

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO**  
**PUC/SP**

**Fabio Correa Scano**

**Função Afim: Uma sequência didática envolvendo atividades  
com o Geogebra**

**MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA**

**São Paulo**  
**2009**

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO**  
**PUC/SP**

**Fabio Correa Scano**

**Função Afim: Uma sequência didática envolvendo atividades  
com o Geogebra**

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora  
da Pontifícia Universidade Católica de São  
Paulo, como exigência parcial para obtenção do  
título de **MESTRE PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO  
MATEMÁTICA**, sob a orientação da **Professora  
Doutora Maria José Ferreira da Silva**.*

**São Paulo**  
**2009**

## APÊNDICE A: A SEQUÊNCIA DE ENSINO

### ETAPA 1

#### Atividade 1

O perímetro de um quadrado é determinado a partir da medida de seu lado. Nessas condições, responda:

- a) Qual é o perímetro de um quadrado, medindo 1 cm de lado?
- b) Qual é o perímetro de um quadrado, medindo 2 cm de lado?
- c) Qual é o perímetro de um quadrado, medindo 3,5 cm de lado?
- d) Qual é o perímetro de um quadrado, medindo 5,5 cm de lado?
- e) Qual é a medida de cada lado de um quadrado que tem 24 cm de perímetro?
- f) Escreva uma sentença matemática que represente o perímetro de qualquer quadrado. Justifique.

#### Atividade 2

João construiu uma máquina interessante. Ela está programada para multiplicar por menos dois o número de entrada. Por exemplo, se entrar o número 2, sairá o número -4. Se entrar o número -2, sairá o número 4.

Agora, responda:

- a) Se entrar o número 3, qual é o número que sairá?
- b) Se entrar o número 0 (zero), qual é o número que sairá?
- c) Se entrar o número -4, qual é o número que sairá?
- d) Sabendo que o número de saída é 20, determine o número de entrada.
- e) Escreva uma sentença matemática que represente a saída da máquina para qualquer número de entrada. Justifique.

## Atividade 3

A locadora de veículos *Aluga Fácil*, oferece as seguintes condições para aluguel de carros: uma taxa fixa de R\$ 90,00, mais R\$ 1,50 por quilômetro rodado. Nessas condições responda:

- a) Qual é o preço a ser pago por uma pessoa que alugue um carro e percorra 100 km?
- b) E para 200 km?
- c) Uma pessoa que pagou R\$ 540,00 percorreu quantos quilômetros?
- d) Escreva uma sentença matemática que represente o valor a ser pago a partir da quantidade de quilômetros rodados. Justifique.

## Atividade 4

Na casa de uma família, gasta-se sempre cerca de 0,5 kg de gás de cozinha por dia. Sabendo que um botijão de gás para uso doméstico tem 13 kg, responda:

- a) Qual é a massa que resta no botijão, após um dia de uso?
- b) Qual é a massa que resta no botijão, após uma semana de uso?
- c) Qual é a massa que resta no botijão, após dez dias de uso?
- d) Qual é a massa que resta no botijão, após um mês de uso?
- e) Quantos dias são necessários para consumir a metade do gás?
- f) Escreva uma sentença matemática que represente a quantidade de gás restante no botijão, após cada dia de uso. Justifique.

## ETAPA 2 (1ª PARTE)

### Atividade 5

Vimos que  $p(l) = 4l$  pode representar o perímetro de qualquer quadrado em função da medida de seu lado, ou seja, para um quadrado com medida do lado de 1 cm, temos que  $p(1) = 4 \times 1 = 4$ , perímetro 4 cm. Em que  $(1,4)$  pode representar um par ordenado que, por sua vez, pode ser representado em um plano cartesiano por um ponto.

a) No *geogebra*, marque dois pontos, A e B, que representem pares ordenados da função  $p(l) = 4l$ .

Registre as coordenadas desses pontos: A( , ) e B( , ).

b) Trace uma reta por esses dois pontos e mostre sua equação. Qual a relação dessa equação com a função?

c) Considerando a função que determina o perímetro, o que os valores do eixo  $x$  representam? E os valores do eixo  $y$ ?

d) Marque um ponto C sobre essa reta. Movimente este ponto sobre a reta e registre o que você observa em relação aos valores das coordenadas desse ponto.

