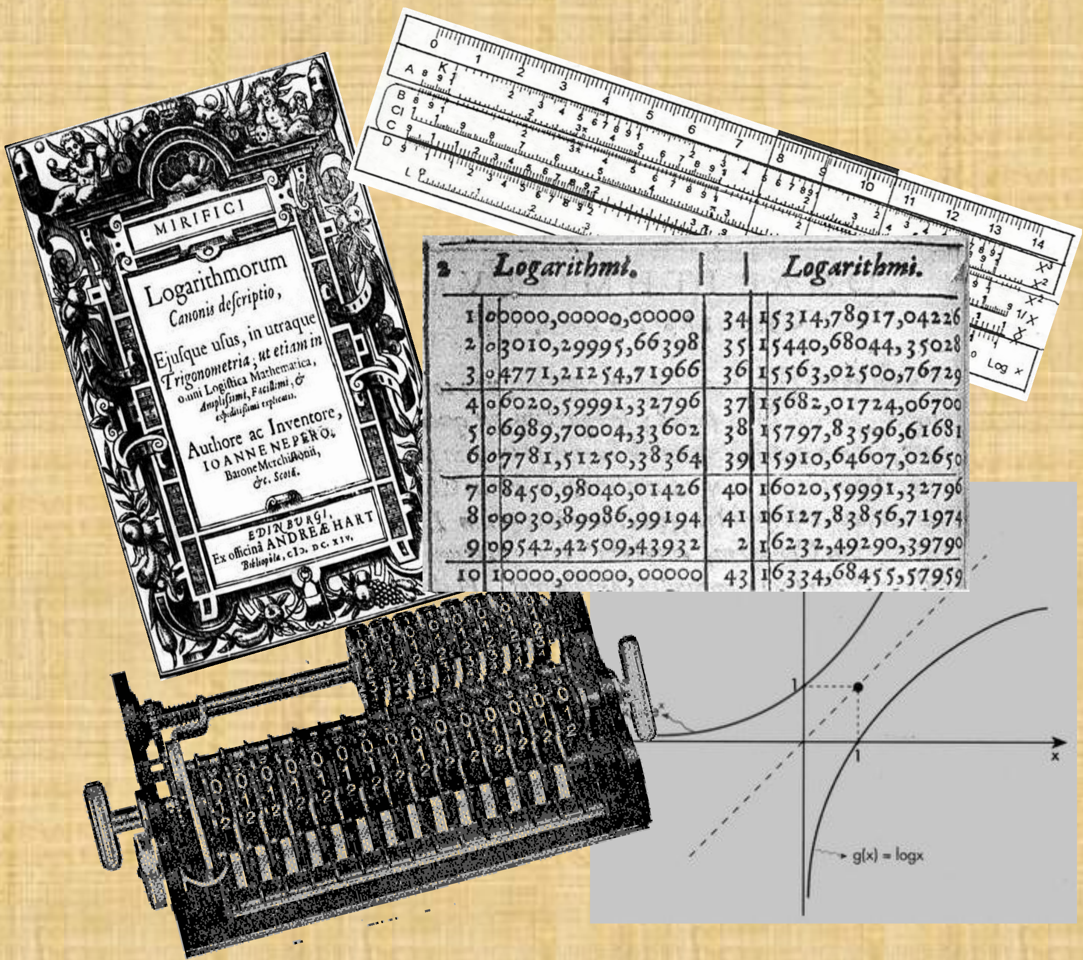
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA

EVANILDO COSTA SOARES

UMA INVESTIGAÇÃO HISTÓRICA SOBRE OS LOGARITMOS COM SUGESTÕES DIDÁTICAS PARA A SALA DE AULA



NATAL – RN
2011

EVANILDO COSTA SOARES

UMA INVESTIGAÇÃO HISTÓRICA SOBRE OS LOGARITMOS COM SUGESTÕES DIDÁTICAS PARA A SALA DE AULA.

