

CECÍLIA APARECIDA VIRGÍLIO DE OLIVEIRA

**RELAÇÕES LÓGICAS ESTABELECIDAS POR ALUNOS
DE UMA QUARTA SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL**

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**PUC/SP
São Paulo
2004**

CECÍLIA APARECIDA VIRGÍLIO DE OLIVEIRA

**RELAÇÕES LÓGICAS ESTABELECIDAS POR ALUNOS
DE UMA QUARTA SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação da *Professora Doutora Janete Bolite Frant*.

PUC/SP
São Paulo
2004

aritméticas realizadas, aplicamos atividades de quantificação, como a dos cartões. Gimenez & Lins, apurando os estudos de Davidov destacam:

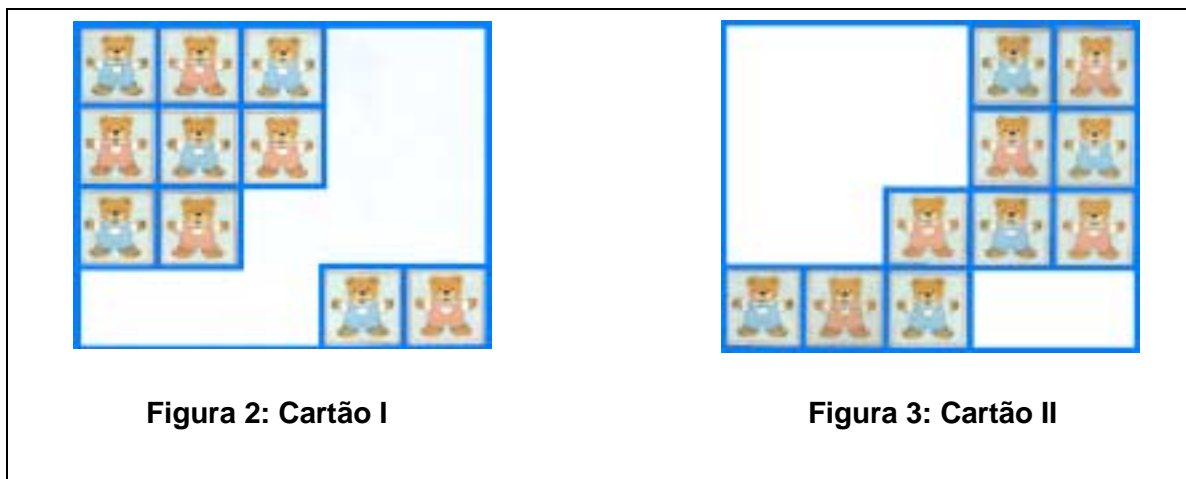
“... toda operação é realizada segundo uma lógica, e que é essencial investigar essas lógicas se queremos entender as formas de pensar de nossos alunos..” (o. c; 2000; p. 114)

Buscamos nas atividades de composição e decomposição das figuras retangulares o emprego da lógica de todo e partes que vieram a favorecer a criação de expressões aritméticas para um número. Essas expressões representam as relações estabelecidas na atividade pelo auxílio das ferramentas utilizadas, especialmente o conceito de área e seu cálculo.

Atividade I: Cálculo do número “de ursinhos” moldados por quadrados⁵ e dispostos em um arranjo retangular

Objetivo	Favorecer o desenvolvimento de habilidades de interpretação de situações de arranjo retangular, mobilizando algoritmos de contagem eficientes para a determinação do número total de unidades.
Descrição	Essa atividade é composta por um par de cartões transparentes em que um complementa o outro. Cada cartão é parcialmente cobertos por figuras de ursinhos que estão moldadas por quadrados de 4 cm de lado. Esses quadrados estão dispostos em 4 fileiras e 5 colunas na forma de arranjo retangular e cobrem um cartão que mede 16 cm por 20 cm. Os alunos estão previamente dispostos em duplas ao serem solicitados para iniciarem a atividade.
Desenvolvimento	As duplas recebem primeiro o cartão I, devendo responder qual o número total de ursinhos que o recobrem totalmente. Terminada a tarefa os alunos receberam o cartão II e respondem a mesma questão anterior baseado nesse novo cartão. Finalmente entregamos os dois cartões para que fossem comparados, desse modo os alunos puderam avaliar e estabelecer um confronto entre os resultados obtidos.

