

EDELWEISS BENEZ BRANDAO PELHO

**INTRODUÇÃO AO CONCEITO DE FUNÇÃO:
A IMPORTÂNCIA DA COMPREENSÃO DAS VARIÁVEIS**

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**PUC/SP
São Paulo
2003**

EDELWEISS BENEZ BRANDAO PELHO

**INTRODUÇÃO AO CONCEITO DE FUNÇÃO:
A IMPORTÂNCIA DA COMPREENSÃO DAS VARIÁVEIS**

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação do Prof. Dr. Benedito Antonio da Silva.*

PUC/SP
São Paulo
2003

ATIVIDADES DO GRUPO 1:

Uso do software Cabri-Géomètre

Atividade 1

- a) Abra o Arquivo 1 no software Cabri – Géomètre.
b) Movimente o ponto A e compare a variação de A e de B.

Resp.

- c) Se deslocar o ponto A para a região do eixo correspondente a valores negativos de x, o que acontece com B?

Resp.

- d) Indicando a abscissa de A por x e a ordenada de B por y, movimente o cursor para completar a seguinte tabela:

x	1,2			-1,2			
y			-10			9,6	

- e) Que relação existe entre os valores de x e y ?

Resp.

- f) Encontre uma expressão algébrica que relacione x e y.

Resp.

- g) Anote algumas coordenadas do ponto P e verifique a relação existente entre elas e expresse-a algébricamente.

Resp.

- h) Compare a relação que existe entre as coordenadas de P com as de A e B.

Resp.

- i) Marque o rastro do ponto P no plano xoy.

- j) Marque dois pontos distintos do rastro e trace a reta que passa por eles.

- k) Todos os pontos do rastro pertencem a essa reta? Todos pontos da reta pertencem ao rastro?

Resp:

Atividade 2

a) Abra o Arquivo 2 no software Cabri – Géomètre.

b) Movimente o ponto A e compare a variação de A e de B.

Resp.

c) Se deslocar o ponto A para a região do eixo correspondente a valores negativos de x, o que acontece com B?

Resp.

d) Indicando a abscissa de A por x e a ordenada de B por y, movimente o cursor para completar a seguinte tabela:

X	1,2			-1,2			
Y			-10			9,6	

e) Que relação existe entre os valores de x e y ?

Resp.

f) Encontre uma expressão algébrica que relacione x e y.

Resp.

g) Anote algumas coordenadas do ponto P e verifique a relação existente entre elas e expresse-a algébricamente.

Resp.

h) Compare a relação que existe entre as coordenadas de P com as de A e B.

Resp.

i) Marque o “rastro” do ponto P no plano xoy.

j) Marque dois pontos distintos do “rastro e trace a reta que passa por eles.

k) Todos os pontos do rastro pertencem a essa reta? Todos pontos da reta pertencem ao rastro?

Resp:

l) Comparando o gráfico construído nesta parte com o anterior, observamos que existe uma diferença em relação à inclinação das retas. Por que você acha que ocorreu esta mudança?

Resp.

Atividade 3

a) Abra o Arquivo 3 no software Cabri – Géomètre.

b) Movimente o ponto A e compare a variação de A e de B.

Resp.

c) Se deslocar o ponto A para a região do eixo correspondente a valores negativos de x, o que acontece com B?

Resp.

d) Indicando a abscissa de A por x e a ordenada de B por y, movimente o cursor para completar a seguinte tabela:

X	1,2			-1,2			
Y			-10			9,6	

e) Que relação existe entre os valores de x e y ?

Resp.

f) Encontre uma expressão algébrica que relacione x e y.

Resp.

g) Anote algumas coordenadas do ponto P e verifique a relação existente entre elas e expresse-a algebricamente.

Resp.

h) Compare a relação que existe entre as coordenadas de P com as de A e B.

Resp.

i) Marque o “rastro” do ponto P no plano xoy.

j) Marque dois pontos distintos do “rastro” e trace a reta que passa por eles.

k) Todos os pontos do “rastro” pertencem a essa reta? Todos pontos da reta pertencem ao rastro?

Resp:

l) Comparando o gráfico construído nesta parte com o anterior, observamos que existe uma diferença em relação à inclinação das retas. Por que você acha que ocorreu esta mudança?

