiras) para modernização do ensino em Portugal foi a criação do Colégio dos Nobres. Um dos aspectos salientes do projecto inicial era a componente científica do ensino do Colégio – onde se incluía a matemática; e a matemática devia incluir o cálculo infinitesimal. Numa carta de Março de 1761 para um contacto em Itália, pedindo sugestões de professores italianos de Física e Matemática, o conde de Oeiras diz que o segundo deve ser “versado nas matemáticas, e sobretudo na álgebra e no cálculo dos infinitos” (CARVALHO, 1959, p. 57-58). Nos *Estatutos* do Colégio, publicados também em Março de 1761, lê- se que haveria três professores de matemática: o primeiro ensinaria aritmética e geometria em um ano; depois os alunos que aspirassem a saber profundamente matemática passariam para o segundo professor, o qual lhes explicaria “a Algebra; a sua applicaçaõ à Geometrîa; a Annalys dos infinitos; e o Calculo Integral”, além de mecânica, estática, etc. (CARVALHO, 1959, p. 99) – assim, tanto quanto sabemos o Colégio dos Nobres foi o primeiro projecto oficial de ensino português a incluir o cálculo infinitesimal. Nos contactos com Itália houve alguma intervenção do engenheiro italiano Michele Ciera, que tinha trabalhado para a coroa portuguesa na demarcação dos limites do Brasil e tinha depois ficado a viver em Portugal; viria a ser prefeito dos estudos do Colégio dos Nobres e, mais tarde, um dos primeiros professores da Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra, fundada em 1772. É possível, mas trata- se de mera conjectura, que Ciera tenha tido alguma influência no estabelecimento do currículo de matemática, e portanto na inclusão do cálculo infinitesimal. Quanto ao escolhido para lecionar Álgebra (isto é, o 2.º ano de Matemática, que como foi visto acima deveria incluir cálculo infinitesimal), em resultado das diligências já referidas, foi Michele Franzini (que viria também a ser professor da Faculdade de Matemática de Coimbra). Mas o ensino científico do Colégio dos Nobres, e em particular o da Matemática, foi um rotundo fracasso (salvando-se a constituição dum excelente Gabinete de Física Experimental, que seria depois transferido para Coimbra, e a publicação em 1768 duma tradução em português dos *Elementos* de Euclides para uso do Colégio, que seria utilizada, embora já não no Colégio, até meados do séc. XIX). Apesar da publicação dos *Estatutos* em 1761, o Colégio só abriu em 1766; o ensino da Álgebra parece ter-se iniciado apenas em 1768; em 1770, alegando motivos de saúde, Franzini regressou a Itália; em 1772 o ensino científico no Colégio dos Nobres foi oficialmente abolido (CARVALHO, 1959, p. 127-128, 132-133, 157-158, 169-172). No total, apenas cinco alunos chegaram a fazer exames de disciplinas científicas, dos quais apenas três fizeram exame de Álgebra; dois destes tinham 15 anos de idade, e o terceiro 13 (CARVALHO, 1959, p. 183, 184, 189). Não é possível responder à pergunta que se impõe: terão estes três alunos efectivamente estudado cálculo infinitesimal, como previam os *Estatutos*?

Uma outra proposta de ensino, ou melhor dizendo, de aprendizagem (autónoma), que não sabemos se terá tido alguma concretização, surgiu no meio militar. Como é bem sabido, Wilhelm, conde reinante de Schaumburg-Lippe, mais conhecido como conde de Lippe (1724–1777), foi nomeado em 1762 comandante do exército português, que não estava preparado para enfrentar as forças espanholas e francesas, no contexto da Guerra dos Sete Anos (1756–1763) em que Portugal acabava de entrar. Depois do fim da guerra o conde de Lippe continuou com o seu esforço de reorganização do exército português (FREIRE, 2005). No âmbito da história da matemática, é bem conhecido o facto de o conde de Lippe ter, em 1763, ordenado que em cada regimento de artilharia houvesse uma Aula, cujo ensino começaria pelo curso de matemática do engenheiro francês Bernard Forest de Bélidor (PORTUGAL, 1763); este curso foi então traduzido para português (BELLIDOR, 1764-1765), constituindo uma importante renovação do ensino matemático militar português. Este curso de Bélidor inclui álgebra e um pouco de geometria analítica, mas não chega ao cálculo infinitesimal – embora recomende, para quem quiser estudar mais matemática, o livro (REYNEAU, 1736–1738), referindo que se encontra no segundo volume "o calculo differencial, e o integral", bem como (L'HÔPITAL, 1696), "que trata unicamente do calculo differencial applicado á Geometria das curvas", e um livro de Carré sobre o cálculo integral (além de outras obras de Reyneau e l'Hôpital) (BELLIDOR, 1764-1765, vol. II, p. 299-301). Muito menos conhecida é uma passagem dumas "Observações" que o conde de Lippe escreveu ao conde de Oeiras (futuro marquês de Pombal) em 1764, antes de regressar à Alemanha, onde, falando dos engenheiros, diz que

> Aquelles que tiverem dispoziçaõ para se applicar profundamente ás Mathematicas de Mr. de Belidor, [devem] estudar a Analyse demonstrada do P. Reyneau, a fim de se naõ acharem embaraçados em alguns lugares da Architectura Hydraulica de Mr. de Belidor, que os mais habeis naõ podem deixar de ler. (LIPPE, 1812, p. 384).

Sabendo que a *Architecture Hydraulique* de Bélidor utiliza cálculo diferencial e integral, percebemos que o conde de Lippe queria que os melhores engenheiros militares estudassem (REYNEAU, 1736-1738) precisamente para aprenderem esse cálculo. No entanto, não há notícia de que esta observação do conde de Lippe alguma vez tenha sido implementada.

O último caso que veremos é o do padre José Monteiro da Rocha (1734–1819) e do seu projecto de *Elementos de Mathematica*. Monteiro da Rocha, nascido em Canaveses, terá ido para o Brasil por volta dos 18 anos, tendo aí ingressado na Companhia de Jesus e estudado no colégio jesuíta da Baía. Em 1759, com a expulsão dos jesuítas dos territórios portugueses, Monteiro da Rocha optou por deixar a Companhia. Regressou a Portugal (europeu) em 1766. Colaborou decisivamente na Reforma Pombalina da Universidade de Coimbra (1772), sendo (com Ciera e Franzini, já referidos) um dos primeiros professores da Faculdade de Matemática. Foi director e decano da Faculdade de Matemática, Vice-Reitor da Universidade, um dos primeiros sócios da Academia das Ciências de Lisboa (fundada em 1779), etc. (FIGUEIREDO, 2011). Em data que não podemos precisar, mas que provavelmente se situará na primeira metade da década de 1760, Monteiro da

Rocha começou a compor uns *Elementos de Mathematica*, que deveriam vir a ter diversos volumes. Conhecemos atualmente apenas os manuscritos do primeiro, contendo a Aritmética (MONTEIRO DA ROCHA, s/d (a)), e do terceiro, *Elementos de Algebra* (MONTEIRO DA ROCHA, s/d (b)). Em 1825 Mateus Valente do Couto ainda teve acesso também aos *Elementos de Geometria* e a umas *Licçoẽs sobre varios pontos interessantes de Mathematica* que identificou como sendo sobre cálculo diferencial e integral (COUTO, 1825). Quer estas *Licçoẽs* correspondessem ou não a um volume dos *Elementos de Mathematica* (Mateus Valente do Couto pensava que sim, apesar de o título das *Licçoẽs* se afastar do esquema dos outros volumes), não há dúvida de que Monteiro da Rocha planeou um volume destes *Elementos* sobre o cálculo infinitesimal. Isto fica claro de algumas passagens dos *Elementos de Algebra*. Este manuscrito termina precisamente prometendo uma segunda parte, "que trata da Algebra dos infinitos, e se aplica âs linhas curvas de diversas naturezas, como se verâ no seu lugar" (MONTEIRO DA ROCHA, s/d (b), fl. 217). Na Introdução, tinha explicado que a "Analyse dos Infinitos"

> aplica o calculo sobre quantidades infinitamente pequenas, que desvanecem em comparação da quantidade, que se busca; e com tudo pela relação destas particulas infinitesimas se vem a decifrar a mesma quantidade desconhecida. (MONTEIRO DA ROCHA, s/d (b), fl. 4).

De referir ainda que ao apresentar as expansões em série das potências do binómio, observa que "Qualquer das formulas precedentes [...] he de summa importancia na Analyse Superior dos Infinitos" (MONTEIRO DA ROCHA, s/d (b), fl. 41), o que sugere estar a preparar o caminho para a apresentação posterior do cálculo infinitesimal. No entanto, Monteiro da Rocha parece nunca ter terminado os seus *Elementos de Mathematica* (planeava vários volumes sobre matemática aplicada, de que não se conhece nenhum manuscrito), e os volumes que escreveu nunca foram publicados.

Conclusão

Não há dúvida de que a Faculdade de Matemática criada pela Reforma Pombalina da Universidade de Coimbra foi o primeiro projecto de ensino em Portugal abordando o cálculo infinitesimal que comprovadamente funcionou.

Além disso, só a partir dos fins da década de 1770 há tentativas de *investigação* associada ao cálculo infinitesimal. Contudo, é preciso reconhecer que bem antes deste importante desenvolvimento institucional houve casos individuais de conhecimento do cálculo infinitesimal tal como, na década de 1760, tentativas, ainda que falhadas, de ensinar o cálculo infinitesimal. A Faculdade de Matemática foi a primeira tentativa que não falhou.

Referências

AUSEJO, Elena; MEDRANO SÁNCHEZ, Francisco Javier. Construyendo la modernidad: nuevos datos y enfoques sobre la introducción del Cálculo Infinitesimal en España (1717–1787). **Llull**: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas, Zaragoza, v. 33, n. 71, 25-56, 1º semestre de 2010.
BELLIDOR. **Novo Curso de Mathematica**. Trad. port., Manoel de Sousa. 4 tomos. Lisboa, 1764–1765.
CARVALHO, Rómulo de. **História da fundação do Colégio Real dos Nobres de Lisboa**. Coimbra: Atlântida, 1959.
CASTRO SARMENTO, Jacob de. **Theorica verdadeira das mares, conforme à Philosophia do incomparavel cavalhero Isaac Newton**. Londres, 1737.
COUTO, Mateus Valente do. Relatorio do parecer da Commissaõ nomeada para examinar os manuscriptos do Sr. J. Monteiro da Rocha. In **Processo Académico de José Monteiro da Rocha**, Biblioteca da Academia das Ciências de Lisboa. 1825.
CUNHA, Norberto Ferreira da. A ilustração científica de D. Francisco Xavier de Meneses, 4.º conde da Ericeira. In CUNHA, Norberto Ferreira da. **Elites e Académicos na Cultura Portuguesa Setencentista.** Imprensa Nacional - Casa da Moeda, 2001, 49-79.
DIAS, José Pedro Sousa. Jacob de Castro Sarmento e a conversão à ciência moderna. In: PRIMEIRO ENCONTRO DE HISTÓRIA DAS CIÊNCIAS NATURAIS E DA SAÚDE, Arrábida. **Opuscula Officinara**, v. 1. Aachen, 2005, 55-80.
DOMINGUES, João Caramalho. Três tradições algébricas em Portugal na primeira metade do séc. XVIII. In: 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, Óbidos. **Actas/Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática**, SPM, 2018, v. II, 357-372.
FIGUEIREDO, Fernando B. **José Monteiro da Rocha e a actividade científica da 'Faculdade de Mathematica' e do 'Real Observatório da Universidade de Coimbra: 1772–1820**. Coimbra, 2011. Dissertação (Doutoramento em Matemática) – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.
FREIRE, Miguel. Um olhar actual sobre a "transformação" do Conde de Lippe. **Nação e Defesa**, Lisboa, 3ª série, n. 112, 137-166, Outono/Inverno 2005.
GOMES TEIXEIRA, Francisco. **História das matemáticas em Portugal**. Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa, 1934.
L'HÔPITAL, Marquês de. **Analyse des infiniment petits, pour l'intelligence des lignes courbes**. Paris: Imprimerie royale, 1696.
LIPPE, conde de. Observaçoens, e maneira de pôr em pratica a Disciplina Militar para maior segurança de Portugal. **O Investigador Portuguez em Inglaterra**, Londres, v. II, n.º 7, 379397, Janeiro de 1812.
MENEZES, Francisco Xavier de, conde da Ericeira. Extractos Academicos dos Livros, que a Academia de Petersburg mandou à de Lisboa. **Collecçam dos Documentos, e**

Memorias da Academia Real da Historia Portugueza, Lisboa Ocidental, 17, n. XXVIII, 1736.

MONTEIRO, Nuno Gonçalo (ed.). **Meu Pai e meu Senhor muito do meu coração**: correspondência do conde de Assumar para seu pai, o marquês de Alorna. Lisboa: ICS / Quetzal Editores, 2000.

MONTEIRO DA ROCHA, José. **Elementos de Mathematica**. Biblioteca da Academia das Ciências de Lisboa, Ms. Azul 371, s/d (a).

MONTEIRO DA ROCHA, José. **Elementos de Algebra**. Biblioteca da Academia das Ciências de Lisboa, Ms. Azul 397, s/d (b).

MONTEYRO, Ignacio. **Compendio dos Elementos de Mathematica.** 2 vols. Coimbra: Real Collegio das Artes da Companhia de Jesu, 1754-1756.

PORTUGAL. **Alvará, por que Vossa Magestade ha por bem estabelecer a formatura dos Regimentos da Artilheria […]; Plano, que Sua Magestade manda seguir, e observar no Estabelecimento, Estudos, e Exercicios das Aulas do Regimentos de Artilheria**. 15 de julho de 1763.

REYNEAU, Charles René. **Analyse démontrée**. 2. ed. 2 vols. Paris: Quillau, 1736-1738.

ROSENDO, Ana Isabel. **Inácio Monteiro e o Ensino da Matemática em Portugal no Século XVIII**. Coimbra: DMUC/CMUC, 1998.

SÉDILLOT, Louis Amélie. **Les professeurs de mathématiques et de physique générale au Collège de France**. Separata do Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche, tomos II–III. Roma: Imprimerie des sciences mathématiques et physiques, 1869.

SILVA, Lúcio Craveiro da. Um jesuíta no contexto das Luzes: Inácio Monteiro (1724–1812). In: Calafate, Pedro. **História do Pensamento Filosófico Português**. V. 3. Lisboa: Caminho, 2001, 177-194.

SOUSA, José Maria de. **Anedoctas de J. A. d. C.**: Reminiscências de D. José Maria de Sousa, Morgado de Mateus, sobre o Mestre e Amigo José Anastácio da Cunha. V. N. Famalicão: Húmus, 2013.

O CONCEITO DE REPRESENTAÇÕES DE CHARTIER EM TESES SOBRE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL

Edina Fialho Machado
UFPA
edinafialho@yahoo.com.br

Iran Abreu Mendes
UFPA
iamendes1@gmail.com

Resumo

Reflete o conceito de representação em teses sobre História da Educação Matemática em universidades brasileiras de 2000 a 2018. Emerge da tese de Doutoramento no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas no Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI/UFPA). Centra-se na Epistemologia Histórica Cultural de Roger Chartier (1990,1991, 2012, 2016,2018). Objetiva identificar as maneiras de mobilização do conceito de representação formulado por Chartier nas teses sobre História da Educação Matemática em universidades brasileiras entre 2000-2018. É pesquisa qualitativa, bibliográfica e documental. Teve como lócus o banco de dados da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), o Centro Brasileiro de Referência em Pesquisa em História da Matemática (CREPHIMAT), Bibliotecas virtuais de universidades brasileiras. Os resultados apontam, que as pesquisas em História da Educação Matemática com História Cultural e a epistemologia de Roger Chartier têm crescido no Brasil; existem diferentes mobilizações do conceito de representações em conexão com os objetos de pesquisas e as práticas em matemática. Considera-se que as pesquisas nessa área se ampliaram, que o conceito de representações foi o mais usado nas teses, com diferentes finalidades, indicando o avanço desse campo e a melhoria da formação de professores de matemática no Brasil.

Palavras-chave: Teses em História da Educação Matemática. História Cultural. Epistemologia de Roger Chartier. Representações.

Introdução

Este artigo emerge da Tese de Doutoramento do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas no Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI), da Universidade Federal do Pará (UFPA) intitulada "A Epistemologia Histórica Cultural de Roger Chartier em Teses sobre História da Educação Matemática no Brasil (2000 a 2018).

A tese como o seu título sugere, teve por objetivo analisar as diferentes maneiras como são mobilizados os conceitos da tríade epistemológica de Chartier na produção científica de teses nesse campo em programas de pós-graduação no Brasil, entre os anos de 2000 a 2018. Contudo, neste artigo, centramos o estudo em apenas um dos conceitos da tríade, o de "representações" conforme mobilizado nas pesquisas que foram objetos da tese que originou este texto.

Tem a Nova História Cultural como método e fundamento teórico, e base na epistemologia de Chartier (1991), na qual, um acontecimento importante ou obscuro, um relato de vida, uma rede de práticas específicas e avaliando não existir "prática ou estrutura, que não seja produzida pelas representações contraditórias e sem confronto, pelas quais os indivíduos e os grupos dão sentindo ao mundo que é o deles" (CHARTIER, 1991, p. 177). Esse pressuposto nos motivou a estudar o conceito de representações, em especial, sobre as práticas objetos das teses analisadas.

Nosso interesse pelo estudo da História da Educação Matemática com base teórica e metodológica na Historia Cultural, surge pelo fato de que a educação matemática tem uma cultura e uma história própria, sendo necessário valorizar o contexto em que ela se dá, além das trajetórias historiográficas que a constrói. E nessa trajetória, a epistemologia histórica cultural de Chartier passa a ser mobilizada pelos pesquisadores desse campo no Brasil, a partir da apropriação de sua produção historiográfica e amplo repertório editorial (MACHADO, 2020, p. 35).

Fundamenta-se ainda em Valente (2013), para o qual, [...] estudos históricos culturais da educação matemática deveriam caracterizar-se pelas pesquisas que intentam saber como historicamente foram construídas representações sobre os processos de ensino e aprendizagem da Matemática e de que modo essas representações passaram a ter um significado nas práticas pedagógicas dos professores em seus mais diversos contextos e épocas (VALENTE, 2013, p. 37).

Essa compreensão deve permear os discursos dos autores, tendo em vistas, os diferentes e adversos contextos nos quais elas se realizam, entre eles, as condições de infraestrutura, os de identidade profissional, e do campo formativo, que em Valente (2017), está relacionado, aos saberes "a" ensinar

Matemática e aos saberes “para” ensinar Matemática, que se constituem em um campo e estatuto epistemológico da Educação Matemática.

As teses em História da Educação Matemática com História Cultural vêm crescendo no Brasil, como Valente (2014), evidencia avanços a partir de trabalhos apresentados em eventos, de produções de dissertações e teses e de publicações de livros desse campo. Aponta ainda que essas pesquisas ganham diferentes contornos de problemáticas, referências teórico-epistemológicas, fontes e histórias elaboradas. Mendes (2014), destaca que os estudos de História da Educação Matemática se fundamentam em três dimensões: a epistemológica, a sociológica e a pedagógica; mostra uma ampla diversidade de referenciais teóricos e objetos de pesquisas.

Problematiza: quais as maneiras de mobilização do conceito de representações de Chartier nas teses sobre História da Educação Matemática em universidades brasileiras de 2000-2018? Tal problemática levou ao objetivo de identificar as maneiras de mobilização do conceito de representação de Chartier, em teses sobre História da Educação Matemática em universidades brasileiras de 2000-2018.

Os resultados indicam avanços nas pesquisas em História da Educação Matemática no Brasil com base na História Cultural, e Roger Chartier entre os historiadores mais estudos. Apontam diversas maneiras de mobilizações do conceito de representações nas teses em história da educação matemática, em conexão com os seus objetos de pesquisas, além de ter sido este, o conceito mais utilizado pelos autores, com diferentes finalidades, as quais reverberam na melhoria da formação de professores de matemática e no avanço das pesquisas neste campo no Brasil.

Contribuições teóricas e epistemológicas

Investiga as representações na produção científica de teses em História da Educação Matemática, e mobilização desse conceito, pois, Chartier (2011, p. 22), considera que “as representações possuem uma energia própria, e tentam convencer que o mundo, a sociedade ou o passado é exatamente o que elas dizem que é”.

O estudo amplia a visão sobre representações, pois, para Silva e Valente (2013, p. 858), “o trabalho do historiador da educação matemática refere-se àquele de construção de ultrapassagens de relações ingênuas, míticas, românticas e memorialísticas sobre as práticas do ensino de matemática realizadas noutros tempos”.

Neste, as representações fogem das interpretações ingênuas, e representam a consciência de profissionais situados em seus contextos, pois, sobre às pesquisas em História da Matemática e da Educação Matemática, e a utilização da História da Matemática no ensino, Mendes (2015), explica que elas têm gerado importantes resultados e novos caminhos, focos de aprendizagem e possibilidades na Educação Matemática, pelas reflexões sobre os estudos que destacam o papel da formação na superação de obstáculos na trajetória dos professores de Matemática.

De acordo com Chartier (2011), não existe história possível se não se articulam as representações das práticas, e as práticas da representação. Ou seja, qualquer fonte documental que for mobilizada para qualquer tipo de história, nunca terá uma relação imediata e transparente com as práticas que designa, pois, a representação das práticas tem razões, códigos, finalidades e destinatários particulares. Identificá-los é uma condição obrigatória para entender as situações ou práticas que são o objeto da representação (CHARTIER, 2011, p. 65).

É a nossa busca, com foco nas razões que mobilizaram os professores e pesquisadores matemáticos a assumirem certas posturas e práticas em relação com os saberes que os professores mobilizam na docência, o saber, saber fazer, saber ser e saber conviver nos contextos, entre as quais, se inserem as teses objetos desta pesquisa, afinal, para Chartier (1990, p. 17), “as representações do mundo social, embora desejem à universalidade de um diagnóstico de mundo com base na razão, elas são sempre determinadas por interesses dos grupos que as forjam”.

Para cada representação é preciso analisar os discursos relacionando-os com a posição de quem os faz, e evitar julgamento de valor, como nas representações dos autores sobre as práticas dos professores de Matemática, pois, para Chartier (2009, p. 68), “o grande desafio da História Cultural é pensar a articulação entre os discursos e as práticas, os meios de produção e a recepção, pois, além do discurso, é necessário pensar nas condições e possibilidades de cada contexto”.

Diante do exposto, Mendes (2018), destaca a importância de pesquisas em História da Educação Matemática, no sentido do estudo das organizações e dos sistemas escolares e seus modelos de ensino, como referências de análise, porque eles podem favorecer reflexões acerca dessas fontes, que se bem exploradas, podem produzir elementos significativos para o conhecimento, a compreensão e a construção da História da Educação Matemática. (MENDES, 2018, p. 134).

Assim, “uma cultura só pode ser descrita, se compreendermos a totalidade das relações que nela se encontram entrelaçadas, o conjunto de práticas que nela se exprimem, as representações do mundo, do social ou do sagrado” (CHARTIER, 2003, p. 18). Pensamento que nos levou a desenvolver esta pesquisa sobre as representações nas teses objetos desta.

Desse modo, e com base em Machado (2020), foi a partir do processo de compreensão e apropriação desta epistemologia, que entendemos a posição de historiador da cultura ocupada por Roger Chartier em suas apropriações, representações e práticas históricas culturais, em decorrência dessa produção, ele tem despertado o interesse de muitos pesquisadores do campo da história da educação matemática para a constituição de pesquisas peculiares dos pesquisadores brasileiros desse campo de conhecimento (MACHADO, 2020, p. 215).

Percurso metodológico

Para Chartier (1991), “toda reflexão metodológica, enraíza-se com efeito, numa prática histórica particular, num espaço de trabalho específico” (CHARTIER, 1991, p. 178), sendo a História Cultural o método e fundamento teórico com base na epistemologia de Chartier, e concentração no conceito de “representações que são matrizes de práticas construtoras do próprio mundo social” (CHARTIER,1991, p. 183).

É pesquisa bibliográfica que para Severino (2007, p. 122) é aquela que se realiza a partir de registros disponíveis, decorrentes de pesquisas anteriores, logo o pesquisador trabalha a partir das contribuições dos autores escolhido por ele". As fontes foram livros, teses e artigos que compõem o *corpus* teórico epistemológico. É documental, pois, as teses passam por critérios rigorosos das Bancas Examinadoras para serem validadas e publicadas, tornando-as, documentos oficiais.

Tem por l*ócus* o CREPHIMAT (Centro Brasileiro de Referência em Pesquisa em História da Matemática), o banco de dados da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e Bibliotecas virtuais de universidades brasileiras. Consultamos por palavras-chave: Teses em História da Educação Matemática com História Cultural entre 2010 a 2018; Teses em História da Educação Matemática com Roger Chartier 2010 a 2018; Representações em Roger Chartier.

Em seguida, selecionamos por títulos as teses que atenderam ao interesse do estudo, e em seguida, lemos os resumos e sumários, para identificar itens relacionados ao conceito de "representações". Em seguida, elaboramos uma ficha-síntese de leitura de cada tese, na sequência, construímos um quadro com as teses, e posteriormente, analisamos as representações feitas pelos pesquisadores.

É qualitativa, que em Flick (2004, p. 22) "a pesquisa qualitativa não se baseia em um conceito teórico e metodológico unificado. Várias abordagens teóricas e seus métodos caracterizam as discussões e a prática da pesquisa". Desse modo, selecionamos um total de 204 teses em História da Educação Matemática, todavia, apenas 137 adotaram a História Cultural como referencial teórico e metodológico, sendo que, somente em 79 teses havia referências a Roger Chartier, mas apenas 58. utilizaram o conceito de "representações" que o foco deste texto.

Posterior a análise apresentamos os resultados em duas seções: a primeira, trata dos resultados gerais da pesquisa da tese que originou este artigo, e a segunda seção, apresenta os resultados e discussão específicos das diferentes mobilizações do conceito de representações.

Resultados e discussão

Nesta seção, apresentamos os resultados da análise das teses sobre História da Educação Matemática com história cultural, com ênfase na mobilização do conceito de representações sistematizado na epistemologia de Chartier, objetos deste estudo.

Sabemos que muitas representações, escaparam aos nossos olhos, tendo em vista, as motivações da pesquisa, as apropriações e representações. Contudo, a partir da pergunta, do objetivo, das contribuições teóricas e do processo metodológico, identificamos algumas representações sobre o movimento da história da educação matemática que vem sendo construído no Brasil com a epistemologia de Chartier.

Para esse historiador, "as representações não são simples imagens, verídicas ou enganosas, do mundo social. Elas têm uma energia própria que persuade seus leitores ou seus espectadores que o real corresponde efetivamente ao que elas dizem ou mostram" (CHARTIER, 2011, p. 27).

Organizamos um quadro-síntese com os resultados quantitativos da pesquisa de teses em história da educação matemática no período de 2000 a 2018 no Brasil, com a mobilização da epistemologia de Chartier, em seguida tratamos das representações sobre a mobilização do conceito de representações em Chartier.

Tabela 1: Teses em História da Educação Matemática (2000-2018).

A pesquisa em números	Quantidade
Total de Teses sobre História da Educação Matemática catalogadas entre 2000 a 2018	204
Teses em História da Educação Matemática de 2000-2018 com Métodos históricos diferentes da História Cultural.	67
Teses em História da Educação Matemática de 2000-2018 com História Cultural	137
Teses em História da Educação Matemática com História Cultural de 2000-2018 e COM Roger Chartier.	79
Teses em História da Educação Matemática com a História Cultural de 2000-2018 e SEM Roger Chartier.	59
Teses em História da Educação Matemática e História Cultural de 2000-2018 que mobilizaram o conceito de Representação de Roger Chartier.	58

Fonte: Machado (2020).

Os resultados no quadro foram produzidos a partir dos critérios estabelecidos na metodologia e análise, e não representam a totalidade de teses existentes neste campo, pois, o nosso marco temporal foi até 2018, e em 2019 outras teses foram defendidas, ampliando a produção deste campo, todavia, eles mostram que a produção científica de teses em história da educação matemática defendidas neste período no Brasil, representa um avanço significativo deste campo.

Considerando o total de 137 teses com abordagem teórica e metodológica na História Cultural, encontramos 79 em que os autores trabalharam com o historiador Roger Chartier, em diferentes maneiras: como uma referência ilustrativa de uma ideia, ou ainda, como o historiador de base da pesquisa. Entretanto, em 59 teses, eles utilizaram como referência, outros autores da história cultural, como: Burke, Barros, Certeau, Le Goff, Thompson, confirmando que as pesquisas em história da educação matemática têm uma ampla diversidade de objetos, métodos e abordagens históricas.

Dentre as 204 teses catalogadas, 137 utilizaram a História Cultural, enquanto, 67 trabalharam com outros métodos históricos, como a História Oral, que foi um dos mais destacados entre as outras abordagens históricas. Esse resultado, aponta o que vem sendo discutido por pesquisadores desse campo, como, Mendes (2014, 2015, 2017) e Valente (2014, 2017, 2018), sobre a diversidade de métodos, abordagens e perspectivas históricas nas pesquisas em história da educação matemática.

Acerca dessa diversidade, Valente (2014) afirma que a pluralidade temática e as abordagens metodológicas, e o olhar dos pesquisadores, apontam um horizonte de ampliação formativa para os pesquisadores e os professores que ensinam e que pesquisam a Matemática e a História da Educação Matemática. Compartilhamos da ideia de que a pesquisa é um dos principais elementos na formação docente.

Os resultados apontam que das 79 teses em história da educação matemática com história cultural e a epistemologia de Chartier, a maioria, foi de universidades do Sudeste e Sul do Brasil, depois da região Nordeste com o maior número de estados, todavia, com poucas pesquisas com Chartier. Em seguida está a região Centro Oeste e, por último, a região Norte.

A diferença entre o norte e centro oeste, pode estar relacionada à criação do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC), sob a coordenação da Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), que tem contribuído para a ampliação das produções de teses nesse campo na região.

Essa diferença na produção de teses entre os estados, pode ser entendida em Chartier (1990), para o qual, “as representações são parte de um campo de concorrências e de competições cujos desafios se enunciam em termos de poder e de dominação, e produzem lutas de representações” (CHARTIER,1990, p. 17). A dominação na produção científica nesse campo, ainda é das regiões Sudeste e Sul do Brasil, com crescimento gradativo nas outras regiões do Brasil.

Na pesquisa da tese que originou este artigo, Machado (2020) destaca que considerou algumas fases de ausências, aproximações e avanços na mobilização da referida epistemologia nas teses analisadas, fases de: Ausências e Aproximações (2000 a 2003); Descobertas e Mapeamento (2004 a 2007); Práticas e Representações (2008 a 2011); Reconhecimento e Mobilizações (2012 a 2015) e Apropriação e Novas Práticas (2016 a 2018) com indicativo de avanços nessa dimensão, tendo em vistas as novas produções no ano de 2019 e as que estão em fase de elaboração.

Na fase “ausências e aproximações” o campo estava restrito aos professores que concluíram suas teses e ainda estavam se localizando nele, pois, as primeiras teses em história da educação matemática foram defendidas no Brasil no final da década de 1990. Logo, os autores ainda estavam em processo de reconhecimento e de mapeamento do campo, e de orientação das primeiras teses nessa abordagem.

O período das “descobertas e mapeamento”, começam a ser defendidas as teses com essas características e que Roger Chartier passou a ser mais citado nessas pesquisas, a maioria ainda o citava de maneira tímida, como recurso para ilustrar uma ideia. Em 2007 uma autora mobilizou com apropriação essa epistemologia, dando um salto de qualidade de acordo com as representações feitas por ela.

Na fase das "práticas e representações", houve crescimento acentuado dessa produção, com 19 teses, sendo 2008 o ano de maior produção. Isso se explica pela criação de grupos de pesquisas nesse campo e da ampliação de programas de pós-graduação no Brasil, de eventos sobre a temática e, pelas traduções das obras de Chartier no Brasil que tornaram mais fácil o acesso ao seu pensamento.

Foi na fase do "reconhecimento e mobilizações" que ocorreu o emprego dessa epistemologia em um total de 29 teses, realização de muitos eventos, publicações de livros e criação de revistas na área, ampliação de programas de pós-graduação com linhas de pesquisas em educação matemática, e visitas de Roger Chartier, com entrevistas, conferências e publicações de seus livros, ampliaram esse formato de pesquisas no Brasil.

Em "Apropriação e Novas Práticas" os autores ampliaram suas representações e apropriações sobre a epistemologia histórica cultural de Chartier, para mobilizar as pesquisas em História da Educação Matemática no Brasil, o que comprova que essa epistemologia foi mobilizada de diferentes maneiras. (MACHADO, 2020, p. 135-157).

Os resultados ainda apontam a existência de pesquisas em que os autores utilizaram mais de um método teórico e metodológico do campo histórico, ao mesmo tempo, em que trabalharam com a história cultural, o que demandaria um estudo muito apurado para caracterizar em qual campo histórico a pesquisa melhor se encaixaria.

A mobilização do conceito de representações em Chartier

Apresentamos os resultados de 58 teses que mobilizaram o conceito de representações sistematizado por Chartier, sendo este, o mais utilizado entre as 79 teses, pois, entendemos como representações, as diferentes maneiras como as quais os sujeitos compreendem o mundo, com base em suas apropriações. O conceito também foi refletido em todas as teses, mesmo que indiretamente, pois, mesmo não sendo o objeto central de muitas delas, ele foi discutido como complementação, fundamentação, associação ou até divergência entre as práticas e as apropriações.

São pelas representações que os sujeitos se manifestam diante dos objetos e das práticas, como pensa Chartier (1990), “as representações inserem-se em um campo de concorrências e de competições cujos desafios se enunciam em termos de poder e de dominação” (CHARTIER, 1990, p. 17). Ou seja, elas se posicionam como elementos balizadores das práticas e apropriações em permanente disputas de poder.

Quando pensamos nas representações a respeito de determinado conteúdo ou prática de ensino, lembramos do pressuposto de Chartier, sobre as lutas de representações, que não são apenas culturais, mas também políticas, giram em torno da busca pela legitimação de determinado significado.

Para Machado (2020), “as representações foram tratadas em todas as teses, e de formas diversas, pois, elas estavam presentes em todos os processos de análises de todas as práticas em disputas e em processo de apropriação”. (MACHADO, 2020, p. 206). O conceito de representação foi mobilizado de diferentes maneiras: como elemento determinante em algumas teses, como uma seção, como questão e problemática, ou como objetivo de pesquisa. Assim, não foi possível apresentar todas as teses que mobilizaram o conceito, mas selecionamos algumas, para apresentar as posições dos autores e para fazermos as nossas representações a esse respeito.

Um exemplo de tese que mobilizou o conceito de representações de Chartier, tanto como questão norteadora de pesquisa, quanto como objetivo específico, é de Denise Medina de Almeida França, do Programa de Pós-graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo – USP, defendida no ano de 2012, com o título: DO PRIMÁRIO AO PRIMEIRO GRAU: as transformações nas orientações das Secretarias de Educação de São Paulo (1961 a 1979).

Questiona que transformações sofre a representação didático-pedagógica do conceito de número, no período analisado (1961-1979), nas orientações publicadas pela Secretaria de Educação de São Paulo aos professores? Que tipo de Representação tem o professor sobre a História de seu ofício e a construção dos programas de ensino?

Nos objetivos a autora define: problematizar de que modo foram construídas as propostas de alterações metodológicas para o ensino do número nas séries inicias do Ensino Fundamental no período entre 1961 a 1979, de modo a compreender como foram produzidas as representações do “ensino moderno” no ideário do Movimento da Matemática Moderna (MMM) nas Secretarias de Educação de São Paulo. Objetiva ainda, compreender a transformação na representação didático-pedagógica do conceito de número no período analisado nas orientações publicadas.

Analisamos que França (2012) mobilizou esse conceito como questão central de sua tese, tanto nas questões, quanto nos objetivos, o que significa, uma maneira peculiar de apropriação desse conceito, ao afirmar na introdução de sua tese, como imperativo trazer o conceito de representação de Chartier para compreender as lutas de representações postas nas publicações, e de que maneira foi construída pela Secretaria a representação de ensino tradicional e de ensino moderno nas novas propostas de como abordar o conceito de número.

Pensamento que pode ser compreendido ao interprestarmos Chartier (1991), para o qual, não é possível a existência de prática ou de uma estrutura, sem que essas sejam produzidas pelas representações, sejam elas de consenso ou contraditórias, pelas quais os indivíduos e os coletivos dão significado e sentido ao seu mundo.

Outra tese que mobilizou esse conceito foi a de Iara da Silva França (2015), pelo Programa de Pós-Graduação em Educação: Pensamento Educacional Brasileiro e Formação de Professores, da Escola de Educação e Humanidades da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, intitulada: Do Ginásio para as Escolas Normais: as mudanças na formação matemática de professores do Paraná (1920-1936).

A mobilização do conceito de representações fundamentou a tese, quando a autora faz a seguinte afirmação: Roger Chartier (1994) evidencia a legislação como um conjunto de “representações coletivas que incorporam nos indivíduos as divisões do mundo social e estruturam os esquemas de percepção e apreciação a partir dos quais estes classificam, julgam e agem" (CHARTIER, 1994, p. 104).

Na visão de França (2015), a legislação utilizada é entendida como representação das aspirações políticas e sociais do tempo delimitado para o estudo e o Código de 1917, trazendo mudanças pequenas possivelmente deve-se ao curto espaço temporal que os afasta. As primeiras representações construídas a partir do "conjunto de normas" ditadas pela legislação e criadas por governantes permitiu compreender as finalidades da Educação na Primeira República. Para Chartier (2007) "não significa que a história se repita, mas que esta pode buscar o conhecimento e ajudar na compreensão crítica das inovações do presente" (CHARTIER, 2007, p. 17).

Trazemos ainda, a tese de Elenice de Souza Lodron Zuin (2007), intitulada: "POR UMA NOVA ARITHMETICA: o sistema métrico decimal como um saber escolar em Portugal e no Brasil oitocentistas", no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, no qual, a autora mobilizou esse conceito em diferentes momentos da tese, como fundamentação teórica e metodológica, como categoria de análise e até em suas conclusões.

Na análise, Zuin (2007) traz Chartier ao lembrar que, "as representações do mundo social assim construídas, embora aspirem à universalidade de um diagnóstico fundado na razão, são sempre determinadas pelos interesses de grupo que as forjam" (CHARTIER, 1990, p. 17). Para Zuin (2007), as representações do ensino do Sistema Métrico Decimal, nesta percepção, as metodologias poderiam esconder interesses de cada um dos grupos, ou, então, revelar as suas concepções e crenças em relação ao ensino e à aprendizagem do sistema métrico decimal (ZUIN, 2007, p. 283).

Os grupos aos quais ela se refere, são os professores do Brasil e de Portugal que trabalhavam com o Sistema Métrico Decimal, cada uma a seu modo, conforme utiliza Chartier (1990, p. 17), ao questionar: "o que estaria por trás das diversas formas metodológicas de se apresentar o sistema métrico decimal? (ZUIN, 2007, p. 281).

Outra maneira de mobilização desse conceito foi na elaboração de uma seção, como na tese intitulada: Uma História da Constituição de Matemática do Colégio no Cotidiano Escolar, pela PUC/SP em 2011. No II capítulo a autora fez uma seção específica nominada de "O Mundo como Representação". Na seção, discute-te as representações sobre o ensino de Matemática no Colégio, por diferentes atores, a partir desse conceito na obra de Chartier (1991, p. 176) "não existe prática ou estrutura que não seja produzida pelas representações, contraditórias e em confronto, pelas quais os indivíduos e os grupos dão sentido ao mundo que é o deles".

A autora relacionou o conceito com o seu objeto de pesquisa e dessa maneira, demonstrou ter suas próprias representações a respeito dele. Também identificamos esse conceito, mobilizado no corpo de textos, dando a ele, o valor e a representação que ele tem nas relações e nas produções acadêmicas em história da educação matemática com histórica cultural, ou até mesmo, como posição dos seres humanos em permanente luta de representação e apropriação das múltiplas práticas.

São pelas representações que os sujeitos se manifestam diante dos objetos e das práticas, para Chartier (1990) as representações inserem-se "em um campo de concorrências e de competições cujos desafios se enunciam em termos de poder e de dominação" (CHARTIER, 1990, p. 17). Significa que elas se posicionam como elementos balizadores das práticas e apropriações em permanente disputas de poder.

Portanto, a categoria representação como elemento determinante de muitas teses, nas quais os seus autores a mobilizaram para trabalhar suas pesquisas, seja na formulação do problema ou dos objetivos, em uma seção, como fundamento teórico, ou ainda, como ilustração e afirmação de um pensamento.

Considerações

Neste, refletimos a produção cientifica de teses em História de Educação Matemática com história cultural e base no conceito de representações sistematizado na epistemologia de Chartier, o qual considera, que o papel do historiador da cultura é produzir a história do passado pelas representações de hoje, e assim, problematizar o passado, fazer comparações entre ele e o presente, e se apropriar das novas representações sobre o passado. Objetivou identificar as maneiras de mobilização do conceito de representação formulado por Chartier nas teses sobre História da Educação Matemática em universidades brasileiras 2000-2018.

O estuda aponta que as pesquisas em História da Educação Matemática com histórico cultural, no Brasil, tem seus primórdios na década de 1990, contudo, foi a partir dos anos 2000 que se intensificou no Brasil, ao traçar as necessidades, perspectivas e indicativos de temáticas, objetos, fontes, e pressupostos teóricos e metodológicos para as novas bases dos três grandes grupos de pesquisas no campo da Educação Matemática no Brasil: História da Educação Matemática; História no Ensino de Matemática, e História e Epistemologia da Matemática.

Nos últimos anos, ampliaram-se no Brasil as pesquisas na dimensão da História da Educação Matemática, e a criação de grupos de estudos e pesquisas, de disciplina de História da Educação Matemática, pesquisa de teses, publicação de livros, periódicos, e eventos desse campo em universidades brasileiras, promovidos pelos pesquisadores dessa área, com necessidade de ampliação desse campo de conhecimento, representado pela diversidade de abordagens, métodos, contextos e campos teóricos epistemológicos, objetos e fontes (MACHADO, 2020, p. 124).

Indica ainda a consolidado deste campo no Brasil, com várias abordagens, objetos, fontes, procedimentos, análises, e métodos, como a história cultural e a mobilização da epistemologia de Chartier, que é uma tendência promissora de teses em História da Educação Matemática no Brasil, em especial a partir de 2005 com a primeira tese nessa dimensão. Esse crescimento concentra-se nas regiões Sudeste e Sul, e mais recente nas outras regiões, devido a criação de cursos de pós-graduação na área, e a presença de Chartier no Brasil a trabalho e pela tradução de seus livros.

O GPSEM (Grupo de Pesquisa sobre Práticas Socioculturais e Educação Matemática, criado em 2017 no Instituto de Educação Matemática e Científica

(IEMCI) da Universidade Federal do Pará (UFPA) cadastrado no Diretório dos Grupos de Pesquisa do CNPq, investiga práticas socioculturais e suas relações inter-transdisciplinares com as Ciências da Educação, a Antropologia, a História Cultural e a História da Matemática em suas perspectivas epistemológicas, didáticas e patrimoniais, liderado pelos professores Iran Abreu Mendes e Carlos Aldemir Farias.

O CREPHIMAT (Centro Brasileiro de Referência em Pesquisas em História da Matemática) de base no IEMCI/UFPA é outro avanço para este campo na região Norte e Brasil, como espaço para a promoção e circulação da produção científica dessa área, e diálogo com pesquisadores de outras regiões do Brasil e internacionais, para ampliação e fortalecimento das pesquisas e dos pesquisadores desse campo. Tanto o GPSEM quanto o CREPHIMAT representam avanços para esta área.

A mobilização da epistemologia de Chartier nas teses, tem produzido uma dinâmica nova na construção de uma História da Educação Matemática com base própria dos pesquisadores brasileiros da área. Entre as 204 teses catalogadas na tese, muitas dialogaram com outras abordagens histórias, em virtude das opções dos pesquisadores e orientadores que seguem vertentes diferentes de referencial teórico, epistemológico e metodológico, o que, contribui para a ampliação desse campo de pesquisa no Brasil, e comprovar muitas possibilidades de abordagens nas pesquisas.

As representações demarcaram o seu valor nas produções acadêmicas de teses em história da educação matemática com histórica cultural, em permanente luta de representação e apropriação das múltiplas práticas em seus contextos. Elas foram refletidas em todos os textos e de formas diversas nos processos de análises das práticas em disputas. Nossas representações sobre as pesquisas de teses em história da educação matemática, fundamentam-se na epistemologia de Chartier de que as lutas de representações, não são apenas culturais, mas também políticas, giram em torno da busca pela legitimação de determinado significado, no caso deste estudo, das práticas de pesquisas sobre história da educação matemática.

Referências

CHARTIER, Roger**. Inquietudes Teóricas e Desafios Contemporâneos**: entrevista com Roger Chartier. Entrevista á VEIGA, Ana Maria e SOUZA, Guilherme Queiroz de. SAECULUM: Revista de História (38): João Pessoa, jan/jun. 2018.
CHARTIER, Roger. **Do mundo como representação à multiplicidade das formas de representação do passado**: uma conversa com Roger Chartier. Entrevista a Marlon Salomon e Raquel Campos. Revista hist. historiogr. n. 22. Dez. 2016b. p. 296-319. doi: 10.15848. v. 22. 1185. Ouro Preto, 2016.
CHARTIER, Roger. **A mão do autor e a mente do editor**. 1. ed. Tradução de George Schlesinger. São Paulo: UESP, 2014.
CHARTIER, Roger. **Defesa e Ilustração da Noção de Representação**. Fronteiras, Dourados, MS, v. 13, n. 24, p. 15-29, jul./dez. 2011.
CHARTIER, Roger. **Inscrever & Apagar**: cultura escrita e literatura, séculos XI-XVIII. Tradução Luzmara Cursino Ferreira. São Paulo: UNESP, 2007.
CHARTIER, Roger. **Formas e Sentidos**: Cultura escrita entre distinção e apropriação. Tradução: Maria de Lourdes Meirelles Matencio. Campinas, SP: Mercado das Letras; Associação de Leitura do Brasil (ALB), 2003
CHARTIER, Roger. **A ordem dos livros**. Leitores, autores e bibliotecas na Europa entre os séculos XIV e XVIII. Trad. Mary Del Priore. Brasília: Editora da UnB, 1994.
CHARTIER, Roger. O mundo como representação. **Estudos Avançados**, v. 5, n.11. São Paulo. Jan/Abr. 1991.
CHARTIER, Roger. **A história cultural entre práticas e representações**. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil; Lisboa [Portugal]: Difel, 1990.
FLICK. Uwe. **Uma introdução à pesquisa qualitativa**. Tradução: Sandra Netz. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2004.
FRANÇA, Denise Medina de Almeida. **Do primário ao primeiro grau:** as transformações nas orientações das Secretarias de Educação de São Paulo (1961 a 1979). São Paulo, 2008. Tese (Doutorado) do Programa de Pós-graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo.
FRANÇA, Iara da Silva. Iara da Silva. **Do ginásio para as escolas normais**: as mudanças na formação matemática de professores do Paraná (1920-1936). Curitiba, 2015. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná.
MACHADO, Edina Fialho. **A Epistemologia histórica cultural de Roger Chartier em Teses sobre História da Educação Matemática no Brasil (2000-2018).** Belém, 2020. Tese (Doutorado) Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará.
MENDES, Iran Abreu. Pesquisa sobre História da Matemática nas dissertações e teses. In: MENDES, Iran Abreu. MOREY, Bernadete. (Org.). **Debates temáticos sobre pesquisa em história da matemática e da educação matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018.
MENDES, Iran Abreu. **História da matemática no ensino**: entre trajetórias profissionais, epistemológicas e pesquisas. São Paulo: Livraria da Física, 2015.
MENDES, Iran Abreu. Sobre as histórias da educação matemática apresentados no I ENAPHEM". In: VALENTE, Wagner Rodrigues. (Org.). **História da educação matemática no Brasil: problemas de pesquisa, fontes, referências teórico-metodológicas e histórias elaboradas**. São Paulo: Livraria da Física, 2014.
SEVERINO, Antônio Joaquim: **Metodologia do Trabalho Cientifico**. 23. Ed. Ver e Atual - São Paulo: Cortez, 2007.
VALENTE, Wagner Rodrigues. A matemática a ensinar e a matemática para ensinar: os saberes para a formação do educador matemático. In: HOFSTETTER Rita e

VALENTE, Wagner Rodrigues. (Orgs). **Saberes em (trans)formação:** tema central da formação de professores. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2017.
VALENTE, Wagner Rodrigues (Org). **História da Educação Matemática no Brasil**: problemáticas de pesquisa, fontes, referências, teórico-metodológicas e histórias elaboradas. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2014.
VALENTE. Wagner Rodrigues. **Oito temas sobre História da Educação Matemática**. REMATEC, Natal (RN), ano 8, n 12/ janeiro-junho de 2013.
ZUIN, Elenice de Souza Londron. **Por uma nova Arithmetica**: o sistema métrico decimal como um saber escolar em Portugal e no Brasil oitocentista. São Paulo, 2008. Tese de Doutorado no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

O ENSAIO DE 1939 DE ANTÓNIO MONTEIRO: O SEU CONTEXTO E A SUA IMPORTÂNCIA

José Francisco da Silva Costa Rodrigues
Universidade de Lisboa e Academia das Ciências de Lisboa
jfrodrigues@ciencias.ulisboa.pt

Resumo

O inédito e ignorado *"Ensaio sobre os FUNDAMENTOS da ANÁLISE GERAL"* de 1939, prémio Artur Malheiros de 1938 atribuído pela Academia de Ciências de Lisboa a António Aniceto Ribeiro Monteiro, é uma monografia que introduz o modernismo matemático e prepara uma viragem na investigação matemática em Portugal, antecedendo a criação do Centro de Estudos Matemáticos de Lisboa, em 1940, apoiado pelo Instituto para a Alta Cultura. Regressado de Paris, onde se doutorara em 1936 com Maurice Fréchet (1878-1973), Monteiro faz uma extraordinária e original síntese, em quatro capítulos abstratos, que vai da *Teoria dos Conjuntos* à *Análise Geral*, passando pela *Álgebra Moderna* e pela *Topologia Geral*, e estabelece, em bases firmes, a via da investigação do movimento matemático português no início da década de quarenta do século XX. Nesta comunicação, motivada pela reorganização dos arquivos da Academia em fins de 2015, apresentamos uma introdução e uma análise preliminar deste importante *Ensaio*, só publicado pela Academia de Ciências de Lisboa em *fac-símile* em 2020, das suas fontes e da sua influência que se pode identificar nos posteriores trabalhos de Monteiro e dos seus discípulos.

Palavras-chave: História da Matemática no século XX. António Monteiro. Academia das Ciências de Lisboa. História da Análise Geral.

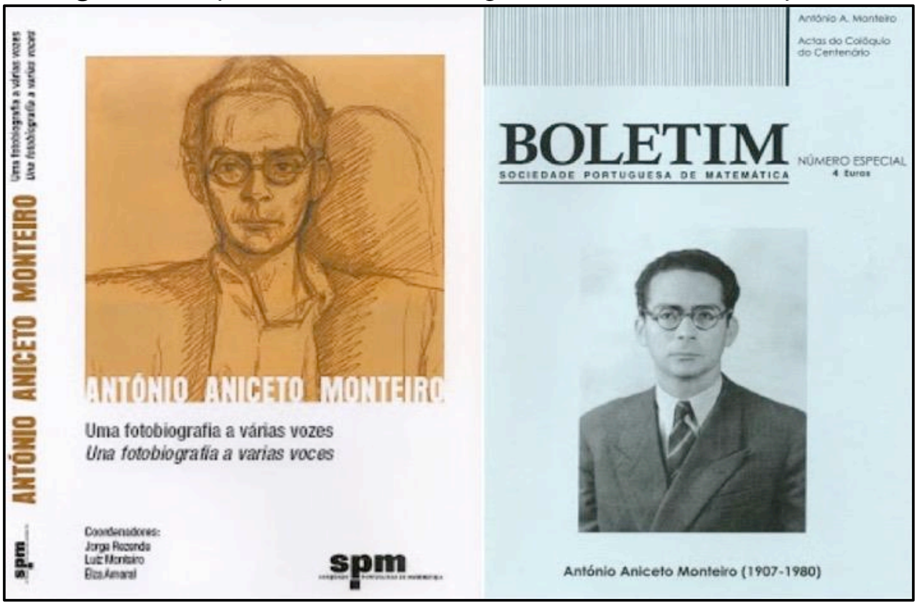
Introdução

António Aniceto Monteiro (1907-1980) foi um matemático português*, modernista, fundador e professor,* que trabalhou em Portugal, no Brasil e na Argentina. Em 2007, no ano do seu centenário, a Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM) prestou-lhe uma justíssima homenagem, publicando uma notável fotobiografia [AAM_Fb2007] e organizando um Colóquio Internacional na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa (FCUL), do qual resultou um número especial do seu Boletim [AAM_Bc2007] (Figura 1).

No ano seguinte, foi publicada uma extensa compilação das suas *Obras,* em oito volumes com cerca de 2800 páginas, onde não foi possível incluir o seu *Ensaio* de 1939, pois na altura não era conhecida nenhuma cópia. Na apresentação das *Obras* [AAM_O2008], Jean-Pierre Kahane, da Academia das Ciências de Paris, iniciou o seu significativo elogio escrevendo:

The works of António A. Monteiro belong to the world history of mathematics. They cover a large variety of topics from classical analysis to topology and from advanced algebra to logic in its more modern chapters. Some of them come from courses and synthetic presentations, but the majority of them are research papers. They are presented in different styles, occasionally handwritten, and also in different languages. Despite their intrinsic value, these works are a testimony of an age and of an exceptional life. They were written, in four different countries: France, Portugal, Brazil and Argentina. Monteiro was the founder of mathematical journals and various mathematical institutions, first in Portugal, then in Latin America. He had to emigrate from Portugal because of Salazar's regime and was also affected by the military dictatorship in Argentina. His life testifies the link between the struggle for science and the struggle for freedom.

Figura 1: Capas do Livro Fotobiográfico e do Boletim Especial.



Fonte: [AAM_Fb2007] e [AAM_Bc2007], respectivamente.

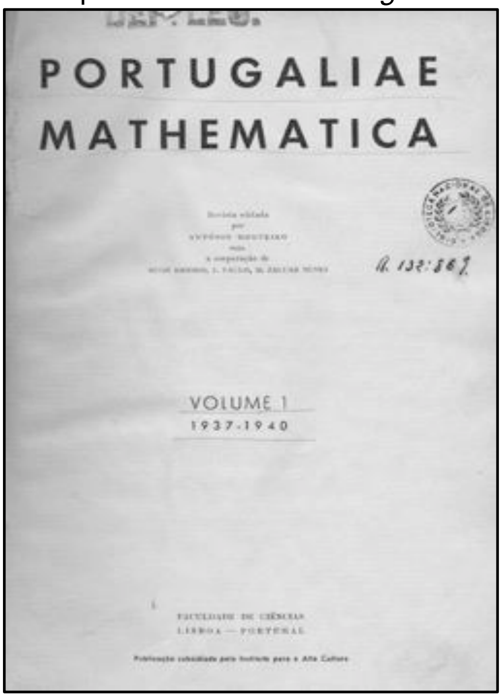
Nascido em Moçâmedes (Angola) a 31 de maio de 1907, filho de um oficial do exército colonial português, de quem fica órfão em 1915, vem para Lisboa frequentar o Colégio Militar entre 1917 e 1925, ano em que se inscreve na Faculdade de Ciências de Lisboa nos cursos preparatórios para uma carreira militar. Aluno de Pedro José da Cunha (1867-1945) em *Cálculo Diferencial, Integral e das Variações,* ainda antes da sua licenciatura em 1930 na Universidade de Lisboa, já em Ciências Matemáticas, revelou as suas tendências e aptidões para a investigação, tendo obtido no ano seguinte uma bolsa da Junta de Educação Nacional (JEN) para estudar em Paris onde apresentou a sua tese de doutoramento em junho de 1936, sob a orientação de Maurice Fréchet (1878-1973).

Nos primeiros quatro anos da sua estada de cinco anos letivos em Paris (1931-36), Monteiro, ultrapassou as deficiências da sua preparação em Portugal, frequentando vários cursos das "*principais teorias da especialidade que modernamente se têm criado e desenvolvido*", de G. Julia, A. Denjoy, E. Goursat, P. Montel e M. Fréchet, mas só em 1934 e em 1935, já sob a orientação deste último professor, é que publica os seus primeiros resultados de investigação em duas notas nos *Comptes Rendus de l'Academie des Sciences de Paris*, os quais irão determinar a sua tese de 1936 "*Sur l'additivité des noyaux de Fredholm*", na Universidade de Paris. Conforme revela a sua correspondência e os seus relatórios de bolseiro da JEN em Paris, naturalmente influenciado pelo seminário de J. Hadamard no *Collège de France* e pela frequência dos cursos e da biblioteca no *Institut Henri Poincaré*, Monteiro assume a sua missão de "*também estudar em Paris a organização dum Centro de Estudos Matemáticos que teria, entre outros, o objectivo de realizar o ressurgimento completo das tradições matemáticas portuguesas*", chegando mesmo referir a aquisição de livros para o "*Instituto de Matemática*", revelando a sua preocupação e empenho nessa missão [AF, p. 109].

O seu regresso a Portugal é marcado pelo início da guerra civil em Espanha e pela publicação, a 14 de setembro de 1936, do Decreto-lei nº 27003, que obrigava os funcionários públicos e, por extensão os titulares de uma bolsa do Instituto para a Alta Cultura (IAC), que havia substituído a JEN no novo Ministério da Educação Nacional, a assinar a declaração salazarista de compromisso político: *"Declaro, por minha honra que estou integrado na ordem social estabelecida pela Constituição política de 1933, com activo repúdio do comunismo e de todas as idéas subversivas"*. Com a sua corajosa e honrosa recusa em assinar essa declaração, decorrente da sua rigorosa coerência intelectual que, durante toda a sua vida e apesar de não se lhe serem conhecidas filiações partidárias, o faria afirmar-se como antifascista convicto [JR2], Monteiro, teria dito: "*não aceito limitações à minha inteligência*". Fica assim impossibilitado de prosseguir em Portugal a carreira universitária que irá desenvolver no seu exílio, em 1945 no Brasil, e na Argentina, de dezembro de 1949 até à sua jubilação e afastamento, também por razões políticas, da *Universidad Nacional del Sur* a 31 de março de 1975, onde era *Professor Emérito* desde 1972 [AAM_Fb2007].

Apesar das dificuldades económicas de ter de viver de explicações em Lisboa, com o espírito de missão e com a capacidade de iniciativa que lhe eram patentes, a fortíssima influência e a determinante atividade de Monteiro ficaram indeléveis na breve década do *Movimento Matemático Português* (1936-46), iniciada com as atividades do *Núcleo de Matemática, Física e Química*, em finais de 1936, com a fundação da revista científica *Portugaliae Mathematica* em 1937 (Figura 2), com o início do *Seminário de Análise Geral* em 1939, a criação em 1940 do *Centro de Estudos de Matemática de Lisboa*, pelo IAC e anexo à FCUL, sob a presidência de Pedro José da Cunha e sob a direção científica de Monteiro, e também com a fundação da *Gazeta de Matemática* e da SPM, a 12 de dezembro de 1940.

Figura 2: Frontispício do vol. 1 da *Portugaliae Mathematica.*



PORTUGALIAE
MATHEMATICA

VOLUME 1
1937-1940

Fonte: Biblioteca da FCUL.

Entre junho de 1937 e dezembro de 1942, a atividade científica e académica de Monteiro em Lisboa é efetuada na qualidade de tarefeiro do IAC como inventariador de bibliotecas científicas em Portugal, sendo autor de um trabalho pioneiro cujo relatório foi publicado em 1939 pelo IAC [IP], na altura presidido por A. Celestino da Costa [AAM_O2008]. A notável atividade científica e de orientação de jovens matemáticos nos três anos iniciais da atividade do *Centro de Estudos de Matemática de Lisboa*, foi marcada pela influência das ideias modernistas do *Ensaio* de um tarefeiro/inventariador do IAC, culminando com a visita de Maurice Fréchet, no início de 1942 (Figura 3), e com a sucessiva partida dos jovens com bolsas para o estrangeiro, incluindo os dois primeiros discípulos portugueses de Monteiro, Hugo Ribeiro para a ETH de Zurique e de José Sebastião e Silva para a Universidade de Roma.

Figura 3: M. Fréchet, P. J. da Cunha e A. Monteiro na Faculdade de Ciências de Lisboa no início de 1942.

Fonte: [AAM_Fb2007].

Iniciou, ainda em 1941, a sua colaboração com a Faculdade de Ciências do Porto com uma conferência de "*Introdução à Topologia Geral*", seguido de um curso no outono do ano seguinte sobre "*Introdução à Noção de Função Contínua*", já no âmbito do *Centro de Estudos de Matemática do Porto,* criado em 1942. Para aí transferiu-se em finais de 1943 e iniciou Alfredo Pereira Gomes, o seu terceiro discípulo em Portugal, na Análise Geral, tendo dirigido o *Seminário de Topologia Geral* durante o ano seguinte até à sua partida com a família para o Rio de Janeiro, em fevereiro de 1945. A sua estada no Porto foi subsidiada pela *Junta de Investigação Matemática* (JIM), criada em 4 de outubro de 1943, conjuntamente com Ruy Luis Gomes e Aureliano Mira Fernandes, uma notável associação patrocinada por fundos privados, que, reunindo a quase totalidade dos (poucos) investigadores portugueses no país, tinha como objetivo primeiro "*promover o desenvolvimento da investigação matemática*" e teve um papel importante no financiamento das publicações científicas, em particular à *Portugaliae Mathematica* depois do IAC deixar de lhe dar o apoio inicial que se limitou aos três primeiros volumes [RLG].

Entre 1945 e 1948, Monteiro foi professor de Análise Superior na Universidade do Brasil, hoje Universidade Federal do Rio de Janeiro, onde lecionou Topologia Geral, Análise Funcional e Conjuntos Ordenados, Reticulados e Álgebras de Boole. Aí teve forte influência em jovens como Maurício Peixoto, que foi seu co-autor, Maria Laura Mouzinho Leite Lopes, cuja tese de 1949 resolveu uma questão colocada pelo mestre, e ainda Leopoldo Nachbin [LN], a quem emprestou os dois primeiros volumes de *Topologie Générale* de Bourbaki [BII-III] e que lhe sucedeu na direção da série brasileira de monografias *Notas de Matemática.* Esta notável série, que Monteiro havia fundado em 1948 e que se publicou no Rio de Janeiro até 1972, foi prosseguida, a partir do volume 48, pela *North-Holland Publishing Company* e atingiu em 2008, já na *Elsevier*, o número 208 da coleção. Ainda no Rio de Janeiro, foi membro fundador do *Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas* em 1949, tendo partido no fim desse ano para a Argentina, por a Embaixada de Portugal no Rio de Janeiro ter convencido o Reitor da Universidade do Brasil a não lhe renovar o contrato devido às suas intervenções cívicas contra o regime português.