⁵ Essa atividade é uma adaptação de uma das atividades apresentadas em Franchi, A. (1995)



Atividade II: Caminho da formiga

Objetivo	Promover a distinção entre elementos distintos de uma figura plana, seu contorno e seu interior.
Descrição	Em folha de papel quadriculado, tamanho ofício, apresentam-se diversas linhas poligonais abertas e fechadas que contornam alguns quadriculados da folha. Associamos a essas linhas a idéia de um trajeto feito por uma formiga, que caminha sobre elas.
Desenvolvimento	Os alunos dispostos em duplas recebem uma folha de papel quadriculado com as figuras ilustradas abaixo para observarem o caminho realizado pela formiga e são solicitados a responderem: - Em qual caminho a formiga andou mais?

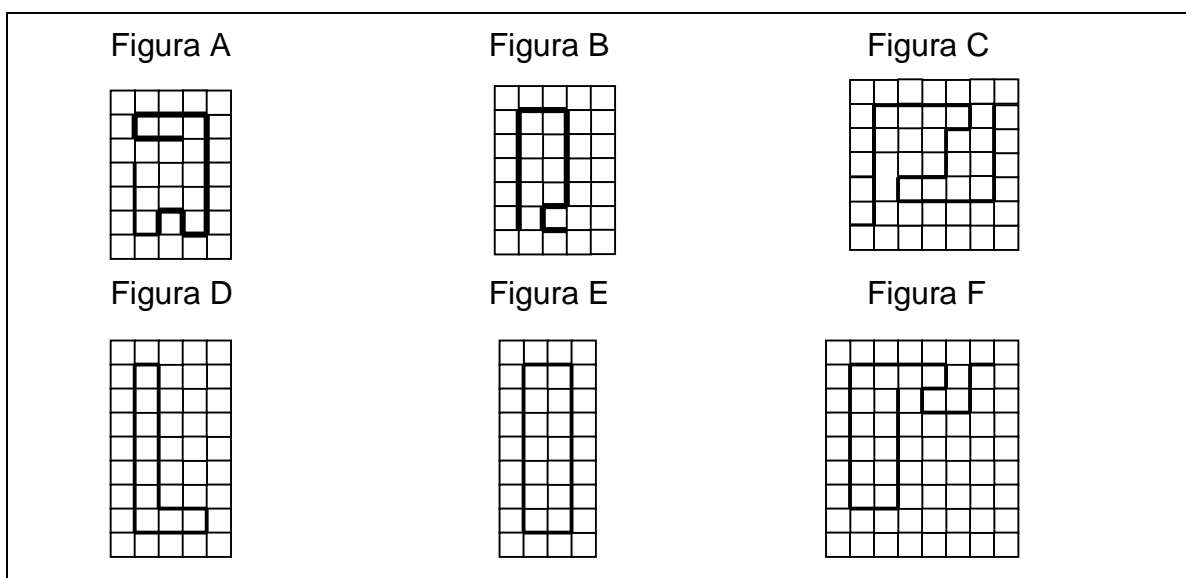


Figura 4: Caminhos da Formiga

Atividade III: Cálculo do perímetro e área do tampo da carteira utilizando folhas de papel quadriculado

