

DANILO DOS SANTOS CHRISTO

**INTRODUÇÃO DA NOÇÃO DE VARIÁVEL EM
EXPRESSÕES ALGÉBRICAS POR MEIO DA RESOLUÇÃO
DE PROBLEMAS: UMA ABORDAGEM DINÂMICA**

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**PUC/SP
São Paulo
2006**

DANILO DOS SANTOS CHRISTO

**INTRODUÇÃO DA NOÇÃO DE VARIÁVEL EM
EXPRESSÕES ALGÉBRICAS POR MEIO DA RESOLUÇÃO
DE PROBLEMAS: UMA ABORDAGEM DINÂMICA**

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação da Prof^ª. Dr^ª. Anna Franchi*

PUC/SP
São Paulo
2006

III.4 - Atividades Propostas⁴

III.4.1 - Atividade 01

Objetivo: esta atividade tem por objetivo desenvolver habilidades de interpretar dados em uma tabela de dupla entrada, de resolver problemas e de realizar comparações entre esses dados. Comparar expressões numéricas por meio de relações expressas pelos sinais < (menor), > (maior) ou = (igual).

Enunciado Preencha a última coluna da tabela abaixo, calculando os respectivos sub-totais multiplicando a Quantidade comprada pelo Preço unitário.

Ordem de compra				
Número de Ordem	Produto	Quantidade	Preço unitário	Sub-total
01	Charlie Brown Jr.	5	R\$ 18,00	
02	Titãs	6	R\$ 13,00	
03	Paralamas do Sucesso	4	R\$ 14,00	
04	Kelly Key	8	R\$ 7,00	
05	Ivete Sangalo	6	R\$ 15,00	
06	O Rappa	2	R\$ 18,00	
07	Luciano Huck	3	R\$ 18,00	
08	Detonautas	1	R\$ 13,00	
09	Bon Jovi	6	R\$ 9,00	
10	Simple Plan	7	R\$ 17,00	
11	Foo Figthers	10	R\$ 7,80	
12	Marjorie Stiano	2	R\$ 6,50	
13	Sandy e Júnior	10	R\$ 3,60	

Agora, vamos comparar as expressões abaixo, utilizando os dados da tabela que você preencheu. Para realizar essas comparações, preencha o espaço indicado com os símbolos: = (igual), < (menor que) e > (maior que)

- a) $5 \times R\$ 18,00$ ____ $6 \times R\$ 15,00$
- b) $10 \times R\$ 7,80$ ____ $1 \times R\$ 13,00$
- c) $4 \times R\$ 14,00$ ____ $8 \times R\$ 7,00$
- d) $6 \times R\$ 13,00$ ____ $10 \times R\$ 7,80$

⁴ As atividades propostas nessa pesquisa basearam-se em experiências anteriores, vivenciadas no percurso profissional da orientadora.

e) $6 \times \text{R\$ } 9,00$ ____ $6 \times \text{R\$ } 13,00$

f) $2 \times \text{R\$ } 18,00$ ____ $3 \times \text{R\$ } 18,00$

g) $2 \times \text{R\$ } 18,00 + 3 \times \text{R\$ } 18,00$ ____ $5 \times \text{R\$ } 18,00$

h) $10 \times \text{R\$ } 3,60 + 2 \times \text{R\$ } 6,50$ ____ $6 \times \text{R\$ } 15,00$

i) $7 \times \text{R\$ } 17,00 + 1 \times \text{R\$ } 13,00$ ____ $10 \times \text{R\$ } 7,80$

j) $2 \times \text{R\$ } 18,00 + 3 \times \text{R\$ } 18,00$ ____ $5 \times \text{R\$ } 18,00$

III.4.2 - Atividade 02: Loteria de Expressões Aritméticas

Objetivo: desenvolver habilidades de interpretação de dados em uma tabela (“volante de loteria esportiva”), de resolução de problemas e de realização de comparações entre esses dados. Comparar expressões numéricas por meio de relações expressas pelos sinais $<$ (menor), $>$ (maior) ou $=$ (igual).