Salve este arquivo como atv1.

### Atividade 6

Representamos algebricamente o número de saída em função do número de entrada, segundo a máquina que João construiu, por  $s(e) = -2e$ , ou seja, se entrar o número 1,  $s(1) = -2 \times 1 = -2$ , sairá o número  $-2$ . Em que  $(1,-2)$  representa um par ordenado desta relação, e este par, por sua vez, representa um ponto no plano cartesiano.

a) No *Geogebra*, marque dois pontos, A e B, que representem pares ordenados da função  $s(e) = -2e$ .

Registre as coordenadas desses pontos: A( , ) e B( , ).

b) Trace uma reta por esses dois pontos e mostre sua equação. Qual a relação dessa equação com a função?

c) Considerando a função que determina o número de saída da máquina, o que os valores do eixo  $x$  representam? E os valores do eixo  $y$ ?

d) Marque um ponto C sobre essa reta. Movimente este ponto sobre a reta e registre o que você observa em relação aos valores das coordenadas desse ponto. (Salve este arquivo como atv2)

## Atividade 7

Vimos anteriormente que a locadora de veículos *Aluga Fácil*, oferece as seguintes condições para aluguel de carros: taxa fixa de R\$ 90,00, mais R\$ 1,50 por quilômetro rodado, em que a representação algébrica é dada por  $c(d) = 90 + 1,50d$ .

a) No *Geogebra*, determine dois pontos, A e B, que representem pares ordenados da função  $c(d) = 90 + 1,50d$ .

Registre as coordenadas desses pontos: A( , ) e B( , ).

b) Trace uma reta por esses dois pontos e mostre sua equação. Qual a relação dessa equação com a função?

c) Considerando a função que determina o custo do aluguel, o que os valores do eixo  $x$  representam? E os valores do eixo  $y$ ?

d) Marque um ponto C sobre essa reta. Movimente este ponto sobre a reta e registre o que você observa em relação aos valores das coordenadas desse ponto.

Salve este arquivo como atv3.

## Atividade 8

Vimos que na casa de uma determinada família, gasta-se cerca de 0,5 kg de gás de cozinha por dia. Sabendo que um botijão de gás para uso doméstico tem 13 kg, representamos algebricamente esta relação por  $m(d) = 13 - 0,5d$ .

a) No *Geogebra*, determine dois pontos, A e B, que representem pares ordenados da função  $m(d) = 13 - 0,5d$ .

Registre as coordenadas desses pontos: A( , ) e B( , ).

b) Trace uma reta por esses dois pontos e mostre sua equação. Qual a relação dessa equação com a função?

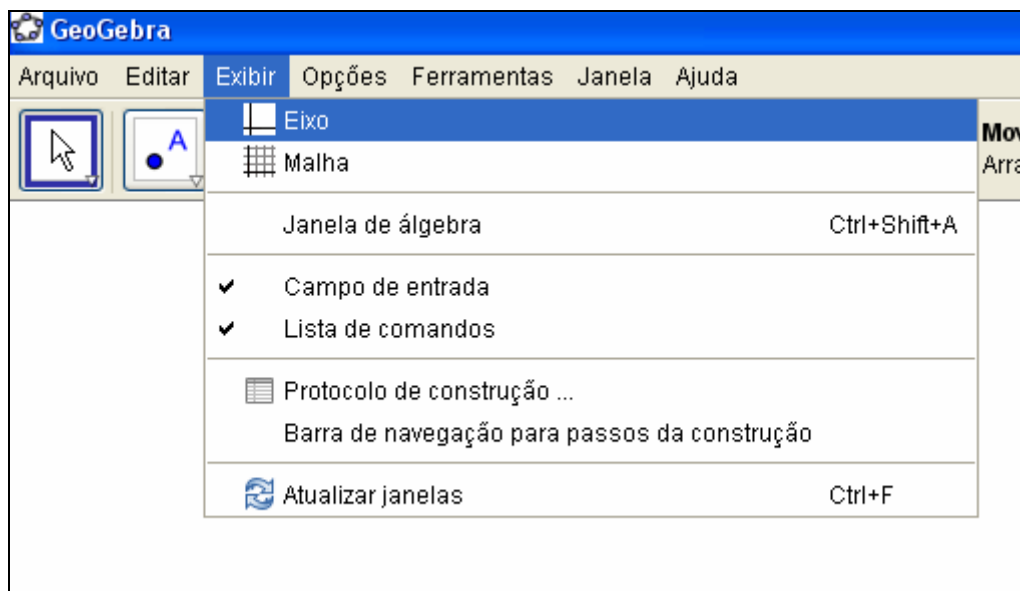
c) Considerando a função que determina a massa de gás restante no botijão, o que os valores do eixo  $x$  representam? E os valores do eixo  $y$ ?