Objetivo	Introduzir as unidades padronizadas de comprimento e área respectivamente, pelo cálculo do perímetro e da área; favorecendo ao mesmo tempo a compreensão e a distinção do conceito de perímetro e da área de figuras retangulares e suas respectivas unidades.
Descrição	Utilizando a folha de papel quadriculado como um instrumento de medida, o aluno deve calcular o perímetro e a área do tampo da carteira por meio de unidades não padronizadas, ou seja, os quadriculados da folha de papel. O tamanho da folha de papel é ofício e cada quadriculado possui área maior do que 1 cm^2 . A essa atividade acrescentamos, por sugestão dos próprios alunos, o fato do piso da sala ser recoberto com lajotas quadradas, o cálculo do perímetro e da área da classe nessa unidade (lajota). Não esclarecemos a diferença entre unidade de medida linear, que é empregada no cálculo do perímetro, e a unidade bi-linear utilizada no cálculo de área, para que pudéssemos analisar se o aluno intuiu essa diferença. Os alunos ao calcularem o número de quadradinhos de um arranjo retangular estarão formando um significado para ele, sendo que atrás do processo de contagem está o processo multiplicativo. As situações do cotidiano favoreceram a relação empregada pelos alunos de modo a promover um sentido na atividade realizada. Perguntamos aos alunos se conheciam outras unidades de medidas, muitos responderam que conheciam o metro e o centímetro, as outras unidades de medida foram complementadas pelo o professor.
Desenvolvimento	As duplas de alunos recebem a folha de papel quadriculado de tamanho ofício e a seguir medem o contorno e a superfície do tampo de sua carteira, utilizando os quadriculados da folha como unidades de medida e a folha é utilizada em posição qualquer. Discutimos os resultados apresentados com a classe e estabelecemos as unidades não padronizadas e padronizadas de área e perímetro. O conceito de perímetro e área não foi formalizado, o conceito de área ocorreu inicialmente pela contagem dos quadriculados do papel em forma de arranjo retangular, sendo que em seguida a maioria dos alunos utilizou o produto dos lados do retângulo para o cálculo da área, sem que nada fosse sugerido a respeito.

Atividade IV: Construção de retângulos indicando seu perímetro e área

Objetivo	Favorecer o desenvolvimento do cálculo de área de um retângulo como um instrumento de atribuição de significados a uma situação multiplicativa de arranjo retangular.
Descrição	Propusemos as duplas de alunos que desenhasssem no papel quadriculado ⁶ oferecido retângulos que apresentavam as seguintes dimensões: 4 cm por 6 cm, 5 cm por 4 cm e 7 cm por 10 cm. A seguir os alunos deveriam calcular o perímetro e a área de cada retângulo representado. A área poderia ser determinada por contagem ou pelo produto das medidas dos lados do retângulo, mas nada comentamos a esse respeito para que pudéssemos analisar o raciocínio empregado nessa atividade. Desse modo espera-se que o aluno atribua significado a uma situação multiplicativa de arranjo retangular. Essas medidas são determinadas por contagem das medidas dos lados quando se determina o perímetro.
Desenvolvimento	A dupla de alunos recebia o papel centrimetrado e desenhavam em seguida os retângulos com as dimensões sugeridas, indicando seus respectivos perímetros. Utilizaram como unidades lineares (para representar o contorno) o lado de cada quadriculado do papel. Os alunos indicaram, por sugestão de uma colega, o perímetro encontrado por P e a área por A .

⁶ O papel quadriculado utilizado a nessa atividade é o centrimetrado.

Atividade V: Variação de área

Objetivo	Promover pela variação de área de figuras retangulares, em que quase todas as figuras o perímetro é constante, o confronto entre as dimensões lineares e bilineares que favoreçam a composição de unidades bidimensionais a partir de unidades unidimensionais. Buscando favorecer a compreensão que o perímetro e a área de uma figura não dependem de sua “forma” e ainda a distinção do comprimento do contorno e a superfície interna da figura.
Descrição	São dadas as duplas uma folha de papel quadriculado com várias figuras de contornos irregulares e, formadas por unidades não padronizadas. Com exceção da figura C todas as demais figuras têm 24 unidades de perímetro, temos ainda a figura A, B e E com 24 unidades de superfície. Nada comentamos aos alunos, visando o confronto acima mencionado:
Desenvolvimento	Após as duplas de alunos receberem as folhas com as representações acima ilustradas, perguntamos: - Qual a figura de maior perímetro? - E a de menor perímetro? - Qual a de maior área? - E a de menor área? As duplas discutiam entre si e escreviam suas respostas no papel. Terminada a tarefa realizamos um painel de discussões sobre as respostas encontradas que foi dirigido pela professora.