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Iran Abreu Mendes

NATAL – RN
2011

pois sua demonstração requer uma compreensão e domínio referente ao cálculo diferencial e integral. Para compreender o conceito de logaritmo, usa-se nesse trabalho a concepção aritmética dos logaritmos que pode ser usada por ambos. Para a caracterização de suas propriedades e de seu uso específico é necessário que tanto professor quanto aluno entendam como foram desenvolvidos os logaritmos de base 10.

As atividades apresentadas a seguir buscam interligar o estudo significativo sugerido sobre o desenvolvimento histórico dos logaritmos para que auxilie o professor no desenvolvimento conceitual e prático desse objeto de estudo, bem como na abordagem didática do uso dos logaritmos nos livros didáticos referidos no capítulo 2, ou preferencialmente outros que sejam utilizados. Espera-se que os professores procurem explorar no que for possível essas atividades, pois podem enriquecê-los tornando-se úteis no processo de ensino e aprendizagem da Matemática escolar do Ensino Médio. Pela definição de logaritmos apresentada, e utilizando-se o que foi proposto nos capítulos anteriores, sugere-se, a seguir, uma sequência de atividades:

Atividade 1 - Fechar a tabela dos logaritmos decimais até dez.

A partir da análise construtiva dos logaritmos e do estudo significativo realizado sobre os logaritmos decimais de Briggs, bem como das propriedades dos logaritmos e sabendo que:

$\log 2 = 0{,}30$

$\log 3 = 0{,}48$

$\log 4 = 0.60$

$\log 5 = 0{,}70$

a) Calcular o $\log 6 = ?$

b) Calcular o $\log 7 = ?$

c) Calcular o $\log 8 = ?$

d) Calcular o $\log 9 = ?$

Sugestão!

Para determinar o valor log 7, utilize o método de aproximação. Para isso, use $7^5 \cong 16.000$.

Informação Importante: Pelo que foi apresentado, justifique matematicamente por que log 1 = 0 e log 10 = 1.

Atividade 2 – Resolvendo logaritmo por meio de progressões

No capítulo 2 definem-se logaritmos da seguinte maneira: logaritmos são termos de uma progressão aritmética cujo primeiro termo é zero, correspondente aos de uma progressão geométrica cujo primeiro termo é a unidade. Desse modo:

a) Construa uma (PA) cujo primeiro termo seja 0 e razão 1; e uma (PG) cujo primeiro termo seja 1 e razão seja 3 que satisfaça as condições da definição acima.

b) De acordo com a definição dada, diga qual é o logaritmo do sexto termo da PG criada.

c) Diga em que base estão sendo calculados os logaritmos de cada um dos termos da PG que você criou e explique por quê.

d) Seria correto afirmar que, de acordo com a definição acima, a base dos logaritmos dos números que se quer determinar é sempre igual à razão da PG? Em caso contrário, diga como se pode determinar essa base.

e) Decida e justifique se a definição dada é uma definição correta de logaritmo e, caso não o seja, tente ajustá-la de modo a tornar-se correta.

f) Suponha que você queira obter os logaritmos decimais de certos números naturais, utilizando a definição acima. Construa uma PA e uma PG que permita fazer isso.

g) A definição anterior seria correta caso o primeiro termo da PG fosse diferente de 1? Justifique.

(Atividade baseada em MIGUEL, logaritmos, p.12-13).