d) Marque um ponto C sobre essa reta. Movimente este ponto sobre a reta e registre o que você observa em relação aos valores das coordenadas desse ponto.

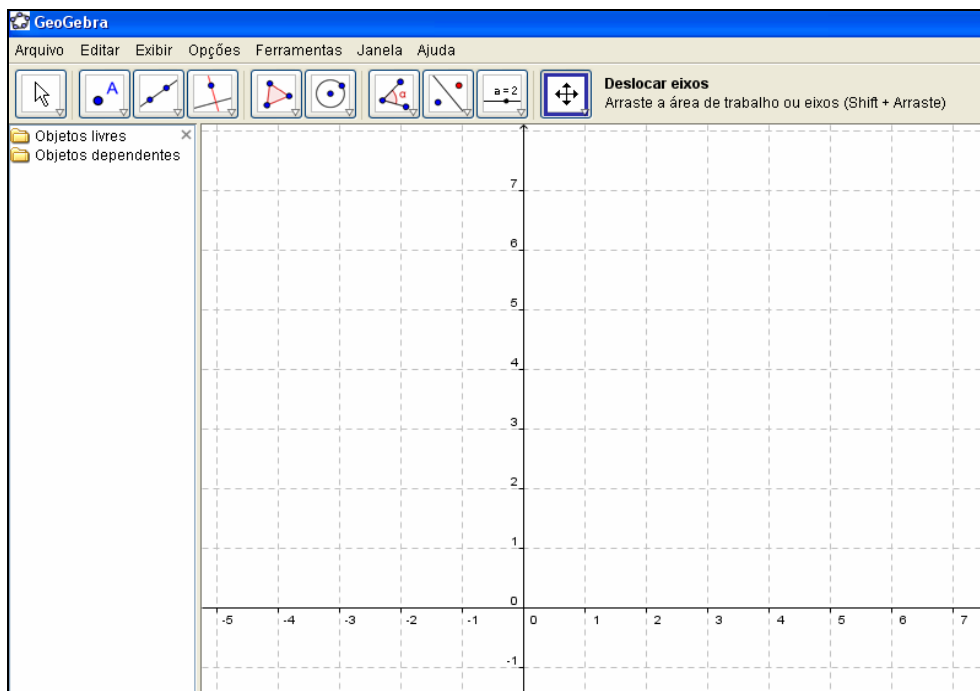
Salve este arquivo como atv4.