Nomeado Professor da *Universidad Nacional de Cuyo*, San Juan, Argentina, em 1950, Monteiro funda aí a *Revista Matemática Cuyana,* com M. Cotlar e E. Zarantonello em 1955. É daí que envia o interessante artigo *Problemas da cultura matemática portuguesa* [AAM_O2008], publicado em 1954 na revista *Ciência*, da Associação de Estudantes da Faculdade de Ciências de Lisboa, onde conclui "*que o problema principal do momento consiste na criação de um INSTITUTO PORTUGUÊS DE MATEMÁTICA que se dedique fundamentalmente à realização de trabalhos de investigação matemática e ao ensino da investigação matemática*". Apesar de ter sido convidado para a Universidade de Buenos Aires, Monteiro, com alguns dos seus novos discípulos argentinos, muda-se em 1957 para a recém criada *Universidad Nacional del Sur*, em Bahía Blanca, onde funda o Instituto e a Biblioteca de Matemática, prosseguindo a sua investigação que, entretanto, se tinha centrado na Lógica Algébrica e em Estruturas Algébricas Ordenadas (Reticulados). Aí inicia uma profunda renovação da licenciatura em matemática com impacto em toda a Argentina [EO], cria uma nova série de *Monografias de Matemática* e funda as *Notas de Lógica Matemática*, em1964, e as *Notas de Álgebra e Análisis* (1966). Em 1974 é nomeado membro honorário da *Unión Matemática Argentina*.

Apesar de ter passado um ano sabático na Europa, entre setembro de 1969 e agosto de 1970, visitando colegas em várias universidades em França, Roménia, Bélgica, Itália e Inglaterra, só regressa a Lisboa em março de 1977, como Bolseiro do Instituto Nacional de Investigação Científica, onde retoma a sua investigação no Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais (C.M.A.F.) durante cerca de dois anos. Aí orienta o doutoramento de M. Isabel Loureiro, o seu quarto discípulo português, e elabora o extenso trabalho *Sur les Algèbres de Heyting Symétriques*, que, em 1979, obtém o Prémio Gulbenkian de Ciência e Tecnologia, referido a 1978. Esta memória foi publicada no volume 39 de *Portugaliae Mathematica* [AAM_PM1980], o qual lhe foi dedicado postumamente. Numa carta de 5 de junho de 1978 enviada a Alfredo Pereira Gomes, o seu antigo discípulo do Porto, então professor da FCUL e diretor da *Portugaliae Mathematica,* na altura em recuperação pela SPM com o apoio do C.M.A.F., apesar do seu estado de saúde, Monteiro escreveu "*Estou realmente satisfeito com os resultados da minha actividade científica em Portugal. Isto deve-se sobretudo ao Centro de Matemática (C.M.A.F.), que me proporcionou o tempo livre para estudar*" [APG].

De regresso a Bahía Blanca, Monteiro faleceu em 29 de outubro de 1980, no país do seu segundo exílio onde se radicara com a família e onde deixou uma influência intelectual marcante. Nas palavras do matemático argentino Eduardo Ortiz, Monteiro pertence "*to an old tradition of Argentinian progressive and independent thought to which the country owes some of its most valuable achievements*". Numa das últimas cartas, escreveu-lhe:

> Asi es la vida caro Ortiz. Uno se usa y se gasta en tareas que no pueden terminarse: y a pesar de eso se inician con entusiasmo y dedicación, porque las esperanzas y certezas nunca se pierden. Tristezas de Bahia Blanca! nas margenes del Napostá; entre vientos y tormentas en que la tierra nos ahoga, veo Lisboa distante — recuerdos de mi infancia! [EO].

O *Prémio Artur Malheiros* de 1938

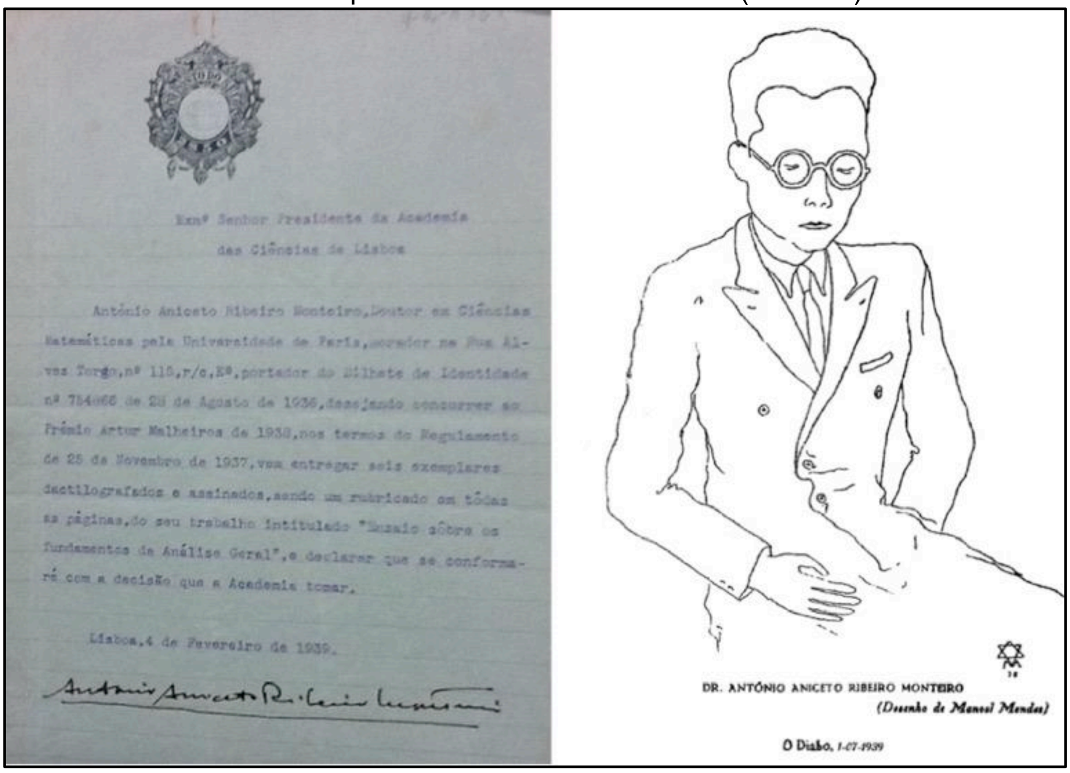
Em 1937 foi instituído na Academia de Ciências de Lisboa, um prémio científico anual no valor de 5000 escudos, destinado a estimular o progresso das ciências em Portugal e atribuível, por concurso, "*a autor português de obra original e inédita sobre o ramo de conhecimentos científicos*" que fosse indicado no edital de abertura. As áreas do conhecimento eram sete e abrangiam, em regra pela ordem seguinte, as ciências matemáticas, as ciências físicas e químicas, as ciências naturais, as ciências médicas, as ciências aplicadas, as ciências jurídicas, políticas e sociais e, concluindo, as ciências económicas e financeiras.

A abertura da primeira edição do "*Prémio Artur Malheiros de 1938*" é anunciada oficialmente a 5 de fevereiro de 1938 no Diário do Governo, "*pelo prazo de trezentos e sessenta e cinco dias*", solicitando que os candidatos entregassem *"até às dezasseis horas do dia em que terminar o prazo do concurso, seis exemplares dactilografados do seu trabalho, assinados e um dêles rubricados em tôdas as folhas, acompanhados de requerimento de admissão, dirigido ao presidente da Academia*".

O *Ensaio,* dedicado à memória de seu pai, é submetido por António Monteiro no último dia do prazo, 4 de fevereiro de 1939 (Figura 4, à esquerda), na sequência da sua participação no *Núcleo de Matemática, Física e Química de Lisboa* havia mais de dois anos. Um mês depois, o Secretário Geral da Academia comunica-o aos quatro membros da Secção de Matemática, juntamente com um outro trabalho a concurso, da autoria de Jayme Araújo, sobre "*Algumas Modalidades teórico-práticas na Resolução e discussão do problema de Pothenot*", uma questão clássica de topografia plana, também conhecido como problema de Snellius-Pothenot, cuja primeira solução data do século XVII e consiste em determinar a posição de um ponto acessível desconhecido a partir de medições angulares a três outros pontos conhecidos.

Em cerca três meses, o júri examinou os trabalhos e deliberou o vencedor do prémio e, posteriormente, na sessão da Classe de Ciências de 6 de julho de 1939, foi aprovado, por unanimidade, o parecer e a atribuição do primeiro *Prémio Artur Malheiros - 1938* ao *Ensaio* de António Monteiro. O prémio só lhe foi entregue na Sessão da Classe de Ciências a 16 de novembro de 1939, após lhe ter sido comunicado oficialmente por carta de 4 de novembro pela Secretaria da Academia. Entretanto, é de registar a publicação a 1 de julho de 1939, no jornal *O Diabo* [AAM_O2008], de um desenho de Monteiro por Manuel Mendes (Figura 4, à direita), artista plástico, escritor e resistente anti-fascista, ligado ao grupo da Seara Nova, com uma nota de M. Zaluar Nunes celebrando o prémio da Academia de Ciências.

Figura 4: Requerimento de A. Monteiro em papel selado (à esquerda) e A. Monteiro desenhado por Manuel Mendes em 1939 (à direita).



Exmº Senhor Presidente da Academia das Ciências de Lisboa

António Aniceto Ribeiro Monteiro, Doutor em Ciências Matemáticas pela Universidade de Paris, morador na Rua Alves Torgo, nº 110, r/c, Eº, portador do Bilhete de Identidade nº 754066 de 28 de Agosto de 1936, desejando concorrer ao Prémio Artur Malheiros de 1938, nos termos do Regulamento de 25 de Novembro de 1937, vem entregar seis exemplares dactilografados e assinados, sendo um rubricado em tôdas as páginas, do seu trabalho intitulado "Ensaio sôbre os fundamentos da Análise Geral", e declarar que se conformará com a decisão que a Academia tomar.

Lisboa, 4 de Fevereiro de 1939.

Fonte: (ACL) e [AAM_Fb2007], respectivamente.

Os dois principais contributos originais de Monteiro, referidos no Prefácio e enunciados no capítulo 4 do seu *Ensaio,* foram reconhecidos pelo parecer de

14 de junho de 1939, redigido por Aureliano Mira Fernandes. O relatório é também assinado pelos três outros matemáticos da Secção de Matemática da Academia, sendo a primeira assinatura de Pedro José da Cunha, enquanto presidente da Secção, e as outras de Santos Lucas e Manuel Peres.

O relatório/parecer é uma carta dirigida ao Presidente da Classe de Ciências da Academia que resumidamente expõe o que de essencial Mira Fernandes encontrara no *Ensaio,* por um lado, reconhecendo o seu valor e a sua atualidade e, por outro, revelando que o relator estava razoavelmente a par dos progressos recentes da matemática, apesar da pobreza das bibliotecas científicas em Portugal na época. No entanto, elabora numa pequena confusão histórica quando refere no início do relatório que "*O nome de Análise Geral foi criado pelo professor Fréchet*", apesar de Monteiro ter escrito, logo na primeira linha do Prefácio do *Ensaio* e com mais rigor, que a *Análise Geral* fora fundada no princípio do século XX por Maurice Fréchet. De facto, Fréchet adotou, mas não criou a expressão, hoje em caída em desuso, de *Análise Geral*, pois ela aparece, pela primeira vez, nas lições do matemático norte-americano E. H. Moore sobre *"Introduction to a form of General Analysis",* efetuadas na Universidade de Yale em setembro de 1906, as quais são citadas no livro de Fréchet de 1928 [F]. Contudo, Mira Fernandes reconhece que a Análise Geral "*é uma ciência de criação recente cujos progressos podem justificar àmanhã uma acertada mudança de nome*", algo que efetivamente veio a acontecer.

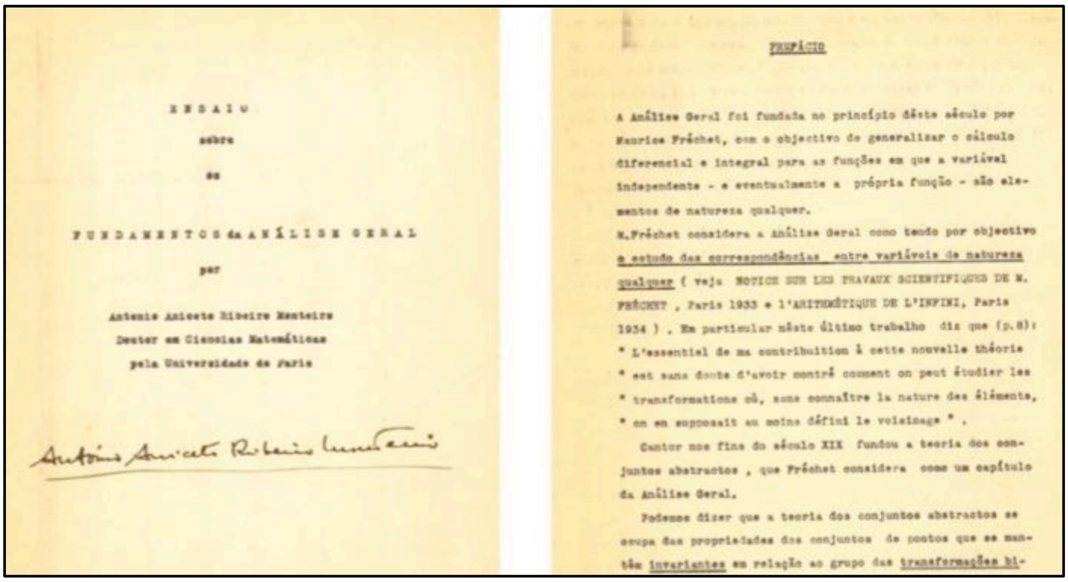
Efetivamente, Maurice Fréchet foi pioneiro ao propor, na sua tese de 1906 sob orientação de Jacques Hadamard (1865-1963), uma abordagem abstrata da Análise Matemática baseada em estruturas gerais: *classe (L)*, espaços com convergência; *classe (E),* espaços com *écart.* i.e., com distância, renomeados espaços métricos por F. Hausdorff, em 1914, como uma subclasse de espaços topológicos, e *classe (V),* uma generalização dos espaços *(E)* munidos de vizinhanças (*voisinages*). Estas noções foram evoluindo e Fréchet expôs os seus resultados no influente livro *Les Espaces Abstraits* [F], o qual marcou fortemente a atividade matemática incial de Monteiro e, em particular, o seu *Ensaio*.

O testemunho auto-biográfico do matemático norte-americano Norbert Wiener (1894-1964), que interagiu diretamente com Fréchet na sua segunda viagem à Europa, por ocasião do Congresso Internacional de Matemáticos realizado em Estrasburgo em 1920, é eloquente:

> The scholar I chose was Maurice Fréchet. It was Fréchet more than anyone else who had seen what was implied in the new mathematics of curves rather than points (…) One of the specific things which attracted me in Fréchet was that the spirit of his work [spirit of abstract formalism] was very closely akin to the work I had tried to do at Colombia on topology (…) My training with Russell and my later contact with the work of Whitehead had sensitized me to to the use of formal logic tools in mathematics, and there was much in Fréchet's work which was suited from the very beginning to be embodied in the peculiar and highly original mathematical-logical language which Whitehead and Russell had devised for the Principia Mathematica. [NW].

O *Ensaio* de 1939 reflete claramente o *"espírito de formalismo abstrato",* que Monteiro absorveu de Fréchet e aí antecipou a Bourbaki, tendo ficado inédito e perdido no arquivo da Academia das Ciências de Lisboa. Por isso, não foi possível integrá-lo na publicação da sua obra (quase) completa em 2008 [AAM2008] e apenas, na sequência duma organização daquele arquivo se encontrou, em finais de 2015, o seu processo e quatro dos seis exemplares do *Ensaio*.

Figura 5: Frontispício e início do Prefácio do manuscrito datilografado de 1939 de A. Monteiro.


E N S A I O

sobre

os

F U N D A M E N T O S da A N Á L I S E G E R A L

por

Antonio Aniceto Ribeiro Monteiro

Doutor em Ciencias Matemáticas

pela Universidade de Paris

Antonio Aniceto Ribeiro Monteiro

PREFÁCIO

A Análise Geral foi fundada no princípio dêste século por Maurice Fréchet, com o objectivo de generalizar o cálculo diferencial e integral para as funções em que a variável independente - e eventualmente a própria função - são elementos de natureza qualquer.

M.Fréchet considera a Análise Geral como tendo por objectivo o estudo das correspondências entre variáveis de natureza qualquer (veja NOTICE SUR LES TRAVAUX SCIENTIFIQUES DE M. FRÉCHET , Paris 1933 e l'ARITHMÉTIQUE DE L'INFINI, Paris 1934) . Em particular nêste último trabalho diz que (p.8):

" L'essentiel de ma contribuition à cette nouvelle théorie

" est sans doute d'avoir montré comment on peut étudier les

" transformations où, sans connaître la nature des éléments,

" on en supposait au moins défini le voisinage " .

Cantor nos fins do século XIX fundou a teoria dos conjuntos abstractos , que Fréchet considera como um capítulo da Análise Geral.

Podemos dizer que a teoria dos conjuntos abstractos se ocupa das propriedades dos conjuntos de pontos que se mantêm invariantes em relação ao grupo das transformações bi-

Fonte: (ACL).

O *"Ensaio sobre os FUNDAMENTOS da ANÁLISE GERAL" de 1939*

Na frase inicial do Prefácio, Monteiro não podia ser mais claro (Figura 5): *"A Análise Geral foi fundada no princípio deste século por Maurice Fréchet, com o objectivo de generalizar o cálculo diferencial e integral para as funções em que a variável independente — e eventualmente a própria função — são elementos de natureza qualquer";* a qual, citando uma frase de 1933 numa *Notice sur les travaux scientifiques* do seu professor, visa "*o estudo das correspondências entre variáveis de natureza qualquer* (sublinhado no original).

Monteiro descreve de seguida o conteúdo do seu *Ensaio* que, com cerca de 130 páginas datilografadas, consiste em quatro capítulos: *A Teoria dos Conjuntos Abstractos* (13 p.); *Álgebra Abstracta* (52 p.); *Topologia Abstracta* (26 p.) e *Análise Abstracta ou Análise Geral* (38 p.). Completa o relativamente longo Prefácio, de nove páginas, com um parágrafo programático, que vai pôr em prática de imediato, com o *Curso de Introdução à Análise Geral*, do segundo semestre do ano académico de 1938-39, ainda no âmbito do *Núcleo de Matemática, Física e Química de Lisboa*, e no terceiro ano do *Seminário de Análise Geral,* em abril de 1940, já no âmbito do recém criado Centro de Estudos Matemáticos de Lisboa, a funcionar na Faculdade de Ciências sob a presidência de Pedro José da Cunha (Figura 6). Nesse parágrafo final escreve:

> Se com a realização dêste trabalho conseguirmos chamar à atenção dos jóvens estudiosos do nosso país para a importância sempre crescente da Análise Geral, fundada por M. Fréchet, cujos métodos tendem a dominar a estruturação da matemática moderna, podemos considerar o nosso objectivo atingido porque pensamos que nestas condições servimos a ciência de uma maneira geral e os estudiosos portuguêses em particular. Por essa razão apresentamos êste trabalho à Academia das Ciências de Lisboa para o concurso ao Prémio Científico Artur Malheiros de 1938.

Considerando, como Fréchet, a Teoria dos Conjuntos Abstratos como um capítulo da Análise Geral, Monteiro carateriza-a como sendo a teoria que "*se ocupa das propriedades dos conjuntos de pontos que se mantêm invariantes em relação ao grupo das transformações biunívocas*", tal como a Álgebra Abstrata, "*um dos capítulos mais recentes da matemática moderna*" trata das propriedades "*que se mantêm invariantes em relação ao grupo dos isomorfismos (correspondências biunívocas que respeitam a operação* *considerada)*" e a Topologia, também ela um capítulo da Análise Geral, é a teoria "*que estuda as propriedades dos conjuntos de pontos que se mantêm invariantes em relação ao grupo das transformações bicontínuas ou homeomorfias.*"

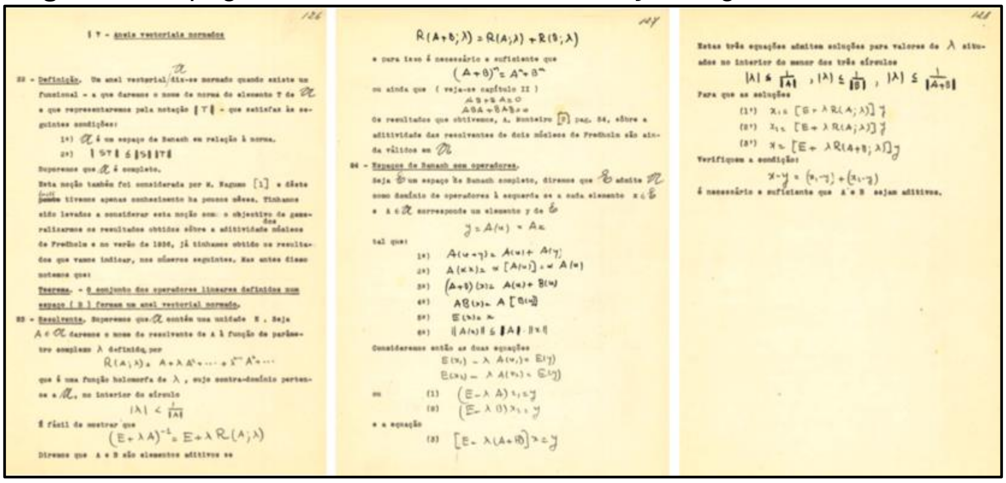
Figura 6: Anúncios do curso de 1939 e do seminário de 1940, já no âmbito do Centro de Estudos de Matemática, de A. Monteiro na Faculdade de Ciências de Lisboa.

Fonte: [AAM_Fb2007].

Finalmente no quarto e principal capítulo, Monteiro introduz "*a noção de espaço algébrico-topológico — que podemos definir como um espaço onde existe simultâneamente uma álgebra e uma topologia*", com o objetivo de tratar do "*estudo das propriedades invariantes para um topo-isomorfismo, isto é, por uma correspondência biunívoca que é simultâneamente uma homomorfia e um isomorfismo*", em especial no que designa por *espaços analíticos,* ou seja aqueles para os quais a operação algébrica seja contínua. Entre estes, introduz os grupos abelianos topológicos perfeitamente decomponíveis, para os quais demonstra "*um teorema de estrutura*", que sendo "*análogo aos teoremas de Banach e de Cantor-Bernstein*" (sobre a equivalência de dois conjuntos com a mesma potência), estabelece, em particular, que se dois daqueles grupos "*têm a mesma dimensão algébrica êles são topo-isomorfos*".

A nova noção de *dimensão algébrica* é uma generalização da "*dimensão linear de um espaço (vetorial) de tipo (F) introduzida recentemente por Banach*" no seu livro clássico de 1932, sobre *Théorie des opérations linéaires*. Culminando uma moderna síntese de algumas estruturas algébrico-topológicas, incluindo grupos topológicos e espaços (B) de Banach, é levado a definir anéis vetoriais normados, noção também considerada em 1936 pelo matemático japonês M. Nagumo, com o objetivo de generalizar os resultados da sua tese sobre a aditividade dos núcleos de Fredholm, obtendo condições necessárias e suficientes para a aditividade das resolventes no âmbito dos anéis de operadores lineares em espaços de Banach (Figura 7).

Figura 7: As páginas do *Ensaio* com a observação original de A. Monteiro.



Fonte: (ACL).

A clareza com que as novas ideias abstratas são descritas e concretizadas por Monteiro no seu *Ensaio* são notáveis e representam um progresso significativo, certamente, independente e desconhecido do coletivo dos matemáticos que, sob o nome de N. Bourbaki, estavam a criar os *Éléments de Mathématique* que só se começariam a publicar um ano mais tarde em Paris. Na sua autobiografia, André Weyl (1906-1998), um dos fundadores e mais influentes matemáticos desse coletivo, regista o espírito da época ao escrever [AW2, p.114]:

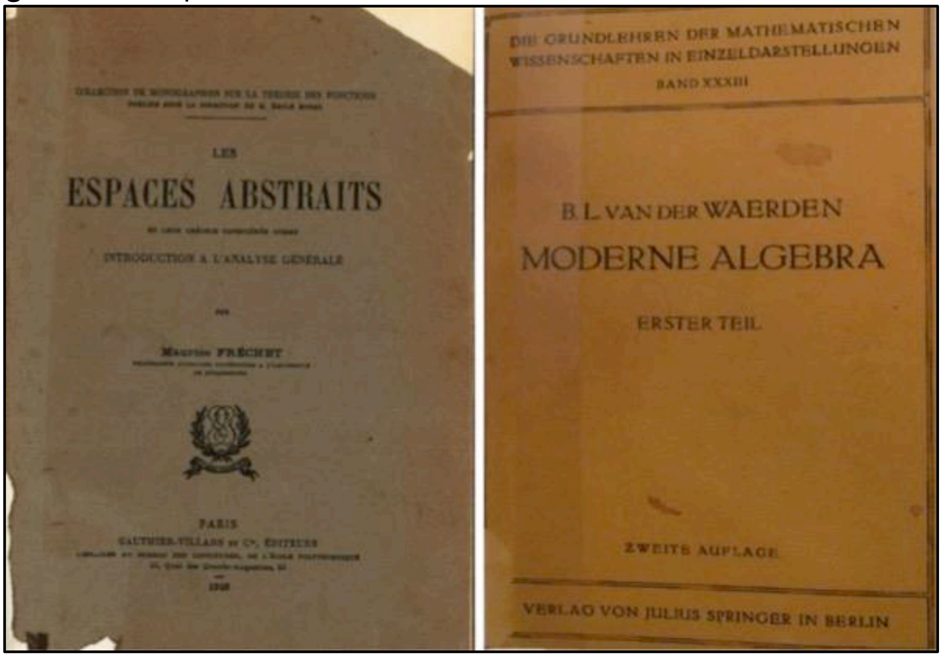
> In establishing the tasks to be undertaken by Bourbaki, significant progress was made with the adoption of the notion of structure, and of the related notion of isomorphism. Retrospectively these two concepts seem ordinary and rather short on mathematical content, unless the notions of morphism and category are added. At the time of our early work these notions cast new light upon subjects which were still shrouded in confusion: even the meaning of the term "isomorphism" varied from one theory to another. That there were simple structures of group, of topological space, etc., and then also more complex structures, from rings to fields, had not to my knowledge been said by anyone before Bourbaki, and it was something that needed to be said.

Que era relevante dizê-lo, Monteiro também o sabia e descreveu-o claramente não só no Prefácio do seu *Ensaio* como também ao longo dos seus quatro capítulos.

No primeiro capítulo, sobre *A TEORIA DOS CONJUNTOS ABSTRACTOS*, Monteiro começa por introduzir a relação dos "*elementos abstractos ou indefinidos*" pertencerem ou não ao conjunto, usando a notação de Peano, hoje banal, e com a noção de igualdade, com a possibilidade de num mesmo conjunto poderem existir várias relações de igualdade, caso em que uma delas, a fundamental em relação às outras, é a "*<u>identidade</u> e a outra ou as outras têm o nome de <u>equivalências</u>*", caraterizadas pelas propriedades de reflexividade, de simetria e de transitividade. Após descrever a inclusão de conjuntos, a noção de função, de homomorfismo em relação à identidade e de transformações biunívocas, conclui que "*as propriedades de que se ocupa a teoria dos conjuntos abstractos, isto é aquelas que se mantêm invariantes para uma equivalência, <u>são aquelas que se podem enunciar recorrendo apenas às noções primitivas da teoria dos conjuntos $x = y$ e $x \in A$ e às funções proposicionais da Lógica formal</u>*." O capítulo prossegue com uma descrição da potência de um conjunto infinito ou número cardinal enunciando o Teorema de Cantor-Berstein sobre dois conjuntos serem equivalentes se e só se têm a mesma potência, deixando a demonstração para o segundo capítulo, para onde também remete o estudo da álgebra dos subconjuntos de um dado conjunto. Termina com algumas propriedades sobre os números cardinais, referindo a equivalência entre a o problema da tricotomia (<, >,=) e do axioma de Zermelo que enuncia da seguinte forma: "*<u>Se os elementos de um conjunto A são conjuntos E, não vazios e sem elementos comuns dois a dois, então existe pelo menos um conjunto A' que contém um elemento e um só de cada conjunto E</u>*."

O segundo capítulo, o mais longo do *Ensaio*, é a primeira exposição moderna em português sobre *ÁLGEBRA ABSTRACTA,* "*um dos capítulos mais recentes da Matemática Moderna, visto que o início do seu desenvolvimento se pode localizar por volta de 1920*" (p. 14). Depois de introduzir uma operação algébrica num conjunto abstrato e a noção de espaço algébrico, define homomorfismo entre dois espaços algébricos, que é isomorfismo se for biunívoca, quando essa correspondência respeita as respetivas operações, e estabelece o objetivo da álgebra abstrata como aquela "*que estuda as propriedades dos espaços algébricos que se mantém invariantes quando se passa de um espaço algébrico para outro que lhe seja isomorfo*" e que se ocupa das propriedades "*que se podem enumerar recorrendo apenas às noções primitivas da Álgebra*". Depois de introduzir os axiomas da adição e da multiplicação, trata da álgebra dos conjuntos abstratos, onde à adição corresponde a união de conjuntos e à multiplicação a intersecção, e demonstra um teorema de Banach de 1924 sobre a possibilidade da decomposição de dois conjuntos em duas partes disjuntas que são respetivamente equivalentes, ou isomorfas. Deste conclui o teorema de Schröder-Cantor-Berstein: "*se o conjunto A é equivalente a um sub-conjunto de B e se B é equivalente a um sub-conjunto de A, os conjuntos A e B são equivalentes*". Em seguida define as noções de Grupo, de Grupo Abeliano, de "*Espaço Vectorial Abstracto*", de Anel, onde estuda transformações e as suas propriedades, e de "*Anel Vectorial*", tendo em vista o anel dos operadores lineares definidos num espaço vetorial, terminando o capítulo com o "*Tipo algébrico de um espaço*", a noção "*que desempenha em Álgebra Abstracta o mesmo papel que a noção de potência de um conjunto desempenha na teoria dos conjuntos abstractos*".

Figura 8: As capas dos livros de M. Fréchet e do de B.L. van der Waerden.



Fonte: Biblioteca da FCUL.

No Capítulo III, dedicado à "*TOPOLOGIA ABSTRACTA*", Monteiro coloca-se na perspetiva de Fréchet [F] utilizando como noção primitiva a noção de vizinhança que lhe "*parece a mais intuitiva muito embora existam noções da topologia que não se sabem aínda exprimir por intermédio da noção de vizinhança*", centrando esse capítulo na estrutura de *Espaço (V)*. Apesar de iniciar o capítulo com uma breve referência aos espaços topológicos baseados na operação de derivação de conjuntos, i.e., a passagem ao conjunto de pontos limites ou de acumulação de um dado conjunto, Monteiro distancia-se de Pedro José da Cunha, o seu mentor em Lisboa [PJC], e demarca-se de alguma terminologia de Mira Fernandes [AMF], dois dos primeiros introdutores em Portugal destas noções que não faziam ainda parte dos cursos da época. É interessante ler na página 67, como Monteiro refere que "*a topologia pode ser baseada sobre outras noções primitivas, por exemplo: vizinhança, conjunto fechado, conjunto aberto, "fermeture" (ou conjunto de inclusão, na terminologia do Prof. Mira Fernandes) ponto interior, etc.",* sem contudo citar o artigo de divulgação [AMF], resultado de uma conferência realizada por aquele professor do I.S.T. no dia 26 de novembro de 1934 na Faculdade de Ciências da Universidade e Lisboa, e que certamente conhecia, apesar de não ter assistido à conferência por se encontrar em Paris. Na exposição das 26 páginas do capítulo III da sua monografia, Monteiro faz um interessante resumo e uma original síntese da *Topologia Abstracta*, onde, sendo patente a influência estruturalista na Matemática absorvida na sua estada em Paris, não deixa de seguir a terminologia e a abordagem de Fréchet (*Espaços (V)* e *(L)*, funções contínuas, espaços distanciados), apesar de procurar integrar alguns dos desenvolvimentos da década posterior ao livro [F] de 1928.

Finalmente, no quarto capítulo, Monteiro apresenta a *ANÁLISE ABSTRACTA,* designação por si proposta, ou *ANÁLISE GERAL*, como uma síntese das "*mais recentes da matemática moderna, visto que ela se pode considerar ainda em plena formação*", apresentando-se "*como lògicamente subordinada à Álgebra Abstracta e à Topologia Abstracta e portanto à teoria dos Conjuntos Abstractos*". Assim, entre os espaços algébrico-topológicos, i.e.

aqueles que forem simultaneamente dotados de uma "*álgebra*" (uma ou mais operações algébricas) e de uma topologia que estejam relacionadas entre si, ou seja, onde as operações algébricas forem contínuas, chama "*espaços analíticos*". Nestes podem ser definidas propriedades importantes, como, por exemplo, limites de somas ou de produtos de sucessões num grupo topológico, ou de séries absolutamente convergentes e de derivadas em grupos abelianos normados e completos. Introduzindo os espaços de Banach [B], Monteiro apresenta o teorema deste matemático polaco sobre os operadores lineares serem contínuos se e só se forem limitados. Mas o culminar deste capítulo está na generalização a anéis vetoriais abstratos, normados e com unidade, onde é possível estabelecer uma teoria abstrata da resolvente e onde estabelece condições necessárias e suficientes sobre a aditividade das resolventes de operadores lineares, que havia obtido no verão de 1936 e que generalizam resultados da sua tese sobre a aditividade das resolventes de dois núcleos de Fredholm [AAM]. Este resultado novo é reconhecido por Mira Fernandes no seu relatório à Academia, que contudo dá mais relevo à observação de Monteiro na última página do *Ensaio* sobre a equivalência de dois conjuntos arbitrários implicar a equivalência dos conjuntos de todos os seus subconjuntos, determinando então a existência de um "*topo-isomorfismo*" entre estes, pois isso "*inculca, sobretudo, a função primacial da Análise Abstracta dentro da Análise Geral de Fréchet*".

De facto, Monteiro deu mais importância àquela generalização do último capítulo do *Ensaio,* que publicou posteriormente em 1940 numa pequena nota de quatro páginas sobre *Sur l'additivité dans un anneau*, nas páginas 289-292 do volume 1 da *Portugaliae Mathematica* [AAM_O2008]. Numa nota da página 291 deste artigo, Monteiro refere o seu *Ensaio* e regista a sua intenção de o publicar naquela revista. Nesse artigo não apresenta demonstrações, tal como não o fizera no *Ensaio,* pois refere que são análogas às da sua tese de 1936 [AAM]. É interessante observar que a sua tese foi composta na Imprensa Portuguesa do Porto, tendo sido também publicada nos *Anais da Faculdade de Ciências do Porto* no volume desse ano, cuja "*Introduction*" termina na página 8 com o agradecimento "*Nous remercions également la* Junta de Educação

Nacional *et le peuple de notre pays, à qui nous devons d'avoir pu entreprendre et terminer ce travail sans préocupations matérielles, pendant notre long séjour à Paris*", cuja expressão sublinhada por nós é omitida na edição de [AAM] publicada em 1937 na *Portugaliae Mathematica* e reproduzida nas suas *Obras* [AAM_O2008].

As fontes, a época e Bourbaki 1935-1942

Se a influência de Fréchet, em particular do livro [F] referido na Bibliografia do *Ensaio,* é indelével, na teoria de conjuntos Monteiro sofre a influência da escola polaca, citando o livro de Sierspinski, também publicado em Paris em 1928 e na álgebra da escola alemã, através da primeira edição do influente livro de van der Waerden [vW], desenvolvido a partir das lições de Emil Artin e de Emmy Noether numa linguagem precisa e moderna, cuja segunda edição iria ser traduzida em português na década seguinte por Hugo Ribeiro e publicada pela Sociedade Portuguesa de Matemática.

O livro de Sierspinki, apesar do título se referir aos números transfinitos e constituir uma introdução muito clara à teoria de Cantor e dos seus seguidores, contendo resultados recentes, é também inovador por se basear no método axiomático, que Monteiro segue no seu *Ensaio.*

Contudo na topologia geral, onde as influências polaca e russa também se fazem sentir, Monteiro procura manter-se fiel à terminologia de Fréchet não indo além dos espaços (V), que lhe bastam, apesar de adoptar uma exposição mais abstrata e algo inovadora. No entanto, Monteiro refere as dificuldades do conceito de vizinhança, citando em particular, o curto ensaio de 1938, com apenas 39 páginas, de André Weil [AW1], onde este, para além de estabelecer as propriedades básicas dos espaços uniformes, uma classe de espaços topológicos adaptada aos conceitos de convergência e continuidade uniformes, suscita um conjunto de observações sobre os axiomas da topologia geral onde procura estabelecer uma distinção entre aqueles com mero interesse histórico dos realmente importantes que irão fixar a exposição moderna do primeiro livro de N. Bourbaki sobre *Topologie Générale*, publicado em Paris em 1940.

Mas é sobretudo no último capítulo sobre análise abstrata que a exposição de Monteiro é original, pois não só efetua uma breve e clara síntese entre a álgebra moderna e a topologia geral, sem esquecer os espaços de Banach [B], como desenvolve a teoria dos grupos topológicos e também introduz, de forma independente do matemático japonês M. Nagumo, os anéis vetoriais topológicos. É importante referir que, já na segunda metade do século XIX, Sophus Lie havia lançado as bases dos grupos de Lie, que são uma classe particular de "grupos contínuos", mas a teoria geral dos grupos topológicos foi iniciada apenas em 1926, por O. Schreier, e que o primeiro livro, da autoria de Lev Pontryagin, sendo de 1938 só iria ser publicado em inglês em 1939 e não era conhecido por Monteiro.

Desde a sua chegada a Paris em 1931, António Monteiro trabalhou na biblioteca do *Institut Henri Poincaré*, recém criado em 1928, tendo assistido regularmente aos seminários que aí se realizavam. Em particular, o seminário de Gaston Julia, que na década de trinta era frequentado pelos jovens que iriam fundar o grupo Bourbaki, nos três últimos anos académicos da estada de Monteiro em Paris tratou dos seguintes temas: Grupos e Álgebras, em 1933/34; Espaços de Hilbert, em 1934/35; e Topologia em 1935/36. Nos seus relatórios ao IAC, Monteiro, refere explicitamente as conferências de Claude Chevalley, André Weil, Jean Delsarte e Jean Leray, que no ano académico de 1934/35 também se reuniam periodicamente em Paris no café *Capoulade* em discussões matemáticas. Estas reuniões, que incluíam ainda Jean Dieudonné, Henri Cartan, René de Poussel e Szolem Mandelbrojt, que substituiu Leray, iriam dar lugar à reunião fundadora do pseudónimo coletivo Nicolas Bourbaki, realizada numa aldeia de Auvergne, no centro da França, em julho 1935.

Se o objetivo inicial do grupo daqueles jovens professores saídos da *École Normale Supérieur* de Paris era escrever um novo curso de Cálculo Diferencial e Integral, sob a forma de um moderno tratado de Análise Matemática que substituísse os clássicos *Cours d'analyse* da escola francesa, ao longo das várias reuniões e discussões coletivas, o grupo Bourbaki evoluiu para uma apresentação axiomática e abstrata de algumas noções gerais e essenciais, "*les structures fondamentales de l'analyse*", cujos quatro primeiros livros que constituem os *ÉLÉMENTS DE MATHÉMATIQUE* são [BI,II,III,IV]:

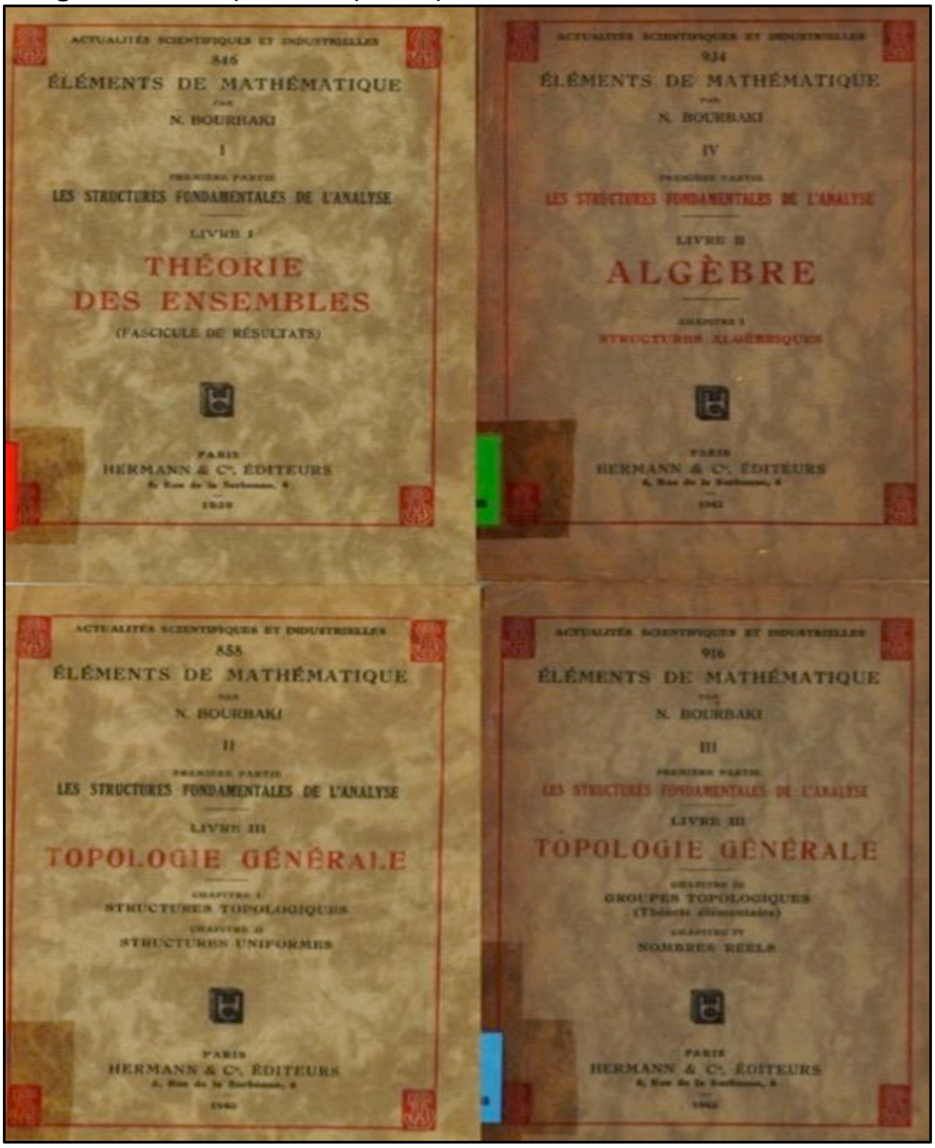
Livre I — *THÉORIE DES ENSEMBLES* (Fascicule de résultats) Paris, 1939 (1-2-1940)

Livre II — *ALGÈBRE* (Structures algèbriques) Paris, 1942

Livre III — *TOPOLOGIE GÉNERALE* (Chapitres I et II) Paris, 1940

Livre III — *TOPOLOGIE GÉNERALE* (Chapitres III et IV) Paris, 1942.

Figura 9: As capas dos quatro primeiros fascículos de N. Bourbaki.



Fonte: Biblioteca da FCUL.

O fascículo sobre a Teoria dos Conjuntos, apesar de datado de 1939, tem a data de impressão de 1 de fevereiro de 1940, e começa por explicar o "*mode d'emploi de ce traité*", que "*toma as matemáticas do seu início, dá demonstrações completas e, em princípio, não supõe nenhum conhecimento matemático particular, mas apenas um certo hábito de raciocínio matemático e um certo poder de abstração*" (tradução do autor). Contém apenas cerca de 45 páginas de definições e resultados sobre elementos e partes de um conjunto, funções, produtos de vários conjuntos, reunião, intersecção e produto de uma família de conjuntos, relações de equivalência, conjunto quociente, conjuntos ordenados, potências, conjuntos numeráveis e termina com escalas de conjuntos e estruturas, tendo adotado uma notação e uma terminologia consistentes e duráveis.

O segundo livro, sobre Álgebra, é o quarto volume e só é publicado em 1942 na Paris ocupada. Compreende o primeiro capítulo das estruturas algébricas, tratando das leis de composição internas, associatividade, comutatividade, elemento neutro, elementos regulares, elementos simétricos, leis de composição externas, estruturas algébricas, relações entre leis de composição, grupos e grupos de operadores, grupos de transformação, anéis e anéis de operadores, terminando com corpos. A sua introdução abre com a descrição sobre "*fazer álgebra, é essencialmente calcular, isto é, efetuar, sobre os elementos de um conjunto, 'operações algébricas', cujo exemplo mais conhecido é dado pelas 'quatro regras' da aritmética elementar*", e a sua nota histórica, depois de identificar três correntes — a teoria das substituições na resolução das equações algébricas, o cálculo vetorial e matricial e a teoria dos números algébricos — termina na síntese da álgebra moderna como resultado "*sobretudo da obra da escola alemã moderna: começada por Dedekind e Hilbert nos últimos anos do século XIX, o trabalho da axiomatização da Álgebra foi vigorosamente prosseguido por E. Steinitz, e depois, a partir de 1920, sob o impulso de E. Artin, E. Noether e dos algebristas da sua escolas (Hasse, Krull, Schreier, van der Waerden)*" e reconhece o livro [vW] como fonte de inspiração.

O terceiro livro de Bourbaki, dedicado à Topologia Geral, é, de facto, o segundo a ser publicado em 1940 e compõe-se de dois capítulos que tratam das estruturas de outro tipo que "*dão um sentido matemático às noções intuitivas de limite, de continuidade e de vizinhança*". O primeiro, sobre estruturas topológicas, inicia-se com conjuntos abertos, que determinam a definição de espaço topológico, prosseguindo com vizinhanças e outras noções, como homomorfismos e a continuidade das transformações, produtos, compacidade e espaços conexos, e baseia a noção de convergência no conceito de filtro, uma generalização das sucessões introduzida por H. Cartan em 1937, obtendo a completa equivalência entre vizinhança, conjunto aberto e a topologia da convergência. O segundo capítulo trata das estruturas uniformes, um conceito introduzido por A. Weil em [AW1], que permite estender a estrutura dos espaços métricos introduzidos por Fréchet em 1906, e generalizar para os espaços uniformes importantes resultados, em particular de compacidade e de completação.

Os capítulos III e IV da Topologia Geral, que também se publicaram num fascículo em 1942, tratam da teoria elementar dos grupos topológicos e dos números reais, respetivamente. O capítulo III, começa pela definição de grupo topológico, enquanto conjunto munido de uma topologia compatível com os axiomas algébricos de grupo, desenvolve a teoria baseada nos filtros e nas suas convergências e nas propriedades das estruturas uniformes, e conclui com alguns tópicos sobre anéis e corpos topológicos. O capítulo IV introduz o grupo ***R*** os números reais como o completado do grupo ordenado ***Q***, dos números racionais munido da topologia dos intervalos abertos, demonstra as propriedades topológicas usuais de ***R*** e das respetivas séries e funções numéricas, e termina com uma extensa e bastante completa nota histórica com doze páginas.

Comparando a estrutura dos quatro capítulos e das respetivas secções do *Ensaio* de António Monteiro, entregue a 4 de fevereiro de 1939 na Academia de Ciências de Lisboa, com os conteúdos destes quatro primeiros livros de Bourbaki, que são uma obra de outra dimensão e com outra ambição, ficamos surpreendidos pela coincidência do seu encadeamento e mesmo pela sobreposição de muitos dos seus conteúdos. Naturalmente que Monteiro absorveu em Paris, durante a sua estada entre 1931 e 1936, as novas ideias e os resultados mais recentes das matemáticas modernas e que os seus objetivos tinham, numa escala e num contexto completamente diferentes, algum paralelismo com o ambicioso programa do coletivo Bourbaki, mas não podia conhecer nem os planos nem os conteúdos dos *Éléments de Mathématiques*. No entanto, apesar de Monteiro nunca ter sido "bourbakista" nem ter revelado simpatias pelos trabalhos dos discípulos de Bourbaki, ousamos considerar que o seu *Ensaio* é, de facto, uma obra precursora do grande projeto daquele autor coletivo, que também é caraterizada por um modernismo e um estruturalismo notáveis.

A influência do *"Ensaio"* no CEML e na JIM, entre 1939-1944, e no Brasil em 1945-48

A elaboração do *Ensaio* aparece na sequência dos cursos que Monteiro professou no âmbito do *Núcleo de Física, Matemática e Química* em Lisboa, nomeadamente no iniciado a 2 de março de 1937 no Instituto Superior Técnico sobre *Teoria das Matrizes,* já na perspetiva da Álgebra Moderna, nas duas conferências sobre *Os Fundamentos da Análise Moderna*, realizadas a 20 e 21 de dezembro de 1938, e no *Curso de Introdução à Análise Geral*, iniciado a 27 de fevereiro de 1939 com um programa que cobre exatamente os quatro capítulos do *Ensaio*, estes dois últimos lecionados na Faculdade de Ciências de Lisboa [AAM_Fb2007].

A 17 de março de 1939, a convite do *Grupo de Estudos dos alunos da Faculdade de Ciências de Coimbra*, Monteiro inaugurou as atividades efémeras e sem consequências desse grupo com uma conferência sobre "*O objectivo da Análise Moderna",* a qual foi relatada em notícia do *Diário de Coimbra* de 19 de março desse ano da seguinte forma [MCA]: "*Toma, então, a palavra o Dr. Monteiro, que revelando uma cultura matemática invulgar e com raro poder sugestivo e clareza cristalina (...) fala sôbre o objectivo da teoria dos conjuntos, da álgebra abstracta, etc., prendendo sempre o numeroso auditório, em que se viam muitos estudantes e professores, que tributaram ao conferente uma calorosa salva de palmas ao terminar a sua brilhantissima exposição, que durou cêrca de hora e meia*."

O *Seminário de Análise Geral* foi englobado no *Centro de Estudos Matemáticos de Lisboa* (CEML), que foi criado em 1940 pelo Instituto para a

Alta Cultura (IAC), anexo à Faculdade de Ciências de Lisboa, sob a presidência de Pedro José da Cunha, e funcionou durante um período inicial de três anos, sob a direção científica de António Monteiro, tendo trazido a Portugal M. Fréchet que a 17 de janeiro de 1942 foi recebido como primeiro sócio honorário da Sociedade Portuguesa de Matemática pelo seu primeiros presidente e secretário-geral, figurando os três na fotografia da Figura 3 [AAM_Fb2007]. O CEML contribuiu de modo significativo para o arranque da revista e da biblioteca da *Portugaliae Mathematica* e desenvolveu uma atividade pioneira de investigação, com alguns jovens bolseiros, entre os quais Hugo Ribeiro e José Sebastião e Silva, os principais discípulos de António Monteiro do seu período em Lisboa, criando um movimento intermitente, sem precedentes, de modernização da Matemática em Portugal. Assim, por exemplo, aquele seminário funcionou em abril de 1940 com uma conferência de Hugo Ribeiro sobre *Objectivo da Topologia Geral* e outra sobre *A importância da Análise Geral* por António Monteiro. No entanto, o CEML só retomaria atividades uma década mais tarde, em 1952, sob a direção de José Sebastião e Silva.

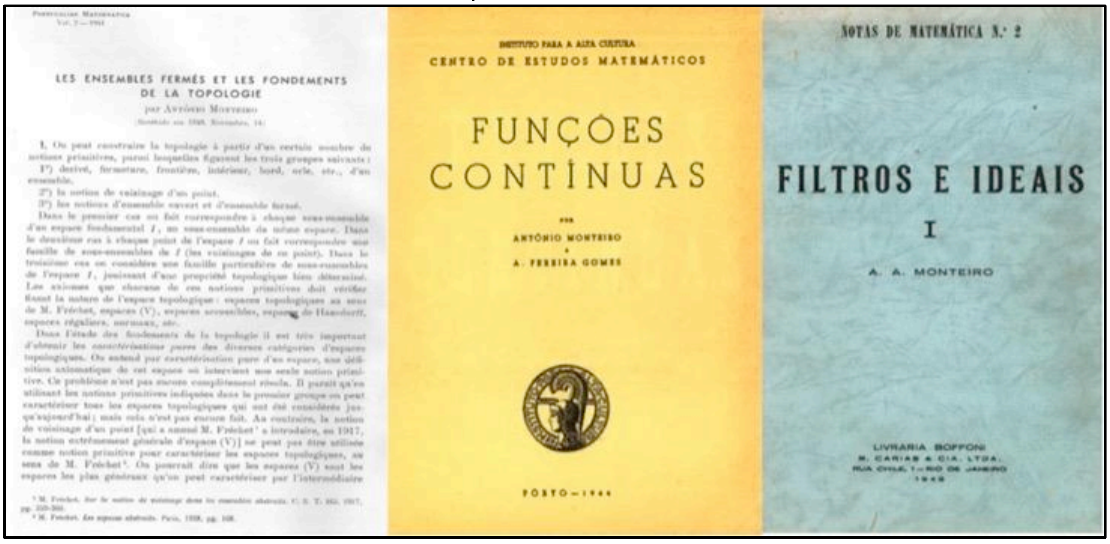
A atividade do *Seminário de Análise Geral* foi descrita por Monteiro no seu relatório de fevereiro de 1940 que está no arquivo do IAC: *O Seminário tem por objetivo fundamental a realização de trabalhos de investigação e para esse efeito existe um plano de estudos. O objetivo fundamental é estudar os Espaços Analíticos isto é aqueles em que existe simultaneamente uma Álgebra e uma Topologia. Trata-se de um ramo pouco estudado da Análise Geral. Para esse efeito impõe-se estudar os fundamentos da Álgebra Abstracta e da Topologia e os Espaços Analíticos particulares que têm sido estudados até hoje. Este ano será consagrado fundamentalmente à Topologia, muito embora se realizem outros assuntos ao mesmo tempo. O estudo dos fundamentos da Topologia foi empreendido no princípio deste ano por A. Monteiro e H. Ribeiro, posteriormente ingressaram neste grupo Sebastião e Silva e José Paulo. Os resultados já obtidos excederam toda a expectativa. Há neste momento dois trabalhos publicados na Portugaliae Mathematica: H. Ribeiro "Sur l'Axiomatique des Espaces Topologiques de M. Fréchet" e A. Monteiro e H. Ribeiro "Sur* *l'axiomatique des Espaces (V)". Além deste há outros trabalhos realizados este ano no Seminário. Sebastião e Silva, que começou a trabalhar há muito pouco tempo, descobriu um princípio de dualidade nas noções da Topologia, destinado a desempenhar, na minha opinião, um grande papel simplificador no estudo da Topologia e a esclarecer as suas noções fundamentais. O mesmo estudioso conseguiu obter já alguns resultados no estudo do problema de Wiener (Topologia).*

Com a partida dos jovens com bolsas de estudo para o estrangeiro e com as dificuldades criadas em Lisboa nos finais de 1942 com o fim da sua bolsa de arquivista do IAC, Monteiro, que em 1941 e 1942 havia começado a colaboração com a Faculdade de Ciências do Porto, desloca a sua atividade para essa cidade em 1943, com o apoio da *Junta de Investigação Matemática* (JIM), começando uma colaboração com Alfredo Pereira Gomes que se torna co-autor duma monografia, com cerca de 150 páginas, sobre *Introdução ao Estudo da Noção de Função Contínua*, publicado em 1944 onde as noções de Topologia e de Análise Geral são desenvolvidas com clareza e profundidade.

A partir de 1945 Monteiro ensina em cursos e seminários tópicos modernos de Análise Superior no Rio de Janeiro, começa a interessar-se e a publicar em estruturas ordenadas e teoria de reticulados e exerce uma influência nos seus novos discípulos brasileiros, entre os quais se destaca Leopoldo Nachbin que publica duas das cinco primeiras *Notas de Matemática,* a coleção fundada em 1948 pelo matemático português no Brasil, nomeadamente o fascículo nº 1, sobre *Combinação de Topologias* e o nº 4 sobre *Espaços Vetoriais Topológicos*. O nº 2 dessa coleção, sobre *Filtros e Ideais,* é do próprio Monteiro e o nº 5, sobre *Aneis de funções contínuas,* de Marshal H. Stone, sendo todos os cinco sobre temas de *Análise Geral,* na terminologia do *Ensaio* que começava então a cair em desuso.

É notória a influência do conteúdo do *Ensaio* e do seu autor que, com as atividades intensas de investigação matemática de apenas três anos do CEML, em Lisboa, e de cerca de um ano no CEMP, no Porto, juntamente com os seus colaboradores vão constituir um esboço de uma Escola Portuguesa de Topologia Geral, influência essa que se estende ao Rio de Janeiro por cerca de quatro anos. No clássico livro de Topologia Geral de 1955 [K], o matemático norte-americano John L. Kelley, no seu Prefácio, não só faz um agradecimento a Hugo Ribeiro, como cita na Bibliografia três artigos deste e dois de Monteiro, todos publicados na *Portugaliae Mathematica* entre 1940 e 1945, uma nota aos *C.R. Acad. Sc. Paris* de 1948 de A. Pereira Gomes e a monografia nº4 das *Notas de Matemática* de L. Nachbin sobre *Espaços Vetoriais Topológicos,* ambos publicados em 1948.

Figura 10: Um artigo de Topologia Geral de Monteiro na *Portugaliae Mathematica* em 1941 e duas capas de livros de A. Monteiro.



Fonte: Biblioteca da FCUL.

Agradecimentos

Agradeço ao Professor Miguel Telles Antunes ao ter proporcionado a redescoberta do Ensaio perdido nos arquivos da Academia, aos colegas Jorge Rezende e Luís Saraiva pelas sugestões e comentários, à Cristina Bernardino e à Anabela Teixeira por me ajudarem a obter referências bibliográficas e ao Professor João Paulo Carvalho Dias por me ter proporcionado em 1978 um encontro único com o Professor António Aniceto Monteiro na Biblioteca Geral da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

NOTA *Este artigo corresponde à comunicação apresentada à Academia de Ciências de Lisboa, na Sessão da Classe de Ciências de 15 fevereiro de 2018, e à conferência plenária "O ENSAIO PREMIADO DE ANTÓNIO MONTEIRO E A SUA IMPORTÂNCIA IGNORADA", efetuada no dia 14 de agosto de 2018 no 8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática. Com pequenas adaptações, incluindo as figuras 5 e 7, este texto corresponde ao artigo publicado nas Memórias da Classe de Ciências da Academia das Ciências de Lisboa, no* *volume 2 das Memórias XLVII de 2020,* conjuntamente com o texto integral do *Ensaio* e do seu *Índic*e, originalmente omisso e que foi elaborado para essa publicação.

Referências

[AAM_PM1980] *Portugaliae Mathematica*, vol. 39 (1980), Edição da Soc. Port. Mat. dedicada a A.A.Monteiro (jan 1985), direção de Alfredo Pereira Gomes.

[AAM_Bc2007] *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática, Nº Especial,* com as Atas do Colóquio de Centenário na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa de junho de 2007, editadas por Luís Saraiva.

[AAM_Fb2007] *António Aniceto Monteiro, uma fotobiografia a várias vozes,* Sociedade Portuguesa de Matemática, Lisboa 2007, *Coordenadores:* Jorge Rezende, Luiz Monteiro e Elza Amaral.

[AAM_O2008] *The Works of António A. Monteiro, Vol.s I-VIII,* Edited by Eduardo L. Ortiz and Alfredo Pereira Gomes, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisbon and The Humboldt Press, London 2008.

[AAM] António Monteiro, *Sur l'additivité des noyaux de Fredholm*, Thèse Univ. Paris, junho 1936. (Portugaliae Math. 1 (1937), 1-172, in [AAM_O2008]).

[AF] Augusto Fitas, *As relações entre António Ribeiro Monteiro e a Junta de Educação Nacional ou um bolseiro português na cidade de Paris (do Outono de 1931 à Primavera de 1936)*, in [AAM_Bc2007], 89-127.

[AMF] Aureliano de Mira Fernandes, *Distância e Vizinhança*, Técnica, Revista de Engenharia, nº 62 (1934), 511-515, nº 63 (1935), 1-5.

[APG] Alfredo Pereira Gomes, *O regresso de António Monteiro a Portugal de 1977 a 1979*, Portugaliae Math. 29 (1980), XXXIII-XLI.

[AW1] André Weil, *Sur les espaces à structure uniforme et sur la topologie générale,* Hermann, Paris 1938.

[AW2] André Weil, *The Apprenticeship of a Mathematician*, Springer, Basel, 1992.

[B] S. Banach, *Théorie des opérations linéaires*, Monografie Matematyczne, Warszawa, 1932.

[BI,II,III,IV] N. Bourbaki, *Éléments de Mathématiques — Les Structures Fondamentales de l'Analyse,* Hermann, Paris*:* I - *THÉORIE DES ENSEMBLES (Fascicule de résultats)*, 1939; II - *TOPOLOGIE GÉNERALE (Chapitres I et II),* 1940; III - *TOPOLOGIE GÉNERALE (Chapitres III et IV),* 1942; IV - *ALGÈBRE*, 1942.

[EO] Eduardo Ortiz, *Professor António Monteiro and Contemporary Mathematics in Argentina*, Portugaliae Math. 29 (1980), XIX-XXXII.

[F] Maurice Fréchet, *Les Espaces Abstraits, et leur théorie considérée comme Introduction à l'Analyse Générale,* Gauthier-Villars, Paris, 1928.

[IP] Ilda Perez*, António Monteiro e um relatório de 1939 para o Instituto para a Alta Cultura,* Boletim da Soc.Port.Mat. 68, maio 2013, p. 137–150.

[JR1] Jorge Rezende, *Blogue <António Aniceto Monteiro>* http://antonioanicetomonteiro.blogspot.com/

[JR2] Jorge Rezende, *António Aniceto Monteiro — lutas, perseguições e exílios*, Bol.Soc.Port.Mat. 74 (nov.2016), 135-172.

[K] J. L. Kelley, *General Topology*, Van Nostrand, New York, 1955.

[LN] Leopoldo Nachbin, *The influence of António A. Ribeiro Monteiro in the development of Mathematics in Brazil,* Portugaliae Math. 29 (1980), XV-XVII.
[MCA] M. C. Almeida, *Centro de Estudos Matemáticos de Coimbra, 1938: um projecto*, Suplemento do Boletim da SPM 65, outubro 2011, p. 49-51.
[MF] Maurice Fréchet, *Les Espaces Abstraits et leur théorie considérée comme Introduction à l'Analyse Générale,* Gauthier-Villars, Paris, 1928.
[NW] N.Wiener, *I am a Mathematician,* The M.I.T. Press, 1956.
[PJC] Pedro José da Cunha, *Relexões sôbre a teoria dos conjuntos,* Extracto do Jornal Sciências Matemáticas, Físicas e Naturais, 3ª série, n.10, 1922, 62 p.
[RLG] Ruy Luis Gomes, *Tentativas feitas nos anos 40 para criar no Porto uma Escola de Matemática*, Boletim SPM, 6 (out/1983), 29-48.
[S] W. Sierpinski, *Leçons sur les nombres transfinis*, Gauthier-Villars, Paris, 1928.
[vW] B.L. van der Waarden, *Modern Algebra*, Vol. 1, Springer, Berlin, 1930.