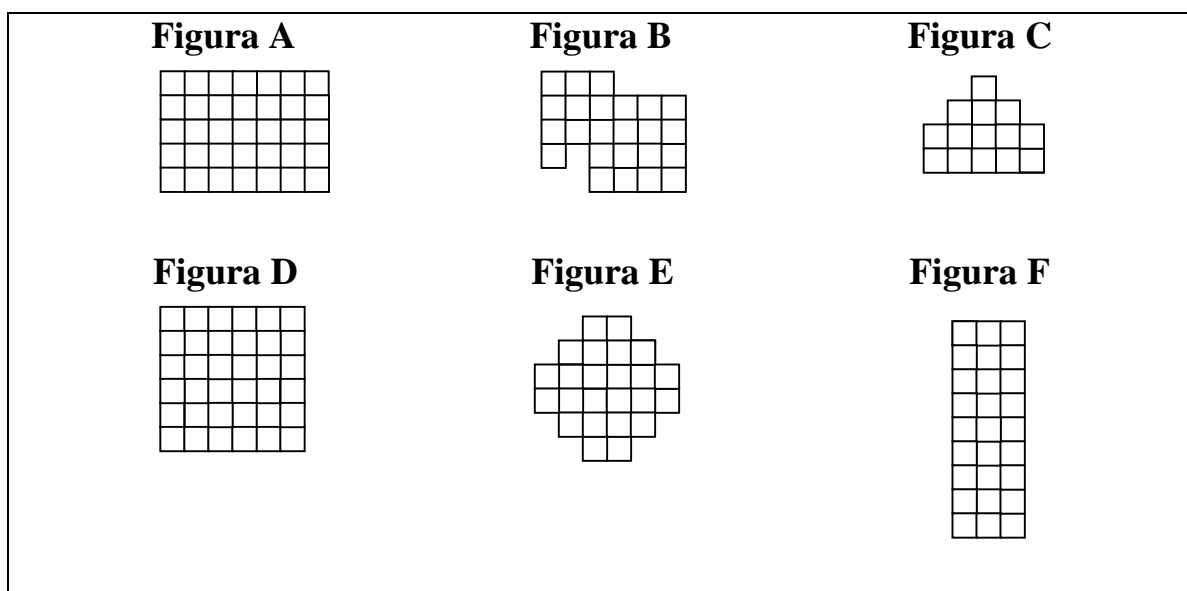


Figura 5: Polígonos

Atividade VI: Construção de figuras de mesma área

Objetivo	Proporcionar pela representação de diversas figuras com a mesma área e perímetro qualquer o desenvolvimento do raciocínio aditivo e multiplicativo mobilizados no processo de determinação de área.
Descrição	Solicitou-se de cada aluno um desenho ou mais de figuras retangulares com 24 cm^2 de área, sendo que a figura poderia ser criada livremente.
Desenvolvimento	Essa atividade funcionava como uma ponte para as demais e por isso foi realizada individualmente. Com o propósito de gerar uma utilização lúdica das estratégias cognitivas que pudessem ser formadas. Os alunos poderiam desenhar em qualquer espaço que estivesse contido na folha a figura que quisessem, desde que utilizassem como unidade o quadrado unitário do papel quadriculado (cm^2). Essa atividade resultou nos alunos um momento de desconcentração e prazer.

Atividade VII: Tabela de multiplicação

Objetivo	Promover pela visualização da tábua de multiplicação a representação gráfica de uma situação aritmética interada figura do retângulo, ou seja, buscamos integrar o valor numérico com as relações geométricas de natureza multiplicativa do retângulo por meio da percepção de regularidades.
Descrição	Apresentamos uma tabela na lousa contendo dez linhas e dez colunas numeradas de um a dez. A professora da classe explica que o valor 24 unidades quadradas de área deve ser encontrado e marcado na tabela fazendo o produto do valor de cada linha pelo valor de cada coluna, quantas fossem as possibilidades possíveis. Solicita um voluntário para começar a completá-la. Como todos queriam ir, foi decidido com os alunos um modo para que todos participassem e foi decidido que seria pela ordem que estavam sentados nas fileiras.
Desenvolvimento	Os alunos indicam o valor numérico, obtido pelo produto dos valores apresentados nas linhas e colunas, e ao seguirem as linhas e colunas faziam espontaneamente uma comparação delas com os lados do retângulo. Consideramos essa atividade como elemento de provocação e para isso durante sua realização deixamos o aluno à vontade para realizarem e comenta-la