## Roteiro

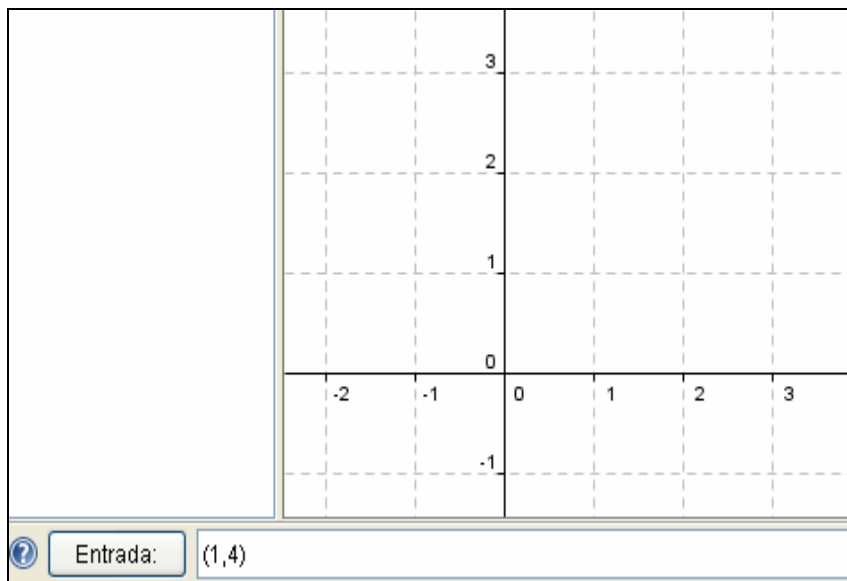
Abra o *Geogebra* e, em seguida, selecione no menu “Exibir” as opções eixo, malha e janela algébrica, conforme indica a figura abaixo:



Sua área de trabalho ficará, conforme indica a figura abaixo:



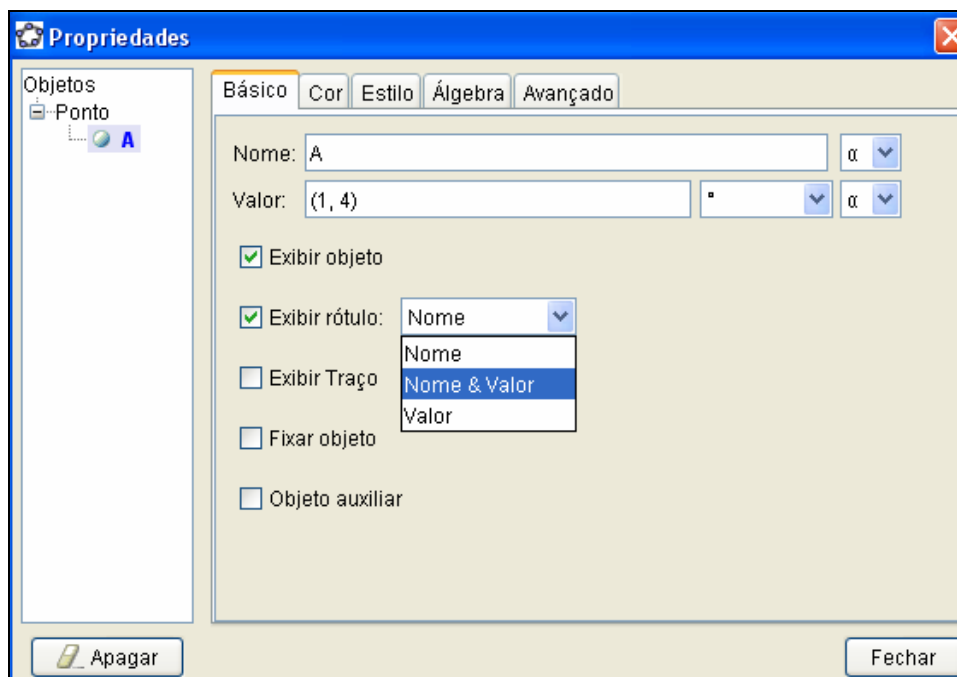
Para representar um ponto no plano, digite as coordenadas desse ponto no “Campo de Entrada” do *Geogebra*, conforme indica a figura a seguir e, em seguida, “Enter” para executar a operação.



Para nomear este ponto por *A*, *click* com o botão da direita sobre o ponto para exibir a janela indica abaixo.




Em seguida, selecione a opção “propriedades” com o botão da esquerda do *mouse* para abrir o quadro:

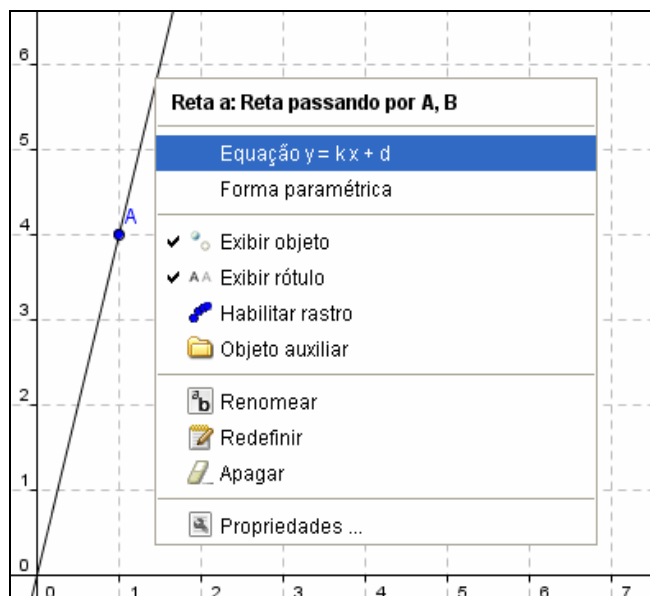



A seguir, selecione as opções “Exibir rótulo” e “Nome & Valor”, e *click* em fechar.


Faça o mesmo para o outro ponto.

Para desenhar uma reta que passe por esses pontos, selecione na Barra de Ferramentas do *Geogebra* o botão  “Reta definida por dois pontos” e, em seguida, *click* sobre os pontos A e B.

Para exibir a equação da reta, *click* sobre a reta com o botão da direita para abrir a janela abaixo e, em seguida, selecione a opção  $y=kx+d$ .



Para marcar um ponto sobre a reta, selecione na “Barra de Ferramentas” o botão  “Novo ponto” e, em seguida, *click* sobre a reta para marcar o ponto C.

Para movimentar o ponto C sobre a reta, selecione o botão  “Mover”, em seguida, *click* sobre o ponto C e movimente-o.

## ETAPA 2 (2ª PARTE)

### Atividade 9

- Abra o arquivo *atv1*, trace uma reta perpendicular ao eixo  $x$  passando pelo ponto C, determine na intersecção dessa reta com o eixo  $x$  o ponto D. Na intersecção dos eixos  $x$  e  $y$ , determine o ponto E.
- Meça os segmentos CD e DE e registre esses valores.
- Calcule o quociente entre as medidas CD e DE e registre esse resultado.
- Movimente o ponto C. O que você observa em relação aos valores dos segmentos CD, DE e a razão entre eles?
- Registre as coordenadas do ponto de intersecção do gráfico com o eixo  $y$ .
- Registre as coordenadas do ponto de intersecção do gráfico com o eixo  $x$ .
- O que você observa em relação ao ângulo que a reta do gráfico forma com o eixo  $x$ ?

## Atividade 10

No *Geogebra*, abra o arquivo *atv2*, selecione a ferramenta INCLINAÇÃO, em seguida, aplique-a sobre a reta de equação  $y=-2x$ . Observe o que acontece e responda:

- Qual é o valor que representa o segmento vertical?
- Qual é o valor que representa o segmento horizontal?
- Determine a razão entre o valor que representa o segmento vertical pelo valor que representa o segmento horizontal?
- Registre as coordenadas do ponto de intersecção do gráfico com o eixo  $y$ .
- Registre as coordenadas do ponto de intersecção do gráfico com o eixo  $x$ .
- O que você observa em relação ao ângulo que a reta do gráfico forma com o eixo  $x$ ?

## Atividade 11

a) Abra o arquivo *atv3*, marque um ponto D na intersecção do gráfico com o eixo  $y$ , em seguida, trace uma reta perpendicular ao eixo  $x$  passando pelo ponto C e outra perpendicular ao eixo  $y$ , passando pelo ponto D. Determine na intersecção dessas retas perpendiculares o ponto E.

- Meça os segmentos CE e ED.
- Calcule o quociente entre as medidas CE e ED.
- Movimente o ponto C. O que você observa em relação aos valores dos segmentos CE, ED e a razão entre eles?
- Registre as coordenadas do ponto de intersecção do gráfico com o eixo  $y$ .
- Registre as coordenadas do ponto de intersecção do gráfico com o eixo  $x$ .
- O que você observa em relação ao ângulo que a reta do gráfico forma com o eixo  $x$ ?