ANEXO

ÍNDICE do ***"Ensaio sobre os FUNDAMENTOS da ANÁLISE GERAL"***

— *<u>FIM na página 130.</u>*

O *STATUS* EPISTEMOLÓGICO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

John Andrew Fossa
UEPB
jfossa@oi.com.br

Resumo

Ao procurar uma definição de 'matemática' que apresenta essa ciência (onde 'ciência' é tida no sentido lato) como uma atividade humana, apresenta-se um estreito paralelismo entre a história geral do desenvolvimento da matemática com a da metafísica. Mostra-se que todas as duas partirem de uma tematização de nossas intuições não-noéticas sobre o Hum e pretenderem alcançar a necessidade nos seus raciocínios, mas tiveram de enfrentar crises nessa pretensão que os levaram a se reconceituar de formas diferentes. Assim, somos levados a conceber a matemática como conhecimento metafísico análogo e, visto que a metafísica é a tematização do Hum articulada pelo conceito do Ser, enquanto a matemática articula o Hum mediante o conceito de igualdade, concluímos que podemos definir a matemática como a tematização do Hum sob a relação de igualdade.

Palavras-chave: História da Matemática. Filosofia da Matemática. Epistemologia da Matemática. Metafísica e Matemática. Definição da Matemática.

Introdução

O intuito original do presente artigo era o de apresentar uma definição para a matemática. Desde há muito tempo tenho definido a matemática, em analogia à definição da ciência, pelo método que usa para validar as suas proposições. Assim, como a ciência é o campo de investigação que valida as suas proposições através de verificação empírica, a matemática é o campo de investigação que valida as suas através do método axiomático. Interessantemente, a conceituação dada por Holanda (1987), "ciência que investiga relações entre entidades definidas abstrata e logicamente", é uma versão simplificada dessa definição.

Ainda penso que a definição proposta é basicamente acertada, embora tenha certas consequências inconvenientes. A lógica e a Teoria dos Conjuntos, por exemplo, passam a ser partes da matemática segundo a referida definição – contudo, não tenho muito problema com essa consequência. Pior, fica um pouco difícil distinguir entre, por exemplo, a matemática e o direito, pois o sistema de leis se assemelha com um sistema axiomático. No final das contas, porém, pode-se mostrar, através de uma caracterização cuidadosa do que seja um sistema axiomático, que o direito não se enquadra nesse conceito.

Outra consequência seria, aparentemente, que qualquer assunto pode ser axiomatizado, de uma forma ou outra, e, portanto, tudo vira a ser matemática. Isto, porém, não significa nada mais do que tudo pode ser matematizado – conclusão aceita por todos.

Não obstante o sucesso da referida definição, eu cogitava se não houvesse outra, talvez mais conveniente no sentido de que não apresentaria a matemática como um objeto (mesmo um objeto abstrato), mas como uma atividade. Ao trilhar essa linha de pensamento, percebi algo bastante notável por si mesmo, a saber: há uma analogia muito estreita entre o histórico da matemática e o da metafísica. Veremos, a seguir, como isto me levou a definir a matemática como a tematização do Hum sob a relação de igualdade. Antes, porém, será conveniente ver, de forma breve, como a matemática tem sido definida historicamente e o que devemos esperar de uma definição adequada.

Algumas conceituações históricas da matemática

Segundo Heath (1981), a palavra grega μάθημα for originalmente usada para referir a qualquer curso de instrução. Eventualmente, passou a significar só o conhecimento matemático, pois, sempre segundo o mencionado autor, esse tipo de conhecimento, em contraste a todos os outros tipos, poderia ser entendido somente mediante instrução especial.

A explicação não faz muito sentido, porém, visto que para os primeiros pitagóricos o objeto de μάθημα não sofre mudança e, portanto, é apropriado ao conhecimento pela razão humana. De fato, o ponto de Platão, no trecho do *Mênon* (ver, por exemplo, Platão (1956)) em que Sócrates faz o escravo achar o dobro de um quadrado, é exatamente que o acha sem instrução! Assim, parece mais acertado dizer que para os pitagóricos a matemática era aquilo que pode ser conhecido.

Esse conceito, porém, depende de um ponto de vista filosófico bastante específico e, portanto, não o investigaremos mais aqui, exceto para mencionar, visto que será importante para nós na sequela, que uma consequência dele é que a matemática foi concebida como conhecimento certo e inabalável.

A definição (informal) tradicional da matemática é que ela é a ciência de número e forma. Isto é formalizado pela definição dada pelo dicionário Webster's (1966): "the group of sciences (including arithmetic, geometry, algebra, calculus, etc.) dealing with quantities, magnitudes, and forms, and their relationships, attributes, etc., by the use of numbers and symbols". No dicionário de Barlow (1814), a ênfase é colocada sobre número, com, porém, a diferença de que a matemática é concebida não como a ciência dos números, mas a ciência das razões entre quantidades.

Todas essas definições têm elementos importantes para a delineação da matemática, mas não parecem capturar a diversidade e dinâmica da matemática como um estudo em constante evolução. Assim, segundo o *bon mot*, a matemática é simplesmente o que os matemáticos fazem. Enquanto para alguns, como Resnik (1999), o que os matemáticos fazem é procurar padrões, o intuito do mencionado *bon mot* é que não se pode definir a matemática.

A adequação de uma definição

Frente à alegação de que a matemática não pode ser definida, devemos perguntar o que esperaríamos de uma definição adequada. Em resposta, nos parece claro que uma definição adequada não precisa delinear conceitos precisos de todos os ramos da matemática e as suas interrelações. Basta um critério, que poderá ser mais articulado quando surgir a necessidade, que serve para distinguir a matemática de outras formas de conhecimento.

Consideremos o exemplo da palavra 'democracia'. Geralmente, define-se essa palavra como sendo o governo pelo povo. Isto é um critério para distinguir as democracias de outras formas de organizações sociais, como, por exemplo, tiranias. Quando houver necessidade, como, por exemplo, se for posto em dúvida se os governos compostos por representantes do povo são realmente democracias, a definição poderá ser articulada em mais detalhe para resolver a questão.

Não deveríamos esperar mais do que isto de uma definição adequada de ‘matemática’. Por esse critério, observemos, a definição proposta, de que a matemática é a ciência que valida as suas proposições pelo método axiomático[1], é uma definição adequada.

Passaremos agora a investigar o paralelismo entre a matemática e a metafísica que desembocará numa nova definição da matemática.

Apreensão

Em todos os nossos atos de percepção, estamos dadas certas intuições. Há muita discussão sobre o significado das mesmas, mas podemos prescindir destas questões no momento. Simplesmente observamos que vemos, por exemplo, várias cores, escutamos vários sons, *etc.*, *etc.* A partir desses dados, a mente começa a fazer os seus raciocínios.

Os atos de percepção, no entanto, não são inteiramente simples e, assim, neles somos dadas intuições não-noéticas. Essas também podem se tornar objetos do nosso pensamento, embora de forma mais inefável do que o que é dado explicitamente. De fato, a metafísica é nada mais do que uma tentativa de tematizar racionalmente o que é nos dado não-noeticamente pela nossa experiência. Ao explicitar essas intuições, a pretensão é a de tematizar o que é necessário nelas e, portanto, alcançar verdades absolutas sobre o nosso mundo (ver, por exemplo, Coreth (1973)).

A pretensão da metafísica de alcançar conhecimento certo e inabalado já nos alerta a uma certa afinidade com a matemática, pois, como já havíamos observado, a matemática também compartilha essa pretensão. De fato, a história do pensamento humano mostra a grande afinidade que existe entre a metafísica e a matemática. Em especial, várias inovações matemáticas têm gerado novos problemas metafísicos e diversas reflexões metafísicas têm motivado novos rumos de investigação matemática. Interessantemente, há

[1] De fato, a definição dada no texto é um pouco estreita, pois é relativizada à matemática desenvolvida desde os tempos dos pitagóricos. Melhor seria dizer “método dedutivo”, pois historicamente há matemática dedutiva que não é axiomática. No entanto, a dedução matemática tem sido tão identificada com o método axiomático desde a antiguidade grega que, para nossos propósitos no presente artigo, essa pequena imprecisão pode ser perdoada.

muitas pessoas que têm se destacado nos dois campos de saber, ou que se destacaram num e foram competentes noutro.

O que é mais importante para nós, porém, é o fato de que a matemática também pretende alcançar o conhecimento necessário contido nas nossas intuições não-noéticas. Em contraste à metafísica, a matemática pretende alcançar o necessário não somente sobre este nosso mundo real, mas também sobre o que seja necessário em qualquer mundo possível. Para tanto, a matemática tematiza o que é análogo ao real e, assim, alcança um nível de abstração mais profundo, caracterizado pelo possível. Nesse sentido, podemos dizer que a matemática é conhecimento metafísico análogo.

Um relance histórico

Enquanto não há dúvida de que a caracterização da matemática feita no parágrafo anterior é fiel à conceituação moderna da matemática, devemos admitir que ela é um entendimento que só surgiu recentemente. Na maior parte da extensão da história, a matemática foi vista, não como a ciência do possível, mas como uma ciência do que realmente existe. Ou melhor, a matemática, também como a metafísica, foi concebida como uma ciência do possível no sentido em que retratava como tudo que seja possível precisava ser. Isto é, não contemplava possibilidades alternativas, mas apenas sustentava que qualquer possível teria de ser, basicamente, igual ao real.

Assim, para alcançar uma compreensão mais nítida do *status* epistemológico da matemática será necessário investigar como ela tem elaborado a sua tematização das nossas intuições. Ao fazer isto, no decorrer das nossas reflexões, será instrutivo fazer um estudo comparativo da tematização feita pela metafísica com a feita pela matemática, pois os paralelos entre essas duas atividades humanas ajudarão a iluminar o nosso tema.

O Hum e os seus desdobramentos

Uma das intuições dadas não-noeticamente em todos os nossos atos de percepção é a da unidade, ou mônada. É, de fato, essa intuição que é basilar tanto para a metafísica, quanto para a matemática, remontando, pelo menos, ao pensamento dos primeiros pitagóricos. Expressaremos a referida intuição pela palavra 'Hum'.

Do ponto de vista metafísica, o Hum foi articulado em relação ao Ser. Em seguida, foi pensado em relação às várias modalidades do Ser que são compreendidas pelos quatro transcendentais: o Ser (no sentido restrito de seres), o Verdadeiro, o Bem e o Belo. Deles, obtemos as quatro divisões da metafísica: a ontologia (o estudo do Ser como seres), a epistemologia (o estudo do Ser como cognoscível), a ética (o estudo do Ser como bom) e a estética (o estudo do Ser como belo).

Para a matemática, o Hum foi articulado em termos da igualdade, resultando primeiro na sequência dos números naturais e então em sequências de figuras similares.[2] Deriva-se, da primeira dessas sequências, a aritmética (o estudo de número) e a música (o estudo de razão e proporção). Da segunda das referidas sequências, oriunda a geometria (o estudo de forma) e astronomia (o estudo de forma em movimento).

Eventualmente, tanto a metafísica, quanto a matemática, desenvolveram mais e mais subáreas devido ao surgimento de novos conceitos, à evolução de novos tipos de problemas, à abstração e à variação de métodos e procedimentos. Ambos tiveram um crescente interesse para a linguagem, que, para a metafísica, remonta à Idade Média, e é evidenciada, para a matemática, com o surgimento da álgebra. As novas formas dessas ciências (no sentido lato da palavra 'ciência') parecem bastante distintas das suas formas primordiais, mas em todos os dois casos, podemos traçar a história do desenvolvimento das novas formas e mostrar como se enquadram na tradição da tematização proposta.

A necessidade

É interessante ver o papel feito pela geometria na história da matemática. Foi originalmente concebida como sendo o estudo das propriedades métricas de figuras, como se ver claramente da geometria egípcia

[2] Ver Fossa (2010).

e babilônica. Era só desenvolvida sinteticamente num momento posterior, quando os gregos desenvolveram a axiomatização. Porque só descobriram (inventaram) a axiomatização para a geometria, era necessário subsumir toda a matemática a formas geométricas. Isto é, visto que foi a axiomatização que garantia, para eles, a necessidade das proposições matemáticas, toda a matemática tinha de ser formulada geometricamente para poder compartilhar dessa característica. De fato, era só muito posteriormente que as outras partes da matemática foram axiomatizadas e a geometria perdeu a sua predominância.

Originalmente, os axiomas eram considerados como verdades intuitivamente verdadeiras (ver, por exemplo, Fossa (2001)). Era por isto que a matemática, como já mencionamos, foi concebida como mostrando que o mundo precisava se conformar às suas proposições.

A necessidade das proposições metafísicas foi defendida por uma de duas formas. As suas proposições básicas eram consideradas evidentes ou foram concebidas como validadas por uma divindade. Assim, a primeira dessas estratégias era bastante parecida com a da matemática, embora se desencadeava num contexto não formalizado.

O fim da necessidade

Historicamente, então, tanto a metafísica quanto a matemática se concebiam como sendo ciências necessárias no sentido de que retratavam a verdade absoluta sobre o nosso mundo. Ambas, de fato, pautavam essa pretendida necessidade sobre a lógica, que garantiria a validade dos seus raciocínios. A diferença entre as duas, como acabamos de ver, é que a metafísica dependia de uma lógica elaborada na linguagem comum, enquanto a matemática contava com um cálculo formal elaborada axiomaticamente.

No decorrer da história, as duas ciências encontraram empecilhos à sustentação da sua pretendida necessidade. Na parte da metafísica, a discórdia inerente às várias doutrinas abalou a crença da certeza das suas lucubrações intermináveis; pois a discórdia não seria possível se todos haviam partido de proposições certas e raciocinaram de maneira logicamente correta.

Enquanto isto, na parte da matemática, a descoberta das geometrias não euclidianas e os problemas na Teoria dos Conjuntos implicavam na incerteza sobre as proposições matemáticas e sua aplicação ao mundo. Os paradoxos resultantes, tanto num caso quanto noutro, desembocaram na perda da necessidade e a investigação dos limites da racionalidade.

Em resposta ao acontecido, a metafísica se reconceituou como "pensamento" e abandonou a pretensão de fornecer uma explicação verdadeira, sistemática e completa da realidade. A matemática, por sua vez, se reconceituou como a ciência das possibilidades, no sentido de possibilidades independentes e incompatíveis, e abandonou a pretensão de lidar com a realidade ou o verdadeiro.

Conclusão

É, de fato, interessante ver os encontros e desencontros no desenvolvimento da metafísica e da matemática perante a histórica. Os paralelos desse desenvolvimento certamente terão algumas consequências para o nosso entendimento de certas questões sobre a matemática como uma atividade humana. Deixaremos, porém, uma investigação dessas consequências para outra oportunidade. Por enquanto, somente chamamos atenção aos referidos paralelos, que serão destacados ainda mais pelo organograma em anexo.

Há, no entanto, uma consequência que é imediata. Da nossa investigação podemos conceber a metafísica como a tematização do Hum mediado pelo Ser. Deve também ser evidente, do precedente, que o conhecimento matemático é análogo ao conhecimento metafísica. Podemos, contudo, dizer mais, pois agora é possível especificar a natureza da analogia. Isto é, podemos definir a matemática como a tematização do Hum sob a relação da igualdade.

Voltando à nossa discussão da adequação de uma definição, vemos que a definição proposta faz um delineamento nítido entre a matemática e qualquer outra atividade humana. Assim, satisfaz o critério da adequação. Decerto, não especifica os conceitos e procedimentos das várias subáreas da matemática, mas isto é uma vantagem, pois esse nível de especificidade a tornaria obsoleta logo que novidades surgirem na matemática.

É importante observar que a referida definição apresenta a matemática como uma atividade humana, isto é, como algo vibrante e em constante desenvolvimento, mas dependente do pensamento do homem. Também é interessante observar que a definição proposta nos permite reinterpretar o *bon mot*, de que a matemática é o que os matemáticos fazem. Talvez não devemos entender isto como uma maneira chistosa de afirmar que é impossível definir a matemática; antes pode ser visto como uma maneira de dizer que a matemática tem uma história e que toda novidade matemática se enquadra na tradição de tematização que caracteriza essa atividade. Isto é, novidades matemáticas surgem de uma matriz de ideias matemáticas e, assim, mantêm relações históricas importantes com essa tradição.

Referências

BARLOW, Peter. **A New Mathematical and Philosophical Dictionary**. London: Robinson *et al*., 1814.

CORETH, Emerich. **Metaphysics**. New York: Seabury Press, 1973.

FOSSA, John A. **Os Primórdios da Teoria dos Números**. Natal: EDUFRN, 2010.

FOSSA, John A. O que há de errado com o quinto postulado de Euclides? In: FOSSA, John A. **Ensaios sobre a Educação Matemática**. Belém: EDUEPA, 2001, p. 93-104.

HEATH, Thomas L. **A History of Greek Mathematics**. New York: Dover,1981.

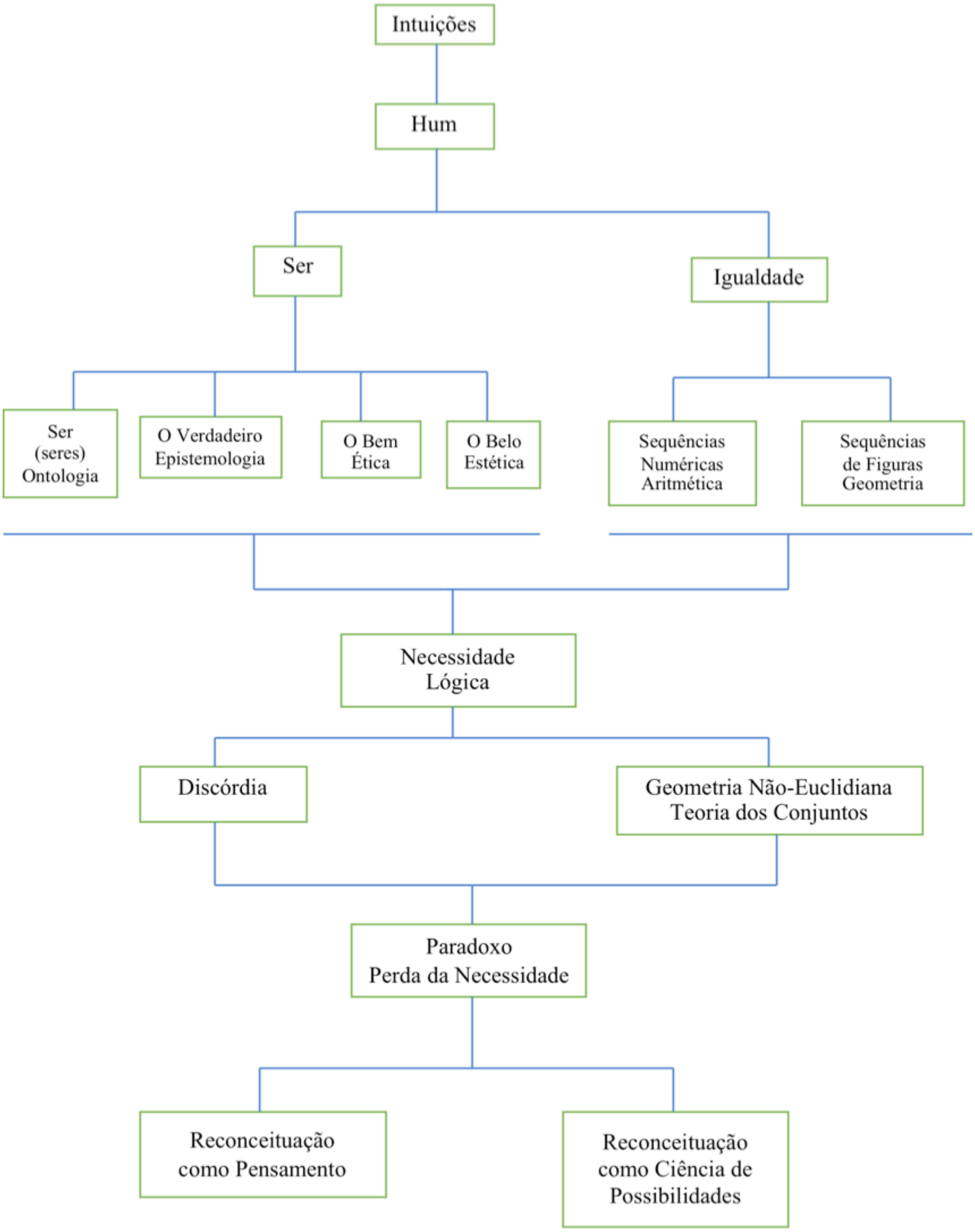
HOLANDA, Aurélio Buarque de. **Novo Dicionário Aurélio**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1987.

PLATO. Meno. In: **Great Dialogues of Plato**. (Trad. W. H. D. Rouse.) New York: New American Library (Mentor Books), 1956, p. 28-68.

RESNIK, Michael D. **Mathematics as a Science of Patterns**. Oxford: Clarendon, 1999.

WEBSTER'S New World Dictionary of the American Language. New York: World Publishing, 1966.

Apêndice: O Paralelismo entre a Matemática e a Metafísica



OS CÍRCULOS DE PROPORÇÃO NO TRATADO *THE CIRCLES OF PROPORTION AND THE HORIZONTAL INSTRVMENT...* (1632), DE WILLIAM OUGHTRED: REFLEXÕES INICIAIS NOS ASPECTOS CONTEXTUAIS

Verusca Batista Alves
IFCE
veruscah.alves@gmail.com

Ana Carolina Costa Pereira
UECE
carolina.pereira@uece.br

Resumo

O século XVII foi marcado por um evidente crescimento quanto ao uso de instrumentos de investigação de fenômenos naturais (SAITO, DIAS, 2010). Alguns desses instrumentos eram denotados "matemáticos", pois, estiveram relacionados a vários fatores quanto a seu uso, possuindo diversas finalidades práticas e, portanto, estavam fortemente ligadas a Astronomia, Navegação e Agrimensura. Um desses instrumentos foi o círculo de proporção de William Oughtred (1574-1660), presente no tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment...,* escrita em 1622, porém publicada somente em 1632, cujo conteúdo aponta diversas situações de uso prático do objeto. Com isso, esse estudo objetiva apresentar algumas ponderações iniciais sob a ótica da historiografia atualizada, concernentes aos aspectos contextuais no que se refere ao papel que esse instrumento teve durante o século XVII. Para isso, essa pesquisa inicialmente é de cunho documental. O tratado está dividido em duas partes, e cada uma em capítulos específicos sobre o tema apresentado. Assim, a primeira parte refere-se aos "círculos do primeiro lado" (OUGHTRED, 1632) apresentando alguns exemplos de como manusear o instrumento e é nessa que esse estudo tem enfoque. A partir disso, vislumbra-se esse estudo como forma de reconstruir as ideias tradicionais referentes ao processo de construção de alguns conhecimentos matemáticos, através de uma perspectiva atualizada, renovando as concepções a respeito.

Palavras-chave: História da Matemática. *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment*. William Oughtred.

Introdução

Os séculos XVI e XVII foram marcados por diversas mudanças em contextos sociais, políticos e econômicos, evidenciando também o momento de discussões sobre uma "nova ciência" que deveria ser reconstruída sob novas bases (SAITO, 2015). Esse período também foi assinalado pelo surgimento de instrumentos ditos matemáticos, tais como o barômetro, o quadrante, a régua de cálculo, dentre outros (BENNETT, 2001), que estavam contidos em tratados que versavam muitas vezes, sobre suas características físicas e a respeito do manuseio de modo a atender um público específico.

Um desses instrumentos é os círculos de proporção[1] contido no tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment*, publicado a primeira vez em 1632, de autoria de William Oughtred (1574-1660), um ministro anglicano que dedicou a maior parte de sua vida à estudos relacionados as matemáticas.

Nesse sentido, esse artigo visa apresentar a respeito de algumas ponderações iniciais, sob a ótica da historiografia atualizada[2], concernentes aos aspectos contextuais no que se refere ao papel que esse instrumento teve durante o século XVII.

O presente texto encontra-se divido em três partes. Na primeira se discorre sobre um possível contexto do século XVII em Londres, no que diz respeito às matemáticas, os instrumentos e os tratados que versavam sobre. Na segunda se apresenta a respeito de William Oughtred e seu posicionamento sobre o estudo das matemáticas no contexto londrino. Na terceira descreve-se sobre o instrumento círculos de proporção contido no tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment* (1632/1633).

Instrumentos e tratados no século XVII

No século XVII, a ciência estava passando por reformulações. Segundo Saito (2015, p. 30), “antes do século XIX ainda não existia ‘cientistas’ e ‘matemáticos’ profissionais embora existisse um corpo de conhecimentos que possamos reconhecer como ‘ciência’ e ‘matemática’”. Uma das características do período era o interesse em manipular e controlar as propriedades do mundo natural (HARKNESS, 2007). Destaca-se nessa situação Londres, que teve por exemplo, a ascensão comercial atribuída também ao crescimento científico e a

[1] Em outros estudos pautados em uma historiografia tradicional, esse instrumento já foi nomeado como Régua de Cálculo Circular.

[2] A historiografia atualizada defende a necessidade de uma contextualização de modo amplo o conhecimento, nesse caso, matemático, considerando aspectos relevantes, tais como, o seu papel na construção da ciência moderna, o viés social e cultural, dentre outros (SAITO, 2015).

sua localização privilegiada no cruzamento pelo Mar Norte, que se torna o rio Tâmisa, ao adentrar na capital.

A fabricação de instrumentos matemáticos também estava em voga nesse período e despertou o interesse daqueles que tinham desejo de medir o tempo, facilitar cálculos extensos ou pela localização (navegação) (HARKNESS, 2007).

Assim, tutores das matemáticas que também era autores de tratados, e os fabricantes de instrumentos[3] respondiam às necessidades da clientela de Londres que estava em desenvolvimento. Os londrinos acreditavam, cada vez mais, que sem as matemáticas, "[...] nenhuma soma pode ser continuada por muito tempo, nenhuma barganha sem ela pode ser devidamente encerrada, nenhum negócio que o homem tenha completado justamente" (HARKNESS, 2007, p. 98, tradução nossa). É provável que por esse motivo, Londres tenha se tornado o centro do ensino sobre as matemáticas e da produção de instrumentos e publicação de tratados durante o reinado de Elizabeth[4].

A expansão de vendas dos instrumentos e tratados promovia também a noção de uma alfabetização em matemática prática e instrumental. Por meio do interesse estabelecido em Londres pela produção e comercialização desses instrumentos "[...] os londrinos começaram a formar comunidades reconhecíveis de profissionais especialistas durante a era de Elizabeth, e sucessivas gerações dessas comunidades, continuaram a fornecer recursos e a moldar o estudo da natureza até o século XVII" (HARKNESS, 2007, p. 12).

William Oughtred no contexto londrino do século XVII

Esse ambiente proporcionado pela "nova ciência" era favorável a mudança da postura cultural e intelectual dos londrinos e, foi nesse contexto que viveu o ministro anglicano William Oughtred (1574-1660), destacado em tradicionais textos históricos pelo instrumento régua de cálculo.

---

[3] De acordo com Saito (2015, p. 172) os praticantes de matemáticas eram um "[...] grupo de estudiosos ingleses que se dedicavam às matemáticas práticas, fabricando instrumentos e escrevendo tratados".

[4] Período do reinado da rainha Isabel I da Inglaterra, conhecida como Elizabeth, durou de 1558 até 1603.

Ele escreveu e publicou diversos tratados que versavam sobre os conhecimentos das matemáticas da época. Dentre eles, três foram considerados mais importantes devido a sua influência no período, que foram: *Clavis Mathematicae* (1631)[5]; *Trigonometrie* (1657) e *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment* (1632, 1633) (CAJORI, 1916).

Mesmo com o interesse dos ingleses pelos tratados e instrumentos, William Oughtred não se interessava em publicar os seus. Assim, por exemplo, o tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment*, que contém sobre um instrumento, foi manuscrito por volta de 1622, mas só foi a público em 1632, quando seu aluno William Forster (fl. 1632-1673), pediu permissão para publicá-lo (ALVES; PEREIRA, 2018).

Apesar do posicionamento de William Oughtred, havia uma certa preocupação na escrita de seus textos, no que diz respeito a pontos que ele defendia sobre as matemáticas e os instrumentos. Cajori (1916) resume eles em três: "[...] (1) um apelo ao olho através de simbolismo adequado; (2) ênfase no pensamento rigoroso; (3) o adiamento do uso de instrumentos matemáticos até depois que os fundamentos lógicos de um assunto tenham sido completamente dominados" (CAJORI, 1916, p. 84, tradução nossa).

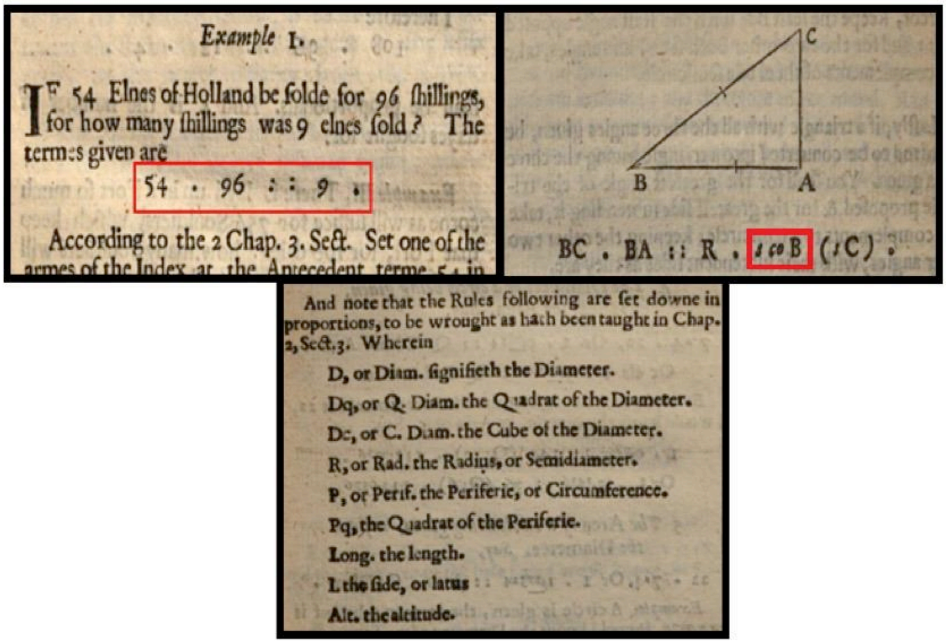
A opinião expressa nos tratados de William Oughtred revela que, muito provavelmente, ele preocupava-se com a alfabetização matemática, em seus vieses práticos e teóricos. Além disso, ele tinha uma perspectiva forte a respeito da relação entre o estudo teórico das matemáticas e a manipulação dos instrumentos.

Sobre o primeiro ponto mencionado por Cajori (1916), verifica-se nos tratados escritos por William Oughtred que ele defendia a inserção de notações e símbolos/abreviações (figura 1), ao passo que ele mesmo contribuiu para a inserção de alguns, como por exemplo, notações como "::" para referir-se a proporção e "x" para multiplicação; uso de abreviações para termos como diâmetro (D ou $Diam$) e a utilização de abreviações no estudo da trigonometria, como $s\ co$ para seno do complemento, dentre outros (ALVES, 2019).

[5] A edição na qual se teve acesso é a versão em inglês de título *Key of Mathematicks* (1694).

Além disso, ele também tinha uma opinião a respeito do manuseio de instrumentos matemáticos e defendia que eles só deveriam ser manipulados após a compreensão das bases matemáticas.

Figura 1: Exemplos de notações/símbolos em *The Circles of Proportion ...* (1633).



Example 1.

IF 54 Elnes of Holland be folde for 96 shillings, for how many shillings was 9 elnes fold? The termes given are

54 . 96 : : 9 .

According to the 2 Chap. 3. Sect. Set one of the armes of the Index at the Antecedent terme ... in

BC . BA :: R . s co B (s C) .

And note that the Rules following are set downe in proportions, to be wrought as hath been taught in Chap. 2, Sect. 3. Wherein

D, or Diam. signifieth the Diameter.

Dq, or Q. Diam. the Quadrat of the Diameter.

Dc, or C. Diam. the Cube of the Diameter.

R, or Rad. the Radius, or Semidiameter.

P, or Perif. the Periferie, or Circumference.

Pq, the Quadrat of the Periferie.

Long. the length.

L the side, or latus

Alt. the altitude.

Fonte: Oughtred (1633, p. 09, p. 98 e p. 37)

Um exemplo dessa estrutura de William Oughtred é o tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment*, que apresenta diversos símbolos matemáticos em sua organização e sobre um instrumento matemático de dois lados (frente e verso).

O tratado e o instrumento, círculos de proporção

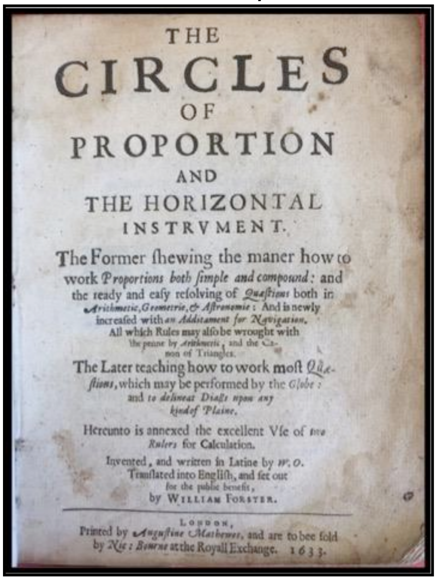
Como citado, dentre as necessidades londrinas por novos instrumentos e pelo estudo das matemáticas, o tratado de William Oughtred condizia e atendia a essa demanda. A respeito disso, já no frontispício (Figura 2) de *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment* (1632/1633), pode-se ver uma descrição a respeito do conteúdo encontrado nele. Ele descreve que:

> A primeira [parte do tratado] mostrando a maneira de trabalhar proporções ambas simples e compostas: e a pronta e fácil resolução tanto na Aritmética, Geometria & Astronomia. E foi recentemente aumentado com uma adição para Navegação. Todas as regras que também podem ser feitas com a caneta pela Aritmética, e a Regra dos Triângulos. O posterior ensinamento [é] como trabalhar a maioria das questões, que podem ser realizadas pelo Globo: e delinear

> medidas em qualquer tipo de planície (OUGHTRED, 1633, frontispício, tradução nossa).

Na leitura do frontispício, nota-se também que o tratado é dividido em duas partes. Como explica Alves (2019), essas partes se relacionam ao instrumento que é também apresentado no tratado. Com isso, a primeira parte está relacionada ao "[...] uso do primeiro lado do instrumento, para o trabalho de proporções simples e compostas, e para a pronta e fácil resolução de questões tanto na Aritmética, Geometria e Astronomia, por cálculo" (OUGHTRED, 1633, p. 1, tradução nossa), que diz respeito aos círculos de proporção. Ela está dividia em 14 capítulos como o próprio autor chama e que faz parte desse estudo.

Figura 2: Frontispício de *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment*.



THE
CIRCLES
OF
PROPORTION
AND
THE HORIZONTAL
INSTRVMENT.

The Former ſhewing the maner how to work *Proportions both ſimple and compound*: and the ready and eaſy reſolving of *Queſtions* both in *Arithmetic, Geometrie, & Aſtronomie*: And is newly increaſed with *an Additament for Navigation*. All which Rules may alſo be wrought with the penne by *Arithmetic*, and the Canon of Triangles.

The Later teaching how to work moſt *Queſtions*, which may be performed by the *Globe*: and *to delineat Dialls upon any kinde of Plaine*.

Hereunto is annexed the excellent Vſe of *two Rulers* for Calculation.

Invented, and written in Latine by *W. O.*
Tranſlated into Engliſh, and ſet out for the publike benefit,
by WILLIAM FORSTER.

LONDON,
Printed by *Auguſtine Mathewes*, and are to bee ſold by *Nic: Bourne* at the Royall Exchange. 1633.

Fonte: Oughtred (1633, frontispício).

Já a segunda parte "[...] inclui o uso do segundo lado do instrumento, para o trabalho da maioria das questões que podem ser realizadas pelo Globo, e a declinação de medições, em qualquer tipo de planície" (OUGHTRED, 1633, p. 133, tradução nossa). Nessa segunda parte do documento, o leitor pode conhecer o instrumento horizontal e ela está dividida em 30 tópicos listados.

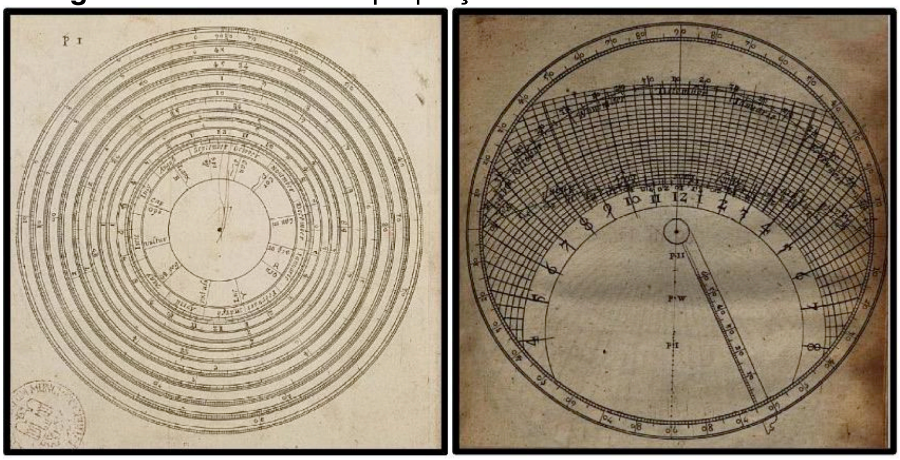
O tratado em questão teve seu manuscrito datado de 1622, em latim. No entanto, só veio a público em 1632, quando William Forster, aluno de Oughtred a publicou. Em uma edição, Forster incluiu no frontispício uma conversa com Oughtred na qual, "[...] ele questiona ao seu professor a respeito da importância dos instrumentos para os estudos, citando inclusive a régua de Gunter, um instrumento projetado por Edmund Gunter (1581-1626) que tratava de escalas logarítmicas" (ALVES; PEREIRA, 2018, p. 97).

O capítulo inicial, da parte 1 de *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment* (1632/1633), detalha a descrição dos círculos de proporção (figura 3, esquerda). como sendo "[...] linhas lançadas em um círculo ou anel, com outro círculo móvel sobre ele" (OUGHTRED, 1633, dedicatória, tradução nossa). Forster complementa dizendo que Oughtred o

> [...] mostrou muitas notas, e regras para o uso desses círculos, e de seu instrumento horizontal (que ele havia projetado cerca de 30 anos antes), a maioria das partes escritas em Latim. Tudo o que obtive dele levei a traduzir em inglês, e fazer público, para o uso, e benefício dos estudiosos, e amantes destas excelentes ciências (OUGHTRED, 1633, dedicatória, tradução nossa).

Os instrumentos citados na dedicatória, são os círculos de proporção e o instrumento horizontal como já mencionado. Durante explanações de Oughtred (1633), quando ele se refere ao primeiro lado ou ao segundo lado do instrumento, ele releva a ideia de que ambos fazem parte de uma única peça, que contém então em seus dois lados, os instrumentos citados. Na figura 3, à esquerda tem-se os círculos de proporção e, à direita, o instrumento horizontal.

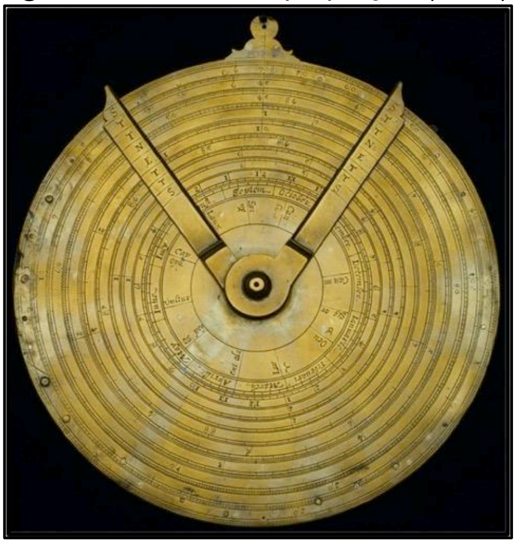
Figura 3: Os círculos de proporção e o instrumento horizontal.



Fonte: Oughtred (1633, p. P1, P195).

Sobre os círculos de proporção (figura 4), ele é descrito no tratado como tendo diversos "[...] tipos de círculos, divididos depois de várias maneiras, junto com um *indicador* a ser aberto depois, à maneira de um par de compassos" (OUGHTRED, 1633, p. 1-2, tradução nossa). As divisões citadas pelo autor são oito círculos graduados e o par de compassos são dois indicadores que ele chama de braço antecedente e braço consequente.

Figura 4: Círculos de proporção (1650).



Fonte: National Museum of Scotland (2019).

Ao todo, o instrumento possui oito círculos graduados da seguinte forma: quatro são destinados para as tangentes, dois para senos, um para o que o autor chama de números desiguais e um para o que o autor chama de números iguais (OUGHTRED, 1633). Conforme consta em Oughtred (1633):

> O primeiro, ou círculo mais externo é de senos, de 5 graus e 45 minutos aproximadamente, até quase 90 graus. [...] O segundo círculo é de tangentes de 5 graus e 45 minutos aproximadamente, até 45 graus. [...] O terceiro círculo é de tangentes de 45 graus até 84 graus e 15 [minutos]. [...] O sexto círculo é de tangentes de 84 graus até aproximadamente 89 graus e 25 minutos. [...] O sétimo círculo é de tangentes de aproximadamente 35 minutos até 6 graus. [...] O oitavo círculo é de senos de aproximadamente 35 minutos até 6 graus. [...] O quarto círculo é de Números Desiguais, que são anotados com os números 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1. Quer você os compreenda como números únicos, dezenas, centenas ou milhares, etc. [...] O quinto círculo é de Números Iguais, que são anotados com os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. [...] (OUGHTRED, 1633, p. 2-4, tradução nossa).

É importante destacar que, os círculos quatro e cinco, que Oughtred (1633) refere como números desiguais e de números iguais, correspondem ao que, na nomenclatura mais atual, chama-se de logaritmandos e logaritmos, respectivamente (ALVES, 2019).

Nota-se também que, os indicadores partem do centro do instrumento e possuem letras marcadas em sua estrutura, que correspondem às escalas de cada círculo. Assim, S indica os círculos de seno (sine), T os de tangente (tangent), N para o natural (natural) e, do inglês *equal*, que quer dizer igual. No entanto, o autor não explica como proceder para realizar a graduação das escalas contidas no instrumento, ou seja, o tratado não traz instrução sobre a construção/fabricação, apenas o descreve e indica como manuseá-lo (ALVES, 2019). Para manusear o instrumento, Oughtred (1633) instrui que se deve girar os indicadores para obter os resultados das operações da seguinte forma:

> Abra os braços do Instrumento à distância do primeiro e do segundo número: depois traga o braço antecedente, ou aquele que permaneceu sobre o primeiro número até o terceiro, e assim o braço consequente, mantendo a mesma abertura, mostrará o quarto número procurado (OUGHTRED, 1633, p. 5, tradução nossa).

Analisando a explicação de Oughtred (1633), os cálculos realizados pelo instrumento se baseiam principalmente na ideia de proporção e dos logaritmos, de forma associada, conforme cita Alves e Pereira (2020).

Considerações Finais

Apesar de não ser possível discorrer sobre todo o tratado, percebe-se que ele versa sobre diversos conhecimentos matemáticos que permeiam uma rede de processos, o que direciona ao pensamento sobre sua vasta utilidade e importância durante o século XVII.

Entende-se então que *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment* (1632/1633) se constituiu como uma ampla composição que pôde atender as diversas necessidades da época, inclusive no processo de formalização de símbolos/notações para a alfabetização matemática.

William Oughtred transferiu seus conhecimentos matemáticos para um instrumento que exerceu significativa contribuição para a resolução de questões práticas no século XVII. Por meio das escalas descritas, nota-se conhecimentos relativos ao seno, tangente e logaritmo, e, quando se trata do seu manuseio, pode-se incluir ideias de razão e proporção.

Referências

ALVES, Verusca Batista. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio do instrumento círculos de proporção de William Oughtred**. 2019. 153 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.

ALVES, Verusca Batista; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Seno, cosseno e tangente: uma atividade com os círculos de proporção de William Oughtred (1633) na formação de professores de matemática. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, [S.l.], v. 16, n. 35, p. 74-88, abr. 2020.

ALVES, Verusca Batista. PEREIRA, Ana Carolina Costa. O instrumento "círculos de proporção" exposto na obra de William Oughtred (1633): um elemento na interface entre história e ensino de matemática. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, v. 7, n. 2, p.89-108, 2018.

BENNETT, Jim. Early Modern Mathematical Instruments. **Isis**, SI, v. 102, n. 1, p. 697-705, Jan., 2011.

CAJORI, Florian. **William Oughtred:** a great seventeenth-century teacher of mathematics. Chicago: The Open Court Publishing Company, 1916.

HARKNESS, Deborah E. **The Jewel House:** Elizabethan London and the Scientific Revolution. London: Yale University Press, 2007.

NATIONAL MUSEUM OF SCOTLAND. **Calculating instrument, Sundial instrument, Double horizontal dial, Circles of proportion.** Disponível em: < https://www.nms.ac.uk/explore-our-collections/collection-search-results/?item_id=218890>. Acesso em: 14 jan. 2020.

OUGHTRED, William. **The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment.** London: Augustine Mathewes, 1633.

OUGHTRED, William. **The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment.** London: Elias Allen, 1632.

OUGHTRED, William. **Key of Mathematicks.** London: John Salusburn, 1694.

OUGHTRED, William. **Trigonometrie**. London: Thomas Johnson, 1657.

SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re) construções contextuais.** São Paulo: Livraria da Física, 2015.

OS PROBLEMAS DO ENSINO DA MATEMÁTICA NA "RELAÇÃO GERAL DO ESTADO DA UNIVERSIDADE" (1777) DE D. FRANCISCO DE LEMOS

Jaime Carvalho e Silva
Universidade de Coimbra
jaimecs@mat.uc.pt

Resumo

A Reforma Pombalina da Universidade em Portugal foi um feito extraordinário, mas teve muitos detratores e numerosas dificuldades de percurso. Na "Relação Geral do Estado da Universidade", relatório do Reitor Reformador D. Francisco de Lemos à Rainha D. Maria I, é longamente discutido o problema da falta de estudantes no curso de Matemática, como fazer para "atrahir a Mocidade ás Aulas de Mathematica" para "beneficiar a Nação". Aí se referem as estratégias usadas para a reforma dos estudos, a formação dos futuros professores, o recrutamento de professores titulares das cadeiras e respetivos substitutos, as saídas profissionais para os formados em Matemática e a importância social do ensino da Matemática. Um aspeto muito importante que resulta deste documento, mas que por vezes escapa nas análises que lhe são feitas e que merece uma análise detalhada é do objetivo reiterado da criação da "Congregação Geral das Sciencias" que pretendia instituir uma Academia Científica junto das Faculdades Científicas da Universidade portuguesa.

Palavras-chave: Universidade de Coimbra. Século XVIII. Ensino. Investigação.

Introdução

A Reforma Pombalina da Universidade de 1772 veio introduzir uma transformação profunda no Ensino Superior em Portugal (DUARTE et al, 2000, p. 234). Como assinala Luís de Albuquerque, ela constitui "uma vitória do racionalismo oitocentista sobre uma Escolástica envelhecida e inútil" (ALBUQUERQUE, s/d, p. 22). Mas o mesmo autor também assinala que o plano foi "demasiadamente ambicioso, porque se supôs que se poderia impô-lo sem o amparo de outras medidas que o colocassem a coberto dos ataques que a reação aristocrática lhe moveu." Como balanço global, conclui que "o que ficou, além de já representar um progresso, abria o caminho que se devia escolher" (ALBUQUERQUE, s/d, p. 22).

Os ataques e críticas à Reforma Pombalina são muitos e aparecem retratados em vários documentos da época, sendo de algum modo reveladas de forma elegante nas poesias de José Anastácio da Cunha (1744-1787). No enigmático poema *CONTRA OS VÍCIOS, QUE IMPEDEM O PROGRESSO DAS CIÊNCIAS*, que apenas foi publicado postumamente, e onde parece haver uma referência ao seu colega José Monteiro da Rocha (1734-1819) podemos ler:

> Que te serve, Montésio, envelheceres
> Curvado sobre os livros, noite e dia,
> Vendo esconder-se o sol, raiar a aurora,
> Convulso de cansado o débil peito?
> Que esperas de trabalhos tão contínuos?
> Acaso esperas que a tiara ou toga,
> Os teus duros cuidados premiando,
> O sangue requeimado adoce e acalme?
> Como enganado estás! Que mal conheces
> O mundo sabichão como procede! (Cunha, 1839, p. 90).

Também no longo poema satírico “O Reino da Estupidez” do estudante Francisco de Melo Franco (1757-1823), editado pela primeira vez em Paris em 1818, percebemos as dificuldades que enfrentou o avanço científico e aí aparece uma referência clara ao processo que a Inquisição moveu a José Anastácio da Cunha:

> Acaso precisais de mais ciência?
> Se os dias desta breve e curta vida
> Tivéssemos com os livros perturbado
> Teríamos acaso mais prebendas,
> Mais dinheiro, mais honra, mais estima?
> De que podem servir estes estudos
> Que mais da moda se cultivam hoje?
> A barb'ra geometria tão gabada
> Que mil proposições, todas heréticas,
> Aqui faz ensinar publicamente,
> Sabeis para que presta neste mundo?
> A sua utilidade temos visto,
> Diga-o a Inquisição e mais não digo. (Albuquerque, 1975, p. 105).

O Reitor Reformador D. Francisco de Lemos desempenhou um papel muito importante na operacionalização da Reforma Pombalina, tendo sido Reitor da Universidade de Coimbra de 1770 a 1779 e de 1799 a 1821 (ALBUQUERQUE, 1987). A “Relação Geral do Estado da Universidade”, constitui um relatório manuscrito do Reitor Reformador à Rainha D. Maria I, entregue em setembro de 1777, com as recomendações que entendeu necessárias para apoiar o trabalho da nova Rainha e defender a Reforma da Universidade. Este relatório incide sobre todos os aspetos gerais do funcionamento da Universidade e sobre muitos aspetos específicos de cada

Faculdade, e foi considerado pelo Primeiro-Ministro Marquês de Ponte de Lima como quem "salvou da sua ruína" a Universidade de Coimbra (BRAGA, 1894, p. iv).

A Faculdade de Matemática ocupa neste relatório um papel muito relevante, visto que é considerada ser "importantissima" (LEMOS, 1894, p. 152). E é mesmo sublinhado que "Toda a grandeza de Inglaterra, França e outras naçoens civilizadas da Europa se deve ás Sciencias Mathematicas" (LEMOS, 1894, p. 152).

As dificuldades

Neste relatório aparecem análises muito vivas e pertinentes sobre o estado concreto da Universidade de Coimbra, 5 anos depois da Reforma Pombalina; são elencadas as muitas dificuldades sentidas e são apresentadas propostas para as resolver. Aí se aponta "o verdadeiro motivo da falta de Concurrencia dos Estudantes Ordinarios; e Providências proprias para ella: Ruinas, e Males, que se segue de se não darem" as providências para atacar a baixa frequência do curso de Matemática e "atrahir a Mocidade ás Aulas de Mathematica" para "beneficiar a Nação". Aí se referem as estratégias usadas para a reforma dos estudos ("fui moderado … só necessitavam de que … introduzissem n'ellles a alma; e espírito, de que os tinha privado a relaxação dos últimos tempos" e "prescreveram-se Methodos Luminosos para o ensino de todas as seis Faculdades"), a formação dos futuros professores, o recrutamento de professores titulares das cadeiras e respetivos substitutos (muitas vezes lugares não providas por falta de professores ou de dinheiro), as saídas profissionais para os formados pelas Faculdades Científicas e em particular da de Matemática ("não ha huma lei, que imponha a necessidade do Grao em todos aquelles que forem providos nos Beneficios e Empregos pertencentes às ditas tres Faculdades"). Também é largamente discutida a importância do ensino da Matemática ("este objecto tão importante, do qual pende em grande parte a felicidade da Monarchia" e "Toda a grandeza de Inglaterra, França, e de outras naçoens civilizadas da Europa se deve ás Sciencias Mathematicas"). Um aspeto notável que resulta deste documento, e que merece uma análise mais detalhada, é do objetivo pretendido com a criação da “Congregação Geral das Sciencias” que aparenta ser uma verdadeira Academia Científica em cada uma das 3 Faculdades científicas da Universidade portuguesa. A “Relação Geral do Estado da Universidade” indica que tal Congregação tem por objetivo “trabalhar no progresso, adiantamento, e perfeição das mesmas Sciencias (...) melhorando os conhecimentos adquiridos, e adquirindo outros de novo, os quaes se fizessem logo passar aos Cursos respectivos das ditas Faculdades”. Será interessante futuramente comparar este panorama com outros da mesma época e revisitar, usando este relatório do século XVIII, o problema geral do ensino da Matemática, da falta cíclica de estudantes, da falta recorrente de professores e do interesse (ou reconhecimento do mesmo) para o desenvolvimento da sociedade que constitui o Ensino das Ciências Exatas e Naturais.

D. Francisco de Lemos indica com algum detalhe qual foi a sua estratégia para a condução da Reforma. Indica que teve especial cuidado:

> 1º Em fazer executar os Estatutos Literarios:
> 2º Em fazer fabricar os Edifícios para os Estabelecimentos Literarios das Tres Faculdades, Medica, Mathematica, e Philosophica, e em reparar, arranjar, e decorar o Grande Edifico dos Paços Reaes das Escolas, que estava muito necessitado de reparo, e de obras para o uso, e comunicação interior das suas Officinas.
> 3º Em estabelecer a junta da Fazenda. (LEMOS, 1894, p. 4).

Além de cumprir as ordens do Governo, percebe-se a sensibilidade em construir instalações que suportem uma atividade pedagógica e científica nas novas áreas que se pretendia trabalhar.

D. Francisco de Lemos tem uma clara visão do enorme avanço que foi imprimido aos estudos científicos em Portugal com a criação de duas novas Faculdades:

> Formou-se hum Novo Estabelecimento completo para o Ensino das Sciencias Naturaes, as quaes se dividiram em Tres Profissões, ou Faculdades, de Medicos, Mathematicos, e Filosofos; e para as Demonstrações de cada huma dellas se mandou, que houvesse todos os Estabelecimentos, e instrumentos precizos: Impoz-se a necessidade dos Estudos subsidiários das Bellas Letras, para se entrar no Curso das Sciencias: Regulou-se o tempo dos Cursos Scientificos: Prescreveram-se Methodos Luminozos para o Ensino de todas as seis Faculdades: mandando-se proceder nelle pelo Methodo Synthetico, e Compendiario; para que os Estudantes soubessem os Principios fundamentaes de todas as partes das Sciencias, a que se

> aplicassem; e assim preparados pudessem formar-se Verdadeiros Sabios nas ditas Sciencias: Introduziram-se os Exercicios Diarios, Semanarios, e Mensaes, que o Fasto Escolastico havia desterrados das Aulas, e reputava indicentes ás Escolas chamadas Maiores: mandou-se que os Estudantes dessem conta no fim do Anno dos Estudos de todo elle, para serem julgados se deviam passar ao seguinte, ou ficar nelle Manentes, em pena da negligencia: Deu-se forma aos Exames, e Actos, e estabeleceu-se um Conselho perpetuo para dirigir com o Reytor o bom Ensino das Disciplinas, e vigiar sobre a exacta observancia da mesma Legislação Literaria. (LEMOS, 1894, p. 5-6).

Está aqui explanado um verdadeiro plano de trabalho para o funcionamento eficaz de uma instituição de Ensino Superior, com um método pedagógico claro ("Methodo Synthetico, e Compendiario" mais "Exercicios Diarios, Semanarios, e Mensaes" e Exames para não deixar os "negligentes" passar ao ano seguinte; sabemos como esses exercícios e exames eram levados a sério (MALONEK, 2002)).

O Colégio das Artes sempre desempenhou um papel importante na Universidade pois permitia que os estudantes se preparassem para os exames de entrada na Universidade ao mesmo tempo que se desenvolviam as Humanidades. Mas a reforma do Colégio das Artes atrasou-se e D. Francisco de Lemos chamou a atenção para esta peça essencial para a estrutura da Universidade:

> Falta para completar-se esta Parte; e por consequencia o Systhema geral das Sciencias, e Artes, que na Universidade se ensinam, o Curso das Humanidades do Real Collegio das Artes, o qual Curso se acha ja feito, e acabado, e ha tres annos, que o entreguei ao Marquez Visitador, porem não foi ainda confirmado, e publicado. (LEMOS, 1894, p. 6).

Estudos Matemáticos

A lista de disciplinas, professores e manuais adotados encontrava-se consolidada, 5 anos depois da Reforma. Quatro cadeiras, uma em cada ano, cada uma com o seu professor (o lente proprietário), sendo que em 1777 se doutoraram 7 estudantes que em anos seguintes asseguraram as substituições dos professores; para poder obter o grau de bacharel os estudantes teriam ainda de frequentar as cadeiras do 1º e 2º ano curso filosófico e a cadeira anexa de Desenho.

Figura 1: Curso Mathematico – 1º e 2º anno.

CADEIRAS, PROFESSORES, E LIVROS DO CURSO MATHEMATICO

As Cadeiras, os Professores, e os Livros são os seguintes.

Primeiro Anno

CADEIRAS	PROFESSORES	LIVROS
Cadeira de Geometria	O Dr. Joze Anastacio, o qual era Capitão de Artilharia, e foi mandado para a Universidade ensinar a Geometria	*Elementos* de Euclides.

Segundo Anno

Cadeira de Calculo.	O Dr. Miguel Franzini, que havia sido professor no Real Collegio dos Nobres.	*Compendio* de Bezout.

Fonte: Lemos (1894, p. 47).

Figura 2: Curso Mathematico – 3º e 4º anno.

Terceiro Anno

Cadeira das Sciencias Fisico-Mathematicas.	O Dr. Joze Monteiro da Rocha, o qual he conego na Sé de Leiria.	*Mechanica* de Monsieur Marie.

Quarto Anno

Cadeira de Astronomia.	O Dr. Miguel Antonio Ciera, que havia sido Perfeito dos Estudos no Collegio dos Nobres.	*Compendio* de Monsieur de Lacailhe.

Fonte: Lemos (1894, p. 47).

Todas as quatro cadeiras tinham o seu compendio de apoio (“Methodo Compendiario”), que na sua maioria eram traduções em língua portuguesa de livros estrangeiros. A lista de D. Francisco de Lemos poderá não ser totalmente correta, como já foi assinalado (LOPES et al, 2018, p. 391), sendo em parte baseada na tradição (FREIRE, 1972, p. 38), mas sempre foi obrigatório o uso de um compêndio, prática que vigorou até ao início do século XX.

Houve muita pressão para serem elaborados originais em língua portuguesa, e tal tarefa até foi equiparada à lecionação de uma disciplina, mas os originais demoraram a surgir. Até ao final do século XIX foram produzidos mais de uma vintena de textos didáticos originais, uns livros de texto completos, outros complementos a livros de texto existentes (CARVALHO E SILVA, 2013, p. 24-25).

Havia três classes de estudantes na Faculdade de Matemática (). Os Ordinários eram os alunos que pretendiam obter a formatura em Matemática. Os Obrigados eram estudantes de outras Faculdades que eram obrigados a frequentar uma disciplina da Faculdade de Matemática (no início da Reforma Pombalina, todos os estudantes eram obrigados a frequentar a disciplina de Geometria, a primeira do curso Matemático). Os Voluntários apenas assistiam às aulas não tendo de fazer exames.

> He muito conveniente, que o Curso de Mathematica seja frequentado por todas estas classes de ouvintes [Ordinarios, Obrigados, Voluntarios], porque deste modo se propagam os conhecimentos Mathematicos com utilidade da nação; e todas as mais Sicencias recebem as luzes, que nascem da exatidão do methodo Mathematico, mandado seguir geralmente pelos Estatutos no ensino das mais Faculdades: Porem entre todos se fazem dignos da maior attenção os Ordinários; por que estes são, os que se aplicam a estudar profundamente a Mathematica por si mesma; os que fazem maiores esforços de applicação; e os que se destinam a formar o corpo dos Mathematicos, que hão de perpetuar o ensino publico das Sicencias exatas com ventagem, e gloria da nação portuguesa (LEMOS, 1894, p. 48).

No período de 1772 a 1777, o panorama do número de alunos não foi muito animador, pois só no primeiro ano se inscreveram 8 estudantes Ordinários, dos quais concluíram o curso 5 deles; os restantes abandonaram por várias razões e em 3 dos anos não se inscreveu um só! Esta situação é dramática e, se não fossem os estudantes Obrigados, a Faculdade de Matemática teria certamente encerrado. Os 5 que se formaram seguiram a carreira matemática sendo que 3 deles (Manuel José Pereira da Silva, Manuel Joaquim Coelho da Costa Vasconcellos e Maia, Viturio Lopes da Rocha) ficaram Professores na Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra (CARVALHO E SILVA, 2013, p. 17). A formação dos professores da própria Faculdade ficou assegurada apesar das dificuldades referidas.

Que propõe D. Francisco de Lemos em 1777 para enfrentar a situação? A situação é tão grave que D. Francisco de Lemos defende que da sua resolução “pende em grande parte a felicidade da Monarchia” (LEMOS, 1894, p. 49).

> O Augustissimo Senhor Rey Dom Joze prevendo esta falta, procurou nos mesmos Estatutos, em providencias particulares, animar a mocidade a frequentar os estudos Mathematicos; estabelecendo alguns premios, para os estudantes e professores (LEMOS, 1894, p. 6).

As profissões para os Matemáticos

A instituição de prémios não foi suficiente para atrair estudantes para o curso de Matemática. D. Francisco de Lemos considera que está identificado qual o principal problema a resolver: o do emprego dos matemáticos.

> [...] o verdadeiro motivo, por que os estudantes não frequentam o curso Mathematico, como Ordinarios, consistia em não serem destinados por Ordens regias os Mathematicos graduados para os empregos, e lugares, que há próprios desta profissão. (LEMOS, 1894, p. 49).

E cita vários lugares que deveriam ser ocupados por Matemáticos:

> 1º Que os Lugares de Cosmographo Mor, Engenheiro Mor do Reyno, fossem só occupados pelos Mathematicos Graduados.
> 2º Que em cada huma das Comarcas se creasse um Lugar de Cosmographo Menor para ser occupado pelos mesmos Mathematicos Graduados.
> 3º Que na cidade do Porto se instituisse huma Cadeira de Astronomia Nautica, para ser tambem regida por um Mathematico Graduado. (LEMOS, 1894, p. 50).

