

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA

ANDREIA JULIO DE OLIVEIRA

**O ENSINO DOS LOGARITMOS A PARTIR DE UMA
PERSPECTIVA HISTÓRICA**

Natal – RN
2005

ANDREIA JULIO DE OLIVEIRA

**O ENSINO DOS LOGARITMOS A PARTIR DE UMA
PERSPECTIVA HISTÓRICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como exigência para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

Orientadora: Prof^a Dr^a Arlete de Jesus Brito

Natal – RN

2005

Seqüência de atividades

Logaritmos II

Definição de logaritmo:

“Logaritmos são os termos de uma progressão aritmética começando por zero, correspondentes aos termos de uma progressão geométrica começando pela unidade” (SERRASQUEIRO, 1900, P. 320).

1 - Observe a definição anterior. Dadas as seqüências:

I) PA: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

PG: 1, 2, 3, 4, 8, 16, 32, ...

II) PA: 0, 2, 4, 6, 8, 10, ...

PG: 1, 2, 4, 8, 16, 32, ...

A) Qual seria, na seqüência I, o logaritmo de 8? E na II?

B) O que está fazendo com que as duas correspondências de seqüências sejam diferentes?

C) Qual a base está sendo utilizada na seqüência I? e na II?

D) Descreva, em linguagem matemática, a definição acima, determinando as condições de existência dos logaritmos para R e para C.

E) Determine, na primeira seqüência, a média aritmética entre o segundo e o sexto termo da PA. Determine a média geométrica entre os termos correspondentes – segundo e sexto – na PG. O que você observa? Este fato é generalizável para os demais termos da seqüência I? E para a seqüência II?

F) Na seqüência II, some os terceiros e quarto termos da PA. Qual o termo correspondente, na PG, a esta soma? Como conseguiríamos este termo da PG utilizando apenas os termos da progressão geométrica?

G) Sabemos que $\sqrt{64} = 8$. O que teríamos que fazer, na seqüência I, com o termo da PA correspondente ao termo da PG, 64, para determinarmos, na PA, o termo correspondente ao termo da PG, 8? E na seqüência II?

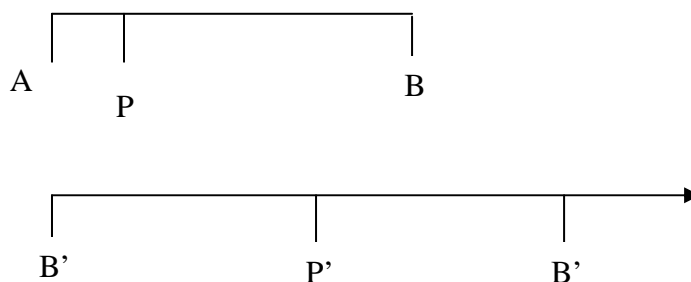
H) A partir das observações anteriores, como determinaríamos, utilizando a PA, seqüência I, o logaritmo de $\sqrt{8}$? E na seqüência II?

I) Em qualquer uma das seqüências, a subtração de dois termos da PA corresponde a que operação com os termos correspondentes da PG?

J) Em qualquer uma das seqüências, a duplicação de um termo da PA corresponde a que operação ao termo correspondente da PG?

2 –

Napier em sua obra, publicada em 1619, concebeu os logaritmos a partir de aspectos, simultaneamente, geométrico, cinemático, aritmético, funcional e trigonométrico. Para tal, imaginou uma situação cinemática na qual dois pontos móveis P e P', a partir dos pontos A e A', iniciavam simultaneamente seus movimentos ao longo de duas trajetórias retilíneas AB e A'B', respectivamente. Considerou que AB possuía comprimento fixo de 10^7 . A'B' era considerada uma semi-reta ao longo da qual eram fornecidos os logaritmos.



Os pontos P e P', porém, não se deslocavam com velocidades iguais: P se deslocava com velocidade variável e, em cada momento, numericamente igual à sua distância ao ponto B. A variação de velocidade de P se dava por um coeficiente constante igual a $(1 \cdot 10^{-7})$ em cada intervalo de tempo Δt , escolhido convenientemente. P' se deslocava com velocidade constante e numericamente igual à distância AB, isto é, a 10^7 .

Napier definia, para cada instante desse movimento coordenado, o logaritmo de cada um dos segmentos $P_i B$ como sendo, respectivamente cada uma das distâncias $A' P'_i$.

a) A partir destas informações, complete a tabela abaixo, fazendo corresponder a cada instante, distâncias $P_i B$ e $A' P'_i$ dos pontos P e P'.

Tempo	$A' P'_i$	$P_i B$
$T_0 = 0$		10^7
$T_1 = 10^{-7}$		
$T_2 = 2 \cdot 10^{-7}$		

b) Que tipo de progressões formam as seqüências $A' P'_i$ e $P_i B$?

c) Qual a razão de cada uma delas?

d) Qual a base deste sistema de logaritmos criado por Napier?

3) Vamos realizar uma alteração no sistema de logaritmos de Napier.

a) Complete a tabela abaixo:

TEMPO	$\frac{AP_1}{10^7}$	$\frac{p_1B}{10^7}$	Arc sen $\frac{p_1B}{10^7}$
$T_0 = 0$			
$T_1 = 10^{-7}$			
$T_2 = 2 \cdot 10^{-7}$			
$T_3 = 3 \cdot 10^{-7}$			

b) As seqüências da segunda e da terceira coluna ainda são progressões? Em caso positivo, quais as razões destas progressões?

c) Qual a base deste novo sistema de logaritmo?

d) Calcule o inverso multiplicativo do valor desta base. O que você observa?

4) Vamos construir uma tábua de valores aproximados dos logaritmos, na base 10, dos primeiros nove números inteiros positivos.

$$\text{Consideremos } 2^{10} = 1024$$

1024, difere de 1000 por um erro de 2,4%. Este será o erro de nossos cálculos do $\log 2$.

$$2^{10} = 1000 \quad \text{aproximadamente}$$

$$2^{10} = 10^3 \quad \text{aproximadamente}$$

$$2 = 10^{0,3} \quad \text{aproximadamente}$$

Portanto, $\log 2$ é 0,3 aproximadamente.

Analogamente, $3^9 = 19683$

19683 difere de 20000 por um erro de 1,6%.

$$3^9 = 20000 \quad \text{aproximadamente}$$

$$3^9 = 10^{0,3} \cdot 10^4 \quad \text{aproximadamente}$$

$$3^9 = 2 \cdot 10000 \quad \text{aproximadamente}$$

$$3^9 = 10^{\frac{4,3}{9}} \quad \text{aproximadamente}$$

$$\log 3 = 0,48 \quad \text{aproximadamente}$$

Agora, utilizando as propriedades estudadas no 1º exercício desta seqüência, calcule os logaritmos dos demais números inteiros positivos de 1 a 9. (Dica: para sete, considere que sete ao quadrado é aproximadamente 50).

5) Com sua tabela de logaritmos na base 10, sem usar a calculadora, como faríamos para calcular 48.125 ?

2. 5- Atividades Relacionando matemática e música :

- Responda as questões abaixo considerando a pesquisa sobre a relação matemática e música.

1) Marque no instrumento as notas pela escala pitagórica.

2) a) Sabendo que a frequência de um Dó é o dobro do outro, calcule as razão entre cada nota.

DO do# RÉ ré# MI FÁ fá# SOL sol# LÁ lá# SI DÓ

b) Se a frequência do primeiro DÓ for 1 calcule a frequência das demais notas e marque no instrumento uma escala de DÓ a DÓ, medindo com a régua.

2) Qual o conceito implícito na atividade anterior