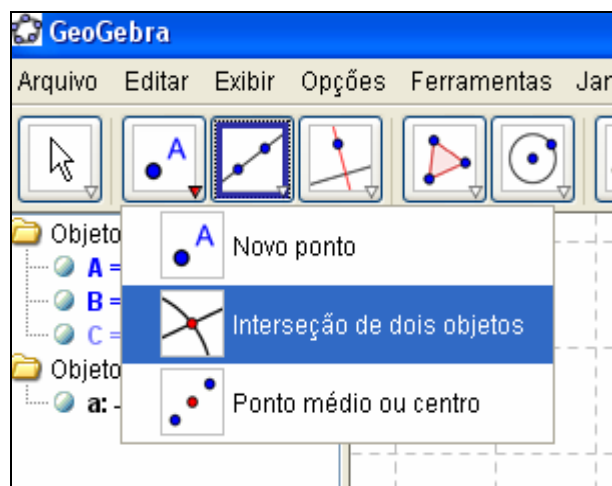
## Atividade 12

No *Geogebra*, abra o arquivo *atv4*, selecione a ferramenta INCLINAÇÃO, em seguida, aplique-a sobre a reta de equação  $y=-0,5x+13$ . Observe o que acontece e responda:

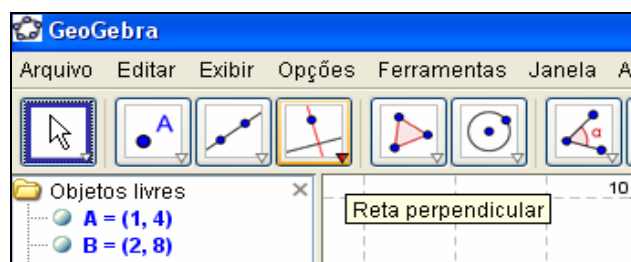
- Qual é o valor que representa o segmento vertical?
- Qual é o valor que representa o segmento horizontal?
- Determine a razão entre o valor que representa o segmento vertical pelo valor que representa o segmento horizontal?
- Registre as coordenadas do ponto de intersecção do gráfico com o eixo  $y$ .
- Registre as coordenadas do ponto de intersecção do gráfico com o eixo  $x$ .
- O que você observa em relação ao ângulo que a reta do gráfico forma com o eixo  $x$ ?

## Roteiro

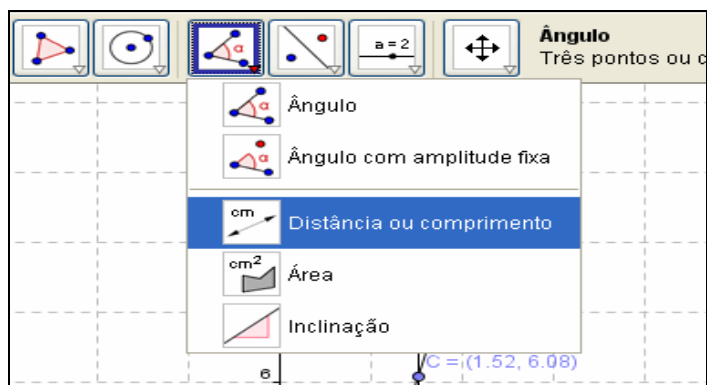
Para marcar um ponto na intersecção dos eixos  $x$  e  $y$ , selecione na Barra de Ferramentas do *Geogebra* o botão “Intersecção de dois objetos”, conforme indica a figura abaixo, e em seguida *click* sobre um dos eixos e depois na outro.



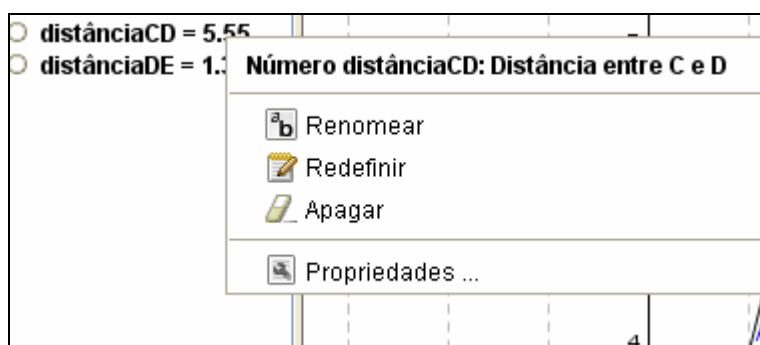
Para traçar uma reta perpendicular ao eixo  $x$  passando pelo ponto  $C$ , selecione na Barra de Ferramentas o botão “Reta perpendicular”, conforme a figura abaixo, e em seguida *click* sobre o ponto  $C$  e depois no eixo  $x$ .