Apesar de considerar que era este o problema principal, a verdade é que ele se manteve durante muito tempo sendo que ainda em 1889 o Lente da Faculdade de Matemática Luís da Costa e Almeida afirmava: “Poucas, pouquissimas são as profissões, para cujo exercicio se exige a formatura na faculdade de mathematica” (CARVALHO E SILVA, 2013, p. 11). Mesmo assim, formaram-se muitos professores de Matemática que foram contratados pela Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra, mas também pelas diferentes Academias e mesmo liceus do País: entre 1777 e 1900 formaram-se um total de 58 professores de Matemática, que na sua maioria foram empregados no Ensino Superior (CARVALHO E SILVA, 2013, p. 42).

Na parte final da “Relação Geral do Estado da Universidade”, são elencadas as “Providencias” mais urgentes para atacar os problemas descritos e analisados em cada Faculdade. Para a Faculdade de Matemática são referidas a nomeação de Lentes substitutos das cadeiras e a criação de mais dois lugares, a definição do valor dos prémios escolares, e a legislação sobre empregos para os formados pela Faculdade de Matemática (LEMOS, 1894, p. 144). No que diz respeito a obras, defende-se a conclusão das obras do Observatório Astronómico e a compra dos instrumentos necessários, mais uma vez reforçando a preocupação de D. Francisco de Lemos pela existência de estruturas de apoio sólidas (LEMOS, 1894, p. 146).

A Congregação Geral das Ciências

Uma universidade de qualidade tem de desenvolver tanto o ensino como a investigação, mas esta ideia não é muito antiga. Luís de Albuquerque comenta que os Estatutos de 1772 revelam uma orientação muito moderna ao indicar que "o papel da Universidade não deve ser apenas o de dotar o país com diplomas, [...] cabe-lhes também o encargo de se entregarem à investigação científica".

Com efeito, os Estatutos determinam a criação dos "Gremios das Faculdades" cujo objetivo era "nelles se receberem todos aquelles, que, tendo acabado os seus respectivos Cursos com mais distinção, e louvor, déssem esperanças bem fundadas de poderem algum dia succeder dignamente no Magisterio [...] fazendo á contenda os estudos mais avançados, e profundos, que para isso são sempre necessarios" (Estatutos, 1772, liv. III, Parte II, tít. I, Cap. I, § 2).

Na "Relação Geral do Estado da Universidade" há um capítulo dedicado à defesa da criação efetiva da "CONGREGAÇÃO GERAL DAS SCIENCIAS para o adiantamento, progresso e perfeição das Sciencias Naturaes estabelecida por Sua Magestade nos Estatutos". Essa Congregação Geral é criada porque "todas estas Sciencias se aperfeiçoão cada vez mais, e se enriquecem com descobrimentos novos, que logo devem incorporar-se nos respectivos Cursos das Lições publicas" (LEMOS, 1894, p. 61). Por um lado, esta Congregação é mencionada explicitamente nos Estatutos da Universidade de 1772 mas nunca foi regulamentada, por outro lado os seus Estatutos estavam na realidade prontos e só dependiam de uma revisão por parte do Marquês de Pombal que, aparentemente, nunca chegou a ser feita.

> [...] as ditas tres Profissoens de Naturalistas, Médicos, e Mathematicos em huma Congregação geral, a qual tivesse por instuito trabalhar no progresso, adiantamento, e perfeição das mesmas Sciencias do modo que felismente se tem praticado, e pratica nas Academias mais celebres da Europa, melhorando os conhecimentos adquiridos, e adquirindo outros de novo, os quaes se fizessem logo passar aos Cursos respectivos das ditas Faculdades (LEMOS, 1894, p. 62).

Na compilação final de medidas a tomar, intitulada "*Compendio da Relação geral da Universidade, em que se mostrão as Providencias, que são mais necessarias para completar a Nova Reformação Académica e a ella se seguirem utilidades á Igreja e do Estado*", D. Francisco de Lemos refere que

> Tomou Sua Magestade o novo e admiravel expediente de confederar as tres Faculdades em huma Congregação Geral para o fim de trabalharem continuamente em adiantar as ditas Sciencias. (LEMOS, 1894, p. 147).

D. Francisco de Lemos faz um veemente apelo a que tais Estatutos sejam publicados pois

> As utilidades deste Estabelecimento relativamente ao bem publico são innumeraveis. Não ha nação que se não apresse em estabelecel-os, e toda a grandeza, opulência, e forças das ditas Naçoens se devem a semelhantes Estabelecimentos. (LEMOS, 1894, p. 147).

E é muito explícito sobre qual a função de uma Congregação Geral, claramente o de uma verdadeira Academia Científica:

> Como estas Sciencias se estão cada dia augmentando com descobrimentos novos pelo meio da observação e da experiencia, e se tem conhecido que não sendo os Professores ao mesmo tempo Mestres e Inventores, não pode ser util o mesmo Ensino publico, porque subsistem puramente nos Conhecimentos que huma vez começarão a ensinar, e são difficeis em receber os descobrimentos novos com grande damno das Sciencias, e do aproveitamento da mocidade: Tomou Sua Magestade o novo e admirável expediente de confederar as tres Faculdades em huma *Congregação Geral* para o fim de trabalharem continuamente em adiantar as ditas Sciencias. (LEMOS, 1894, p. 147).

Considerações Finais

Muitos dos problemas identificados com o Ensino da Matemática não são novos, nem surpreendentes, nem fáceis de resolver.

Penso que é de salientar a indicação reiterada da "Relação Geral do Estado da Universidade" de que a *Congregação Geral das Ciências* tem por objetivo "trabalhar no progresso, adiantamento, e perfeição das mesmas Sciencias (...) melhorando os conhecimentos adquiridos, e adquirindo outros de novo, os quaes se fizessem logo passar aos Cursos respectivos das ditas Faculdades" (LEMOS, 1894, p. 62). Este é um aspeto notável que é bem defendido na "Relação Geral do Estado da Universidade", e que merece uma análise muito mais detalhada. Será que o objetivo pretendido com a criação da "*Congregação Geral das Ciências* é realmente de um Centro de Investigação em cada uma das 3 Faculdades científicas da Universidade portuguesa?

A solução adiantada com uma *Congregação Geral das Ciências* que desenvolveria a sua própria investigação e faria chegar os resultados novos aos estudantes, é certamente **nova** ("novo e admirável expediente") mas não parece ter avançado de forma visível; seria importante perceber melhor as razões para tal, para além da inércia natural das instituições.

Há outros aspetos da "Relação Geral do Estado da Universidade", que não discutiremos aqui. Refiro apenas um excerto que me parece notável, com uma defesa vigorosa da liberdade de trabalho científico, sobretudo escrito por um eclesiástico num período em que a Inquisição tinha alguma força:

> Não se duvida, que muitas vezes a liberdade de opinar nas Sciencias possa induzir os homens a alguns erros de religião, e de politica; mas no meio dos males quem pode duvidar, que he menor este, do que o estado consistente e inalteravel de trevas, em que se põem as nacoens por estarem prezos os espíritos, e privados do raciocinio que lhes é natural. A faculdade de pensar é livre no homem, por isso não deve ter outros limites, que não sejão os da razão e da religião. (LEMOS, 1894, p. 136)

Será interessante futuramente comparar o panorama descrito na "Relação Geral do Estado da Universidade" com outros da mesma época e revisitar, usando este relatório do século XVIII, o problema geral do ensino da Matemática, da falta cíclica de estudantes, da falta recorrente de professores e do interesse (ou reconhecimento do mesmo) para o desenvolvimento da sociedade que constitui o Ensino das Ciências Exatas e Naturais.

Referências

ALBUQUERQUE, Luís de. As Ciências Exatas na Reforma Pombalina do Ensino Superior. Separata dos n.°s 52, 53 e 54 de **Vértice**, revista de cultura e de arte, Coimbra, s/d. 22 pp.
ALBUQUERQUE, Luís de. "O Reino da Estupidez" e a Reforma Pombalina. Textos **Vértice – Cultura Portuguesa**, Atlântida, Coimbra, 1975. 133 pp.
ALBUQUERQUE, Luís de. As ciências positivas na reforma pombalina. in **Em homenagem a José Anastácio da Cunha**, Coimbra, 1987, pp. 19-27.
BRAGA, Theofilo. **Dom Francisco de Lemos e a reforma da Universidade de Coimbra**. Lisboa: Typographia da Academia Real das Sciencias, 1894.
CARVALHO E SILVA, Jaime. O ensino da Matemática na Universidade de Coimbra na segunda metade do séc. XIX, **Actas do 2º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática**, Nobre, Sergio (ed.), São Paulo, 1997. Rio Claro: UNESP, Dept. de Matematica, pp. 229-238.
CARVALHO E SILVA, Jaime. The teaching of Mathematics in the University of Coimbra in the 19th century, in: **The J. A. Sampaio Martins anniversary volume** (António J. G. Bento et al. Eds.), textos de matemática – série B, Dep. Matemática, Univ. Coimbra, 34 (2004) pp. 109-119.
CARVALHO E SILVA, Jaime. A Faculdade de Matemática (1772-1911). In **História da Ciência na Universidade de Coimbra 1772-1933**, Carlos Fiolhais, Carlota Simões e Décio Martins (eds), Imprensa da Universidade de Coimbra. Coimbra, 2013, pp. 9-42.
CARVALHO E SILVA, Jaime; DUARTE, António Leal. Os «Principios Mathematicos» de José Anastácio da Cunha, *in* ***Anastácio da Cunha, o matemático e o poeta***, coordenação de M. L. Ferraz, J. F. Rodrigues e L. Saraiva, Lisboa, Imprensa Nacional – Casa da Moeda, 1990, pp. 81-95.
CUNHA, José Anastácio da. **Composições Poéticas do Doutor Joseph Anastácio da Cunha**, ed. Inocêncio Francisco da Silva, Lisboa, 1839.
DUARTE, António Leal; CARVALHO E SILVA, Jaime; QUEIRÓ, João Filipe. Some notes on the History of Mathematics in Portugal, in **Using history to teach mathematics** (Katz, V. Ed.), M.A.A. Notes # 51 (2000), pp. 231-243.
ESTATUTOS DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA (1772). Coimbra: Por ordem da Universidade, 1972, 3 v.
FRANCO, Francisco de Melo. O Reino da Estupidez, Poema herói-cómico-satírico em 4 cantos, 1785, in **Parnaso Lusitano**, Satíricas, v. VI, Paris, Aillaud, 1834, p. 149-187.
FREIRE, Francisco de Castro. **Memória Histórica da Faculdade de Matemática**. Coimbra: Imprensa da Universidade (1872).
LEMOS, D.Francisco de. **Relação Geral do Estado da Universidade de Coimbra, desde o principio da Nova Reformação até o Mez de Setembro de 1777**, Lisboa: Typographia da Academia Real das Sciencias, 1894.
LOPES, Ângela; RALHA, M. Elfrida; RODRIGUES, Abel. Os primeiros anos do Curso Matemático na Universidade de Coimbra: História pessoal de como o Morgado de Mateus se formou em Matemáticas. **Actas/Anais do 7.º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática**, II, 2018, pp. 387-404.
MALONEK, Helmuth; CARVALHO E SILVA, Jaime; COSTA, Teresa. Alunos/investigadores no ensino superior no século XIX - in **Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores**, SEM-SPCE, Lisboa, 2002, pp. 169-181.

https://orcid.org/0000-0003-4467-7366
This work was partially supported by the Centre for Mathematics of the University of Coimbra - UIDB/00324/2020, funded by the Portuguese Government through FCT/MCTES.

PRIMEIRAS LIÇÕES DE COISAS DE NORMAN ALLISSON CALKINS: PROPOSTA DE ENSINO E AS ADAPTAÇÕES DE RUI BARBOSA PARA OS PESOS E MEDIDAS NO BRASIL

Elenice de Souza Lodron Zuin
PUC/MG
elenicezuin@gmail.com

Resumo

Neste artigo, buscamos trazer elementos para uma discussão sobre o método intuitivo, difundido no Brasil na segunda metade do século XIX, quando houve um movimento de renovação dos métodos de ensino. Apresentamos, em linhas gerais, o manual escrito pelo norte-americano Norman Allisson Calkins (1822-1885), *Primary object lessons for training the senses and developing the faculties of children - a manual of elementary instruction for parents and teacher,* fundamentado nas concepções de Heirich Pestalozzi. Rui Barbosa traduziu esta obra para o português, tendo sua primeira edição em 1886. Nosso objetivo é fazer uma reflexão sobre o tópico medidas de comprimento presente no livro. O pressuposto básico do método seria tornar a criança o centro de sua própria aprendizagem, através dos sentidos, desenvolvendo a sua capacidade de percepção e observação, com a utilização de elementos da natureza, de materiais concretos ou ilustrações. O autor enfatiza o desenvolvimento da capacidade de estimativa de medidas pelos alunos e o entendimento e aquisição de vocabulário relacionado às medidas de comprimento. Constata-se que a concepção da aprendizagem presente na obra é voltada para a experiência dos sentidos. Calkins preconiza uma nova proposta para a introdução do ensino dos pesos e medidas nas escolas primárias.

Palavras-chave: Medidas de comprimento. Método intuitivo. Século XIX. Manual escolar.

Introdução

Neste artigo, intentamos trazer alguns elementos que propiciem uma reflexão e discussão sobre o método intuitivo, difundido no Brasil a partir das últimas décadas do século XIX, quando houve um movimento de renovação dos métodos de ensino. Centramo-nos no campo da História da Educação Matemática no tocante à modalidade do ensino primário. Dentro deste contexto, apresentamos, em linhas gerais, o manual escrito pelo norte-americano Norman Allisson Calkins (1822-1885), *Primary object lessons for training the senses and developing the faculties of children - a manual of elementary instruction for parents and teacher* e traduzido para o português por Rui Barbosa, que tomamos como a principal fonte primária do nosso estudo.

Na referida obra, Rui Barbosa toma o cuidado de realizar as devidas adaptações, para as escolas brasileiras, relativamente à secção dedicada aos sons da linguagem e aos tópicos sobre medidas. Temos como objetivo abordar o segundo tema. A questão central que se coloca é: quais são as metodologias propostas por Calkins para o ensino das medidas lineares nos anos iniciais da escolarização?

Primary object lessons obteve grande circulação e venda nos EUA, esgotando-se rapidamente, levando o autor a realizar novas tiragens e edições. A obra traduzida por Rui Barbosa tem grande relevância no Brasil por trazer uma metodologia diferenciada, propiciando a difusão do método intuitivo no país, indo ao encontro dos ideais republicanos que circulavam. O contexto sócio-político-educativo, sobretudo a partir de meados do Oitocentos, revela a propagação de uma vertente que clamava por uma escola pública nacional que pudesse instituir a universalização da instrução no país. Na esfera econômica, havia a necessidade premente de preparar a massa trabalhadora para assumir os quadros na indústria que despontava e em outros setores, estruturando a sociedade em novas bases. Nessa linha de pensamento se colocava Rui Barbosa, suas concepções na seara educacional também tinham como alvo a modernização da nação e a formação do cidadão (BARBOSA, 1947).

Havia a necessidade de sanar os problemas que advinham dos moldes da escola pouco eficaz, com seus métodos de ensino ultrapassados, “diante de sua inadequação às exigências sociais decorrentes da revolução industrial que se processara entre o final do século XVIII e meados do século XIX” (SAVIANI, 2007, p. 139).

Carlos Leôncio de Carvalho assina a “*Reforma o ensino primario e secundario no municipio da Côrte e o superior em todo o Imperio*”, sancionando o Decreto de 18 de abril de 1879. Neste documento, é indicada as “noções de cousas” como uma disciplina para as escolas primárias do 1º grau. E, para as escolas normais do estado, constava, também como disciplina, a “Pratica do ensino intuitivo ou lições de cousas.” Por este decreto, é possível constatar que o ensino intuitivo não era uma novidade naquela época e que, de alguma forma, já fazia parte dos debates e intenções do governo no sentido de aprimorar a educação com a implementação de novos métodos pedagógicos. Dentro desse contexto, há uma tentativa de mudança da cultura escolar – esta tomada como “um conjunto de *normas* que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar”, bem como, “um conjunto de *práticas* que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos” (JULIA, 2001, p.10-11).

Leôncio de Carvalho, Rui Barbosa e Benjamin Constant, conhecedores dos métodos educacionais empregados em outros países, nomeadamente Estados Unidos e nações européias, defendiam a reforma do ensino como pilar para o desenvolvimento nacional, sendo o ensino intuitivo o método a ser adotado.[1] A tradução de Rui Barbosa, do livro de Calkins, vai contribuir, de alguma forma para divulgar as novas propostas.

O autor e sua obra

Norman Allisson Calkins nasceu em Gainesville, Wyoming Conty, em Nova Iorque, Estados Unidos, em 9 de setembro de 1822 e faleceu em Manhattan, em 22 de dezembro de 1895. Atuou como professor de metodologia do ensino e exerceu o cargo de diretor de ensino primário em Nova York (VALDEMARIN, 2001).

Calkins escreveu *Primary object lessons* fundamentado nas concepções de Heirich Pestalozzi e Comenius. A primeira edição foi publicada em 1861. O pressuposto básico do método seria tornar a criança o centro de sua própria aprendizagem, através dos sentidos, desenvolvendo a sua capacidade de percepção e observação, com a utilização de elementos da natureza, de materiais concretos ou ilustrações. Sua intenção foi contribuir para a reforma geral do sistema de instrução nos Estados Unidos, como ele mesmo revela, se colocando contrário aos métodos, até então, utilizados que se calcavam na memorização – enaltecendo a sua própria proposta metodológica pautada no desenvolvimento das faculdades de observação. No manual, as “lições de coisas” se constituiriam em um processo geral de ensino fundamentando todos

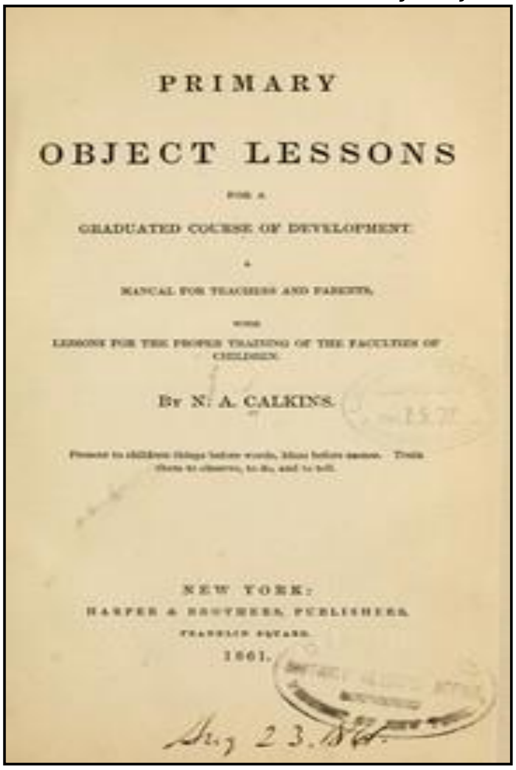
[1] Há que se fazer uma ressalva, Rui Barbosa (1947) faz uma crítica ao Decreto 7247 de 18/04/1879, pelo fato de ser estabelecido que as “lições de cousas” deveriam estar no currículo como uma disciplina, sendo independente das demais.

os diversos conteúdos escolares, acompanhados das orientações metodológicas, com destinação à escola primária.

A obra foi escrita direcionada aos pais e professores, seguindo um modelo discursivo calcado em perguntas e respostas. A educação das crianças deveria ser norteada de modo a fazê-las utilizar os cinco sentidos, sempre mediada pelo diálogo.

Calkins enfatiza que seu manual difere dos demais porque "exemplifica ao preceptor o modo de haver-se, em cada passo successivo, no desenvolver o espírito das creanças. *Depois de dizer o que se há de practicar, passa a mostrar por exemplos demonstrativos o como fazel-o*." (CALKINS, 1886, p. 20).

Figura 1: Folha de rosto do livro *Primary Object Lessons*.



PRIMARY
OBJECT LESSONS
GRADUATED COURSE OF DEVELOPMENT.
A
MANUAL FOR TEACHERS AND PARENTS,
WITH
LESSONS FOR THE PROPER TRAINING OF THE FACULTIES OF CHILDREN.
BY N. A. CALKINS.

NEW YORK:
HARPER & BROTHERS, PUBLISHERS,
FRANKLIN SQUARE.
1861.

Fonte: Calkins (1861)

Calkins enfatiza que seu manual difere dos demais porque "exemplifica ao preceptor o modo de haver-se, em cada passo successivo, no desenvolver o espírito das creanças. *Depois de dizer o que se há de practicar, passa a mostrar por exemplos demonstrativos o como fazel-o*." (CALKINS, 1886, p. 20).

A obra foi apresentada durante a Exposição Universal da Filadélfia, nos Estados Unidos, em 1876. O relator da missão francesa, Ferdinand Édouard Buisson, avaliou o manual de Calkins como a melhor obra publicada sobre o tema, até então (LOURENÇO FILHO, 1954).

Primary object lessons obteve grande circulação e venda nos EUA, esgotando-se rapidamente, levando o autor a realizar novas tiragens e edições. Na sua 40ª edição, o autor anuncia ter realizado reformulações e acréscimos em relação às edições anteriores, incorporando novas recomendações “quanto á maneira de ensinar diversas materias”.

O método intuitivo, também denominado *lições de coisas*, tinha como premissa a valorização da intuição – o conhecimento decorria dos sentidos e da observação. O método surgiu no final do século XVIII, na Alemanha, sob influência da Pedagogia de Heinrich Pestalozzi, com o propósito de reverter o quadro educacional da época, em que ocorria a valorização da repetição e memorização dos conteúdos sem a efetiva aprendizagem pelos alunos. O método chegou ao Brasil através de professores adeptos às novidades educacionais estrangeiras e dos missionários americanos, tendo grande contribuição de Rui Barbosa.

Calkins se fundamenta em Pestalozzi para elaborar a sua metodologia. Seu foco na observação está ancorado nas ideias pestalozzianas. Em relação a este ponto, ele cita o pedagogo suíço: “A observação é absolutamente a base de todo o conhecimento. O que é antes de tudo, pois, se dever ter em mira, na educação, é habituar o menino a observar exacta, e depois a exprimir correctamente o resultado do que observar” (CALKINS,1886, p. XVII).

A tradução para o português, realizada por de Rui Barbosa, foi baseada na 40ª edição americana de *Primary object lessons.* Esta tradução foi aprovada unanimemente pelo conselho Superior da Instrução Pública da Bahia, pelo Conselho Diretor da Corte e adotada pelo Governo Imperial, vindo a lume a primeira edição em 1886, pela Imprensa Nacional, no Rio de Janeiro.

Em sua introdução à obra, Ruy Barbosa procura justificar a metodologia a qual defende, que é a proposta por Calkins. Ele assim se pronuncia:

> O ensino intuitivo condemna as nomenclaturas. Foge de tudo quanto é arbitrariamente convencional e formalístico. Repudia as noções *a priori*. Não tem por fito sortir a mente da creança de uma provisão, mais ou menos copiosa, de informações a respeito das coisas reaes, mas educar-lhe as faculdades no habito de desentranharem, com segurança, do seio da realidade a expressão de sua natureza e das suas leis. Circumscreve a parte *cathechetica*, didactica, expositiva da missão do professor. Restitue aos factos, directamente consultados pelo alumno, a parte preponderante, que lhes cabe, na educação do homem. Não permitte que o professor veja, oiça, compare, classifique, conclua pelo discípulo. Cinge-se, quanto ser possa, a facilitar ao estudantinho primário as condições da observação e da experiência, solicitando-o constantemente a exercer todas as aptidões sensitivas e mentaes, que põem a intelligencia em communicação viva com o mundo exterior. Não é uma secção do programma escolar, um assumpto independente, com o seu espaço reservado no horário: é o fundamento absoluto de *toda* a educação elementar, o sopro que há de animal-a em todas as suas partes, o *methodo* que se deve apoderar *exclusivamente* de toda ella, e affeiçoal-a inteiramente ás suas leis. (BARBOSA,1886, p. xi-xii).

O manual de Calkins é traduzido para o português em uma época que havia ecos pela melhoria da instrução no Brasil. Muitos materiais escolares, concernentes ao método intuitivo, vinham sendo apresentados nas exposições universais, realizadas na segunda metade do Oitocentos, com a participação de diversos países. Essas exposições também auxiliavam na difusão dos modernos princípios pedagógicos. As ideias republicanas já circulavam e novas metodologias para o ensino primário seriam bem-vindas para atender a tão sonhada renovação da escola.

Medidas nas "Primeiras Lições de Coisas"

Estimativa e medida estariam associadas ao processo de entendimento do pesar e do medir. O sentido da visão seria muito importante para o estudo das medidas, porque, através dele, as crianças se habilitariam em realizar comparações e estimativas.

No processo intuitivo, a estimativa é ressaltada. Calkins aconselha que se desenvolvam algumas atividades, tais como erguer uma varinha de 3 polegadas e perguntar aos alunos:

> Que comprimento tem essa varinha? Depois de medida a olho pelas creanças verifique-se o calculo feito por ellas. Assim se habituará a vista a avaliar o comprimento, adestrando-se em determinar de modo satisfactoriamente approximado a extensão de uma, duas, tres, seis pollegadas." (CALKINS, 1886, p.333).

Medir, na escola e em casa, é a orientação para se desenvolver, na criança, a capacidade de realizar estimativas. Outra recomendação é de que o mestre e os alunos desenhem segmentos de vários comprimentos, fazendo suas observações, pois "*pari passu* com o olho, se irá educando a mão" (CALKINS, 1886, p. 335).

Contudo, Calkins propõe partir da contagem numérica para chegar à medida, utilizando sempre materiais concretos. As atividades giram em torno de "*comparar* e *praticar, mostrar* e *experimentar*". Outro ponto a ser salientado é a proposta de a criança desenvolver a capacidade de comparar tamanhos, metades (ou meios), terços e quartos. Comparar e estimar, habilidades que auxiliariam a compreensão e apreensão das medidas. A sugestão é utilizar materiais como barbantes, "pausinhos, cordéis ou fitas de papel do mesmo comprimento, e cortando-as uma em duas, outra em três, a terceira em quatro partes eguaes." Com estas atividades a criança teria a noção de que "a metade é maior do que o terço, o terço maior do que o quarto, dois terços menores que tres quartos" (CALKINS, 1886, 325).

O tópico intitulado "Do tamanho" vem acompanhado da epígrafe sugestiva: "Contar, medir, pesar e comparar", o que resumiria a proposta do autor para esse tema. As recomendações são para que o professor se valha de diferentes objetos com dimensões variadas e prossiga num diálogo com os alunos, os levando a apreender diversos conceitos como: maior/menor, curto/comprido, largo/estreito, pequeno/grande e outros atributos. Nestas aulas, estariam mesclados, de maneira informal, os conceitos de medidas lineares e de capacidade. Não há nenhuma menção a alguma atividade que se baseasse no conceito de peso/massa.

As medidas de comprimento

Após, o tópico "Do tamanho", Calkins aborda as "Lições para desenvolver as idéas de comprimento e sua medida". Nestas lições, a utilização de vários materiais como varas, cordéis, tiras de papel, cordas, pedaços de madeira, lápis, livros, de tamanhos variados, auxiliariam a desenvolver determinadas noções, entre elas, o(s) mais longo(s), o(s) mais curto(s), o(s), mais comprido(s). O envolvimento dos alunos seria fundamental nestas atividades, não só através da condução de uma aula dialogada, mas com participação efetiva das crianças, que deveriam ser estimuladas a escolher objetos, indicando as suas semelhanças ou diferenças. Comparar o comprimento dos objetos com os segmentos traçados na lousa e a proposta de os alunos dividirem linhas e varas em partes iguais, ao meio, “meio pelo meio”, etc., estava entre as recomendações para o desenvolvimento desse tópico.

As próximas lições se centram na utilização de medidas de comprimento oficiais (são citados o côvado, a vara) e pedaços de madeira ou tiras de papelão entre uma e seis polegadas, cordões com um, dois e três palmos. Com esses objetos, levar-se-ia as crianças a compará-los. O professor utilizaria as mãos para mostrar o que é uma polegada e incentivaria os alunos a também indicar, com os seus próprios dedos, essa medida.

É importante ressaltar que, apesar de o sistema métrico decimal já estar oficializado no Brasil, desde 1862, e Ruy Barbosa afirmar que fez adaptações no manual de Calkins de modo a contemplar os pesos e medidas oficiais, verifica-se que ele mantém as medidas antigas como *côvado*, *vara* e *palmo*. Esse não é um deslize do tradutor, como poderia supor-se. Ele adverte, em nota de rodapé, que preferiu utilizar *palmos*, embora, na obra original, seja mencionada a medida pés, justificando que esta preferência se devia ao fato de o *palmo* ser de uso mais trivial no país.

O objetivo das atividades diversificadas, com o envolvimento das crianças, consistindo em tocar nos objetos, compará-los, desenhar linhas com o comprimento indicado na lousa, dividir tiras de papel, cordões e outro objetos, é familiarizar os alunos com cada medida individualmente. O autor sublinha: “Dest’arte, *pari passu* com o olho, se irá educando a mão.” (CALKINS, 1886, p. 335). A idéia é que, a partir das várias atividades, as crianças possam estimar quantas polegadas possui um determinado objeto e também fazer desenhos.

As orientações seguem a lógica de se começar a familiarizar os alunos com a menor unidade de medida, a polegada, para, depois, prosseguir com as maiores. Nesse sentido, com a prática, as crianças teriam maior probabilidade de assimilarem que oito polegadas formam um palmo; doze polegadas, um pé, e estas novas unidades seriam utilizadas para verificar o comprimento de outros objetos.

Medida decimal de comprimento

O próximo tópico abordado no manual é "Medida decimal de comprimento**",** para o qual Ruy Barbosa fez uma adaptação, tendo em vista que o sistema métrico decimal estava vigente no Brasil. Ele informa que era inevitável esse ajuste do ensino intuitivo para as medidas decimais.

As orientações iniciais para o desenvolvimento desse tópico são:

> Como neste período, segundo as lições anteriores, deve estar o menino habilitado a calcular até *cem*, fácil será, sem infringir os preceitos do auctor, infundir ao alumno a noção *concreta*, e ensinar-lhe a applicação *pratica* do *metro* e suas duas primeiras divisões, o decímetro e o centímetro.
> Para esse fim bastará, nos exercícios traçados por Calkins, empregar o *metro*, onde se falla em *covado* ou *vara*, dizer *centímetro*, onde o texto se refere a *pollegada*, e *decímetro*, onde allude a *palmo*, ou *pé*, respeitadas as differenças absolutas e relativas entre essas duas especies de medidas.
> Esboçaremos essa nova adaptação do systema de Calkins.
> Provido de um metro, conjunctamente com os outros utensis e objectos que o texto requer nestes exercícios, fará o professor notar nelle a divisão que constitue o centímetro, e dirá: Eis aqui uma extensão, que me respondereis si é maior, ou menor, que a pollegada. "E´ menor que a pollegada." Quantos comprimentos eguaes a este ajuizaes que formarão uma pollegada? "Dois; tres; quatro." Meçamos, a ver quem atinou. Um, dois, e, pouco mais ou menos, metade mais. (CALKINS, 1886, p. 337).

Em nota de rodapé há um esclarecimento: "Em algarismos exactos, no systema métrico decimal, a pollegada equivale a 0^{m},02707".

Ao traduzir o manual de Calkins e realizar as adaptações que julgava necessárias para atender a legislação educacional brasileira, Ruy Barbosa, no preâmbulo do livro, revela:

> Outros lances da obra ou seriam impossíveis de traduzir, ou simplesmente traduzidos, não teriam applicação entre nós. Em ambos os casos está, nos pontos que em nota indicarei, a secção dedicada aos sons da linguagem, e no segundo caso a que trata do ensino das medidas.
> Quanto a estas, Calkins limita-se ás propriamente americanas. Tive, pois, que accomodar essa parte da obra ao ensino do systema métrico decimal, adoptado no Brazil pela lei de 26 de junho de 1872, em Portugal pela de 13 de dezembro de 1852, e em vigor neste paiz desde 1862 e no nosso desde 1872. (CALKINS, 1886, p. XIV).

Ruy Barbosa, na sua adaptação do texto americano, se mantém fiel aos procedimentos indicados por Calkins, fazendo as analogias necessárias. Principia com a polegada para, logo depois, trabalhar com o centímetro, fazendo comparações entre as duas medidas, e com as atividades direcionadas pelo mestre, os discípulos deveriam concluir que a polegada vale “duas vezes e meia, pouco mais ou menos” o centímetro.

Prossegue propondo ao professor o uso de cordões, lápis, fitas, tiras de papel medindo várias vezes um centímetro e estimulando que os infantes façam a estimativa, “medindo a olho”, para depois efetivar a verificação entre o centímetro e o metro. Através de contagens, se daria a internalização de que um metro é igual a cem centímetros. Está expressa uma advertência, para o docente evitar exposições abstratas, “comparar e praticar, mostrar e experimentar, seja constantemente a sua regra” (CALKINS, 1886, p. 339).

Ao mestre competiria apresentar cada uma das medidas, com sua nomenclatura, e envolver os alunos em práticas com variados materiais concretos e com as medidas oficiais, de modo a possibilitar que os discentes apreendessem essas noções. O docente também deveria estar atento, de modo a não causar monotonia, precipitação e fadiga nos seus discípulos, respeitando seus interesses e a sua faixa etária. Se a escola não apresentasse condições para que fossem executadas as atividades de medição, o conselho era que estimulassem os alunos a praticarem em casa, se exercitando no medir. Essas dinâmicas, que se constituem em passatempo para os infantes, propiciariam a educação da vista e “o engenho na determinação do comprimento e das distâncias” (CALKINS, 1886, p. 341).

Após o trabalho com centímetro e com o metro, viria a apresentação do decímetro. Primeiramente, a comparação entre centímetro e decímetro, para se estabelecer que dez centímetros forma um decímetro. A *posteriori,* atividades dialogadas envolvendo o decímetro e o metro.

Só mais tarde, ocorreria a introdução dos múltiplos do metro, o decâmetro, hectômetro e quilômetro. Estas também deveriam ser abordadas num contexto prático. A recomendação é efetuar medições de extensões maiores, com o auxílio do metro, de distâncias dentro da sala de aula, em outros locais da escola, no pátio e, se possível, na rua ou num campo, sempre praticando a “medida à olho”, a estimativa.

A proposta para se medir um quilômetro, partiria de uma atividade em que se dá a dois alunos um cordel de 10 metros e que os mesmos sigam pelo passeio da rua da escola, ou outro local, fazendo as medidas de 10 em 10 metros e marcando os locais com hastes e seixos, até se determinar quinhentos metros. Caso a dimensão do local a ser medido fosse inferior a meio quilômetro, sugeria-se que se procedessem as medições contornando uma área ou caminhando em zig-zag, de tal forma que se pudesse percorrer a distância estabelecida. Aconselhava-se repetir o processo até se chegar à medida de mil metros. Durante a atividade, o professor deveria mostrar que cem metros equivalem a um hectômetro e conduzir questionamentos para que os alunos chegassem à conclusão de que, em um hectômetro, há dez vezes dez metros, já que o cordel utilizado mede dez metros. Também seria apresentado o decâmetro e seu significado etimológico.

Para as conclusões em relação ao quilômetro, o professor, faria as perguntas “Quantas vezes cem metros percorremos?”, “Dez vezes cem metros”, “Dez vezes cem metros, isto é...”, “Mil metros”, apresentando o “kilômetro” e o significado do termo. A partir daí, viria uma condução para se determinar as relações entre decâmetro, hectômetro e quilômetro.

Outra solução, para que o professor pudesse praticar este tipo de atividade com os alunos, seria que os mesmos, indo e voltando, percorressem distâncias iguais a duzentos, quinhentos e até mil metros, de modo que pudessem ter noção dessas extensões através de suas próprias experiências.

Calkins também indica que, na lousa, deveriam ser dispostos vocábulos pertinentes relacionados às noções de medida, de distância, de modo que os alunos pudessem se expressar melhor. Dentro dos tópicos sobre medidas, no vocabulário a ser compartilhado com os discentes, estariam palavras que tivessem relação com largura, comprimento, espessura, altura, profundidade, distância. Para se ter mais clareza sobre esta prática, transcrevemos os vocábulos que Calkins sugere, para trabalhar com as crianças, relacionados à distância: distante; longe; de longe; ao longe; lá; para lá; de lá; ali; acolá; arredado; longínquo; remoto; fora; além; perto; junto; ao pé; vizinho; chegado; próximo; à mão; ao alcance de; ao lado; aquém. Estariam associadas frases com os termos, dando significado aos mesmos. Verifica-se que a proposta do conteúdo não se restringia aos termos específicos das medidas, indo mais além, com o objetivo de enriquecer o vocabulário das crianças, atribuindo sentido às novas palavras e/ou proporcionando uma ressignificação.

O manual também inclui uma tábua das medidas de comprimento indicando as relações entre as mesmas, porém fugindo da proposta tradicional das antigas tabelas com uma série de valores numéricos. A tábua, com as medidas escritas por extenso, comparece quase como um resultado das experiências praticadas pelos alunos que vão construindo o significado das correspondências entre as unidades de medida linear.

À guisa de considerações finais

No manual de Calkins, constata-se a relevância conferida aos materiais concretos para se efetivar o ensino/aprendizagem no nível elementar dos diversos saberes escolares. A concepção da aprendizagem presente na obra é voltada para a experiência dos sentidos.

Os conteúdos são abordados tendo como premissa que se deve partir do simples para o complexo, dos fatos para as causas, das coisas para os nomes, das idéias para as palavras e os seus significados, dos princípios para as regras, como o próprio Calkins enuncia.

A visão é o sentido mais enaltecido, sendo fundamental nas atividades a serem propostas aos alunos porque sempre era recomendado que o aluno estimasse comprimentos de objetos e distâncias "à olho". Do simples para o complexo, são tomadas as unidades de medida menores, fazendo-se as devidas correspondências e, só mais tarde, os múltiplos do metro são apresentados, até por apresentarem um grau de abstração maior para serem compreendidos e uma dificuldade adicional para as práticas com medidas com decâmetro, hectômetro e quilômetro.

A proposta de utilização de objetos, com o intuito de propiciar a observação e experimentação dos alunos, promovendo uma assimilação dos conteúdos, permeia as orientações metodológicas para o desenvolvimento dos tópicos referentes às medidas. Os materiais propostos são simples e pertencentes ao próprio contexto familiar ou escolar. A aprendizagem é voltada para a experiência dos sentidos. A observação e comparação de objetos auxiliariam no desenvolvimento da capacidade de estimar comprimentos e distâncias, que se encontram na base da proposta de Calkins para o trabalho com medidas.

As atividades sugeridas pelo autor, para as medidas de comprimento, propõem que o mestre estivesse em constante diálogo com sua classe, intermediando a aprendizagem dos discentes, despertando-lhes o interesse e a curiosidade e a atenção. Seria fundamental a condução de atividades de observação, experimentação e práticas que propiciassem o contato dos alunos com os fatos/coisas/objetos reais, na tentativa de estabelecer uma conexão da escola com do mundo exterior. Na obra também se destaca a indicação do trabalho com o vocabulário, o qual ultrapassa a linguagem específica centrada apenas nos termos referentes ao sistema de medidas.

Dentro da realidade pedagógica do país, naquela época, para uma escola que se pautava nos métodos de memorização, não seria tão simples se adequar às propostas de Calkins, ainda que só fossem indicados materiais fáceis de obter. Havia toda uma dinâmica que alterava o cotidiano da sala de aula, confrontava as concepções de ensino/aprendizagem, exigindo outra postura do professor.

A escola além de instruir, de formar seus educandos, tem o papel de criar/transmitir uma cultura “que vem por sua vez penetrar, moldar, modificar a cultura da sociedade global” (CHERVEL,1990, p.185). As décadas próximas à proclamação da República no Brasil são marcadas por movimentos em prol da educação popular; moldar e modificar a escola estavam nos auspícios do governo, para modelar e modificar o cidadão, incidindo na remodelação da cultura e na esperada modernização do país.

As orientações metodológicas de Calkins para o ensino das medidas e a adaptação de Rui Barbosa para o desenvolvimento desse conteúdo, trazendo o sistema métrico decimal para o manual, teriam grande relevância na última década do século XIX. Havia dificuldade para a população absorver os conhecimentos básicos sobre o sistema métrico e permanecia a resistência em utilizar os padrões de medidas oficiais. O valor da obra “Primeiras lições de coisas” estaria na proposta diferenciada, calcada no ensino intuitivo, também auxiliando o entendimento das noções iniciais e da prática com as medidas decimais. Os modos de se estabelecer os saberes escolares proporcionariam o rompimento com o simples processo de memorização, tão disseminado até então.

Nas palavras de Escolano (2009, p.170), o manual “é a representação de todo um modo de conceber e praticar o ensino”. As várias edições da tradução do manual de Calkins indicam a sua circulação e, ainda que suas propostas não tenham sido incorporadas de forma mais ampla, foram sendo difundidas e, até os dias atuais, podemos encontrar, em diversas práticas escolares, a semente plantada pelo método intuitivo em fins do Oitocentos no Brasil.

Referências

BARBOSA, Rui. Reforma do ensino primário e várias instituições complementares da instrução pública. **Obras completas.** Rio de Janeiro: Ministério da Educação e Saúde, 1947. V. X.

BRASIL. Decreto nº 7.247, de 19 de abril de 1879 - Reforma o ensino primario e secundario no municipio da Côrte e o superior em todo o Imperio. In: BRASIL. Coleções de leis do Império do Brasil. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional,*1879. v. 1, pt. II.*

CALKINS, Norman Allisson. **Primeiras lições de coisas.** Manual de ensino elementar para uso dos paes e professores. Tradução de Ruy Barbosa. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1886.

__________. **Primary object lessons for a graduated course of development** – a manual for teachers and parents. New York: Harper & Brothers Publishers, Franklin Square, 1861. Disponível em: <https://archive.org/details/primaryobjectles00incalk>. Acesso em: 2 fev. 2018.

CHERVEL, André. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação**, n. 2, p. 177-229, 1990.

ESCOLANO BENITO, Agustín. El manual escolar y la cultura profesional de los docentes. **Tendencias pedagógicas**, Universidad Autónoma de Madrid, n.14, p. 169-180, 2009.

JULIA, Dominique. A cultura escolar como objeto histórico. **Revista Brasileira de História da Educação**. Campinas, SP, n.1, p. 9-43, jan./jun. 2001.
LOURENÇO FILHO, Manuel Bergstron**. A pedagogia de Rui Barbosa.** São Paulo: Melhoramentos, 1954.
LOURENÇO FILHO, Manuel Bergstron**.** Prefácio. In: CALKINS, N. A. **Primeiras lições de coisas.** Tradução de Ruy Barbosa. Rio de Janeiro: Ministério da Educação e Saúde, 1950.
SAVIANI, Dermeval. **História das idéias pedagógicas no Brasil.** Campinas: Autores Associados, 2007.
VALDEMARIN, Vera Teresa. Ensino da leitura no método intuitivo: as palavras como unidade de compreensão e sentido.**Educar**, Curitiba, n.18, p.157-182, 2001.
__________. O método intuitivo: os sentidos como janelas e portas que se abrem para um mundo interpretado. In: SOUZA, Rosa Fátima de; VALDEMARIN, Vera Teresa e ALMEIDA, Jane Soares de. **O legado educacional do século XIX.** Araraquara: UNESP, 1998. p. 64-105.
__________. **Estudando as lições de coisas:** análise dos fundamentos filosóficos do método de ensino intuitivo. Campinas, SP: Autores Associados, 2004.

PROFESSORA EURIDES ALVES DE OLIVEIRA (1928-2010): BREVE BIOGRAFIA E CONTRIBUIÇÕES AO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA UNESP - RIO CLARO

Carlos Roberto de Moraes
Uniararas
carlosmoraes@fho.edu.br

Angelica Raiz Calabria
Uniararas
angelica@fho.edu.br

Resumo

Eurides Alves de Oliveira nasceu em 26 de outubro de 1928, em São Carlos/SP. Formou-se em Licenciatura e Bacharelado em Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade Católica de Campinas (hoje, Pontifícia Universidade Católica (PUC-Campinas)). Iniciou a docência lecionando em colégios de ensino secundário, atual Ensino Básico, em Campinas. Paralelamente, ingressou na carreira universitária na Faculdade de Filosofia de Ciências e Letras de Rio Claro (FFCL-Rio Claro) como professora assistente do curso de Matemática. Posteriormente, se dedicou apenas à FFCL-Rio Claro, atuando, também, como chefe do Departamento de Matemática e coordenadora de um curso de Pós-Graduação, na área de Fundamentos da Matemática. Nessa perspectiva, este trabalho tem por finalidade acrescentar informações à História da Matemática no Brasil, apresentando um breve relato da trajetória de vida da professora Eurides e destacando a sua relevância dentro do Departamento de Matemática da FFCL-Rio Claro com relação às suas orientações aos seus alunos, tanto da graduação quanto da pós-graduação.

Palavras-Chaves: História da Matemática do Brasil. Biografias. Carreira Docente.

Introdução

O presente trabalho pertence à área da História da Matemática do Brasil e ao gênero *biografias,* um dos principais temas que envolvem os estudos históricos e sua finalidade é tornar evidente no âmbito da História da Matemática brasileira personagens que participaram de fatos considerados históricos ou que contribuíram expressivamente para que tal fato acontecesse. Ou ainda, essas personagens fizeram parte da formação de algum indivíduo de forma peculiar, ou participou na criação de instituições e departamentos.

Para tanto, dissertaremos sobre a professora Eurides Alves de Oliveira, que trabalhou no Departamento de Matemática da Unesp – *Campus* de Rio Claro/SP, uma pessoa detentora de vasta sabedoria e que contribuiu de maneira relevante no curso de graduação e pós-graduação, que havia na época, principalmente com relação às orientações de seus alunos.

No entanto, qual a finalidade de apresentar a comunidade da História da Matemática no Brasil a professora Eurides? Qual a justificativa que temos para narrar a vida de uma pessoa e de seu papel em determinado contexto? Faz sentido trazer para a comunidade acadêmica, em particular, a comunidade matemática, informações de professores matemáticos brasileiros?

Para respondermos aos referidos questionamentos, nos baseamos no fato de, atualmente existir um número limitado de trabalhos que envolvam esta temática, principalmente quando se trata da área da História da Matemática no Brasil. Além do que, se analisarmos no contexto da História das Ciências, tal tema, as *biografias*, é visto com indiferença. Muitos estudos relatam que, ainda, encontra-se fragmentada a relação entre historiador e biografia, pois, na maioria dos casos, as biografias não são, de fato, realizadas por historiadores, mas sim por jornalistas ou outros tipos de pesquisadores.

Conjecturamos que esta falta de interesse por parte dos historiadores de ofício pode ser explicada por BORGES (2008, p. 212) de que:

> Os historiadores parecem não se preocupar com essa situação, seja por considerar o grande peso da tarefa [...] ou por estarem presos a um esquema de publicações por demais acadêmico [...] Por outro lado, a maioria das biografias realizadas não parece satisfazer os historiadores, por oscilar entre uma idealização simplista do personagem e falsas polêmicas em torno de pessoas famosas, visando a uma grande vendagem; além disso, muitas se comprazem no anedótico, não no essencial.

Dessa maneira, constatamos que a descrição da vida de determinado indivíduo, aparenta ser um trabalho intenso, o qual necessitaria um considerável tempo para concluí-lo, visto que, no sentido da definição de biografia, de acordo com o Dicionário Houaiss, citado por esta última autora (p. 203), significa “1. Narração oral, escrita ou visual dos fatos particulares das várias fases da vida de uma pessoa ou personagem [...] 3. A história da vida de alguém [...] 5. Gênero literário cujo objeto é o relato da aventura biográfica de uma pessoa ou de uma personagem”, ou seja, pela nossa compreensão, a biografia apresenta o aspecto de ser um trabalho prolongado e que, possivelmente, resultaria em anos de pesquisa. Para evitar essa situação, ao invés de escrever uma biografia baseado na definição citada, podemos estabelecer apenas uma parte dela, a qual denominamos de *trajetória*, isto é, como "sucessão de acontecimentos que fizeram parte da existência de algo ou alguém"[1]. A respeito, corroboramos com Karsburg (2015, p. 33-34) dizendo que

> [...] a biografia costuma seguir o sujeito do "nascimento à morte", ou, ao contrário, da morte ao nascimento. Não é vedada ao pesquisador privilegiar este ou aquele período da vida do biografado, mas, por princípio, deve contemplar a totalidade da vida do indivíduo, problematizar os vários momentos da existência. Isso, obviamente, exigirá um período de pesquisa muito grande [...]. A trajetória, por seu turno, não tem por obrigatoriedade abordar toda a vida do sujeito; antes, procura centrar as análises num período determinado.

Neste sentido, entendemos que ao relatar sobre a vida de determinada pessoa, não há a responsabilidade de descreve-la em sua totalidade, mesmo porque, pode ocorrer de o biógrafo não possuir as informações pertinentes para comprovar tal totalidade. Assim, do nosso ponto de vista, devemos situar o biografado em um cenário e, a partir disso, discorrer sua importância, procurando colocá-lo numa posição de protagonista no referido contexto. Para tanto, buscamos selecionar as informações obtidas sobre a vida do indivíduo, especificamente, aquelas que nos representar ser mais relevante e que nos dê suporte para responder aos questionamentos dos comos e dos porquês de determinadas situações. No entanto, devemos estar sempre cientes de que tais acontecimentos existiram e que, de alguma forma, eles precisam estar descritos na narrativa da vida dessa personagem.

Além de apresentar esse aspecto trabalhoso, as biografias, por um determinado período, foram utilizadas, apenas, para descrever a vida de pessoas consideradas heroínas ou famosas, aquelas que tiveram um papel relevante para determinada sociedade, tornando essa temática, novamente, aos historiadores, outro motivo para não ser digna de objeto de pesquisa. Atualmente, essa condição está mudando. Muitos historiadores e pesquisadores de áreas afim, estão oferecendo outro parâmetro às biografias, isto é, não apenas dissertar a trajetória de vida daqueles considerados "grandes", mas, também, de outros que estiveram em destacados eventos,

[1] Definição obtida no Dicionário *On Line Dicio – Dicionário Online de Português.*

porém que foram menos evidenciados ou nem foram, mas que, de uma certa maneira, poderiam ser o personagem principal do determinado contexto. Dessa forma, hoje os biógrafos ou os intelectos que narram a vida de indivíduos buscam selecionar seus biografados,

> [...] não apenas os "grandes homens" merecem esta dignidade, mas também as pessoas comuns, os subalternos, a "gente miúda".
> [...] muitos biógrafos buscam resgatar facetas diferenciadas dos personagens enfocados e não apenas, como nos trabalhos tradicionais, a vida pública e os feitos notáveis dos mesmos. (SCHMIDT, 1997, p. 16-17).

Nos reportando com relação a situação da história no âmbito nacional e, especificamente, na área de História da Matemática, o gênero *biografias*, de acordo com recentes pesquisas, ainda é um tema inexplorado. Ou seja, muitas informações sobre educadores e pesquisadores matemáticos passam despercebidos e uma considerável parte das informações sobre os mesmos são obtidas a partir de materiais e fontes não confiáveis (CALABRIA, 2015).

Com a intenção de mudar essa carência de biografias, decidimos por escrever sobre a professora Eurides, mas de que maneira? Inicialmente, nos baseamos em alguns aspectos apresentados por Borges (2008), na qual essa autora descreve vários tipos de biografias e enfatizamos aquela que relaciona a biografia e seus casos extremos, na qual considera "o personagem não representativo, singular para sua época" (BORGES, 2008, p. 214); citando como exemplo o personagem Menocchio, de *O queijo e os vermes*, obra do historiador italiano Carlo Guinzburg, quem iniciou a chamada *micro-história*. Ao descrevermos a trajetória da professora Eurides, de maneira semelhante, adotaremos a proposta da *micro-história*, considerada uma nova perspectiva para a História, a qual é analisar modestas realidades a partir da trajetória de vida de determinado indivíduo, por assim dizer, o colocar em evidência no contexto de sua história, fazê-lo aparecer e o torna-lo protagonista. Portanto, pretendemos expor da professora Eurides um breve estudo biográfico, situá-la no contexto do Departamento de Matemática e a sua importância como professora, orientadora e alguns aspectos de sua área de trabalho, o qual era Lógica e Fundamentos da Matemática.

Para que pudéssemos realizar esse estudo e relacionar a biografia da dona Eurides e seus casos extremos, utilizaremos os documentos pessoais e profissionais[2] dessa professora e bem como de entrevistas com pessoas que tiveram contato com ela, principalmente alunos e colegas de trabalho.

Não pretendemos esgotar a vida da professora Eurides nessa breve biografia, o que seria impraticável, porém contextualizá-la a partir dos documentos que obtivemos, para torná-la conhecida no meio acadêmico, buscando reconstruir uma história vivenciada. Assim, é importante que, de posse dos documentos, faz-se necessário analisa-los de maneira a descrever fielmente os fatos vividos pela nossa biografada, por isso, nós que estamos fazendo esse papel devemos "[...] reunir o maior número possível, da sua verdade viva, com o máximo de precisão, de autenticidade e de probidade" (ORIEUX, 1986, p. 33). Além dos documentos, realizamos entrevistas com pessoas que fizeram parte de seu convívio social e que a consideraram como importante para sua carreira profissional, como é o caso de seus alunos orientados, tanto em nível de graduação como de pós-graduação.

Concluindo, apresentaremos a trajetória de vida da professora Eurides como uma das protagonistas na história do Departamento de Matemática da Unesp de Rio Claro. Evidenciamos, ainda, que essa professora não foi criadora de nenhuma escola matemática, não elaborou nenhuma teoria e nem realizou muitos trabalhos na área da Matemática, porém, foi importante e teve papel fundamental para alguns alunos tanto em nível de graduação e pós-graduação.

Breve relato da trajetória de vida da professora Eurides Alves de Oliveira

Consideramos a professora Eurides Alves de Oliveira uma das protagonistas na história do Departamento de Matemática da Unesp *campus* Rio Claro, denominada, na época de sua contratação, Faculdade de Filosofia de Ciências e Letras (FFCL) de Rio Claro, local em que essa professora iniciou sua carreira docente no Ensino Superior.

[2] Para este trabalho utilizamos a ficha funcional da professora Eurides presentes nos arquivos da Unesp – Rio Claro.

No ano de 1959, foi composto o primeiro quadro docente do Departamento de Matemática, e, no mesmo momento, inicia a primeira turma do curso de licenciatura em Matemática. A partir da segunda turma, começaram a ser contratados novos professores e, dentre eles, estava a professora Eurides, ingressando em 1964. Fez parte, também, do primeiro quadro docente da turma de bacharelado em Matemática, o qual iniciou suas atividades em 1976 (MAURO, 1999).

Eurides Alves de Oliveira (Figura 1), filha de Euclides Alves de Oliveira e de Virginia Mattos de Oliveira nasceu em 26 de outubro de 1928 na cidade de São Carlos. Mudou-se para Campinas onde cursou Bacharelado e Licenciatura em Matemática, pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras, da Pontifícia Universidade Católica (PUC) Campinas, se formando em 1955.

Figura 1: Professora Eurides.

Fonte: Arquivo Pessoal do Autor, s/d.

Após concluir a graduação, atuou como professora do Ensino Básico, na época, denominada como professora secundária. Nesse período, acontecia o Movimento da Matemática Moderna e, em virtude desse fato, a Secretaria da Educação sugeriu que os professores realizassem alguns cursos e financiou a ida desses professores a São Paulo. Um deles foi a professora Eurides, quem realizou o curso em Teoria dos Conjuntos, Lógica e Álgebra. Porém, acreditava ser muito pouco a realização destes cursos e segundo esta própria professora, em entrevista[3],

> ... mas eu não me contentei com o pouquinho que aprendi, tinha coisas que eu queria discutir, etc. e até quem me indicou foi o Ubiratan, ... e ele falou: Ah lá em Rio Claro, tem um professor que trabalha com Lógica. Aí vim a Rio Claro estudar com ele (Mário Tourasse Teixeira). Não foi assim para trabalhar, de início eu vinha, fazia um seminário, etc. até que um dia precisou de professor...

Por meio desse depoimento, observamos o início da história da professora Eurides com o Departamento de Matemática da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Rio Claro, ou seja, o seu interesse pela área da Lógica e por existir um professor que trabalhasse com esse assunto. E, por fim, durante o período em que esteve estudando, surgiu a oportunidade de fazer parte do quadro docente desse departamento.

Na FFCL-Rio Claro, a professora Eurides começou como Assistente da Cadeira de Álgebra, e permaneceu pelo período de 1964 a 1966. Posteriormente, de 1966 a 1968, passou a instrutora da Cadeira de Álgebra Moderna, sendo que, de acordo com sua ficha funcional, logo em março de 1966, foi-lhe aplicado o Regime de Dedicação Integral a Docência e Pesquisa (R.D.I.D.P.).

Apesar de estar assumindo esse cargo no Ensino Superior, continuou vinculada aos grupos escolares ginasiais, no entanto, em 26 de agosto de 1964 afastou-se do Ginásio Estadual "Luiz Martini", situado em Mogi Guaçu, com a intenção de ficar à disposição à FFCL-Rio Claro. Esse afastamento foi prorrogado até 31 de dezembro de 1965, estendendo-se por mais 365 dias, porém, de outro grupo escolar, o Ginásio Estadual de Vinhedo.

Esses afastamentos do Ginásio Estadual "Patriarca da Independência" da cidade de Vinhedo foram sendo prorrogados até fevereiro de 1977, quando é publicado o Ato do Reitor, onde a referida professora é declarada estável como professora universitária:

> UNESP – Ato do Reitor de 14.2.77 – "CAMPUS" DE RIO CLARO – Assunto: declaro estável, como professor universitário, na Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho" – "Campus" de Rio Claro, ficando a concretização da referida estabilidade

[3] Entrevista realizada com o autor do artigo.

> condicionada à efetiva exoneração, por parte da interessada, do seu cargo no magistério secundário. Em consequência, a apostila do título da mesma somente poderá ser efetivada após a comprovação da referida exoneração. (FICHA, s/p, s/d).

Assim, em 09 de agosto de 1977 é declarada estável como Professor Universitário em regime RDIDP junto ao Departamento de Matemática e Estatística do Instituto de Geociências e Ciências Exatas do *campus* de Rio Claro.

Contudo, antes de ser considerada professora estável, em setembro de 1972, no parecer da Câmara do Terceiro Grau do Conselho Estadual de Educação, relatado pelo Conselheiro Luiz Catanhede Filho, aprova a prorrogação de contrato de Eurides Alves de Oliveira, como Professor Assistente junto ao Departamento de Matemática, na FFCL-Rio Claro, com uma ressalva onde o relator "alerta a candidata para a necessidade de obter o doutoramento, pois não é aceitável qualquer justificativa para o fato de estar desde 1964 como professora e não ter obtido esse título acadêmico indispensável para a carreira." (FICHA, s/p, s/d). E a professora, de fato, realizou os estudos necessários para obter o grau de doutor exigido. Neste sentido, analisando a sua ficha funcional, encontramos a seguinte informação

> Na 483ª Sessão do Conselho Pleno do Conselho Estadual de Educação, realizada em 28/03/1973 (Proc. CEE n. 579/69 FFCL de Rio Claro – Indicação n. 41/73 – da Câmara de Ensino Superior – Deliberação – Aprova-se a constituição da seguinte Banca Examinadora para defesa de tese de doutoramento a que submeterá EURIDES ALVES DE OLIVEIRA – na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Rio Claro Doutores: Mário Tourasse Teixeira, Edison Farah, Jacob Zimbarg Sobrinho, Benedito Castrucci e Newton Carneiro Afonso da Costa – Suplentes: Ubiratan D'Ambrozzio e Gilberto Francisco Loibel.

Em 09 de outubro de 1973, a Câmara de Ensino do Terceiro Grau homologa o resultado da defesa de tese de doutoramento, intitulada "*Universos ordenados"*, em Ciências pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Rio Claro. Nesse trabalho, a Profa. Eurides coloca, principalmente, seus agradecimentos ao Prof. Mário:

> A ideia nasceu de forma bastante ingênua: não podíamos imaginar a filosofia que a envolvia e nem que já era o fruto de uma orientação segura que vinhamos recebendo. Daí para cá, a dedicação e boa vontade que sempre nos devotou o Prof. Dr. Mário Tourasse Teixeira, tornaram possível este trabalho. A ele é devida a explicitação

> filosófica do mesmo. Creio que o respeito e a admiração que lhe devotamos expressam, melhor que palavras, a nossa gratidão. (OLIVEIRA, 1973, s/p).

Em sua dissertação de doutorado, a Profa. Eurides escreveu que tratava-se de um trabalho que apresenta *"uma tentativa de reexame, mais intuitiva do que técnica, dos fundamentos da matemática, em particular, da teoria dos conjuntos"* (OLIVERIA, 1973, p. i). O trabalho é composto de oito capítulos e a autora afirma que boa parte do trabalho está pautada em dois conceitos fundamentais: a boa ordem e o método diagonal.

Além de atuar como docente, a professora Eurides também ocupou alguns cargos administrativos no Departamento de Matemática, dentre eles destacamos a chefia nos anos de 1975/1976 e 1985/1986 e foi subcoordenadora da Pós Graduação em Matemática na área de concentração em Fundamentos da Matemática nos anos de 1989/1990 e 1991/1992. Permaneceu nesse Departamento, como professora, até a data de sua aposentadoria em 04 de dezembro de 1992. E sua trajetória de vida se encerra com seu falecimento em 19 de junho de 2010.

Após relatarmos sobre sua vida acadêmica e profissional, abordaremos, a partir desse momento, a professora Eurides e seus alunos, a sua carreira como docente na visão de seus ex-alunos, a importância desta professora para a sua formação acadêmica.

Depoimentos dos ex-alunos

Destacaremos alguns depoimentos dos alunos orientados pela professora Eurides, os quais foram realizados por meio de um questionário enviado por correio eletrônico, com a finalidade de obtermos mais informações sobre essa professora e a sua relação com os alunos e, também, o seu envolvimento dentro do Departamento de Matemática.

Nesse sentido, iniciamos com o professor Tomas Edson de Barros, atualmente na Universidade Federal de São Carlos (UFSCAR), que foi orientado de um projeto de iniciação cientifica da professora Eurides, intitulado *"Geometria sob o Ponto de Vista Analítico"* entre 1986 e 1987. Conheceu essa professora quando cursou a disciplina de Geometria Analítica em 1985 e foi convidado por ela para desenvolver esse projeto, que consistia em estudar o capítulo sobre Espaços Afins do livro Álgebra Linear de autoria de A. I. Máltesv. O trabalho era desenvolvido por meio de seminários semanais e também a orientadora propunha a resolução de exercícios pertinentes ao tema.