Resp.

Atividade 4

f) Abra o arquivo 4, movimente o ponto A e compare a variação entre A e B.

Resp.

g) Se deslocar o ponto A para a região do eixo correspondente a valores negativos de x, o que acontece com B?

Resp.

h) Indicando a abscissa de A por x e a ordenada de B por y, movimente o cursor e complete a tabela:

x		-1		2			
y			-9			9	

i) Existe algum valor de x que corresponde a valores negativos de y?

Resp:

j) Encontre uma expressão algébrica que relaciona os valores de x e de y.

Resp.

f) Anote algumas coordenadas de P e expresse algébricamente a relação entre elas.

Resp.

i) Que relação que existe entre as coordenadas de P e as de A e B?

Resp.

j) Marque o “rasto” de P no plano xoy.

i) Se marcarmos dois pontos distintos quaisquer do “rasto”, e traçarmos a reta que os une, os pontos desta reta coincidirão com os pontos do rasto?

Resp.

j) Compare o gráfico desta atividade com os das atividades anteriores e analise as diferenças entre eles. Por que você acha que ocorreram estas diferenças?

Resp.

Atividade 5

a) Abra o arquivo 5, movimente o ponto A e compare a variação entre A e B.

Resp.

b) Se deslocar o ponto A para a região do eixo correspondente a valores negativos de x, o que acontece com B?

Resp.

c) Indicando a abscissa de A por x e a ordenada de B por y, movimente o cursor e complete a tabela:

x		-1		2			
y			-9			9	

d) Existe algum valor de x que corresponde a valores positivos de y?

Resp.

e) Encontre uma expressão algébrica que relaciona os valores de x e de y.

Resp.

f) Anote algumas coordenadas de P e expresse algébricamente a relação que existe entre elas.

Resp.

g) Que relação que existe entre as coordenadas de P e as de A e B?

Resp.

h) Marque o “rasto” de P no plano xoy.

i) Compare o gráfico desta atividade com o da atividade 4 e analise a diferença entre eles. Por que você acha que ocorreu esta diferença?

ATIVIDADES DO GRUPO 2:

Atividade 1

“Uma casa com diversos cômodos foi construída sob um novo conceito arquitetônico: cada cômodo da casa é quadrado, possuindo tamanhos diferentes. O proprietário resolveu colocar cerâmica em todos os cômodos e rodapé feito com tiras de madeira.”

a) Se um quarto mede 4m de lado, qual o comprimento do rodapé deste cômodo?

Resp:

b) Se na sala foram utilizados 54m de rodapé, quanto mede cada lado desta sala?

Resp:

c) A tabela a seguir relaciona o valor da medida do lado com a medida de rodapé necessária para cada cômodo. Complete-a.

Medida do lado do cômodo	Comprimento do rodapé
L	R
2	
3	
4	
	20
7,3	
8,5	
10	
	41,2
11	

d) Para cada medida do lado do cômodo (valores da 1ª coluna), obtém-se um valor correspondente ao comprimento do rodapé (2ª coluna). Escreva como você obteve cada valor da tabela.

Resp:

e) Em geral, você pode representar a medida de um lado qualquer do cômodo por L e do comprimento do rodapé por R . Expresse uma relação entre estas duas medidas.

Resp:

f) Alguma destas medidas depende da outra? Como é esta dependência?

Resp:

g) Marque na folha quadriculada cada um dos pares da tabela anterior. Você pode unir esses pontos? Por que?

Resp:

h) Unindo os pontos, que tipo de gráfico você obtém? É possível obter este mesmo gráfico utilizando menos pontos? Justifique sua resposta?

Resp:

Atividade 2

“Para colocar cerâmica nos cômodos, é necessário conhecer sua área.”

a) Se um cômodo tem 6m de lado, qual a sua área?

Resp:

b) Se a área de um quarto é de 64 m^2 , qual a medida do seu lado?

Resp:

c) A tabela a seguir relaciona a medida dos lados de cada cômodo com a área da superfície a ser revestida por cerâmica. Complete-a.