Atividade 3 – Utilizando o método da média geométrica

O inglês Henry Briggs (1561-1632), professor de Geometria em Oxford, foi também uma outra pessoa que contribuiu para o desenvolvimento da teoria dos logaritmos. Em 1615, ele visitou Napier na Escócia, onde discutiram possíveis modificações no método dos logaritmos. Briggs propôs o uso de potências de 10 e Napier disse que já tinha pensado nisso e concordou. A fim de evitar o uso de frações, ficou estabelecido entre os dois que log 1 = 0 e log 10^1 = 10, o que implicava que o logaritmo de 10 deveria ser 1. Como Napier veio a falecer em 1617, coube a Briggs a tarefa de construir a primeira tabela de logaritmos comuns ou Briggsianos dos números naturais de 1 a 1000, calculados com precisão até a 14ª casa decimal. Para isso, utilizou um trabalhoso processo de aproximações sucessivas baseado na ideia de média geométrica. 1. Explique como Briggs construiu sua tábua logarítmicas; Como se pode calcular o logaritmo de 5 usando a média geométrica conforme visto no capítulo 2.

Atividade 4 - O método da prostaférese

As operações aritméticas chegaram a ser classificadas, até uma determinada época, segundo seu grau de dificuldade, em duas espécies:

1. As de primeira espécie: adição e subtração;
2. As de segunda espécie: multiplicação e divisão;

Antes do surgimento dos logaritmos, para se resolver problemas semelhantes ao da atividade anterior, procurava-se um processo que permitisse reduzir cada operação de segunda ou terceira espécie a uma de espécie inferior e, portanto, mais simples. Para se obter o produto de dois números baseavam-se em conhecimentos algébricos ou trigonométricos acompanhados do uso de tábuas trigonométricas e outras como a tábua do quadrado da metade de um número. Recorria-se, por exemplo, a identidades algébricas ou trigonométricas, ou a régua de cálculo.

a) Utilizando o método da prostaférese, mostre como naquela época podia ser efetuada a seguinte multiplicação: $0{,}8988 \times 0{,}9455$.

Sugestão: Para a solução deste problema deve-se adquirir apenas uma das fórmulas de Werner que foram relacionadas no capítulo 2 e usar a tabela trigonométrica para a obtenção de cada ângulo referente aos valores usados.

b) Dê um exemplo de problema associado às práticas náutico-astronômicas europeias dos séculos que antecederam o surgimento da teoria dos logaritmos, cuja solução envolvia a realização de operações aritméticas na época, consideradas de segunda espécie. Caracterize a operação envolvida e resolva-a através do uso de uma das fórmulas de prostaférese. Explique o significado da palavra prostaférese e diga que tipo de conexão poderia ser estabelecido sobre os logaritmos.

c) No capítulo 2 comentou-se sobre a régua de cálculo e como o seu uso foi importante no auxílio de cálculo. Baseado nisso, calcule o valor de 12 x 20 usando a régua com escala logarítmica.

d) Faça uma busca em programas curriculares oficiais e livros didáticos atuais a fim de verificar se e como o tópico fórmulas de prostaférese neles aparece, e que objetivos tal tópico procura contemplar. Dessa maneira, você acha que, de fato, o uso da prostaférese perdeu o valor com as novas tecnologias usadas para a realização dos cálculos dos logaritmos, tais como calculadora e a computação gráfica? Justifique sua resposta.

(Atividade baseada em MIGUEL, logaritmos, p.15-16)

Atividade 5 – Aplicando os logaritmos

De acordo com o que se viu no capítulo 4 a respeito de exemplos de UBPs que culminou sobre as principais implicações dos logaritmos na prática docente, explique a conexão existente entre os logaritmos e:

a) os terremotos;

b) os índices de intensidade sonora;

c) uso do PH;

d) crescimento populacional.

Atividade 6 – Propriedades dos logaritmos

O crescimento de um bando de pássaros é dado pela expressão: $P = 500 \times 3^{t/6}$, onde t é o tempo de meses, e P é o número de pássaros após t meses. Determine:

a) Número inicial de pássaros do bando.

b) Após quanto tempo o bando será de 12.000 pássaros?