De acordo com o Prof. Tomas,

> A Profa. Eurides sempre se mostrou uma pessoa muito atenciosa e paciente. Mesmo estando Chefe do Departamento de Matemática, na época, sempre me atendeu nos horários marcados e mesmo fora desses horários, quando precisei. Seus conselhos iam além da área acadêmica os quais foram muito importantes para mim. (BARROS, 2018,s/p).

Um fato curioso quando questionado se havia algum ponto negativo durante esse período, foi a devolução do relatório da FAPESP, no qual a orientadora propôs um exercício e foi devolvido alegando que a resolução não estava correta. Segundo o professor Tomas, esse fato pode ter ocorrido por excesso de confiança em sua capacidade por parte da orientadora.

Mas ainda, o professor Tomas nos ressalta que “A Profa. Eurides foi minha primeira orientadora de IC. Guardo com muito carinho sua presença em minha vida, pois como disse anteriormente ela deixou marcas muito positivas nos quatro anos de graduação que passei em Rio Claro” (BARROS, 2018, s/p).

Em 1984, inicia-se na UNESP *campus* Rio Claro o Programa de Pós-graduação em Matemática, com áreas de concentração em Ensino de Matemática e Fundamentos da Matemática, em nível de mestrado. De acordo com Mauro (1999, p. 130), a escolha da área de Fundamentos da Matemática, além de ser natural, foi explicada através de dois pontos:

> Em primeiro lugar, o curso seria de Pós-Graduação em Matemática; mas como foi proposto na época da criação da Universidade, havia a impossibilidade de duplicação de cursos com o mesmo nome. Aí, uma forma encontrada foi a de se usar o nome da Área de Pesquisa de maior desenvolvimento dentro do Departamento. Em segundo lugar, a razão da importância da Área escolhida: na época, três docentes com o título de doutor trabalhavam em Lógica Matemática, um vigoroso ramo desta ciência, que nunca encontrou guarida nos Departamentos de Matemática de nossas Universidades. Rio Claro era exceção que confirma a regra.

Na área de Fundamentos da Matemática, a professora Eurides orientou cinco alunos, dentre eles, a primeira foi Ivanosca de Lucena Galvão[4], com a dissertação "*Algumas Contribuições ao Problema de Dedekind*", defendida em 1987.

Na sequência, Leonardo Paulovich com a dissertação "*Uma Solução para o Problema de Dedekind*", defendida em 1992. De acordo com o professor Leonardo não havia grupo de estudos, ela costumava fazer orientação individual. Sobre o trabalho escreveu que

> O título do trabalho é "Uma solução para o problema de Dedekind". Ela trabalhava com esse problema já há algum tempo e eu tive a felicidade de apresentar uma solução para o mesmo. Mandamos um artigo sobre a dissertação para uma revista do Canadá, mas não sabemos se foi publicado. (PAULOVICH, 2018, s/p).

Quando questionado sobre se tinha algo a falar sobre a Profa. Eurides, respondeu:

> Ela era uma pessoa extremamente receptiva. Quando um colega do Departamento de Matemática da Unesp de Bauru necessitou de orientação no mestrado, indicamos o nome dela e ela prontamente o recebeu. Além disso, era uma pessoa de costumes simples, sem ostentação. Deixou-me saudade. (PAULOVICH, 2018, s/p).

O terceiro orientando de pós-graduação foi Hércules de Araújo Feitosa com a dissertação "*Princípios Fundamentais da Teoria de Fuzzy*", defendida em 06 de outubro de 1992. Ao indagarmos sobre o porquê escolher a Profa. Eurides, respondeu:

> Em 1988 eu era professor da Universidade de Bauru (Fundação Educacional de Bauru) e também da Rede Estadual de Ensino. O ambiente na Rede ficou muito ruim naquele momento. Decidi fazer o Mestrado e ficar apenas no Ensino Superior. Avaliei algumas possibilidades e decidi pela UNESP, Câmpus de Rio Claro. Entre outros motivos, estávamos no processo de encampação da Universidade de Bauru pela UNESP. Na Universidade de Bauru eu era professor de Lógica e em Rio Claro havia o Programa de Pós em Fundamentos da Matemática. Assim, minha situação apontava para este Programa na UNESP de Rio Claro. Ao chegar neste Programa fui apresentado à Professora Eurides, que era especialista em Lógica e Fundamentos da Matemática e atuava no Programa. Assim, tínhamos um vínculo natural. Professor Mario Tourasse estava mais interessado no Programa de Educação Matemática e o Professor Irineu Bicudo tinha interesse centrado na Álgebra. (FEITOSA, 2018, s/p).

[4] No decorrer da pesquisa, não conseguimos contato com essa aluna.

Segundo o professor Hercules, a professora Eurides sempre foi "uma pessoa muito acolhedora, carinhosa e presente" (FEITOSA, 2018, s/p) e o tema do mestrado foi uma sugestão da orientadora. No mestrado cursou as disciplinas de Lógica e de Teoria dos Conjuntos com a professora Eurides; Álgebra com o professor Irineu Bicudo; Fundamentos de Geometria com o professor Mário Tourasse e Análise com o professor Teófilo A. Saad. Ainda, de acordo com o professor Hercules,

> Estas disciplinas mais vinculadas com os Fundamentos e mais algumas disciplinas. Como outros colegas de Bauru e também da região, Olga e Carlos, faziam o curso, tivemos oportunidade de estudarmos juntos. Nas disciplinas estávamos juntos, mas os temas de investigação eram distintos e, então, não fizemos os desenvolvimentos em grupos. O Professor Luiz Francisco também tratou de Lógica Fuzzy, porém iniciou depois do término do meu trabalho. Fazíamos encontros quinzenais com Professora Eurides. O desenvolvimento do trabalho era desenvolvido em sessões com ela. Quando mais encorpado, fazíamos seminários com o Professor Mario Tourasse também. (FEITOSA, 2018, s/p).

Com relação a professora Eurides, escreveu que:

> Tive e tenho enorme carinho pela Professora Eurides. Quando falo com o Professor Leonardo, amigo próximo desde o Mestrado, dizemos que ela nos foi uma mãezona. Não vivíamos num ambiente produtivista como o atual. Estudávamos os temas com bastante tempo e discutíamos com tranquilidade os problemas e partes não entendidas. Por vezes, ela também não sabia nos ajudar na resposta buscada e então tínhamos que construir um caminho. ...Para mim, Professora Eurides foi uma tutora, amiga, orientadora e estimuladora. Procurou nos por para cima e deixar que os seus alunos caminhem e voem. (FEITOSA, 2018, s/p).

Ainda no tema Lógica Fuzzy, o quarto orientado foi Luís Francisco da Cruz com a dissertação "*Sistematizações da Teoria Fuzzy*", defendida em 25 de outubro de 1996. O professor Luís Francisco conheceu a professora Eurides por intermédio do professor Hercules e segundo ele tratava-se de uma pessoa "Muito receptiva e educada. Aceitou-me de imediato como seu orientado e, neste primeiro contato, sugeriu o tema da minha dissertação, a qual versou sobre Sistematizações para a Lógica Fuzzy" (CRUZ, 2018, s/p).

Assim como os demais comentou que não havia grupo de estudos. Chegava ao Departamento de Matemática para cumprir os créditos pela manhã e ficava em orientação a tarde e, ainda nos relatou que a professora tratava-se de uma pessoa incrível e muito humana, “sabia entender as nossas dificuldades e ajudava sempre que podia” (CRUZ, 2018, s/p).

> O que tenho a dizer é que ela me ajudou muito, assim como a muitos alunos. Era uma pessoa preocupada com a formação dos seus alunos e orientandos. Acredito que ela foi muito mais uma Educadora do que pesquisadora. A Matemática, em particular a Lógica, era apenas sua profissão. O seu objetivo de vida era formar as pessoas. (CRUZ, 2018, s/p).

Sua última orientanda foi Olga Geromel Fischer, com a dissertação “*Solução Parcial do Cálculo de D(n) a partir de D(n-1)*”, defendida em 05 de junho de 1997. De acordo com essa aluna, procurou a professora Eurides por estar interessada em estudar na área de Lógica e, assim, essa professora apresentou a Olga um problema de Dedekind, o qual ainda estava em aberto e

> Ela já tinha tido outros orientados no passado que haviam trabalhado com esse problema mas ela não estava satisfeita com a abordagem, até que o Leonardo (não me lembro o sobrenome), que era orientado dela na mesma época que eu, retomou o problema com uma abordagem nova. Eu li o trabalho dele e a partir disso comecei a trabalhar na resolução do problema. Discutíamos muito sobre os resultados, mas de maneira informal. Quando chegávamos a algum resultado, eu formalizava. A prof me deixava muito livre, dava sugestões, mas dizia que o trabalho era meu e o resultado final tinha que refletir isso. As conversas eram na casa dela, visto que morávamos perto. Eu ia sem hora marcada na casa dela e era recebida prontamente. (GEROMEL, 2018, s/p).

Outro aspecto interessante colocado por Olga é de que a professora Eurides comentava que se fazia necessário uma formalização da Lógica Fuzzi, assunto pelo qual essa professora tratava com alguns professores da UNICAMP. Ou seja, percebemos pelos depoimentos dos alunos pós-graduados da professora Eurides e por meio de seus trabalhos realizados com ela, de que a professora fazia parte da área de estudos da Lógica.

E confirmando o que os outros alunos já expuseram, Olga não se diferenciou, nos relatando de que o envolvimento da professora Eurides com os alunos era substancial, pois

> Ela se interessava por todos os aspectos da vida do aluno. Gostava de ser a professora que era procurada pelos alunos quando estes estavam com algum problema. Gostava de trabalhar com alunos independentes, do ponto de vista intelectual (GEROMEL, 2018, s/p).

Concluímos que, por meio desses depoimentos, a professora Eurides foi uma pessoa que fez a diferença para a formação desses indivíduos que ora nos apresentaram um pouco sobre ela. Observamos que essa professora não realizou grandes teorias e nem mesmo foi criadora de uma escola matemática, mas possuía o espírito educador, ou seja, estava preocupada em despertar nos seus alunos o seu potencial, independente do trabalho que estivessem elaborando. E para afirmar o que estamos declarando, finalizamos com a resposta de Olga quando a questionamos se havia algo de relevante a comentar sobre a profa. Eurides e ela nos respondeu que “Ela me disse várias vezes que não se sentia pesquisadora, se achava uma boa professora que tinha um bom olho pra descobrir pessoas com talento” (GEROMEL, 2018, s/p).

A partir dessa afirmação, justificamos as poucas produções científicas da professora Eurides, visto que seu principal cuidado era despertar em seus alunos o potencial de serem pesquisadores e, não ela em si, fazer pesquisa.

Considerações Finais

Este trabalho teve por finalidade contribuir e acrescentar informações ao campo de investigação em História da Matemática do e no Brasil, por meio do tema *Biografias*, que ainda é inexplorado quando se trata de personagens da área da Matemática brasileira.

Nessa perspectiva, dissertamos sobre a importância de se escrever biografias, analisando os principais motivos dessa temática da História não ser de considerável interesse aos historiadores de ofício. Observamos que esse fato ocorre por ser um tema trabalhoso, o qual ocuparia grande parte do tempo do pesquisador historiador e, também, porque, na sua maioria das vezes, as biografias são relatos de vida de indivíduos considerados “heróis” ou que fizeram relevantes realizações em um determinado contexto.

Este texto apresentou um posicionamento contrário, pois nele descrevemos a trajetória de vida de uma professora que não é evidenciada dentro da comunidade científica matemática, com apresentações de relevantes trabalhos ou mesmo com a criação de alguma teoria ou teorema para alguma área específica da Matemática. Porém, o principal foco foi apresentar uma professora que fez a diferença para seus alunos e, também, no local onde trabalhou e dedicou sua docência.

A professora que ora apresentamos foi a Profa. Eurides Alves de Oliveira e o local que mencionamos é o Departamento de Matemática da UNESP – *campus Rio Claro.* Nesse departamento, professora Eurides foi professora, chefe e coordenadora de um curso de pós-graduação. Realizamos um breve relato da trajetória de vida dessa professora, destacando a sua participação nesse departamento com relação aos seus ex-alunos, tanto da graduação quanto da pós-graduação e, principalmente, sua dedicação e consideração ao orientar esses alunos. Nos depoimentos prestados por eles, evidenciamos o quanto declaram a sua paciência e gentileza em atendê-los e de que estava, de fato, preocupada com a formação dos alunos e não de realizar pesquisas e trabalhos.

Com isso, expomos e acrescentamos mais uma personagem na História da Matemática brasileira, por meio de um breve relato sobre as características dessa professora, quem nasceu na cidade de São Carlos, interior de São Paulo, em 1928, iniciando sua carreira docente em colégios de Ensino Básico e ingressando na carreira universitária na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Rio Claro, local que se aposentou em 1992. E, por fim, a sua trajetória de vida se encerra com seu falecimento no ano de 2010.

Referências

BARROS, T. E. **Re: Profa Eurides** [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <crmoraes63@gmail.com> em 19 de fevereiro de 2018.

BORGES, V. P. Fontes Biográficas: grandezas e misérias da biografia. In: **Fontes Históricas.** Carla Bassanezi Pinsky (org.). 2. ed. São Paulo: Contexto, 2008.

CALABRIA, A. R. **Francisco Antonio Lacaz Netto (1911-1991):** um estudo biográfico. Tese (doutorado). 205f. Instituto de Geociências e Ciências Exatas – Unesp – Rio Claro, 2015.

CRUZ, L. F. **Fwd: perguntas sobre profa. Eurides** [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <crmoraes63@gmail.com> em 07 de maio de 2018.

FEITOSA, H. A. **Re: Profa. Eurides** [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <cmoraes63@gmail.com> em 16 de fevereiro de 2018.

FICHA FUNCIONAL – EURIDES ALVES DE OLIVEIRA – Arquivo Pessoal do Autor – Sem página e sem data.

GARCIA, L. B. R. **História e Memória –** os 50 anos do Ensino Superior Público em Rio Claro: da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Rio Claro à Universidade Estadual Paulista "Júlio Mesquita Filho" 1958 a 2008. Rio Claro: IGCE: IB/ UNESP, 2008.

GEROMEL, O. **questões sobre a Profa. Eurides** [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por: <melom@rc.unesp.br> em 08 de agosto de 2018.

KARSBURG, A. A micro-história e o método da microanálise na construção de trajetórias. In: **Micro-história, trajetórias e imigração**. VENDRAME, M. I.; KARSBURG, B. W.; FARINATTI, L. A. (orgs). São Leopoldo: Oikos, 2015.

MAURO, S. **A História da Faculdade de Filosofia de Ciências e Letras de Rio Claro e suas contribuições para o movimento de Educação Matemática.** Dissertação (mestrado). 159f. Instituto de Geociências e Ciências Exatas – Unesp – Rio Claro. 1999.

OLIVEIRA, E. A. **Universos Ordenados.** Trabalho apresentado para obtenção do título de Doutor em Ciências. Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras – Rio Claro. 1973.

ORIEUX, J. A arte do biógrafo. In: **História e Nova História**. AIRES, P.; DUBY, G.; LEGOFF, J.; LE ROY, L. E. Lisboa: Teorema. 1986.

SAD, L. A.; SILVA, C. M. S. Reflexões Teórico-Metodológicos para Investigações em História da Matemática. **Bolema**, a. 21. n. 30. p. 27-46. Rio Claro: 1998.

PAULOVICH, L. **Re: profa Eurides** [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <crmoraes63@gmail.com> em 02 de maio de 2018.

SCHMIDT, B.B. Construindo biografias...Historiadores e Jornalistas: aproximações e afastamentos. **Revista Estudos Históricos.** V. 10. N. 19. Rio de Janeiro: PPHPBC, 1997. Disponível em: <http://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/reh/article/view/2040>. Acesso em 10 de abril de 2018.

PROFISSIONALIZAÇÃO DA MATEMÁTICA NO RIO DE JANEIRO: OS PROBLEMAS NA FACULDADE NACIONAL DE FILOSOFIA

Raphael Alcaires de Carvalho
UFRJ
raphael.carvalho@ifrj.edu.br

Resumo

O texto analisa alguns fatores, durante a década de 1940, que atrasaram o processo de institucionalização e profissionalização na Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil (FNFi/UB). A origem desse atraso pode ser explicada pelos problemas ocorridos nessa faculdade, como por exemplo, o funcionamento precário do curso de doutorado, a dificuldade de contratação de professores, a falta de recursos financeiros, a ausência de entendimento por parte das autoridades competentes de se criar bibliotecas e revistas especializadas, os entraves burocráticos e administrativos e brigas políticas. Para fazer essa análise utilizamos os arquivos do PROEDES – Programa de Estudos e Documentação Educação e Sociedade da Faculdade de Educação (FE) da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), o arquivo Gustavo Capanema localizado no Centro de Pesquisa e Documentação de História Contemporânea do Brasil da Fundação Getúlio Vargas (CPDOC/FGV), Anais do CNPq e o Memorial de Achille Bassi. Deste trabalho pode-se concluir que apesar de todos os obstáculos existentes na faculdade o processo de institucionalização e profissionalização da matemática no Rio de Janeiro ocorreu, ainda que de forma lenta, graças ao engajamento do corpo docente com os projetos e as atividades didáticas e científicas da FNFi.

Palavras-chave: Institucionalização. Profissionalização. FNFi. FFCL. Matemática.

Introdução

Mostraremos brevemente as discussões sobre como se deu o processo de profissionalização e de institucionalização das ciências e, em particular, da matemática no Brasil. Abordaremos os conflitos, debates, avanços e retrocessos que ocorreram ao longo do desenvolvimento científico brasileiro. Apresentaremos a dificuldade de institucionalização e profissionalização da matemática no início da Faculdade Nacional de Filosofia (FNFi), na década de 1940, como ocorreram as contratações dos professores estrangeiros de matemática, a existência do curso de doutorado e os problemas políticos no interior dessa instituição.

Profissionalização e institucionalização das ciências no Brasil[1]

Um dos temas muito discutido sobre institucionalização das ciências no Brasil diz respeito ao seu início. A pergunta que se coloca é se a produção de ciências começou apenas com o advento das universidades ou se antes dessas já haveria realização de atividades científicas. Como esse assunto já foi amplamente debatido e não é nosso interesse aprofundá-lo nesse trabalho, realizaremos apenas uma breve explanação.[2]

Fernando de Azevedo foi um dos primeiros a analisar o desenvolvimento científico brasileiro. Azevedo (1955) teria dado uma explicação do porquê do "atraso" no desenvolvimento da ciência no Brasil. Para ele, herdávamos o desinteresse de Portugal pelas atividades de pesquisa e pelos processos experimentais. Em sua visão, Portugal e Espanha possuíam o mesmo espírito tradicional ou a mesma mentalidade hostil aos progressos de um novo tipo de cultura. A falta de espírito científico e dos verdadeiros métodos tinham origens nas heranças ibéricas que foram as responsáveis por atravancar o progresso do Brasil nas ciências.

Azevedo (1955) ainda explicou que as universidades criadas na América espanhola nos séculos XVI e XVII não tiveram sucesso, pois eram arcaicas e o espírito moderno, a nova concepção de vida e de cultura não tinham penetrado nestas instituições. Portanto a ausência de universidades no Brasil não era a explicação para o atraso científico brasileiro.[3]

Profissionalização e institucionalização da matemática no Brasil

No caso da matemática, a institucionalização e a profissionalização ocorreram ao longo do século XX. Mas, como mostrado acima, não devemos

[1] O termo institucionalização é usado nesse trabalho no sentido dado por Figueirôa (1997). "Processo de implantação, desenvolvimento e consolidação de atividades científicas num determinado espaço-tempo histórico".
[2] A Ciência era entendida pela historiografia tradicional como aquela que os cientistas de países desenvolvidos conseguiriam reproduzir a realidade, por meio de um único método universal. Uma história da Ciência, como difundida por George Basalla na década de 1960, eurocêntrica em que a difusão da ciência ocorreria do centro para a periferia. Já a historiografia atual pretende analisar de forma contextualizada o desenvolvimento científico.
[3] Para maior aprofundamento do tema: BASALA (1967), STEPAN (1976), SCHWARTZMAN (1979), DANTES (1988), FIGUEIRÔA (1998) e SÁ (2006).

negar a existência da produção de conhecimento matemático no século anterior. As instituições que surgiram nos anos 1930, a Faculdade de Filosofia Ciências e Letras da Universidade de São Paulo (FFCL/USP), em 1934, a Faculdade de Ciências da Universidade do Distrito Federal (FC/UDF), em 1935, e a Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil (FNFi/UB), em 1939, contribuíram decisivamente para o desenvolvimento desse processo.

Analisaremos parte desse processo que ocorreu na FNFi, por meio da contratação de professores estrangeiros para dar aula e formar novos profissionais, das tentativas de criação de biblioteca especializada e do curso de doutorado.

Problemas na FNFi

A contratação de professores estrangeiros para lecionarem matemática na FNFi poderia ser apontada como um problema, pois se deu de forma distinta da que foi realizada na FFCL. Ao contrário de sua congênere paulista, que contratou os docentes estrangeiros por meio do matemático Teodoro Ramos, o ministro Capanema foi quem ficou responsável pela contratação dos "mestres experimentados" na Universidade do Brasil para trabalharem na recém-criada faculdade do Rio de Janeiro[4] (BRASIL, s/d, p. 4, grifo nosso).

Entretanto, essa diferença na contratação dos primeiros docentes na FNFi não foi a causa da demora nos processos de institucionalização e profissionalização da matemática no Rio de Janeiro. Mostraremos que os principais fatores desse atraso decorreram da administração, da burocracia e das disputas políticas no interior da faculdade.

Um dos impedimentos ao processo de institucionalização na faculdade era a burocracia, a exemplo do ocorrido com o matemático italiano Achille Bassi (1907–1973), contratado para trabalhar na cátedra de Geometria, na FNFi.[5] Uma de suas primeiras preocupações foi organizar uma boa biblioteca especializada de matemática para aquela instituição. Ele propôs um projeto

[4] Como o ministro Gustavo Capanema denominou os professores estrangeiros que seriam contratados para trabalharem na FNFi, em sua exposição de motivos enviada para o presidente da República, Getúlio Vargas.
[5] Publicado no Diário Oficial de 23/10/1939.

para a sua criação, que recebeu apoio do professor Joaquim da Costa Ribeiro (1906-1960), que "[...] embora físico, defendeu calorosamente meu projeto, de maneira que foi unanimemente aprovado pela Congregação [da FNFi]." No entanto, não foi implementado por não ter sido aceito "nas altas esferas administrativas da Nação" (BASSI, 1961, p. 7).[6]

Algumas tentativas foram realizadas na faculdade pelos professores que queriam executar trabalhos e ações para o desenvolvimento da matemática, mas esbarraram nos entraves de um sistema universitário considerado arcaico. Nesse caso específico, sabemos que Bassi poderia estruturar uma biblioteca especializada em matemática, pois o mesmo realizaria tal feito, anos depois, ao organizar a biblioteca do Instituto de Ciências Matemáticas e Computação da USP de São Carlos, denominada "Biblioteca Prof. Achille Bassi".[7]

Outra adversidade enfrentada pelo matemático italiano foi o recebimento da notícia, logo após a sua chegada ao Brasil, de que a cátedra de Geometria, na qual ocuparia, fora suprimida pelo Departamento Administrativo do Serviço Público (DASP)[8]:

> Poucos dias depois de minha chegada ao Brasil fui chamado pelo Reitor da Universidade do Brasil (Prof. LEITÃO DA CUNHA) que me informou que a cadeira que deveria reger e para a qual tinha sido contratado, havia sido suprimida poucos dias antes pelo DASP, órgão sobre o qual o Ministério de Educação não tinha poderes e que, portanto, necessariamente eu ficava sem cadeira, embora com o mesmo ordenado e as mesmas funções. (BASSI, 1961, p. 7).

Ao que tudo indica existiriam inicialmente duas cátedras de Geometria, conforme exposto por Bassi. Provavelmente, ele sugeriu, mais tarde, dividir essa cátedra em duas; uma para os cursos do primeiro biênio e a outra seria

[6] Somos muito gratos à professora Aline Leme da Silva que gentilmente nos cedeu esse memorial de Achille Bassi, documento que se encontra nos arquivos da USP de São Carlos.
[7] "É um centro de referência para quem atua em Matemática e Computação na região, sendo considerada uma das três melhores do Brasil", segundo o site do ICMC: https://www.icmc.usp.br/institucional/estrutura-administrativa/biblioteca/. Acesso em 08/05/2020.
[8] DASP era um órgão previsto pela Constituição de 1937 e criado em 30 de julho de 1938, diretamente subordinado à Presidência da República, com o objetivo de aprofundar a reforma administrativa destinada a organizar e a racionalizar o serviço público no país. Desde a sua criação até o fim do Estado Novo, o DASP foi presidido por Luís Simões Lopes (1903-1994). Fonte: https://cpdoc.fgv.br/producao/dossies/AEraVargas1/anos3745/PoliticaAdministracao/DASP. Acesso em 08/05/2020.

de Geometria Superior para o segundo biênio e para o curso de doutorado em geometria superior.

Argumentou que isso não traria despesas suplementares, uma vez que os cargos já existiam para o professor regente – no caso ele – e o catedrático interino, Ernesto Luiz de Oliveira Júnior. Afirmou ainda que já havia consultado o presidente do DASP e esse concordara com a execução do projeto.[9]

A primeira tentativa de desmembramento não teve êxito devido a uma decisão do DASP de não aceitar esse projeto. Já na segunda tentativa, como exposto por Bassi, haveria um acordo tácito com o DASP, o que significa que o impedimento ocorreu em alguma instância dentro da universidade.[10]

Dessa forma, não foi possível ao matemático italiano propor a nomeação de assistentes sem ocupar uma cátedra – só catedráticos tinham essa prerrogativa – e, por conseguinte, fazer uma "verdadeira escola científica", "viveiro de novos cientistas", que era seu objetivo, conforme está citado em seu memorial:[11]

> Não tinha verdadeira possibilidade para disciplinar a atividade intelectual dos moços que quisesse guiar para a carreira científica, pois não podia propor assistentes; em poucas palavras, não podia fazer a escola científica que planejara. (BASSI, 1961, p. 7).

O trabalho a ser realizado na cátedra de Geometria era muito grande para apenas dois professores, visto que na universidade as atividades docentes não se restringem a dar aulas. Como veremos foram feitas tentativas de se contratar assistentes, mas essas encontravam resistências no DASP.

Essa dificuldade de se conseguir a liberação para contratar esses professores assistentes não era exclusividade dos departamentos da matemática, ocorria em todas as áreas da FNFi. A contratação de assistente

---

[9] Arquivo Gustavo Capanema: GCg1935.08.05. Provavelmente um rascunho de Bassi escrito após 1942, data em que a cátedra de Geometria foi dividida em duas na FFCL/USP, divisão citada nesse texto. E provavelmente escrito antes de 1946, pois afirmava ser necessário que a divisão ocorresse "agora", antes do concurso para a cátedra de Geometria – o que ocorreu no início de 1946.

[10] Não sabemos ao certo se o projeto foi exposto de forma formal, ou seja, se houve de fato um pedido ou se apenas a ideia ficou no papel. Esse é um ponto que dever ser mais bem elucidado.

[11] Pelo artigo 27 do decreto-lei número 1.190 de 04/04/1939, o catedrático é quem seria o responsável por indicar uma pessoa de sua confiança para ser seu assistente.

era importante para ajudar no desenvolvimento das tarefas a serem executadas pelos docentes.

Dois professores apenas, no caso da cátedra de Geometria, não seriam suficientes para a quantidade de atividades a serem realizadas, como apontou o reitor da Universidade do Brasil, Raul Leitão da Cunha, em documento de 1941. Nesse, o dirigente levantou uma série de informações que contrariavam a não liberação de verbas, pelo DASP, para a contratação de assistentes.

Em 21 páginas o reitor mostrou a importância de elevar o número de assistentes de 33 para o mínimo de 50, que já era pleiteado desde 1939. Ao comparar com a USP, mostrou que o quantitativo de fato era muito reduzido, pois em São Paulo havia 49 cátedras (no Rio de Janeiro eram 46) e 66 assistentes. Além disso, o catedrático interino Oliveira Júnior e o regente Bassi eram os únicos responsáveis para lecionarem na cadeira de Geometria. O primeiro era responsável pelas disciplinas Geometria Analítica, Geometria Projetiva e Geometria Descritiva e mais 4h por semana pelo curso de aperfeiçoamento. Enquanto que sob a responsabilidade do italiano ficavam Complementos de Geometria e Geometria Superior.

Todas essas disciplinas além de serem oferecidas para o curso de matemática eram também dadas no de física. Segundo o dirigente, o professor estrangeiro não poderia ser usado como argumento para a não contratação de assistentes, pois de acordo com a legislação em vigor na época nem o regente e nem o catedrático interino poderiam substituir as funções designadas legalmente aos assistentes de ensino.[12]

Esse foi mais um problema ocorrido devido à maneira como funcionava o sistema universitário. Nesse caso, o DASP era o responsável pela liberação da verba, não podendo a universidade contratar mesmo após ter sido aprovada por todas as suas instâncias.

Isso mostra que não foi uma possível falta de contratação de matemáticos competentes na FNFi que prejudicou o processo de institucionalização e profissionalização da matemática, mas sim os problemas

[12] Arquivos do PROEDES: Documento do reitor da UB, Raul Leitão da Cunha, enviado para o ministro da educação e saúde, Gustavo Capanema, em 05 de julho de 1941.

sistêmicos, estruturais e burocráticos da Universidade do Brasil. A forma de se contratar professores italianos, por via do Ministério da Educação, nesse caso, não foi o motivo das ausências de pesquisas, de formação de pesquisadores, de biblioteca e revistas especializadas nessa instituição.

Para Ferreira e Azevedo (2012), a escolha para empregar professores estrangeiros não foi simplesmente pela ausência de professores brasileiros capacitados, mas também para se evitar a tradição "bacharelesca e positivista" e para se atingir o ideal de "ciência pura" pela via da institucionalização:

> Acreditava-se que essa medida [contratação de professores estrangeiros] era necessária não apenas para suprir a falta de professores brasileiros capacitados, mas, sobretudo, como uma ação preventiva para se evitar que a velha tradição "positivista e bacharelesca" fosse transmitida às novas faculdades. A contratação de professores estrangeiros foi entendida como o único caminho seguro para a institucionalização da ciência "pura ou desinteressada", que, como vimos, era a principal missão atribuída pelos cientistas às faculdades de filosofia. (FERREIRA; AZEVEDO, 2012, p. 299).

A contratação dos matemáticos italianos realizada, da forma como já mencionamos, com o governo fascista italiano não ocorreu, ao que tudo indica, de forma ingênua, mas com pretensão de se conseguir a institucionalização das ciências, em particular da matemática.

Além de não haver, segundo Ferreira e Azevedo (2012), uma tradição no ensino autônomo de matemática e física no Brasil, a importância da física e da matemática no pós 2ª guerra juntamente com a vinda de matemáticos estrangeiros favoreceu a institucionalização da matemática no Brasil:

> A avaliação dos cientistas é que a matemática e a física teriam sido as mais beneficiadas com a presença de professores estrangeiros. Como não havia tradição prévia de ensino autônomo dessas disciplinas, que até a fundação das universidades estavam subordinadas à formação de engenheiros, a intervenção dos professores estrangeiros assumiu um sentido inaugural. A inexistência de tradição precedente, somada ao prestígio e ao sentido estratégico assumido pela física e pela matemática no pós II Guerra Mundial, favoreceu a rápida institucionalização daquelas disciplinas. (FERREIRA; AZEVEDO, 2012, p. 300).

Devido ao favorecimento dessas disciplinas no cenário pós 2ª Guerra Mundial, a FNFi conseguiu receber importantes matemáticos estrangeiros que até então não havia conseguido contratar: o português António Aniceto Ribeiro

Monteiro (1907–1980)[13], os estadunidenses Abraham Adrian Albert (1905–1972)[14], Marshall Harvey Stone (1903–1989)[15] e Warren Arthur Ambrose (1914–1995)[16], os franceses Jean Frédéric Auguste Delsarte (1903–1968)[17], André Weil (1906–1998)[18]. Outros professores estrangeiros foram contratados na década de 1950, mas não faz parte do período tratado neste trabalho.

Foi um período em que os professores de matemática da FNFi se empenharam bastante para conseguir, dentro das limitações burocráticas, oferecer cursos regulares e extracurriculares, ajudando na formação e especialização daqueles que queriam se dedicar à essa área. Por exemplo, Albert foi quem lecionou o primeiro curso regular de álgebra na FNFi e foi ele quem incentivou a vinda de Stone para essa faculdade, na qual foi professor visitante por três meses. Segundo Medeiros (2006), essa curta visita foi "extremamente estimulante para vários alunos e professores do Departamento de Matemática", além de ter gerado como consequência a publicação de trabalhos em periódicos especializados. Cabe ressaltar que na década de 1940 ainda não havia nem CNPq nem CAPES para financiar a vinda de matemáticos estrangeiros ao Brasil.[19] Segundo Fávero, a contratação de professores estrangeiros parece ter sido essencial para a institucionalização da FNFi:

> A contratação dos professores estrangeiros foi considerada elemento indispensável à institucionalização plena da FNFi, como pode ser comprovada pela correspondência dirigida ao Presidente Vargas pelo Ministro Capanema (s.d.a), em que justificou a necessidade daqueles: 'É preciso reconhecer que não há no Brasil professores para certas e determinadas disciplinas universitárias. Chamá-los de fora é um dever. E eles devem ser chamados, não para fazer vagas e rápidas conferências para meia dúzia de diletantes (...) mas para dirigir as cátedras, por todo o ano escolar, dando-lhes a disciplina, a orientação, a feição conveniente'. (FÁVERO et al., 1991, p. 63).

---

[13] Obteve seu doutorado em 1936, na Universidade de Paris, orientado pelo matemático francês René Maurice Fréchet (1878 – 1973).
[14] Obteve seu doutorado na Universidade de Chicago em 1928, sob a supervisão do matemático norte-americano Leonard Eugene Dickson (1874 – 1954).
[15] Seu Ph.D. foi obtido em 1926, na Universidade de Harvard, sob a orientação do matemático norte-americano George David Birkhoff (1884 – 1944).
[16] Obteve o doutorado em 1939 na Universidade de Illinois em Urbana-Champaign, sob orientação do matemático Joseph Leo Doob (1910 – 2004).
[17] Obteve doutorado na Faculdade de Ciências, em Paris, no ano de 1928. Não identificamos seu orientador.
[18] Obteve doutorado na Universidade de Paris, em 1928, sob a supervisão dos matemáticos franceses Jacques Salomon Hadamard (1865 – 1963) e Charles Émile Picard (1856 – 1941).
[19] Na época, era chefe do departamento de matemática da Universidade de Chicago.

Na Universidade do Brasil havia um problema regimental para a contratação de docentes, o que dificultava a vinda de matemáticos estrangeiros para trabalharem na FNFi, como ocorreu por exemplo na contratação do professor português Antônio Monteiro para trabalhar na FNFi:

> Segundo o regimento dessa universidade [U.B.], não era permitido contratar professores para aquelas disciplinas que já tivessem regentes, mesmo que estes fossem interinos. O contrato de Monteiro determinava que ele seria professor para a disciplina de Análise. Esta matéria, desde o início da década de 1940, encontrava-se sob a responsabilidade de um outro professor: José Abdelhay, que não era catedrático, mas, sim, interino. Aliás, a grande maioria dos professores da Universidade do Brasil estavam nessa situação, sendo que não foram poucos os que assim permaneceram por vários anos. (VIDEIRA, 2007, p. 4.)

Segundo Videira, Monteiro teve que esperar por 15 meses em Portugal para receber do governo brasileiro o visto para emigrar, bem como as passagens para a viagem. Além disso, havia uma política na universidade na qual a cátedra era entendida por alguns como um “feudo”[20] e um catedrático queria que seus aliados fossem sempre nomeados a qualquer custo:

> Rocha Lagôa queria que os catedráticos nomeassem os seus próprios interinos, os quais eram naquela altura contratados por indicação direta. Desse modo, Rocha Lagôa acreditava poder preservar a sua influência no interior do departamento de matemática da FNFi. (VIDEIRA, 2007, p. 22.)

Alguns professores foram contratados por puro clientelismo, como ocorreu no caso em que o prefeito de Juiz de Fora, Rafael Cirigliano, em 12 de maio de 1939 enviou um radiograma solicitando a contratação do engenheiro José da Rocha Lagoa (1901–1957) para trabalhar na FNFi.[21]

De fato, o pedido foi aceito e Rocha Lagoa foi contratado como catedrático interino para trabalhar na cátedra de Complementos de Matemática, nomeado por decreto em 14 de julho de 1939 e entrou em

[20] Maria Laura Mouzinho afirmou em sua entrevista que batalhou “muito contra a cátedra, contra o professor catedrático que fazia seu substituto e que tinha a cátedra como um ‘feudo’” (FÁVERO, 1992, p.381).

[21] Arquivo Gustavo Capanema (CPDOC/FGV): Radiograma do prefeito Cirigliano para o ministro Capanema. GCg 1936.01.18.

exercício no dia 29 de julho desse ano.[22] Esteve envolvido em alguns problemas políticos no interior da FNFi.[23]

Em 1948 ocorreu um concurso para a cátedra de Complementos de Matemática.[24] Houve uma forte contestação sobre a banca desse concurso, pois era composta por pessoas afastadas há tempos do magistério ou por não serem da área de matemática. Os dois concorrentes eram José da Rocha Lagoa e José Abdelhay (1917 – 1996). O último teve sua prova anulada por ter terminado a prova didática um minuto antes do prazo regulamentar, gerando muitas contestações por parte da Comissão Executiva do Diretório Acadêmico da FNFi e acusações sobre o presidente da banca. Segundo esse diretório a banca examinadora do concurso não correspondia "à capacidade e idoneidade indispensáveis para examinar um concurso de Complementos de Matemática".[25]

No relatório da Comissão Executiva do Diretório Acadêmico foram apresentadas mais acusações sobre Rocha Lagoa: a composição da banca examinadora do concurso seria formada por seus amigos pessoais; o referido docente estaria algum tempo "escamoteando" o concurso, apresentando uma proposta à Congregação que visava "a efetivação pura e simples de todos os interinos"; e um grupo da alta administração da universidade "capitaneado pelo sr. José da Rocha Lagoa" havia participado das "desmoralizações administrativas". O clímax nesse documento, que talvez tenha levado o professor Raul Bitencourt a propor a dissolvência do Diretório Acadêmico, foi acusar Lagoa de ser um

---

[22] Foi nomeado prefeito de Araxá, cidade de Minas Gerais, em 1947, ao que tudo indica por pouco tempo, pois nesse ano a cidade teve 4 prefeitos, sendo Lagoa o primeiro. Fonte: http://fundacaocalmonbarreto.mg.gov.br/dados/trem/40/arquivo/Trem%20da%20Hist__ria%2040.pdf. Acesso em 11/05/2020.

[23] Arquivos do PROEDES: Folha de ponto dos docentes da FNFi.

[24] Um edital para o preenchimento dessa cátedra já havia sido aberto em 04 de junho de 1945, mas parece ter sido cancelado, pois exigia que os candidatos possuíssem diploma profissional ou científico de instituto onde se ministrasse ensino da disciplina a cujo concurso se propunha – conforme o artigo 51 do decreto 19.851 de 11 de abril de 1931 – e isto gerou muitas polêmicas. Arquivos do PROEDES: Abertura de Concurso para a cadeira de Complementos de Matemática.

[25] Arquivos do PROEDES: Carta do Diretório Acadêmico da FNFI para o Conselho Universitário, enviada no dia 23 de maio de 1947.

> [...] falso professor, cuja inidoneidade pode ser atestada por seus alunos e ex-alunos, já repudiado de público como amoral e incapaz pela Congregação da Faculdade Nacional de Arquitetura, expulso dos colégios de Juiz de Fora por incapacidade profissional e ineficiência didática [...][26]

Após essas acusações o Diretório Acadêmico da FNFi foi fechado e o professor Rocha Lagoa tomou posse na cátedra de Complementos de Matemática, colando grau de doutor em 8 de abril de 1949.[27] A banca examinadora continuou sendo a mesma que foi acusada pelo órgão estudantil, com exceção da troca de Carneiro Felipe (professor de físico-química) por Luiz Caetano de Oliveira (professor da Escola Nacional de Engenharia da Universidade do Brasil).[28]

Em 1950, deveria ocorrer outro concurso para a cátedra de Análise Matemática e Superior. Dessa vez os inscritos eram José Abdelhay e Leopoldo Nachbin (1922–1993). O concurso não ocorreu, pois o último não possuía diploma de matemática, mesmo ele tendo se tornado livre docente na cadeira de Análise Matemática, em 1948, e pertencendo ao Departamento de Matemática da FNFi, desde 1946 como professor regente. O responsável pelo pedido de impugnação do concurso foi o professor José da Rocha Lagoa e também foi o mesmo quem acusou, em 1949, a professora Maria Laura Moura Mousinho (1917–2013) de apresentar uma obra que ele considerava um plágio. Esse trabalho era uma tese de livre-docência orientada pelo professor António Monteiro.

Esses acontecimentos causaram uma divisão dentro do departamento de matemática da FNFi gerando problemas futuros para o ensino e pesquisa da matemática dentro da instituição. Tais circunstâncias adicionadas aos problemas burocráticos, políticos e estruturais de uma universidade vista como arcaica atrapalhou a institucionalização da matemática.

---

[26] Arquivos do PROEDES: Relatório da Comissão Executiva do Diretório Acadêmico, publicado na “Folha da F.N.F.”, no dia 25 de setembro de 1947.
[27] Jornal “Correio da Manhã”, em 16/10/1947.
[28] Revista da Faculdade Nacional de Filosofia. Rio de Janeiro: Universidade do Brasil, nº 1, 1949.

Dessa cisão surgiram dois grupos: um que apoiava o professor Leopoldo Nachbin e outro, o docente Rocha Lagoa. Dessa situação, vários problemas começaram a ocorrer o que contribuiu para gerar um ambiente impróprio para o desenvolvimento de pesquisas. Um deles é descrito pelo próprio Nachbin em uma entrevista:

> Quando saí do Brasil, em 1948, trabalhava no Departamento de Matemática da Nacional de Filosofia [FNFi]. Saí com vencimentos, licenciado por um ano. Em 1949, o Departamento de Matemática, por razões políticas e pessoais – que não vale a pena citar –, votou contra a renovação da minha licença. (FÁVERO, 1992, p. 310).

A partir daí Nachbin foi acolhido no departamento de física da FNFi. Nessa mesma entrevista Nachbin explicou o imbróglio ocorrido em 1950:

> Estava nos Estados Unidos (1948 a 1950), na Universidade de Chicago, quando, como mais ou menos eu esperava, foi aberto o concurso para professor catedrático da cadeira de Análise Matemática e Superior na Faculdade. Regressando ao Brasil (1950), me inscrevi. Naquela ocasião, como jovem [28 anos], eu achava vital fazer aquele concurso porque, se eu não fizesse, ou se fizesse e não ganhasse, minha carreira estava cortada. O fato é que, por questões de política de grupo (as mesmas que forçaram minha saída do Departamento de Matemática para o Departamento de Física), fez-se oposição política a mim e o interino recorreu contra minha inscrição, alegando que não sendo eu licenciado, formado por uma Faculdade de Filosofia, não poderia me inscrever no concurso. (...) Por unanimidade, aprovou o Conselho Universitário meu pedido de inscrição. (FÁVERO, 1992, p. 315).

Após alguns anos foi realizada uma tentativa de solucionar o impasse que tinha sido criado. Assim, em 25 de outubro de1957, Lelio Gama (1892–1981), diretor do IMPA e membro do Conselho Deliberativo do CNPq, durante a reunião desse conselho, propôs a criação de uma nova cátedra:

> Criada essa Cadeira, talvez, fosse possível, como vantagem colateral, o aproveitamento dos dois candidatos, sem luta. Seria uma grande vantagem êsse duplo aproveitamento, devido à escassez de elemento humano no Brasil, no setor matemático. Essa escassez é angustiosa. O sacrifício de qualquer dos dois elementos, que já têm dado provas de capacidade, seja no setor de pesquisa, seja no de magistério, seria prejudicial. Outra vantagem do aproveitamento dos dois candidatos seria a pacificação do Departamento de Matemática da Faculdade de Filosofia, substituindo-se um espírito prejudicial de competição, que tem prevalecido até hoje, durante longos anos, por um espírito benéfico de colaboração entre professores. (ANAIS do CNPq, 1957, p. 4)

Leopoldo Nachbin, nessa época, já estava trabalhando no IMPA, criado em 1952. Mas, provavelmente, queria ser catedrático na FNFi o que não foi possível. A proposta de Lélio Gama não se efetivou por dificuldades burocráticas, pois a criação de uma nova cátedra só era possível após aprovação no Congresso Nacional. O conselheiro Magalhães Gomes nesta mesma reunião explicou a dificuldade em se conseguir uma aprovação no Congresso Nacional para a criação de uma nova cátedra:

> Verifiquei, comparando com o que tem sucedido na Escola de Engenharia que obter a criação de uma Cátedra no Congresso, hoje é dificílimo; é mesmo quase impossível devido à política de não criar cargos. (ANAIS do CNPq, 1957, p. 8).

Apesar das tentativas de realização desse concurso, ele ficou engavetado por 22 anos, quando finalmente a vaga foi preenchida com a aprovação do trabalho apresentado por Nachbin. Nessa época, a FNFi já havia sido extinta e a Universidade do Brasil transformada na atual Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ).

Outra problema ocorrido na FNFi que dificultou o processo de profissionalização da matemática no Rio de Janeiro, na década de 1940, foi a forma como o curso de doutorado era oferecido na faculdade, pois esse não ocorria de forma estruturada, como afirmou Nachbin em seu depoimento:

> A partir de 1946, passei a ser professor regente na Faculdade Nacional de Filosofia, com contrato. Naquela ocasião não estava estruturado o Doutorado; não havia pós-graduação em Matemática na Universidade do Brasil. (FÁVERO, 1992, p. 309-310).

Na verdade, o programa existente era muito difícil de alguém conseguir fazer, como explica o físico Jayme Tiomno:

> O doutorado existia para que as pessoas não o fizessem. Existia somente para as pessoas com bom relacionamento na Universidade – aqueles que os catedráticos queriam que fizessem. Estabeleceram um sistema extremamente complicado que não estimulava ninguém – não havia curso, somente uma tese a ser feita a sós. Esse era o espírito da UB – o autodidatismo. (FÁVERO, 1992, p. 267).

Em 1944, estava inscrito, dentre outros, no curso de doutorado em Matemática Alvércio Moreira Gomes (também inscrito nos dois anos seguintes), cujo professor era José Abdelhay. Também nesse ano, Maria Laura M. Mouzinho (bacharel e licenciada em Matemática nos anos de 1941 e 1942, respectivamente) estava inscrita no curso de doutorado em Geometria, sendo Achiles Bassi o professor responsável dessa área.

No entanto, sabemos que ela não terminou este doutorado, pois se tornou doutora apenas em 1949 após defender sua tese de livre-docência em Geometria.[29] De fato, esse curso de doutorado não conseguiu cumprir com seu objetivo e até o presente momento só temos a certeza de um matemático que conseguiu obter o título de doutor por meio desse curso existente naquela época. Foi Luiz Oswaldo Teixeira da Silva, orientado por Rocha Lagoa, que defendeu em 1952 a tese "Superfícies regradas associadas a uma curva".

Considerações finais

De forma geral, concluímos que na década de 1940 na FNFi havia uma disposição por parte do corpo docente dessa faculdade em criar projetos e desenvolver atividades para institucionalizar e profissionalizar a matemática. Muitos problemas que impediram essas ações estavam ligados ao sistema universitário com seus entraves burocráticos e administrativos, além de conflitos políticos dentro da instituição.

A inexistência de determinadas ações na FNFi dificultaram o desenvolvimento a contento de pesquisas. Como exemplo, citamos a inexistência de bibliotecas especializadas em matemática e, consequentemente, de revistas na área, a contratação de professores e assistentes e realizações de concursos para docentes.

Apesar dos problemas foi possível inferir que a contratação de professores estrangeiros de matemática para a FNFi, via ministro Gustavo Capanema – diferentemente do que ocorreu na FFCL da USP – não foi a causa do atraso no processo de institucionalização e profissionalização da matemática no Rio de Janeiro, mas, sim, os conflitos políticos internos e uma burocracia quase insuperável.

Referências

AZEVEDO, Fernando de. **As ciências no Brasil**. v. 1, 1955.
BASALLA, George. **The spread of western science. Science**, v. 156, n. 3775, p. 611-622, 1967.

[29] Fonte: Arquivos do PROEDES.

BRASIL, Ministério da Educação e Saúde, Organização da Faculdade Nacional de Filosofia. **Serviço de Documentação**. Folheto nº 3, 2ª edição. s/d.
DANTES, Maria Amélia M. Fases da implantação da ciência no Brasil. **Quipu**, v. 5, n. 2, p. 265-275, 1988.
FÁVERO, Maria de Lourdes de Albuquerque, PEIXOTO, Maria do Carmo de Lacerda, GERBASI DA SILVA, Ana Elisa. Professores Estrangeiros na Faculdade Nacional de Filosofia, RJ (1939-1951). **Caderno de Pesquisa**. (78): agosto 1991, p.59-71.
FÁVERO, Maria de Lourdes de Albuquerque (Coordenação): Faculdade Nacional de Filosofia – **Depoimentos**, PROEDES/UFRJ, Rio de Janeiro, 1992.
FERREIRA, Luiz Otávio; AZEVEDO, Nara. Sucesso e Fracasso das Faculdades de Filosofia: ciência, cientistas e universidade no Brasil, 1930-1960. **Locus-Revista de História**, v. 18, n. 2, 2012.
FIGUEIRÔA, Silvia F. de M. et al. Mundialização da ciência e respostas locais: sobre a institucionalização das ciências naturais no Brasil (de fins do século XVIII à transição ao século XX). **Asclepio**, v. 50, n. 2, p. 107-123, 1998.
HÖNIG, Chaim S.; GOMIDE, Elza F.. Ciências Matemáticas. In: FERRI, M. G.; MOTOYAMA, S. (org.) **História das Ciências no Brasil**. São Paulo: EPU & EDUSP, 1979, p. 35-60.
MEDEIROS, Luiz Adauto da Justa. Aspectos da matemática no Rio de Janeiro. **DEPARTAMENTO DE MÉTODOS MATEMÁTICOS DO INSTITUTO DE MATEMÁTICA. UFRJ, Rio de Janeiro. (2006)**
NACHBIN, Leopoldo. **Ciência e sociedade**. Editora da UFPR, 1996.
SÁ, Dominichi Miranda de. **A ciência como profissão: médicos, bacharéis e cientistas no Brasil (1895-1935)**. SciELO-Editora FIOCRUZ, 2006.
SCHWARTZMAN, Simon. **Formação da comunidade científica no Brasil**. Financiadora de Estudos e Projetos, 1979.
STEPAN, Nancy. **Gênese e evolução da ciência brasileira: Oswaldo Cruz e a política de investigação científica e médica**. Ed. Artenova, 1976.
VIDEIRA, António Augusto Passos. Antonio Monteiro no Brasil (1945-1949): uma breve passagem mas com resultados duradouros. **Actas do Colóquio Antonio Aniceto Monteiro**, Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática (BSPM), número especial, 2007.

SOBRE A NOÇÃO DE FUNCIONALIDADE NOS PERÍODOS DA ANTIGUIDADE, IDADE MÉDIA E IDADE MODERNA: USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E DAS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E DA COMUNICAÇÃO NO ENSINO DE FUNÇÃO, PARA ALUNOS DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Luciana Vieira Andrade
UFRN
luvieira13@gmail.com

Giselle Costa de Sousa
UFRN
gisellecsousa@hotmail.com

Resumo

Este artigo divulga resultados de uma pesquisa em que se estudaram as possibilidades de articulação entre História da Matemática (HM) e Tecnologias Digitais da Informação e da Comunicação (TDIC), por intermédio da Investigação Matemática (IM), com apoio na história do conceito de Função. A proposta é apresentar concepções norteadoras do uso da HM em sala de aula, recorrendo a elementos da utilização das TDIC, via IM, na aplicação de atividades para estudantes da Educação Básica, abordando o desenvolvimento da noção de funcionalidade nos períodos: Antiguidade, Idade Média e Idade Moderna. A pesquisa citada é fruto de dissertação de Mestrado Profissional do PPGECNM, da UFRN, intitulada **HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E DA COMUNICAÇÃO NO ENSINO DE FUNÇÃO**. Realizou-se um estudo de caráter qualitativo com duas fases: a primeira com pesquisa bibliográfica e uma segunda fase pautada em elementos da pesquisa ação. Como resultado, delineou-se um panorama histórico do conceito de Função – com base na perspectiva de Youschkevitch (1976) – cujo conteúdo foi referência para o desenvolvimento de um produto educacional composto por atividades a serem aplicadas com alunos da Educação Básica, abordando o desenvolvimento do conceito de Função, aplicadas via *software Geogebra* e à luz da IM.

Palavras-chave: História da Matemática. Geogebra. Investigação Matemática. Função. Youschkevitch.

Introdução

Com aporte na articulação entre a HM, as TDIC e a IM, o referido trabalho se propõe, como posto, a explorar o conceito de função a partir de seu panorama histórico em atividades práticas, fruto de produto educacional, que buscam reproduzir as investigações do passado pelos participantes com apoio de tecnologias como *software* Geogebra. Para tanto, tomamos como base a perspectiva de Youschkevitch (1976) que delineia três períodos marcos para o conceito de função: a antiguidade, a idade média e a idade moderna.

Destarte, corroboramos com Fossa, Mendes e Valdés (2006, p. 137) ao defenderem que “a informação histórica poderá ser utilizada para estruturar atividades de redescoberta” e nos apoiamos nessa perspectiva para desenvolvimento de nossa proposta. De fato, Fossa, Mendes e Valdés (2006, p. 139) também informam que a “HM é fonte rica de problemas interessantes e desafiadores que podem ser incorporados ao ensino da Matemática, especialmente na forma de atividades e redescoberta ou resolução de problemas”. Assim, o uso adequado da HM como instrumento pedagógico consiste em integrar conceitos e problemas históricos na rotina diária de sala de aula, tornando-se “parte da experiência matemática do aluno” (FOSSA; MENDES; VALDÉS, 2006, p. 140), conforme propomos em nosso trabalho o qual ainda se respalda os argumentos favoráveis de Miguel e Miorim (2011) para uso da HM no ensino que se concretizam numa história pedagogicamente vetorizada e que creditamos ser ainda mais orientada quando articulada com as TDIC e IM. Realmente, o dinamismo natural do mundo atual e dos processos ligados ao ensino e à aprendizagem exige que se leve em conta o princípio de que “o conhecimento é produzido por um coletivo formado por seres-humanos-com-mídias” (BORBA, 2002, p. 139), ou seja, a interação do humano com a máquina/tecnologia a qual defendemos que se potencializa pela investigação, pois concordamos com Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p. 25) ao dizerem que “as investigações matemáticas são um tipo de atividade que todos os alunos devem experimentar”, sobretudo, ao usar HM.

Logo, nossa proposta trata-se da intenção de aprimorar conceitos e temáticas que possibilitem aplicar ações investigativas sobre o estudo de função, criando e sugerindo procedimentos de utilização de ferramentas práticas (Caderno de atividades/Produto Educacional) capazes de favorecer a aprendizagem por meio da percepção das potencialidades de interligação entre a HM e as TDIC especialmente com utilização de recursos da tecnologia (*software* de matemática dinâmica como o *Geogebra)*, que abordem os elementos constituintes de uma função matemática e suas diferentes formas de representação, inspirados pela HM.

Neste artigo, propomos inicialmente, expor a proposta e seus fundamentos com a presente introdução. Em seguida, tratamos de ensaio sobre a história do conceito de função com base em Youschkevitch (1976). Na sequência, apresentamos a proposta pedagógica de uso dessa história em atividades que se apoiam nas TDIC via IM. Assim, as atividades apresentadas tratam da abordagem da história supracitada passando pelos três períodos, incluindo apreciação de problemas geradores de função, análise de documentos, bem como, motivações e caminhos percorridos pelos diferentes personagens. Esclarecendo, na antiguidade, trabalharemos com dois problemas históricos, um do Plimpton 322 e o Problema de Número 79 do Papiro de Rhind. Além disso, trazemos um exemplo da atualidade: Traga o troco. Na idade média, trataremos do problema da Latitude das Formas enquanto que, na idade moderna, abordaremos o problema da Corda Vibrante.

Deste modo, mediante uso da história da matemática busca-se estudar elementos da própria matemática. Para esclarecer essas questões trazemos a seção que segue.

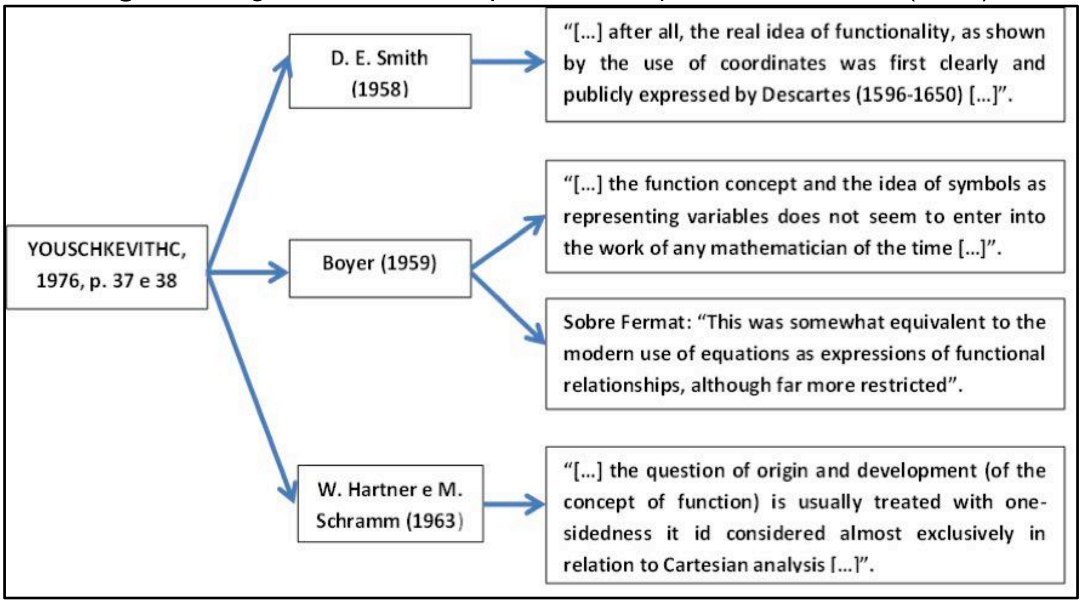
História de funcionalidade

Conforme Youschkevitch (1976, p. 37) "Up to now the history of functionality has remained insufficiently studied[1]". Em especial, se percebe divergências entre as opiniões de autores em relação à época em que realmente se originou o conceito de função, Youschkevitch (1976) apresenta em seu trabalho *The Concept of Function up to the Middle of the 19 th Century*[2] algumas informações que comprovam essa ideia a partir dos pensamentos de especialistas antigos que corroboram com sua posição. Para tanto, Youschkevitch (1976) desenvolve um trabalho de opinião em conjunto com reflexões de autores como Smith (1958), Boyer (1959), Hartner e Schramm

[1] Até agora a história da funcionalidade tem sido estudada de maneira insuficiente (tradução nossa).
[2] O Conceito de Função até a Metade do Século XIX (tradução nossa).

(1963), a fim de delinear e esclarecer a história da funcionalidade com o objetivo de apresentá-la de modo mais eficiente. Algumas dessas reflexões aparecem, resumidamente, na figura 1.

Figura 1: Algumas reflexões apresentadas por Youschkevitch (1976)



Fonte: Elaborado pelos autores.

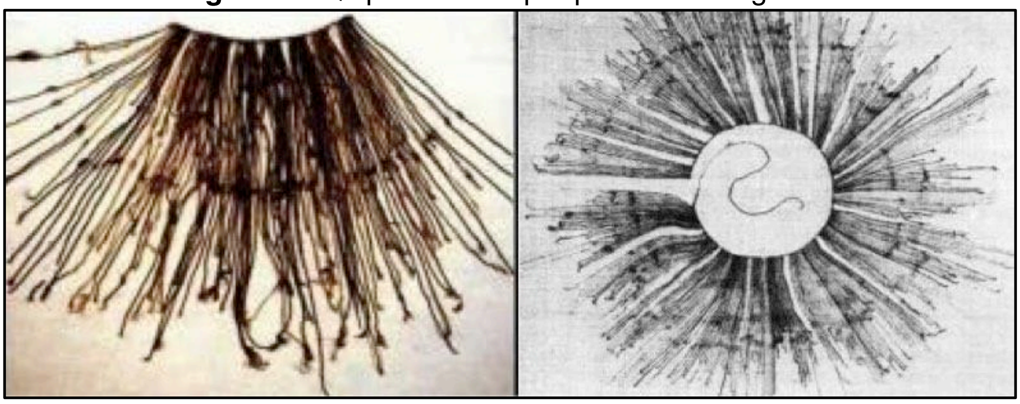
As colocações destacadas por Youschkevitch (1976) nos levam a considerar que a história da funcionalidade deve ser marcada pelo trabalho de Descartes (1596–1650) e seu uso de coordenadas, embora os símbolos como variáveis não apareçam em trabalhos de seus contemporâneos como Fermat (1607–1665). Assim, a origem do conceito de função não pode ser analisada só do ponto de vista das contribuições de Descartes e seus contemporâneos, ou seja, apenas da relação cartesiana. De fato, Youschkevitch (1976), a partir de Boyer (1959), considera que existem outros contribuintes relevantes, como, por exemplo, a Matemática Grega.

Nessa ótica, a origem do conceito de função vem antes de Descartes, com cálculos da Astronomia e Ciência Árabe, e sua consolidação vai além dele, estendendo-se ao século XIX, com a definição clássica. Contudo, mesmo esta consolidação pode ser questionada e antecipada para meados do século XVIII. Assim sendo, Youschkevitch (1976), sem defender uma ou discordar de outra ideia, informa que, em relação ao século XIX, a definição clássica de função que consta em quase todos os textos sobre Análise Matemática é atribuída a Dirichlet (1805-1859) ou a Lobachevski (1792-1856), embora esta seja uma afirmação não exata já que o conceito geral de função, como a relação arbitrária entre pares de elementos, cada um tomado em seu próprio conjunto, foi formulado antes, em meados do século XVIII.

