

CRISTINA BERNDT PENTEADO

**CONCEPÇÕES DO PROFESSOR DO ENSINO MÉDIO RELATIVAS À
DENSIDADE DO CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS E SUAS REAÇÕES FRENTE
A PROCEDIMENTOS PARA A ABORDAGEM DESTA PROPRIEDADE**

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**PUC / SP
SÃO PAULO
2004**

CRISTINA BERNDT PENTEADO

**CONCEPÇÕES DO PROFESSOR DO ENSINO MÉDIO RELATIVAS À
DENSIDADE DO CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS E SUAS REAÇÕES FRENTE
A PROCEDIMENTOS PARA A ABORDAGEM DESTA PROPRIEDADE**

**Dissertação apresentada como requisito
parcial à obtenção do grau de Mestre em
Educação Matemática do Curso de
Mestrado Acadêmico do Programa de
Estudos Pós-Graduados em Educação
Matemática da Pontifícia Universidade
Católica – PUC/SP.**

**Orientador: Prof. Dr. Benedito Antonio
da Silva**

**PUC / SP
SÃO PAULO
2004**

ATIVIDADE I

Nome: _____ Data: ____/____

Utilize todos os espaços em branco para os rascunhos que forem necessários.

1) Indique com um X se o número abaixo é racional (Q) ou irracional (R-Q):

Número	Racional	Irracional
0		
$\sqrt{5}$		
$\frac{1}{2}$		
$\frac{1}{3}$		
0,333...3		
4,21222324...		
4,212121...		
π		
3,1416		
$-\frac{3}{7}$		
$\frac{\pi}{10}$		
e		
2,7182		
1,999...		
2		
$\sqrt{9}$		
$\frac{\sqrt{3}}{4}$		

2) Explique o critério que você usou para tomar a decisão no exercício 1.

3) Existe um número real compreendido entre os números abaixo?
No caso afirmativo escreva algum(ns).

Números	Não	Sim	Qual(is)
Entre $\frac{3}{11}$ e $\frac{4}{11}$			
Entre 2,13 e $\frac{214}{100}$			
Entre $\frac{1}{3}$ e 0,333...			
Entre 0,999... e 1			

4) Considere o conjunto $J = \{ x \in \mathbb{Q} / 0 < x \leq \sqrt{2} \}$

(Ou seja, o conjunto J formado pelos números racionais compreendidos entre zero e raiz de dois, inclusive)

a) J tem um último elemento?

(Isto é, o elemento que vem exatamente antes de $\sqrt{2}$?)

Sim	Não

b) Se sim, qual é esse elemento? Se não, por quê?

ATIVIDADE II

Nome: _____ Data: ____/____/____

Assinale Verdadeiro (V) ou Falso (F) e comente o critério utilizado.

1. () Entre dois números racionais existe um único número racional.

2. () Entre dois números racionais não existe número irracional.

3. () Entre dois números irracionais existe exatamente um número irracional.

4. () Entre dois números irracionais existe um número racional.

5. () Entre dois números irracionais não existe número irracional.

6. () Entre dois números irracionais não existe número racional.

7. () Entre um número racional e um irracional existe número racional.

8. () Entre um número irracional e um número racional não existe número racional.

9. () Entre um número irracional e um número racional existe um único número irracional.

10. () Entre um número racional e um número irracional não existe número irracional.

11. () Entre dois números reais não existe número irracional.

12. () Entre dois números racionais existem infinitos números racionais.

13. () Entre dois números reais quaisquer existem infinitos números reais.

14. () Entre dois números reais existem infinitos números racionais.

ATIVIDADE III

Nome: _____ Data: ____/____

Dados dois números racionais: $\frac{3}{5}$ e $\frac{3}{4}$

1. Ache a média aritmética entre eles.
2. Este número é racional ou irracional?
3. Represente os três números na reta.
4. Tire a média entre $\frac{3}{5}$ e o número obtido na questão n° 1 ?
5. Este número (obtido na questão n° 4) é racional ou irracional?

6. Represente na reta estes quatro números.

7. Tire a média entre $\frac{3}{5}$ e o número obtido na questão nº 4 ?

8. Este número (obtido na questão nº 7) é racional ou irracional?

9. Represente na reta estes cinco números.

10. É possível achar a média entre este número (obtido na questão nº 7) e $\frac{3}{5}$?