(Atividade baseada em FLORIANI (1999), Função logaritmica, p.56-57)

Atividade 7- Utilizando o número **e**

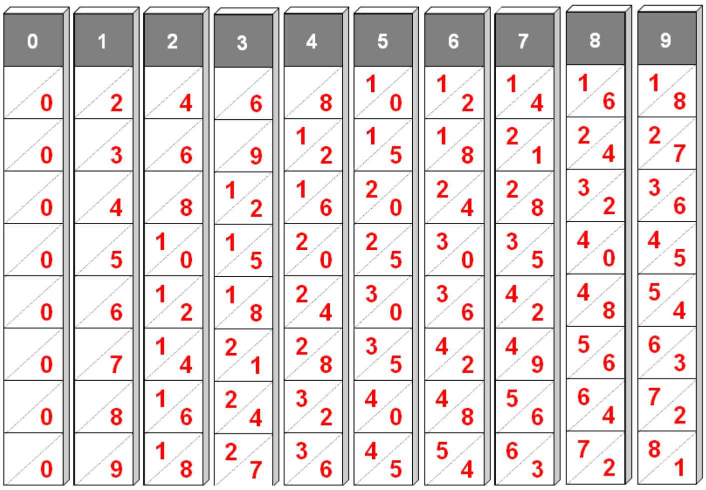
A descoberta do número **e** foi uma das principais revoluções da matemática do século XVIII. A invenção desse número ajudou no desenvolvimento do cálculo diferencial bem como no significado preciso e conceitual do que eram os logaritmos até um pouco desconhecidos no que se refere a sua caracterização formal. Além disso, diversas foram as contribuições desse número no campo da matemática, principalmente, na formulação dos números irracionais. Baseado nisso e no estudo desse número realizado no capítulo 2, responda:

a) O que você entende por número **e**?

b) Quais as principais relações desse número com os logaritmos naturais?

c) Sabendo que ln x = $\log_e$ x. Verifique se para cada um dos valores de x = 1; x = 3 e x = 4 a solução é verdadeira?

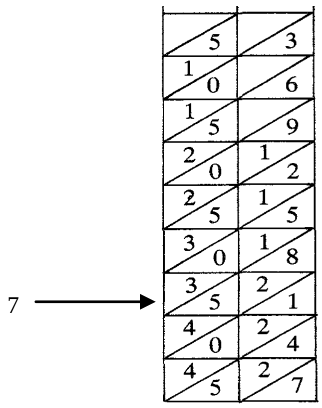
Atividade 8 – Usando as barras de Napier

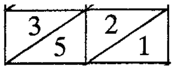


No final do século XVI, Napier, preocupado porque os cálculos eram grandes e difíceis, e freavam o progresso científico, concentrou todos os seus esforços em desenvolver métodos que pudessem simplificá-los. Com este fim, escreveu em sua *Rabdologia***,** onde descreve a utilização de barras e quadrinhos para efetuar somas de parcelas parciais. Os quadrinhos de Napier eram tábuas de multiplicações montadas sobre barras de secções quadradas (COLLETTE,1985).

Conforme a figura acima, suponha que queremos multiplicar 53 por 7. Colocamos primeiramente as barras dirigidas por 5 e por 3 de lado a lado de modo a formar o número 53. Em seguida verificamos qual é a sétima linha, que corresponde ao multiplicador. Nela localizamos os valores que devem ser somados de acordo com cada casa decimal. Assim, obteremos o resultado da multiplicação, ou seja:

53 x 7





que significa 300 + 50 + 20 + 1 = 371.

Baseado nesse contexto histórico, no exemplo citado anteriormente e usando as barras de Napier:

1. Calcule:

a) 55 x 8 =

b) 60 x 32 =

c) 1037 x 35 =

2. Existe alguma relação entre as Barras de Napier e os logaritmos?
3. Quais as contribuições dessas Barras para a criação dos logaritmos?

Neste capítulo, caracterizamos nossa finalidade de elaboração e sugestão de atividades de ampliação dos aspectos presentes nos livros didáticos, investigados nesta dissertação, tal como havíamos previsto inicialmente e discutido ao longo do estudo aqui consolidado.