Tendo em vista a necessidade de revisão dos marcos comumente postos na história do conceito de função e estando clara a importância de conhecer o histórico desse conceito, Youschkevitch (1976) aborda observações quanto ao seu desenvolvimento até cerca da metade do século XIX, separando esse tempo em três períodos que ele julga importantes:

❖ *A Antiguidade:* estudo de casos particulares de dependências entre duas quantidades, mas ainda não se tinham as noções gerais de quantidades variáveis e funções. Como por exemplo, o caso em que na contagem para o controle de seu rebanho, o homem fazia associar a cada animal uma dobra no dedo ou uma ranhura em barro/pedra ou marcando nós em uma corda. Nesses casos, segundo Eves (2004, p. 26), o homem utiliza-se da "maneira mais antiga de contar e baseasse em algum método de registro simples, empregando o princípio de correspondência biunívoca". Tal associação nos remete à noção de função quando faz associar elementos de um conjunto (as marcas em pedra ou os nós em corda, por exemplo) a um único elemento de outro (os animais do rebanho), ou seja, estabelece uma relação de dependência biunívoca entre quantidades sem, contudo, assumir generalizações.

Figura 2: Quipus usados por peruanos indígenas.

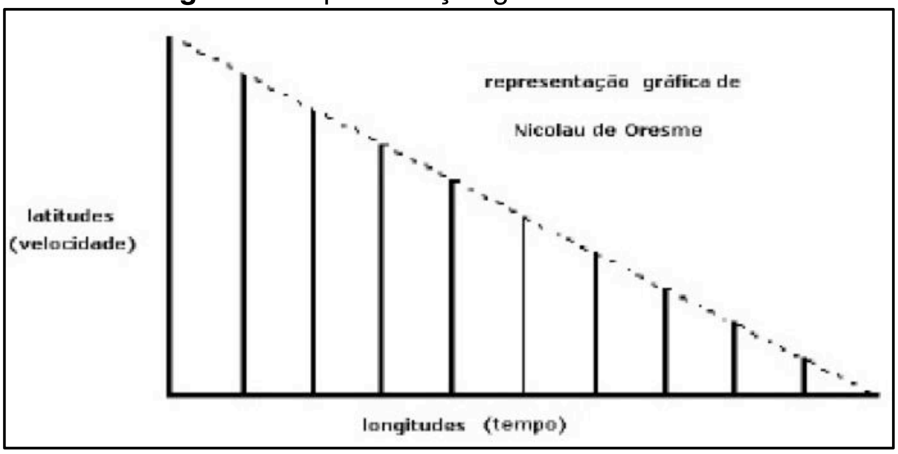


Fonte: Eves (2004, p. 27).

Os quipus são conjuntos de cordões usados em processos de contagem através de nós em cordas. Têm tamanhos e cores variados. Segundo Eves (2004, p. 27) “nós maiores são múltiplos dos menores, e a cor da corda pode distinguir homens de mulheres (coleção Musée de L’Homme, Paris)”.

❖ *A Idade Média:* na ciência Europeia do século XIV, tais *noções gerais se expressaram pela primeira vez de forma definida*, tanto nas formas geométricas quanto mecânicas. Como na Antiguidade, cada caso concreto de dependência entre quantidades era definido por meio de uma expressão verbal, ou com um gráfico, em vez de uma fórmula, contudo, a principal diferença nesse período está na *presença de noções gerais*, além de, conforme Youschkevitch (1976), ter havido um *aumento quanto ao número de funções utilizadas* bem como *melhorias quanto aos métodos* para seu estudo. Essa foi uma época em que o *estudo dos fenômenos naturais* estava em destaque. Como exemplos, Boyer e Merzbach (2012, p. 187, grifo nosso) citam a variação da “*velocidade de um objeto* em movimento e a *variação da temperatura*, de ponto para ponto, em um objeto com temperatura uniforme”. Considerando que as discussões acerca desses temas eram longas, mas que não existiam instrumentos adequados para análise, Boyer e Merzbach (2012) informam que *Nicole de Oresme* (1323-1382) buscou solução para percepção e análise mais detalhadas dessas variações por meio de uma figura. A partir de suas ideias, surgem as primeiras *representações gráficas de funções.*

Figura 3: Representação gráfica de Oresme.



Fonte: Rezende e Thess (2009).

A figura 3 nos mostra a representação gráfica desenvolvida por Oresme. Denominada latitude das formas, trata-se de uma maneira nova de representar dependência entre variáveis em que, nesse caso específico, as grandezas tempo e velocidade e sua dependência são apresentadas por meio de retas horizontal e vertical, respectivamente.

Os subsídios apresentados, até então, nos levam a verificar elementos que diferenciam a noção de funcionalidade que se tinha na Antiguidade em relação daquela identificada na Idade Média. A análise apenas aritmética e a falta de preocupação com as generalizações foram marcos nos tempos antigos enquanto que, na Idade Média, uma nova forma de se representar dependências entre grandezas, surgiu. As representações geométricas de função bem como algumas ideias de casos gerais, já eram percebidas nesse período (Idade Média).

❖ *O Período Moderno*: época que se iniciou essa fase até ao final do século XVI, em que começaram a prevalecer as *expressões analíticas das funções*, geralmente indicadas por *somas de séries de potências infinitas*.

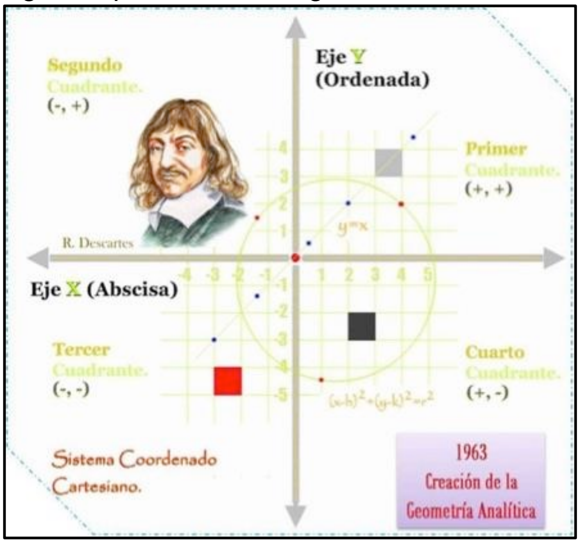
Bem verdade é que a *interpretação por meio analítico da funcionalidade* tenha revolucionado o mundo matemático, especialmente pela sua eficácia, tendo, assim, assumido um papel importantíssimo quanto ao conceito de função em todas as ciências exatas. Contudo, exclusivamente esse entendimento, com o passar do tempo, foi *tido como inadequado*, de tal modo que houve a necessidade de uma *nova definição geral* que, posteriormente se *universalizou*.

Ao final do século XVI, o *uso de letras* para representar quantidades *variáveis* apareceu como uma novidade matemática. Para Sá, Souza e Silva (2003) é com Galileu Galilei (1564-1642) que ocorrem as primeiras *discussões quantitativas dos axiomas* mensuráveis e, portanto, representáveis por fórmulas. Embora Galileu não tenha formalizado de maneira explícita a palavra função, Sá, Souza e Silva (2003), informam que o *estudo do movimento* deu origem a este conceito ou de *relação entre variáveis*.

François Viète (1540-1603) estabeleceu como prática o uso de vogais para representarem quantidades desconhecidas e consoantes para a representação dos parâmetros, o que Youschkevitch (1976) considerou como a *Nova Álgebra*.

A *convenção moderna* de se usar as primeiras letras do alfabeto para representar constantes e as últimas letras para representar as incógnitas foi introduzida por *Descartes*, filósofo e matemático francês que propôs a utilização de um *sistema de eixos* para localizar pontos e representar graficamente as equações.

Figura 4: Imagem representando a geometria analítica de Descartes



Fonte: Garrido (2013).

No século XVII, destacam-se Newton (1642–1727) e Leibniz (1646–1716), ambos com trabalhos envolvendo variações, contribuindo para o avanço quanto à Análise Matemática e, consequentemente, quanto ao estudo das funções. Foi Leibniz quem primeiro usou o termo função, em 1673, para designar, em linhas muito gerais, um segmento de reta (corda, abscissa, ordenada, entre outros) cujo comprimento depende da posição que ocupa certo ponto sobre uma curva dada.

Durante o século XVIII, destaca-se Leonhard Euler (1707–1783), cuja característica mais marcante inclui a criação e o uso de uma simbologia que é aceita e utilizada até os dias atuais, por exemplo, lx *para logaritmo de x*, o uso da letra $\sum$ *para indicar somatório*, e talvez a mais importante de todas, a *representação f(x) para função de x*, (BOYER; MERZBACH, 2012). Sobre isso, Boyer e Merzbach (2012, p. 304) dizem que “em quase tudo, Euler, o construtor de notação mais bem-sucedido em todos os tempos, escrevia na linguagem e notação que usamos hoje". Euler, em seu *Introductio in Analysin infinitorum* (1748), define função de uma quantidade variável como "qualquer expressão analítica formada daquela quantidade variável e de números ou quantidades constantes" (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 305).

Foi estabelecida por Dirichlet, que *separou o conceito de Função de sua representação analítica,* conforme Vázquez, Rey e Boubée (2008, p. 250), a *definição de função*: "y é uma função da variável x, definida no intervalo $a < x < b$, se para todo valor da variável x nesse intervalo, lhe corresponde um valor determinado da variável y. Além disso, é irrelevante como se estabelece essa correspondência".

Portanto, as ideias de função na Idade Moderna sugerem a possibilidade apresentá-la de *maneira verbal*, por meio de uma *tabela de valores*, com uma *expressão analítica*, por um *gráfico*, entre outras formas. Aqui se unem as diferentes formas de representação que nos períodos anteriores eram vistas de maneira isolada.

A partir dos argumentos de Youschkevitch (1976), percebe-se que o conceito de funcionalidade sofreu alterações com o decorrer do tempo. Conhecer tais alterações implica perceber o quão dinâmico é o conhecimento matemático. Dessa forma, a evolução do conceito de dependência funcional é utilizada nesse trabalho como elemento que nos proporciona um panorama global desse dinamismo da Matemática, característica essa que torna clara a importância da aplicação que atividades que considerem a contextualização como recurso didático a ser aplicado em sala de aula, visando favorecer a aprendizagem do aluno. Nessa perspectiva a utilização da HM aparece como metodologia capaz de contribuir para o ensino da Matemática, como recomendam os documentos oficiais (BRASIL, 2000, BRASIL, 2015) e os autores referentes ao tema neste trabalho.

Levando em conta as abordagens de Youschkevitch (1976), delineamos, um conjunto de três blocos de atividades, cada uma referente a um período histórico relativo ao conceito de função e, na seção seguinte, apresentamos parte de uma das atividades como amostra.

Proposta de atividades históricas para exploração do conceito de função (uma amostra)

O Problema número 79 do papiro de Rhind

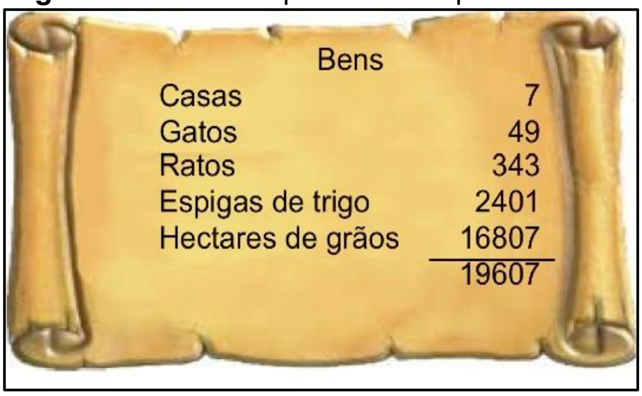
O Papiro de Rhind é tido como um dos primeiros documentos históricos de caráter matemático de que se tem notícia. É um documento que contém 87 problemas e que apresenta os conhecimentos matemáticos dos antigos egípcios em especial descrevendo operações de adição, multiplicação e divisão e uso de frações. Segundo Geronimo e Saito (2012, p. 02), “é o mais extenso papiro de natureza matemática preservado até nossos dias”.

Figura 5: Papiro de Rhind.

Fonte: The British Museum (2017).

O problema 79 do papiro de Rhind, segundo Eves (2004), apresenta os curiosos dados que seguem:

Figura 6: Dados adaptados do Papiro de Rhind



Bens	
Casas	7
Gatos	49
Ratos	343
Espigas de trigo	2401
Hectares de grãos	16807
	19607

Fonte: Eves (2004) – adaptado pelos autores.

REFLEXÕES E TESTES:

Reflita, então, sobre as ideias:

a) Pesquise, na internet, o significado dos termos: papiro, Rhind e papiro de Rhind. Registre as principais ideias obtidas em sua pesquisa.

- Papiro:

- Rhind:

- Papiro de Rhind:

b) De acordo com Eves (2004), o problema 79 do papiro de Rhind apresenta estes dados, sem uma contextualização descrita. Analise essas informações e produza um enunciado que seria capaz de transformar esses dados em um problema com contexto adequado.

c) Solucione o problema a partir do enunciado elaborado por você no item *b* e escreva um breve comentário que seja uma resposta completa e adequada para esta questão. Para esta solução, informe que operação deve ser realizada para obter o valor 19607, indicado no enunciado.

d) De acordo com sua pesquisa e a observação sobre o problema número 79 do papiro de Rhind, reflita: há relação de dependência entre o resultado do problema (19607) e outros valores? Descreva as ideias que o fizeram chegar a tal conclusão.

e) Se mudarmos a quantidade que aparece em alguma linha, o que ocorrerá com o valor final?

f) O valor da linha 2, número de gatos, tem dependência com qual outro valor do problema? Como é essa dependência?

g) A quantidade da linha 3 depende de que outro valor do problema? Descreva esta dependência.

h) Há ligação entre a linha 4 e a linha 1? Descreva.

i) Que conclusões podemos chegar quanto à relação de dependência dos valores envolvidos nesse problema? Utilize a planilha de cálculos do *Geogebra*, conforme Situação 1, para fazer testes e responda explicando as operações necessárias para determinar cada número que aparece no enunciado.

____

j) Se quisermos acrescentar uma sexta linha neste problema com valor, por exemplo, para *grãos de arroz*, que quantidade seria? Justifique.

____

k) Se substituirmos a primeira quantidade por 5, como ficariam as outras? E se o valor inicial fosse 10, qual seria o total?

____

Apresentamos parte de uma das atividades do caderno que compõe o produto educacional fruto da pesquisa de Andrade (2017). É um exemplo de situação cuja análise nos remete à ideia de relação de dependência entre quantidades que aparece na história como registros de conhecimentos matemáticos dos povos da Antiguidade.

Considerações

Nossa proposta apresenta concepções que se embasam no uso da HM articulada a elementos que dizem respeito à utilização das TDIC em sala de aula, por meio da investigação matemática na abordagem do ensino de função. De tal modo, trazemos amostra de problemas históricos que foram selecionados e que abordam a ideia do referido conceito. Para tanto, realizaremos estudos a esse respeito e solucionaremos os problemas envolvidos com o uso do *software Geogebra*, com vistas a favorecer o processo de ensino/aprendizagem desse conteúdo matemático.

Tais problemas fazem a composição do produto educacional da dissertação citada, em que a primeira fase foi realizada por meio de busca e leituras em livros, dissertações, teses e artigos em periódicos nacionais e internacionais que apresentam o conceito de função, tratado a partir da HM e das TDIC, com uso da IM. Como resultados, chegamos a *The Conceptof Function up to the Middle of the 19th Century*[3]**,** trabalho de Youschkevitch

[3] O Conceito de Função até a metade do século XIX (tradução nossa).

(1976) que nos levou a optar por estudar o percurso histórico do desenvolvimento do conceito de função, considerando os períodos Antiguidade, Idade Média e Idade Moderna. Foi baseado nesse trabalho que encontramos outras referências também estudadas e, a partir das quais concluímos que há elementos comuns e características que diferenciam o pensamento funcional nessas eras, os povos/personagens que mais contribuíram para o desenvolvimento desse conceito, os principais resultados apresentados por estes, as diferentes representações de função e também os documentos produzidos por esses indivíduos, especialmente que atestam a ideia de funcionalidade. Houve, ainda, uma segunda fase que se deu com a produção e aplicação do Produto Educacional, culminando com a análise dos dados obtidos e, consequentemente, o refinamento de tal material que aqui pode ser apreciado parcialmente a partir de uma amostra.

Tendo como principal referência Youschkevitch (1976), delineamos aspectos importantes a serem levados em consideração quando se trata do histórico do conceito de função. Dentre tais aspectos, destacamos a relevância de abordagens que primem por diferentes representações, algébrica, gráfica e analítica que serão articuladas por meio de atividades históricas que se apoiem nas TDIC e façam uso da IM de modo semelhante ao que ocorreram na Antiguidade, na Idade Média e na Idade Moderna.

Concluímos, então, que o presente trabalho contribuirá com a formação docente à medida que será capaz de oferecer ferramentas para abordagem do conceito de função propiciadas pela HM e viabilizada pelas TDIC, particularmente, permeada pela IM.

Referências

ALMEIDA, M. de C. (2015). **As Mais Antigas Evidências Conhecidas do Emprego de Talhas Numéricas Associadas a Processos de Contagem**. In: XI Seminário Nacional de História da Matemática – Anais. RN: SNHM.

ANDRADE, Luciana Oliveira. **História da matemática e tecnologias da informação e da comunicação no ensino de função**. 2017. 189f. Dissertação (Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Exatas) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2017.

BORBA, M. de C. Coletivos seres-humanos-com-mídias e a produção do conhecimento matemático**. In: I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação**

Matemática, 2002, Curitiba. I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática, 2001. v. 1. p. 135-146. Disponível em: http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/borba_coletivos-seres-humanos-com-midias.pdf. Acesso em: 10 jan. 2016.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy**. Informática e Educação Matemática.** 3. ed. 2. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C..**História da Matemática**. Tradução: Helena Castro. São Paulo: Edgar Blucher, 2012.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria do Ensino Médio, 2000. 58p.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular. Brasília**: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2015. 302p.

EVES, H.. **Introdução à História da Matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: UNICAMP, 2004.

FOSSA, J. A.; MENDES, I. A.; VALDÉS, J. E. N. **A História Como um Agente de Cognição na Educação Matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.

GARRIDO, Quintin. **Momentos Estelares de la Ciencia.** 2013. Disponível em: http://momentosestelaresdelaciencia.blogspot.com.br/2013/01/descartes.html. Acesso em: 10 dez. 2017.

GERONIMO, R. R.; SAITO, F. **O papiro de Rhind: um estudo preliminar**. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática. ISSN 2238-8044,** [S.l.], v. 1, n. 1, maio 2012. ISSN 2238-8044. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/pdemat/article/view/9228. Acesso em: 30 ago. 2017

MIGUEL, A., MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática**: proposta e desafios. 2 ed. - Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

PONTE, J. P. da, BROCARDO, J., OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3 ed. Ver. Ampl.- Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

REZENDE, W. M.; THESS, A. V.. **Procura-se pela Função**: alguém viu? 2ª Jornada de Matemática: Oficina. UERJ, Caxias: Centro Acadêmico de Matemática, 2009.Disponível em: <http://pt.slideshare.net/prof.andrea/procura-se-pela-funo-algum-viu> . Acesso em: 10 dez. 2016.

SÁ, P. F.; SOUZA, G. F.; SILVA, I. D. B.. **A Construção do Conceito de Função**: alguns dados históricos. Traços (UNAMA), Belém, v. 6, n. 11, p. 81-94. Disponível em: https://www.yumpu.com/pt/document/view/13825696/a-construcao-do-conceito-defuncao-alguns-dados-historicos-unama. Acesso em: 21 ago. 2016.

THE BRITISH MUSEUM. 2017. Disponível em: http://www.britishmuseum.org/research/collection_online/collection_object_details/collection_image_gallery.aspx?partid=1&assetid=413752001&objectid=110036. Acesso em: 25 mai. 2017.

VÁZQUEZ, P. S.; REY, G.; BOUBÉE, C.. (2008). El concepto de función através de la Historia. In: **Revista Iberoamericana de Educação Matemática**. v. 4, n. 6, pp. 141-151, Dez. Disponível em: http://www.fisem.org/www/union/revistas/2008/16/Union_016_014.pdf. Acesso em: 21 ago. 2016.

YOUSCHKEVITCH, A. P.. **The Concept of Function up to the Middle of the 19 th Century**. Moscow: Institute for History of Science and Technology, 1976.

SOBRE DUAS APOLOGIAS A JOAQUIM GOMES DE SOUSA PUBLICADAS EM JORNAIS DO SÉCULO XIX

Rachel Mariotto
IFSP - Birigui
rmariotto@ifsp.edu.br

Resumo

O desenvolvimento da matemática brasileira não é muito conhecido, no entanto, um nome se destaca nessa história: Joaquim Gomes de Sousa. Devido a seus estudos em Matemática ele ficou famoso e tido, através de diversas biografias, como o melhor matemático brasileiro. Neste trabalho, apresentam-se duas apologias a esse personagem publicadas em dois jornais da época, a saber *O Brasil*, em 07 de novembro de 1848, e o *Publicador Maranhense*, em 13 de maio de 1857. O objetivo é resgatar aspectos que envolvem a imagem desse personagem e verificar, por meio dela a ocorrência do patriotismo e da afirmação da cultura nacional, característicos daquele momento histórico. Após análise de cada texto, foi possível inferir que as datas das publicações estão relacionadas aos feitos do personagem em cada período específico e que as publicações corroboram com um sentimento de nacionalismo e busca por um herói nacional.

Palavras chave: Sousinha. Gênio. Matemática.

Introdução

Uma das características do século XIX foi o nacionalismo surgido em alguns países da Europa na intenção de fortalecer a identidade pátria. O Brasil, que tinha acabado de se tornar uma nação independente de Portugal, também participou desse movimento. Aqui, a elite intelectual e política se utilizou desse sentimento para tentar se fortalecer e criar heróis nacionais que exprimissem a soberania do país. Entre tantos nomes, um que pode ser considerado o representante da matemática nesse movimento foi Joaquim Gomes de Sousa (1829-1864), o Sousinha.

Na maioria dos textos encontrados a respeito de Joaquim Gomes de Sousa, a imagem que se cria dele é de um grande matemático, o maior do Brasil e o primeiro a defender uma tese em Matemática no país. Ressalta-se que com apenas 19 anos ele já havia conseguido os títulos de bacharel e doutor em matemática pela Escola Militar, e possuía muitos trabalhos publicados, alguns inclusive na Europa. Certos autores o descrevem como um gênio, que além de estudos na matemática, também conseguiu publicar um livro que reuniu poesias em mais de 10 línguas diferentes.

É fato que a vida de Gomes de Sousa foi marcada por sua dedicação à matemática e ao país, tendo sido deputado por três legislaturas. No entanto, o que se tem questionado é se sua fama se deu unicamente por seus feitos ou se foi criada devido ao nacionalismo em que o país estava mergulhado. Nesse sentido, são apresentados nesse artigo, duas publicações de jornais do século XIX, que trazem elogios a esse matemático e podem servir para ajudar a responder esses questionamentos.

Joaquim Gomes de Sousa

Apesar da História da Matemática brasileira estar repleta de nomes desconhecidos que ajudaram na construção e solidificação desta ciência no país, esse não é o caso de Joaquim Gomes de Sousa. A seu respeito foram escritos, ao longo dos anos, livros, artigos, teses e dissertações, além das diversas homenagens prestadas em nomes de ruas e escolas.

Esse maranhense chegou ao Rio de Janeiro, com apenas 14 anos, para ingressar poucos meses depois na Escola Militar, uma das principais instituições de ensino superior do país naquela época. Apesar de seu esforço e dedicação, teve maior destaque nas disciplinas civis do que nas militares. Devido a sua saúde frágil, as atividades que exigiam esforço físico eram penosas para ele, o que o levou a pedir licença da escola logo no final do primeiro ano, o impedindo, então, de prosseguir no curso militar. No entanto, isso não foi motivo para ele encerrar seus estudos na capital do império, pois como havia se dedicado a estudar literatura e outras áreas enquanto ainda estava na escola, conseguiu ser admitido para cursar Medicina na Faculdade de Medicina do Rio de Janeiro.

Não há muitas informações sobre os anos em que Joaquim Gomes de Sousa esteve cursando a faculdade de medicina, mas Leal (1987) afirma que durante esse período, o jovem Sousinha teve muito interesse pelas aplicações da matemática, fazendo com que estudasse sozinho os conteúdos relativos a essa disciplina que faziam parte do curso da Escola Militar. O bom entendimento desses conteúdos, provavelmente, foi o que o levou a solicitar na Escola Militar o direito de fazer os exames de todas as matérias de todos os anos que não havia cursado enquanto aluno regular, e com isso conseguir obter diploma nesta instituição.

Apesar de alguns entraves, ele conseguiu a permissão para realizar tais exames, que foram aplicados de novembro de 1847 a junho de 1848, quando obteve o grau de bacharel em Matemática.[1] Devido ao sucesso nesses exames, o Sousinha ficou conhecido por muitos, inclusive pelo imperador Dom Pedro I, que assistiu alguns de suas avaliações (LEAL, 1987).

Após ter concluído os exames para o grau de bacharel, Joaquim Gomes de Sousa se candidatou ao doutorado, tendo concluído todo o processo em apenas três meses. Obteve então, também pela Escola Militar, ainda em 1848, o título de doutor em Matemática, com a tese "Disertação sobre o modo de indagar novos astros sem auxilio das observações directas". Neste trabalho, procurou resolver um problema de unicidade relacionado ao descobrimento do planeta Netuno[2]. Baseado na Mecânica Celeste de Laplace, Sousinha discute se, dado um corpo (ou sistemas de corpos) gerador de perturbações em um dado astro, há a possibilidade da existir um outro corpo (ou sistemas de corpos) gerando as mesmas perturbações.

Após seu doutoramento, Gomes de Sousa participou de um concurso para lente substituto e foi aprovado, iniciando sua carreira como professor da Escola Militar no segundo semestre de 1849. Nesse período também começou a publicar artigos matemáticos na Revista Guanabara, no Rio de Janeiro.

Já sendo conhecido do imperador, Gomes de Sousa, assim como acontecia com outros militares[3], teve um cargo no governo, o que o possibilitou, em 1854, ir para a França, onde entregou alguns de seus estudos para serem avaliados pela Academia Francesa de Ciências. Esses estudos nunca foram publicados pela Academia, tendo sido publicados depois, em

[1] A aplicação desses exames, o modo como foram organizados e os lentes da Escola Militar que participaram desse processo são discutidos em Mariotto (2019).
[2] Esse planeta foi descoberto por por Le Verrier, em 1846, somente com cálculos matemáticos.
[3] Apesar de não concluídos os estudos na Escola Militar do modo tradicional, ele recebeu o título de Capitão honorário do Imperial Corpo de Engenheiros.

1882, sob o título “Mélanges de Calcul Intégral”, pela editora Brockhaus, a pedido do governo brasileiro, por moção dos parlamentares do maranhão.

Em sua volta ao Brasil, em 1857, Joaquim Gomes de Sousa foi eleito como deputado pelo estado do Maranhão. Teve uma atuação firme frente a diversos debates na Câmara Legislativa, como pode ser observado em Souza (2000). Foi membro do parlamento brasileiro de 1857 a 1864 e só se afastou desse cargo devido as enfermidades que o levaram a óbito.

As apologias a Joaquim Gomes de Sousa

Quando se faz uma pesquisa em História ou História da Matemática uma das principais preocupações são as fontes. Em nossos últimos trabalhos, um tipo que tem se destacado são os periódicos. Tratam-se de jornais ou revistas de época que podem trazer informações ainda não encontradas em outros arquivos. Nesse sentido, uma importante base de dados é a Hemeroteca Digital Brasileira, da Biblioteca Nacional[4], que armazena diversos periódicos brasileiros e é de fácil acesso.

O trabalho com jornais nem sempre foi bem visto entre historiadores, pois muitos não acreditavam que eles pudessem ser fontes confiáveis devido sua intencionalidade de publicação. No entanto, atualmente muitos estudos históricos tem sido feito utilizando essas fontes. Para Leite (2015), pensar os limites impostos pelos jornais não significa deixar de utilizá-los.

Em nossos estudos a respeito de Joaquim Gomes de Sousa, foram encontradas diversas informações nos periódicos da Hemeroteca Digital, e através dos documentos analisados foi possível resgatar enredos desconhecidos a respeito de sua vida pessoal e profissional. Em Mariotto e Nobre (2020), há uma discussão sobre as potencialidades dessas fontes, que tipo de publicações foram encontradas e como elas foram utilizadas no desenvolvimento da pesquisa sobre Gomes de Sousa, transcendendo as preocupações com sua neutralidade.

[4] Disponível em: http://bndigital.bn.gov.br/hemeroteca-digital.

Entre os textos encontrados na Hemeroteca Digital dois são o foco deste trabalho. O primeiro foi publicado no jornal *O Brasil*, em 07 de novembro de 1848, e outro do jornal *Publicador Maranhense*, de 13 de maio de 1857. A importância desses artigos está no caráter enaltecedor dos dois em relação a Joaquim Gomes de Sousa. São verdadeiras apologias a esse "gênio" matemático brasileiro. Como será visto adiante, a data em que foram publicados e o tipo de elogio que se faz, está de acordo com o contexto vivenciado por Sousinha. Assim, pode-se dizer, que no caso desta pesquisa, a intencionalidade das publicações, por vezes criticada, não foi obstáculo, mas prevista e buscada durante as análises.

Sobre a publicação de "O Brasil"

O jornal "O Brasil: *Vestra res agitur*", como é identificado na Hemeroteca Digital, segundo Queiroz (2012), foi um periódico criado, em 1840, por Justiniano José da Rocha e Firmino Rodrigues Silva, de acordo com um pedido do então Ministro da Justiça, Paulino José Soares de Sousa. Foi idealizado na intenção de equilibrar as discussões políticas que era publicadas pela impressa da época. Tinha três edições semanais, com quatro páginas cada, sendo que na primeira (Figura 1) havia o título, volume, numeração, o nome da tipografia (de Ignácio Pereira da Costa, localizada na Rua da Alfândega n° 43), o valor (12$ rs ou 12 mil-réis semestrais) e a data.

Figura 1: Jornal "O Brasil" (capa).


VOL. X. O Brasil. N. 1261.

Publica-se todos os dias que não forem de guarda na typographia do *Brasil*, de J. J. da Rocha, rua dos Ciganos n. 32, onde se recebem todas as communicações relativas á administração da folha. O preço da assignatura é 12$ rs. pagos em semestres adiantados, quer para a côrte quer para as provincias; os ns. avulsos vendem-se por 120 rs.

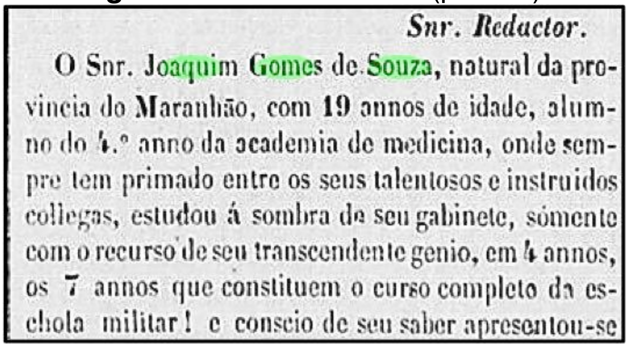
TERÇA FEIRA, 7 DE NOVEMBRO DE 1848.

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital.

Ainda, de acordo com Queiroz (2012), as questões discutidas no jornal geralmente vinham introduzidas na primeira matéria do jornal e eram "textos altamente críticos e irônicos que ocupavam uma ou duas páginas do jornal" (QUEIROZ, 2012, p. 03). Já os demais artigos tratavam de coisas relacionadas à província, o senado ou o orçamento do império. Foi neste contexto que a primeira apologia a Gomes de Sousa, discutida nesta pesquisa, foi publicada.

Trata-se de uma publicação de 07 de novembro de 1848, época em que Gomes de Sousa já havia concluído seu doutoramento e estava participando do concurso para lente substituto da Escola Militar. Esse concurso se realizou entre os dias 31 de outubro e 06 de novembro de 1848, e a nomeação dos aprovados ocorreu no dia 26 de novembro desse mesmo ano. A Figura 2 apresenta o início dessa publicação[5].

Figura 2: Jornal “O Brasil” (parte 1).



Snr. Redactor.

O Snr. Joaquim Gomes de Souza, natural da provincia do Maranhão, com 19 annos de idade, alumno do 4.º anno da academia de medicina, onde sempre tem primado entre os seus talentosos e instruidos collegas, estudou á sombra de seu gabinete, sómente com o recurso de seu transcendente genio, em 4 annos, os 7 annos que constituem o curso completo da eschola militar! e conscio de seu saber apresentou-se

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital.

Nesse trecho podemos ver confirmadas informações a respeito de Gomes de Sousa, a começar pela idade em que se submeteu aos exames vagos: 19 anos. O trecho também traz informações sobre o curso de Medicina que ele fazia na época, afirmando que estava no 4º ano, o que está de acordo com suas biografias que afirmam que logo no ano seguinte de sua saída da Escola Militar, 1845, ele já estava matriculado em tal faculdade.

O primeiro ponto que merece destaque é a afirmação de que “estudou á sombra de seu gabinete, somente com o recurso de seu transcente genio, em 4 annos os 7 annos que constituem o curso completo da eschola militar”. Essa informação nos revela que, mesmo frequentando a faculdade de medicina, Gomes de Sousa não esteve distante dos conteúdos da Escola Militar. Também está de acordo com Leal (1987), que afirma:

> [Joaquim Gomes de Souza] Muniu-se então de todos os compêndios do curso do segundo ano da academia militar. Estudados estes, e animado por tão inesperado resultado, entrou afoito pelo cálculo

[5] A publicação do jornal “O Brasil” foi dividida em 7 partes para a análise.

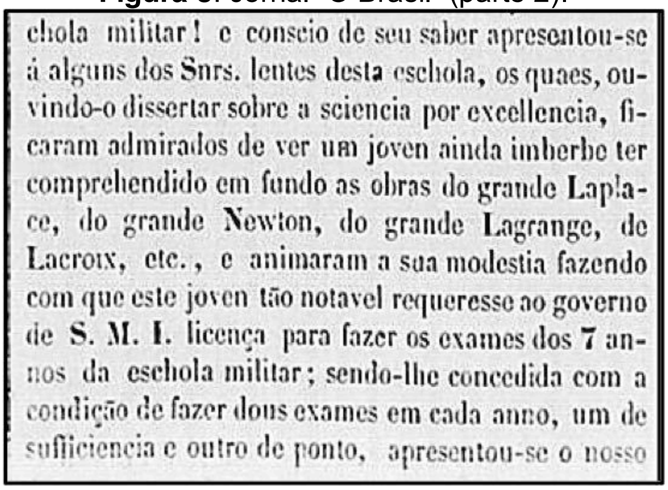
> integral e diferencial, pela mecânica de Francoeur, pela astronomia; e assim, quase insensivelmente e sem outro auxílio e guia que o de sua extraordinária inteligência, dentro no seu gabinete, e ao concluir o seu terceiro ano médico, já sabia tudo quanto constituía o curso de engenharia. (LEAL, 1987, p. 241).

Nesta parte, destaca-se também o uso dos termos “transcendente” e “gênio” que aparecerá outras vezes nesse artigo.

Como já foi mencionado, a admissão de Joaquim Gomes de Sousa nos exames não foi tão simples, e antes dele ter conseguido a aprovação da Escola Militar, fez uma entrevista com alguns lentes da instituição. Na Figura 3 vê-se uma menção a isso. Na parte “[os lentes] ouvindo-o dissertar sobre a sciencia por excellencia, ficaram admirados de ver um jovem ainda imberbe ter compreendido em fundo as obras do grande Lapace, do grande Newton, do grande Lagrange, de Lacroix, etc.”, o autor procura justificar a capacidade de Gomes de Sousa citando os nomes de grandes matemáticos, e o conhecimento que ele tinha delas.

Na expressão “animaram a sua modéstia” pode-se entender que foram os examinadores que motivaram Gomes de Sousa a requerer os exames dos 7 anos da Escola Militar, pois ele era um “jovem tão notável”. No entanto, segundo Leal (1987), foi o próprio Gomes de Sousa que pediu essa entrevista com a Escola Militar a fim de mostrar seus conhecimentos, pois ele não havia conseguido que seu requerimento para a realização dos exames fosse aceito.

Figura 3: Jornal “O Brasil” (parte 2).

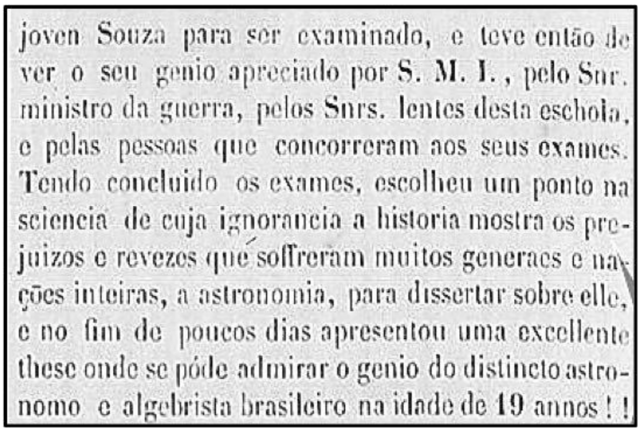

chola militar! e conscio de seu saber apresentou-se á alguns dos Snrs. lentes desta eschola, os quaes, ouvindo-o dissertar sobre a sciencia por excellencia, ficaram admirados de ver um joven ainda imberbe ter comprehendido em fundo as obras do grande Laplace, do grande Newton, do grande Lagrange, de Lacroix, etc., e animaram a sua modestia fazendo com que este joven tão notavel requeresse ao governo de S. M. I. licença para fazer os exames dos 7 annos da eschola militar; sendo-lhe concedida com a condição de fazer dous exames em cada anno, um de sufficiencia e outro de ponto, apresentou-se o nosso

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital.

Outro ponto importante da Figura 3, é a descrição dos exames que Gomes de Sousa fez: “dous exames em cada anno, um de suficiência e outro de ponto”. O de “suficiência”, ou vago, como é descrito por alguns autores, era um exame sobre todo o conteúdo do ano em uma dada disciplina. Já o exame de ponto era sobre um ponto específico de cada disciplina.

Na Figura 4, o autor relata sobre o início dos exames, quando o Dom Pedro I, descrito pela sigla S.M.I. (Sua Majestade Imperial) e outras autoridades foram assistir a tais exames. Destaca-se o uso do adjetivo “gênio”, mais uma vez utilizado.

Figura 4: Jornal O Brasil (parte 3).


joven Souza para ser examinado, e teve então de ver o seu genio apreciado por S. M. I., pelo Snr. ministro da guerra, pelos Snrs. lentes desta escholа, e pelas pessoas que concorreram aos seus exames. Tendo concluido os exames, escolheu um ponto na sciencia de cuja ignorancia a historia mostra os prejuizos e revezes que soffreram muitos generaes e nações inteiras, a astronomia, para dissertar sobre elle, e no fim de poucos dias apresentou uma excellente these onde se póde admirar o genio do distincto astronomo e algebrista brasileiro na idade de 19 annos ! !

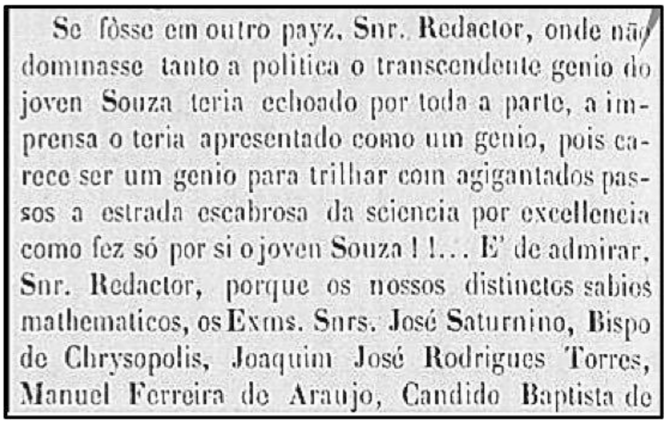
Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital.

Nesse trecho, ainda há a menção ao seu doutoramento. Para enfatizar a importância no tema escolhido o autor escreve “escolheu um ponto na sciencia de cuja ignorância a historia mostra os prejuízos e revezes que soffreram muitos generaes e nações inteiras”. Para a afirmação da identidade de Gomes de Sousa como um herói nacional, era importante que sua tese fosse um tema de destaque, que ultrapasse a “ignorância” prejudicial às ciências. Além disso, afirma que a “excellente these” foi finalizadas em poucos dias, reforçando a capacidade intelectual de Sousinha.

Mais uma vez, a palavra “genio” é utilizada e vem acompanhada de “distincto astrônomo e algebrista brasileiro”. No entanto, considera-se que com apenas 19 anos, como destaca o texto, e somente baseado em um trabalho acadêmico[6], ainda não era possível tecer essas considerações acerca de Gomes de Sousa.

Na sequência (Figura 5), o autor faz uma crítica ao modelo de educação superior do Brasil que, em sua opinião, dava mais atenção a política do que a ciência e aos intelectuais. Nesse sentido, ele acredita que em outro país, o "gênio" Sousinha já teria sido apresentado como tal. Essa ideia é acentuada quando menciona que Gomes de Sousa trilhou "com agigantados passos a escada escabrosa da sciencia", e quando usa da palavra "gênio" três vezes na mesma frase.

Figura 5: Jornal "O Brasil" (parte 4).



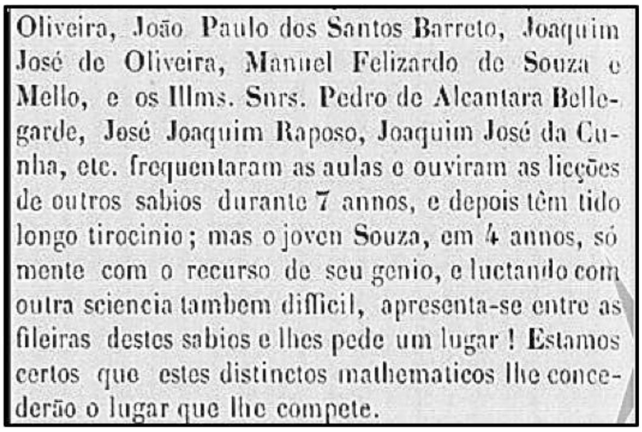
Se fôsse em outro payz, Snr. Redactor, onde não dominasse tanto a politica o transcendente genio do joven Souza teria echoado por toda a parte, a imprensa o teria apresentado como um genio, pois carece ser um genio para trilhar com agigantados passos a estrada escabrosa da sciencia por excellencia como fez só por si o joven Souza ! !... E' de admirar, Snr. Redactor, porque os nossos distinctos sabios mathematicos, os Exms. Snrs. José Saturnino, Bispo de Chrysopolis, Joaquim José Rodrigues Torres, Manuel Ferreira de Araujo, Candido Baptista de

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital.

Para concluir seu argumento, o autor compara outros matemáticos da Escola Militar com Gomes de Sousa. Após exibir uma lista de quase dez nomes, que são denominados por ele como "distintos sábios", mas não "gênios" com é o caso de Sousinha, o autor afirma que esses precisaram frequentar 7 anos da escola militar, enquanto Gomes de Sousa conseguiu em apenas 4 anos estar no mesmo nível que eles (observe a Figura 6). Essa comparação sobre seu tempo de formação já havia sido apresentada na primeira parte (Figura 2).

[6] As teses apresentadas a Escola Militar não passavam por um exame criterioso quanto ao conteúdo.

Figura 6: Jornal "O Brasil" (parte 5).



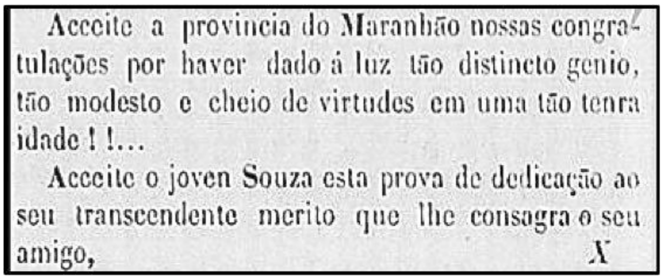
Oliveira, João Paulo dos Santos Barreto, Joaquim José de Oliveira, Manuel Felizardo de Souza e Mello, e os Illms. Snrs. Pedro de Alcantara Bellegarde, José Joaquim Raposo, Joaquim José da Cunha, etc. frequentaram as aulas e ouviram as licções de outros sabios durante 7 annos, e depois têm tido longo tirocinio; mas o joven Souza, em 4 annos, só mente com o recurso de seu genio, e luctando com outra sciencia tambem difficil, apresenta-se entre as fileiras destes sabios e lhes pede um lugar! Estamos certos que estes distinctos mathematicos lhe concederão o lugar que lhe compete.

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital.

Considerando o momento em que esse texto foi publicado, um dia após a última etapa do concurso para lente substituto da Escola Militar, infere-se que no trecho "Estamos certos que estes distinctos matemáticos lhe concederão o lugar que lhe compete", o autor está afirmando sua crença de que Gomes de Sousa teria sucesso no referido concurso, ao mesmo tempo em que coloca a responsabilidade pra tal nos avaliadores do concurso, uma vez que Gomes de Sousa possui a competência para ser aprovado. Ele ficou em terceiro lugar nesse concurso.

Nesta última parte (Figura 7), há uma mensagem à província natal de Gomes de Sousa, o Maranhão. É um elogio a esta terra por ter gerado "tão distincto genio, tão modesto e cheio e de virtudes", mesmo sendo ainda tão jovem. Assim, mais uma vez, vemos que o autor não mede elogios quando se trata do matemático.

Figura 7: Jornal "O Brasil" (parte 6).



Aceite a provincia do Maranhão nossas congratulações por haver dado á luz tão distincto genio, tão modesto e cheio de virtudes em uma tão tenra idade!!...

Aceite o joven Souza esta prova de dedicação ao seu transcendente merito que lhe consagra o seu amigo,

X

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital.

Para finalizar, o autor pede que Joaquim Gomes de Sousa aceite o artigo como sinal de dedicação ao seu "transcendente merito". Apesar do artigo estar assinado apenas com um “X”, o autor se coloca como amigo de Sousinha.

Devemos ressaltar que o artigo é uma verdadeira reverência a Joaquim Gomes de Sousa e seus feitos, e para reforçar essa ideia, a palavra “gênio” é utilizada oito vezes, sendo que em duas delas aparece aliada a “transcendente”, e em outras duas a “distinto”. O uso dessas palavras confere um caráter de herói a ele.

Sobre a publicação do “Publicador Maranhense”

O jornal “Publicador Maranhense” foi criado em julho de 1842, e segundo Araújo (2014), era um órgão oficial do governo do Maranhão, inicialmente com três publicações na semana. Possuía quatro páginas, sendo que a primeira continha algumas informações como: ano de publicação, número da edição, valor da assinatura (12$ rs ou 12 mil-réis anuais), data, proprietário (I. José Ferreira) e editora (Tipografia da rua do Sol, nº 20), conforme pode-se ver na Figura 8.

Figura 8: Jornal "Publicador Maranhense" (capa).

Anno XV. Maranhão.—Quarta-feira 13 de Maio de 1857. N. 108.

Assignaturas. Para a capital. Por anno 12$000 Por semestre 7$000 Por trimestre 4$000

PUBLICADOR MARANHENSE.

Assignaturas. Para fóra. Por anno 14$000 Por semestre 8$000 Por trimestre 4$500

O Publicador-Maranhense, folha official e diaria, é propriedade de I. José Ferreira.

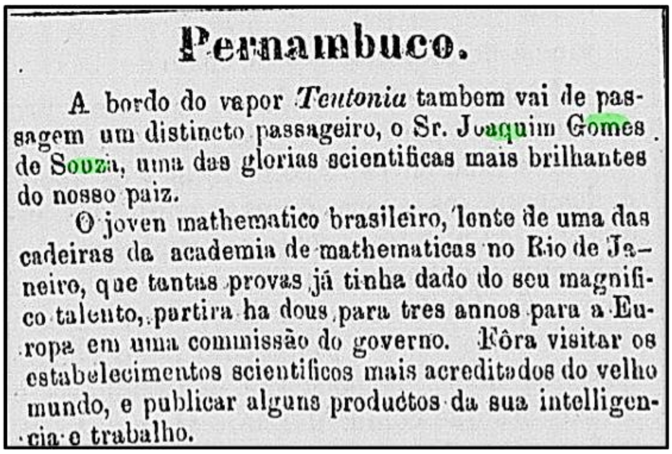
As assignaturas são pagas adiantadas: abrem-se em qualquer dia, e finalisão em março, junho, setembro e dezembro. Subscreve-se na sua typ., rua do Sol n. 20

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital.

A partir de 1850, “a imprensa maranhense, se caracterizava por ser diversificada, possuindo jornais que tratavam desde questões literárias até as políticas” (ARAUJO, 2014, p. 361), e nesse contexto estava o Publicador Maranhense. Esse jornal teve diversos editores, e Sotero Reis tinha essa responsabilidade em 13 de maio de 1857, data da publicação aqui analisada. Nesse período, Joaquim Gomes de Sousa tinha acabado de retornar da Europa e iniciava seu primeiro mandato como deputado. A Figura 9 exibe o início do texto.

Nele podemos perceber os elogios a Gomes de Sousa, descrito como "uma das glorias scientificas mais brilhantes de nosso paiz". Há também uma descrição de Joaquim Gomes de Sousa falando de sua carreira como lente de matemática com "magnifico talento" que havia ido a Europa em uma comissão do governo, além ir publicar seus trabalhos científicos, defendidos como "produtos de sua inteligência e trabalho". Sabe-se porém, que nenhum de seus trabalhos matemáticos foi publicado enquanto esteve na Europa.

Figura 9: Jornal "Publicador Maranhense" (parte 1).



Pernambuco.

A bordo do vapor *Teutonia* tambem vai de passagem um distincto passageiro, o Sr. Joaquim Gomes de Souza, uma das glorias scientificas mais brilhantes do nosso paiz.

O joven mathematico brasileiro, lente de uma das cadeiras da academia de mathematicas no Rio de Janeiro, que tantas provas já tinha dado do seu magnifico talento, partira ha dous para tres annos para a Europa em uma commissão do governo. Fôra visitar os estabelecimentos scientificos mais acreditados do velho mundo, e publicar alguns productos da sua intelligencia e trabalho.

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital.

Destaca-se também o uso do termo "jovem", uma vez que Joaquim Gomes de Sousa já estava com 28 anos, idade já considerada adulta naquela época.

Apesar desse texto também não ser assinado, infere-se que o autor tinha proximidade com Joaquim Gomes de Sousa, pois cita seus trabalhos que foram entregues a Academia Francesa de Ciências, tais que só foram impressos e se tornaram conhecidos do público em 1882. Além disso, como vemos na Figura 10, parece conhecer não só a existências desses trabalhos, mas o conteúdo, uma vez que julga um deles como "o mais interessante".

Figura 10: Jornal "Publicador Maranhense" (parte 2).

Durante sua estada na Europa apresentou diver-
sas memorias ao Instituto de França e á Sociedade
Real de Londres, sobre a Physica Mathematica e dif-
ferentes ramos d'Analyse. De todas as Memorias, a
mais interessante he a que tem por titulo " Memoria
sobre a determinação de funcções desconhecidas que
entram debaixo das caracteristicas de integraes defi-
nidas " e que foi apresentada a Sociedade Real de Lon-
dres.

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital.

Na sequência (Figura 11), o autor mostra conhecimento sobre a descoberta do Cálculo Diferencial e Integral citando Newton, Leibniz e os irmãos Bernouilli. Merece atenção o fato de que o autor também dá a esses últimos o crédito pelo início dessa área. Também elogia os "ilustres" que lutaram pelo desenvolvimento do cálculo e o próprio cálculo por estar presente em todos os ramos da Física Matemática, e ainda da Astronomia. Esses elogios não são despretensiosos, uma vez que Gomes de Sousa também dedicou seus estudos a essa área da Matemática, ou seja, os elogios ao cálculo também são elogios ao Sousinha.

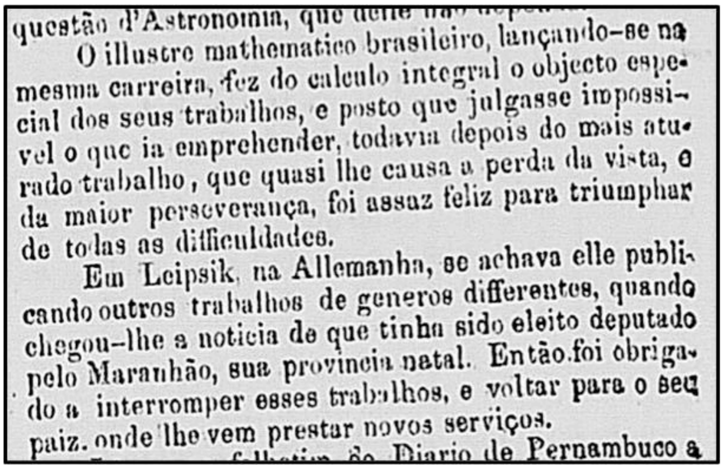
Figura 11: Jornal "Publicador Maranhense" (parte 3).

Depois que Newton publicou a sua immortal obra
" Principia Mathematica Phisolophiæ Naturalis ", e
que simultáneamente com Leibnitz e os irmãos Ber-
nouilli, expoz os primeiros principios do calculo inte-
gral, este ramo das sciencias exactas tem-se tornado
o objecto especial do trabalho de todos os geometras
distinctos da Europa, dos quaes nem um só tem deixa-
do de ensaiar as suas forças para vencer as difficulda-
des, na opinião de todos, insuperaveis, que elle pare-
cia apresentar.
Não se sabe o que se deve mais admirar nessa
luta de duzentos annos, se a *masca* immensa de intel-
ligencia apresentada debaixo de todas as formas por
tantos contendores illustres, ou se a constante mallo-
gração de todos os esforços individuaes.
Pode-se facilmente conceber a rasão da immensa
insistencia que dão a este calculo, se se attender que
não ha um só ramo de Physica Mathematica, uma só
questão d'Astronomia, que delle não dependa.
... brasileiro lançando-se na

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital.

Continuando os enaltecimentos a Gomes de Sousa, na Figura 12, vemos que o autor o chama de “ilustre mathematico brasileiro” e o exalta relatando que, apesar dos esforços empreendidos em seus estudos sobre o cálculo quase terem lhe tirado a vista, Sousinha triunfou sobre “todas as dificuldades”. Assim, mais uma vez, a imagem de uma personalidade digna de admiração é fortalecida.

Figura 12: Jornal "Publicador Maranhense" (parte 4).



questão d'Astronomia, que
O illustre mathematico brasileiro, lançando-se na
mesma carreira, fez do calculo integral o objecto espe-
cial dos seus trabalhos, e posto que julgasse impossi-
vel o que ia emprehender, todavia depois do mais atu-
rado trabalho, que quasi lhe causa a perda da vista, e
da maior perseverança, foi assaz feliz para triumphar
de todas as difficuldades.
Em Leipsik, na Allemanha, se achava elle publi-
cando outros trabalhos de generos differentes, quando
chegou-lhe a noticia de que tinha sido eleito deputado
pelo Maranhão, sua provincia natal. Então foi obriga-
do a interromper esses trabalhos, e voltar para o seu
paiz, onde lhe vem prestar novos serviços.
Diario de Pernambuco a

Fonte: Biblioteca Nacional. Hemeroteca Digital.

Para finalizar, fala sobre a eleição de Gomes de Sousa como deputado pelo Maranhão, e sua volta ao Brasil. Apesar de tratar do assunto como algo ao qual Gomes de Sousa foi “obrigado” a fazer, realça o empenho desse matemático em servir seu país.[7]

Considerações

Analisando a trajetória acadêmica e política de Joaquim Gomes de Sousa conseguimos compreender por que ele foi um nome de destaque na história da matemática brasileira. No entanto, concordamos com Araújo (2012), que houve excessos relacionados a ele. Essa autora, que estudou a construção de sua imagem, afirma que ele não era um gênio como muitos o denominavam, mas um personagem utilizado para mostrar a força do país, através da ciência, dentro de um contexto patriótico. Não se trata, no entanto,

[7] A parte referente a Joaquim Gomes de Sousa é finalizada, mas o texto continua falando sobre outras personalidades.

de negar o desempenho matemático de Gomes de Sousa frente a seus contemporâneos, mas de compreender que sua fama se deu principalmente pelo período em que o Brasil estava vivendo.

Quando se fala de alguém tido como um “transcendente gênio”, como é a descrição de Joaquim Gomes de Sousa na publicação de “O Brasil”, espera-se que haja grandes obras ou acontecimentos relacionados a essa personalidade. Contudo, ao estudamos sua trajetória, constatamos que ele não publicou nenhum trabalho que se tornou referência entre seus pares, não “fez escola” entre os matemáticos brasileiros, como geralmente ocorre com cientistas aclamados, e nem mesmo suas memorias publicadas postumamente se tornaram base para outros matemáticos. Nesse sentido, a palavra “gênio” torna-se um excesso ao matemático que ele realmente foi.

Precisamos considerar também que, na época em que as publicações foram feitas, suas memórias ainda não haviam sido publicadas, portanto elas não poderiam ser levadas em conta para a caracterização da genialidade de Sousinha, como ocorreu. Outra informação importante é que ainda não foi realizado um estudo significativo a respeito dessas memórias, assim não há e nem havia como atribuir a elas tamanha magnitude, como muitos fizeram.

Desse modo, ao usar repetidamente os termos “transcendente” e “gênio”, e ainda “ilustre matemático”, “magnífico talento” e “glórias científicas”, os artigos analisados estão elevando a figura de Gomes de Sousa além do que poderia ser comprovado acerca dele e de sua matemática naquela época, corroborando com a construção da imagem de um intelectual brasileiro acima da média, um tipo de herói da matemática. Compreendemos, portanto, que a necessidade de valorizar a figura de Joaquim Gomes de Sousa de maneira exagerada estava em acordo com o momento histórico que o Brasil vivia.

Em relação ao nacionalismo que marcou o século XIX,

> tudo que era feito tinha como principal objetivo despertar o sentimento patriótico do povo brasileiro, que em sua grande maioria não tinha oportunidades; a sociedade era composta por uma elite e os poucos que se destacavam deveriam ser tratados com grande admiração e respeito, pois os intelectuais da época buscavam em seus discursos comover a população, demonstrando em suas falas o espírito de quem está lutando pelo bem-estar da pátria. (ARAUJO, 2012, p. 15).

Assim, entendemos que ao utilizar alguns adjetivos que elevam em demasia Joaquim Gomes de Sousa, os textos publicados correspondem ao que Araújo (2012) também percebeu analisando outros documentos (livros e artigos) referentes a ele.

Essa autora afirma que o entendimento da época era, além de criar mitos e lendas a respeito da inteligência incomum de uma pessoa, deixar tudo isso registrado nos noticiários e outros materiais para que as pessoas tivessem acesso e, assim, participasse dessa construção nacionalista. Nesse sentido, inferimos que as publicações analisadas neste artigo cumpriram esse papel em relação a Gomes de Sousa, pois todo aquele que tivesse acesso às publicações, provavelmente formaria a imagem dele como o melhor matemático brasileiro, como era proposto.

Os elogios ao Maranhão, a escolha do tema da tese de Gomes de Sousa, sua sabedoria e capacidade comparado aos lentes da escola militar, o uso da palavra jovem destacando seu potencial, e outros elementos pertencentes às apologias estudadas, também reforçam a ideia discutida neste trabalho sobre a personificação de Gomes de Sousa como o representante matemático do nacionalismo brasileiro.

Por fim, para uma análise mais completa, seria importante descobrir a autoria dos textos. Nesse sentido, esclarecermos que apesar de algumas hipóteses terem sido levantadas, para confirma-las é preciso realizar ainda outras pesquisas.

Referências

ARAUJO, I. C. de. **Joaquim Gomes de Souza (1829-1884)**: a construção de uma imagem de Souzinha. Tese de doutorado apresentada à Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2012.

ARAUJO, J. S. A imprensa no Maranhão na segunda metade do século XIX: Estado imperial, jornais e a divulgação da guerra do Paraguai para um público leitor. In: **Dimensões**, Vitória: UFES, vol 33, p. 360-383, 2014.

LEAL, A. H. **Pantheon maranhense**: ensaios biográficos dos maranhenses ilustres já falecidos. 2ed. Rio de Janeiro: Alhambra, 1987. v.2.

LEITE, Carlos H. F. Teoria, metodologia e possibilidades: os jornais como fonte e objeto de pesquisa histórica. In: **Escritas**. Araguaína, v. 7, n. 1, p. 3-17. 2015.

MARIOTTO, R. **Um estudo sobre o processo que desencadeou o doutoramento de Joaquim Gomes de Sousa (1829-1864) e alguns apontamentos sobre sua**

tese. 2019. Tese (Doutorado). Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro. 2019.

MARIOTTO, R.; NOBRE, S. R. O uso de jornais na construção de uma História da Matemática no Brasil: o caso de Joaquim Gomes de Sousa. In: COPPE, C. [et. all.] **História da Matemática e Cultura**. Brasília: SBEM, 2020, p. 32-61.

QUEIROZ, T. R. Ideias, sociabilidades, praticas políticas e identidades políticas nas paginas do O Brasil em 1840. In: XV ENCONTRO REGIONAL DE HISTORIA. Ofício do historiador: ensino e pesquisa, 2012. **Anais...** Rio de Janeiro: ANPUH/RIO, 2012. p. 01-10. Disponível em: http://www.encontro2012.rj.anpuh.org/resources/anais/15/1338400079_ARQUIVO_anphu20122.pdf.

SOUZA, C. M. de. A história da publicação do "Mélanges de Calcul Intégral" de Joaquim Gomes de Souza (1829-1864). In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 1., 1995, Recife, **Anais...** Recife: Universidade Federal Rural de Pernambuco, 1998. p. 81-96.

______. **Joaquim Gomes de Souza***:* discursos parlamentares de um matemático do Império. 2ed. Recife: Editora Universitária, 2000.

______. **O Newton de Brasil**: a bibliografia do cientista brasileiro Joaquim Gomes de Souza. Recife: Editora da UFRPE, 2008.

UM APANHADO SOBRE A OBRA DE EUGÊNIO RAJA GABAGLIA

Juliana Martins
UFRPE
juliana.mat19@yahoo.com.br

Resumo

Neste artigo apresento de modo sintético a obra de Eugênio de Barros Raja Gabaglia (1862-1919), professor de matemática e engenheiro. Os escritos que Gabaglia publicou ao longo da vida tratam de diversos temas. Entre outros, escreveu três teses: uma sobre matemática, outra na área de biologia e a última sobre geografia política, ambas para participar de concursos no Colégio Pedro II, na Escola Militar e na Escola Politécnica, respectivamente. Como engenheiro, produziu relatórios acerca das missões que trabalhou, por exemplo, a construção da nova capital de Minas Gerais, em 1896. Como professor dedicou-se à tradução e implementação dos livros F.I.C no Colégio Pedro II, e esteve a frente da criação do Annuário do Colégio Pedro II, um meio de zelar pela tradição e futuro do colégio. Antes de morrer, produzia uma obra sobre História da Matemática (não finalizada), na qual fariam parte uma série de artigos que vinha publicando, entre os quais destacamos o que trata da origem e desenvolvimento do cálculo, com uma rápida discussão sobre a numeração dos índios brasileiros, e o texto que trata do papiro Rhind. Ao estudar sua obra destaco a importância e contribuição do autor especialmente à área de história da matemática no Brasil.