11. O processo de tirar a média repetidamente tem fim? Por quê?

12. Ache a média entre o número obtido na questão nº 1 e $\frac{3}{4}$.

13. Represente estes três números na reta.

14. Você pode repetir este processo utilizado da questão nº 1 até a questão nº 7, partindo do número obtido da questão nº 12 e o $\frac{3}{4}$? Caso seja possível, represente alguns números na reta.

15. Escolha agora dois números racionais diferentes destes todos, e responda se entre eles existe algum outro número racional? Quantos?

16. Se você tivesse escolhido outros dois números diferentes daqueles da questão anterior, a conclusão seria a mesma? Por quê?

ATIVIDADE IV

Nome: _____ Data: ____/____

Seja um número cuja representação decimal não periódica é $1,232425\dots$. Compare-o com o número cuja representação é $1,332425\dots$ que difere do primeiro apenas em um algarismo.

1. O segundo número é uma dízima periódica? Por quê?
2. O 2º número é racional ou irracional? E o 1º? Comente sua resposta.
3. O segundo número é maior ou menor que o primeiro? Ordene-os.
4. Dê a representação decimal de um número irracional entre estes dois números.
5. Ordene estes três números.
6. Dê a representação decimal de um número irracional entre $1,232425\dots$ e o número obtido na questão nº 4.

ATIVIDADE V

Nome: _____ Data: ____/____

1. Identifique os seguintes números?

- a) 2,3145 -----
- b) 3,5724... -----
- c) 2,666... -----
- d) 0,9802... -----

2. Quais os critérios para a representação decimal utilizados na questão anterior?

3. Seja um número cuja representação decimal não periódica é $1,232425\dots$. Compare-o com o número cuja representação é $1,332425\dots$ que difere do primeiro apenas em um algarismo.

a) Escreva um número racional entre $1,232425\dots$ e $1,332425\dots$? Ordene estes três números.

b) Este número tem representação decimal finita ou infinita?

4. Você é capaz de achar outro número entre os dois números fornecidos na questão nº 3, escritos numa representação decimal diferente daquela sugerida acima? (Ou seja, se você achou um número racional com representação finita, ache agora um número racional com representação decimal infinita, ou vice-versa).

5. Dê as representações fracionárias dos números obtidos nas questões nº 3a) e nº 4.

6. Ache um número racional compreendido entre $1,232425\dots$ e o número obtido na questão nº 3a).

7. Ache um número racional compreendido entre o número obtido na questão nº 3a) e $1,332425\dots$.

8. Ache um número racional compreendido entre $1,232425\dots$ e o número obtido na questão nº 4.

9. Ache um número racional compreendido entre o número obtido na questão nº 4 e $1,332425\dots$.

10. Ordene todos os oito números que apareceram até agora.

11. Entre os números $1,232425\dots$ e $1,332425\dots$, quantos números racionais diferentes existem? Comente sua resposta.

ATIVIDADE VI

Nome: _____ Data: ____/____

Dados dois números racionais $0,333\dots$ e $\frac{4}{3}$:

1. Ambos os números têm representação decimal infinita. Por quê eles são racionais?
2. Quantos números racionais existem entre eles? Comente sua resposta.
3. Dado o número $0,222\dots$, qual é a 732^a casa decimal? Este número é racional ou irracional? Por quê?
4. Considere o número não periódico $0,123456789101112\dots$. Este número é racional ou irracional? Por quê?
5. Ordene estes dois números (questões n^{os} 3 e 4).
6. Dê a representação decimal infinita de um número irracional entre $0,333\dots$ e $\frac{4}{3}$?

7. Ache um número irracional entre $0,333\dots$ e o número obtido na questão nº 6.

8. Ache um número irracional entre $0,333\dots$ e o número obtido na questão nº 7.

9. Ache um número irracional entre $0,333\dots$ e o número obtido na questão nº 8.

10. Ache um número irracional entre o número obtido na questão nº 6 e $\frac{4}{3}$.

11. Ache um número irracional entre o número obtido na questão nº 10 e $\frac{4}{3}$.

12. Ordene todos os números irracionais que apareceram a partir da questão 6.

13. Quantos números irracionais existem entre $0,333\dots$ e $\frac{4}{3}$? Comente sua resposta.

ATIVIDADE VII

Nome: _____ Data: ____/____

Dados dois números racionais 1,333 e $\frac{4}{3}$:

1. Existe um número racional entre eles? Se sim, exemplifique.
2. Ache um número racional entre 1,333 e o número obtido na questão n° 1.
3. Ache um número racional entre 1,333 e o número obtido na questão n° 2.
4. Ache um número racional entre o número obtido na questão n° 1 e $\frac{4}{3}$.
5. Ache um número racional entre o número obtido na questão n° 4 e $\frac{4}{3}$.
6. Represente na reta todos os números que apareceram até aqui.
7. Quantos números racionais existem entre 1,333 e $\frac{4}{3}$? Comente sua resposta.

8. Existe um número irracional entre 1,333 e $\frac{4}{3}$? Se sim, exemplifique.

9. Ache um número irracional entre 1,333 e o número obtido na questão nº 8.

10. Ache um número irracional entre 1,333 e o número obtido na questão nº 9.

11. Ache um número irracional entre o número obtido na questão nº 8 e $\frac{4}{3}$.

12. Ache um número irracional entre o número obtido na questão nº 11 e $\frac{4}{3}$.

13. Ordene todos os números que apareceram até agora.

14. Quanto números irracionais existem entre 1,333 e $\frac{4}{3}$? Comente sua resposta.

ATIVIDADE VIII

Nome: _____ Data: ____/____

Dados um número racional 3,14 e um número irracional π , responda:

1. Existe um número racional entre eles? Se sim, exemplifique.
2. Ache um número racional entre 3,14 e o número obtido na questão nº 1.
3. Ache um número racional entre 3,14 e o número obtido na questão nº 2.
4. Ache um número racional entre o número obtido na questão nº 1 e π .
5. Ache um número racional entre o número obtido na questão nº 4 e π .
6. Ordene todos os números que apareceram até aqui.
7. Quantos números racionais existem entre 3,14 e π ? Comente sua resposta.

8. Existe um número irracional entre 3,14 e π ? Se sim, exemplifique.

9. Ache um número irracional entre 3,14 e o número obtido na questão n° 8.

10. Ache um número irracional entre 3,14 e o número obtido na questão n° 9.

11. Ache um número irracional entre o número obtido na questão n° 8 e π .

12. Ache um número irracional entre o número obtido na questão n° 11 e π .

13. Ordene todos os números que apareceram até agora.

14. Quantos números irracionais existem entre 3,14 e π ? Comente sua resposta.

ATIVIDADE IX

Nome: _____ Data: ____/____

Dados dois números irracionais $0,10100100001\dots$ e $0,10100100010\dots$

1. Existe um número racional entre eles? Se sim, exemplifique.
2. Existe um número irracional entre eles? Se sim, exemplifique.
3. Se estes números são irracionais, pode haver repetições de algarismos após a 12^a casa? E isto significa que a representação possui período?
4. A parte da representação decimal que está “oculta” (substituído por reticências) pode ser a mesma nos dois números? Se isto acontecer, os números serão iguais?
5. Estes números serão racionais ou irracionais?
6. Qual número será maior?
7. Quantos números racionais existem entre eles? Comente sua resposta.
8. Quantos números irracionais existem entre eles? Comente sua resposta.

ATIVIDADE X

Nome: _____ Data: ____/____

Assinale Verdadeiro (V) ou Falso (F) e comente sua resposta.

1. () É possível calcular a média aritmética de dois números racionais quaisquer.

2. () Todo número que tem representação decimal infinita é um número irracional.

3. () $\frac{\pi}{2}$ é racional.

4. () Entre um número racional e um número irracional existem números racionais e números irracionais.

5. () Não existe número racional entre dois números irracionais.

6. () Entre dois números racionais não existe nenhum número irracional.

7. () 0,333...3 é irracional.

8. () Não é possível encontrar um número racional entre um número racional e um irracional.

9. () É sempre possível tirar a média de dois números irracionais.

10. () $\sqrt{2}$ e 1,41 representam o mesmo número.

11. () A média de dois números racionais é um número racional.

12. () É sempre possível encontrar um número irracional entre dois números irracionais.

13. () 1,333... é irracional.

14. () Existem infinitos números racionais e infinitos números irracionais entre dois números reais.