Medida do lado	Área
L	A
2	
3	
	16
5	
7,3	
8,5	
10	
10,3	
	121

d) A cada medida do lado do cômodo (valores da 1ª coluna), obtém-se um valor correspondente da área de cerâmica utilizada (2ª coluna). Escreva como você obteve cada valor da tabela.

Resp:

e) Em geral, você pode representar a medida de um lado qualquer do cômodo por L, e da área por A. Expresse uma relação entre estas duas medidas.

Resp:

f) Alguma destas medidas depende da outra? Como é esta dependência?

Resp:

g) Marque na folha quadriculada cada um dos pares da tabela anterior. Você pode unir esses pontos? Por que?

Resp:

h) Unindo os pontos, que tipo de gráfico você obtém? É possível obter este mesmo gráfico utilizando menos pontos? Justifique sua resposta?

Resp:

i) Existe algum cômodo cuja medida do lado seja tal que seu perímetro e sua área são representados pelo mesmo número? Como este fato pode ser mostrado no gráfico?

Resp:

ATIVIDADES DO GRUPO 3

Atividade 1

Abra o ARQUIVO 6 do Cabri - Géomètre e relacione o gráfico apresentado, com uma das expressões algébricas abaixo relacionadas:

a) $y = -4x$

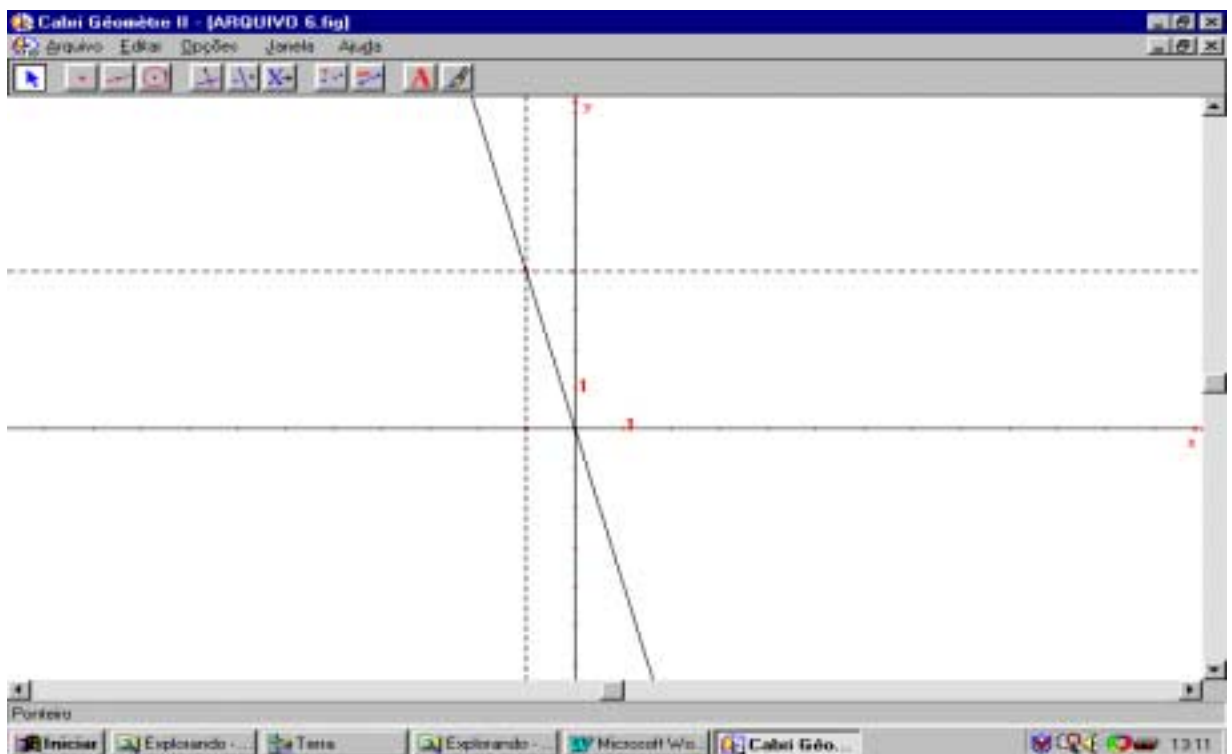
b) $y = -2x$

c) $y = 2x$

d) $y = x+1$

e) $y = 4x$

Resp:



ATIVIDADE 2:

Abra o ARQUIVO 7 do Cabri – Géomètre e relacione o gráfico apresentado com uma das expressões algébricas abaixo relacionadas:

a) $y = -4x$

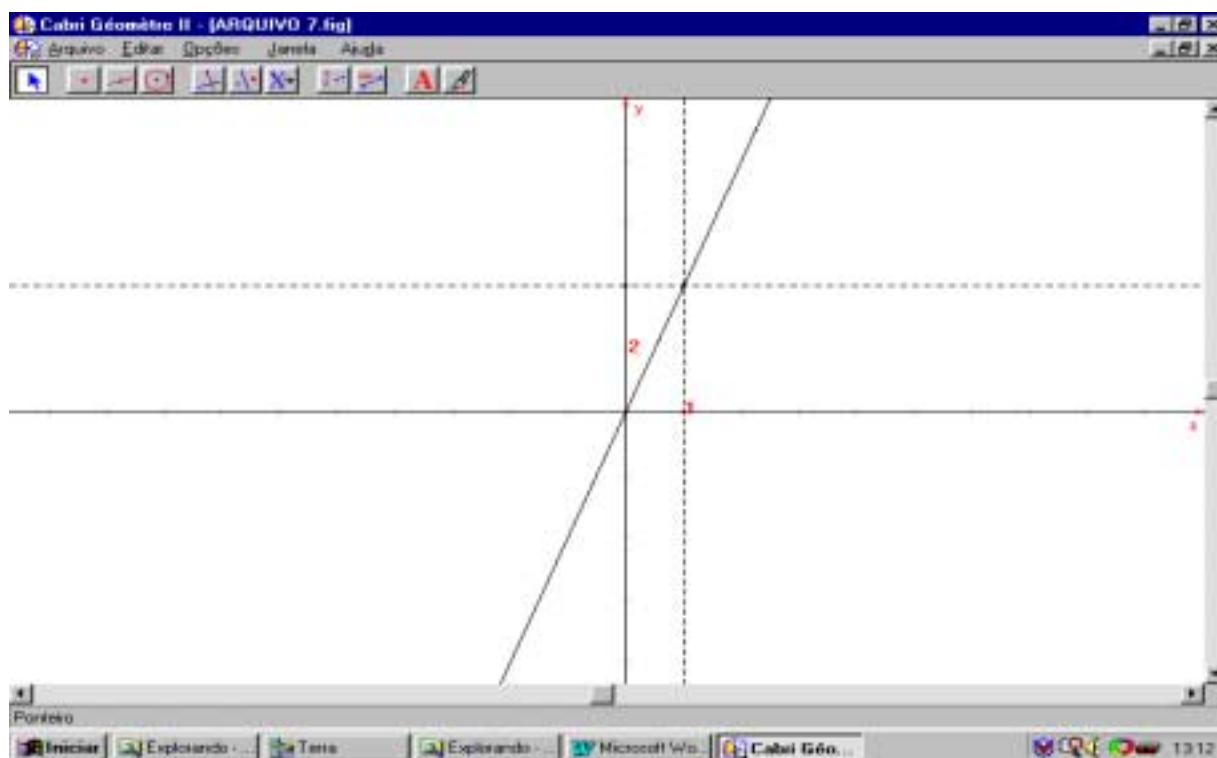
b) $y = -2x$

c) $y = 2x$

d) $y = x+1$

e) $y = 4x$

Resp:



ATIVIDADE 3:

Abra o ARQUIVO 8 do Cabri- Géomètre e relacione o gráfico apresentado com uma das expressões algébricas abaixo relacionadas:

a) $y = -4x$

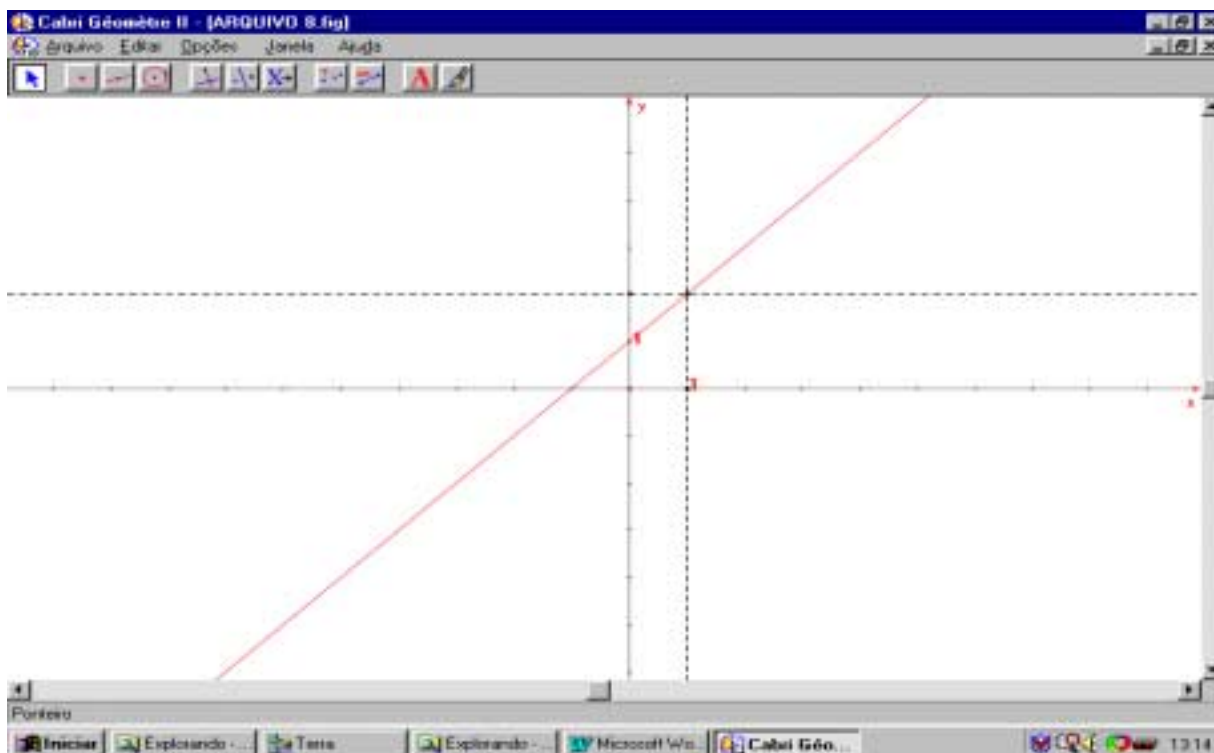
b) $y = -2x$

c) $y = 2x$

d) $y = x+1$

e) $y = 4x$

Resp:



ATIVIDADE 4:

Explique os critérios que você adotou em cada uma das atividades anteriores deste grupo, para relacionar os gráficos com as respectivas expressões algébricas.

ATIVIDADE DO GRUPO 4

Indique o gráfico, a tabela e o texto que se relaciona com cada uma das expressões algébricas abaixo:

b) $y = 2x + 3$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{Tabela :} \\ \text{Texto :} \\ \text{Gráfico :} \end{array} \right.$ b) $y = x(x-3)$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{Tabela :} \\ \text{Texto :} \\ \text{Gráfico :} \end{array} \right.$ c) $y = 2 - x$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Tabela :} \\ \text{Texto :} \\ \text{Gráfico :} \end{array} \right.$

TABELAS:

(1)	(2)	(3)	(4)																																								
<table border="1" style="display: inline-table;"><thead><tr><th>X</th><th>f(x)</th></tr></thead><tbody><tr><td>-15</td><td>17</td></tr><tr><td>60</td><td>-58</td></tr><tr><td>11</td><td>-9</td></tr><tr><td>2</td><td>0</td></tr></tbody></table>	X	f(x)	-15	17	60	-58	11	-9	2	0	<table border="1" style="display: inline-table;"><thead><tr><th>X</th><th>F(x)</th></tr></thead><tbody><tr><td>1</td><td>5</td></tr><tr><td>2.5</td><td>3</td></tr><tr><td>-5</td><td>40</td></tr><tr><td>300</td><td>-575</td></tr></tbody></table>	X	F(x)	1	5	2.5	3	-5	40	300	-575	<table border="1" style="display: inline-table;"><thead><tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr></thead><tbody><tr><td>7</td><td>17</td></tr><tr><td>-10</td><td>-17</td></tr><tr><td>200</td><td>403</td></tr><tr><td>5.5</td><td>14</td></tr></tbody></table>	x	f(x)	7	17	-10	-17	200	403	5.5	14	<table border="1" style="display: inline-table;"><thead><tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr></thead><tbody><tr><td>7</td><td>28</td></tr><tr><td>-10</td><td>130</td></tr><tr><td>25</td><td>550</td></tr><tr><td>1</td><td>-2</td></tr></tbody></table>	x	f(x)	7	28	-10	130	25	550	1	-2
X	f(x)																																										
-15	17																																										
60	-58																																										
11	-9																																										
2	0																																										
X	F(x)																																										
1	5																																										
2.5	3																																										
-5	40																																										
300	-575																																										
x	f(x)																																										
7	17																																										
-10	-17																																										
200	403																																										
5.5	14																																										
x	f(x)																																										
7	28																																										
-10	130																																										
25	550																																										
1	-2																																										

TEXTOS:

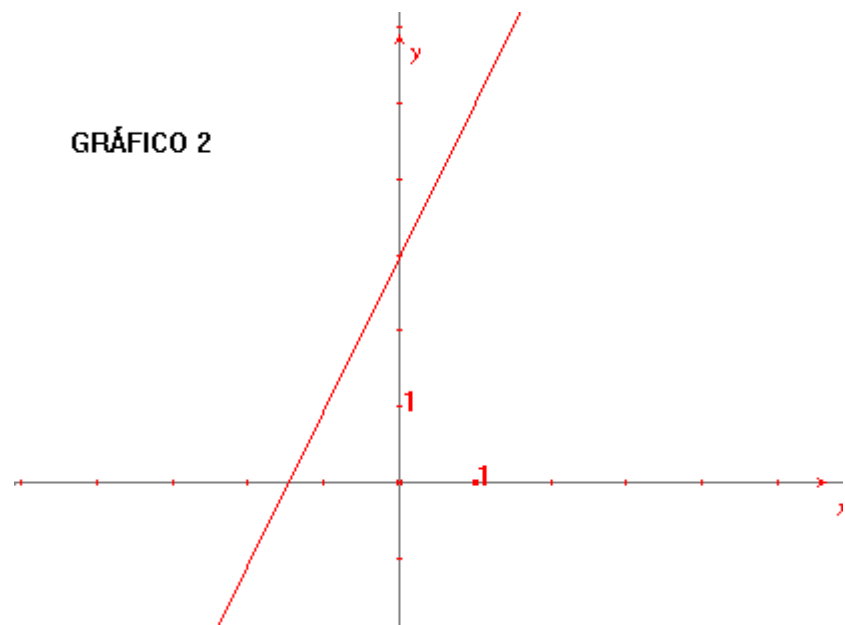
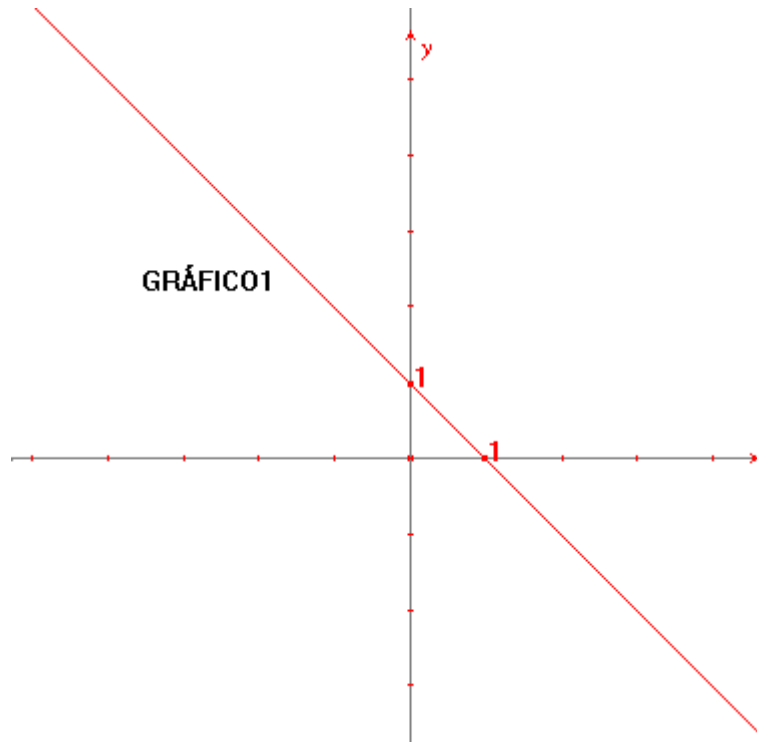
(1) Paulo foi contratado pelo seu vizinho para molhar seu jardim enquanto este viajava. Ele cobrou uma taxa fixa de R\$ 2,00 pelo seu serviço, mais R\$ 3,00 por hora trabalhada até ele voltar. O valor que o seu vizinho lhe pagou quando retornou foi em função do número de horas trabalhadas.