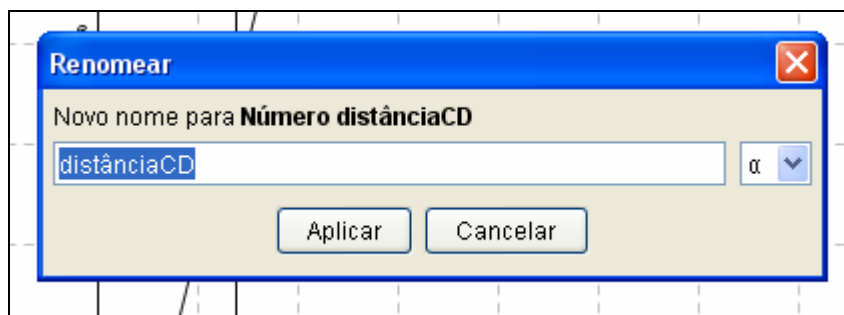
Para medir os segmentos  $CD$  e  $DE$ , utilize o botão “distância ou comprimento” da Barra de Ferramentas, conforme indica a figura abaixo e, em seguida, *click* sobre os pontos  $C$  e  $D$ . Repita este procedimento para medir o segmento  $DE$ .



Para calcular a razão entre os segmentos CD e DE, precisamos renomeá-los para **c** e **d** (por exemplo), respectivamente, selecionando-os na janela algébrica com o botão da direita do *mouse*, conforme indica a figura:



Selecione a opção renomear para abrir a janela que indicamos abaixo:



Substitua distância CD por **c**, e *click* em aplicar. Utilize o mesmo procedimento para o segmento DE.

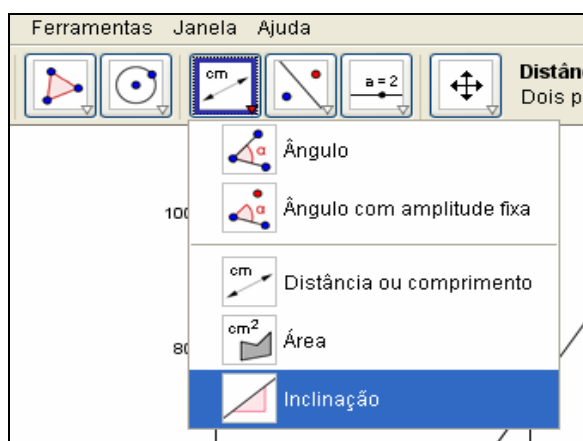
Digite no Campo de Entrada (c/d) e “Enter” para realizar o cálculo.

Renomeie, na janela algébrica, a letra que representa o quociente entre as medidas dos segmentos CD e DE por **razão**.

Para obter as coordenadas de um ponto, *click* sobre o ponto desejado com o botão da direita do mouse, selecione a opção “propriedades”, em seguida, “exibir rótulo”, “nome & valor” e “fechar”.

Para obter a equação da reta, *click* sobre a reta desejada, com o botão da direita do mouse, selecione a opção “equação. $y=kx+d$ ”.

Para utilizar a ferramenta “Inclinação”, selecione-a na Barra de Ferramentas, conforme indica a figura abaixo; em seguida *click* sobre a reta desejada.