Abaixo ilustramos a tabela apresentada aos alunos:

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3								24		
4						24				
5										
6				24						
7										
8			24							
9										
10										

Figura 6: Tabela de Pitágoras

Atividade VIII: Quebra cabeça

Objetivo	Os alunos devem lidar com as relações quantitativas, apresentadas nessa atividade, na formação do todo. Assim, pretendíamos provocar o processo de <i>unitizing</i> pertinente nas peças do jogo e conseqüentemente um significado nas operações utilizadas na formação de expressões numéricas.
Descrição	As peças do quebra-cabeça foram elaboradas com a mesma unidade do papel quadriculado (1 cm^2) já familiar ao aluno pelas atividades realizadas. Cada formato de peça foi apresentado no jogo por quatro peças idênticas. Buscávamos favorecer a formação de expressões como, por exemplo: $4 \times 9 + 4 \times 6 + 4 \times 3 + 4 \times 2 + 1 + 3$, mas não pedimos que os alunos as formulasse, apenas as utilizaram para verificar a quantidade de peças dadas. Desse modo as duplas "conferiram" suas peças após a montagem do quebra-cabeça.
Desenvolvimento	A cada dupla de alunos entregávamos um jogo contendo as peças especificadas. Solicitamos que montasse um quadrado utilizando o maior número de peças possíveis. A dupla discutia a montagem entre si e poderiam após o termino da atividade confrontar sua montagem com outras duplas, devendo estar atentos se a quantidade final de 84 peças ainda permaneciam sobre a mesa.

Abaixo ilustramos o formato de cada peça utilizada na montagem do quebra-cabeça e sua respectiva quantidade de unidades:

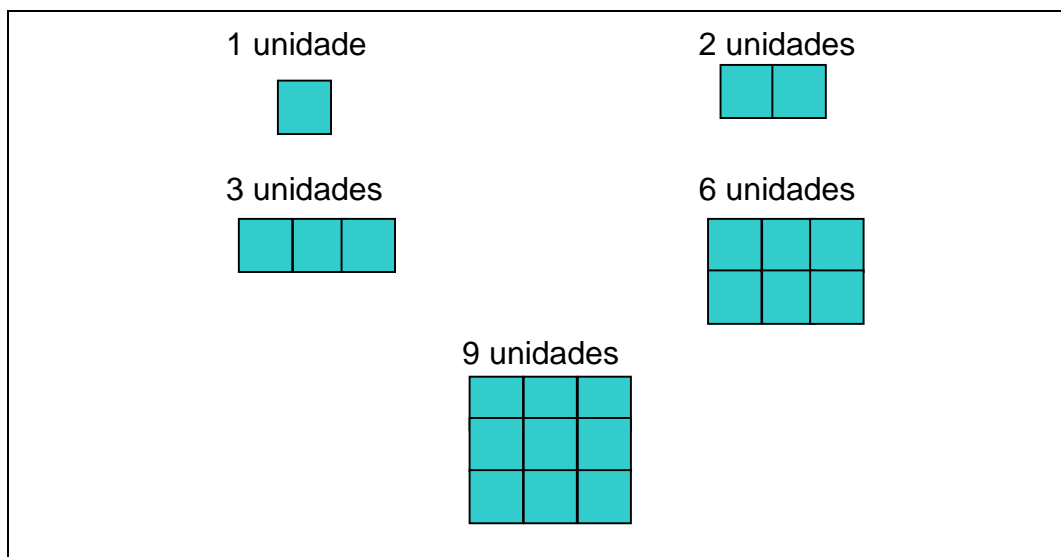


Figura 7: Peças do quebra cabeça

Atividade IX: Composição de uma figura utilizando dois retângulos com áreas de valores até 100

