

ALEXSANDRA CAMARA MACIEL

**O CONCEITO DE SEMELHANÇA:
UMA PROPOSTA DE ENSINO**

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**PUC/SP
São Paulo
2004**

ALEXSANDRA CAMARA MACIEL

**O CONCEITO DE SEMELHANÇA:
UMA PROPOSTA DE ENSINO**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação do **Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud**

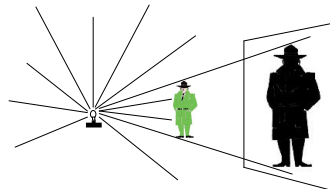
PUC/SP
São Paulo
2004

NOME:
DATA:

Nº
GRUPO:

ATIVIDADE 1

1) Considerando o esquema ilustrativo abaixo indique a fonte de luz, o objeto e a sombra formada.



2) Explique, com suas palavras, por que ocorre a formação da sombra nas situações apresentadas pela professora.

3) Na situação 1, que tipo de polígono formou-se no anteparo quando projetamos a sombra de um:

- a) quadrado _____
- b) retângulo _____
- c) triângulo _____

4) Na situação 2, consideramos os mesmos polígonos da atividade anterior (quadrado, retângulo e triângulo). Observe a formação da sombra dos polígonos na nova situação. Escreva os tipos de figuras formadas nas sombras para o:

- a) quadrado _____
- b) retângulo _____
- c) triângulo _____

5) Explique por que obtivemos figuras (sombras) diferentes para as situações 1 e 2.

6) a) O que acontece com a formação de sombra quando aproximamos o objeto da fonte?

b) O que acontece com a formação de sombra quando afastamos o objeto da fonte?

NOME:
DATA:

Nº
GRUPO:

ATIVIDADE 2

1) A câmara escura de orifício é uma caixa de paredes opacas, com um pequeno orifício em uma delas. Colocando um corpo luminoso AB (vela) diante do orifício O da câmara escura, o que você observa?

2) Explique como ocorre a formação da imagem na situação apresentada.

NOME:
DATA:

Nº
GRUPO:

ATIVIDADE 3

1) Você está recebendo uma maquete. Observe-a e diga qual das atividades realizadas em laboratório de Ciências está sendo representada. Explique.

2) Utilize o material de seu experimento (elásticos, alfinetes, quadriláteros de dimensões diferenciadas e o suporte) e meça as distâncias abaixo solicitadas.

ESQUEMA 1				
OBJETO	AB =	BC =	CD =	DA =
FONTE/OBJETO	OA =	OB =	OC =	OD =
SOMBRA	A'B' =	B'C' =	C'D' =	D'A' =
FONTE/SOMBRA	OA' =	OB' =	OC' =	OD' =

O que você observa?

ESQUEMA 2				
OBJETO	AB =	BC =	CD =	DA =
FONTE/OBJETO	OA =	OB =	OC =	OD =
SOMBRA	A'B' =	B'C' =	C'D' =	D'A' =
FONTE/SOMBRA	OA' =	OB' =	OC' =	OD' =

O que você observa?

ESQUEMA 3				
OBJETO	AB =	BC =	CD =	DA =
FONTE/OBJETO	OA =	OB =	OC =	OD =
SOMBRA	A'B' =	B'C' =	C'D' =	D'A' =
FONTE/SOMBRA	OA' =	OB' =	OC' =	OD' =

O que você observa?

ESQUEMA 4				
OBJETO	AB =	BC =	CD =	DA =
FONTE/OBJETO	OA =	OB =	OC =	OD =
SOMBRA	A'B' =	B'C' =	C'D' =	D'A' =
FONTE/SOMBRA	OA' =	OB' =	OC' =	OD' =

O que você observa?

3) Quais são as suas conclusões em relação aos esquemas 1, 2, 3 e 4 considerados na atividade anterior?

NOME:
DATA:

Nº
GRUPO:

ATIVIDADE 4

1) Você está recebendo uma maquete. Observe-a e diga qual das atividades realizadas em laboratório de Ciências está sendo representada. Explique.

2) Utilize o material de seu experimento (elásticos, alfinetes, quadriláteros de dimensões diferenciadas e o suporte) e meça as distâncias abaixo solicitadas.

ESQUEMA 1				
OBJETO	AB =	BC =	CD =	DA =
ORIFÍCIO/OBJETO	OA =	OB =	OC =	OD =
IMAGEM	A'B' =	B'C' =	C'D' =	D'A' =
ORIFÍCIO/IMAGEM	OA' =	OB' =	OC' =	OD' =

O que você observa?

ESQUEMA 2				
OBJETO	AB =	BC =	CD =	DA =
ORIFÍCIO/OBJETO	OA =	OB =	OC =	OD =
SOMBRA	A'B' =	B'C' =	C'D' =	D'A' =
ORIFÍCIO/IMAGEM	OA' =	OB' =	OC' =	OD' =

O que você observa?

ESQUEMA 3				
OBJETO	AB =	BC =	CD =	DA =
ORIFÍCIO/OBJETO	OA =	OB =	OC =	OD =
SOMBRA	A'B' =	B'C' =	C'D' =	D'A' =
ORIFÍCIO/IMAGEM	OA' =	OB' =	OC' =	OD' =

O que você observa?

ESQUEMA 4				
OBJETO	AB =	BC =	CD =	DA =
ORIFÍCIO/OBJETO	OA =	OB =	OC =	OD =
IMAGEM	A'B' =	B'C' =	C'D' =	D'A' =
ORIFÍCIO/IMAGEM	OA' =	OB' =	OC' =	OD' =

O que você observa?

3) Quais são as suas conclusões em relação aos esquemas 1, 2, 3 e 4 considerados na atividade anterior?

NOME:
DATA:

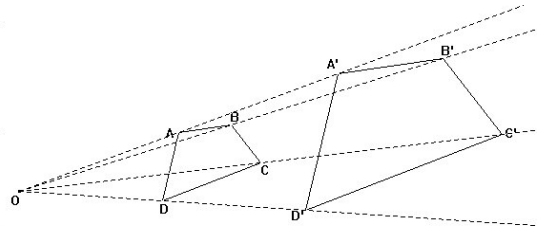
Nº
GRUPO:

ATIVIDADE 5

1) Realizamos abaixo uma representação geométrica do esquema 2. Fixamos um ponto O qualquer e, a partir dele, traçamos semi-retas que passam pelos vértices do polígono $ABCD$, obtendo o polígono $A'B'C'D'$.

a) Qual é a posição relativa entre os lados correspondentes dos quadriláteros $ABCD$ e $A'B'C'D'$?

b) Qual é a posição relativa dos planos que contêm os quadriláteros $ABCD$ e $A'B'C'D'$?



c) Quaisquer dois segmentos, um contido em $ABCD$ e outro contido em $A'B'C'D'$, serão paralelos? Explique.

d) O que se pode afirmar sobre os ângulos correspondentes? Explique.

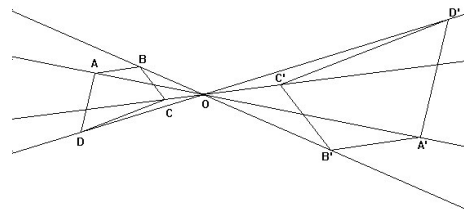
e) O que se pode afirmar sobre a razão dos lados correspondentes AB e $A'B'$, BC e $B'C'$, CD e $C'D'$, DA e $D'A'$?

f) O que se pode afirmar sobre as razões das distâncias correspondentes AO e AO' , OB e OB' , OC e OC' e OD e OD' ?

g) O que se pode concluir? Quais propriedades geométricas você observou?

2) Realizamos abaixo uma representação geométrica da situação proposta no esquema 6. Fixamos um ponto O qualquer e, a partir dele, traçamos semi-retas que passam pelos vértices do polígono $ABCD$, obtendo o polígono $A'B'C'D'$

a) Qual é a posição relativa entre os lados correspondentes dos quadriláteros $ABCD$ e $A'B'C'D'$?



b) Qual é a posição relativa dos planos que contém os quadriláteros $ABCD$ e $A'B'C'D'$?

c) Quaisquer dois segmentos, um contido em $ABCD$ e outro contido em $A'B'C'D'$, serão paralelos? Explique.

d) O que se pode afirmar sobre os ângulos correspondentes? Explique.

e) O que se pode afirmar sobre a razão dos lados correspondentes AB e $A'B'$, BC e $B'C'$, CD e $C'D'$, DA e $D'A'$?

f) O que se pode afirmar sobre as razões das distâncias correspondentes AO e AO' , OB e OB' , OC e OC' e OD e OD' ?

g) O que pode concluir? Quais propriedades geométricas são observadas?

3) Quais são as semelhanças e diferenças que você encontrou nas situações propostas nos exercícios 1 e 2?

NOME:
DATA:

Nº
GRUPO:

ATIVIDADE 6

1) Utilizando os quadriláteros homotéticos do esquema 2, em que tínhamos figuras homotéticas no espaço, será que é possível colocá-los de forma homotética (com razão positiva) no plano? Utilize o material do experimento. Explique suas resoluções.

2) Com relação aos quadriláteros da questão anterior:

a) Realize esquema ilustrativo de formação de imagem usando régua e compasso.

b) Determine as seguintes razões:

$$\frac{A'B'}{AB} = \quad \frac{B'C'}{BC} = \quad \frac{C'D'}{CD} = \quad \frac{D'A'}{DA} = \quad K = \frac{OA'}{OA} =$$

c) Quais as posições dos lados correspondentes dos quadriláteros ABCD e A'B'C'D'?

d) Quais os valores dos ângulos nos dois quadriláteros?

e) Quais propriedades você observa nesta situação homotética?

3) Utilizando os quadriláteros homotéticos do esquema 6 da atividade 4, em que nós tínhamos figuras homotéticas no espaço, será que é possível colocá-los de forma homotética no plano (com razão negativa)? Utilize o material do experimento. Explique suas resoluções.

4) Com relação aos quadriláteros da questão anterior:

a) realize esquema ilustrativo de formação de imagem usando régua, compasso, esquadro e transferidor;

b) determine as seguintes razões:

$$\frac{A'B'}{AB} = \quad \frac{B'C'}{BC} = \quad \frac{C'D'}{CD} = \quad \frac{D'A'}{DA} = \quad K = \frac{OA'}{OA} =$$

c) quais as posições relativas dos lados correspondentes dos quadriláteros ABCD e A'B'C'D'?

d) quais os valores dos ângulos nos dois quadriláteros?

e) quais propriedades você observa nesta situação homotética?

5) Liste as propriedades encontradas em figuras homotéticas no espaço e figuras homotéticas no plano.

HOMOTETIA NO ESPAÇO	HOMOTETIA NO PLANO

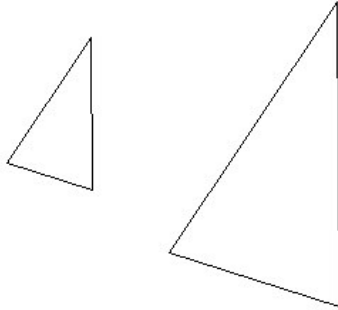
NOME:
DATA:

Nº
GRUPO:

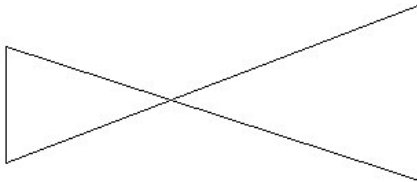
ATIVIDADE 7

1) Para os pares de figuras abaixo, determine o centro e a razão de homotetia.

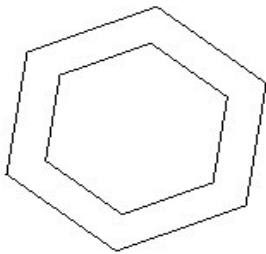
a)



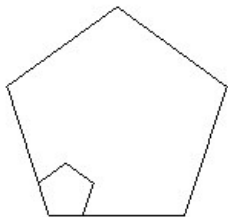
b)



c)

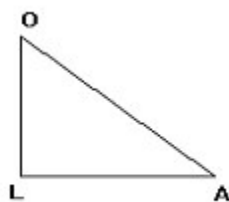


d)

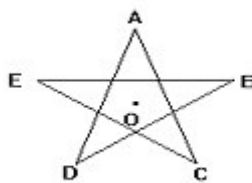


2) Amplie as figuras abaixo por uma homotetia de centro O e razão 3.

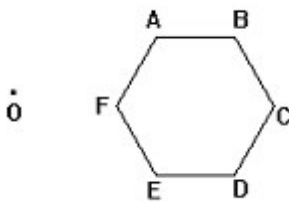
a)



b)



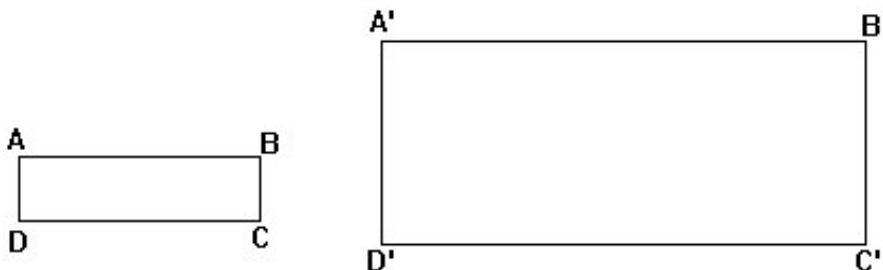
c)



3) Construa dois retângulos homotéticos de dimensões 3 cm x 4,5 cm e 6 cm x 9,0cm para as três situações abaixo:

- o centro de homotetia fica fora dos retângulos;
- o centro de homotetia fica dentro dos retângulos;
- um dos vértices corresponde ao vértice correspondente da outra figura.

4) Na figura abaixo, observe os retângulos ABCD e A'B'C'D'. É possível obter o retângulo A'B'C'D' a partir do retângulo ABCD através de uma homotetia? Explique, utilizando as propriedades homotéticas conhecidas.



NOME:
DATA:

Nº
GRUPO:

ATIVIDADE 8

1) Sabendo que duas figuras são semelhantes, quando elas podem ser colocadas de modo a serem homotéticas e utilizando o material. Verifique se os polígonos abaixo são semelhantes.

a) Polígonos 1 e 2. Explique.

b) Polígonos 3 e 4. Explique.

2) Quais são as propriedades de polígonos semelhantes? Explique.

3) Podemos dizer que figuras homotéticas são sempre semelhantes?

4) Podemos dizer que figuras semelhantes são sempre homotéticas?

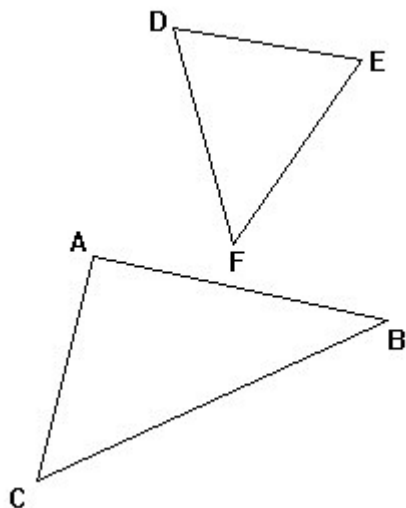
Duas figuras homotéticas têm sempre a mesma forma, mas nem sempre têm o mesmo tamanho. Podemos dizer que essas figuras são semelhantes.

Definição

Dois polígonos são semelhantes quando têm:

- a) os ângulos respectivamente congruentes;
- b) os lados correspondentes proporcionais.

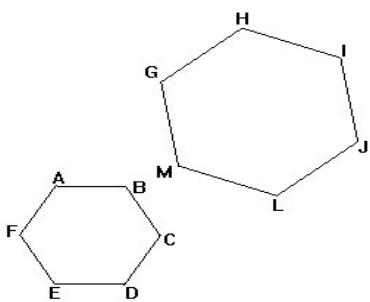
5) Observe os triângulos abaixo:



a) Os dois triângulos são homotéticos? Explique.

b) Os dois triângulos são semelhantes? Explique.

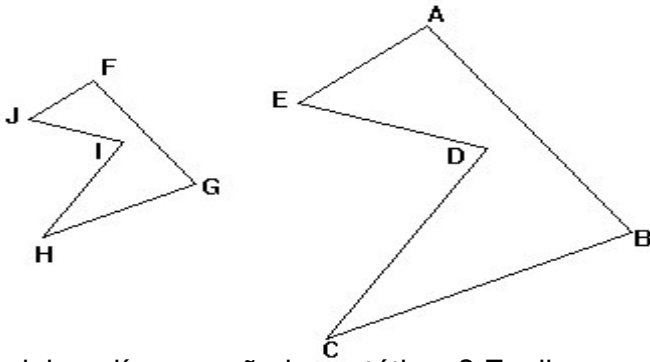
6) Observe os polígonos abaixo:



a) Os dois polígonos são homotéticos? Explique.

b) Os dois polígonos são semelhantes? Explique.

7) Observe os polígonos abaixo:



a) Os dois polígonos são homotéticos? Explique.

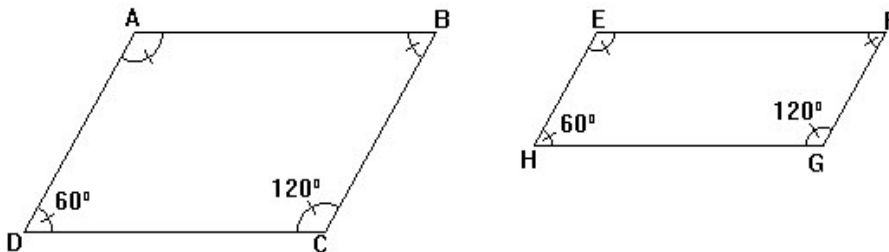
b) Os dois polígonos são semelhantes? Explique.

NOME:
DATA:

Nº
GRUPO:

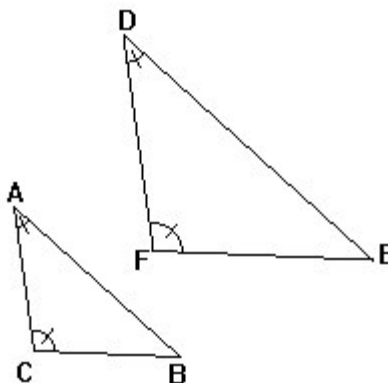
ATIVIDADE 9

1) Nos paralelogramos abaixo temos que $AB \parallel EF$ e $BC \parallel FH$. Sabendo que “figuras semelhantes podem ser colocadas de forma homotética”, verifique se os paralelogramos abaixo são semelhantes.



2) Seria possível fazer com que um paralelogramo EFGH fosse semelhante ao paralelogramo ABCD, utilizando os mesmos valores dos ângulos da atividade 1? Explique.

3) Sabendo que “figuras semelhantes podem ser colocadas de forma homotética”, verifique se os triângulos abaixo são semelhantes.



4) Seria possível fazer com que um triângulo DEF não fosse semelhante ao triângulo ABC, utilizando os mesmos valores dos ângulos da atividade 3? Atenção, você somente poderia mudar os valores dos lados do triângulo DEF. Explique.

5) Você considera que a congruência dos ângulos seria uma condição suficiente para a semelhança de triângulos e quadriláteros, ou seja, dois triângulos com ângulos congruentes são sempre semelhantes e dois quadriláteros com ângulos congruentes são sempre semelhantes? Explique.

NOME:
DATA:

Nº
GRUPO:

ATIVIDADE 10

1) Uma lâmpada cujas dimensões são desprezíveis está localizada no teto de uma sala de altura 5 m. Um corpo opaco de forma circular, de raio 8 cm, é colocado a 2 m do teto e paralelamente a ele. O centro do corpo e a lâmpada estão na mesma vertical.

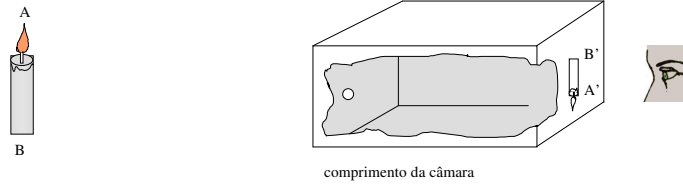
a) Faça uma representação figural da formação de sombra.

b) Explique o porquê da formação de sombra.

c) Determine o valor do raio da figura formada pela sombra projetada no chão da sala.

d) Explique sua resolução utilizando os conceitos de homotetia e/ou semelhança estudados.

- 2) Um objeto luminoso AB, de 5 cm de altura, está diante de uma câmara escura, conforme figura abaixo.



- a) Represente geometricamente como ocorre a formação da imagem A'B'.
- b) Explique como se dá essa formação.
- c) Sabendo que $AO = 20$ cm e $OA' = 10$ cm, determine a altura da imagem formada na face oposta.
- d) Explique sua resolução utilizando os conceitos de homotetia e/ou semelhança estudados.