Na primeira parte dessa atividade, o professor tem um envelope contendo os números que são os “resultados” das expressões. Conforme vai-se retirando do envelope, o resultado é escrito na lousa.

Por exemplo, analisando as expressões abaixo:

(1)	Expressão A	(2)	Expressão B	(3)
	$(21 - 12) + 10$		$21 - (12 + 10)$	

Se o número retirado do envelope for 19, o aluno tem que marcar a coluna (1). Se o número retirado do envelope for -1 , o aluno tem que marcar a coluna (3). A tabela também tem situações nas quais as duas expressões são equivalentes. Nesse caso, a coluna a ser preenchida é a coluna do meio, ou seja, a coluna (2).

(1)	Expressão A	(2)	Expressão B	(3)
	$(2 \times 10) / 5$		$2 \times (10 / 5)$	

Em seguida, o aluno traduz as marcações da tabela em expressões como:

$$(2 \times 10) / 5 = 2 \times (10 / 5) \text{ ou}$$

$$(21 - 12) + 10 > 21 - (12 + 10)$$

Enunciado: Retira-se de um envelope os resultados das expressões e, em seguida, anotasse-os na lousa. Os resultados retirados não seguem a ordem das expressões, ou seja, são retirados sem uma ordem definida. Portanto, conforme os resultados são sorteados, procure identificar qual a expressão que dá esse

resultado. Em seguida, preencha as colunas (1) ou (2) ou (3) com um X, baseando-se nos resultados obtidos.

(1)	Expressão A	(2)	Expressão B	(3)
	$(2 \times 10) / 5$		$2 \times (10 / 5)$	
	$(21 - 12) + 10$		$21 - (12 + 10)$	
	$(21 - 2) + 4$		$21 - (2 + 4)$	
	$(30 - 5) \times 2$		$30 - (5 \times 2)$	
	$(60 / 10) \times 2$		$30 - (5 \times 2)$	
	$(21 + 2) + 4$		$21 + (2 + 4)$	

Agora, reescreva cada uma das linhas da tabela utilizando os símbolos < (menor que), > (maior que) ou = (igual).

III.4.3 - Atividade 03⁵:

Objetivo: permitir aos alunos um primeiro contato com a noção de variável.

Espera-se que os estudantes percebam a necessidade da utilização de um símbolo não numérico para representar uma quantidade desconhecida. Caso contrário, serão colocadas questões que favoreçam essa percepção.

Esse fato deve contribuir para que percebam a importância da representação simbólica para valores desconhecidos.

Em seguida, os próprios alunos criam situações para serem discutidas por todos.

Durante a atividade, o professor faz uma síntese na lousa, anotando todas as possíveis soluções que cada grupo for encontrando. Será considerada a variação do montante recebido pelo grupo e por aluno do grupo.

A classe deve dividir-se em grupos com quatro componentes. Cada grupo receberá uma determinada quantia de dinheiro, impressas em cédulas de papel comum, para ser repartida igualmente entre os elementos do grupo. Cada um dos grupos deverá passar uma mensagem para que os outros grupos descubram as quantias que possuem.

As mensagens podem utilizar operações de multiplicação, através de diferentes registros (modos) de representação. Exemplo: $\square \times 25,00 = 125,00$.

Nessas mensagens, o valor desconhecido, os valores dados e a variação da quantia recebida serão ressaltados. Esses valores vão revelar as possibilidades de expressão das igualdades e dependências envolvidas.

⁵ Atividade desenvolvida na terceira fase do projeto da tese de doutorado da orientadora: **Compreensão das Situações Multiplicativas Elementares**. São Paulo: PUC-SP, 1995.

III.4.4 - Atividade 04:

Objetivo: levar o aluno a conhecer a relação de dependência entre as variáveis envolvidas.

Os alunos trabalham com situações de compra e venda e, por meio de estimativas e cálculos, têm a oportunidade de trabalhar com expressões numéricas equivalentes. Essa atividade nos permite analisar como os alunos constroem suas próprias equivalências.

Exemplos: 5 x O Rappa+ 2 x Charlie Brown Jr.

2 x Titãs + 4 x Simple Plan

Em seguida, promove-se uma discussão buscando esclarecer o que as notações estão representando.

Enunciado:

Produto	Preço unitário
O Rappa	R\$ 18,00
Ivete Sangalo	R\$ 15,00
Titãs	R\$ 13,00
Simple Plan	R\$ 25,00
Charlie Brown Jr.	R\$ 18,00

Você vai a uma loja comprar dois CDs. Os preços de cada Cd estão anotados na tabela acima. Para tanto, você deve gastar R\$ 126,00. Quantos e quais Cds você pode comprar com esse dinheiro? Depois de efetuar os cálculos, anote as possibilidades de compra que você descobriu.

III.4.5 - Atividade 05

Objetivo: ensinar a relação de dependência entre as variáveis envolvidas.

Será apresentada uma tabela cujo objetivo é levá-los a alterar aleatoriamente a quantidade comprada. Porém, o preço total da compra não poderá ultrapassar um valor pré-fixado. Um dos objetivos é que os alunos encontrem mais de um modo de fazê-lo. Ou seja, eles terão que variar os valores das compras e perceber que, em mais de uma situação o valor determinado para o gasto é ultrapassado ou não.

Caso o aluno atente a esse detalhe, perceberá como a variação das quantidades compradas afeta o valor final da compra, ou seja, o valor final depende das quantidades compradas.

Enunciado:

Tabela de Preços de Cds	
Cantor(a)	Preço Unitário
Ivete Sangalo	R\$ 8,00
Kelly Key	R\$ 15,00
Sandy e Júnior	R\$ 5,00
Marjorie Estiano	R\$ 8,00

Imagine que é seu aniversário e que você ganhou de presente de todos os seus familiares R\$ 178,00. Encontre dois modos de gastar até essa quantia comprando quaisquer Cds da tabela acima. Para ajudar-se a não ultrapassar, use a calculadora e pense em várias possibilidades de compras até encontrar duas que satisfaçam esta condição.

III.4.6 - Atividade 06

Objetivo: criar condições para que os alunos percebam a relação de dependência que existe entre a variação da quantidade de CDs comprados e a do preço total da compra, analisando a proporcionalidade entre ambas.

Ou seja, cada vez que for efetuada uma compra, se a quantidade de CDs comprados for multiplicada por uma razão, o preço total varia também, nessa mesma razão. As questões respondidas deverão confirmar essa conclusão.

Enunciado: Preencha a coluna Quantidade e Total conforme é pedido:

Quantidade	Produto	Total
1	Cd do Titãs	R\$ 12,00
	Cds do Titãs	
	Cds do Titãs	
	Cds do Titãs	
	Cds do Titãs	

1) Se você comprar 2 cds dos Titãs, qual será o total da sua compra? ____ .

Portanto, multiplicando-se o número de objetos por ____ o preço total fica multiplicado por ____ .

2) Multiplique por 3. Qual será o total da sua compra?

Portanto, multiplicando-se o número de objetos por ____ o preço total fica multiplicado por ____.

3) Multiplique por 4. Qual será o total da sua compra?

Portanto, multiplicando-se o número de objetos por ____ o preço total fica multiplicado por ____.

4) Multiplique por 8. Qual será o total da sua compra?

Portanto, multiplicando-se o número de objetos por ____ o preço total fica multiplicado por ____.

III.4.7 - Atividade 07

Objetivo: criar condições para que os alunos desenvolvam habilidades de resolução de problemas de proporcionalidade por meio de procedimentos escalares e funcionais. Introduzir também, as notações $3 \times x = 3x$ e $3 \bullet x = 3x$.

Enunciado: Na tabela abaixo, na coluna da esquerda, temos os números de *Cds* comprados por algumas mães e, na coluna da direita, os totais de cada compra. Porém, não sabemos qual o preço unitário desses *Cds*. Com base nessas informações da tabela, encontre o valor de x utilizando o menor número possível de operações. Use a calculadora para ajudá-lo.

Quantidade de CDs comprados	Total da Compra
02	R\$ 18,00
04	R\$ 36,00
X	R\$ 126,00

III.4.8 - Atividade 08

Objetivo: essa atividade visa permitir ao aluno identificar variáveis e constantes e estabelecer uma relação de dependência entre x que será um número qualquer solicitado e y que será o resultado dependente das operações realizadas sobre x , ou seja, o número pensado é determinado em função do número encaminhado (dependência). O aluno também representará a linguagem natural constante em uma sentença em linguagem algébrica.

Uma sentença qualquer é convenientemente escolhida e, em seguida, escrita na lousa, por exemplo: *“O dobro de um número mais cinco.”* ou *“O triplo de um número menos dois”, etc.*

Cada aluno deve escolher um número, executar as operações descritas na sentença e anotar o resultado em um papel. No verso do papel deve escrever a sentença matemática que usou para chegar àquele resultado.

O professor pergunta a um aluno qual é o resultado e ele deve responder de forma que todos ouçam. Os demais tentarão encontrar o número que está no verso da folha, quando alguém disser o número correto, será convidado a vir à lousa e escrever de que forma encontrou o resultado.

III.4.9 - Atividade 09: “Jogo do Adivinha”

Objetivo: essa atividade visa estimular as habilidades dos alunos por meio de uma seqüência de “comandos” divertidos e prazerosos, pois permite saber o número pensado por outro aluno bastando para isso seguir algumas “regras” pré-determinadas. O aluno articulará a linguagem natural à linguagem algébrica.

O professor escolhe um aluno qualquer. Em seguida, pede-se que ele execute os seguintes “comandos”:

- Pense em número natural qualquer.
- Ache seu dobro.
- Adicione 3 ao resultado.
- Triplique o que você obteve.
- Subtraia nove do resultado.
- Divida tudo por 6.
- Pronto: eis o número que você pensou.

Depois de executar essas “adivinhações” com outros alunos e passar, por escrito, esses “comandos”, o professor pedirá, a todos, que respondam aos comandos em linguagem simbólica, ou seja, para um número representado por n ou por x ou por outro símbolo determinado pelos próprios alunos.

III.4.10 - Atividade 10: “Bingo de expressões algébricas”

Objetivo: permitir ao aluno perceber que uma letra qualquer, nesse caso x , serve para substituir um número qualquer na hora de representá-lo isoladamente ou em uma expressão, ou seja, mostrar a importância, a necessidade e a facilidade da representação simbólica em expressões algébricas. O outro objetivo é o de permitir ao aluno trabalhar com a linguagem natural e a linguagem algébrica, simultaneamente, como possíveis respostas.

Cartelas semelhantes às de bingo, porém com sentenças ou expressões algébricas no lugar dos números, como de costume, são distribuídas a todos os alunos que estão separados em grupos de 3 a 4 alunos.

Em seguida, a letra x representará o valor determinado pelo professor. Esta escolha determina os valores numéricos das expressões constantes nas cartelas.

O professor sorteia um número, por exemplo, 6. Se o valor de x for 3, então o aluno deve marcar: “o dobro de x ” e “ $2x$ ”.

As cartelas serão semelhantes ao que segue, porém com algumas modificações para que, durante o sorteio, haja apenas um ou dois ganhadores:

O dobro de x	3 vezes x	$2x + 2$	$2x$
$X + 6$	O triplo de x	$X + 3$	$2x + x$
$6x$	$3x - 1$	$x + x$	$4x + 4$