### ETAPA 3

#### Atividade 13

No *Geogebra*, abra o arquivo *atv13.ggb*. Faça algumas simulações movimentando os seletores  $a$  e  $b$ , observe o que acontece com o gráfico da função em relação ao ângulo formado com o eixo  $x$  e a intersecção com o eixo  $y$ , em seguida, responda:

- Se fixarmos  $a = 0$  e modificarmos os valores de  $b$ , o que acontece com o gráfico da função?
- Se fixarmos  $a > 0$  e modificarmos os valores de  $b$ , o que acontece com o gráfico da função?
- Se fixarmos  $a < 0$  e modificarmos os valores de  $b$ , o que acontece com o gráfico da função?
- Se fixarmos  $b = 0$  e modificarmos os valores de  $a$ , o que acontece com o gráfico da função?
- Se fixarmos  $b > 0$  e modificarmos os valores de  $a$ , o que acontece com o gráfico da função?
- Se fixarmos  $b < 0$  e modificarmos os valores de  $a$ , o que acontece com o gráfico da função?

## ETAPA 4

### Atividade 14

O salário fixo mensal de um segurança é de R\$ 560,00. Para aumentar sua receita, ele fez plantões noturnos em uma boate, onde recebe R\$ 60,00 por noite de trabalho. Escreva uma sentença que represente o salário a receber em função do número de plantões realizados.

### Atividade 15

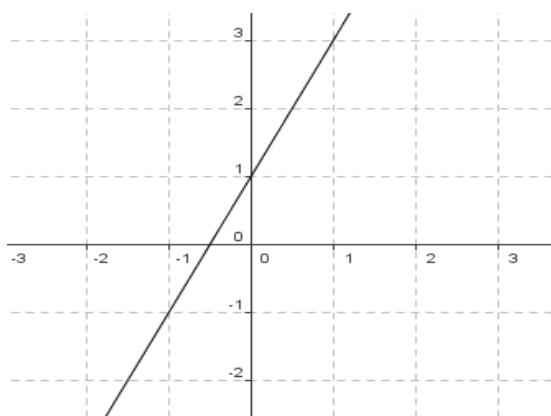
Dentre as funções abaixo, identifique aquela que melhor representa o gráfico mostrado ao lado.

a)  $f(x)=10x-7$

b)  $f(x)=2x+1$

c)  $f(x)=x-2$

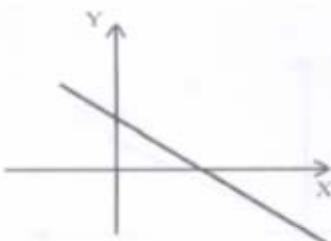
d)  $f(x)=6x-1$



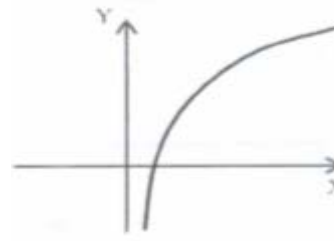
### Atividade 16

Entre os gráficos abaixo, o único que representa uma função do tipo  $y = ax + b$  é:

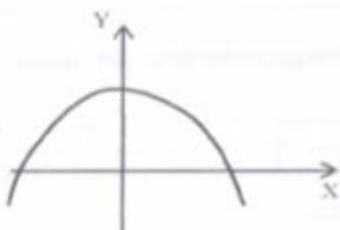
a)



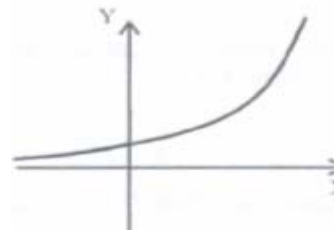
c)



b)



d)



## Atividade 17

A reta  $r$  de equação  $y = ax + b$  passa pelo ponto  $(0, -1)$  e, para cada unidade de variação de  $x$ , há uma variação em  $y$ , no mesmo sentido, de 7 unidades.

Sua equação é:

- a)  $y = 7x - 1$
- b)  $y = 7x + 1$
- c)  $y = x - 7$
- d)  $y = x + 7$
- e)  $y = -7x - 1$

## Atividade 18

Considere a função  $f(x) = 2x + 6$ .

- a) Esboce o gráfico.
- b) Dê os pontos de intersecção do gráfico dessa função com os eixos do referencial cartesiano.
- c) Qual é a raiz dessa função?
- d) Calcule  $f(0)$ ,  $f(1)$  e  $f(-1)$ .