Palavras-chave: Colégio Pedro II. História da Matemática no Brasil. Livros F.I.C. Obra. Raja Gabaglia.

Introdução

Nesse artigo tenho o principal objetivo de tecer breves comentários sobre a obra de Eugênio de Barros Raja Gabaglia, abordando especialmente sua produção na área de matemática e história da matemática.

Em um primeiro momento trago elementos biográficos a partir da pergunta “Quem foi Raja Gabaglia?”, para na sequência apresentar sua obra.

Basicamente o conteúdo, discussão e possíveis desdobramentos para trabalhos futuros feitos nesse artigo, são frutos da minha pesquisa de doutorado.

Quem foi Raja Gabaglia?

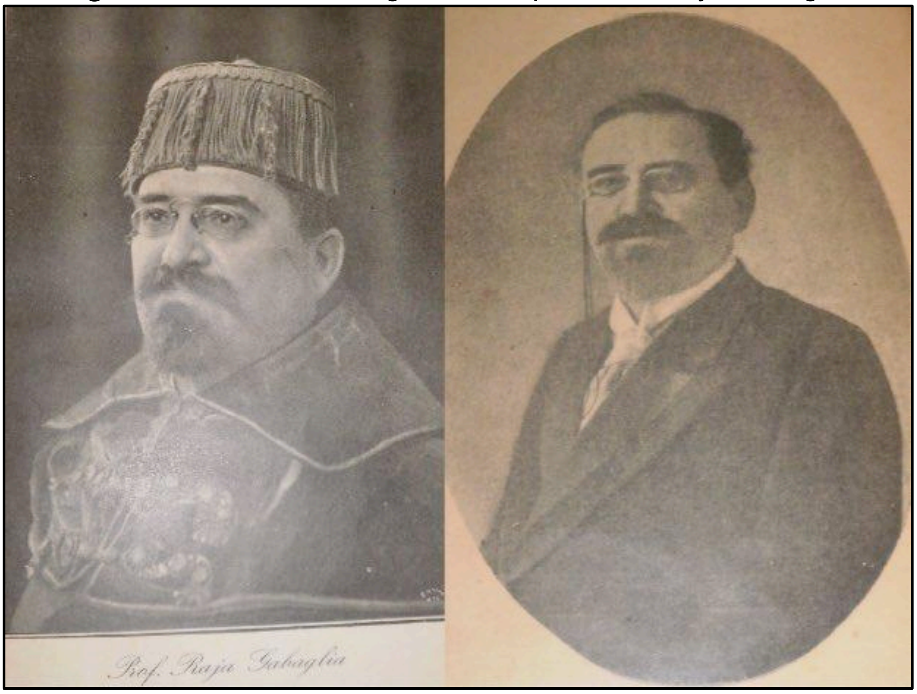
Tentarei responder a essa pergunta nos parágrafos que seguem, porém, adianto que tal questionamento foi tomado como problemática de minha tese de doutorado, intitulada: *Uma biografia de Eugênio de Barros Raja Gabaglia* (2019).

Eugênio herdou o sobrenome Raja Gabaglia de seu pai, Giácomo Raja Gabaglia. Segundo consta nos registros da família, seus avós paternos eram italianos, da região de Milão, tendo deixado a Europa na década de 1820 para fixar residência na Província Cisplatina (atual Uruguai), na época ainda parte do território brasileiro. Anos depois a família migra para o Rio de Janeiro, onde se instalam definitivamente.

Do lado materno, Eugênio herdou sobrenome Barros, advindo de uma importante família cearense, os Albuquerque Barros.

Raja Gabaglia, como ficou conhecido, estudou na Escola Politécnica do Rio de Janeiro entre os anos de 1880 a 1888, formando-se em todos os cursos disponíveis na instituição naquela época. Recebeu, portanto, o título de Engenheiro Geógrafo, Civil e de Minas, Bacharel em Ciências Físicas e Matemáticas, Bacharel em Ciências Físicas e Naturaes e formou-se ainda no curso de Artes e Manufaturas.

Figura 1: Retratos do engenheiro e professor Raja Gabaglia.



Fonte: Arquivo da autora (2020).

Ao longo de sua vida profissional dedicou-se ao ensino de matemática e a engenharia. Ao acompanhar sua trajetória nota-se uma maior tendência a dedicar-se à docência, no Colégio Pedro II, no Rio de Janeiro, o prof. Gabaglia lecionou por mais 30 anos.

Das poucas aparições de Raja Gabaglia na história da educação matemática, é conhecido pela tradução que fez dos livros da coleção Curso de Matemáticas Elementares, chamados de F.I.C, e, por ser o único brasileiro a participar do V Congresso Internacional de Matemáticos em Cambridge na Inglaterra em 1912. Nesse congresso, esteve presente na sessão em que se discutiram ideias acerca da modernização do ensino de matemática, ideias que só vieram a ser amplamente discutidas no Colégio Pedro II após o movimento liderado pelo prof. Euclides Roxo ganhar força, a partir da década de 20.

Nos registros biográficos apresentados em homenagem ao prof. Raja Gabaglia, não se apresentam muitos detalhes sobre a sua vida pessoal. Sabe-se que nasceu em Niterói no dia 14 setembro 1862, casou-se com uma prima de 1º grau, Anna Luiza de Albuquerque Barros e tiveram 6 filhos. Faleceu em casa no ano de 1919, antes de completar 57 anos de idade.

Como mencionado anteriormente, em minha tese de doutorado reúno e descrevo mais informações tanto sobre a vida pessoal, quanto a vida profissional de Raja Gabaglia.

A seguir apresento um compilado dos textos escritos pelo prof. Raja Gabaglia, com um rápido comentário aos que tratam de matemática ou história da matemática.

Obra

No quadro abaixo, chamo de *Obra de Raja Gabaglia* o conjunto de escritos de sua autoria encontrados durante a minha pesquisa de doutorado. Esse modo de exposição nos dá uma visão geral de suas publicações. Provavelmente, devido sua formação variada, seus ofícios de professor e engenheiro e seus interesses pessoais, ele produziu sobre diversos assuntos.

Entre outros textos, escreveu três teses: uma sobre matemática, outra na área de biologia e a última sobre geografia política, ambas para participar de concursos no Colégio Pedro II, na Escola Militar e na Escola Politécnica, respectivamente. Como engenheiro, produziu relatórios acerca das missões que trabalhou, por exemplo, a construção da nova capital de Minas Gerais, em 1896. Como professor dedicou-se à tradução e implementação dos livros F.I.C no Colégio Pedro II, e esteve a frente da criação do Annuário do Colégio Pedro II, um meio de zelar pela tradição e futuro do colégio. Antes de morrer, produzia uma obra sobre História da Matemática (não finalizada), na qual fariam parte uma série de artigos que vinha publicando, entre os quais destacamos o que trata da origem e desenvolvimento do cálculo, com uma rápida discussão sobre a numeração dos índios brasileiros, e o texto que trata do papiro Rhind.

Quadro 1: Obra de Raja Gabaglia.

Ano	Tese	Artigo/Prefácio/Relatório	Livro
1885	Series; Desenvolvimento das funcções em serie com os recursos da analyse directa		
1893	Funcções de Nutrição na Serie Animal	- Relatório sobre Juiz de Fora - Comentário sobre o livro *Curso de Mathematica Elementar*, de Aarão e Lucano Reis	
1895 a ?			Tradução dos livros da Coleção *FIC*
1896		Relatório da Construção da nova capital de Minas Gerais	
1897	O homem como capital	- Calculo Verbal, Calculo Graphico, Calculo Pratico - 1º, 2º e 3º parágrafos do livro "O mais antigo documento mathematico conhecido (*papyro Rhind*)"[1].	
1899		Distincção entre os logarithmos neperianos e naturaes	O mais antigo documento mathematico conhecido (*papyro Rhind*)
1912			Programmas para os exames de machinista da Escola Naval
1913		A Mathematica em Cambridge	
1914		- Prefácio do "Annuario do Collegio Pedro II" – Vol. I. - O Collegio Pedro II	

[1] Publicados na Revista do Club de Engenharia e na Revista da Escola Polytechnica.

1915		Prefácio do "Annuario do Collegio Pedro II" – Vol. II	
1917			Curso de Navegação Interior
1919		- Prefácio do "Annuario do Collegio Pedro II" – Vol. III - A evolução do conceito do inifinitesimo em mathematica – parte primeira – Dos Gregos a Cavalieri	

Fonte: Adaptado de Martins (2019).

Neste artigo darei ênfase apenas às obras que abordam temas relacionados a matemática e a história da matemática.

Em ordem cronológica, a primeira publicação de sua autoria foi a tese: *Series; Desenvolvimento das funcções em serie com os recursos da analyse directa*, sendo esta um item obrigatório para participação no concurso de lente substituto no Colégio Pedro II ao qual se inscreveu e foi aprovado em primeiro lugar. O escrito é composto por 88 páginas que versam sobre séries convergentes, seus processos de desenvolvimento (Fórmula de Taylor, MacLaurin, Bernoulli, entre outros) e algumas de suas aplicações, do ponto de vista da análise direta, como a construção de tábuas trigonométricas.

Em 1893, oito anos após iniciar a carreira como docente no Colégio Pedro II, Raja Gabaglia já possuía certo prestígio entre os professores do Pedro II e perante a sociedade carioca da época. Assim, após estudar com cuidado o recém publicado livro do *Curso de Mathematica Elementar - Arithmetica,* dos irmãos Aarão e Lucano Reis, o professor Gabaglia sentiu-se no dever de escrever um comentário sobre a obra, este foi publicado no Jornal do Commercio (21.05.1893, p. 2). Em sua fala o professor Gabaglia comenta capítulo a capítulo o conteúdo do livro, tece duras críticas aos autores nos momentos em que é notável a presença da filosofia comtiana (Filosofia Positiva de Comte), mas de modo geral não parece ter desaprovado o livro. Finaliza seu comentário dizendo que "ler e meditar esta obra é obrigação dos que se entregam entre nós ao estudo das ciências dos números."

Diferentemente de muitos de seus colegas, enquanto professor do Colégio Pedro II, Raja Gabaglia não escreveu livros didáticos de matemática, contudo, marcou o ensino de matemática não só no Rio de Janeiro, mas em todo o Brasil com a tradução (início em 1895), e implementação dos livros da coleção francesa *Cours de Mathématiques élémentaires* escrita e publicada por *F.I.C (Frères de l'Instruction Chrétienne)*.

Em nossa pesquisa encontramos a tradução de oito volumes dessa coleção, são eles:

- Elementos de Algebra
- Elementos de Arithmetica
- Elementos de Cosmographia
- Elementos de Geometria
- Elementos de Geometria Descriptiva
- Elementos de Mecanica
- Elementos de Trigonometria
- Agrimensura (levantamento das plantas e nivelamento)

Os exemplares dos F.I.C (assim como ficaram conhecido no Brasil), foram republicados diversas vezes em novas edições, segundo Valente (2004), os F.I.C foram utilizados no ensino de matemática até meados da década de 1950. No acervo da Biblioteca Nacional encontra-se, a 18ª edição do livro Elementos de Geometria Descritiva do ano de 1966, o que de fato evidencia o uso prolongado dos livros F.I.C.

Pouco tempo depois do início da tradução dos F.I.C, o prof. Gabaglia publicou o artigo *Calculo Verbal, Calculo Graphico, Calculo Pratico,* na Revista da Escola Polytechnica (1897).

Nesse texto propõe-se a discutir a origem e o desenvolvimento dos três tipos de cálculo usados pelo homem: verbal gráfico e prático, a partir de seus estudos sobre o tema. Muito citado nesse estudo é o trabalho de Von Martius – *Glossaria linguarum brasilium*, por tratar especificamente da linguagem dos índios brasileiros.

Na primeira página da publicação, aparece uma nota de rodapé na qual o autor escreve: "Este artigo é extrahido de um trabalho ainda inedicto sobre – Historia da Mathematica". Essa nota indica que o prof. Gabaglia estaria escrevendo uma obra maior na qual esse artigo faria parte, no entanto, tal obra não foi encontrada, provavelmente não chegou a ser concluída.

A citação abaixo, retirada da tese de doutorado da autora deste artigo explicita o conteúdo de cada parte do texto de Gabaglia (1897):

> Na primeira parte do texto (Calculo Verbal) há uma discussão acerca da noção de número utilizada pelo homem nos tempos mais antigos e, como ocorriam as representações primitivas dos números, isto é, os primeiros numerais. Em seguida, Gabaglia apresenta alguns apontamentos acerca da numeração utilizada por povos selvagens (índios) brasileiros. No segundo parágrafo (ou capítulo) são abordadas questões como a origem dos sistemas de numeração, incluindo os de origem falada (cálculo verbal), e as bases desses sistemas. O segundo artigo (Calculo Graphico) trata da expressão gráfica dos números, isto é, a representação dos números por meio de algarismos até a criação e classificação de sistemas de algarismos. Dentro desse último ponto, os modos de contar e de operar com números também são temas abordados. No último artigo (Calculo Pratico) o autor aborda a origem das quatro operações fundamentais, as formas que um número pode se apresentar (como o número fracionário, o irracional, o incomensurável, o negativo e o imaginário por exemplo). (MARTINS, 2019, p. 54).

Cabe ainda mencionar que a seção 6 da primeira parte do texto (Calculo Verbal), intitulada: *Numeraes usados pelos povos selvagens* além de publicada no livro Matemática Divertida e Curiosa de Malba Tahan (Mello e Souza), aparece também no livro *Mathematica, 1° anno* (1937), de Cecil Thiré e Mello e Souza. Ao citar e comentar tal seção, Miguel e Miorim (2011), mencionam que:

> Pelos estudos que conhecemos, parece razoável conjecturar que esse teria sido, provavelmente, o primeiro texto de autor brasileiro a abordar aspectos relacionados à história da Matemática brasileira utilizando os mais recentes estudos antropológicos que vinham sendo realizados naquele período, por pesquisadores de outros países. (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 23).

Acredito que de fato esse texto do prof. Raja Gabaglia merece tal reconhecimento. No entanto, esse texto ainda carece de um estudo detalhado do seu conteúdo e de uma maior divulgação na comunidade de historiadores da matemática no Brasil.

Em 1899, o prof. Gabaglia escreveu um breve comentário de duas páginas a respeito da distinção entre os logaritmos neperianos e os naturais, publicado na Revista da Escola Polytechnica (IV vol.,1900, pp. 35-39).

Raja Gabaglia explica como Neper considerava os “logarithmos” (usando uma definição), e apresenta que relação poderia ser feita entre os logaritmos de Neper com os naturaes (ou hyperbolicos). Conclui seu raciocínio afirmando que existe uma equação que liga os dois tipos de logaritmos considerados e que por essa equação é fácil concluir a diferença entre eles.

Outra questão explicada pelo autor é que Neper nunca teve ideia de base, já que esse conceito só surgiu quando tornou-se geral o algoritmo dos expoentes, quer inteiros, quer fracionários. Segundo o prof. Raja Gabaglia os primeiros logaritmos de base foram calculados por John Speidell no livro New Logarithms, publicado em Londres (1699), e, nesse texto o autor apresentou os logaritmos naturais dos senos, tangentes e secantes.

Ainda em 1899 ocorre, na minha opinião, a publicação mais importante da carreira de Raja Gabaglia, o texto O livro *O mais importante documento mathematico conhecido (papyro Rhind)*, é um escrito original, fruto dos estudos que vinha fazendo sobre o papiro Rhind.

O primeiro e segundo parágrafos (ou capítulos) do livro, intitulados respectivamente de Historico e O Conteúdo do papyro, consistem em um texto introdutório no qual são apresentadas informações gerais, porém, bastante atualizadas para a época de sua redação. Pode-se dizer que o autor fornece um panorama geral (uma espécie de estado da arte), de publicações sobre o tema. Nessas primeiras páginas o autor também busca explicar do que se trata o documento abordado, discutindo a questão “Que especie de trabalho é o papyro Rhind?”, com a opinião de egiptólogos conhecidos na época.

Os outros três parágrafos, Arithmetica do papyro Rhind, Algebra do papyro Rhind e Geometria do papyro Rhind, têm uma função diferenciada dos dois primeiros, neles é possível observar a preocupação do autor em explicar e fazer entender, do ponto de vista matemático, características e resoluções de alguns problemas do papiro. Seu ofício de professor de matemática pode ter colaborado em sua forma didática de expor e tratar seu texto.

Raja Gabaglia demonstrou também ter tido acesso aos primeiros livros de história geral da matemática como os de Jean Étienne Montucla (1758), Moritz Cantor (1880, 1882, 1894-1896), citados em seu texto.

Nota-se que fez um longo levantamento bibliográfico e estudou autores que possuíam diferentes opiniões sobre o conteúdo e finalidade do papiro, mas, coloca em destaque a tradução alemã do papiro Rhind, feita pelo do egiptólogo alemão Eisenlohr em 1877.

O nome do prof. Raja Gabaglia aparece na obra de Chace (uma das mais renomadas no assunto), no apêndice em que apresenta uma "Bibliografia da matemática egípcia com especial referência ao papiro matemático Rhind e fontes de interesse em seu estudo" (CHACE, 1927, p. 121).

Por outro lado, no Brasil, seu texto foi pouco reconhecido.

A Mathematica em Cambridge foi um artigo publicado em 1913 na Revista Carioca. Provavelmente trata das discussões que o professor Gabaglia participou enquanto representante brasileiro no V Congresso Internacional de Matemáticos, ocorrido em Cambridge no ano anterior. Nos anais do evento verifica-se que o Brasil aderiu à Comissão Internacional do Ensino de Matemática e que Gabaglia participou dos encontros em que seria discutido o tema didática da matemática.

Infelizmente não foi possível encontrar esse artigo devido a escassez de informações acerca da *Revista Carioca*.

A última publicação de Gabaglia data de 1919 - *A evolução do conceito do inifinitesimo em mathematica – parte primeira – Dos Gregos a Cavalieri*. Foi apresentada no Annuario do Colegio Pedro II, vol. III.

Ao estudar esse texto percebe-se que o prof. Gabaglia faz uma revisão histórica buscando os primórdios da noção de infinitamente pequeno. Pelo título é possível deduzir que sua intenção era publicar outras partes de seu estudo, que nesse primeiro momento avançou cronologicamente até a época do matemático Cavalieri.

O capítulo I desse artigo nada mais é do que uma busca de vestígios do conceito de infinitésimo de Zenão a Arquimedes. No capítulo 2 o tema é dedicado à Arquimedes. O prof. Gabaglia comenta os escritos do matemático grego dando bastante ênfase ao método de exaustão por ser este, a origem do cálculo integral, No terceiro e último capítulo, comenta a decadência da geometria grega nos 2º e 1º séculos a. C. O autor destaca que nesse período alguns nomes célebres devem ser lembrados como os de Zenodoro e Herão de Alexandria, por exemplo. É ressaltada a importância da escola byzantina e dos árabes, "de pequenissimo valor scientifico mas de grande merecimento por ter conservado as obras de muitos dos sabios e dos eruditos das escolas anteriores." (p. 151). Na sequência o prof. Gabaglia comenta brevemente sobre a "Renascença italiana", até Kepler. Por fim comenta sobre a contribuição de Cavalieri com seu "methodo dos indivisiveis."

Considerações finais

Conforme escrito no início desse artigo, a proposta aqui apresentada consistia na apresentação sintética da obra do prof. Raja Gabaglia. Por uma questão de optei em discorrer, mesmo que de forma breve, sobre os textos que possuem temática ligada à matemática ou a história da matemática.

Apesar de não acreditar nessa possibilidade, cabe dizer que não posso excluir a chance de que existam outros trabalhos escritos pelo professor Gabaglia, perdidos em arquivos brasileiros, que porventura não tenham sido encontrados na minha pesquisa de doutorado.

Infelizmente até o momento, o artigo *A Mathematica em Cambridge*, escrito para a Revista Carioca (1913), não foi encontrado. Pergunto-me se seria nesse periódico o espaço em que Raja Gabaglia pretendia promover as discussões sobre a modernização do ensino da matemática no Brasil? Não é possível concluir que essa era a sua intenção, mas, talvez ele não estivesse tão alheio ao tema como comenta Valente (2004).

Segundo um trecho da homenagem póstuma feita por Amaral (1921), o prof. Gabaglia teria criado uma edição brasileira do periódico O ensino de matemática dirigido por Laisant e Fehr (coordenadores da seção que discutia o ensino de matemática nos congressos internacionais de matemáticos, como o que Gabaglia participou em 1912), porém, tal ação não chegou ser finalizada:

> muito apreço dava o ilustre mestre á creação de revistas e outras publicações periódicas, e cuja falta atribuía o lento progresso das nossas letras scientificas. Ainda em 1915, cuidou ele de criar, entre

> nós, uma edição brasileira do “L’ enseignement mathematique”, dirigido por Laisant e Fehr; para tal fim foram dadas varias providencias, tendo eu merecido a honra de ser pelo meu mestre convidado para com elle cooperar na direção de tal periódico, que obstáculos varios não permitiram instalar. (AMARAL, 1921, p. 24).

Alguns pontos como esse e o conteúdo do artigo ainda não encontrado carecem de mais tempo de busca e investigação, ou seja, novos desdobramentos sobre a contribuição de Gabaglia no ensino e na história da matemática brasileira ainda serão feitos.

Por enquanto, após essa breve apresentação e comentários sobre sua obra, como conclusão desse texto, gostaria mais uma vez de reafirmar a necessidade de destacar o nome do professor Raja Gabaglia não somente como o divulgador do Papiro Rhind no Brasil, mas como um historiador da matemática da sua época, talvez o primeiro historiador da matemática brasileiro.

Referências

AMARAL, I. M. A. do. **Raja Gabaglia.** In: Anais da Academia Brasileira de Ciências. pp. 3-32. Rio de Janeiro, 1921.

CHACE, A.B.; BULL, L., MANNING, H.P.; ARCHIBALD, R.C. **The Rhind mathematical papyrus: British Museum 10057 and 10058**.Ohio: Mathematical. Association of America, vol. 1-1927, vol. 2-1929.

EINSELOHR, A. **Ein mathematisches handbuch der alten Aegypter (Papyrus Rhind des British Museum)**. Leipzig: J. C. Hinrichs' Buchhandlung, 1877. Disponível em: http://www.archive.org/details/einmathematische00eise. Acesso em: 20 mai. 2020.

GABAGLIA, E. de B. R. **Series; Desenvolvimento das funcções em serie com os recursos da analyse directa**. Rio de Janeiro: Typ. G. Leuzinger & filhos, 1885.

_______. **Funcções de Nutrição de Serie Animal**. Rio de Janeiro: Typ. G. Leuzinger & filhos, 1893.

_______. **O homem como capital**. Rio de Janeiro: Typ. G. Leuzinger, 1897.

_______. **Calculo verbal (origem e desenvolvimento)**. Revista da Escola Polytechnica. Rio de Janeiro: Typographia Americo Martins & C. I Vol. 1897, pp. 8- 21 e pp. 87-101.

_______. **Calculo gráfico (origem e desenvolvimento)**. Revista da Escola Polytechnica. Rio de Janeiro: Typographia Americo Martins & C. I Vol. 1897, pp. 361-380.

_______. **Calculo pratico (origem e desenvolvimento)**. Revista da Escola Polytechnica. Rio de Janeiro: Typographia Americo Martins & C. II Vol, 1897, pp. 101-109 e pp. 137-149.

_______. **O mais antigo documento mathematico conhecido (papyro Rhind)**. Rio de Janeiro: Imprensa Americana, 1899.

_______. **Distincção entre os logarithmos neperianos e naturaes**. Revista da Escola Polytechnica, IV vol.,1900, pp. 35-39, RJ, Typographia Americo Martins & C.

_______. LIMA, D. B. de; PORTO, J. P. da M. Escola Naval – **Programma para os exames de machinistas da marinha mercante**. Rio de Janeiro: Imprensa Naval, Ilha das Cobras, 1912.
_______. **Annuario do Collegio Pedro II** – 1o Anno. Rio de Janeiro: Typ. Revista dos Tribunaes, 1914.
_______. **Curso de Navegação Interior**. Rio de Janeiro: s. e, 1917.
_______. **A evolução do conceito de infinitésimo em mathematica – parte primeira – Dos Gregos a Cavalieri**. In: Annuario do Colegio Pedro II, vol III, 1916-1919, pp. 97- 162, RJ, Revista dos Tribunaes.
MARTINS, Juliana. Apontamentos iniciais sobre a contribuição de Eugênio de Barros Raja Gabaglia para a História da Matemática do Brasil. In: XII Seminário Nacional da História da Matemática, Itajubá, 2017. **Anais do XII Seminário Nacional da História da Matemática**, p. 217 - 223.
_______. **Uma biografia de Eugênio de Barros Raja Gabaglia**. Rio Claro, 2019. Tese de Doutorado em Educação Matemática – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Unesp – Rio Claro.
MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História na educação matemática**: propostas e desafios. 2ª edição. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.
VALENTE, W. R. **Euclides Roxo e o movimento internacional de modernização da matemática escolar**. In: ______. Euclides Roxo e a modernização do ensino de matemática no Brasil. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2004. p. 45 – 83.

UM ESTUDO INICIAL DA OBRA *CHRONOGRAPHIA, REPORTORIO DOS TEMPOS...* (1603), DE MANOEL DE FIGUEIREDO E O INSTRUMENTO BALHESTILHA

Antonia Naiara de Sousa Batista
UECE
naiara.batista@uece.br

Ana Carolina Costa Pereira
UECE
carolina.pereira@uece.br

Resumo

A obra *Chronographia, Reportorio dos Tempos...* (1603), de autoria do português Manoel de Figueiredo (1568-1622), é um documento que congrega diversos campos do conhecimento que se encontravam em desenvolvimento durante os séculos XVI e XVII, dentre eles, podemos destacar a astronomia, a astrologia, a geografia, a cosmografia, entre outros. Além disso, esse escrito traz a fabricação e o uso de três categorias de instrumentos, sendo eles: a balhestilha ou radio astronômico, o quadrante geométrico e diversos tipos de relógios. Assim, o intuito deste estudo é apresentar alguns aspectos preliminares da obra Chronographia, Reportorio dos Tempos... e do instrumento balhestilha em relação ao conhecimento da geometria prática presente em ambos. Dessa forma, o documento se apresenta dividido em seis partes, mas é, na sexta parte, mais especificamente, no Tratado dos Relogios horizontais, verticais, laterais, declinantes e universais ou polares, capítulo VII, que encontramos alguns conhecimentos da geometria prática, que advém dos Elementos de Euclides, entretanto, não possuindo a mesma organização dele. Esses conhecimentos, ainda, são seguidos por construções geométricas que dão suporte para a fabricação dos outros instrumentos, como a balhestilha, destinada, nesse período, para a prática de medições na astronomia e, simultaneamente, na navegação. Assim, não só a obra, mas os instrumentos contidos nela proporcionam modos do "fazer", presentes em um período que tinha por intuito fornecer técnicas para o alcance de realizações ou experiências, por meio dos conhecimentos geométricos, como encontrar a latitude de um local, obter a hora, construir mapas, livros, textos para disseminar conhecimentos, entre outros.

Palavras-chave: História. Matemática. Chronographia, Reportorio dos Tempos... Balhestilha.

Introdução

Considerando a história da matemática como um campo de conhecimento, a partir do qual emergem diferentes recursos e estratégias, que podem ser agregados ao ensino de matemática, vê-se a possibilidade de construir o conhecimento matemático por meio da articulação de aspectos históricos. Esses recursos podem ser documentos históricos, processos de multiplicação de diferentes civilizações, instrumentos, entre outros.

Nos últimos anos, é perceptível um desenvolvimento mais acentuado de investigações que abordam, em seus estudos, documentos históricos e instrumentos matemáticos, como podemos perceber nas pesquisas de Pereira e Saito (2019), Oliveira (2019), Morais (2017), Castillo (2016), Di Beo (2015), entre outros. A investigação desses documentos históricos é importante para que se possa conhecer, de maneira mais aprofundada, determinados contextos, nos quais esses instrumentos matemáticos estavam sendo produzidos[1].

Esses documentos podem ser de distintas naturezas, como Saito (2015, p. 27) afirma que são "[...] não só livros e tratados, mas também cartas, manuscritos, minutas e outros documentos não só escritos, mas também aqueles da cultura material, tais como instrumentos, monumentos, máquinas, etc.". Todavia, nesta pesquisa, vamos tratar da obra denominada por Chronographia, Reportorio dos Tempos..., publicada em 1603, por Manoel de Figueiredo, que apresenta diferentes aspectos matemáticos, culturais e sociais do período no qual estava inserida.

Esse documento contempla três instrumentos, entre eles, a balhestilha, o quadrante geométrico e diferentes relógios. Nesta pesquisa, dar-se-á ênfase a um breve estudo da balhestilha. Esses instrumentos, segundo Saito (2019), revelam distintos conhecimentos que não são apenas matemáticos, mas possuem relação com a astronomia, agrimensura, entre outros. Ainda, revelam habilidades e técnicas utilizadas por aqueles que os construíram em um determinado período de tempo.

Assim, esta investigação se apresenta como um recorte de um estudo mais amplo realizado por Batista (2018), sob a orientação da professora Ana Carolina Costa Pereira, defendido na Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará. Dessa forma, este artigo tem como objetivo apresentar alguns aspectos preliminares da obra Chronographia, Reportorio dos Tempos... e do

[1] Segundo Saito (2015, p. 187), são "instrumentos que foram concebidos para medir aquilo que Aristóteles denominava "quantidades" (distâncias e ângulos)".

instrumento balhestilha em relação ao conhecimento da geometria prática presente em ambos.

Aspectos preliminares da obra Chronographia, Reportorio dos Tempos... (1603), de Manoel de Figueiredo

A obra Chronographia Reportorio dos Tempos... foi publicada no final do século XVI para o início do século XVII, mais especificamente, em 1603, na cidade de Lisboa, capital de Portugal, período no qual esse país vinha sofrendo com um declínio em relação às grandes navegações e ao comércio e, consequentemente, sua economia estava sendo afetada, chegando, assim, a atingir todo o reino.

Escrita por Manoel de Figueiredo, sucessor de Pedro Nunes, nesse mesmo ofício, que, segundo Garção-Stockler (1819), teria seus trabalhos tido influência deste grande cosmógrafo-mor, de maneira que os prestígios dele tivessem contribuído para o sucesso de Figueiredo entre os sábios estrangeiros. De acordo com o autor, esses privilégios o teriam colocado entre os matemáticos portugueses merecedores de grandes lembranças, apesar de não ter obtido uma numerosa quantidade de títulos para essa consideração.

Figueiredo (1568–1622) foi mestre de matemáticas, cosmografia e navegação, tendo, assim, o domínio não só da matemática, mas da física, da química, da hidrostática, entre outras, que subsidiavam essas classes mais específicas. E, além disso, foi autor de diversos documentos, entre eles, pode-se destacar: Roteiro e navegação das Indias Occidentais, ilhas, Antilhas do mar, oceano occidental, com suas derrotas, sondas, fundos, & conhecenças, publicada em 1609; Hidrographia, exame de pilotos no qual se contem as regras que todo piloto deve guardar em suas navegações..., que foi divulgada em 1614[2]; Prognostico do cometa de Septembro, de 1604; Tratado da prática da Arismetica, de Gaspar Nicolas (SILVA, 1860).

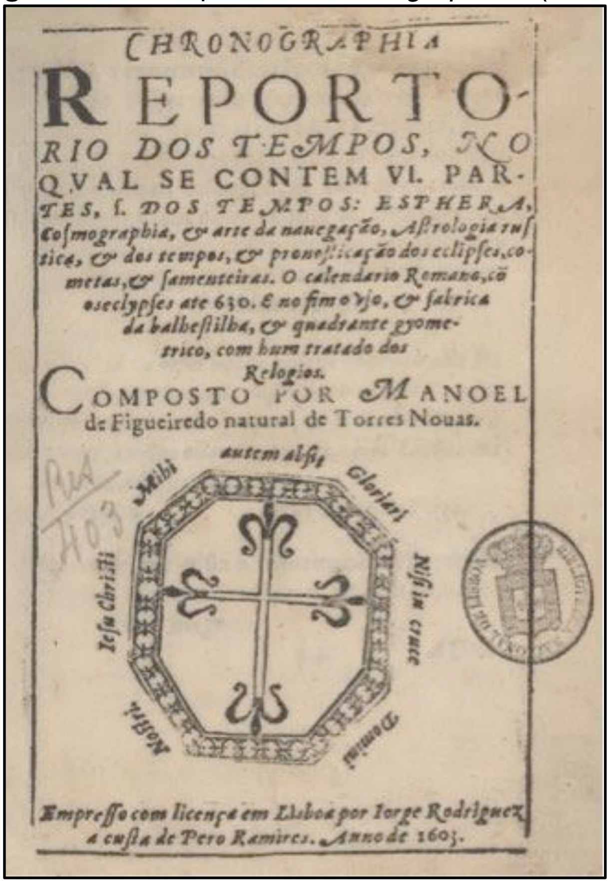
É interessante levantar a hipótese de que essas compilações eram necessárias para a disseminação dos conhecimentos existentes na época,

[2] Segundo Mendes (1969), com versões em 1615, 1625 e 1632.

pois, com o decorrer dos anos, muitas obras acabavam sendo perdidas ou se desgastando, a ponto de tais fundamentos não chegarem nas mãos de outros estudiosos, que, provavelmente, contribuíram para sua disseminação, porém com algum acréscimo de conhecimento existente na época ou de sua própria formação.

O título completo consta no frontispício (Figura 1) da seguinte maneira: *Chronographia, Reportorio dos tempos, no qual se contem seis partes, s. dos tempos: esphera, cosmographia, e arte da navegação, astrologia rústica, e dos tempos, e pronosticação dos eclipses, cometas, e sementeiras. O calendário Romano, com os eclipses ate 630. E no fim o uso, e fabrica da balhestilha, e quadrante geométrico, com um tratado dos relógios.* Veja que o título é extenso e apresenta um resumo sobre o que trata o documento, da mesma forma, como pode ser visto de início no sumário (Quadro 1) do tratado, denominado por “Taboa de todos os capítulos que contem cada parte deste livro”.

Figura 1: Frontispício da *Chronographia*... (1603).


CHRONOGRAPHIA
REPORTO-
RIO DOS TEMPOS, NO
QVAL SE CONTEM VI. PAR-
TES, s. DOS TEMPOS: ESPHERA,
Cosmographia, & arte da nauegação, Astrologia rus
tica, & dos tempos, & pronosticação dos eclipses, co-
metas, & sementeiras. O calendario Romano, cõ
os eclypses ate 630. E no fim o vso, & fabrica
da balhestilha, & quadrante geome-
trico, com hum tratado dos
Relogios.
COMPOSTO POR MANOEL
de Figueiredo natural de Torres Nouas.

Empresso com licença em Lisboa por Iorge Rodriguez
a custa de Pero Ramires. Anno de 1603.

Fonte: Figueiredo (1603, frontispício).

A palavra “Chronographia”, que se encontra no frontispício (Figura 1), significa, de acordo com Figueiredo (1913), um substantivo feminino que deriva da palavra chronologia, que designa “tratado das divisões do tempo” ou “tratado das datas históricas”. Entretanto, não encontramos uma definição estabelecida para esse termo nessa época, todavia, outros documentos com a mesma denominação aparecem entre meados dos séculos XVI e início do século XVII, como os de Francisco Vicente Tornamira (1585)[3], Andre de Avellar (1602)[4] e Hieronymo de Chaves (1576)[5].

A partir de uma breve análise dos documentos mencionados, é possível perceber algumas características bastante comuns entre elas, como, por exemplo, assuntos que envolvem questões relacionadas à esfera celeste, aos planetas, às estrelas, aos eclipses; à astrologia e aos signos; ao calendário e às festas: da Páscoa, da Ressurreição, Pentecostes, Corpus Christi; Epacta, Letra dominical e áureo número.

No entanto, o tratado Chronographia, Reportorio dos tempos... apresenta algumas particularidades que diferem das outras Chronographias, tendo a presença de um Livro Sexto, no qual são apresentados a fabricação e o uso de três instrumentos, dentre eles: a balhestilha ou radio astronômico, destinado para medições na náutica e na astronômica; o quadrante geométrico, voltado para mensuração na agrimensura; e diversos tipos de relógios para medir o tempo.

Dessa forma, a Chronographia seria um tipo de documento que congrega diversos campos do saber que estavam em pleno desenvolvimento entre os séculos XVI e XVII, como a astronomia, a geografia, a astrologia, a cosmografia, entre outros. Campos de conhecimento que eram essenciais para o desenvolvimento e progresso da navegação astronômica nesse período.

---

[3] Chronographia, repertorio de los tiempos, a lo moderno, el qual trata varias y diversas cosas: de Cosmographia, Sphera, Theorica, de Planetas Philosophia, Computo e Astronomia, donde se conforma la Astrologia con la Medicina: y se hallaran los motivos y causas que ha ávido para reformar el año: y se corrigen muchos passos de Astrologia que por la dicha reformación que davan atrasados, (1585).

[4] Chronographia ou Reportorio dos Tempos o mais copioso que te agora sayo a luz. Edições de 1594 e 1602.

[5] Chronographia, o reportorio de los tiempos, el mas copioso y preciso que hasta ahora há salido a luz. Edições de 1576, 1580 e 1584.

Percebe-se que, posteriormente ao termo “Chronographia”, surge a palavra “Reportório” que, segundo Costa (2001), derivou do termo “repertório”, sendo, no latim, *repertorium* e era usada para denominar listas, inventários, coletâneas, compilações ou repositórios. Realmente, o documento se apresenta como uma compilação de diversos livros com assuntos variados, que tinha como objetivo contribuir para a disseminação do conhecimento, na época, de maneira estruturada.

Assim como o frontispício revela indícios de informações importantes sobre o contexto, no prefácio, nota-se a influência de questões religiosas, quando Figueiredo (1603) se apoia em três palavras para descrever esse documento, que seriam: tempo, céu e terra, extraídas do livro do Gênesis, no Antigo Testamento.

O documento teria contribuído bastante para o reino de Portugal, mediante as demandas por localização e instrumentos de navegação, pois abordava questões relacionadas à astrologia, que colaboravam para realizar previsões sobre quando os navios deveriam sair ou retornar. Eram disponibilizadas, também, técnicas para que os navegantes, em pleno mar, descobrissem os dias das festas da Páscoa, da Ressurreição, Corpus Christi, entre outras. Para melhor visualizar a organização desses assuntos dentro da obra, observe o (Quadro 1).

Quadro 1: Descrição do sumário da *Chronographia, Reportorio dos tempos...*

PARTE	TÍTULO	QTD/CAP	QTD/FOLHAS
P1	Do tempo e suas partes.	38	40
P2	Da astronomia, na qual se trata do céu, e de suas partes, e de como nele pois DEUS o tempo, juntamente com todos os seus movimentos, estrelas, planetas, orbes, eixos, polos, círculos da esfera, e com todas as mais coisas que DEUS nele criou, ordenou.[6]	32	77

[6] No proêmio do documento, consta que a segunda parte está dividida em 34 capítulos. Entretanto, na “Taboa de todos os capítulos que contem cada parte deste livro”, a mesma se encontra dividida em 33 capítulos. Todavia, o documento traz apenas 32 capítulos presentes na segunda parte.

P3	Da geografia, em que declaramos a terra, a qual teve o terceiro lugar nas palavras da sagrada escritura, DEUS criou o céu, e a terra.[7]	22	33
P4	Da astrologia rústica, muito necessária para a agricultura, e para todo o lavrador curioso amigo da lavoura, e com um tratado muito necessário, e proveitoso a saúde humana para os físicos, surgiães, e sangradores, e pronosticação dos eclipses do sol, e da lua.[8]	47	69
P5	Do calendário, epacta, número áureo, endiçam, temporas, e da pronosticação dos 12 meses do ano, e do lunário de 603 até 630 com os eclipses no cabo do lunário, e suas significações.[9]	34	48
P6	Da fabrica, e uso da balhestilha, ou radio astronômico, e do uso e fabrica, do quadrante geométrico e da fabrica, e uso dos relógios horizontais, verticais, laterais, equinociais, polares declinantes a todas as partes do mundo, e inclinantes.[10]	12	19

Fonte: Adaptado de Figueiredo (1603).

De acordo com o (Quadro 1), é possível contemplar que o documento reúne diferentes campos do saber, inclusive abordando conhecimentos que se enquadram nas três palavras presentes no prefácio: tempo, céu e terra. Na parte 1, trata sobre as diferentes partes do tempo, como os dias, os meses e os anos. Na parte 2, aborda questões voltadas para a astronomia, a esfera celeste, os planetas, o zodíaco, entre outros. Na parte 3, aborda sobre a terra, envolvendo questões geográficas e das partes do mundo, como África, Ásia, Europa etc.

Na parte 4, o autor trata sobre a astrologia e sua influência na saúde humana, assim como sobre a prognosticação e os eclipses entre o sol e a lua, que vão ser tratados, também, na parte 5. E, por fim, a parte 6 denominada, igualmente, de Livro Sexto, parece ter sido adicionada à Chronographia,

[7] No proêmio, consta que a terceira parte está dividida em 12 capítulos. Entretanto, na “Taboa de todos os capítulos que contem cada parte deste livro” e, ao longo do documento, a mesma se encontra dividida em 22 capítulos.
[8] No proêmio do documento, apresentam-se 47 capítulos. No sumário da obra, apresentam-se 48 capítulos. No entanto, a obra apresenta somente 47 capítulos.
[9] Nessa quinta parte, o proêmio apresenta 38 capítulos. Entretanto, o sumário mostra 35 capítulos. Mas a obra contém apenas 34 capítulos.
[10] O proêmio apresenta a sexta parte dividida em 10 capítulos. Entretanto, a obra traz 12 capítulos.

Reportorio dos Tempos..., na qual aparecem instrumentos que, até então, nas partes anteriores, não foram mencionados, como a balhestilha ou radio astronômico, o quadrante geométrico e diferentes tipos de relógios.

O Livro Sexto da *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*

A sexta parte ou Livro Sexto, como o próprio Figueiredo (1603) se refere no documento, aborda a fabricação e o uso de dois instrumentos: a balhestilha ou radio astronômico, voltado para o campo da navegação e da astronomia, respectivamente; o quadrante geométrico, destinado para a agrimensura, no intuito de realizar medições de altura, largura e distâncias.

Além disso, nessa parte, está inserido, também, um Tratado dos Relógios horizontais, verticais, laterais, declinantes e universais ou polares, que tratam da construção de diversos tipos de relógios, baseados nos meridianos, nos equinócios, no zênite, nos círculos máximos, no círculo polar etc.

A saber, a sexta parte está dividida da seguinte forma: Capítulo I: Da fábrica da balhestilha, ou radio astronômico; Capítulo II: Do uso do radio astronômico; Capítulo III: Da fábrica do quadrante; Capítulo IV: Do uso do quadrante; Capítulo V: Como tomaremos a altura de qualquer grandeza pelo quadrante geométrico AGDF[11]; Capítulo VI: Do fundamento desta ciência dos Relógios; Capítulo VII: Das acheguas, e coisas de que se compõem os relógios, e fabricação; Capítulo VIII: Algumas proposições necessárias para esta arte, Capítulo IX: Da divisão de um quarto de círculo em noventa partes iguais; Capítulo X: De como traçaremos um relógio horizontal com régua e compasso; Capítulo XI: Como traçaremos um relógio vertical; Capítulo XII: Como traçaremos os mesmos relógios atrás, por taboas compostas para isso.

Dentro da parte que trata dos relógios, são expostas algumas definições, que o autor chama de proposições, como exemplo: o que é um ponto, uma linha, uma superfície, um corpo, entre outras. Também, aparecem "proposições", assim denominadas pelo autor, que, atualmente, chamamos de construções geométricas, como, por exemplo, traçar uma reta perpendicular

[11] No documento, esse capítulo é denominado por capítulo IIII novamente. Provavelmente, deve ser um erro provocado pelo autor do documento durante a elaboração.

sobre um ponto, ou como dividir um círculo em dois semicírculos, ou dividir um quarto de círculo em 90 partes iguais, entre outras.

No Livro Sexto, é perceptível, ainda, a questão da geometria prática presente envolta da balhestilha e do quadrante geométrico, que, segundo L'Huillier (1992, p. 186), "é definida pela medição de dimensões reais, no processo de fabricação de algo, usando instrumentos e ferramentas. Isso leva a dois fluxos profissionais, agrimensura e artes mecânicas"[12].

Nessa abordagem, podemos constatar essa geometria prática no decorrer dos capítulos III ao V, em que aparece a fabricação do quadrante geométrico e o seu uso se apresenta baseado, no primeiro momento, em dezessete regras, que norteiam a medição, isso se for possível medir a distância do observador até uma torre. Caso contrário, não sendo possível medir o comprimento do observador até o objeto desejado, Figueiredo (1603) expõe outras oito regras para auxiliar a mensuração.

De maneira semelhante ocorre com o instrumento balhestilha, que, no capítulo II, voltado para seu uso, é citado o capítulo XVII[13] da Terceira Parte da obra, no qual são disponibilizadas dezesseis regras que norteiam as medições na navegação astronômica, fazendo uso da estrela Polar para obter a latitude de uma região.

A balhestilha ou radio astronômico presente no Livro Sexto

A balhestilha, exposta no Livro Sexto, possui vestígios no século XIV, entretanto, voltada para outro campo de conhecimento diferente da navegação. Permaneceu em uso durante os séculos XV, XVI e após o século XVII, de maneira que foi sofrendo aprimorações diversas no intuito de melhorar questões do tipo: precisão nas observações; tamanho e proporção; quantidades de peças; locomoção e finalidade. Esses refinamentos foram relevantes para o desenvolvimento do instrumento e demonstraram as

[12] "[…] is defined by the measurement of real dimensions, in the process of making something, using instruments and tools. This leads to two professional streams, agrimensure and the artes mechanicae".
[13] Que, na verdade, é o capítulo XVI, da Terceira Parte do documento.

diferentes necessidades de cada época e do campo no qual a balhestilha estava inserida.

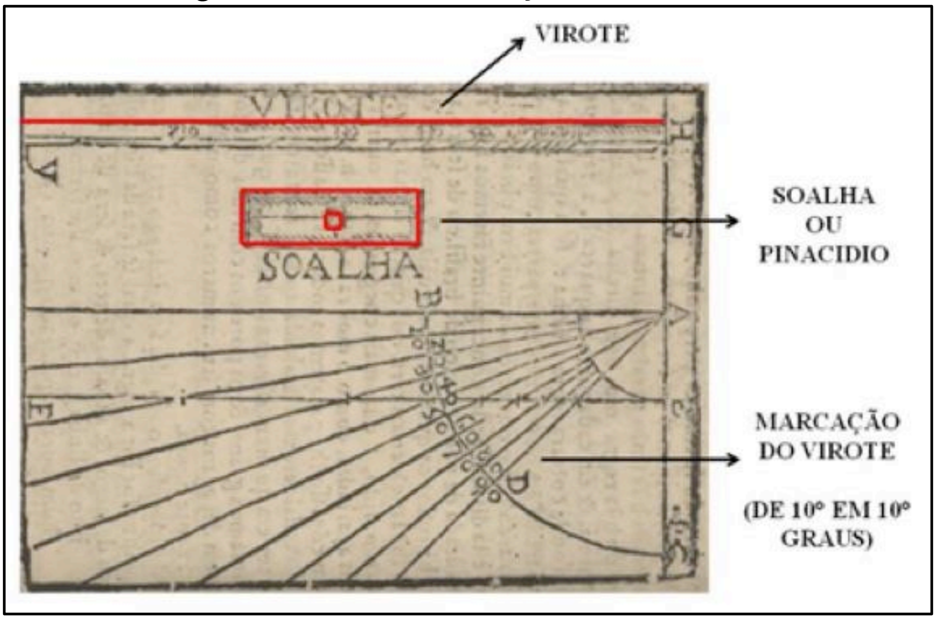
São diversas as nomenclaturas em relação a esse instrumento, a mais conhecida seria: *baculus Jacob*, em latim. A partir dessa terminologia, vão aparecendo outras. Entre os ingleses, foi denominada por *ballastella*, *vara de Jacob (Jacob's staff)* ou *fore-staff*; enquanto que, pelos italianos, foi chamada de *Escada de Jacob* (*scala di Jacob*). Os franceses a tratavam por *bastão de Jacob* (*baton de Jacob*); entre os espanhóis era conhecida por *balestilla;* os holandeses a intitulavam, no século XVI, de *staf baculus.* Já os alemães a chamavam de radio astronômico (*radius astronomicus*) e os portugueses, de balhestilha (BRUYNS, 1994).

No documento Chronographia, Reportorio dos tempos..., o instrumento matemático aparece com a denominação de radio astronômico ou balhestilha (Figura 2), destinado, respectivamente, para medições astronômicas e náuticas no início do século XVII. A descrição da fabricação e do uso da balhestilha apresentam diversos aspectos bem característicos da época, como a questão da influência da astronomia na localização das caravelas, as unidades de medida usados em um período, as funções dos navegantes e dos astrônomos, entre outros.

Nessa parte, o autor destina um capítulo para a fabricação e outro para o uso da balhestilha. Na fabricação, Figueiredo (1603) apresenta uma sequência de passos para a construção do instrumento. Por meio dessa sequência, é possível perceber que ela se dá através de conhecimentos geométricos envolvendo axiomas dos *Elementos*, de Euclides e construções com régua e compasso. O autor, ainda, expõe uma taboa, que se apresenta como se fosse um gabarito para a construção de outras balhestilhas (Figura 2).

Na Figura 2, pode-se notar que o instrumento é composto por duas peças, denominadas, assim, por Figueiredo (1603): régua, regra ou virote, que seria um bastão de madeira de secção quadrada contendo uma escala angular de 0º a 90º; e o pinacido, pinacidio ou soalha, que seria um bastão de comprimento menor que o virote e com um orifício no seu centro, de maneira a se mover ao longo do virote para a marcação dos ângulos de visualização.

Figura 2: Taboa da fabricação da balhestilha.



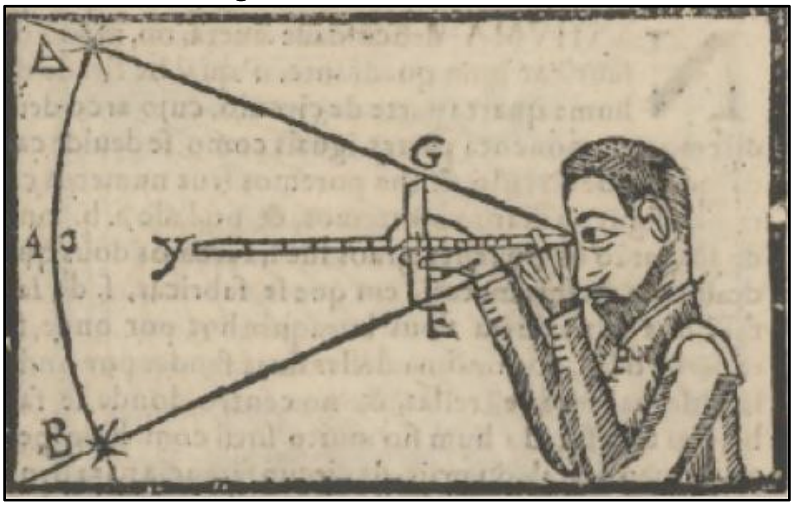
Fonte: Adaptado de Figueiredo (1603).

Segundo Figueiredo (1603, f. 267), "o pinacidio, ou soalha será de largo três vezes quanto for a regra, a qual se fara de uma polegada de lardo". Conforme o autor, é possível perceber que, a partir do momento que definimos a largura do virote, a soalha terá três vezes a largura dele.

No capítulo II, referente ao uso, Figueiredo (1603) esclarece a dupla função do instrumento, logo no início do texto, quando relata: "os astrônomos chamaram a este instrumento radio astronômico, por quanto observarão por este a distância das estrelas de umas as outras observadas por via do raio visual que sai do nosso olho [...]". Por esse fragmento, percebe-se a utilidade do instrumento no campo astronômico, que estava voltado para se obter a distância angular dos astros (Figura 3), denominado por radio astronômico.

Para medições astronômicas, o observador deveria colocar a extremidade do virote (que está mais próxima de 90º) no olho e movimentar a soalha de maneira que a parte superior coincida com um astro e a parte inferior com o outro astro. No local onde a soalha parar, deverá aparecer, pontual ou aproximadamente, o valor de um ângulo (inscrito no virote), que representa a distância angular entre os astros.

Figura 3: Uso da balhestilha.



Fonte: Figueiredo (1603, f. 268).

No trecho seguinte, o autor apresenta, “[...] no qual usam os navegantes para tomarem a estrela do norte quando dito do horizonte sobre a terra para acharem a elevação do polo ártico. E lhe chamaram balhestilha. E quanto ao uso dele muito fácil, como o demonstra a presente figura” (FIGUEIREDO, 1603, f. 267-268). Nesse momento, o autor enfatiza que o mesmo instrumento era conhecido por balhestilha entre os navegantes e que tinha como objetivo conseguir a localização em alto mar por meio do instrumento, tomando a elevação do polo, pela referência da estrela Polar e a linha do horizonte.

Para medições na navegação, o observador deveria colocar a extremidade do virote (que está mais próxima de 90º) no olho e movimentar a soalha de maneira que a parte superior coincida com a estrela Polar e a parte inferior com a linha do horizonte. No local onde a soalha parar, deverá aparecer, pontualmente ou aproximadamente, o valor de um ângulo que representa a distância angular entre a estrela Polar e a linha do horizonte.

A balhestilha tem importância, nesse período, devido ao contexto no qual estava inserida, de grandes navegações, necessidades por conquistas de novas terras que precisavam ser realizadas por alto mar, por causa das guerras que estavam acontecendo por terra.

Considerações finais

Dessa maneira, concluímos que o documento se torna importante não só por apresentar a construção e a fabricação de três instrumentos, mas também porque agrupa uma série de questões voltadas para campos que estavam em pleno desenvolvimento no século XVI e XVII. Além disso, ainda que esse tratado seja parecido com outros do seu período, o mesmo foi usado como um meio para disseminar conhecimentos desenvolvidos nessa época.

O documento apresentou algumas definições e proposições presentes nos *Elementos*, de Euclides, sem demonstrações que relembrem a geometria teórica. Todavia, são conhecimentos matemáticos usados na construção dos instrumentos e aplicações práticas deles. Ainda, o documento agrega alguns conhecimentos da geometria construtiva, que, para os dias atuais, seriam as construções geométricas realizadas com régua, compasso e esquadros.

A Chronographia, Reportorio dos Tempos... e o instrumento balhestilha remontam a uma tradição de navegantes e navegadores que mobilizavam conhecimentos de geometria prática, esse conhecimento foi apropriado, no século XVI, por estudiosos de geometria que começaram a recolher os conhecimentos de geometria dos agrimensores, dos construtores, dos navegadores, dos astrônomos, dos arquitetos, dentre outros, para compilar em tratados. É importante ressaltar que esses conhecimentos já faziam parta da arte de navegar, os navegadores não precisavam ir nesses compêndios de geometria prática.

Referências

BATISTA, Antonia Naiara de Sousa. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso da balhestilha, inserida no documento Chronographia, Reportorio dos Tempos..., aplicado na formação de professores**. 2018. 114 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2018.

BRUYNS, Willem Frederik Jacob Mörzer. **The cross-staff:** History and Development of a Navigational Instrument. London: Walburg Pers, 1994.

CASTILLO, Ana Rebeca Marinho. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso do báculo (cross-staff) em A Boke Named Tectonicon de Leonard Digges**. 2016. 121 f. Tese

(Doutorado) - Curso de Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Puc, 2016.

COSTA, Adalgisa Botelho da. **O reportorio dos tempos de André do Avelar e a astrologia em Portugal no século XVI**. 2001. 179 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em História da Ciência, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

DI BEO, Nara. **O estudo do Trattato del Radio Latino:** Possíveis contribuições para a articulação entre história da matemática e ensino. 2015. 115 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

FIGUEIREDO, Manoel de. **Chronographia, Reportorio dos tempos, no qual se contem VI. partes, f. dos tempos:** esphera, cosmographia, e arte da navegação, astrologia rustica, e dos tempos, e pronosticação dos eclipses, cometas, e sementeiras. O calendário Romano, com os eclypses ate 630. E no fim o uso, a fabrica da balhestilha, e quadrante gyometrico, com hum tratado dos relogios. Lisboa. 1603.

FIGUEIREDO, Candido de. **Novo diccionário da língua portuguesa**. 1913.

GARÇÃO-STOCKLER, Francisco de Borja. **Ensaio Histórico sobre a origem e progressos das mathematicas em Portugal.** Paris: Officina de P. N. Rougeron, 1819.

L'HUILLIER, H. Practical Geometry in the Middle Ages and the Renaissance. In: GRATTAN-GUINNESS, I. (ed.). **Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences**. V. 1. London, New York: Routledge, 1992. p. 185-191.

MENDES, H. Gabriel. Lucas Jansz. Waghenaer e o conhecimento náutico das costas de Portugal no séc. XVI. **Revista da Universidade de Coimbra**, Coimbra, v. 24, 1969.

MORAES, Michele de Souza. **Setor trigonal:** contribuições de uma atividade didática na formação de conceitos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática. 2017. 114 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Docência Para A Educação Básica, Universidade Estadual Paulista - Júlio de Mesquita Filho, Bauru, 2017.

OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares. **Sobre os conhecimentos geométricos incorporados na construção e no uso do instrumento jacente no plano de Pedro Nunes (1502-1578) na formação do professor de matemática**. 2019. 200 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2019.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. A reconstrução do báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática. **Revista Cocar**, Belém, v. 13, n. 25, p. 1 - 32, abr. 2019.

SAITO, Fumikazu. A reconstrução de antigos instrumentos matemáticos dirigida para formação de professores. **Educação**: Teoria e Prática, Rio Claro, v. 29, n. 62, p. 571 - 589, set. - dez. 2019.

SAITO, Fumikazu. Algumas considerações historiográficas. In: SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re) construções contextuais.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SILVA, Innocencio Francisco da. **Diccionario Bibliographico Portuguez.** 5. ed. Lisboa: Imprensa Nacional, 1860.

UM ESTUDO PRELIMINAR DA OBRA *DE ARTE ATQUE RATIONE NAVIGANDI* (1573) DE PEDRO NUNES

Francisco Wagner Soares Oliveira
IFCE
franciscowagner2007@gmail.com

Ana Carolina Costa Pereira
UECE
carolina.pereira@uece.br

Resumo

Nesse estudo é dado destaque ao tratado *De Arte Atque Ratione Navigandi* de Pedro Nunes (1502-1578) publicado em 1573, assim como outros do período esse texto tem sintetizado alguns dos conhecimentos até então praticados. Em particular, teve-se como objetivo apresentar a descrição do documento, isso como uma tentativa de elencar elementos de seu contexto. Sob o aporte metodológico de uma pesquisa qualitativa documental, foi observado que Pedro Nunes vislumbrou como possíveis leitores, pessoas com alto nível de formação e de conhecimentos das matemáticas, visto que a publicação foi realizada em latim e ainda possui uma abordagem de cunho teórico. Destaca-se ainda que o impulso para a publicação da edição de 1573 veio da observação de António Mariz nas *Opera* de 1566, em que notou algumas alterações nos textos de navegação, as quais segundo o tipógrafo poderiam levar a naufragar quem por tais considerações se orientasse. Nesse sentido, entende-se que a estrutura e o contexto de desenvolvimento desse tratado podem revelar interessantes questões tanto no que se refere à arte de navegar como também sobre as matemáticas praticadas no século XVI.

Palavras-chave: Tratados latinos de navegação. História das matemáticas. *De Arte Atque Ratione Navigandi.*

Introdução

Em herança ao período dos descobrimentos portugueses, no século XVI ainda foi comum à realização de estudos entorno dos procedimentos, das técnicas e dos instrumentos utilizados na navegação. Um dos registros que ilustram esse fato é a obra *De Arte Atque Ratione Navigandi* publicada em 1573 por Pedro Nunes.

De Arte Atque Ratione Navigandi se trata de uma reedição de obras de Pedro Nunes, cujos conteúdos de seus livros sobre navegação podem ser observados tanto de forma integral nas *Petri Nonii Salaciensis Opera* de 1566 publicada em latim, como parcialmente no *Tratado da Sphera* de 1537. Mesmo após a morte do lusitano ainda se teve a publicação de seus tratados de náutica, uma em 1592[1], outra em 1940[2]. Na modernidade, especificamente no ano de 2008 *De Arte Atque Ratione Navigandi* teve uma nova publicação, a qual preserva o texto em latim e ainda apresenta uma tradução para o português (OLIVEIRA, 2019).

Na apresentação da edição fac-similada *Petri Nonii Salaciensis Opera,* Queiró (2002, p. viii) deixa claro que dentre "[...] as obras de Pedro Nunes, esta é por ventura, como já foi observado, a menos estudada pelos historiadores da ciência. Mas é também, provavelmente, uma das mais interessantes". Diante desse fato, propôs-se dar destaque ao conteúdo dessa obra, o qual é aqui abordado a partir da *De Arte Atque Ratione Navigandi* de 1573[3].

Em particular, o objetivo desse trabalho é apresentar a descrição do documento, como uma tentativa de elencar elementos de seu contexto.[4] Como já apontado *De Arte Atque Ratione Navigandi* é de autoria de Pedro Nunes, personagem que se envolveu dentre outras atividades com o cargo de cosmógrafo-mor do reino e de docente da universidade de Lisboa[5]. Em relação aos interesses de estudo de Pedro Nunes, sabe-se que eles foram preferencialmente teóricos, pois sua intenção foi sempre "[...] analisar matematicamente fenómenos ou objectos reais" (LEITÃO, 2013, p. 25).

De forma a guiar metodologicamente o estudo, fez-se uso do aporte de uma pesquisa qualitativa documental. Na concepção aqui assumida, esse tipo de análise aponta dois passos principais, o primeiro se refere a escolha do documento e o segundo a sua análise, a qual prevê à pré-análise, a exploração e o tratamento dos resultados (GODOY, 1995). Nesse sentido, na sequência

[1] NUNES, Pedro. *Petri Nonii Salaciensis Opera*. Basileia: Officina Henricpetrina, 1592.
[2] A publicação de 1940, refere-se ao *Tratado da Sphera & Astronomia Introductorii de Spaera Epitome*. Esse trabalho foi o primeiro volume das *Obras* de Pedro Nunes publicadas entre 1940 e 1960.
[3] NUNES, Pedro. ***Petri Nonii Salaciensis De Arte Atque Ratione Nauigandi Libri Duo. Eiusdem in theoricas Planetarum Georgij Purbachiij annotationes, & in Problema mechanicum Aristotelis de motu nauigij ex remis annotatio vna. Eiusdem De erratis Orontij Finoei Liber vnus. Eiusdem de Crepusculis lib. I. Cum libello Allacen de causis Crepusculorum***. - Conimbricae : in aedibus Antonij à Marijs, 1573. Disponível em: <http://purl.pt/14448>. Acesso em: 12 jul. 2018.
[4] Como forma de favorecer a descrição da obra *De Arte Atque Ratione Navigandi*, faz-se uso das «Anotações ao *De arte atque ratione nauigandi*», presentes no volume IV da recente edição das *Obras* de Pedro Nunes.
[5] Para detalhes sobre a biografia de Pedro Nunes, ver Leitão (2003): "Para uma biografia de Pedro Nunes: o surgimento de um matemático, 1502-1542".

