

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E
MATEMÁTICA

FRANCISCO CANINDÉ DE OLIVEIRA

DIFICULDADES NO PROCESSO ENSINO APRENDIZAGEM DE
TRIGONOMETRIA POR MEIO DE ATIVIDADES

Natal

2006

FRANCISCO CANINDÉ DE OLIVEIRA

DIFICULDADES NO PROCESSO ENSINO APRENDIZAGEM DE
TRIGONOMETRIA POR MEIO DE ATIVIDADES

Dissertação apresentada ao Centro de Ciências Exatas e da Terra da Universidade Federal do Rio Grande do Norte como requerimento parcial para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, à banca examinadora dessa universidade.

Orientadora: Dra. Bernadete Barbosa Morey

NATAL

2006

ANEXO A – MEDINDO SOMBRAS

Atividades propostas aos alunos

Atividade 1:**Medindo sombras, calculando razões e interpretando os resultados.**

Objetivo: Verificar que a relação entre os lados no triângulo retângulo não depende do tamanho (comprimento dos lados) deste triângulo.

Metodologia: Dividir a turma em duplas e orientar para que cada dupla meça a altura do companheiro e o comprimento de sua respectiva sombra. Anotar o resultado no caderno. Orientar toda a turma no sentido de que a posição de todos tem de ser padronizada: ou todos de frente para o sol, ou todos de costa, etc. Discutir o porquê de tal padronização. De posse das anotações feitas no pátio, cada dupla calculará a razão entre a altura do colega e comprimento de sua sombra. Os resultados das divisões deverão ter duas casas decimais. Dialogando com a classe, o professor tentará fazer com que percebam que os valores para a razão obtida são muito próximos. A seguir, buscará com os alunos explicações para o fato.

Material: Cada dupla de alunos deverá ter fita métrica ou trena e uma calculadora (opcional).

Instruções:

Forme uma dupla com alguém de sua classe, meça a altura e a sombra de seu companheiro. Anote os resultados no caderno. A seguir, peça para ele fazer o mesmo.

Tome os comprimentos obtidos e calcule a razão $b = \frac{\textit{altura}}{\textit{sombra}}$ para cada membro da dupla.

Anote o resultado no caderno, deixando duas casas decimais.

Verifique se as duas razões obtidas são iguais ou próximas e tente, juntamente com seu companheiro, achar uma explicação para o fato.

Observe os resultados obtidos pelas demais duplas. Existe alguma regularidade? Qual a explicação?

ANEXO B – CONSTRUÇÕES BÁSICAS DO DESENHO GEOMÉTRICO

Atividades propostas aos alunos

Atividade 2:

Aprendendo as construções básicas do desenho geométrico.

Objetivo: Manipular material de desenho e conhecer as construções básicas do desenho geométrico.

Material: Compasso, transferidor e régua.

Metodologia: Agrupar a classe em pequenos grupos. De posse da tarefa distribuída pelo professor, cada aluno do grupo tentará resolver. O professor ajuda aqueles que não estão conseguindo, ou junto com o grupo, ou no quadro negro.

Instruções:

- a) Forme uma dupla com um colega de classe.
- b) Cada aluno deverá ter em mãos o material citado acima.
- c) Procure realizar as tarefas listadas abaixo e ajudar o seu colega quando este não conseguir realizá-las.
- d) Se tiver dúvidas, procure resolver o problema com seu companheiro.
Caso não consiga resolver em conjunto, peça ajuda ao professor.

Tarefas para as duplas de alunos:

1. Construir um ângulo igual a um ângulo dado.
 - a) Construir um triângulo conhecendo um lado **AB** e os dois ângulos adjacentes **Â** e **B**.
 - b) Construir um triângulo, conhecendo dois lados **AB** e **AC** e o ângulo **Â** compreendido.
 - c) Construir um triângulo, conhecendo-se os seus três lados.
 - d) Construir um triângulo retângulo, conhecendo-se a hipotenusa e um cateto.
2. Construir um triângulo retângulo, conhecendo a hipotenusa e um ângulo agudo.
3. Usando o transferidor encontre a medida, em graus, dos ângulos dados.
4. Usando o transferidor, construa ângulos com as medidas indicadas abaixo:

60°, 72°, 30°, 45°, 120° e 90°.

ANEXO C – SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Atividades propostas aos alunos

Atividade 3:

Relembrando semelhança de triângulos

Objetivo: Reativar o conhecimento anterior sobre semelhança de triângulos.

Material: Caderno e folha de atividade.

Metodologia: O professor deverá fazer com que os alunos recuperem o conceito de semelhança estudado no Ensino Fundamental. Para isso, pedirá que os alunos desenhem um par de triângulos semelhantes. A seguir, os alunos justificarão porque os triângulos são semelhantes, usando um dos critérios estudados nas séries anteriores.

Instruções:

- a) Desenhe um par de triângulos semelhantes.
- b) Justifique porque os triângulos são semelhantes. Você se lembra dos casos de semelhança de triângulos? O caso AA? E o caso LAL? Dê exemplos usando esses critérios, ou algum outro conhecido por você.

ANEXO D – RAZÕES ENTRE OS LADOS DE UM PAR DE TRIÂNGULOS
RETÂNGULOS NÃO SEMELHANTES

Atividades propostas aos alunos

Atividade 4:

Calcular razões entre os lados num par de triângulos retângulos não semelhantes.

Objetivo: Atentar para o fato de que, para cada razão calculada, os valores são distintos nos dois triângulos.

Material: Caderno, folha de atividades, material de desenho e desenhos da atividade anterior.

Metodologia: De posse da tarefa distribuída pelo professor, cada grupo tentará resolver. O professor dialoga com a classe, procurando ajudar os grupos com dificuldade, atento para que todos do grupo trabalhem e procurem resolver suas dúvidas dentro do grupo.

Instruções:

- c) Desenhar, na folha em branco que você recebeu, dois triângulos retângulos ABC e PQR não semelhantes.
- d) Em ambos os triângulos, indicar a hipotenusa como “a”, o menor cateto como “b” e o cateto maior como “c”.
- e) Medir os lados dos triângulos, calcular as razões e preencher a tabela abaixo.

	a/b	a/c	b/a	b/c	c/a	c/b
Triângulo ABC						
Triângulo PQR						

ANEXO E – RAZÕES ENTRE OS LADOS DE UM PAR DE TRIÂNGULOS
RETÂNGULOS SEMELHANTES

Atividades propostas aos alunos

Atividade 5:

**Calcular as razões trigonométricas num par de triângulos retângulos
semelhantes.**

Objetivo: Perceber que as razões entre os lados homólogos de dois triângulos semelhantes são iguais.

Material: Caderno, folha de atividades, material de desenho e desenhos da atividade anterior.

Metodologia: De posse da tarefa distribuída pelo professor, cada grupo tentará resolver. O professor auxiliará os grupos com dificuldade.

Instruções:

- a) Desenhar, na folha em branco que você recebeu, dois triângulos retângulos ABC e PQR semelhantes.
- b) Justificar por que são semelhantes.
- c) Indicar os lados homólogos dos triângulos com **a**, **b** e **c**.
- d) Medir os lados de ambos os triângulos, calcular as razões indicadas e preencher a tabela abaixo:

	a/b	a/c	b/a	b/c	c/a	c/b
Triângulo ABC						
Triângulo PQR						

e) Buscar similaridades e diferenças nos resultados da tabela acima.

Tentar arranjar uma explicação para esse fato.

ANEXO F – NOMEANDO OS LADOS DE UM TRIÂNGULO

Atividades propostas aos alunos

Atividade 6:**Nomeando os lados dos triângulos em relação aos ângulos.**

Objetivo: Reconhecer o cateto oposto e o cateto adjacente relacionado a um determinado ângulo agudo.

Material: Caderno e folha de atividades.

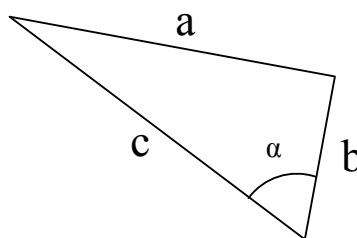
Metodologia: De posse da tarefa distribuída pelo professor, cada grupo tentará resolver. O professor ajudará os grupos com dificuldade.

Instruções:

1. Em cada um dos triângulos dados abaixo, indicar o lado que está sendo nomeado em relação ao ângulo:

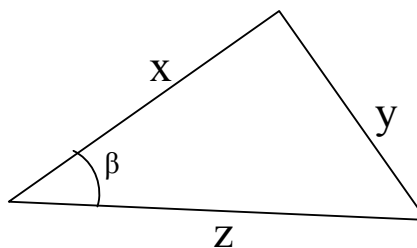
a)

Cateto oposto α =
 Cateto adjacente α =



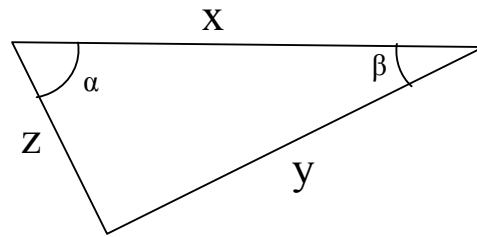
b)

Cateto oposto β =
 Cateto adjacente β =



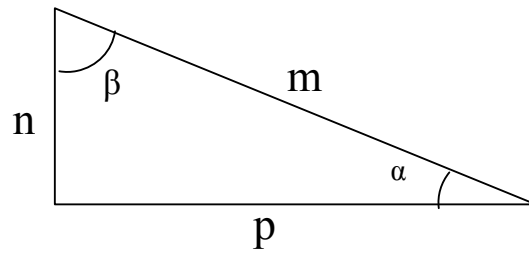
c)

Cateto adjacente $\alpha =$
 Cateto oposto $\alpha =$



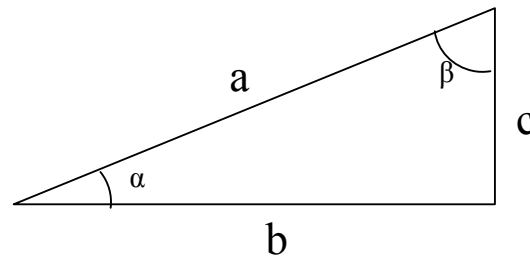
d)

Cateto adjacente $\alpha =$
 Cateto oposto $\beta =$



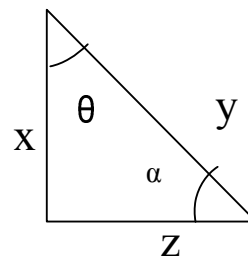
e)

Cateto oposto $\alpha =$
 Cateto oposto $\beta =$



f)

Cateto adjacente $\theta =$
 Cateto adjacente $\alpha =$



ANEXO G – FORMALIZANDO CONCEITOS DA TRIGONOMETRIA

Atividades propostas aos alunos

Atividade 7:**Formalizando os conceitos de seno, cosseno e tangente.**

Objetivo: O aluno deverá escrever uma relação para cada uma das razões trigonométricas descritas acima.

Material: Caderno, folha de atividades, material de desenho.

Metodologia: De posse da tarefa distribuída pelo professor, cada grupo tentará resolver. O professor dialoga com a classe, procurando ajudar os grupos com dificuldade.

Instruções:

- a) Desenhar dois triângulos retângulos semelhantes ABC e PQR.
- b) Em ambos os triângulos, indicar o menor ângulo agudo como α .
- c) Medir os lados dos triângulos, calcular as razões e preencher a tabela abaixo:

	$\frac{\text{cat.oposto } \alpha}{\text{hipotenusa}}$	$\frac{\text{cat.adjacente } \alpha}{\text{hipotenusa}}$	$\frac{\text{cat.oposto } \alpha}{\text{cat.adjacente } \alpha}$
Triângulo ABC			
Triângulo PQR			

d) Enunciar as definições das razões trigonométricas fundamentais.

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{Cateto oposto } \alpha}{\text{hipotenusa}}$$

.....
.....
.....

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{Cateto adjacente } \alpha}{\text{hipotenusa}}$$

.....
.....
.....

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{Cateto oposto } \alpha}{\text{Cateto adjacente } \alpha}$$

.....
.....
.....

ANEXO H – APLICANDO OS CONCEITOS ESTUDADOS

Atividades propostas aos alunos

Atividade 8:

Reverendo conceitos estudados e introduzindo noção de tangente de um ângulo.

Objetivo: O aluno deverá aplicar os conceitos de seno, cosseno e tangente em uma outra situação.

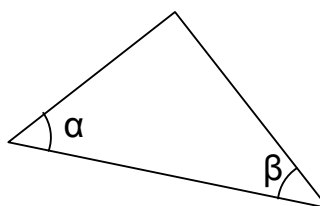
Material: Caderno, folha de atividades, material de desenho.

Metodologia: De posse da tarefa distribuída pelo professor, cada grupo tentará resolver. O professor dialoga com a classe, procurando ajudar os grupos com dificuldade.

Instruções: Para cada um dos triângulos abaixo, fazer o que se pede:

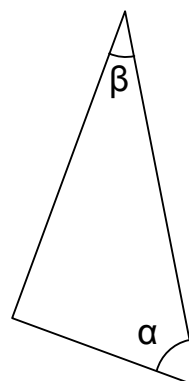
$\alpha = \dots\dots\dots,$
 $\text{sen } \alpha = \dots\dots\dots,$
 $\text{sen } \beta = \dots\dots\dots,$
 $\text{tg } \alpha = \dots\dots\dots,$

$\beta = \dots\dots\dots,$
 $\text{cos } \alpha = \dots\dots\dots,$
 $\text{cos } \beta = \dots\dots\dots,$
 $\text{tg } \beta = \dots\dots\dots,$



$\alpha = \dots\dots\dots,$
 $\text{sen } \alpha = \dots\dots\dots,$
 $\text{sen } \beta = \dots\dots\dots,$
 $\text{tg } \alpha = \dots\dots\dots,$

$\beta = \dots\dots\dots,$
 $\text{cos } \alpha = \dots\dots\dots,$
 $\text{cos } \beta = \dots\dots\dots,$
 $\text{tg } \beta = \dots\dots\dots,$



ANEXO I – CALCULANDO A SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS EM UM TRIÂNGULO QUALQUER NO PLANO

Atividades propostas aos alunos

Atividade 9:

A soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer.

Objetivo: Verificar que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180 graus.

Material: Folha de ofício em branco, folha de atividades e material de desenho.

Metodologia: Usar dobradura e recorte, ou a simples medição dos ângulos internos de um triângulo qualquer para verificar que a soma é 180 graus.

Instruções: Mostre que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180 graus.

- a) Desenhe um triângulo qualquer.
- b) Usando um transferidor, meça os ângulos internos do triângulo que você desenhou.
- c) Some os três valores. O que você observou?
- d) Usando dobraduras, recorte um triângulo qualquer na folha em branco que você recebeu. Agora, recorte os três ângulos e coloque-os um ao lado do outro, de modo que os vértices coincidam. O que você observou? Qual o valor do ângulo formado pela soma dos três ângulos?

ANEXO J – A COMPLEMENTARIDADE DOS ÂNGULOS AGUDOS DE UM TRIÂNGULO RETÂNGULO

Atividades propostas aos alunos

Atividade 10:

Complementaridade dos ângulos agudos de um triângulo retângulo.

Objetivo: Verificar que os ângulos agudos de um triângulo retângulo são complementares.

Material: Folha de ofício em branco, folha de atividades e material de desenho.

Metodologia: Usar dobradura e recorte, ou a simples medição dos ângulos agudos de um triângulo retângulo para verificar que são complementares.

Instruções: Mostre que, num triângulo retângulo, os ângulos agudos são complementares.

- a) Desenhe um triângulo retângulo.
- b) Usando um transferidor, meça os ângulos agudos do triângulo que você desenhou.
- c) Some as medidas dos dois ângulos agudos. O que você observou?
- d) Usando dobraduras, recorte um triângulo retângulo na folha em branco que você recebeu. Agora, recorte os dois ângulos agudos e coloque-os um ao lado do outro, de modo que os vértices se coincidam. O que você observou? Qual o valor do ângulo formado pela soma dos dois ângulos?

ANEXO K – COMPARANDO OS VALORES DO SENO E DO COSSENO DOS
ÂNGULOS COMPLEMENTARES DE UM TRIÂNGULO RETÂNGULO

Atividades propostas aos alunos

Atividade 11:

**Verificando a relação existente entre os ângulos complementares de um
triângulo retângulo e as razões seno e cosseno**

Objetivo: Verificar que, em um triângulo retângulo, o seno de um ângulo agudo é igual ao cosseno de seu complementar (vice-versa).

Material: Atividade 9, folha de atividades e material de desenho.

Metodologia: De posse da tarefa distribuída pelo professor, cada grupo tentará resolver. O professor dialoga com a classe, procurando ajudar os grupos com dificuldade.

Instruções: Para cada um dos triângulos da atividade 8, comparar o valor de $\sin \alpha$ com o de $\cos \beta$. Depois, comparar o valor de $\sin \beta$ com o de $\cos \alpha$. Você chegou a alguma conclusão?

ANEXO L – A IDENTIDADE FUNDAMENTAL DA TRIGONOMETRIA

Atividades propostas aos alunos

Atividade 12:**Verificando a identidade fundamental da Trigonometria e criando tabelas trigonométricas.****Objetivos:**

- Verificar que, em um triângulo retângulo, o seno de um ângulo agudo ao quadrado mais o seu cosseno ao quadrado é igual a um.
- Construir uma tabela trigonométrica para alguns ângulos.

Material: Caderno, folha de papel milimetrado, folha de atividades e material de desenho.

Metodologia: De posse da tarefa distribuída pelo professor, cada grupo tentará resolver. O professor dialoga com a classe, procurando ajudar os grupos com dificuldade.

Instruções:

- a) Construir uma série de triângulos retângulos, cuja hipotenusa tenha a mesma medida.
- b) Os triângulos deverão ter um lado comum e um dos ângulos agudos deverá variar de 10 em 10 graus. (veja o exemplo dado pelo professor).
- c) Preencha a tabela abaixo.
- d) O que fazer com o seno do ângulo de 0° ? E o seno do ângulo de 90° ?

- e) O que fazer com o cosseno do ângulo de 0° ? E o cosseno do ângulo de 90° ?
- f) Após observar a quarta coluna da tabela trigonométrica por você elaborada, o que você concluiu? Isto lembra alguma situação em geometria?

Tabela

α	$\text{sen}\alpha$	$\text{Cos}\alpha$	$(\text{Sen}\alpha)^2 + (\text{Cos}\alpha)^2$
0°			
10°			
20°			
30°			
40°			
50°			
60°			
70°			
80°			
90°			