<p>Objetivo</p>	<p>Favorecer a formação de várias expressões numéricas para um mesmo número pelo estabelecimento de uma ponte entre valor numérico e valor de área que foram obtidos pela composição de dois retângulos em uma nova figura, mantendo-se constante o valor da área.</p>
<p>Descrição</p>	<p>São entregues as folhas de papel quadriculado aos alunos, individualmente, apesar de estarem sentados em duplas. E apresentamos as seguintes questões:</p> <ol style="list-style-type: none"> Forme uma figura utilizando dois retângulos um de lados medindo 5 cm e 10 cm e outro cujos lados medem 10 cm e 3 cm. Qual a área desse novo retângulo formado? Represente uma figura utilizando dois retângulos, um de lados medindo 4 cm por 2 cm e outro de lados medindo 4 cm e 10 cm. Obtenha uma outra figura usando agora dois retângulos, um de medida 10 por 8 e o outro de medidas 8 por 1. Qual a área desse novo retângulo? Solicita-se agora que oralmente represente um retângulo com área 56 cm^2 por outros dois retângulos. O mesmo para um retângulo de área 48 cm^2.
<p>Desenvolvimento</p>	<p>Os alunos executam a atividade representando um retângulo de cada vez. Após o término da tarefa realizou-se a correção e discussão dela com a participação dos alunos na lousa mediante a uma ordem anteriormente estabelecida entre os alunos e a professora. O envolvimento dos alunos supera as expectativas da atividade fazendo com que antecipássemos a próxima atividade, pois ao término dessa atividade os alunos começam a propor valores numéricos e em seguida passam espontaneamente a formular expressões para esses valores.</p>

Atividade X: Representação de um mesmo valor numérico por várias expressões numéricas

Objetivo	Promover pela escolha de um procedimento mental próprio do aluno, o estabelecimento de relações numéricas que resulte em expressões numéricas para um dado valor numérico.
Descrição	Oralmente solicita-se a representação numérica da área do novo retângulo, obtido pela composição de outros dois. Essa atividade foi realizada apenas com os recursos mentais adquiridos pelos alunos e sem o auxílio da folha de papel quadriculado ou outro recurso qualquer. Em algumas perguntas o valor numérico dado à área se mantinha para que fosse dada outra expressão relacionada a ele, esgotada as possibilidades mudávamos o esse valor.
Desenvolvimento	Enquanto realizamos uma pergunta para um aluno os outros levantavam a mão esperançosos em dar uma resposta melhor elaborada. A atividade se desenvolveu num ritmo ativo e com a participação de todos

Atividade XI: A busca do cálculo mental

Objetivo	Favorecer a atribuição de significados pelo aluno, por meio de sua própria escolha de diversos procedimentos, na formação de uma ou mais expressões para um determinado número.
Descrição	Dado um número, o aluno colocava oralmente uma expressão para ele. O critério para formulá-la era do próprio aluno.
Desenvolvimento	Os alunos foram solicitados individualmente para formular as expressões, mas várias respostas surgem espontaneamente entre os alunos, mesmo não sendo a sua vez de responder, tal era o envolvimento da classe na atividade. A professora organizou a participação e os alunos começaram a respeitar sua vez de falar.

Atividade XII: Iniciando o cálculo mental.

Objetivo	Favorecer a desenvoltura e a confiança do aluno na escolha de um procedimento como seu algoritmo mental e ainda a utilização de um instrumento de flexibilização de suas decisões, promovendo desse modo um outro tipo de cálculo além do formalizado pelo lápis e papel.
Descrição	Inicialmente trabalhamos apenas com expressões formadas com adições. A seguir apresentamos expressões apenas com produtos, primeiramente com números de um algarismo, seguidas por expressões formadas por números com dois algarismos e finalmente algumas expressões com as operações de adição conjuntamente com as de multiplicação. Todas essas expressões foram colocadas oralmente e os alunos não as anotaram, respondiam apenas utilizando o raciocínio mental.
Desenvolvimento	A atividade se desenvolveu individualmente, os alunos estavam animados e concentrados em dar as respostas certas e esperavam ansiosos por sua vez em dar a resposta.