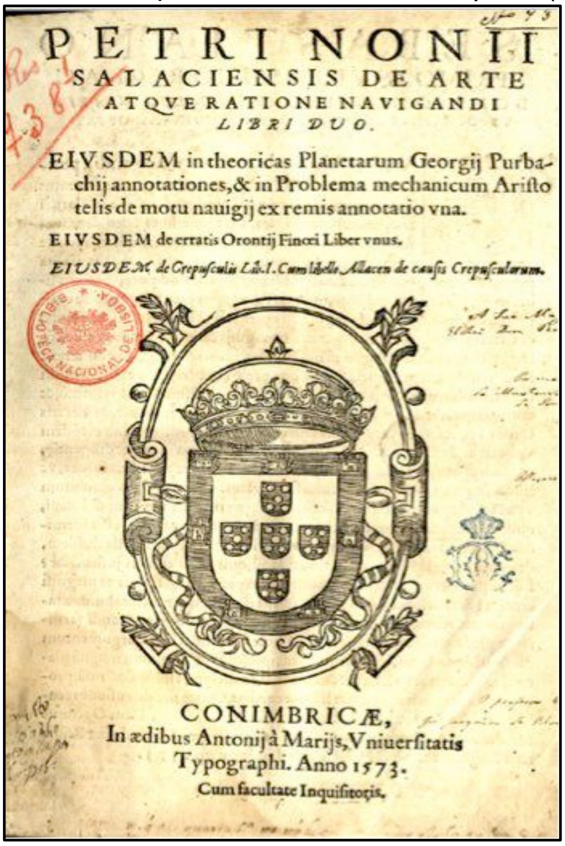
são expostos dados referentes ao momento de análise da obra *De Arte Atque Ratione Navigandi*[6].

A obra *De Arte Atque Ratione Navigandi* (1573)

Como já dito anteriormente, sabe-se de forma preliminar que no tratado *De arte atque ratione navigandi* são contemplados temas voltados à navegação e ainda que ele é uma reedição de trabalhos já publicados anteriormente por Pedro Nunes. Diante disso, emergiram alguns questionamentos, dentre os quais se destacam: quais temas de navegação são abordados? O que pode ter influenciado para a produção dessa reedição?

Diante das dúvidas, se apresenta a descrição de *De arte atque ratione navigandi*, a qual é aqui exposta a partir da análise do frontispício (Figura 1).

Figura 1: Frontispício da obra *De arte atque...* (1573)



PETRI NONII
SALACIENSIS DE ARTE
ATQVE RATIONE NAVIGANDI
LIBRI DVO.

EIVSDEM in theoricas Planetarum Georgij Purbachij annotationes, & in Problema mechanicum Aristotelis de motu nauigij ex remis annotatio vna.

EIVSDEM de erratis Orontij Finæi Liber vnus.

EIVSDEM de Crepusculis Lib. I. Cum libello Allacen de causis Crepusculorum.

CONIMBRICÆ,
In ædibus Antonij à Marijs, Vniuersitatis Typographi. Anno 1573.
Cum facultate Inquisitoris.

Fonte: Nunes (1573, frontispício).

[6] O estudo da obra *De Arte Atque Ratione Navigandi* de 1573 aqui apresentado foi realizado a partir da tradução para o português contemplada em Obras. Vol. IV: *De Arte Atque Ratione Navigandi*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2008.

Na parte superior desse frontispício se nota inicialmente que a obra é de Pedro Nunes da antiga Salacia, local que na modernidade corresponde a cidade Portuguesa de Alcácer do Sal. Na sequência do apresentado nesta página inicial, ver-se que o autor indica como título principal *De arte atque ratione navigandi* que conforme tradução apresentada em Nunes (2008) para o português ele pode ser lido como *Sobre a arte e a ciência de Navegar*.

Com esse título, entende-se que Pedro Nunes está a chamar atenção para a dualidade entre as possibilidades de abordagem dos temas da navegação, sendo uma delas a "Ciência Náutica" e a outra a "Arte de Navegar". Em linhas gerais, esses conceitos podem receber a seguinte caracterização "[...] uma abordagem mais empírica, que é aquela que classificamos como "Arte de Navegar" e por outro, uma abordagem mais científica, ou racional, a "Ciência Náutica"" (CANAS, 2011, p. 47).

Ainda em relação à essa dualidade apontada no título, cabe complementar que ela:

> [...] é a última tomada de posição de Pedro Nunes num programa intelectual que, deliberadamente, iniciou nos anos 30. Um programa intelectual que consistiu na afirmação de que o estudo da natureza tem de estar fundado na matemática. Nunes propõe e anuncia esse programa não de uma forma abstrata (como, mais tarde, outros o farão) mas a partir do caso concreto da navegação. Na base da sua argumentação está a insistência na dicotomia entre a *ars navigandi* e a *ratio navigandi*: a *ars*, concebida como um saber prático, radicado na experiência e estruturado (nos casos em que essa estruturação se observa) de acordo com os princípios da lógica e da filosofia natural aristotélica; a *ratio*, isto é, a ciência, concebida como uma metodologia matematizada de interpretação da realidade material. Até Nunes, a náutica e as tarefas de navegação haviam sido concebidas exclusivamente como actividades prácticas, como certos ofícios. Nunes alterará radicalmente este entendimento insistindo, primeiro, em que há um navegar "per arte" e um navegar "per razão" e, depois, esclarecendo que a *ars navigandi* está subordinada à *ratio navigandi.* (LEITÃO, 2006, p. 185).

Mesmo esse tratado sendo uma reedição de obras já publicadas, no caso nas *Petri Nonii Salaciensis Opera* (tradução: Trabalhos ou Obras de Pedro Nunes da antiga Salacia), nota-se que o novo título indica a dualidade existente entre a forma de abordar os temas da navegação e ainda tem incorporado a posição do autor. Dessa forma, entende-se que foi válido a mudança do título para apontar suas pretensões.[7]

Em continuidade à observação do frontispício, logo após o título principal, ver-se: *Eiusdem in Theoricas planetarum Georgij Purbachij annotationes, et in problema mechanicum Aristotelis de motu navigij ex remis annotatio una*.[8] Com esse título Nunes (2008) apresenta de forma geral o que ainda será abordado no decorrer do tratado. Na sequência ele também aponta para a incorporação do *De Crepusculis*[9] e do *De erratis Orontii Finaei*[10].

O frontispício ainda traz o escudo das armas reais, fato que possivelmente esteja indicando uma manifestação ou solicitação do patrocínio real (LEITÃO, 2008). Na parte inferior da capa, tem-se algumas informações tipográficas, em que se pode ver que a obra foi publicada em Coimbra no ano de 1573 na casa tipográfica de António Mariz. Sobre uma descrição do conteúdo da obra, tem-se (Figura 2).

Diante desse sumário, nota-se que a obra *De arte atque ratione navigandi*, pode ser descrita em dez materiais. Após esses materiais, são incorporados dois tratados já publicados pelo autor, ambos com folha de rosto e paginações próprias, são eles o *De erratis Orontii Finaei* de 1546 e o *De crepusculis* de 1542. Na sequência dar-se destaque aos materiais contemplados no referido sumário.

[7] Maiores detalhes sobre a substituição do título e da *Ars* e *Ratio* na navegação, ver Leitão (2006): "*Ars* e *Ratio*: A Náutica e a Constituição da Ciência Moderna".
[8] Possível tradução: Algumas anotações de Pedro Nunes, de Alcácer do Sal, às Teóricas dos Planetas, de Jorge Purbáquio. Uma anotação a um problema mecânico de Aristóteles acerca do movimento do barco a remo.
[9] Sobre os Crepúsculos.
[10] Sobre os erros de Orôncio Fineu

Figura 2: Sumário dos materiais da obra *De arte atque ratione navigandi* (1573).

Fonte: Elaboração própria.

O primeiro material é o espaço que o tipógrafo António Mariz utiliza para destacar alguns pontos relacionados à impressão e elaboração da edição. Ele destaca, por exemplo, que em *De arte atque ratione navigandi*, são abordadas questões de náutica, que seus livros foram elaborados com o intuito de corrigir alguns erros tipográficos da edição das *Opera* (1566), que pela procura no período por *De erratis Orontii Finaei* (1546) e pelo *De crepusculis* (1542) ambas foram incorporadas na coleção e que o patrônomo vislumbrado para dedicar a obra foi a então Vossa Majestade, D. Sebastião.

No segundo material, Pedro Nunes aponta de forma geral, alguns dos temas que serão abordados no livro, destacando que buscará elucidar princípios relativos à ciência de navegar. Nesse sentido, introduz definições que dizem respeito ao estudo das linhas de rumo, como exemplo destas, fala o que é um rumo de Noroeste-Sueste, um Nordeste-Sudoeste e um Norte-Sul.

Já no terceiro e quarto material, são indicadas as principais considerações que serão abordadas nos livros I e II. Diante do destacado é possível observar que são abordados vários temas e questões relacionadas à náutica. Neles, o lusitano também apresenta algumas definições de forma direta, sem a preocupação no momento de elencar referências e/ou mecanismos de prova que sustentem seus argumentos.

No quinto material, o quinhentista apresenta de forma direta suas principais considerações acerca da obra *Theoricae nouae planetarum* (1472), de Georg Peurbach. Nesse material, ele deixa explicito, por meio de mecanismos, tais como refutações e demonstrações, que suas anotações foram realizadas no sentido de corrigir e explicar o que, em sua concepção, necessitava ser esclarecido.

O sexto material, "[...] é de fato em larga medida tradução do *Tratado sobre certas dúvidas da navegação*, em que pela primeira vez foram claramente distinguidas a navegação com rumo constante e a navegação por círculo máximo" (QUEIRÓ, 2002, p. ix). Sobre o livro, o cosmógrafo-mor indica que ele foi elaborado com vistas a expor suas explicações concedidas a Martim Afonso de Sousa sobre certas dúvidas de navegação por ele adquiridas ao voltar de uma navegação à América do Sul. Explica ainda que, de forma a possibilitar que outros homens de seu tempo lessem suas considerações, decidiu traduzi-las para o latim.

No sétimo material, Pedro Nunes trata de expor suas respostas às seguintes dúvidas de Martim Afonso de Sousa:

> Uma delas resultava de ter ele observado, quando o Sol estava no equador, isto é, nos dias dos equinócios, que o Sol lhe nascia sempre em leste, em qualquer lugar em que navegasse, ao norte ou ao sul da linha, donde concluía Martim de Sousa que navegando com a prôa sempre em leste, iria ter ao equador; e tal não acontecia, pois, com a prôa constantemente neste rumo, percorria um mesmo paralelo. A outra dúvida provinda de, quando o Sol andava no trópico de Capricórnio, o ter visto nascer ao sueste e quarta de leste, estando Martim de Sousa em 35 graus de latitude austral; ele esperava que, nesta situação ao sul dos trópicos, o Sol lhe nascesse ao nordeste e quarta de leste (SILVA, 1921, p. 98).

Para tanto, o lusitano faz uso de demonstrações, as quais, por vezes, levam em consideração, argumentos de figuras como Ptolomeu e Euclides. Elas são ainda acompanhadas por ilustrações que ajudam a visualizar o exposto. Por fim, Nunes (2008) destaca que suas respostas devem ser tomadas como verdadeiras, pois estavam ancoradas em demonstrações matemáticas, que, para ele, ninguém pode questionar a validade.

No oitavo material, também sob a perspectiva do crédito e validade que as ciências matemáticas podem atribuir às suas considerações, Pedro Nunes trata de discutir algumas questões relacionadas às regras e aos instrumentos para descobrir a aparência das coisas, sejam marítimas ou celestes. Diante desses temas, nos 27 capítulos do livro, o autor discute “[...] sucessivamente da análise e concepção de cartas de marear, da navegação astronómica e do traço de linhas de rumo sobre um globo” (QUEIRÓ, 2002, p. ix).

Já no nono material, Pedro Nunes trata de apresentar suas anotações ao investigar o problema de Aristóteles sobre o movimento de barco a remo. De forma geral, observa-se que ele busca analisar a opinião de Aristóteles e expor suas inferências a partir de proposições geométricas apresentadas em livros, como o primeiro e o sexto de Euclides.

No conteúdo do décimo material, o lusitano traz os esclarecimentos sobre a obra *Theoricae nouae planetarum* (1472), de Georg Peurbach, que, em sua concepção, mereciam ser realizados. Sua opinião é expressa por meio de

36 anotações, nas quais busca esclarecer questões sobre temas, tais como da teoria do Sol, da Lua e do movimento da oitava esfera.[11]

Elementos do contexto da obra *De Arte Atque Ratione Navigandi* (1573)

Como já apontado anteriormente, a presença do escudo das armas reais no frontispício está possivelmente manifestando ou solicitando o patrocínio real. Essa possibilidade ganha ainda mais expressividade pelo fato de no primeiro material se observar que a obra é dedicada à Vossa Majestade, D. Sebastião. A presença de elementos ligados a corte, ilustram o ambiente onde eram realizados estudos sobre as matemáticas no século XVI. Essa característica, tem "[...] as suas origens na Idade Média e neles cultivavam-se sobretudo saberes e práticas ligadas à astronomia ou astrologia" (LEITÃO, 2013, p. 24).

Diante da descrição apresentada na seção anterior, quando comparada à primeira publicação dos tratados de navegação de Pedro Nunes (saída no *Tratado da Sphera*) com o conteúdo da obra *De Arte Atque Ratione Navigandi,* nota-se que na edição de 1537 ele está "[...] a ensinar doutrinas de náutica aos pilotos portugueses, no último vê-se o sábio a divulgar as suas investigações entre os homens cultos de todos os países que se interessavam por aquelas doutrinas" (TEIXEIRA, 1934, p. 109).

O fato de Pedro Nunes usar o latim como língua para a composição da obra também indica que ela estava voltada a um público erudito, os quais possivelmente detinham conhecimentos sobre astronomia, sobre a construção de instrumentos, sobre cosmografia, sobre geometria, dentre outros. Nessa direção, cabe destacar que em *De Arte Atque Ratione Navigandi*, tem-se "[...] a tentativa de sistematizar o uso da matemática na arte de navegar que viria a ser muito influente no século XVI e XVII" (ALMEIDA, 2014, p. 113). Visto isso, não resta "[...] dúvidas de que, na linha do que previa o seu programa

[11] Para mais detalhes sobre uma descrição da obra *De Arte Atque Ratione Navigandi* ver, Leitão (2008): "Anotações ao *De arte atque ratione nauigandi*. In ***Pedro Nunes. Obras*, vol. IV**".

científico, o principal objectivo era o correcto estudo da arte de navegar fazendo uso da matemática" (ALMEIDA, 2014, p. 79).

No decorrer dos materiais da obra *De Arte Atque Ratione Navigandi* é possível observar que o cosmógrafo-mor mobiliza conceitos relacionados a geometria, a cosmografia, a astrologia, mecânica, dentre outras matemáticas. A mecânica, por exemplo, é trabalhada quando Pedro Nunes passa a tratar sobre o movimento do barco a remo na Mecânica de Aristóteles[12].

Como já pontuado anteriormente, sabe-se que o propósito de Pedro Nunes no tratado *De Arte Atque Ratione Navigandi*, foi fazer uso das matemáticas para discutir especificamente questões contempladas na arte de navegar. Como exemplo, tem-se a discussão matemática que tece no sexto capítulo do segundo livro da referida obra, isso ao analisar a validade de alguns aparatos usados na navegação, a exemplo deles a balestilha. Além disso ele ainda propõe o instrumento jacente no plano e o anel náutico.

Esse trabalho de Pedro Nunes com os instrumentos náuticos, assim como outros esforços realizados no decorrer da *De Arte Atque Ratione Navigandi* possivelmente estiveram associados às suas obrigações como cosmógrafo-mor do reino. No "Regimento do Cosmógrafo mor" de 1592, o qual possivelmente contempla marcas de um outro regimento do período de Pedro Nunes, em particular da versão de 1559, é possível observar que as obrigações desse "funcionário" eram:

> 1.º) o encargo de submeter a exame os técnicos da marinha acima referidos; 2.°) a verificação de todas as cartas e instrumentos náuticos, que só podiam ser usados a bordo depois de devidamente aprovados (o texto prevê penas não só para os construtores que não estivessem oficialmente habilitados, mas também para os que, muito embora devidamente examinados e aprovados para a execução desses trabalhos, não submetessem as suas obras à aprovação do cosmógrafo); 3.º) a obrigação de reger um curso de matemática (melhor diríamos: de cosmografia e de astronomia elementares) para pilotos, a que também podiam concorrer ‹‹homens nobres››; este curso iniciava-se cada ano no dia 18 de Outubro, encerrando-se a 23 de Julho do ano imediato. (ALBUQUERQUE, 1972, p. 254).

No caso particular de Pedro Nunes, cabe destacar que "[...] seu talento e as suas ambições estavam muito para além das de um simples cosmógrafo e

[12] Para informações sobre o estudo de Pedro Nunes acerca do movimento do barco a remo, ver Leitão (2002): "*O comentário de Pedro Nunes à Navegação a Remos*".

preceptor de infantes" (LEITÃO, 2003, p. 79). Vale ressaltar que seus interesses foram acima de tudo teóricos, ao trabalhar com instrumentos sua intenção era os analisar como concepções teóricas e não os construir.

As fontes citadas por Pedro Nunes no decorrer da obra *De Arte Atque Ratione Navigandi* reforçam essa tese do apreço do lusitano por questões teóricas e matemáticas. Nesse tratado é possível observar, por exemplo, dezenas de menções aos *Elementos* de Euclides (o qual trata, sobretudo, questões de geometria), outras a Purbáquio (1423-1461), Regiomontanus (1436-1476) e Ptolomeu (relacionadas a temas da astronomia).

Considerações

Diante desse estudo preliminar, em que se buscou apresentar a descrição da obra *De Arte Atque Ratione Navigandi* foi possível observar que o documento tem incorporado uma gama de conhecimentos das matemáticas que circulavam no século XVI, que ele ilustra os interesses de Pedro Nunes, dentre outros elementos que estão explícitos e implícitos no tratado.

Como a obra *De Arte Atque Ratione Navigandi* incorpora algumas das matemáticas estudadas no século XVI, entende-se que seja válido realizar pesquisas no campo da história da matemática, em particular na história das ciências a partir dela. Nessa direção, pode-se, por exemplo, conduzir estudos entorno da elaboração, apropriação e transmissão do conhecimento.

Esse tratado também apresenta campo fértil para pesquisas entorno do cosmógrafo-mor Pedro Nunes, pois ele incorpora outros conhecimentos, aponta suas intenções no estudo de temas da navegação e ainda ilustra a forma de interpretação da realidade física por ele defendida.

Referências

ALBUQUERQUE, Luís de. **Curso de história da náutica.** Coimbra: Livraria Almeida, 1972.

ALMEIDA, Bruno José M. G. Pereira de. **A influência da obra de Pedro Nunes na náutica dos séculos XVI e XVII: um estudo de transmissão de conhecimento.** 2011. 595 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doutoramento em História e Filosofia das Ciências, Universidade de Lisboa Faculdade de Ciências Secção Autónoma de

História e Filosofia das Ciências, Lisboa, 2011. Disponível em: http://repositorio.ul.pt/handle/10451/6699. Acesso em: 12 jul. 2018.
CANAS, António José Duarte Costa. Apropriação de Pedro Nunes por João Baptista Lavanha. In: Encontro luso-brasileiro de história da matemática, 6., 2011, Minas Gerais. **Anais do 6º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática.** Rio Grande do Norte: Sbhmat, 2014. p. 45 - 70.
GODOY, Arilda Schmidt. Pesquisa Qualitativa Tipos Fundamentais. **Raje-revista de Administração de Empresas**, São Paulo, v. 35, n. 3, p.20-29,1995. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/rae/v35n3/a04v35n3.pdf. Acesso em: 15 maio 2018.
LEITÃO, Henrique. Anotações ao *De arte atque ratione nauigandi*. In ***Pedro Nunes. Obras*, vol. IV**, Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 2008, p. 515-794.
LEITÃO, Henrique. ***Ars* e *Ratio*: A Náutica e a Constituição da Ciência Moderna**, In: La ciencia y el mar. Valladolid: Los autores, p. 183-207, 2006.
LEITÃO, Henrique de Sousa. **O comentário de Pedro Nunes à Navegação a Remos**. Lisboa: Edições Culturais da Marinha, 2002.
LEITÃO, Henrique. Para uma biografia de Pedro Nunes: o surgimento de um matemático, 1502-1542. **Cadernos de Estudos Sefarditas**, Lisboa, v. 3, p.45-82, 2003. Disponível em: http://www.catedra-alberto-benveniste.org/_fich/15/HENRIQUE_LEITAO.pdf. Acesso em: 12 jul. 2018.
LEITÃO, Henrique. Pedro Nunes e a matemática do século XVI. **História da Ciência Luso-brasileira**: Coimbra entre Portugal e o Brasil, Coimbra, p.19-33, 2013.
NUNES, Pedro. Obras: ***De Arte Atque Ratione Navigandi***. vol. IV, Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2008.
NUNES, Pedro. ***Petri Nonii Salaciensis De Arte Atque Ratione Nauigandi Libri Duo. Eiusdem in theoricas Planetarum Georgij Purbachiij annotationes, & in Problema mechanicum Aristotelis de motu nauigij ex remis annotatio vna. Eiusdem De erratis Orontij Finoei Liber vnus. Eiusdem de Crepusculis lib. I. Cum libello Allacen de causis Crepusculorum***. - Conimbricae : in aedibus Antonij à Marijs, 1573. Disponível em: http://purl.pt/14448. Acesso em: 12 jul. 2018.
NUNES, Pedro. ***Petri Nonnii Salaciensis Opera, quae complectuntur, primum, duos libros in quorum priore tractantur pulcherrima problemata. In altero traduntur ex Mathematicis disciplinis regulae & instrumenta artis nauigandi, quibus uaria rerum Astronomicarum... circa coelestium corporum motus explorare possumus. Deinde, Annotationes in Aristotelis Problema Mechanicum de Motu nauigij ex remis: Postremo, Annotationes in Planetarum Theoricas Georgii Purbachii***.... - Basileae : ex Officina Henricpetrina, 1592.
OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares. **Sobre os conhecimentos geométricos incorporados na construção e no uso do instrumento jacente no plano de Pedro Nunes (1502-1578) na formação do professor de matemática.** 2019. 199 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2019.
QUEIRÓ, João Filipe. **‹‹Introdução››. In: Pedro Nunes, *Petri Nonii Salaciensis Opera*. *Reprodução fac-similada da edição publicada em Basileia em 1566***. Coimbra, Departamento de matemática da Faculdade de Ciências e tecnologia da Universidade de Coimbra, 2002.
SILVA, Luciano Pereira da. **A primeira edição dos tratados latinos sobre a arte de navegar, de Pedro Nunes**. *Obras Completas*, Vol. II, (Lisboa: Agência Geral das Colónias, 1945) 209-217. Originalmente em: *Anais das Bibliotecas e Arquivos*, 2 (1921) 98-101.
TEIXEIRA, Francisco Gomes. **História das Matemáticas em Portugal**. Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa, 1934.

UMA INVESTIGAÇÃO INICIAL ACERCA DO DESENVOLVIMENTO DO CÁLCULO VETORIAL NO BRASIL

Sabrina Helena Bonfim
UFMS
sabrina_helenabonfim@yahoo.com.br

Resumo

Esta investigação integra parte do pós-doutorado e busca dar continuidade a alguns apontamentos feitos durante a pesquisa de doutoramento da autora, dentre eles acerca da inserção da disciplina de Cálculo Vetorial no Brasil, tema da discussão inicial aqui proposta. Durante a realização da pesquisa de doutorado e coleta dos trabalhos (artigos e obras científicos) identificados como produzidos por Theodoro Augusto Ramos (1895-1935), foram encontrados dois trabalhos dedicados à temática de Cálculo Vetorial, sendo uma publicação em português (Calculo Vectorial,1927) e outra em francês (Leçons sur le calcul vectoriel,1930) por uma conceituada livraria francesa. Sabe-se que este texto em português é tido como um dos primeiros trabalhos sobre o assunto no país e investigamos a hipótese de que seja o primeiro, pois após este surgiram outros em diversas partes, representando grande inovação na área de Matemática no país. Concomitante a este fato, indagamos também sobre o surgimento da disciplina de Cálculo Vetorial em cursos de graduação no Brasil neste período a fim de estabelecer informações sobre seu início. Esta pesquisa tem o intuito de contribuir para futuros trabalhos e investigações acerca da temática proposta, no âmbito da História da Matemática inserido na Educação Matemática.

Palavras-chave: Cálculo vetorial. História da Matemática no Brasil. Theodoro Augusto Ramos.

A inserção da disciplina de Cálculo Vetorial no Brasil: preâmbulo

Sabe-se que o Brasil durante o período colonial possuiu uma cultura basicamente transplantada da Europa cujo desenvolvimento das ciências e, principalmente da Matemática, não acompanhou o movimento visto no velho continente e em países desenvolvidos da América do Norte como Estados Unidos, por exemplo. O século XVIII foi marcado como um momento onde prevaleceram lideranças de proprietários de terras ou fazendas e seus escravos. Com a mineração e o comércio sendo privilégio de poucos resultando a constituição, em meados deste século, de uma nova classe social: uma pequena burguesia. Esta, por sua vez, viria a ser a futura burguesia brasileira que enviaria seus filhos para estudarem na Europa, em particular na Universidade de Coimbra, em Portugal.

Quanto ao "ensino secundário no Brasil colônia, império e nos primeiros anos do período republicano foi deficiente, desorganizado e de baixa qualidade" (SILVA, 2003, p. 54). Do final do século XIX destacam-se movimentos como a queda do Império, a abolição da escravatura (1888), a implantação do governo republicano (1889), o surgimento da Escola Politécnica do Rio de Janeiro (1874), que no momento era a capital do país, a Escola Politécnica de São Paulo (1893), dentre outros. Com o surgimento das escolas politécnicas, com ensino voltado a população civil, nota-se que da segunda metade do século XIX e principalmente as duas primeiras décadas do século XX, "predominou no meio intelectual brasileiro, a partir das escolas superiores, a ideologia positivista de Augusto Comte, com preceitos que balizaram a filosofia, a política e a ciência no Brasil" (SILVA, 2003, p. 57).

Este foi o cenário sócio histórico em que se formou a elite intelectual brasileira, principalmente no eixo Rio de Janeiro – São Paulo no termino do século XIX. É no final deste século que se inicia a luta contra o positivismo no pais, sendo encabeçada por Otto de Alencar (1874-1912) e levada à frente no início do século seguinte por engenheiros, biólogos, matemáticos, dentre outros homens da ciência na época. A saber: Manuel Amoroso Costa (1885-1928), Theodoro Augusto Ramos (1895-1935), Lélio Gama (1892-1981), Oswaldo Cruz (1872-1917), Carlos Chagas (1879-1934), dentre outros.

Fatos como a fundação no Rio de Janeiro em 1916 da Sociedade Brasileira de Ciências (SBC), atual Academia Brasileira de Ciências, possibilitaram, por exemplo que o Brasil participasse pela primeira vez, "do Congresso Internacional de Matemáticos, o V Congresso, realizado em 1912, em Cambridge, na Inglaterra. Representou o Brasil o professor Eugênio de Barros Raja Gabaglia, docente da Escola Politécnica do Rio de Janeiro" (SILVA, 2003, p. 60).

A movimentação intelectual brasileira desta época culminou na necessidade da criação das Faculdades de Ciências e Letras, por exemplo a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo fundada em 1934 juntamente com a Universidade de São Paulo, englobando as tracionais Faculdade de Medicina e de Cirurgia do Estado de São Paulo, Faculdade de Direito de São Paulo e a Escola Politécnica de São Paulo, até então existentes. Também foram criadas universidades em outras partes do país como Rio de Janeiro e Paraná, por exemplo. De acordo com Silva:

> Dessa forma, nosso país não conseguiu passar do século XIX para o século XX com alguma tradição na área científica, nem mesmo com um sistema educacional universitário bem constituído e consolidado no qual houvesse a preocupação e a determinação de formarem recursos humanos qualificados, isto é, professores e pesquisadores científicos. [...] Só a partir de 1916, com a fundação da Sociedade Brasileira de Ciências, passou a emergir no eixo Rio de Janeiro-São Paulo, um segmento socialmente importante, que percebeu na atividade científica continuada um digno objetivo a ser perseguido. Relembramos que a primeira universidade fundada no Brasil como uma faculdade de ciências que associava o ensino cientifico à pesquisa básica foi a USP, em 1934. (SILVA, 2003, p. 78-79).

Assim, no Brasil iniciou-se nas escolas politécnicas brasileiras o que podemos chamar de princípios da pesquisa em Matemática. Baseadas no modelo da *École Polytechnique* de Paris, França, fundada no século XVIII e concebida sob a iniciativa de Gaspard Monge (1746-1818) e Fourcroy (1755-1809) no ano de 1795, este modelo, com grande prestígio nas ciências exatas, posteriormente também foi adotado por diversas Escolas Politécnicas ao redor do mundo, inclusive o Brasil. De acordo com Amadeo e Schubring (2015):

> A *École Polytechnique* (EP) foi fundada em 1794 [...]. Em um primeiro momento, sob o nome de *École Centrale des Travaux Publics* (Escola Central de Trabalhos Públicos e rebatizada, no ano seguinte, para *École Polytechnique*. O objetivo da nova instituição foi preparar engenheiros, civis e militares, com o propósito de favorecer o desenvolvimento econômico, independentemente de sua classe social – o que representa o ideal igualitário francês. Os investimentos governamentais e a administração da EP, num primeiro momento, favoreceram a escola a tornar-se rapidamente o maior polo de produção científica para a época. Essa combinação bem-sucedida resultou na concentração de matemáticos e físicos em uma única instituição como nunca antes. (AMADEO; SCHUBRING, 2015, p. 440).

Esta influência da Escola Politécnica francesa no Brasil foi reforçada por alguns programas. De acordo com FERREIRA (2005, p. 228):

> Se entre 1914 e 1920 o intercâmbio cultural com a França foi bastante reduzido, em virtude, sobretudo, da Primeira Guerra Mundial, os anos 1920 iriam recolocar na ordem do dia a influência francesa. Apoiado pelo Fond pour l'Expansion Universitaire et Scientifique de la France à l'Étranger, criado em 1912, e a partir de 1919 pelo Service d'Ceuvres à l'Étranger, George Dumas presidiu, em colaboração com autoridades de São Paulo e do Rio, a instalação do Institut Franco-Brésilien de Haute Culture no Rio (1922) e em São

> Paulo (1925). Foram iniciativas decisivas, pois foi precisamente por intermédio desses institutos e das estreitas relações que mantinham com a Universidade de Paris que o ensino superior francês, pouco a pouco, ganhou seu espaço no Brasil. No começo dos anos 1930, embora a França parecesse preparada para garantir sua influência no campo universitário brasileiro que então se estruturava, as dificuldades nas relações comerciais entre os dois países geraram entraves à efetivação desse projeto. A isso se somava o interesse de países como a Alemanha e a Itália em desempenhar um papel relevante nas novas universidades que estavam sendo criadas no Rio e em São Paulo. Nesse quadro, em que a tradicional hegemonia cultural francesa se via ameaçada, os franceses não mediram esforços para afastar seus competidores. (FERREIRA, 2005, p. 228).

Ficando ampliado assim, o contato entre Brasil e França, possibilitando também que Theodoro Augusto Ramos, então professor da Escola Politécnica de São Paulo, viajasse a França (1934) com a missão de engajar professores franceses para a recém-criada Universidade de São Paulo, em especial para a Faculdade de Filosofia Ciências e Letras da USP, criada no final de janeiro pelo interventor paulista Armando Sales. De acordo com Ferreira (2005), outro fato que merece devida atenção foram os efeitos das missões universitárias francesas, com suas numerosas publicações.

> [...] Também é importante esclarecer que não havia um canal exclusivo ou predominante para essa difusão. Cada um desses professores, de acordo com a sua rede de inserção na França, apresentava sua produção em diferentes revistas, como a Reviu Historique, Revue d'Histoire Moderne et Contemporaine e os Annales, e também em conferências, cursos e palestras. Por tudo isso, pode-se dizer que os integrantes dessas missões universitárias propiciaram uma verdadeira "redescoberta" do Brasil pela França nos anos 1930. Talvez essa tenha sido a sua mais importante contribuição para o Brasil. (FERREIRA, 2005, p. 243).

Corroborando com Amadeo e Schubring (2015):

> [...] As contribuições francesas do século XIX, incluindo o final do século XVIII, foram fundamentais para o desenvolvimento da matemática. A noção de rigor na matemática passava por profundas mudanças. Os paradigmas clássicos eram confrontados com as novas ferramentas provindas do método analítico. A difusão e aplicação do método analítico na geometria, na mecânica e no cálculo infinitesimal foi um passo fundamental para caracterizar muitas práticas matemáticas que temos hoje. (AMADEO; SCHUBRING, 2015, p. 435).

Em Bonfim (2013), por exemplo, em que analisamos a tese de doutoramento de Theodoro Augusto Ramos, defendida na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, observa-se que Theodoro aponta os elementos da análise de Cauchy. Também veremos mais adiante a publicação de um livro deste brasileiro sobre cálculo vetorial no ano de 1927 no Brasil e, em 1930 em Paris, fruto deste “intercâmbio”.

O Brasil “formalizou” por assim ser, seu ensino superior com as Escolas Politécnicas baseado no ideário francês. De acordo com Pardal (1986) e Telles (1994), no Brasil registra-se como data formal de início dos cursos de engenharia a data de 17 de dezembro de 1792, com a criação da Real Academia e Artilharia, Fortificação e Desenho, na cidade do Rio de Janeiro. Segundo Oliveira (2005, p. 4):

> A Escola de Minas de Ouro Preto, a única fundada durante o Império, é a segunda escola de engenharia do Brasil. A sua fundação foi “uma decisão política do Imperador D. Pedro II”, que contratou em 1874, por indicação do cientista francês Auguste Daubrée, o engenheiro francês Claude Henri Gorceix (1842-1919), então com 32 anos de idade, para organizar o ensino de gealogia e mineralogia no Brasil. Após a proclamação da República em 1889, foram fundadas, ainda no século XIX, mais cinco escolas de engenharia. Novas escolas só seriam fundadas entre 1910 e 1914 (início da Primeira Guerra Mundial), registrando-se mais cinco [...], sendo três em Minas Gerais. Com isso, um terço das escolas existentes até então no Brasil estava em Minas Gerais. (OLIVEIRA, 2005, p. 4).

Deste modo, corroborando com Oliveira (2005), no Brasil as primeiras escolas com esta denominação, anteriores a criação da Escola Politécnica de São Paulo datada de 24 de agosto de 1893, foram: Real Academia (Rio de Janeiro/RJ, 1792) e Escola de Minas (Ouro Preto/ MG, 1876). Posteriores estão a criação da Escola de Engenharia de Pernambuco (Recife/PE, 1895), Escola de Engenharia Mackenzie (São Paulo/SP, 1896), Escola de Engenharia de Porto Alegre (Porto Alegre/RS, 1896), Escola Politécnica da Bahia (Salvador/BA, 1897), Escola Livre de Engenharia (Belo Horizonte/MG, 1911), Faculdade de Engenharia do Paraná (Curitiba/PR, 1912), Escola Politécnica de Pernambuco (Recife/PE, 1912), Instituto Eletrotécnico de Itajubá (Itajubá/MG, 1913) e Escola de Engenharia de Juiz de Fora (Juiz de Fora/MG, 1914). Estes são os cursos de Engenharia no Brasil até início do séc. XX.

É na Escola Politécnica de São Paulo que se encontra o *lócus* desta pesquisa. Durante a realização da investigação de doutorado da autora intitulada *Um estudo histórico-matemático acerca da tese de doutoramento de*

Theodoro Augusto Ramos (1895-1935) e a coleta dos trabalhos identificados como produzidos por este autor (artigos e obras científicos) foram encontrados dois trabalhos dedicados a temática de Cálculo Vetorial. Uma publicação em português (Calculo Vectorial. São Paulo: Typographia Brasil de Rothschild, 1927), assim como uma outra em francês (Leçons sur le calcul vectoriel. Paris: Librarie Scientifique Albert Blanchard, 1930).

Em uma entrevista publicada em 1937 e organizada por Fernando de Azevedo (1894-1974) e intitulada *A Educação Pública em S. Paulo. Problemas e discussões. Inquérito para O Estado de S. Paulo em 192*6, o professor Theodoro nos instiga acerca de uma nova disciplina de Cálculo Vetorial a ser então ensinada na Escola Politécnica de São Paulo, conforme podemos observar no excerto a seguir:

> Questão3: Podia apresentar-nos os principais erros desta última reforma federal (decreto 17.782-A, de 13 de janeiro de 1925), relativamente ao ensino secundário e a organização dos cursos profissionais superiores (médico, jurídico, politécnico, etc.), na especialidade de que tem maior conhecimento? R3: Relativamente ao ensino secundário, penso que as reformas federais ultimamente decretadas deveriam ter cogitado mais dos métodos de instrução e de educação do que propriamente da distribuição e do conteúdo dos programas, e do processo de exames. No que diz respeito a reforma federal de 13 de janeiro de 1925 adotou uma orientação, a meu ver, francamente condenável. Sob a alegação de que apenas uma porcentagem de 15% dos alunos matriculados no 1° ano consegue completar o curso no período de 5 anos, estabeleceu a reforma um curso de 6 anos, conservando, porém, a mesma organização defeituosa, o mesmo acúmulo de materiais, nos primeiros anos letivos [...] Na recente reforma (estadual) da Escola Politécnica de São Paulo, o ensino politécnico básico foi organizado de acordo com esta sana orientação. O ensino da Física, nesta Escola, abrange as duas cadeiras distribuídas em dois anos letivos. Precedendo o ensino da Mecânica Racional e de grande parte da Física (Ótica, Calor e Eletricidade), estabeleceu a mesma Escola o estudo de duas cadeiras de Matemática Superior: a nova cadeira de Geometria e Cálculo Vetorial e a cadeira de Cálculo Diferencial e Integral. Foi também criado o curso de Nomografia. É a primeira vez, no Brasil, que em uma escola superior, se leciona o Cálculo Vetorial e a Nomografia, disciplinas cujo estudo se faz correntemente nos países europeus. (RAMOS, 1926, p. 403- 405).

Do último parágrafo surgiram as inquietações tratadas nesta investigação, ou seja, averiguar os dados apresentados na entrevista de Theodoro examinando a possibilidade da disciplina de Cálculo Vetorial ter sido inserida pela primeira vez no Brasil na Escola Politécnica de São Paulo, bem como as demais informações pertinentes a temática. Esperamos assim contribuir para as investigações relacionadas a área.

A pesquisa: arquivo, fontes e os primeiros dados

Levando em conta a entrevista de Theodoro e a data de seu falecimento, estimou-se a princípio o período que se estende de 1918 a 1936 para realizar a investigação nos arquivos, inicialmente no Arquivo Histórico da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Os limitadores de referem respectivamente, ao ano que Theodoro começou a lecionar na referida Escola e ao ano posterior ao seu falecimento ocorrido no primeiro semestre de 1935. Estes dados possibilitariam localizar no espaço-tempo o nosso "objeto de estudo" e realizar a posterior contextualização da pesquisa.

No período estudado (1918 a 1936) os documentos encontrados no referido arquivo organizam-se da seguinte forma: De 1918 a 1931 não há anuários da Escola Politécnica. Utilizei os Regulamentos para os anos de: 1918, 1926, 1931 e 1935. Observa-se que para o ano de 1935 existe o Anuário da Escola Politécnica e também existe o Regulamento. Foram utilizados os Anuários da Escola Politécnica para os anos de 1932, 1933, 1934, 1935 e 1936. Este último encontra-se bastante sucinto se comparado aos anos anteriores. Sendo assim, utilizei também o Anuário da Universidade de São Paulo para este ano afim de completar as informações. De 1918 a 1931 não há Anuários da Escola Politécnica no Arquivo consultado.

Para os anos que não temos Anuários o arquivo disponibiliza o seguinte documento explicativo:

> [...] No ano de 1900, sete anos após a sua fundação, a Escola Politécnica de São Paulo, a semelhança de sua congênere de Paris, iniciou a publicação do seu Anuário, cuja finalidade precípua era a de relatar fatos e informações sobre tudo o que concernia à sua vida intima e pública. Até 1947, último exemplar publicado, ainda o Anuário continuava a ter aquela mesma finalidade e orientação. Obedecendo, como acima ficou esclarecido, ao plano geral do Anuário da Escola Politécnica de Paris, com algumas modificações, o volume de 1900 foi dividido em diversas secções, contendo: Calendários – Noticia sobre a Escola, seus Laboratórios, Oficinas e dependências – [...][13] essenciais do Regulamento e Regimento em

[13] Não foi possível realizar a leitura deste trecho no documento original.

> vigor – Quadro pessoal, Horário dos Cursos e trabalhos – Quadro dos alunos matriculados, dos que completaram os cursos e resultados dos exames feitos no ano letivo de 1898-1899 – Seção científica e bibliográfica, contendo trabalhos de lentes da Escola e notícia sobre as últimas publicações sobre engenharia e ciências – Secção histórica contendo notas biográficas sobre lentes e a notícia da inauguração da Escola, a 15 de fevereiro de 1894 – Finalmente, o registro dos donativos que à Escola foram feitos. O intuito, pois, do Anuário é, como se vê do sumário acima apresentado, criar um registro da vida da Escola Politécnica que anualmente dê, a quem interessar, uma notícia circunstanciada do seu mecanismo de funcionamento, do seu progresso e desenvolvimento. Muitas das secções assinaladas neste primeiro volume, desaparecem nos subsequentes, outras novas foram criadas e algumas permanecerão, por serem imprescindíveis. A primeira comissão de redação foi constituída dos Exmos. Srs. Professores Drs. Antônio Francisco de Paula Souza, Manuel Ferreira Garcia Redondo e Arthur Thiré. O volume de 1900 intitulou-se "Annuario da Escola Polytechnica de São Paulo para o anno de 1900" [...]. "Anuário 1947" encimada pelos dizeres relativos à Universidade e a Escola. Por motivos de irregularidades na publicação, os Anuários agrupam-se em 3 (três) períodos, dos quais o segundo constitui a 2ª serie, como segue: 1° período – De 1900 a 1912, 2ª série- De 1932 a 1938, 3° período – De 1946 a 1947. O exemplar de 1946, o penúltimo publicado, foi em parte dedicado ao cinquentenário da Escola Politécnica que se deu na data auspiciosa de 15 de fevereiro de 1944, e que naquela época foi condignamente comemorado por uma série de solenidades de caráter cultural. Concluindo, reproduzimos uma parte do prefácio do exemplar acima referido e que melhor que a exposição feita, diz a finalidade desta publicação: "Repositório dos faustos desta Escola e arquivo precioso da sua história, cujos detalhes ia fixando com as minúcias que só a oportunidade do registro permitia, a coleção desses Anuários, que agasalhavam também em suas colunas, as colaborações técnicas e cientificas do corpo docente constitui ainda sob esse prisma importantíssimo da vida da instituição, o espelho da atividade e uma fonte de preciosas informações biográficas de mestres e alunos – manancial perene de admiração e de saudades". (O POLITÉCNICO, 1956, p. 7).

Assim, levando em consideração a entrevista do prof. Theodoro A. Ramos, a suspeita de ter se iniciado com ele o curso de Cálculo Vetorial e na Escola Politécnica de São Paulo, iniciei a pesquisa pelos anuários de 1918 (que marcam sua entrada nesta Escola) e finalizei com os de 1936 (visto que o mesmo faleceu em 1935), como mencionado anteriormente. Um recorte para um teste inicial de verificação. O regulamento utilizado encontra-se mencionado nas referências e dividido conforme pontuo a seguir. Assim sendo, as análises dos anuários e regulamentos nos permitiram a seguinte conclusão:

Para o ano de 1918 consultou-se o *Regulamento aprovado pelo decreto n. 2.931 de 12 de junho de 1918*. Este regulamentou o ensino na Escola Politecnica. Não apareceu a disciplina de Cálculo Vetorial.

De 1919 a 1925, não há anuários da Escola Politécnica no referido Acervo.

Para o ano de 1926, analisamos o *Regulamento da Escola Polytechnica de São Paulo*. Aparece pela primeira vez a palavra *vetores*. Encontra-se inserida no Curso Geral do primeiro ano, 1ª cadeira: Vectores. Geometria Analítica, Geometria Projetiva e suas aplicações à Nomografia.

De 1927 a 1930 não há regulamentos. Esteve em vigor o regulamento de 1926.

Para o ano de 1931, no *Regulamento da Escola Polytechnica do Estado de São Paulo*. Aparece a cadeira número 2: Geometria analítica e projetiva. Nomografia. Cálculo Vetorial.

Para o ano de 1932 consultou-se o *Annuario da Escola Polytechnica de São Paulo para o anno de 1932*. Theodoro Augusto Ramos aparece como membro do corpo docente com a seguinte descrição: “Lente substituto da 1ª secção (Regulamento de 1918). Lente catedrático da cadeira de Vetores, Geometria Analítica. Geometria projetiva e suas aplicações a Nomografia. Atualmente professor da cadeira n° 2, Geometria Analítica e projetiva, Nomografia, Calculo Vetorial. Residência: Rua Augusta n° 529. Telefone, 7-1009” (p. 17). Theodoro também aparece como “[...] nomeado vice-diretor, não tomou posse, desistindo da respectiva nomeação” (p. 27).

Assim, para o ano de 1932, a Escola Politécnica de São Paulo, conferiu por seu regulamento os títulos de: Engenheiros Civis, Engenheiros Arquitetos, Engenheiros Eletricistas e Engenheiros Químicos. Estes cursos são feitos, cada um, em cinco anos de estudos e dependem de aprovação no Curso Preliminar.

Para este ano esteve em vigor o Regulamento estabelecido em 1931. Lembrando que este estabelecia as cadeiras: cadeira n° 1 (Geometria Descritiva. Perspectiva. Aplicações Técnicas), cadeira n° 2 (Geometria analítica e projetiva. Nomografia. Cálculo Vetorial), cadeira n° 3 (Calculo diferencial e integral) como três das 30 cadeiras ofertadas. Mantendo estas três primeiras como obrigatórias nos cursos de engenheiros civis, engenheiros arquitetos e engenheiros eletricistas. Nos demais cursos (Engenheiros Químicos) estas cadeiras não eram lecionadas.

Para o ano de 1933, acessou-se o *Annuario da Escola Polytechnica de São Paulo para o anno de 1933* em que basicamente repete o Anuário de 1932. Theodoro Augusto Ramos aparece na página 17 como membro do corpo docente com a seguinte descrição: “Lente substituto da 1ª secção (Regulamento de 1918). Lente catedrático da cadeira de Vetores, Geometria Analítica. Geometria projetiva e suas aplicações a Nomografia. Atualmente professor da cadeira n° 2, Mecânica racional precedida de Calculo Vetorial. Residência: Rua Augusta n° 529. Telefone, 7-1009. ”

Consta neste Anuário o programa da cadeira n° 2, todavia, de modo geral este arquivo não possui os programas das disciplinas.

Para 1934, o *Annuario da Escola Polytechnica para o anno de 1934* aponta Theodoro Augusto Ramos como membro do corpo docente mantendo a cadeira lecionada no ano anterior. É apresentado o programa desta cadeira no Anuário que inclui o item: *16- Integrais das funções escalares e vetoriais de ponto, estendidas a uma região do espaço.* Item novo em relação ao anuário anterior.

Para 1935, identificou-se o *Annuario da Escola Polytechnica para o anno de 1935* e o Regulamento estabelecido pelo Decreto n° 7.071 de 6 de abril de 1935, ou seja, para este ano temos um Regulamento e um Anuário. Theodoro Augusto Ramos aparece como membro do corpo docente com a seguinte descrição: “Lente substituto da 1ª secção (Regulamento de 1918). Lente catedrático da cadeira de Vetores, Geometria Analítica. Geometria projetiva e suas aplicações a Nomografia. Atualmente professor da cadeira n° 2, Mecânica racional e Calculo Vetorial. Residência: Rua Augusta n° 529. Telefone, 7-1009”.

Finalizando, em 1936 temos *Annuario da Escola Polytechnica da Universidade de São Paulo para o anno de 1936* em que Theodoro Augusto Ramos não aparece como membro do corpo docente devido ao seu falecimento. De modo geral, as cadeiras 1, 2 e 3 distribuem-se pelos Cursos como explicado anteriormente nos Anuários de 1934 e 1935, mantendo Cálculo Vetorial aos engenheiros. Neste anuário da Escola Politécnica para o ano de 1936, aparece na página 12, que se referia aos membros do corpo docente, o professor Paulo Araujo Corrêa de Brito como Assistente da cadeira n° 3 "Cálculo Vetorial. Mecânica Racional", antes lecionada por Theodoro. A posse aconteceu no dia 23 de julho de 1935.

Complementando as informações referentes ao ano de 1936, no *Anuário da Universidade de São Paulo* (Publicação da reitoria 1934-1935) aparecem os dados históricos desta Escola (fotos), dentre outros e termina com a nota de falecimento do professor Theodoro Augusto Ramos. Escreve:

> A 5 de dezembro de 1935 faleceu, na Capital Federal, o dr. Theodoro Augusto Ramos, professor catedrático de "Cálculo Vetorial. Mecânica Racional", desta Escola. Lente substituto da 1ª secção por concurso realizado em março de 1919, passou em 1926 a professor da cadeira "Vetores, Geometria Analítica, Geometria Projetiva e suas aplicações a Nomografia", que foi a primeira cadeira de Cálculo Vetorial em escolas de engenharia no Brasil, e mais tarde, pelo Regulamento de 1931, tomou a regência da cadeira "Cálculo Vetorial. Mecânica Racional". A extraordinária projeção, que o seu talento e a sua cultura souberam imprimir a cátedra, assim como as suas brilhantes qualidades de educador, manifestadas em particular na criação e organização da Universidade de São Paulo, são do conhecimento de todos. Figura de raro destaque, "primus inter pares" dos matemáticos de nosso país, era o dr. Theodoro Ramos um vulto inconfundível em nosso meio científico, e o seu desaparecimento, em plena maturidade, é uma perda irreparável para a Escola Politécnica e para a Universidade de São Paulo. F. E. da Fonseca Telles, Diretor. (ANUÁRIO DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, 1936, p. 463).

Deste modo, pode-se afirmar que a disciplina de Cálculo Vetorial foi inserida no Brasil pela primeira vez nos cursos de Engenharia da Escola Politécnica de São Paulo no ano de 1926. O responsável foi o professor Dr. Theodoro Augusto Ramos, primeiro lente da cadeira e escritor dos dois primeiros trabalhos acerca da temática no Brasil: Calculo vectorial. São Paulo: Typographia Brasil de Rothschild, 1927, e Leçons sur le calcul vectoriel. Paris: Librarie Scientifique Albert Blanchard, 1930.

Considerações finais

Este recorte inicial da pesquisa intentou retratar a introdução do cálculo vetorial no Brasil, importante ramo da Matemática com aplicações especialmente na Física, tais como local, ano e responsável por sua introdução no país.

Destacamos também as duas publicações feitas pelo brasileiro Theodoro Augusto Ramos advindos da inserção da disciplina de *Vetores* ministrado pelo mesmo nos cursos de engenharia da Escola Politécnica de São Paulo, a partir do ano de 1926. Ano este que marca oficialmente a introdução deste moderno conceito matemático no país.

Podemos assim concluir que o cálculo vetorial foi introduzido nas universidades brasileiras no ano de 1926, nos cursos de Engenharia da Escola Politécnica de São Paulo e teve como primeiro professor o engenheiro-matemático Theodoro Augusto Ramos, autor também dos primeiros dois livros referentes a temática no Brasil.

Theodoro e suas lições de cálculo vetorial marcaram o início de uma geração de pesquisadores e interessados pela temática no país, incluindo a primeira mulher a publicar texto na área. Seguido de sua publicação datada de 1927 temos: Polli Coelho (*Primeiras Lições de Cálculo Vectorial*, 1934), Monteiro de Camargo (*Cálculo Vectorial*, 1946) e Marília Chaves Peixoto (*Cálculo Vetorial*, 1964), perfazendo assim as bases do cálculo vetorial na primeira metade do século XX no país.

Referências

AMADEO, M.; SCHUBRING, G. A École Polytechnique de Paris: mitos, fontes e fatos. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 29, n. 52, p. 435-451, ago. 2015.

Annuario da Escola Polytechnica de São Paulo para o anno de 1932. São Paulo, Escolas Profissionaes do Lyceu Coração de Jesus, 1932.

Annuario da Escola Polytechnica de São Paulo para o anno de 1933. São Paulo, Escolas profissionaes do Lyceu Coração de Jesus, 1933.

Annuario da Escola Polytechnica para o anno de 1934. São Paulo, Escolas Profissionaes Salesianas, 1934.

Annuario da Escola Polytechnica para o anno de 1935. São Paulo, Escolas Profissionaes Salesianas, 1935.

Annuario da Escola Polytechnica da Universidade de São Paulo para o anno de 1936. São Paulo, Escolas Profissionaes Salesianas, 1935.

Anuário da Universidade de São Paulo. Publicação da Reitoria: 1934-1935. Edição Oficial. São Paulo, Imprensa Oficial do Estado, 1936.

“Anuários da Escola”. **O Politécnico.** São Paulo, Escola Politécnica da USP, fevereiro-março, 1956, p. 7.

BONFIM, S. H. **Theodoro Augusto Ramos: um estudo comentado de sua tese de doutoramento.** 2013. 124f. Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2013.
BONFIM, S. H. Theodoro Augusto Ramos (1895-1935): Uma biografia. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 14, n. 29, p. 59-81.
CAMARGO, O. M. **Cálculo Vectorial.** Curso da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo: Editora Renascença S. A, 1946.
COELHO, D. P. **Primeiras Lições de Cálculo Vectorial.** Rio de Janeiro: Typografia do Jornal do Commercio Rodrigues & Cia, 1934.
FERREIRA, M. de M. Os professores franceses e a redescoberta do Brasil. **Revista Brasileira**, Rio de Janeiro, ano XI, n°43, p. 227-246, abr./ maio/ jun., 2005.
OLIVEIRA, V. F. Crescimento, evolução e o futuro dos cursos de engenharia. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 24, n. 2, p. 3-12, 2005.
PARDAL P. **140 anos de doutorado e 75 de livre docência no Ensino de Engenharia no Brasil.** Rio de Janeiro, Escola de Engenharia – UFRJ, 1986.
PEIXOTO, M. C. **Cálculo Vetorial.** Rio de Janeiro: Escola Nacional de Engenharia, 1964.
RAMOS, T. A**.** A questão apreciada pelo Dr. Theodoro Ramos. In: AZEVEDO, F. de. **A Educação Pública em São Paulo. Problemas e Discussões. Inquérito para "O Estado de S. Paulo", em 1926.** São Paulo, Rio de Janeiro, Recife: Companhia Editora Nacional, 1937, p. 400-410.
RAMOS T. A. **Calculo vectorial.** São Paulo: Typographia Brasil de Rothschild, 1927.
RAMOS T. A. **Leçons sur le calcul vectoriel.** Paris: Librarie Scientifique Albert Blanchard, 1930.
Regulamentos da Escola Polytechnica de São Paulo de 1897 a 1935. São Paulo: Typographia do Diario Official, 1897.
SILVA, C. P. da A **Matemática no Brasil. História de seu Desenvolvimento.** São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 2003.
TELLES P. C. S. **História da Engenharia no Brasil: Séculos XVI a XIX.** Rio de Janeiro, Clavero, 1994.
TELLES P. C. S. **História da Engenharia no Brasil: Século XX.** Rio de Janeiro, Clavero, 1994.

FOTOS DO 8º ELBHM

8º ENCONTRO LUSO-BRASILEIRO DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

13 A 16 DE AGOSTO DE 2018

FOZ DO IGUAÇU – PARANÁ – BRASIL

Seleção e edição das imagens:

Antonio Rodrigues Junior e Marcelo Botura Sousa


8º Encontro
Luso-Brasileiro
de
História da Matemática
PTI




8º Encontro
Luso-Brasileiro
de
História da Matemática







IGUAÇU

NEW YORK CITY

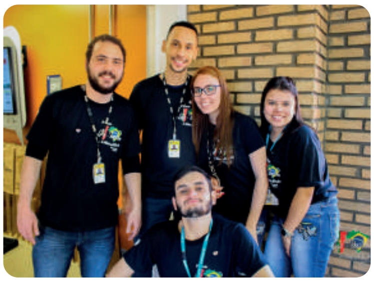


8º Encontro
Luso-Brasileiro
de
História da Matemática

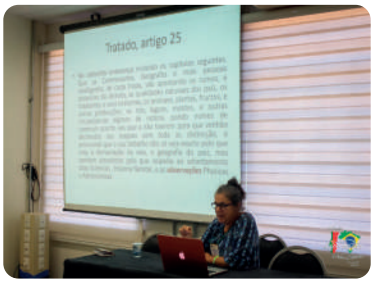





PTI

8º Encontro






Tratado, artigo 25

Muito Obrigado!

IGUAÇU


PTI
ITAIPU

Foz do
IGUAÇU

Luso-Brasileiro
de



8º Encontro








8º Encontro
Luso-Brasileiro
de

8º Encontro
Luso-Brasileiro
de
História da Matemática

8º Encontro
Luso-Brasileiro
de
História da Matemática



8º Encontro
Luso-Brasileiro
de
História da Matemática








8º Encon
Luso-




ue Tecnológico




PTI
ITAIPU
BINACIONAL

REFORMA ADMINISTRATIVA DO TERRITÓRIO
PARA OS MATEMÁTICOS
















8° Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática
No esclarecimento deste quinau
intervieram os Professores:
JAC e João Ângelo Brunelli

O "MÉTODO" E A MATEMÁTICA


A título de conclusão ...



PTI
ITAIPU


8º Encontro


8º Encontro


IBECC – Instituto
Ciência e Cultura


A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA OBRA DE IMRE LAKATOS
Henrique Marins de Carvalho
IFSP – campus São Paulo
hmarins@ifsp.edu.br
hmarins@yahoo.com

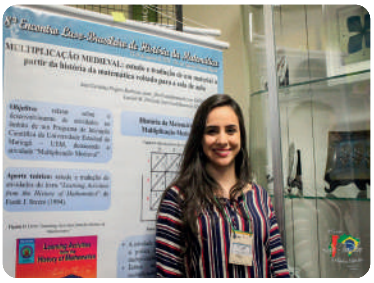

8º Encontro
Luso-Brasileiro
de
História da Matemática

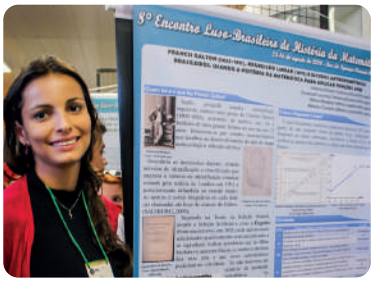

8º Encontro
Luso-Brasileiro
de

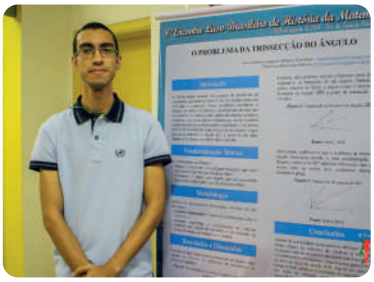

8º Encontro
de


8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática
UMA ANÁLISE A PARTIR DOS TRABALHOS DO 6º ENCONTRO LUSO-BRASILEIRO DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA


8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática
ASPECTOS HISTÓRICOS DAS GEOMETRIAS EUCLIDIANA E ESFÉRICA E SEUS ESTUDOS NO ENSINO MÉDIO


8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática

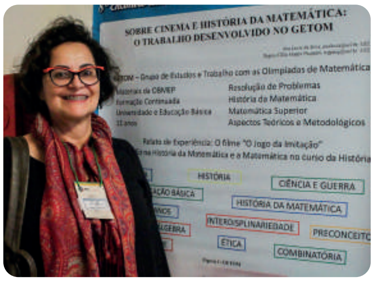

8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática

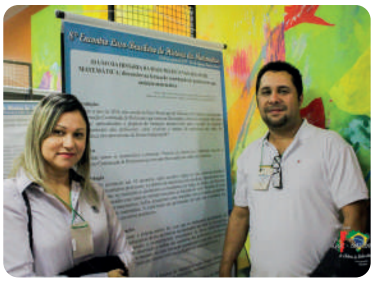

8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática
O PROBLEMA DA TRISSECÇÃO DO ÂNGULO


8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática
SISTEMA DE NUMERAÇÃO BABILÔNICO E JOGOS NO AUXÍLIO AO ENSINO DO SISTEMA DECIMAL


8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática


8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática
UM ESTUDO SOBRE PROBLEMAS DE ÁLGEBRA GEOMÉTRICA DOS ELEMENTOS DE EUCLIDES


SOBRE CINEMA E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA:
O TRABALHO DESENVOLVIDO NO GETOM
Resolução de Problemas
História da Matemática
Matemática Superior
Aspectos Teóricos e Metodológicos
HISTÓRIA
CIÊNCIA E GUERRA
HISTÓRIA DA MATEMÁTICA
INTERDISPLINARIEDADE
PRECONCEITO
ÉTICA
COMBINATÓRIA





RELATIVIDADE DO MOVIMENTO E UMA CAUSA PERSISTENTE DE "REVOLUÇÕES CIENTÍFICAS"

MALBA TAHAN:
RELAÇÕES ENTRE HISTÓRIA E O ENSINO
Malba Tahan
Os Números Governam o Mundo

8º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática
ABORDAGENS HISTÓRICAS E A EQUIVALÊNCIA DE ESTÍMULOS CONTRIBUINDO PARA O ENSINO DE ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE NOS ANOS FINAIS
INTRODUÇÃO
RESULTADOS PARCIAIS
OBJETIVOS
CONCLUSÕES
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS



PTI
Parque Tecnológico Itaipu

Itaipu




WE BASS





8º Encontro

Encontro
LUSO-BRASILEIRO
DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA
25 anos
8º Encontro
Luso-Brasileiro
de
História da Matemática


Encontro
LUSO - BRASILEIRO
DA MATEMÁTICA
8º Encontro
Luso-Brasileiro
de
História da Matemática

8º Encontro
Luso-Brasileiro
de

8º Encontro
de
Matemática


8º Encontro










ITAIPU


ÍNDICE REMISSIVO