(2) A altura da água em uma piscina é de 2 m. O nível de água está abaixando na razão de 1 metro por hora. A altura da água na piscina é em função do tempo.

(3) A área de um retângulo é função de seu comprimento e de sua largura. A largura de um terreno retangular é 3 km menor do que seu comprimento. A área é calculada multiplicando-se o comprimento pela largura.

(4) Os avós de Maria moram em S.Paulo e ela em Araçatuba. Gostam muito quando a neta lhes liga. O custo do telefonema é em função de quanto tempo se fala. Maria liga após a meia noite para a ligação ser mais barata: é fixada uma taxa de R\$ 3,00, mais R\$ 2,00 por minuto de ligação.

GRÁFICOS:



ATIVIDADES DO GRUPO 5

1) Relacione cada texto a seguir com uma das expressões algébricas:

$$y = 2 - 5x, (x > 0) \quad y = 2 + 5x \quad y = 5 + 2x, (x > 0) \quad y = 5 - 2x, (x > 0) \quad y = 5x(x+2), (x > 0)$$

TEXTO 1 :

O preço a ser pago por uma corrida de táxi inclui uma parcela fixa, denominada bandeirada e uma parcela que depende da distância percorrida. Se em uma determinada cidade a bandeirada custa R\$ 5,00 e o quilômetro rodado custa R\$ 2,00. O valor a ser pago depende da bandeirada e da distância percorrida.

Expressão algébrica:

TEXTO 2:

Uma escala termométrica foi construída relacionada com a escala Celsius, sendo que 0°C e 100°C correspondem respectivamente a 2° e 502° desta nova escala. Os valores desta escala variam em função das temperaturas medidas em graus Celsius.

Expressão algébrica:

TEXTO 3:

A capacidade de um tanque é de 5 m^3 de água e são consumidos por dia 2 m^3 . O volume de água escoada do tanque é função do número de dias.

Expressão algébrica:

TEXTO 4:

Para plantar grama em um terreno retangular cujo comprimento é 2m a mais que sua largura, utiliza-se tapetes de grama que custam R\$5,00 o metro quadrado. O preço a ser pago varia em função das medidas do terreno.

Expressão algébrica:

2) Esboce um gráfico que corresponde a cada texto e expressão algébrica já relacionados, utilizando para isto a folha de papel quadriculado fornecida.

3) Analise as tabelas de valores fornecidas e relacione-as com os textos, com a expressão algébrica e o gráfico correspondentes. Explique os critérios que você utilizou para fazer estas relações.

TABELA 1:

x	y
0	5
2	1
1	3
2.5	0

Texto:
Exp. Algébrica:
Gráfico:

TABELA 2:

x	y
8	400
5	175
10	600
6	240

Texto:
Exp. Algébrica:
Gráfico:

TABELA 3:

x	y
0.5	6
3	11
1.5	8
100	205

Texto:
Exp. Algébrica:
Gráfico:

TABELA 4:

x	y
10	52
-1	-3
20	102
-20	-98

Texto:
Exp. Algébrica:
Gráfico: