

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC-SP

Marcelo Marcos Bueno Moreno

**Ensino e aprendizagem de estatística com ênfase na variabilidade:
um estudo com alunos de um curso de licenciatura em Matemática**

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

São Paulo
2010

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC-SP

Marcelo Marcos Bueno Moreno

**Ensino e aprendizagem de estatística com ênfase na variabilidade:
um estudo com alunos de um curso de licenciatura em Matemática**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA**, sob orientação da **Profa. Dra. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho**.

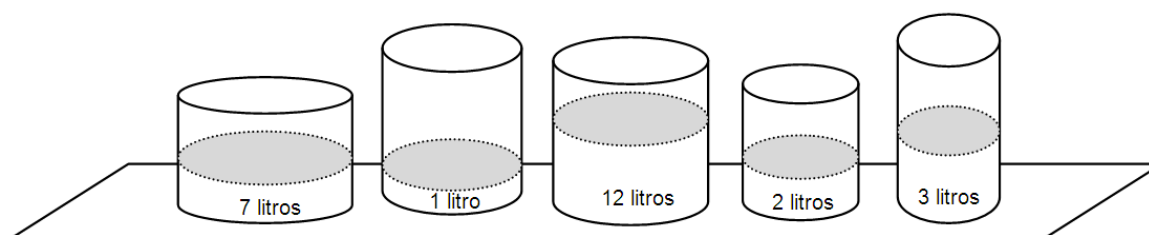
São Paulo
2010

APÊNDICE A: TAREFAS PROPOSTAS NA FORMAÇÃO

Parte A: Introdução à média

As tarefas 1 até a 8 foram entregues juntas.

- 1) Uma pessoa possui 5 baldes contendo quantidades de água, de acordo com o indicado nas figuras abaixo:



Se a pessoa deseja distribuir a mesma quantidade de água em cada balde, quantos litros ela deverá colocar?

(Atividade adaptada de Paiva, 2004)

Objetivo: levar o aluno a usar a média, como distribuição equitativa, para resolver o problema.

- 2) Um pai fez um testamento distribuindo os bens que possuía para seus três filhos da seguinte forma:
- Tiago, o mais novo, ficaria com R\$ 5.000,00
 - Cristian receberia R\$ 10.000,00 e
 - Pedro, o mais velho, receberia R\$ 15.000,00.
- Os filhos começaram a brigar porque não achavam justo receberem quantias diferentes. Para evitar desentendimentos, o pai resolveu distribuir o dinheiro igualmente. Quanto cada filho recebeu na nova distribuição?

Objetivo: levar o aluno a usar a média, como distribuição equitativa, para resolver o problema.

- 3) Um professor deve entregar na secretaria da escola a síntese do desempenho dos alunos em cada bimestre. João obteve as seguintes notas em um bimestre: 8,0 na primeira prova e 4,0 na segunda. Qual nota de João, o professor deverá entregar na secretaria, sabendo-se que são atribuídos pesos iguais às duas notas? Justifique sua resposta.

Objetivo: utilizar a média, como medida síntese para resolver o problema

- 4) Outro professor deu quatro provas e as notas de João foram: 4,0; 5,0; 6,0 e 1,0. Que nota o professor deverá entregar na secretaria? Por quê?

Objetivo: utilizar a média, como medida síntese para resolver o problema.

- 5) Baseando-se nas notas, descubra quem teve o melhor desempenho geral:

Nome	Nota	Nota	Nota
Mirian	3,0	7,0	8,0
Carmen	2,0	9,0	7,0

Como você chegou a esta conclusão?

Objetivo: utilizar a média, como medida síntese para resolver o problema

- 6) Uma professora resolveu dar um prêmio para seu melhor aluno. Na 6ª série A, ela deu cinco provas, e na 6ª série B deu quatro provas. Veja as notas na tabela:

Nome	Nota1	Nota2	Nota3	Nota4	Nota5
Celso da 6ªA	8	7	10	9	6
Marta 6ªB	10	6	9	9	***

- a) Baseando-se no desempenho geral dos dois alunos, ajude a professora a decidir.
b) Qual critério você utilizou para decidir quem ganharia o prêmio? Por quê?

Objetivo: Objetivo: utilizar a média, como medida síntese para decidir.

- 7) Marcos e Celso são jogadores de basquete. Marcos jogou cinco partidas, nas quais fez 25, 32, 30, 27 e 40 pontos. Celso jogou 4 partidas nas quais fez 32, 29, 40 e 42 pontos.

- a) Qual dos dois jogadores fez maior número de pontos?
b) Qual dos dois apresentou melhor desempenho por partida?

(Adaptado de Imenes; Lellis, 2005)

Objetivo: utilizar a média, como medida síntese para decidir.

- 8) Uma dona de casa vai trocar o piso de seu apartamento. Para isso, chamou seis pedreiros para fazerem o orçamento do serviço. Como o preço depende da área a ser revestida, todos os pedreiros foram ao local para efetuar as medições, mas houve variação de medida entre os profissionais. As áreas calculadas foram: 150 m^2 , 152 m^2 , 149 m^2 , 153 m^2 , 148 m^2 e 154 m^2
- a) Faça uma estimativa para a área real a ser revestida.
- b) Por que você escolheu este valor?

(Atividade adaptada de Batanero, 2001, p.90)

Objetivo: Utilizar a média como estimativa para resolver o problema

A tarefa 9 só foi entregue após os alunos terem recebido e respondido as anteriores

- 9) Quando você calculou quantos litros de água seriam colocados em cada balde (atividade 1), caso fosse distribuída a mesma quantidade de água em cada um deles, você estava calculando a **média**. Assim, diríamos que a quantidade **média** de água nos baldes é: litros.

Para descobrir quantos reais cada filho receberia (atividade 2) se o dinheiro fosse dividido em partes iguais, você calculou a média. Assim, quando o pai deu R\$ 5.000,00 para Tiago, R\$ 10.000,00 para Cristian e R\$ 15.000,00 para Pedro, dizemos que elei deu em **média**: R\$...... para cada filho.

Objetivo: Introduzir o termo média, como resposta dos problemas anteriores, associando seu algoritmo com operações já conhecidas pelos alunos: adição e divisão.

Discussão

- a) Quais as medidas estatísticas utilizadas para resolver as atividades anteriores?
- b) Qual foi a importância da média e/ou de outras medidas que você utilizou?
-

Parte B: Medidas-resumo de tendência central, quartis e variabilidade

- 10) Observe as idades de um grupo de universitários participantes de um curso de estatística:

19	20	32	27	36	31	20	25	35	28
20	21	32	27	40	43	30	42	8	31

Você deve sintetizar os dados e traçar um perfil do grupo quanto à idade.

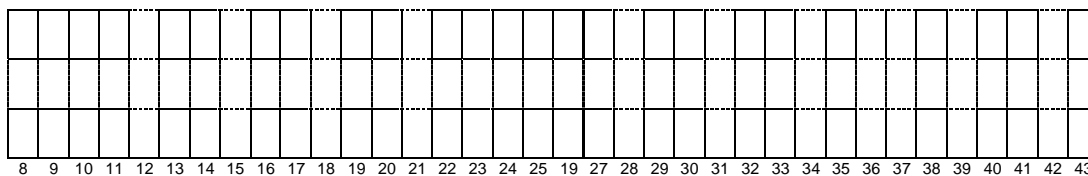
Objetivo: sintetizar dados coletados entre a própria turma (exceção do 8), utilizando-se das ferramentas que tiver disponível. Espera-se que eles se utilizem da média e mediana, observem onde há maior concentração de dados, o valor máximo e o mínimo e resumam tais informações em um texto.

O valor oito foi incluído para que os alunos refletissem a respeito da influência ou não de valores extremos na média e mediana.

Só após os alunos terem sintetizado os dados da tarefa 10, foram entregues as questões a seguir:

Sobre as idades do grupo de universitários:

- b) Construa o esquema gráfico das idades, colocando um ponto • sobre cada valor correspondente. Caso algum valor se repita, coloque na linha superior, formando uma “torre”.



- Qual a idade média?
- Qual a idade mediana?
- Obtenha o 1º quartil.
- Obtenha o 3º quartil.
- Quantos dados estão entre os 1º e 3º quartis?
- Qual o percentual de idades presentes entre os 1º e 3º quartis?
- Abaixo do diagrama localize, com um segmento de reta vertical os 1º e 3º quartis e a mediana (2º quartil). Desenhe um retângulo (caixa) a partir do 1º segmento até o 3º.
- O retângulo ficou dividido em duas partes. Qual o percentual de dados em cada parte?
- Em qual parte os dados estão mais concentrados?

- j) Qual a relação entre o tamanho de cada parte do retângulo e a concentração de dados?

Objetivo: perceber que o intervalo interquartil contém em torno de 50% dos dados, que a quantidade de elementos compreendida entre os 1º e 2º quartis e entre o 2º e 3º são iguais e concluir que quanto menor as distâncias entre os quartis, menor a variação. A representação por meio do Gráfico de Pontos, também, objetiva a percepção da variabilidade dos dados.

A tarefa 11 foi entregue em dois momentos; a primeira parte contém o enunciado e o item “a”, a segunda inclui do item “b” até o “h”.

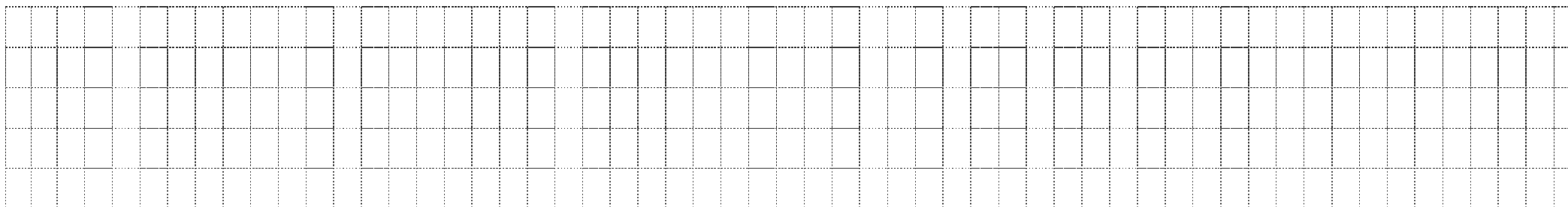
- 11) O Ministério da Educação deseja conhecer o perfil de cada sala de Educação de Jovens e Adultos (EJA). Para atendê-lo, a escola deverá enviar dados que representem algumas características de cada grupo de alunos. Fazendo um levantamento das idades da turma do T-1 (EJA), ela obteve os seguintes dados:

Idade em anos do T-1 EJA													
15	16	16	16	23	25	27	28	28	30	31	44	47	53
34	33	34	35	37	39	39	40	40	41	42	62	47	50

- a) Qual é a idade “típica”³³ a ser enviada ao Ministério da Educação?

³³ Um valor típico é um número único que resume determinada característica do grupo

b) Construa o esquema gráfico das idades, colocando um ponto • sobre cada valor correspondente. Caso algum valor repita-se, coloque na linha superior, formando uma “torre”.



15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	58	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	...
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

Idade (anos)

- c) Calcule a idade média.
- d) Obtenha a idade mediana.
- e) Observe o gráfico e diga em torno de quais idades há maior concentração de pontos (dados)?
- f) No gráfico faça uma marca sobre a idade média.
- g) Os dados sempre se concentram em torno da média?
- h) Qual a menor e a maior idade? Qual a variação das idades?
- i) Olhando para o gráfico, você modificaria a idade “típica” ?
- j) Abaixo do diagrama localize, com um segmento de reta vertical os 1º e 3º quartis e a mediana (2º quartil). Desenhe um retângulo (caixa) a partir do 1º segmento até o 3º.

Objetivo: utilizar a média, como medida “típica” de um grupo e perceber a distribuição dos dados em torno dela.

A tarefa 12 foi entregue em dois momentos; a primeira parte contém o enunciado e o item “a”, a segunda inclui do item “b” até o “m”.

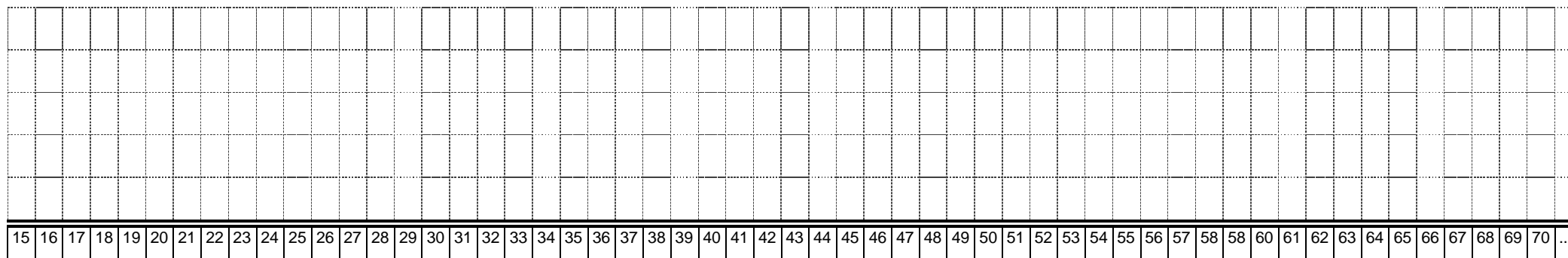
12) A tabela abaixo contém as idades dos alunos da 3ª série B (Ensino Médio)

Idade em anos da 3ª série B do Ensino Médio												
16	16	16	16	16	16	16	16	17	17	17	18	22
17	17	17	17	17	17	18	18	18	19	21	19	17

- a) Qual a idade “típica” dos alunos do 3º B?

Objetivo: utilizar a média como medida “típica”, perceber a variação dos dados em torno dela e relacionar a representatividade desta medida de tendência central com a dispersão dos dados.

b) Construa o esquema gráfico das idades, colocando um ponto • sobre cada valor correspondente. Caso algum valor repita-se, coloque na linha superior, formando uma “torre”.



Idade (anos)

- c) Calcule a idade média.
- d) Observe o gráfico e diga em torno de qual idade há maior concentração de pontos (dados)?
- e) No gráfico faça uma marca sobre a idade média.
- f) Os dados sempre se concentram em torno da média?
- g) Quais a menor e a maior idade? Qual a variação das idades?
- h) Olhando para o gráfico, você modificaria a idade “típica”?
- i) Abaixo do diagrama localize, com um segmento de reta vertical os quartis. Desenhe um retângulo (caixa), a partir do 1º primeiro quartil até o 3º.
- j) Observe os gráficos e diga em quais salas (3ºB ou T1), você percebe maior variação das idades?
- k) Em quais das salas, foi mais fácil obter a idade “típica”?
- l) Em quais das turmas, a média é mais representativa?
- m) Para analisar a idade representativa do grupo (idade “típica”), é importante observar a variação dos dados no gráfico, ou seja, verificar se eles estão mais próximos ou afastados? Comente.

Objetivo: utilizar a média como medida “típica” de um grupo, perceber a importância de alguma medida de variação.

Discussão

Parte C: Reflexões sobre a média e sobre a variação dos dados

13) Coisas para pensar!

- a) Suponha que a idade média de uma turma de alunos é de 21 anos. Então o que nós sabemos sobre a distribuição das idades dos alunos desta classe (por exemplo, todos eles têm cerca de 21 anos?)? Explique.
- b) Como se chega a esse número (21)? Explique.

(Retirado de Ben-Zvi e Garfield. (2008))

14) O Jogo das Médias: foram dadas dez caixas de fósforos e cada uma representa uma pessoa. Você deverá distribuí-las sobre a reta que está numerada de 10 a 32 (anos), empilhando-as ou não para formar um Gráfico de Pontos de acordo com as instruções fornecidas. A posição de cada caixa na reta indicará a idade da pessoa representada, ou seja, uma caixa colocada na posição 12 indicará que existe uma pessoa

Objetivo: representar a tarefa 14 em Gráfico de Pontos para analisar a distribuição sob o aspecto gráfico.

As duas questões seguintes foram entregues após a confecção dos gráficos

Ideias que você deve considerar:

- a) Que estratégias você usou para manter a média de 21 em cada gráfico?
- b) Foi importante dar atenção à distância de cada ponto até o 21? Como é que isso ajuda a manter a média de 21 anos?

(atividade adaptada de Ben-Zvi e Garfield (2008))

Objetivos das tarefas 13, 14 e 15: ampliar a compreensão conceitual da média; interpretar a média como ponto de equilíbrio entre os dados; perceber que o equilíbrio se dá quando a soma dos desvios de cada dado em relação à média é zero, isto é, os valores absolutos dos desvios anteriores à média são iguais aos posteriores; estimular a observação de diversas distribuições com a mesma média.

- 16) Nos itens “a” até “d”, considere o termo "desvio" como a diferença entre cada valor e a média. Isto, também, pode ser visto como o número de unidades para a esquerda ou para a direita da média, em relação ao valor de cada dado.
 - a) Observe o Gráfico de Pontos abaixo e anote os desvios de cada ponto em relação à média.



Idade observada x_i	Média \bar{X}	Desvio $(x_i - \bar{X})$
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
Soma		

- b) Se você excluir uma idade que tenha um desvio de -3, o que você precisa fazer com um ou mais valores (idades), para manter a média em 21 anos?
- c) E se você retirar uma pessoa de 24 anos e colocar uma pessoa de 25 anos, o que você precisa fazer com um ou mais valores (idades) para manter a média em 21 anos?
- d) Qual o valor da soma dos desvios? Por que deu este resultado?

Objetivos: calcular os desvios e perceber que a soma dos desvios sempre será igual a zero, preparar o aluno para o cálculo do desvio-médio.

Discussão:

Qual a relação entre média e equilíbrio?

PARTE D: Reflexão sobre o uso da média e a amplitude como medida de variação

17) Oficina das Placas

(Atividade adaptada de Cordani, 2006)

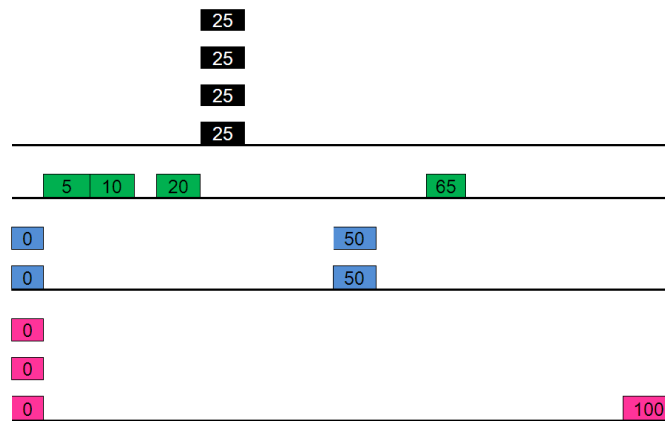
Descrição da atividade: foram distribuídas, para 16 alunos da turma, cartelas coloridas (verde, azul, rosa e preta), representando os valores das horas-aula de quatro escolas, de acordo com o indicado a seguir:

Escola	Valores nas cartelas (hora-aula)			
Verde	R\$ 20,00	R\$ 65,00	R\$ 5,00	R\$ 10,00
Azul	R\$ 50,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 50,00
Rosa	R\$ 100,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00
Preta	R\$ 25,00	R\$ 25,00	R\$ 25,00	R\$ 25,00

Os participantes são orientados a encontrar um eixo de referência na classe (0 a 100) para se posicionarem: pode ser a lousa, a mesa, a parede etc .

- 1- Chamamos uma cor: cada aluno coloca-se no referencial. A turma deveria copiar os valores na ordem do menor para o maior, na linha correspondente a cada cor. Solicitamos que encontrassem o valor médio.
- 2- Chamamos a próxima cor e pedimos novamente que se colocassem no referencial, mantendo a cor anterior no referencial. São pedidos a média e o valores máximo e mínimo.
- 3- Fizemos o mesmo com as duas cores restantes, uma de cada vez.

Disposição das 16 placas, após a participação dos alunos.



As tabelas abaixo foram entregues para que os participantes pudessem preenchê-las

Escola	Valores nas cartelas (hora-aula)	Média
Verde		
Azul		
Rosa		
Preta		

Questões:

- Suponhamos que foi divulgado apenas o valor médio das horas-aula de cada escola. Baseando-se somente nesta informação, qual escola você escolheria para trabalhar?
- Obtenha em cada escola os valores máximo, mínimo e a amplitude

Escola	Média	Máximo	Mínimo	Amplitude
Verde				
Azul				
Rosa				
Preta				

- Qual a diferença entre escolher uma das escolas tomando-se como referência apenas a média e escolhê-la com base na média e na amplitude?

Objetivos: perceber a insuficiência da média como medida-resumo e utilizar a amplitude como medida de variação.

- 18) Observe as temperaturas entre duas cidades medidas em um dia: San Pedro do Atacama, cidade localizada numa região desértica e úmida no norte do Chile a 2 400 metros de altitude com população de 3.000 habitantes e Caraguatatuba, localizada no Litoral Norte de São Paulo/Brasil com clima tropical úmido e 93.000 habitantes

Algumas prováveis temperaturas em um dia:

Temperatura marcada durante um dia em San Pedro do Atacama		Temperatura marcada durante um dia em Caraguatatuba	
Horário	Temperatura ³⁴	Horário	Temperatura ³⁵
6h	10°C	6h	20°C
9h	30°C	9h	20°C
12h	39°C	12h	23°C
16h	35°C	16h	21°C
20h	6°	20h	18°C
24h	0°	24h	18°C

- Calcule a temperatura média de cada uma das cidades.
- Calcule a temperatura mediana de cada uma das cidades.
- Baseando-se apenas na média, qual cidade você escolheria para viver?
- As figuras abaixo representam hastes em equilíbrio sobre pontos de apoio na posição 20°C. Cada ponto - ● - representa um objeto com massa fixa. Sobre a haste 1, marque com ● as temperaturas de San Pedro do Atacama e na haste 2 as temperaturas de Caraguatatuba/SP. (Quando as temperaturas se repetirem, coloque um ponto sobre o outro, montando uma pilha).
- Acima de cada haste localize, com um segmento de reta vertical, os quartis. Desenhe um retângulo (caixa), a partir do 1° primeiro quartil até o 3°.

³⁴ Dados fictícios

³⁵ Dados fictícios

Haste 1

0°C	1°C	2°C	3°C	4°C	5°C	6°C	7°C	8°C	9°C	10°C	11°C	12°C	13°C	14°C	15°C	16°C	17°C	18°C	19°C	20°C	21°C	22°C	23°C	24°C	25°C	26°C	27°C	28°C	29°C	30°C	31°C	32°C	33°C	34°C	35°C	36°C	37°C	38°C	39°C	40°C
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------



Haste 2

0°C	1°C	2°C	3°C	4°C	5°C	6°C	7°C	8°C	9°C	10°C	11°C	12°C	13°C	14°C	15°C	16°C	17°C	18°C	19°C	20°C	21°C	22°C	23°C	24°C	25°C	26°C	27°C	28°C	29°C	30°C	31°C	32°C	33°C	34°C	35°C	36°C	37°C	38°C	39°C	40°C
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------



- e) Após a colocação dos pontos, qual haste deveria permanecer em equilíbrio?
- f) Por que foi escolhida a posição 20, para colocar o ponto de apoio?
- g) Encontre a temperatura máxima e mínima de cada cidade.
- h) Calcule a amplitude das temperaturas de cada cidade.
- i) Compare as amplitudes com as variações de temperatura das duas cidades. Qual relação você percebe entre amplitude e variação?
- j) Em um mesmo sistema de eixos cartesianos, represente com gráficos de linha, as variações das temperaturas das duas cidades. Trace uma reta horizontal na linha que contém a média.

Objetivos: perceber as limitações da média, como medida-resumo, reconhecer a amplitude como medida de dispersão, interpretar a média como ponto de equilíbrio e utilizar o gráfico, para a visualização da variabilidade.

e) Represente as medidas da tabela acima em um Gráfico de Pontos.

No quadro abaixo, represente a medida de cada aluno com um círculo - ● -, fazendo uma "torre" quando os valores repetirem-se.

Observação: pinte com cores diferentes os círculos que representam os homens e as mulheres; faça um X sobre o círculo que representa seu palmo.

Cada aluno deverá ir ao quadro e colocar o ponto que representa a medida do seu palmo

16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27

f) Qual sugestão você daria para resumir estes dados por meio de medidas estatísticas?

g) Abaixo do diagrama de pontos, localize os 1º e 3º quartil e a mediana (2º quartil) com segmentos de retas verticais e desenhe um retângulo a partir do 1º segmento até o 3º.

h) Observando os itens anteriores, faça um pequeno relatório das medidas dos palmos da turma.

i) Como está sua medida em relação a dos outros?

j) Discussão sobre os relatórios.

Objetivo: observar a distribuição dos dados em torno da média e visualizar graficamente os quartis.

20) Medida do palmo de um único aluno.

Um professor solicitou a seus alunos do T1-EJA e T2-EJA que medissem o comprimento do palmo da mão do aluno Karlo. Com as medidas obtidas, foram construídos os gráficos abaixo.

Gráfico A:

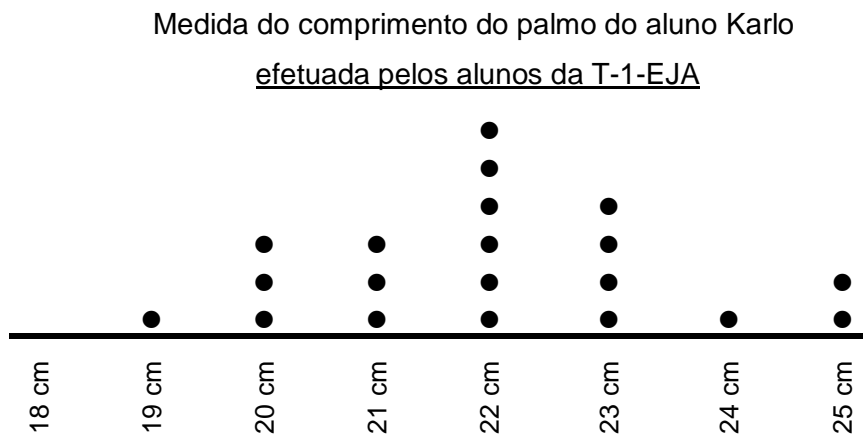
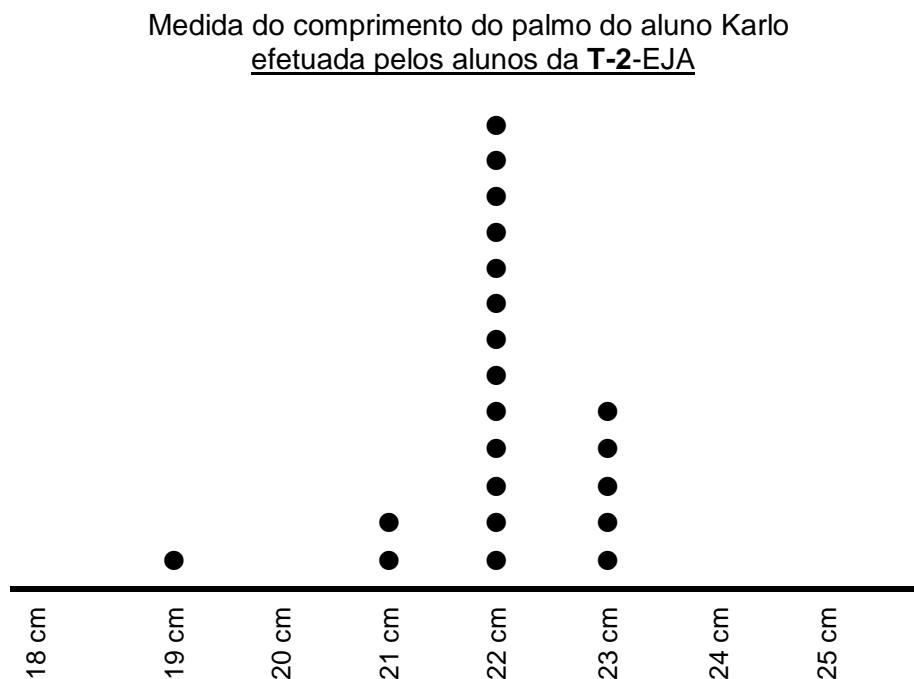


Gráfico B:



a) Suponhamos que haverá uma disputa entre as turmas T-1 e T-2 e vencerá aquela que tiver realizada a melhor medição do palmo de Karlo. Você apostaria na turma T-1 ou na T-2? Por quê?

b) Escolha um dos gráficos e estime um valor para a medida do comprimento real do palmo do Karlo. Justifique sua escolha e sua estimativa.

- c) Em qual conjunto (T-1 ou T-2) de dados, houve maior variação dos dados?
- d) Encontre o máximo, o mínimo e a amplitude de cada conjunto? Você percebe alguma relação entre amplitude e variação? Qual?

	Máximo	Mínimo	Amplitude
T-1			
T-2			

- e) Você foi encarregado(a) de contratar uma equipe para fazer medições. Qual das duas equipes você contrataria? Existe alguma relação entre a confiança que você depositará em um dos grupos e a variação das medidas encontradas?

Objetivo: perceber o papel da variabilidade na tomada de decisão, utilizar a amplitude, como medida desta variabilidade.

PARTE E: A insuficiência da amplitude como medida de variação, a busca de um instrumento mais abrangente.

Objetivos: o aluno deverá perceber a insuficiência da amplitude como medida de variação e encontrar uma forma de medir a variação que leve em consideração todos os dados.

21) Voltemos às medidas antropométricas do aluno Karlo. O professor convidou 12 alunos da 6ª A e 12 da 6ª D e solicitou que medissem o comprimento do pé de Karlo. Os resultados foram expressos nos gráficos abaixo.

Gráfico 1:

Medidas do comprimento do pé do aluno Karlo
efetuada pelos alunos da 6ª A

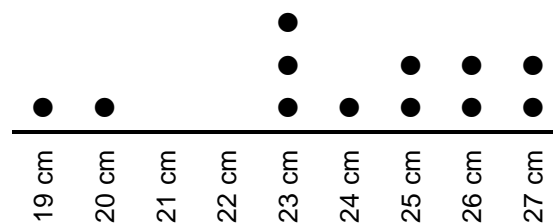
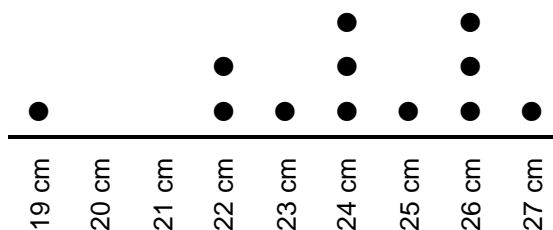


Gráfico 2:

Medidas do comprimento do pé do aluno Karlo
efetuada pelos alunos da 6^a D



Questão :

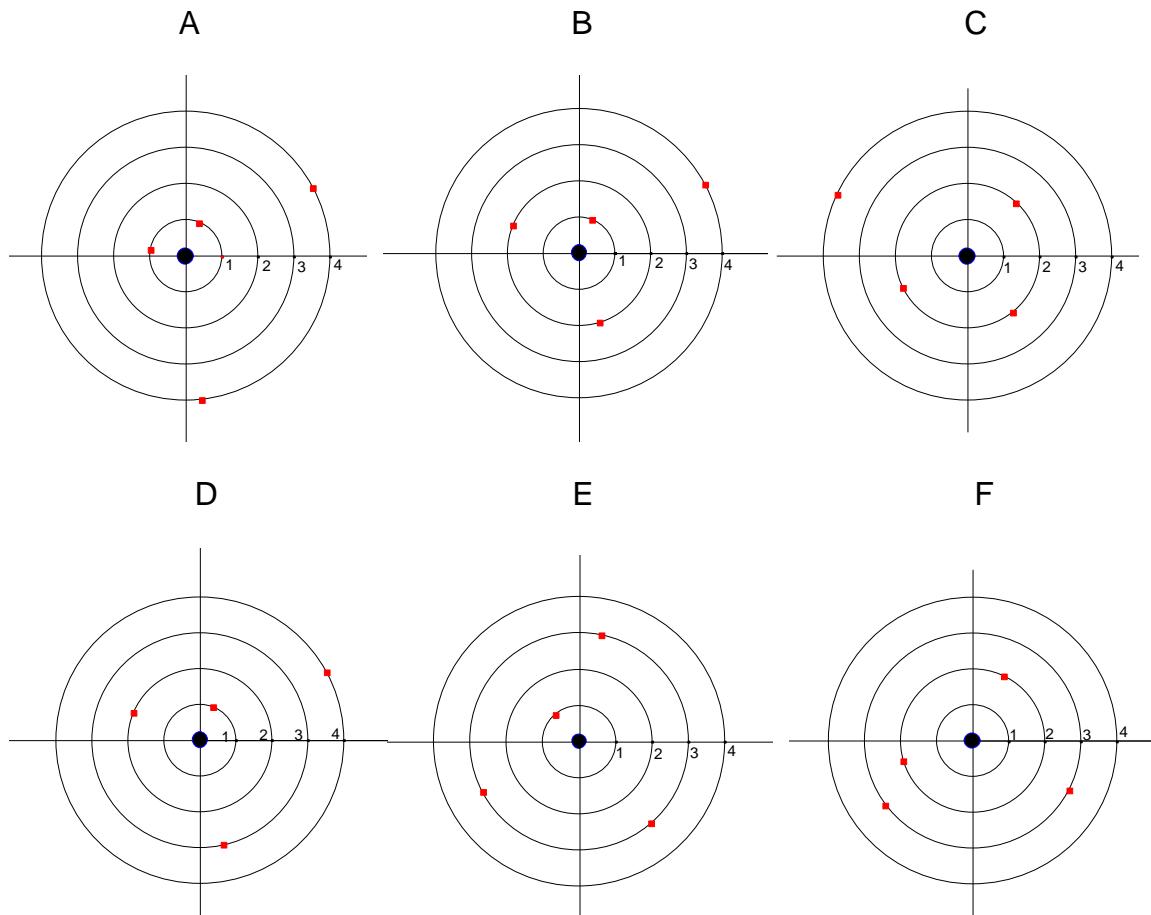
- Em qual conjunto (6^aA ou 6D) de dados, houve maior variação ?
- Calcule a amplitude de cada conjunto? As amplitudes são iguais? As variações são iguais?
- Suponha que a medida real do pé de Karlo seja 24 cm, qual grupo se afastou mais da medida real (ou variou mais em relação à medida 24 cm)? Justifique.
- Em média, quantos centímetros erraram³⁶ os alunos da 6^a A? E os da 6^a D?

Objetivo: introduzir o desvio-médio por intermédio do cálculo do erro médio.

³⁶ Entenda-se erro como o afastamento da medida efetuada em relação ao tamanho real.

22) Seis jogadores disputaram um torneio de tiro ao alvo, no qual cada participante podia atirar quatro vezes. Considerando que cada letra representa o resultado de um jogador, verifique qual deles obteve o melhor desempenho geral.

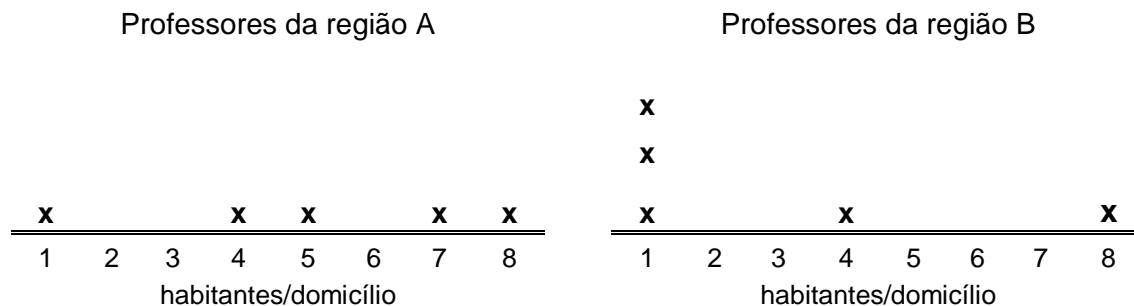
Obs: os números indicam as distâncias de cada circunferência até o alvo.



Em média, qual atirador desviou-se menos do alvo? De quanto foi esse desvio?

Objetivo: levar o aluno a perceber a diferença entre variabilidade entre os dados e variação em relação a um ponto determinado; introduzir o desvio-médio.

23) Foi feita uma pesquisa entre cinco professores da região A e cinco da região B, a respeito do número de moradores de seus domicílios. Os resultados estão indicados nos gráficos abaixo.



- a) Em qual gráfico, você percebe maior variação dos dados em relação à média?
- b) A amplitude é suficiente para diferenciar a variabilidade do número de habitantes por domicílio nos dois casos? Por quê?
- c) Proponha uma forma de medir a variação nas duas situações acima.

Objetivos específicos da atividade 23: perceber as vantagens e desvantagens da amplitude e desvio-médio, como medida de variação e institucionalizar o desvio-médio.

Discussão

24) Pelo que foi estudado até agora:

- a) Quais as diferenças e semelhanças entre amplitude e desvio-médio?
- b) Quais as vantagens ou desvantagens de se utilizar amplitude como medida de variação?
- c) Quais as vantagens ou desvantagens ao se usar o desvio-médio?
- d) Procure uma definição para o desvio-médio

Objetivo: definir desvio-médio

25) Volte à atividade (19), da medida dos palmos da turma e calcule o desvio-médio dos dados obtidos.

Objetivo: exercitar o cálculo do desvio-médio

26) Escolha três medidas de palmo da mão esquerda (atividade 19): o seu e o de mais dois colegas (com, pelo menos, uma diferente da sua)

(Adaptado de Cordani, 2006)

.....

- a) Qual sugestão você daria para resumir estes três dados?
 b) Vamos calcular o desvio-padrão destas medidas:

1º Passo: calcular os desvios em relação à média

	Medida observada x_i	Média \bar{X}	Desvio $(x_i - \bar{X})$	
1				
2				
3				
		Soma		

- c) O que deverá ocorrer com a soma dos desvios?
 d) Se não quisermos usar o módulo dos desvios, qual outra alternativa teremos para torná-los positivos?
 e) Obtenha a nova soma para os desvios quadrados.
 f) Calcule a média dos desvios.
 g) Compare o valor obtido no item anterior com os desvios na tabela. O que você percebe em relação ao tamanho dos desvios? Dê uma sugestão para resolver esta situação

Discussão

No item **f**, foi calculada a Variância dos dados e no item **g**, o desvio-padrão entre eles.

27) Volte à atividade 17 e calcule a variância e o desvio-padrão dos dados da escola verde. Para isso, utilize a tabela auxiliar abaixo.

Valor observado (x_i)	Média \bar{X}	Desvio ($x_i - \bar{X}$)	($x_i - \bar{X}$) ²
5			
10			
20			
65			
		Soma:	
		Média:	

Objetivo: exercitar o cálculo do desvio-padrão

28) Duas fábricas produzem pisos quadrados e vendem-nos especificando na caixa as medidas: 400 mm X 400 mm. Entretanto, nem todos os pisos possuem as medidas especificadas.

Suponhamos que os quadros abaixo representem as medidas das larguras³⁷ dos pisos de uma determinada fábrica.

Fábrica A: medidas das larguras dos pisos em milímetros				
400	398	400	399	404
402	402	403	397	395

Fábrica B: medidas das larguras dos pisos em milímetros				
400	398	399,5	401	401
399	396	400	399	401,5

- Calcule a média das larguras dos pisos de cada fábrica.
- De qual fabricante você compraria? Justifique?
- Utilize o desvio-padrão para calcular a variação das medidas dos pisos de cada fábrica. Sua opinião a respeito do item b modificou? Justifique.

³⁷ O correto seria fornecer mais de uma medida para cada piso, mas tomamos apenas a largura para simplificação dos cálculos.

- j) Resuma os resultados de cada coluna da tabela anterior, utilizando-se da média e da mediana.
- k) Observando os resultados da tabela anterior, qual hipótese você levantaria sobre o percentual de dados contidos em um intervalo criado com um desvio-padrão, no jogo das somas dos dados? Levante outra hipótese para o percentual de dados contidos em um intervalo criado com dois desvios-padrão.

- 30) Colete entre seus alunos a medida das alturas³⁸ deles em centímetros.
- a) Calcule a altura média e o desvio padrão.
 - b) Obtenha um intervalo³⁹ em torno da média, somando e subtraindo um desvio-padrão da mesma.
 - c) Calcule qual o percentual de medidas foram abarcadas por este intervalo.
 - d) Obtenha um intervalo em torno da média somando e subtraindo dois desvios-padrão da mesma.
 - e) Calcule qual o percentual de medidas foi abarcado por este intervalo.

- 31) Repita a atividade anterior, utilizando outra medida antropométrica dos alunos

32) Nas atividades 29, 30 e 31, você construiu um intervalo somando e subtraindo dois desvios-padrão à média e calculou o percentual de dados limitados por este intervalo. Levante uma hipótese sobre a porcentagem dos dados que, normalmente, estão compreendidos neste intervalo.

Objetivo das tarefas 30, 31 e 32: obter experimentalmente o percentual de dados, contidos em intervalos criados a partir de um e dois desvios da média.

- 33) Repita a mesma análise da tarefa 32, mas agora levantando uma hipótese sobre a

³⁸ Podem ser outras medidas antropométricas, ou seja, medidas do palmo, do perímetro da cabeça, tamanho do pé, etc.

³⁹ Não confundir o intervalo obtido por este procedimento com intervalo de confiança, que é obtido com a adição e subtração à média amostral do desvio-padrão, dividido pela raiz do tamanho da amostra, ou seja, $I_c = \bar{X} \pm z \cdot \frac{DP}{\sqrt{N}}$, onde z é a quantidade de desvio-padrão.

porcentagem de dados que, normalmente, estão compreendidos no intervalo construído com um desvio-padrão.

Objetivo: inferir sobre o percentual de dados contidos em intervalos criados, a partir da subtração e soma de um e dois desvios-padrão da média.

Discussão e institucionalização da Regra Empírica

34) Observando a tabela abaixo, obtida a partir de dados reais, na qual estão registrados os percentuais de valores contidos nos intervalos criados com a soma e subtração de um e dois desvios-padrão à média, verifique se os percentuais obtidos assemelham-se às informações teóricas descritas anteriormente.

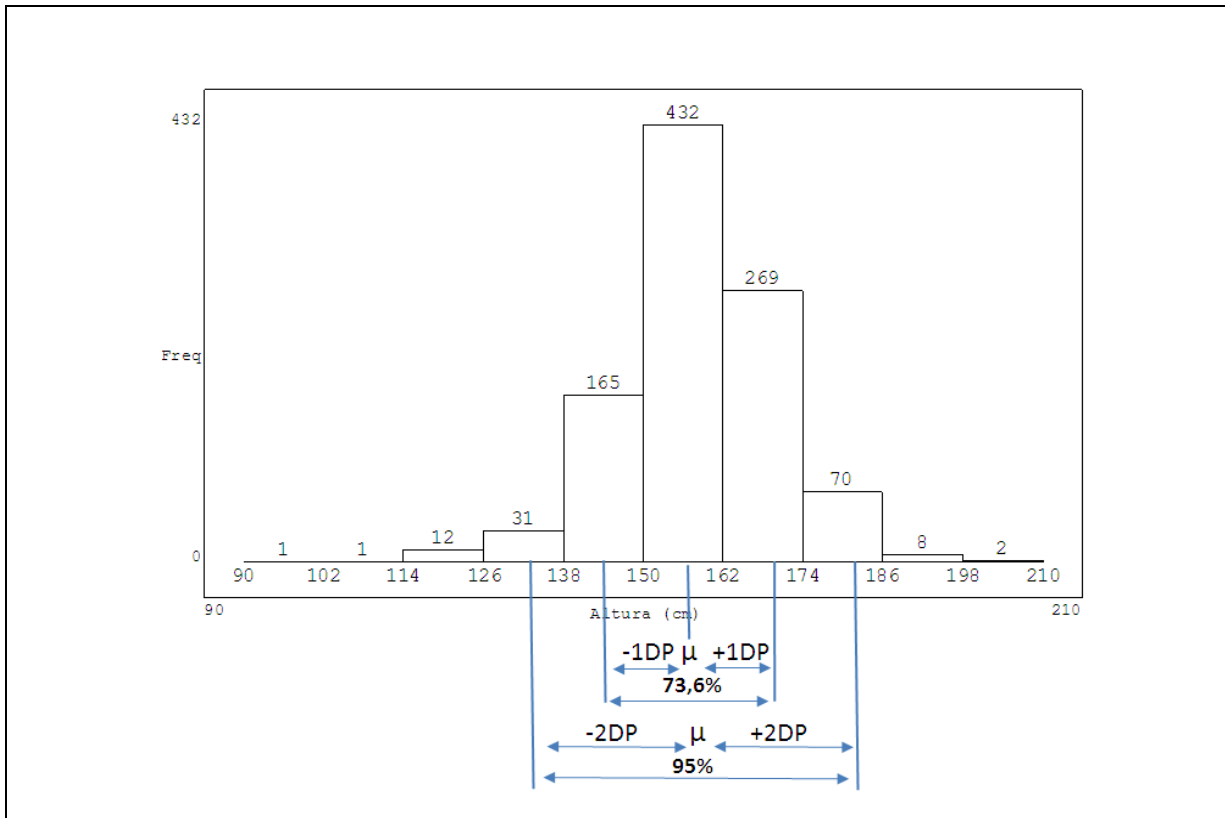
Tipo de medida	Percentual de dados compreendidos por [Média – 1DP; Média + 1DP]	Percentual de dados compreendidos por [Média – 2DP; Média + 2DP]
Alturas de 104 alunos do Reino Unido	83%	95%
Alturas de 100 alunos da África do Sul	75%	95%
Alturas de 140 alunos de 5 ^{as} séries no Brasil	75%	95,7
Comprimento dos pés de 100 alunos da África do Sul	72%	96%
Comprimento dos pés de 76 alunos de 5 ^a séries no Brasil	76,6	97,4
Comprimento dos pés de 104 alunos do Reino Unido	78%	93%
Perímetro dos punhos de 104 alunos do Reino Unido	66%	97%
Número de moradores por domicílio de 100 alunos da África do Sul	76%	96%
Tempo para ir da casa à escola de 100 alunos da África do Sul	89%	97%
Distância da casa à escola de 100 alunos da África do Sul	78%	100%
Altura de 318 alunos brasileiros	69%	97,7

Objetivo: inferir sobre o percentual de dados contidos em intervalos criados a partir da subtração e soma de um e dois desvios-padrão da média.

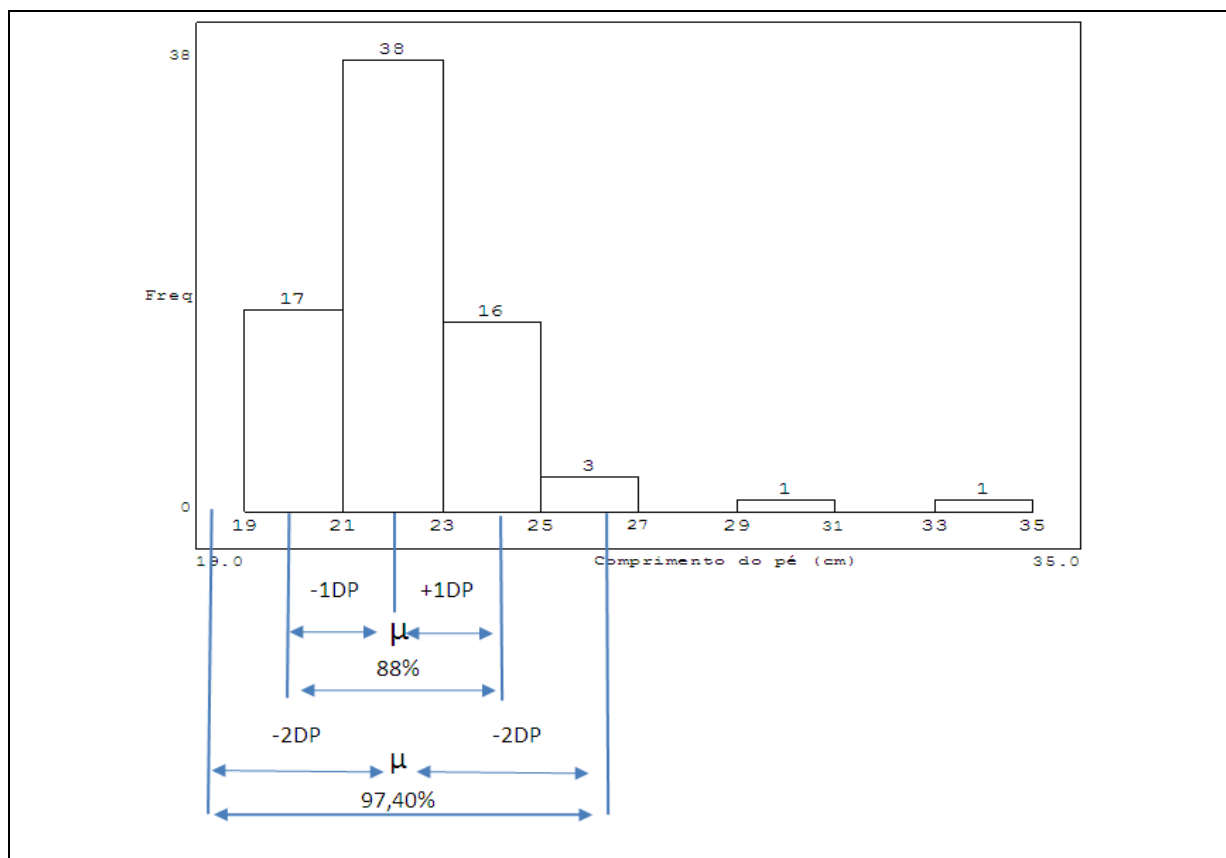
35) Construa⁴⁰ os histogramas dos dados das atividades 30 e 31, localize as respectivas médias e represente os intervalos com segmentos de reta.

Objetivo: desenvolver a percepção visual da variação e do intervalo

Exemplo de resolução com alguns dados coletados pelo instrutor



⁴⁰ A proposta inicial era que os alunos construíssem os histogramas, mas por falta de tempo foi-lhes fornecido o histograma pronto para a realização da tarefa.



36) Compare e comente os resultados dos itens anteriores (atividade 29 a 35), sugerindo o papel desempenhado pelo desvio padrão na criação de intervalos para análise de dados?

Objetivo: refletir sobre a importância da Regra Empírica na análise de dados.

37) Observe os gráficos das somas dos dados (tarefa 29) e os histogramas da aula de hoje (tarefa 35). Você percebe alguma semelhança entre o formato deles? Comente.

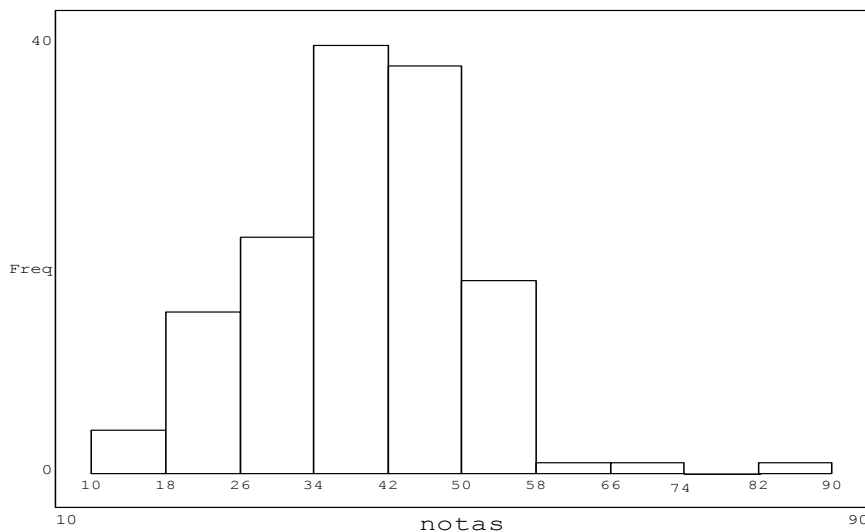
Objetivo: observar a forma como os dados se distribuem e relacionar a regra empírica com distribuições aproximadamente simétricas.

Discussão

Parte G: O desvio-padrão e o evento raro

38) O histograma abaixo representa a distribuição das notas dos alunos de um curso de Matemática na disciplina de Estatística. A nota média do grupo é 40, o desvio-padrão 11,4 e a percentagem de dados contidos no intervalo [média - 2DP; média + 2DP] é de 96,3%.

- a) Represente com segmentos de retas verticais, abaixo do gráfico, a média e o intervalo criado com a subtração e soma de dois desvios-padrão.



- b) Um aluno obteve desempenho 70. Podemos considerar esta nota rara (ou excepcional) em relação a seu grupo?

Objetivo: utilizar o intervalo para considerar um evento raro

A tarefa 39 foi entregue em quatro momentos: primeiramente o enunciado e, só após os alunos tentarem resolver uma questão, era entregue a outra.

39) No rádio do carro, geralmente, escutamos a informação sobre o congestionamento naquele horário. Em um dia da semana passada, ouvi que o congestionamento em uma grande cidade naquele horário era de 100 km. Será que este valor era exagerado ou poderia ser considerado normal?

- Sabendo-se que a média para o horário é de 80 Km, devo considerar o congestionamento de 100 km exagerado? Explique.
- Considerando que o desvio-padrão dos congestionamentos para o horário é de 8 km, posso considerar 100 km como um valor exagerado? Explique.
- Se o desvio-padrão dos congestionamentos for 30 km, posso considerar 100 km um acontecimento raro?

(Adaptado da International Statistical Literacy Project - Fase 2 – Brasil, março/2009)

Objetivo: perceber a importância de se considerar a média vinculada ao desvio-padrão para tomar a decisão. Medir afastamento da média em unidades de desvio-padrão relacionado com a regra empírica.

40) Variabilidade em Pesquisas

(Adaptado de Cordani, 2006)

Imagine o seguinte cenário:

Uma cidade possui 300 eleitores e dois candidatos a prefeito: Sr. Bruno Branco e Sra. Vera Vermelha. O candidato Bruno contratou um instituto de pesquisa para saber a preferência dos eleitores.

a) Temos um saco opaco com 300 bolinhas, entre brancas e vermelhas, representando a intenção de voto de cada eleitor da população, isto é, bolas brancas representam as pessoas que votarão no Sr. Bruno e vermelhas, os eleitores da Sra. Vera. Considerando que você não pode contar todas as bolinhas do saco, qual sugestão você daria para estimar a porcentagem de votos no Sr Bruno?

Tendo colhida as respostas dos alunos e promovido o debate das sugestões, apresentamos a seguinte questão:

b) As amostras preservam as mesmas porcentagens?

Simulação proposta

1º Passo: dividir a turma em sete grupos, fornecendo-lhes um saco com 300 bolinhas, entre brancas e vermelhas, e uma pá com 50 orifícios. As equipes devem utilizar a pá para retirar, aleatoriamente, uma amostra de 50 bolinhas, simbolizando uma entrevista com 50 eleitores consultados. Por meio do percentual de bolinhas brancas na pá, fazer uma estimativa para toda a população.

2º Passo: Um representante de cada grupo deve ir ao quadro anotar sua estimativa

Grupo	Votos Bruno	Percentual ⁴¹
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

⁴¹ Bolinhas brancas em relação ao total da amostra

- c) A tabela exibe sete diferentes porcentagens de eleitores do candidato Bruno. Qual percentual é o “mais” verdadeiro ?
- d) Sugira uma forma de obter uma estimativa da verdadeira porcentagem, usando os resultados obtidos pelos grupos.
- e) Baseando-se nas amostras, como poderemos criar um intervalo para estimar a porcentagem de votos do Sr. Bruno?
- f) Utilizando a média e dois desvios-padrão, crie um intervalo para estimar a porcentagem de votos do Sr. Bruno?
- g) Qual foi a margem de erro (empírica), para mais ou para menos em relação média?
- h) Quando utilizamos o intervalo acima (item f) para estimar os votos do Sr. Bruno, qual a chance (aproximada) que temos de acertar?

Objetivo: introduzir os intervalos, como medida (empírica) de erro de estimativa.

41) Um professor de Matemática aplica duas avaliações diferentes a duas turmas. Os resultados foram:

Turma A: Média 75 e Desvio-padrão 14

Turma B: Média 40 e Desvio-padrão 8

Que nota é relativamente melhor: 82 na avaliação da turma A ou 47 na turma B.

(Questão adaptada de Triola, 1999, p.46)

Objetivo: Utilizar o desvio-padrão como unidade de medida para decidir

42) As alturas da população de homens adultos têm média 169 cm, desvio-padrão 6,9 cm e distribuição simétrica com formato triangular. O jogador de basquete Michael Jordan ganhou reputação de gigante por suas proezas no jogo, mas, com 191 cm, ele poderia ser considerado excepcionalmente alto, comparado com a população geral de homens adultos?

(Questão adaptada de Triola, 1999, p.46)

Objetivo: utilizar o intervalo para decidir se o evento é raro

43) Suponhamos que no processo seletivo para ingresso em um curso técnico disputado, o critério de seleção seja o desempenho do candidato nas provas de Português e de Matemática. Disputando a última vaga, os candidatos abaixo obtiveram as seguintes notas:

	Nota em Português	Nota em Matemática
Candidato A	60	80
Candidato B	80	60

Notas de todos os candidatos que disputaram as vagas existentes

Notas na prova de Português				Notas na prova de Matemática			
60	0	20	100	50	50	50	100
10	60	20	60	30	20	60	80
60	60	70	80	40	20	30	70

Baseando-se apenas nas notas apresentadas, utilize as ferramentas estatísticas estudadas até agora e decida qual candidato obteve o melhor desempenho.

Objetivo: aplicar o z-escore na escolha do candidato